LES SIX PREMIERS LIVRES DES

ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE,

AVEC LES DEMONSTRATIONS DE JAQUES PELETIER, DU MANS.

Traduicts en François, & dediés à la Noblesse Françoise.

QVOD TIBI FIERI NON VIS, ALTERI NE FECERIS.

A GENEVE

De l'Imprimerie DE IEAN DE TOVRNES.

M. DC. XI.

A LA NOBLESSE FRANÇOISE.

C'Est à vous, Illustres & Genereux Seigneurs, à qui ie presente & dedie ceste mienne traduction des Demonstrations de Jaques Peletier sur les six premiers liures des Elements d'Euclide. Car ayans esté si long temps à l'eschole & à la suite de ce grand grand Henri, vous vous estes tous rendus capables de commander aux plus grandes armees. Or n'auez vous pas seulement acquis ceste capacité par vostre courage viril & martial, & par vostre dexterité aux armes (que toutesfois plusieurs estiment estre les parties essentielles de la Noblesse:) mais aussi vous y auez employé les sciences Mathematiques, notamment la Geometrie, à fin de vous seruir de l'ordre, de la proportion, de l'egalité, du milieu, de la diuision des angles, des lignes, des arcs, des superfices: de la reduction d'vne forme en autre: & generalement de tout ce que vous auez trouué en la Geometrie estre necessaire & propre pour l'art militaire, soit pour fortifications, soit pour placer armees, les ranger, exercer, et s'en seruir commodement. Ce n'est donc pas sans raison, que ie vous dedie vn liure plein de preceptes, lesquels vous sçauez si dextrement mettre en oeuure. Receuez-le, ie vous supplie, d'aussi bon visage, que de bon coeur il vous est par moy presenté. Au demeurant ie sçay que Forcadel & Errard ont faict voir aux François l'Euclide, ou partie d'iceluy: mais cela ne m'a pas empesché de traduire & imprimer Peletier, pour la singuliere methode & merueilleuse facilité qui luy est familiere. Et que ie ne commence pas maintenant à congnoistre, l'ayant appris & remarqué dés l'aage de quatorze ans, lors que ledit Peletier me lisoit, en la maison de mon pere, les Demonstrations de Theon & de Champagne sur ces six premiers liures. Mais, Illustres & genereux Seigneurs, ie vous supplie me permettre que ie m'estende vn peu plus en ce discours, & que ie vous die vne meditation que i'auois fort, autant que mon bagage le pouuoit porter, & laquelle i'ay encor pour le iourd'huy. En toutes ces Demonstrations il n'y a Principe, Probleme, ny Theoreme aucun, depuis le commencement iusques à la fin, qui ne tende & conspire vnanimement à la conseruation & establissement parfaict de tout ce corps Geometrique: & ne s'en trouuera pas vn seul, qui destruise ny interesse, ny mesmes combatte tant soit peu, ny les precedents, ny ceux qui suyuent. Iamais aussi les membres d'vn corps ne conspirent à la ruyne l'vn de l'autre, si ce n'est en quelque personne furieux & maniaque. Et vous, Genereuse Noblesse, à qui Dieu a tant departi de ses graces, qui auez le cœur si noble, & qu'on peut nommer vos membres de la plus belle & plus florissante Monarchie qui soit ny qui fust iamais au monde, voulez-vous qu'à present, & à l'aduenir, on vous puisse reprocher, ou à vostre memoire, qu'au lieu d'estre estançons, solides colonnes, & arcsboutans de ces belles Fleurdelis, vous abbattez par vos propres mains, de iour à autre, les piliers qui les peuuent maintenir contre toutes les bourrasques de la mer impetueuse de ce siecle? sur la poincte d'vne esguille vous fondez des querelles? vous appellez honneur ce qui est directement contre l'honneur de Dieu? vous vous bouschez les oreilles contre les commandements qui vous sont donnés en la saincte Escriture? contre les conseils & admonitions de vos parents, de vos amis, de ceux qui vous sont donnés pour conducteurs, & pour directeurs de vos actions? contre les Edicts formels de vostre Prince, de ce Grand Henri, qui sçauoit, si iamais homme le sceut, que c'est que du poinct d'honneur? Ha! Messieurs, pardonnez moy, ie vous prie, si ie vous dis franchement, que vous pouuez & deuez mieux faire, tant pour l'obeissance que vous deuez à Dieu, que pour le deuoir & obligation que vous auez à la France vostre Patrie. Le Prince des Princes, le Seigneur des Seigneurs, à l'honneur duquel tous les habitans de la terre doyuent buter, vous vueille de plus en plus combler de ses graces, à sa gloire, & au bien & repos de la France.

De mon Imprimerie ce 28 May 1611.

PREMIER LIVRE DES

ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE, AVEC LES DEMONSTRAtions de Jaques Peletiez, du Mans.

Explication des Principes.

LES Principes sont ceux, desquels on ne peut rendre raison : Car, entant qu'ils sont Principes, il n'y a rien deuant eux. Partant és disciplines on les met comme chose qui de soy mesme est congnue, qui n'a besoin d'aucune preuue, mais qui est le fondement des preuues. En Geometrie il y en a de trois sortes : Definitions, Demandes ou Petitions, & les Notions de l'esprit. Quant aux definitions, nous ne les pouuons pas naturellement & de nous mesmes conceuoir de premier abord: mais, quand elles nous sont proposees, nous y consentons volontiers, nous induisant à ce la nature de chaque chose. Et pource sont elles appellees hypotheses par quelques vns. Mais les petitions, encor que de plein saut nous ne les comprenions, si est-ce que les oyans, nous les accordons aisement, la raison le voulant ainsi. Et celles cy ordinairement suyuent les definitions. Quant aux Notions de l'esprit, il n'y a si grossier ny si lourdaut, qui ne les comprenne. Celuy donc qui ne pourra comprendre les definitions & les petitions, cestuy-là n'est pas capable de pouuoir rien apprendre : car personne ne se met à debatre d'aucune chose, que premierement on ne soit d'accord quelle chose est celle de quoy on debat, & qu'on n'accorde ce qui necessairement depend de ce qui est accordé. Mais qui ne reçoit les Notions, on le peut dire estre destitué mesme du sens commun:

aussi s'appellent elles Notions de l'esprit. Pourquoy est-ce donc qu'Euclide met les definitions deuant les Notions, veu que les Definitions sont aucunement obscures? Celà se fait, d'autant que, combien que les definitions ne soyent pas si claires, si est-ce que les choses qu'on definit, se presentent les premieres deuant nos yeux, & partant desirons nous de les congnoistre les premieres, à fin que la matiere de la science apparoisse. Puis donc qu'en Geometrie les Notions de l'esprit regardent les quantités, il a falu definir les Quantités, & leurs especes, à fin que nous eussions où exercer les notions de l'esprit. Leur ordre donc est tel:

DEFINITIONS.

LE poinct est ce qui n'a aucune partie.

La Geometrie considere les grandeurs, & icelles finies. Mais pource que les parties des grandeurs retiennent la nature & la denomination du tout, (car les parties de la ligne, sont lignes: celles de la superfice, superfices: & des corps, corps: autrement la substance des choses seroit vague & confuse:) la Geometrie, euitant, par tout, l'infini (car l'infini ne se peut enseigner,) a voulu commencer par ce qui n'a rien plus simple que soy: & c'est ce que nous appellons Poinct. Car puis qu'és choses externes on peut representer aux sens quelque chose trespetit, il estoit aussi raisonnable qu'on peust donner à l'intellect quelque chose qui n'eust riẽ moindre de soy. Le Poinct donques en Geometrie, est à peu pres ce que l'Vnité est en Arithmetique. Car comme l'Vnité est aux nombres comme au lieu de matiere & d'origine, laquelle Vnité toutesfois n'est pas nombre: ainsi est le Poinct à l'endroit des grandeurs, encor que le Poinct ne soit pas grandeur. Or est-ce vne chose admirable, que combien que le poinct ne reçoyue point de diuision, il est toutesfois de grand poids, non seulement en la Geometrie, mais aussi en toutes choses. Car en la recherche de toutes choses, nous ne considerons quasi rien autre que le Poinct. Au

Cerc

Cercle nous cherchons principalement le centre. Les grandeurs nous les finissons, nous les mesurons, nous les diuisons par poincts: Tellement que trouuer le poinct, n'est autre qu'atteindre au but où l'on aspiroit.

Platon appelle l'hypostase ou subsistance des poincts, diamantale, ou de diamant, c'est à dire eternelle, stable, incorruptible, & qui est tousjours de mesme: dit que l'Vniuers se tourne tout autour d'iceux, & se meut auec allegresse tout à l'entour. Ce sont les atomes d'Epicure, qu'il dit estre semence de toutes choses.

Or Euclide definit le poinct par negation, par ce que nous ne pouuons venir à ce qui est tressimple, sinon en imaginant quelque chose qui ne soit aucunement grand, sçauoir est, qui ne soit ny long, ny large, ny espais.

Quelques vns distinguent le Poinct d'auec le Signe, en disant que le Poinct est ce qui est au milieu de la figure: & le Signe ce qui est en l'extremité, ou ailleurs qu'au milieu. Mais, sans faire cas de ceste curiosité, nous vsurpons & l'un & l'autre pour vne mesme chose. Par le perpetuel cours du poinct en longueur nous estimons que la ligne se fait, laquelle se definit ainsi:

2 La ligne est vne longitude sans aucune latitude.

La Ligne est la premiere des grandeurs, qui a vne des trois choses que le Poinct ne peut auoir, à sçauoir la longueur. Car en ceste definition l'espaisseur est comprise sous la latitude, veu que rien ne peut estre espais sans largeur.

Cõme donc de plusieurs Vnités se fait vn nombre, ainsi ne se fait pas la ligne de plusieurs poincts adjoustés ensemble, mais bien de leur flux ou cours continuel. Et en celà differe le Continu d'auec le Discret, pource que le Continu se diuise sans fin, sans toutesfois qu'on vienne jamais jusques au poinct, comme en la quantité discrete on vient jusques à l'unité.

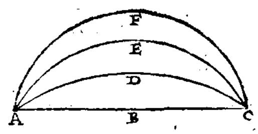
3 Les confins, ou extremités des Lignes, ce sont poincts.

La ligne sort d'un poinct, & finit en vn poinct. Mais icy se treuue vn doute, comme il se peut faire que les poincts soyent les extremités de la ligne, veu que la circonference du cercle ne semble auoir nulles extremités. A vray dire les poincts sont dits estre les extremités de la ligne qui est terminee : Or les poincts ne peuuent terminer la circonference, d'autant qu'elle n'a point d'extremités. Que si on luy baille des extremités, on ne les pourra designer qu'auec des poincts, ou du moins auec vn seul, qui tiendra place de deux.

4 La ligne droite est celle qui est egalement estendue entre ses deux poincts.

C'est la generale definition de la ligne droite, laquelle se peut aussi adapter à la ligne qui enuironne le cercle, c'est à dire qui le clost: car Platon l'a aussi tenu pour droite, appellant obliques celles qui sont composees de ces deux : Ce que nous enseignerons plus probablemẽt en la quinzieme proposition du troisieme liure : car il n'y a rien plus egal ny plus mignon que le Cercle. Toutesfois par tout Euclide distingue le droit d'auec le rond ou circonference, ce qu'aussi nous obseruerons, à cause de l'instruction.

Donques la ligne droite est le plus court chemin depuis vn poinct jusques à l'autre : ou, comme dit Archimede, la plus courte des lignes qui ont mesmes extremités. Comme par exemple, du poinct A au poinct C, je tire la ligne droite A B C; mais il se peut tirer vne infinité de circonferences, telles que sont A D C & A E C.



Or comme la ligne est produite par le continuel flux du poinct, ainsi, menant la ligne en trauers, la Superfice se forme, qui est ainsi definie:

5 La superficie a seulement longitude & latitude.

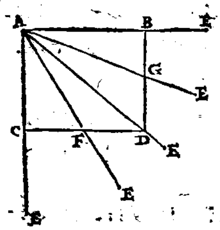
A la Superfice defaut l'un des trois que les solides ont, à sçauoir l'espais ou profond. Quelques vns ont dit que la Superficie estoit l'extremité du Corps.

Et combien qu'il semble que le Poinct, la Ligne, & la Superficie, ne se puissent comprendre que par l'entendement, sans qu'ils soyent de faict, ny qu'ils se puissent apperceuoir: si est-ce qu'en qu'en la nature des choſes chacun d'iceux a qui le repreſente. Car les Poincts ſont repreſentés par ces petits corps indiuiſibles qui s'entrejouënt aux rais du Soleil : les Lignes par les rais meſmes : & les Superfices par les ombres, qui jamais ne vont ſous terre ; ou bien aux couleurs, ſelon l'aduis des Pythagoriques. Les Poincts donc ſont des atomes, les Lignes ſont la matiere, & les Superficies la forme : & de celles cy ſe forme le Corps, qui eſt long, large, & eſpais.

6 Les lignes ſont les extremités de la Superficie.

Icy ſe preſente le meſme doute, qui ſe preſentoit parlãt des extremités de la ligne : ſçauoir eſt, pourquoy Euclide dit que les lignes ſont les extremités de la ſuperficie, veu qu'une ſeule ligne termine la ſuperficie circulaire : mais qui aura bien pris la ſolution que nous en auons donnee cy deſſus, s'accordera auſſi aiſement à celle cy : car la ſuperfice ronde, en quelque façon qu'elle ſe diuiſe, ſes extremités ſe trouueront eſtre des lignes. (Or la diuiſion de la ſuperficie ronde ſe fait, ou par le diametre, ou par toute autre ligne entrecoppant la circonferénce.) Il y aura toute meſme raiſon, parlant des extremités du Corps, qu'il y a des extremités de la Superficie.

7 La ſuperficie plane ou plaine, eſt celle qui eſt egalement eſtendue entre ſes lignes.



Ceſte definition de la ſuperficie plaine ſe rapporte à la definitiõ de la droite ligne. Donques, quand la ligne droite s'applique egalemẽt ſur la Superficie, c'eſt à dire quand elle s'y peut accommoder diuerſement en quelque lieu que ce ſoit, celle là s'appelle Superficie plaine : comme, par exemple, ſi en la ſuperfice A B C D, la ligne A E, demeurant fixe au poinct A, eſt pourmenee par les poincts C, F, D, G, tellement qu'elle ſe repoſe ſur ladite ſuperfice egalement, & la racle tellement, que pas vn poinct ne ſurpaſſe, juſques à ce qu'elle ſoit paruenue à la ligne A B.

Par ainſi donc, la ſuperficie ronde, ou circulaire, eſt differente de la superficie plaine, comme la circonference differe de la droite ligne.

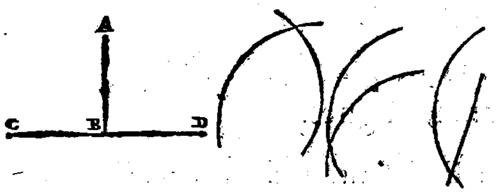
8 L'angle plan, est l'inclination d'une ligne à l'autre sus vn plan, lors que lesdites deux lignes se touchent, sans toutesfois estre continuees l'une au bout de l'autre en droite ligne.

Ceste-cy est la vulgaire definition de l'angle, que les anciens ont donnee: laquelle nous declarerons mieux sur la quinzieme Proposition du troisieme : car elle est assez claire & tolerable, jusqu'à ce que nous soyons arriués là. Ce pendant toutesfois nous definirons ainsi simplement l'angle plan:

L'angle plan, c'est la section de deux lignes en vn plan.

Car n'y ayant point de section, il n'y a point d'angle, comme nous prouuerons lors que nous serons là arriués.

9 Or quand les lignes qui forment l'angle, sont droites, lors l'angle se nomme rectiligne.



Cõme, si la droite ligne A B coppe la droite ligne C D, lors se forment les angles rectilignes A B C & A B D: mais si les angles sont formés de deux lignes courbes, ils sont aussi appellés courbes: si d'une droite & d'une courbe, ils sont nommés mixtes.

10 Quand vne droite ligne tumbant sus vne droite ligne fait les angles d'une part & d'autre egaux ensemble, chacun desdits angles est droit: & la ligne, qui tumbe ainsi, est perpendiculaire sur celle sur qui elle tumbe.

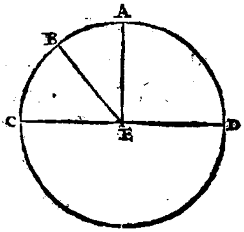
L'angle droit est par aucuns ainsi defini, à sçauoir celuy qui est

eſt egal à l'autre angle joignant que la meſme ligne a faict: Mais nous (à fin d'honorer auſſi le quaternaire) dirons que l'angle droit eſt la quatrieme partie de l'interſection de deux lignes droites. Quand donc la ligne coppant l'autre ligne ne panche ny ça ny là, lors ſe fait l'angle droit.

II L'angle obtus, eſt celuy qui eſt plus grand que le droit.

12 L'angle aigu, eſt celuy qui eſt moindre que le droit.

Les trois eſpeces des angles rectilignes ſont expreſſes & aiſees à voir au centre d'un cercle d'où pluſieurs demidiametres ſortent. Car au cercle A B C D, qui a E pour centre, les deux demidiametres E C & E D, tirés en droite ligne, font le diametre entier C D, ſur lequel ſe dreſſant le demidiametre E A, qui diuiſe le demicercle C A D, & le diametre C D, par egales portions, il fait les deux angles A E C & A E D, egaux, & partant droits. Mais B E tumbant ſur la meſme C D, & coppant inegalement le demicercle, fait l'angle B E D obtus, ſçauoir eſt, plus grand que le droit, comme compris par vne plus grande circonference : mais les angles A E B & B E C, ſont aigus, pource qu'ils ſont moindres que le droit, & compris ſous moindre circuït.



Et ne faut qu'on s'eſmerueille, ſi nous employons icy le cercle, auant que nous ayons defini que c'eſt que cercle: car le cercle eſt la premiere & la derniere des figures, prouuant tout, & commode pour tout enſeigner, comme nous dirons ſouuent en nos demonſtrations. Auſſi eſt-il le principal enſeigneur des angles : car leur quantité ſe prend ſelon les portions de la circonference, comme maintenant nous auons faict voir.

Or de ceſte poſition de droit & non droit, on peut voir l'eſtat & condition des choſes. car il n'y a qu'vne ſeule conſtitution de l'angle droit, mais de l'aigu & de l'obtus, il y en a infinies : ainſi il n'y a qu'vn ſeul moyen de bien viure, & la voye qui conduit à la verité, eſt vnique : mais celles, qui s'en eſlongnent,

gnent, ſont innombrables.

Quelques vns ont debattu, ſi l'angle eſtoit quantité ou qualité : car entant que l'angle eſt egal ou inegal, ils veulent qu'il ſoit quantité:mais entant qu'il eſt droit,obtus, ou aigu, ils veulent qu'il ſoit qualité. Mais moy j'eſtime entierement que l'angle ſe doit conſiderer comme quantité : car meſmes , entant qu'il eſt droit , obtus , ou aigu, ſa ſeule meſure ſe conſidere, ce qu'auſſi les definitions des trois eſpeces declarent, qui ſont prinſes, de l'egal, du moindre, ou du plus grand. Qui en voudra d'auantage , il ſe pourra exercer en la recherche du Predicament : car ce n'eſt pas icy où je veuille eſtre Dialecticien ny Phyſicien.

Mais il y a bien plus grande difficulté en la forme & conſtitution de l'angle , quel il eſt, & en quoy il conſiſte. Car ce que quelques vns ont dit, que l'angle eſt partie de la ſuperficie, n'eſt pas probable. Car ainſi on feroit de l'angle le Triangle , en tirant vne troiſieme ligne: ce qui ne vient pas à propos. Les autres veulent qu'il ſoit enſemble & au poinct , & en la ligne , & en la ſuperficie : mais celà auſſi engendre vne plus grande recerche : car quantieme partie d'iceluy ſera au poinct? quantieme à la ligne? quantieme à la ſuperficie? Que ſi cecy s'eſlongne de la verité , quelle ſera la ſituation de l'angle? Car ſi nous diſons qu'elle conſiſte ſeulement au poinct , ou tous les angles ſeront egaux, ou il y aura inegalité entre les poincts. Le premier repugne ouuertement à la verité,le ſecond ne ſemble pas s'accorder auec la raiſon. De meſmes ne pourra on dire , que l'angle ſoit ſeulement en la ligne, ou en la ſuperfice.

Mais on pourra ainſi ſoudre ce doute à mon aduis. Il eſt biẽ vray que l'angle conſiſte en vn poinct , mais c'eſt l'inclination qui le fait plus grand ou plus petit. La ligne coppant la ligne fait bien l'angle : mais pourtant l'angle n'eſt pas partie de la ligne : comme auſſi les lignes ne ſont pas parties de la ſuperficie , combien que la ſuperfice ne puiſſe eſtre ſans lignes qui la terminent. Partant l'angle ne ſera pas portion de la ſuperfice, pource qu'il la cloſt. En quoy certes on peut voir, que le poinct de la ſection eſt preſsé & comme rendu plus eſtroit, par la meſure de l'inclination. Le poinct ſera-il donc quantité? Nenny. Car ce qu'vne fois l'intellect a receu & arreſté eſtre trespetit, il

ne

ne le peut plus diuiser:mais celà n'empesche pas qu'il ne le puisse presser & contraindre. Et à fin qu'on ne pense pas que nous disions choses repugnantes, il faut penser qu'en la Geometrie le poinct ne se considere pas comme vn rien, mais bien comme quelque chose. Et comme nous menuisons l'unité en l'Arithmetique, ainsi faisons nous le poinct en la quantité continuë: à fin que ce dont tout est produit nous puisse aussi bailler la representation & l'image de tout, sçauoir est, du droit, de l'oblique, du long, du large, & du profond. Puis donc que la Geometrie nous represente la nature, comme aussi elle en est le miroir, pēsons, que comme en l'angle physique, deux lignes, quelques deliees qu'elles soyent, ne se peuuent entrecopper, si ce n'est que l'une s'encline sur l'autre au poinct de la decussation, ainsi en la section droite des lignes mathematiques, le poinct est aucunement quarré: en l'obtuse il est plus mousse: & en l'aiguë, plus pressé & plus estroit. Ces choses sont comprises par l'intellect, lequel ne s'arreste jamais sinon auec la nature: tellement qu'il ne cesse d'amoindrir le poinct, jusqu'à ce que la ligne tumbant soit faicte vne auec la couchee. Quād donc l'intellect presuppose que le poinct ne se peut aucunement partir, il entend qu'il ne soit ny ligne, ny superfice, ny corps. Mais quand il est paruenu à l'angle, lequel a toute autre consideration que les autres quantités, alors il veut partir ce qu'au parauant il auoit jugé indiuisible: à sçauoir, (comme nous auons dit vn peu au parauant) à fin que ce dont est produite la quantité, se resente aussi de la nature de la quantité. Et telle est nostre opinion touchant la constitution de l'angle. Ceste variation de poinct nous a fort trauaillé, pour n'auoir trouué personne qui y eust pris garde. que si quelcun y a pris garde, il n'en a rien dit jusques icy. Es disciplines celà est bien enueloppé, qui, quoy qu'il apparoisse, ne peut toutesfois receuoir demonstration. Si quelcun a quelque chose de plus probable que ce que je dis, à la bonne heure: De moy, en mes recerches je ne me propose rien autre que la verité.

13 Terme, ou extremité, est la fin de chaque chose.

Pource que les poincts sont les termes des lignes, & les lignes des superfices, & les superfices des corps, & qu'il parlera incontinent de la figure terminee, il a voulu definir que c'estoit que terme ou extremité, à sçauoir, la fin de chaque chose.

14 Figure, est ce qui est contenu sous vn, ou sous plusieurs termes.

Le cercle est compris dans vn seul terme à sçauoir dans vne seule ligne, comme nous dirons incontinent: comme aussi le corps spherique est contenu dans vne seule superfice. Toutes autres figures ont plusieurs termes, comme le Triangle, le Quadrilatere, & autres figures planes: comme aussi le Prisme, le Cube, la Colomne, la Pyramide, & les autres solides.

Mais il semblera, peut estre, à quelcun, qu'Euclide soit icy d'autre aduis qu'il n'estoit au parauant, quand il a dit que la superficie estoit terminee de plusieurs lignes, & non d'une seule: mais on considere autrement le cercle comme cercle, & autrement comme superficie. Car si le cercle est diuisé, pas vne de ses parties ne se peut appeller cercle: mais les parties de la superficie s'appellent aussi superficies. Pren donc ainsi le sens de ceste definition: que le Cercle, entant qu'il est de forme ronde, est compris dans vne ligne: mais entant qu'il est superfice, il peut estre comprins dans plusieurs lignes, ainsi comme nous l'auons là enseigné.

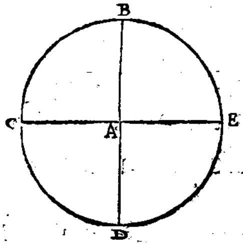
Ou bien, nous dirons, & mieux, que la superfice se termine par vne ligne, ou bien par plusieurs.

15 Cercle, est vne figure plane, contenue par vne seule ligne, laquelle s'appelle Circonference. En icelle ligne y a vn poinct, duquel toutes les lignes droites tirees à la circonference sont egales.

16 Or ce poinct là s'appelle le centre du cercle.

Ceste definition du cercle est fort congnue: car elle enseigne son affection, ou, comme l'on dit, sa passion. Que si quelcun desire qu'on luy expose la faction ou creation du cercle, selon la definition de la sphere qu'Euclide donne à l'onzieme liure, elle sera ainsi:

Cercle, est la trace ou vestige d'une ligne droite, ayant une des *extremités fixe, & menee tout au tour sus vn plan, iusqu'à ce qu'elle retourne là mesme d'où elle a commencé à estre menee.*



Comme si on commence à mener en rond la ligne A B sur le poinct A, depuis le poinct B, par les poincts C, D, & E, iusqu'à ce qu'elle soit faicte derechef la mesme ligne A B, le cercle B C D E se trouuera descrit. Par ceste description se trouue fort bien exprimee toute la proprieté du cercle. Car ce poinct fixe A, ce sera le centre: la trace ou vestige que fait le poinct B mobile conduit tout à l'entour, sera la circonference. Bref toute la ligne A B, ainsi menee tout à l'entour, descrit la superficie que nous nommons Cercle. Et de là il est clair, que toutes les lignes, qui sortent du centre, sont egales, veu qu'elles viennent de la trace ou vestige d'une seule ligne.

Il n'est pas besoin, que personne se trauaille à recercher, lequel est le premier, ou le droit, ou le rond: mais si quelcun est contraint en dire son aduis, il en iugera bien & en Philosophe, s'il dit que tous deux ont mesme commencement: car le cercle tourné en rond engendre ce qu'on appelle droit. A l'esprit, il n'y a rien de premier ny de dernier. Mesmes à grand' peine nostre pensee peut comprendre que les poincts ayent esté deuant les lignes, ou les lignes deuant les superficies, ou les superficies deuant les corps. Comme, entre les Philosophes, dire que l'Vniuers ayt eu commencement, celà passe la capacité de nostre entendement: de dire aussi qu'il ayt tousiours esté, celà passe toute admiration. Mais nous tascherons autant qu'il nous sera possible, de traicter le tout par ordre, & le reduire en art, le plus iudicieusement qu'il nous sera possible. Car l'ordre est la guide la plus asseuree pour traicter & apprendre les disciplines. Ceste varieté des choses nous exerce, en laquelle ce nous est assez d'accommoder la coniecture à l'usage. Car que pouuons nous faire par art és choses que Nature a si exactement faictes? ou que peut nostre entendement comprendre, lors que nous iugeons humainement des choses qui sont emanees du ciel. Le cercle donc, prenant son origine de soy mesme, semble prouenir du droit: Il est infini, & toutesfois semblable à ce qui est fini : il contient tout, comme trescapable qu'il est, & toutesfois il semble receuoir aucunement quelque chose hors de soy. Mais, Dieu aidant, nous philosopherons vne autre fois sur cecy plus au long.

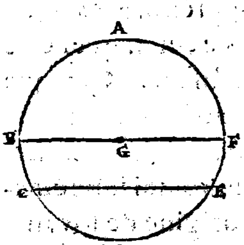
17 Le Diametre du cercle, est vne ligne droite, passant par le centre, laquelle aboutissant à la circonference de costé & d'autre, diuise le cercle par la moitié.

Quand la ligne A B, en la figure precedente, est paruenue à D, poinct opposite, il se fait vne seule ligne B A D, laquelle est le diametre du cercle, lequel il diuise en deux parties egales. Ce qui premierement a esté apperceu & prouué par Thales Milesien, lequel apporta la Geometrie d'Egypte en Grece. Car si la ligne, qui passe par le Centre, ne diuise le Cercle en deux parties egales, les lignes, qui s'estendent du centre à la circonference, ne seront pas egales.

Au demeurant, Diametre, & Dimetient, se disent du cercle & du quarré ; voire mesme on se sert du mot de diametre, en parlant des quadrilateres, sans esplucher curieusemẽt les mots: combien que le diagone conuienne mieux aux quadrilateres. L'axe, ou essieu, est pour la sphere, & autres corps solides, comme pour le cone, cylindre, & pyramide.

18 Le demicercle est, la figure qui est comprise entre le diametre & la moitié de la circonference.

19 La section, ou portion de cercle est, la figure qui est retranchee du cercle entier par vne ligne droite : & est ceste figure plus grande ou plus petite que le demicercle.



Au cercle A B C D E F, chacune des deux figures B A F & B D F, qui sont formees par la ligne B F, qui passe par le centre, & par la ligne courbe qu'elle soustend, s'appelle demi cercle. Mais par la ligne C E, qui ne passe pas par le centre, & par la circonference qu'elle coppe, se font les deux figures

res inegales : ſçauoir eſt C A E, plus grande que le demicercle, & C D E moindre. Et chacune d'icelles s'appelle Section de cercle. Chacune auſſi des circonferences C A E, & C D E, s'appelle arc, & la ligne droite C E s'appelle vulgairement chorde.

Toutesfois ces deux definitions n'eſtoyent pas proprement de ce lieu, mais pour le troiſieme liure : ſi nous ne voulons dire que tous les Principes ſe doyuent traicter au commencement de tout l'œuure : combien qu'Euclide a mieux aimé les diſtribuer par chaque liure. Et partant repete-il ceſte derniere au troiſieme liure. Apres le cercle ſe definiſſent les figures rectilignes.

20 Les figures rectilignes ſont celles que lignes droites contiennent.

21 Les trilateres, ou de trois coſtés, ſont celles que trois lignes droites contiennent.

La premiere des figures rectilignes, c'eſt la trilatere. car par la definition de la droite ligne, deux lignes droites ne peuuent faire vne ſuperfice, & par conſequent ne peuuent faire vne figure. car d'un poinct à vn autre poinct il n'y a qu'un ſeul traict droit. La Quadrilatere eſt la ſeconde en ordre.

22 Les quadrilateres, ou de quatre coſtés, ſont celles qui ſont compriſes par quatre lignes droites.

Les quadrilateres s'accommodent aux demonſtrations Geometriques, auſſi bien que les trilateres, à cauſe de leur ſimplicité : c'eſt pourquoy on les definit entre les Principes. Mais celles qui ſurpaſſent le nombre de quatre, ſe traictent auec plus d'obſcurité.

23 Les multilateres, ou de pluſieurs coſtés, ſont celles qui ſont compriſes par plus de quatre lignes.

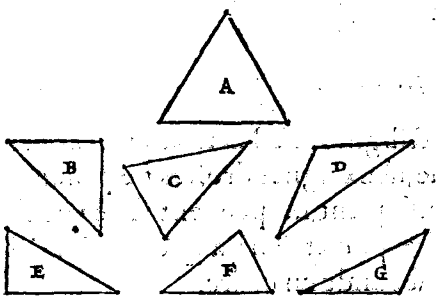
Le nombre des figures rectilignes eſt infini. Elles prennent leur denomination ſelon le nombre de leurs coſtés : Mais on les appelle multilateres, du nom general.

24 Entre les figures trilateres, le triangle equilatere est celuy qui a trois costés egaux.

25 Et l'Isoscele est celuy, qui a deux costés egaux, & le tiers non.

26 Le Scalene est celuy qui est contenu entre trois costés inegaux.

Par ces trois dernieres definitions les trois especes de triangles sont exposees, desquelles la premiere est l'equilatere : car l'egalité de toutes parts, est plus simple, & plus aisee à congnoistre. La plus prochaine egalité, c'est celle qui a deux costés egaux, soustendus par vne base inegale. Et ce triangle s'appelle Isoscele. La troisieme espece est, celle qui n'en a qu'un egal, c'est à dire, de laquel le tous les trois sont inegaux. Les Equilateres se bastissent tousiours d'une mesme façon: car perpetuellement les angles d'iceux sont egaux: mais les angles des Isosceles & des Scalenes se diuersifient en infinités de façons.



A est Triangle Equilatere : B, C, & D, sont Isosceles : & E, F, G, sont Scalenes.

27 Entre les figures trilateres, le triangle rectangle, est celuy qui a vn angle droit.

28 Amblygone, celuy qui a vn angle obtus, ou moussu.

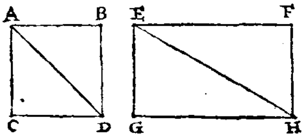
29 Oxygone, celuy qui les a tous trois aigus.

B Isoscele, & E Scalene, sont rectangles : D Isoscele, & G Scalene, sont amblygones : A Equilatere, C Isoscele, & F Scalene, sont oxygones. L'Equilatere est perpetuellement oxygone. Les autres especes peuuent estre rectangles, amblygones, & oxygones.

Apres les trilateres suit la generale diuision des quadrilateres, entre lesquels le quarré est le plus parfaict.

30 Entre les figures quadrilateres, le Quarré est celuy qui est rectangle & equilatere.

31 Celuy qui d'une part est plus long, est bien rectangle, mais non pas equilatere.

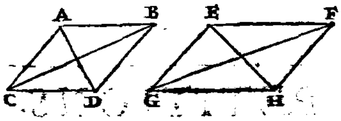


La figure quadrilatere A B C D, de laquelle le diametre est A D, est quarree, composee de deux triangles isosceles rectangles A B D & A C D. Mais la figure E F G H, de laquelle le diagone est E H, est plus longue d'une part, & est cõposee de deux triangles scalenes rectangles, E F H & E G H.

32 Rhombe est vne figure quadrilatere, equilatere, mais non rectangle.

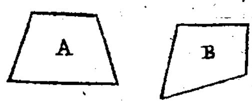
33 Et Rhomboide est celle, qui a les costés opposés egaux, & les angles opposés, egaux : mais n'est ny equilatere, ny equiangle.

Le Rhombe a les quatre costés egaux, & les deux diametres inegaux, comme il se void en ce quadrilatere A B C D. Il a aussi deux angles opposés egaux & obtus, sçauoir est B A C & B D C: & les deux autres opposés aussi egaux, mais aigus, à sçauoir A C D & A B D.



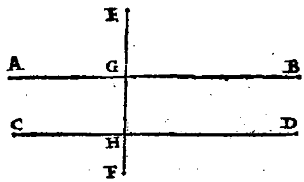
Le Rhomboide a les deux costés opposés egaux. Comme en la figure E F G H, les deux costés E F & G H opposés, sont egaux entr'eux : & les deux E G & F H aussi egaux entr'eux. En cecy est-il semblable au Rhombe, que ses deux diametres sont inegaux, & que les angles opposés sont egaux, les vns obtus, les autres aigus.

34 Les autres Quadrilateres s'appellent Trapezes, ou tablettes.

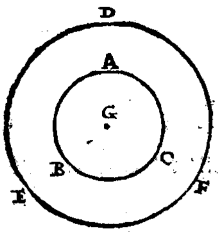


En ceux-cy il n'y a aucune certaine egalité : mais leur conſtruction eſt meſlee : partant ſont-ils desreiglés : cõme il ſe void és deux quadrilateres A & B.

35 Paralleles ou lignes equidiſtantes ſont, celles qui eſtans en vn meſme plan, & allongees d'un coſté & d'autre tant qu'on voudra, neantmoins jamais ne ſe joignent enſemble.



Quand vne ligne droite, coppant des lignes droites, eſt egalement aſſiſe ſur icelles, ou que ſur icelles elle encline egalement, ſi que les angles des ſections ſoyent entr'eux egaux, ces lignes coppees ſont paralleles ou equidiſtantes.



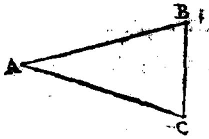
Comme, ſi la ligne E F coppe les deux lignes A B & C D aux poincts G & H : & l'angle A G E ſe trouue egal à l'angle C H G : les deux lignes A B & C D feront paralleles : car de quelque coſté qu'on les allonge, elles ne ſe joindront jamais.

Les lignes auſſi des cercles ſont appellees paralleles, lors qu'elles ſont tirees ſus vn meſme centre. Comme les deux circonferences A B C & D E F, tirees ſus vn meſme centre G ſont equidiſtantes entr'elles.

DEMANDES, OV PETITIONS.

1 D'un poinct juſqu'à l'autre tirer vne ligne droite.

Quelque part que ſoyent aſſignés les deux poincts, il s'entend qu'ils doyuent touſiours eſtre en vn meſme plan : partant, de l'un à l'autre il y a quelque chemin qui eſt fort court. Donques depuis le poinct A juſques au poinct B, on ne peut nier qu'on ne puiſſe tirer vne droite ligne : & ainſi depuis A juſques à C. Et pource que par meſme raiſon B & C ſont en vn meſme plan,



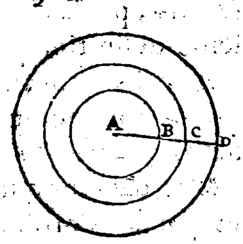
plan, il s'enſuit, que quelques trois poincts qui ſe preſentent, ils ſont touſiours en vn meſme plan. Et d'iceux ſe fait la ſuperficie triangulaire, telle qu'eſt A B C. Et telle eſt la liaiſon des choſes : car le binaire encloſt le ternaire, & le ternaire le quaternaire, voire & le ſenaire : veu que chaque poinct tient la place de deux. Le quatrieme poinct ſera ſeptieme & aduentif. Partant, pour faire la ſuperficie, on n'a pas beſoing du quatrieme poinct, attendu que le ſenaire eſt nombre parfaict.

2 Continuer vne droite ligne finie tant qu'il en ſera de beſoing.

Il ne ſe donne point ſi grande quantité, qu'une plus grande ne ſe puiſſe donner : ny ſi petite, qu'on n'en puiſſe donner vne

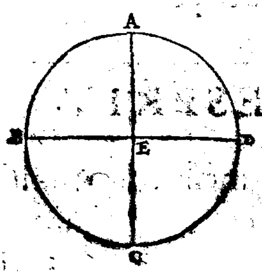
moindre. Donques perſonne ne niera, s'il n'eſt indocile, que la ligne A B ne puiſſe eſtre eſtendue juſques à C.

3 Deſcrire vn cercle ſus vn centre, & de telle interualle qu'on voudra.



La ſuperfice plaine ſe peut eſtendre infiniment de tous coſtés : comme de tout poinct ſe peut tirer vne ligne à tout autre poinct : ſi qu'il faut conceder qu'on puiſſe deſcrire vn cercle de tout tel interualle que l'on veut.

4 Tous angles droits ſont egaux entr'eux.

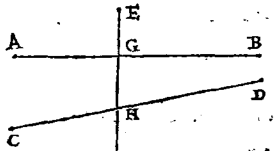


Ceſte petition depend de la dixieme definition. Car l'angle droit ſe fait, quād vne ligne droite tumbe perpendiculairement ſus vne autre, c'eſt à dire, quand elle eſt egalement aſſiſe ſur elle. Or celà ſe void clairement par le centre du cercle. Comme au cercle A B G D, les deux

Diametres qui sont au poinct E, partissent ledit cercle en quatre quadrants, desquels chacun soustend vn des quatre angles qui sont au poinct E : lesquels angles sont egaux, car ils sont droits.

5 Quand vne ligne droite tumbant sur deux lignes droites, fait les deux angles interieurs, qui sont d'un mesme costé, moindres que deux droits, ces lignes estans allongees, en fin se joindront du costé que les angles sont moindres que deux droits.

Comme si la droite ligne E F, tombant sur les droites lignes A B & C D, & les coppant aux poincts G & H, fait les deux angles interieurs B G H & D H G, pris ensemble, moindres que deux droits, lesdites droites lignes A B & C D se joindront du costé des deux poincts B & D. car si nous mettons B G perpendiculaire à E F, les angles qui sont à G sont droits. Soit donc D H G moindre qu'un droit : D H panchera sur E F du costé de E. Donques l'angle D H G moindre que l'angle D H F, par la conuersion de la dixieme definition, & partant moindre qu'un droit : car s'il estoit egal, ils seroyent tous deux droits, par la mesme definition. Mais nous posons icy le contraire. Donques, à cause du panchement ou inclination, C D prolongee en fin se joindra à A B : & ce d'autant que les deux angles B G H & D H G, sont moindres que deux droits.



Mais ceste petition se pouuoit mettre entre les definitions: car elle expose que c'est que ligne non parallele, comme la dixieme definition definit les paralleles. Elle estoit couchee en termes de Theoreme, nous l'auons reduite en petition.

NOTIONS DE L'ESPRIT.

1 Les choses qui sont egales à vn mesme, sont aussi egales entre elles.

2 Si

2 Si à choses egales on adjouste choses egales, le tout sera egal.

3 Si vous ostez choses egales de choses egales, ce qui restera sera egal.

4 Si à choses inegales vous adjoustez choses egales, le tout sera inegal.

5 Si de choses inegales vous ostez choses egales, le reste sera inegal.

6 Les choses qui sont doubles à vn mesme, sont egales entr'elles.

7 Et celles qui sont la moitié d'un mesme, sont egales entr'elles.

8 Celles qui se ressemblent entr'elles, sont aussi egales entr'elles.

9 Le tout est plus grand que sa partie.

10 Deux lignes droites ne peuuent enclorre vne superficie.

Ces axiomes sont si clairs, qu'ils n'ont besoin d'aucune demonstration. Toutesfois quelques vns ont mis le dernier au rang des Petitions: & non pas du tout sans raison: car il sent la nature des Petitiõs, & va en suite de la definition de la droite ligne, comme ja nous auons dit. Mais nous n'insisterons pas là dessus. Car & icy & là il a la force d'un Principe trescongnu.

De l'Hypothese, Demonstration, Probleme, & Theoreme.

L'Hypothese, entant qu'elle appartient à ce traicté, c'est le subject ou le fondement du discours. Il n'est pas necessaire qu'elle soit reellement: suffit qu'elle soit probable: seulemẽt l'adstraint-on qu'elle ne mette rien d'absurde en auant. Comme, si on est d'accord qu'une figure soit egale à l'autre, ou plus grande, & que de là on vienne à argumenter, ceste egalité, ou inegalité, sera l'hypothese: de laquelle on ne se peut departir pendant qu'on argumente. La demonstration les Dialecticiens l'appellent, le Syllogisme qui face sçauoir : à sçauoir, qui de choses fort prouuees fait sa conclusion. Et ceste demonstration prend son origine de la Geometrie. Qui plus est, toute preuue, qui nous meine à la verité, est Geometrique. Tellement qu'il a esté dit tresueritablement, que nul ne sçauroit distinguer le vray d'auec le faux, s'il n'est bien versé en Euclide. Que si quelcun recerche curieusement, pourquoy en la demonstration des propositions ne se fait voir la forme de syllogisme, mais seulement y apparoissent quelques membres concis de syllogismes, que cestuy là sçache, que ce seroit contre la dignité de la science, si quand on la traicte à bon escient, il faloit suyure ric à ric les formules obseruees aux escholes. Car l'Aduocat, quand il va au barreau, il ne met pas sur ses doigts ce que le Professeur en Rhetorique luy a dicté : mais il s'estudie tant qu'il peut, encor qu'il soit fort bien recors des preceptes de Rhetorique, de faire entendre qu'il ne pense rien moins qu'à la Rhetorique. Ainsi, en l'œuure geometrique, veu que nous ne cherchons rien autre, sinon d'attaindre justement au but que nous desirons, nous dissimulons entierement la figure du Syllogisme. Laquelle toutesfois si on vouloit recercher, elle se pourroit exprimer au vif des preuues Geometriques. Mais nous retranchons ces choses, la repetition desquelles engendreroit non seulement desdain, mais aussi obscurité. Ce que les personnes de jugement congnoistront aisement parmi les demonstrations. Or les conclusions des demonstrations ce sont Problemes & Theoremes.

Les Problemes comprennent la naissance des figures, leurs sections & additions, & generalement tout ce qu'on propose de faire en l'art. Et comme en la Philosophie on appelle Problemes quelques doutes qu'on nous propose à examiner & soudre : ainsi en Geometrie nous appellons Problemes, des constructions prinses exactement de l'art, desquelles sont produites les speculations ou Theoremes, lesquels accompagnent les figures formees, leurs proprietés & affections, voire qui font la science, & sont comme attachés à icelle : car ils consistent en la confirmation des preceptes, comme les Problemes en

la

la constitution des figures. En somme, les Problemes sont comme certaine matiere & practique de l'art, de laquelle les Theoremes sont la forme & la meditation de la science. Euclide a basti ses Elements geometriques des vns & des autres, selon qu'ils pouuoyent l'un apres l'autre seruir à son œuure: & ce auec meilleur ordre, que personne n'auoit faict auant luy. Car ny Archimede, ny Ptolomee, ny aucun autre des anciens, ne se sont point astraints à l'ordre : pource qu'à grand' peine sçauroit on donner les institutions geometriques si entieres, qu'il ne s'y trouue du defaut, ou du superflu, ou quelque manquement en la disposition. Car la Geometrie nourrit vne perpetuelle matiere de meditation. Mais nous remettrons cecy à vne autre fois. Maintenant deliberons nous de suyure Euclide comme nostre guide & Capitaine.

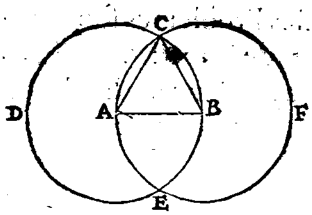
PROBLEME PREMIER.

PROPOSITION PREMIERE.

DEscrire vn Triangle equilatere sus vne ligne droite donnee.

Faire vn triangle, ou toute autre figure, sus vne ligne donnee, c'est de ladite ligne donnee faire vn des costés de ladite figure.

A B soit la ligne donnee. Ie veuil sur A B descrire vn triangle equilatere. Sur le centre A, de la longueur de A B, je descris le Cercle B C D E, par la troisieme Petition. Derechef sur le centre B, & de la mesme longueur ou espace B A, je descri l'autre cercle A C F E. Ces deux cercles s'entecopperont en deux poincts, à sçauoir en E & C, veu que le demidiametre A B est commun à tous les deux. Donques, par la premiere Petition, des deux poincts ou extremités A & B, jusques à l'une des intersections, comme par exemple, à



C, je tire les lignes A C & B C. Ie dis donc que le Triangle A B C, basti sur la ligne A B, est equilatere.

Car, puis que A B & A C sont tirees du centre A à la circonferēce B C D E: par la definition du Cercle,& du Cētre, A C sera egale à A B. Derechef, puis que B A & B C sont tirees du centre B à la circonference A E F C, par la mesme definition B C sera egale à B A. Donques A C & B C sont chacune egales à A B,& partant,par la premiere Notion,les trois lignes, A B, A C & B C, seront egales entre elles. Partant le Triangle A B C, dressé sur la ligne A B, sera equilatere. Qui est ce qu'il nous faloit faire.

Euclide a dextrement conjoinct la premiere & plus simple figure auec la derniere & plus capable, à sçauoir le Triangle auec le Cercle: car l'usage de l'un & de l'autre est infini:du Triangle, pour sa simplicité : du Cercle, pour sa perfection. Or a-il seulement faict mention de l'Equilatere,pource que ceste espece de Triangle est tousiours de mesme, & vniforme, à cause de l'egalité des costés & des angles. Il a laissé les deux autres especes, à sçauoir l'Isoscele & le Scalene,pource que d'icelles il y en a vne infinité de sortes.

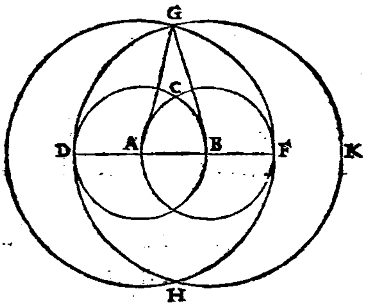
Toutesfois je ne lairray pas à dire, que le Triangle Isoscele est de grandissime vsage : car puis qu'en la Geometrie presque tout se preuue par l'equalité & par le droit, & que l'equalité de deux, suffit pour demonstrer vn tiers, toutes les demonstrations qui se font à l'aide du Triangle equilatere, les mesmes se parfont aussi par l'Isoscele. Or l'Isoscele peut estre rectangle, ce qui ne se peut jamais trouuer en l'Equilatere. Et puis que les Triangles ne sont rien autre que moitiés de Quadrilateres,l'Isoscele peut estre la moitié du Quarré, ce qui jamais ne peut estre l'Equilatere, qui seulement est la moitié du Rhombe. L'Equilatere a bien celà de priuilege, que perpetuellement ses trois angles sont egaux: Et l'Isoscele n'en peut auoir que deux egaux. Aussi les trois angles de quel que ce soit equilatere, sont tousiours egaux aux angles d'un autre equilatere,encor que les costés de l'un soyent plus grands ou plus petits que ceux des autres. Mais celà auance peu pour les demonstrations. Le

princ

principal vsage de l'Equilatere, c'est aux solides : mais pour les superfices il est presque nul, si ce n'est pour inscrire des figures dans le Cercle, où encores on ne le considere point autremẽt que l'Isoscele. Pour ces considerations nous n'auons point voulu laisser l'appendice de Champaigne, en ce qu'il propose de dresser vn Triangle Isoscele sur vne ligne donnee. Mais quant à la position du Scalene, nous l'auons mesprisee, comme inutile qu'elle est.

Dresser vn Triangle Isoscele sus vne droite ligne donnée.

Demeurant la description de l'Equilatere comme elle est, allongeons la ligne donnee A B, jusqu'à ce que de costé & d'autre elle touche les circonferences des Cercles aux poincts D & F. Lors sur le centre A, auec la longueur de A F, soit descrit le Cercle F G H : & derechef sur le centre B, auec la longueur de B D, soit descrit vn autre cercle D G K : lesquels deux Cercles s'entrecopperõt en deux poincts, à sçauoir G & H, tout de mesmes qu'en la description cy dessus. Donques, des poincts A & B, je tire les lignes A G & B G. Ie dis que le Triangle A B G, dresśé sur la ligne A B, est Isoscele.



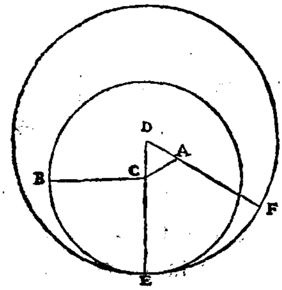
Car puis que les lignes A B & A D sont egales, veu qu'elles sont toutes deux tirees du centre à la circonference : & de mesmes B A & B F aussi egales, les deux A D & B F, seront aussi egales entr'elles, par la premiere Notion. Partant adjoustant la commune A B, par la seconde Notion A F & B D seront egales. Mais A G est egale à A F : car toutes deux viennent du centre à la circonference, partant ladite A G sera egale à B D. Mais B G est egale à B D, par la definition du cercle & du centre. Donques les deux, A G & B G, seront chacune egales à B D, & partant egales entre elles, par la premiere Notion. Puis donc que chacune est plus grande que A B, (car B D est plus grande que A B,) le Triangle A B G sera Isoscele. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 2. PROPOSITION II.

D'un poinct donné, tirer vne ligne droite, qui soit egale

egale à vne ligne donnee.

Soit le poinct donné A,& la droite ligne donnee B C. Ie veux du poinct A tirer vne ligne, qui soit egale à ladite B C. I'accouple l'une des extremités de la ligne B C auec le poinct A, à sçauoir l'extremité C, tirant, par la premiere Petition, la droite ligne C A. Puis sur le centre C, & de l'estēdue de C B, je descris le Cercle B E B, par la troisieme Petition. Que si sa circonference passe par le poinct A, j'ay ce que je voulois : car, par la definition du centre, C A sera egale à C B. Que si elle passe ailleurs, je dresseray sur C A le triangle equilatere A C D par la premiere proposition, (ou bien vn Isoscele, suyuant ce que nous auons là adjousté : car il n'importe pas, moyennant que A D & C D, costés dudit Isoscele, soyent egaux) duquel Triangle equilatere j'estendray le costé D C jusques au poinct E de la circonference. Alors sur le centre D, & de l'estendue de D E, je descriray vn autre cercle E F E : & estendray le costé D A jusques au poinct F de ladite circonference. Ie dis que A F est egale à B C.



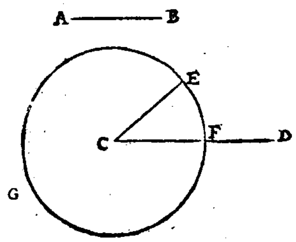
Car les deux C B & C E sont egales, veu que chacune va du centre à la circonference. Aussi les deux, D E & D F, par mesme raison, seront egales. Mais D C & D A sont egales par la construction, veu qu'elles sont costés du Triangle equilatere, ou bien de l'Isoscele, comme lon voudra. Si donc nous ostons D C & D A egales, de D E & D F egales, C E & A F, qui resteront, seront egales par la troisieme Notion. Mais nous auons monstré que B C estoit egale à C E. Donques B C & A F seront egales à ladite C E : & partant egales entr'elles, par la premiere Notion. Donques au poinct A nous auons tiré la ligne F A egale à ladite B C. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 3. PROPOSITION III.

Deux lignes droites inegales estans donnees, oster de la plus grande vne ligne egale à la plus petite.

Soyent

Soyent les deux lignes inegales A B & C D: desquelles A B soit la plus petite. Ie veux de C D retrancher vne partie, qui soit egale à ladite A B.



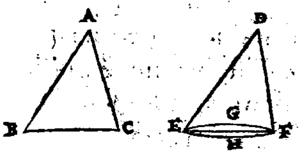
Au poinct C je tire E C egale à ladite A B, par la seconde Proposition. Et sur le centre C, & de l'interualle de C E, je descris le cercle E F G: qui coppera la plus grande C D en quelque poinct. Qu'il la coppe en F. Ie dis que C F est egale à A B.

Car elle est egale à la ligne C E. Mais A B est egale à ladite C E. Partant, par la premiere Notion, C F sera egale à A B. Ce qu'il faloit faire.

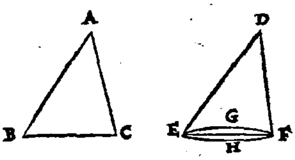
THEOREME 1, PROPOSITION IIII.

Si de deux Triangles l'un a deux costés egaux à deux costés de l'autre: & les angles contenus par lesdits deux costés egaux, aussi egaux, la base de l'un sera aussi egale à la base de l'autre, & le reste des angles de l'un, sera aussi egal au reste des angles de l'autre. Brief tout le Triangle sera egal à tout le Triangle.

Soyent deux Triangles, A B C, & D E F: de l'un desquels les deux costés soyent egaux aux deux costés de l'autre: sçauoir est, le costé A B egal au costé D E: & le costé A C egal au costé D F: & l'angle A soit egal à l'angle D. Ie dis que la base B C est egale à la base E F, & l'angle B à l'angle E, & l'angle C à l'angle F: Bref tout le Triangle egal à tout le Triangle.



Ie mettray le Triangle A B C sur le Triangle D E F: tellement que l'angle A tumbe sur l'angle D, & le costé A B sur le costé D E, & A C sur D F. Tellement que, par la huictieme Notion, les angles ny les costés ne surpasseront point l'un l'autre. Car les deux poincts B & C tumberont sur les deux E & F. Et ainsi la ligne B C tumbant sur la ligne E F, sera egale à elle: & par mesme raison l'angle B egal à l'angle E, & l'angle C à l'angle F: bref tout le

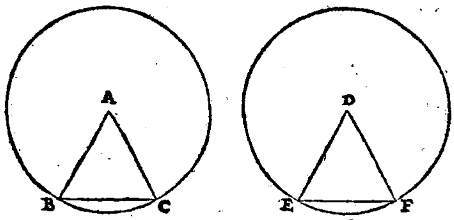


Triangle à tout le Triangle,veu qu'ils ſont ainſi ſemblables entr'eux. Car ſi la ligne B C ne s'accorde pas auec la ligne E F, quoy que les poincts B & C s'accordent auec les poincts E & F: mais tumbe au dedans du Triangle, comme la ligne E G F: ou dehors, comme la ligne E H F,deux lignes clorront vne ſuperficie,contre la derniere Notion. Donques les deux Triangles A B C, & D E F, ſont egaux en tout & par tout. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Ceſte eſt la vulgaire demonſtration de tous les Interpretes, ſi toutesfois on la peut appeller Demonſtration. Car ſi la ſuperpoſition des lignes & des figures eſtoit receuë pour preuue, toute la Geometrie ſeroit farcie de telles applications: & à grand' peine ſe rencontreroit il vne Propoſition, laquelle ne ſe prouuaſt en ceſte maniere: Car ja la ſeconde & la troiſieme, que nous auons demonſtrees,ſe pouuoyent ainſi prouuer. Car s'il faut tirer à vn poinct donné, vne ligne egale à vne ligne donnee, ayant transferé ladite ligne *audit poinct*, *l'affaire ſera* paracheué. Et encor que l'application ſoit plus tolerable que la ſuperpoſition, ſi eſt-ce qu'en la Geometrie elle n'eſt point receuë. Qui plus eſt, il n'eſt pas permis de tranſporter vne ligne, à fin que ſelon ſon eſtendue nous deſcriuions vn cercle, ſi premierement on n'a tiré vne ligne egale. Autrement la ſeconde ſeroit du tout ſuperflue. Auſſi,s'il faut d'une grand' ligne en retrancher vne moindre, que faudroit-il faire autre, ſinon mettre la moindre ſur la plus grande, à fin d'en retrancher ce qui excede? Mais combien cecy eſt eſloingné de la dignité de la Geometrie, je le laiſſe juger à ceux qui ont l'entendement de comprendre la force & l'energie de la Demonſtration. Que ferons nous donc icy, à fin d'exempter Euclide d'une meritee reprehenſion?Car il ne ſemble pas que ce Theoreme ſe puiſſe prouuer par ſi peu de Propoſitions precedentes. On peut, ſelon mon jugement, aller au deuant de ceſte objection par ce moyen,à ſçauoir en diſant,que ce Theoreme eſt de ſoy ſi clair, qu'il n'a beſoing d'aucune preuue;ains le faut tenir au rang des definitions. Car quãd nous commençons à diſcourir de quelque choſe, ceſte choſe là nous entre tacitement au cerueau

par

par la definition. Ainsi ne penseray-je pas que deux angles soyent egaux, si je ne conçoy que c'est que l'egalité d'angles. A quoy regardant Euclide, il a voulu proposer l'egalité des angles, & par mesme moyen la definir, à fin que nous eussions ce Theoreme pour vne definition. Car nul ne sçauroit expliquer plus facilement l'egalité des angles, que s'il disoit que deux angles se font egaux, quand les deux costés qui contiennent vn angle, sont egaux aux deux costés qui en contiennent vn autre : & que les bases, qui lient les costés, sont egales. Car il est certain, que l'angle est tel, qu'est l'ouuerture ou dilatation des lignes qui le contiennent : & que ceste ouuerture est telle, que est la base ou ligne qui les accouple. Et, pour le dire plus ouuertement, l'angle B A C est ainsi grand, qu'est l'esloingnement de la ligne A C de la ligne A B : or cest esloingnement est ainsi grand, comme le nous exhibe la ligne B C. Mais celà est plus clair aux Isosceles. Soyent donc deux Isosceles, A B C & D E F : desquels les deux costés de l'un, A B & A C, soyẽt egaux aux deux costés de l'autre, D E & D F : & que l'angle A soit egal à l'angle D. Et ayant posé les centres aux poincts A & D, soyent descrits deux cercles : le premier selon l'espace A B, l'autre selon D E. Le premier d'iceux passera manifestement par B & C, & l'autre par les poincts E & F : veu que A B & A C, & D E & E F sont egaux, sortans de costé & d'autre du centre. Or par la definition des angles egaux, les arcs B C & E F seront egaux : Car la grandeur des angles se designe par les arcs des cercles qui passent par l'extremité des lignes qui contiennent lesdits angles. Et au rebours, angles egaux, & comprins sous lignes egales, soustendent mesmes circonferences. Car, puisque les espaces B C & E F sont egaux, il est force qu'ils soyent enclos par egales droites lignes : car la droite ligne est le chemin le plus court d'un poinct à l'autre. Et auec mesme raison, par la recerche des costés & des bases, nous jugerons quelle sera la grandeur des angles. Pourquoy est-ce donc qu'Euclide a mis ceste Proposition entre les Theoremes, & non entre les Principes? Pource



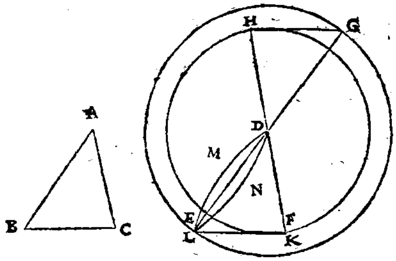
qu'elle monstre auoir comme vne espece meslee de Principe & de Theoreme. De Principe, pource qu'elle consiste au commun jugement de l'esprit : de Theoreme, pource qu'en icelle il compare Triangle à Triangle. Pour ces raisons Euclide l'a mise entre les Theoremes : principalement pource qu'elle a plusieurs chefs:& le Principe doit estre simple, & comme nud. Outre ce, que de cest axiome, comme d'un tresriche fondement de demonstrations, plusieurs Propositions s'ensuyuent de presque semblable facilité & jugement, lesquelles il n'estoit aucunemẽt conuenable de mettre au rang des Principes,quoy qu'elles soyent tresnotoires. Car il faloit que la Geometrie se contentast de peu de Principes. Mesmes, plusieurs Principes sont supprimés expres, à fin que la multitude n'en fust onereuse : Et ceux, qui sont exprimés, semblent seulement estre exprimés pour exemple. Nous adjoustons à celà,que suyuant la loy de Geometrie, qui de petits & bas commencements s'esleue à des merueilleux progres, il faloit que le premier Theoreme fust facile, aisé, & qui de soymesme se presentast aux sens.

Nous ne prendrons donc point la verité de ceste proposition d'ailleurs, que du commun jugement : & estimerons que mettre Figures sur Figures,est quelque chose de mechanique: mais les entendre, celà sent son Mathematicien. Maintenant donc, puis qu'il est confessé que deux Triangles sont entre eux equilateres, il est force de confesser, qu'entr'eux aussi ils sont egaux. Car l'egalité des figures ne se peut congnoistre par plus euident tesmoignage, que par l'egalité des costés. Combien que l'egalité des cercles se definit par leurs diametres: mais non pour autre raison, sinon que la ligne oblique ne se laisse pas si aisement manier comme la droite:de laquelle nous prenons aisement la mesure, & par icelle nous faisons comparaison des obliques entre elles.

Que si pour quelque consideration ceste superposition se doit admettre, elle sera beaucoup plus tolerable en la façon qui s'ensuit.

Demeurant la condition des deux Triangles A B C & D E F, je continueray E D jusques au poinct G, par la premiere Petition, & mettray D G egale à A B, par la seconde Proposition. Continuant aussi F D, je mettray D H egale à A C. Alors sur le poinct

poinct D je descriray deux cercles: le premier de l'espace de DG, le second de l'espace de D H. Le premier d'iceux passera manifestement par le poinct E, puis que D E & D G sont egales. L'autre passera par le poinct F, pour la mesme raison. Maintenant du poinct D je tire la ligne droite D L jusqu'au poinct E, laquelle sans doute passera sur D E. Car si elle passoit dehors, comme D M L ou D N L, deux droites lignes enclorroyent vne superfice, contre la derniere Notion. Semblablement du mesme poinct D je tire la ligne D K : laquelle aussi sera faicte vne mesme auec la ligne D F, & en fin la ligne L K tiree, sera faicte la mesme auec E F. Or maintenant il est tout clair, que la ligne D L est egale à la ligne D G, & partant à la ligne A B, tant par la construction que par la commune Notion : & aussi que la ligne D K est egale à la ligne D H, ou A C : & l'angle L D K egal aussi à l'angle E D F, voire le mesme : & partant egal à l'angle B A C : & que l'espace cõprins par les lignes D L & D K, est entierement egal à l'espace comprins par les lignes A B & A C. Mais l'espace L D K est clos par vne ligne egale, voire toute vne auec la ligne E F. Donques l'espace B A C sera clos par vne ligne egale à la ligne E F. Partant E F sera egale à B C. Ce qu'il faloit demonstrer.



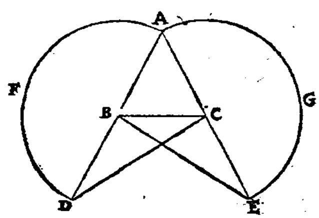
De ce qui a esté deduict sont euidents les autres chefs du Theoreme: sçauoir est l'egalité & des autres angles entr'eux, & des deux Triangles. Et ne faut pas qu'on se face à croire, que en l'une & en l'autre façon y a tousiours mesme application de Triangles. Car c'est autre chose de transposer les Triangles, & autre chose de demonstrer par le semblable & par l'egal. Car ceste derniere preuue depend de l'office du cercle.

THEOREME 2. PROPOSITION V.

Les angles, qui sont à la base des Triangles Isosceles, sont egaux entr'eux : & ayant allongé egalement les lignes qui aboutissent à la base, les angles qui seront ſous la baſe, ſeront auſſi egaux entr'eux.

Soit le Triangle A B C, duquel les deux coſtés A B & A C ſoyent egaux. Ie dis que l'angle A B C eſt egal à l'angle A C B. Et ſi lon allonge A B & A C, comme juſques aux poincts D & E, je dis auſſi que l'angle D B C eſt egal à l'angle E C B.

Ie mettray, par la troiſieme Propoſition, la ligne A D egale à la ligne A E : & ayant tiré les deux lignes D C & E B, ſeront formés les deux Triangles A B E, & A C D. Et pource que les deux coſtés A B & A E du Triangle A B E, ſont egaux aux deux coſtés A C & A D du Triangle A C D, & l'angle A eſt commun à tous les deux, par la precedente la baſe B E, ſera egale à la baſe C D, & l'angle E à l'angle D, & l'angle A B E à l'angle A C D. Derechef, conſiderant les deux Triangles B C D & C B E, les deux coſtés B C & C D, du Triangle B C D, ſeront egaux aux deux coſtés C B & E B du Triangle C B E. Et pource que l'angle D de l'un eſt egal à l'angle E de l'autre, comme nous l'auons prouué, par la precedente, le Triangle B C D ſera egal au Triangle C B E : & partant l'angle B C D egal à l'angle C B E. Puis donques que nous auõs prouué, que tout l'angle A B E eſt egal à tout l'angle A C D: oſtant B C D de tout A B E, & oſtant auſſi C B E de tout A C D: reſteront les angles A B C & A C B, qui ſeront egaux par la commune Notion. Ce qui eſtoit pour le premier. Et parce que par l'antecedente, l'angle B C E eſt egal à l'angle C B D, le ſecond eſt tout clair.



Et à fin de faire voir combien le Cercle peut en toutes choſes, nous auons deſcrit le demicercle A F D, ſelon l'eſpace B A, le centre duquel eſt B : & vn autre demicercle A G E, ſelon l'eſpace C A, duquel le centre eſt C. Car il n'eſtoit nullement beſoing de deſcrire les cercles entiers. Maintenant, par la definition du cercle & du centre, les lignes A B, B D : A C & C E ſont egales entr'elles, veu qu'elles ſortẽt du centre de cercles egaux: & partant A B & A E ſeront egales entre elles, par la commune Notion. Et lors, ſelon mon jugement, ſe verra beaucoup plus facile la demonſtration maintenant miſe. Car l'egalité des Triangles.

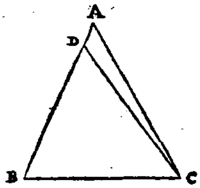
angles se fait voir beaucoup plus claire.

Nous aduertirons aussi icy en passant,que ceste Proposition se peut remettre au jugement commun, aussi bien que la precedente. Car si nous entendons deux Triangles pour vn : à sçauoir le Triangle A B C, duquel la base est A C : & le Triangle A C B, duquel la base est A B : puis que les deux costés de l'un, A B & B C, sont egaux aux deux costés de l'autre A C & C B : & que la base A C est egale à la base A B, par la definition des angles egaux, ou par la precedente, l'angle A B C sera egal à l'angle A C B. Qui est le premier. Puis,par nostre derniere cõstruction, il faudra juger de mesme des deux angles B C E & C B D : veu qu'on a prouué que les deux bases B E & C D sont egales.

THEOREME 3, PROPOSITION VI.

Si vn Triangle a deux angles egaux, les deux costés aussi, qui soustendent lesdits angles, seront egaux.

Ceste-cy est la Conuerse de la premiere partie de la precedente Proposition. Soit le Triangle A B C, duquel les deux angles B & C soyent egaux : je dis que le costé A B est egal au costé A C.



Car, s'ils ne sont egaux, soit A B plus grand, si faire se peut : duquel nous retrancherons D B egal à A C, par la troisieme Proposition, tellemẽt qu'il y ayt ces deux Triangles A C B & D B C. Et d'autant que les deux costés D B & B C, du Triangle D B C, sont egaux aux deux costés A C & C B, du Triangle A C B, & l'angle B egal à tout l'angle C, par l'hypothese: par la quatrieme, la base B C sera egale à la base A B, & l'angle D C B egal à l'angle A B C. Partant, puis que l'angle A C B a esté presuppose egal à A B C, par la premiere commune Notion, l'angle D C B sera egal à l'angle A C B, la partie au tout. Ce qui ne peut estre.

Il se faut souuenir, que les Conuerses des Propositions sont vniuersellement vrayes, comme celles des Principes. Car quand nous disons, Les choses qui sont egales à vne autre, sont aussi egales entre elles, nous comprenons par mesme moyen, que si quelque chose est egale à deux autres, ces deux autres

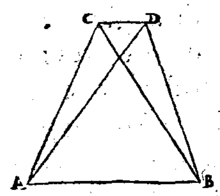
sont

ſont egales entre elles. Et, Si deux reſtes ſont egaux, & les parties qu'on en a oſté ſont auſſi egales, il appert, que les entiers ſont auſſi egaux. Or Euclide n'a point faict de mention de ces Conuerſes, pource qu'elles eſtoyent treſcongnues: mais il a exprimé celles des Propoſitions, pource qu'elles ſont moins ſimples, & non mieux congnues, que les directes meſmes. D'abondant auſſi, parce qu'elles ne s'enſuyuent pas incontinent apres leurs directes, comme celles des Principes: & quelques fois ont beſoing de preuues tirees d'ailleurs, comme il ſe rencontrera bien ſouuent par cy apres.

THEOREME 4, PROPOSITION VII.

Si de deux poincts terminans vne ligne, il en ſort deux lignes qui viennent à ſe joindre, on ne pourra tirer des meſmes poincts & à la meſme part, deux autres lignes qui ſoyent egales aux deux premieres, chacune à ſa contermine.

Soit la ligne A B, des extremités de laquelle A & B, ſortent deux lignes A C & B C, qui ſe joingnent au poinct C. Ie dis que deux autres lignes, comme A D & B D, ne pourront eſte tirees des meſmes poincts A & B, & du meſme coſté, qui ſoyent egales à A C & B C, chacune à ſa contermine: ſçauoir, A D à A C, & B D à B C.



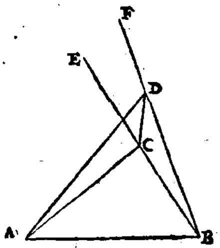
Que ſi faire ſe peut, lors ſe joindront A D & B D dedans le Triangle A B C, ou bien dehors: (car ils ne ſe peuuent pas joindre en A C ou B C: autrement la partie ſeroit egale au tout.) Si donc elles ſe joingnent dehors le Triangle, ou l'une d'icelles coppera le Triangle, ou pas vne. Et premierement que l'une le coppe, à ſçauoir, que A D coppe B C, coſté du Triangle: & que C D les conjoingne, à fin qu'il y ayt deux Triangles A C D & B C D.

Et pource qu'A C & A D, deux coſtés du Triangle A C D, ſont egaux, l'angle A C D ſera egal à l'angle A D C, par la cinquieme Propoſition. Semblablement, pource que B C & B D, deux coſtés du Triangle B C D, ſont egaux, les deux angles B C D & B D C

ſeront

seront egaux. Et pource que l'angle B D C est plus grand que l'angle A D C, l'angle B C D sera plus grand que l'angle A C D, par la commune Notion : car si deux egaux sont plus grands qu'un tiers, ils seront aussi plus grands que ce qui est egal à ce tiers. Donques la partie sera plus grande que son tout : ce qui ne se peut faire.

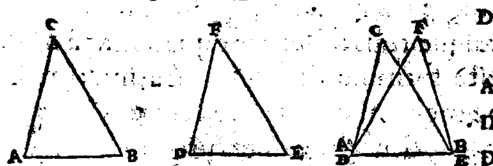
Que si pas vne desdites lignes ne coppe le Triangle, je joindray D C : & allongeray B C & B D jusqu'aux poincts E & F, à fin qu'il y ayt deux angles, E C D & F D C sous la base C D. Et pource que du Triangle A C D les costés A C & A D sont egaux, les angles A C D & A D C serõt egaux, par la cinquieme Proposition. Derechef, pource que les deux costés B C & B D du Triangle B C D, sont egaux, par l'autre partie de la cinquieme les deux angles E C D & F D C, qui sont sous la base, seront egaux. Donques, puis que l'angle E C D est moindre que l'angle A C D, l'angle F D C sera moindre que l'angle A D C, le tout moindre que sa partie. En la mesme absurdité tũbera celuy qui dira que A D & B D se joignent dedans le Triangle.



THEOREME 5, PROPOSITION VIII.

Si de deux Triangles les deux costés de l'un sont egaux aux deux costés de l'autre, & la base de l'un à la base de l'autre, les angles comprins par les costés egaux seront aussi egaux.

Soyent deux Triangles A B C & D E F: & que le costé A C soit egal au costé D F, & B C egal à E F : & la base A B egale à la base D E. Ie dis que l'angle C est egal à l'angle F, & l'angle A à l'angle D, & l'angle B à l'angle E. Car ayant mise la base A B sur la base D E, l'une ne passera point l'autre, puis qu'elles sont egales. Lors, si l'angle C est de mesmes auec l'angle F, tout le Triangle sera egal à tout le Triangle, & les autres angles egaux aux autres angles, par la quatrieme Proposition. veu que les deux co-



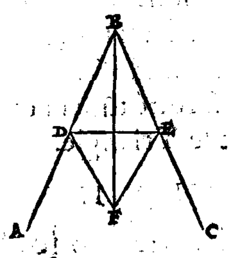
e stés

ſtés A C & B C, ſont egaux aux deux coſtés D F & E F. Que ſi le poinct C ne tumbe ſur le poinct F, mais tumbe dehors : lors les deux lignes A C & B C, ſortans des poincts D & E, ſe joindront: de meſmes auſſi D F & E F du meſme coſté, ſeront egales aux deux leurs contermines : Ce qui, par la precedente, ne peut eſtre.

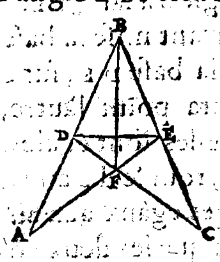
Nous auons en la quatrieme cy deuant rejecté à bon eſcient ceſte façon de demonſtrer. Parquoy il faut eſtimer, que ceſte Propoſition eſt de ſoy aſſez congnue. Car qui pourra nier que deux Superfices ſoyent egales, deſquelles les coſtés & en quantité & en nombre ſont egaux ? ou bien nous ferons noſtre demonſtration tout de meſme que nous auons là faict.

PROBLEME 4, PROPOSITION IX.

Partir egalement en deux vn angle donné.



Soit donné l'angle A B C, lequel il fale partir en deux parties egales. Ie marqueray en la ligne A B le poinct D fortuitement, ou à l'auenture: &, par la troiſieme Propoſition, je retrancheray B E de la ligne B C, qui ſoit egale à la ligne B D : & conjoindray D E. Alors, par la premiere Propoſition, je dreſſeray ſur D E, le Triangle equilatere D E F, & tireray la ligne B F. Ie dis que ceſte ligne B F diuiſe en deux parties egales l'angle B donné: ſçauoir eſt, que les deux angles, qui ſont à B, ſont egaux. Car je conſidere les deux Triangles D B F & E B F. Et pource que les deux coſtés B D & B F, du Triangle B D F, ſont egaux aux deux coſtés B E & B F, du Triangle B E F, & que la baſe D F, de ceſtuy-là eſt egale à la baſe E F de ceſtuy-cy, par l'antecedente, l'angle D B F ſera egal à l'angle E B F. Ce qu'il faloit faire.



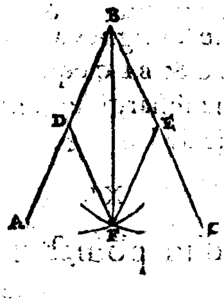
Preſque tous ſe ſeruent quaſi mot à mot de ceſte formule de demonſtration : mais elle ne me ſemble pas aſſez ferme. Car que ſeroit-ce, ſi noſtre aduerſaire vouloit ſouſtenir que l'un des coſtés du Triangle equilatere, baſti ſur la ligne D E, tombe ſur l'une des deux lignes A B ou C D, tellement qu'en la la figure cy decontre le Triangle C D E soit equilatere? Lors n'y aura plus de lieu de tirer la ligne B F, pource qu'elle sera la mesme auec la ligne B C. Il faut donc venir au deuant de ce doute par la cinquieme du present, en mettant la ligne D A & E C egales, & tirant la ligne A E. Car là nous auons prouué, que les costés C D & C E ne peuuent estre egaux, veu que les deux angles C D E & C E D sont inegaux. Et lors sera ferme la demonstration.

Mais de ceste derniere construction se presente vn beau moyen de demonstrer ce Probleme. Car puis qu les deux lignes A E & C D, tirees en haut aux poincts opposites D & E, s'entrecoppent manifestement, si nous tirons de l'angle donné B au poinct de l'interfection la ligne B F, elle diuisera ledit angle en deux parties egales.

Car, par ce qui a esté là demonstré, & par la quatrieme du present, les deux Triangles A D E & C E D sont equilateres & equiangles: pource que, par la seconde partie de la cinquieme, les deux angles A D E & C E D sont egaux: & les deux costés A D & D E egaux aux deux C E & E D: & partant les deux angles C D E & A E D egaux. Donc, par la sixieme, les deux costés D F & E F, du Triangle D E F, sont egaux. Ayant donc congnu les deux Triangles B D F & B E F, la demonstration se fera de mesme qu'à la premiere description.

Mais toute la raison de cest affaire se prend du cercle, c'est à dire de l'egalité. Car il n'importe point, si sur la ligne D E on fait vn Triangle equilatere, ou bien vn Isoscele, moyennant qu'à la joincture des deux costés egaux on tire vne ligne, qui sera la ligne B F.

Or le poinct de ceste joincture ou assemblage, c'est à dire, le poinct F, sera mis en l'interfection de deux cercles egaux, desquels les centres sont D & E, comme il se void en la derniere



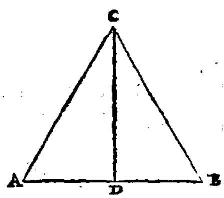
figure, en laquelle ayant tiré les lignes D F & E F, la demonstration sera parfaicte. Car, puis que les deux costés B D & D F du Triangle B D F, sont egaux aux deux B E & E F du Triangle B E F, & la base B F commune à tous les deux, les deux angles, qui sont à B, seront egaux entr'eux. Or il nous a semblé estre assez, si nous tracions seulement les intersections des deux cercles : comme nous ferons de mesme d'ores en auant, pour euiter longueur.

Tu prendras aussi garde icy, qu'aux demonstrations l'usage du Triangle Isoscele est plus asseuré que de l'Equilatere.

PROBLEME 5, PROPOSITION X.

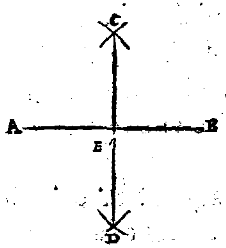
Copper en deux parties egales vne ligne donnee terminee.

Soit la ligne donnee A B, laquelle nous voulions copper en deux parties egales. Sur icelle je descri le Triangle equilatere,



A B C (ou bien vn Isoscele : car tout reuient à vn :) l'angle C duquel, par la precedente je diuise en deux parties egales, tirant la ligne C D. Ie dis que la ligne A B est diuisee en deux parties egales au poinct D. Car ayant, par la ligne C D, faict deux Triangles d'un seul, les costés A C & C D, du Triangle A C D, seront egaux aux deux B C & C D, du Triangle B C D : & l'angle C de l'un egal à l'angle C de l'autre. Partant, par *la quatrieme*, la base A D sera egale à la base D B. Ce qu'il faloit faire.

L'abbregement de ce Probleme depend aussi du cercle. Car

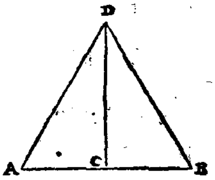


eslargissant le compas ainsi qu'il me plaira (moyennant que cest interualle ou eslargissement soit tousiours de mesme à toutes les quatre fois) & mettant le pied fixe dudit cõpas sur les poincts A & B, & ayant tracé de costé & d'autre les interfections opposites, la ligne qui sera tiree de l'une à l'autre intersection, coppera A B par egales portions: & ceste ligne tiree sera icy C D, laquelle diuise egalement la ligne A B au poinct E. Car on void que les lignes A C & B C estans tirees, se forment les Triangles A E C & B E C equilateres l'un à l'autre. Mais il se faut souuenir, que l'eslargissement du compas doit estre plus grand que la moitié de la ligne.

PROBLEME 6, PROPOSITION XI.

Vne droite ligne estant donnee, d'un poinct en icelle

icelle donné dresser vne ligne au niueau, ou perpendiculairement.



Soit la droite ligne donnee A B, & le poinct en icelle donné C: duquel je veux dresser vne ligne perpendiculaire. Ie rens, par la troisieme, C B egale à A C: & sur l'entiere A B, je descri, par la premiere, le Triangle A B D, equilatere ou Isoscele: & du poinct C j'excite ou erige la ligne C D. Ie dis qu'icelle est perpendiculaire au poinct C.

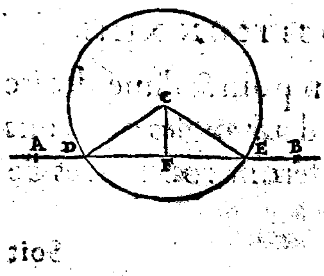
Car, puisque les deux Triangles A C D & B C D sont entr'eux equilateres, par leur construction; & equiangles, par la huictieme: les deux angles, qui sont à C, seront egaux, & partãt droits, par la dixieme definition. Partant, par la mesme, la ligne C D sera perpendiculaire. Ce qu'il faloit faire.

Icy se congnoist assez l'usage du cercle, obseruant la mesme description qu'en la precedente. Car là les angles, qui sont à E, estoyent egaux, & partant droits.

PROBLEME 7, PROPOSITION XII.

Tirer vne perpendiculaire sus vne droite ligne non terminee, & d'un poinct hors d'icelle donné.

Soit la ligne non terminee A B: & le poinct hors d'icelle donné C: duquel il fale tirer vne perpendiculaire sur icelle A B. Ie mettray mon centre au poinct C, & descriray vn Cercle qui soit si grand, qu'il puisse copper la ligne A B en deux poincts, comme en D, & E: Et tirant les lignes C D & C E, je fay le Triangle C D E: duquel, par la neufieme, l'angle C soit diuisé en deux parties egales, la ligne C F estant tiree sur le costé D E, & le coppant au poinct F. Ie dis que ladite C F est perpendiculaire sus A B. Et l'argument sera tel qu'en la precedente. Car, veu que les deux costés C D & C F du Triangle C D F sont egaux aux deux costés C E & C F du Triangle C E F, & l'angle C de



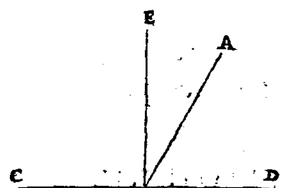
l'un egal à l'angle C de l'autre : par la quatrieme la base D F sera egale à la base E F, & les deux angles qui sont à F egaux, & partant droits, par la dixieme definition. Et partant la ligne C F se trouuera perpendiculaire sur A B. Ce qu'il faloit faire.

THEOREME 6, PROPOSITION XIII.

Vne ligne droite tumbant sus vne ligne droite, ou elle fait deux angles droits, ou egaux à deux droits.

Soit la droite ligne A B sur la droite C D. Ie dis que les deux angles, A B C & A B D, sont droits, ou egaux à deux droits.

Car si la ligne A B est perpendiculaire, il appert assez que les angles sont droits, par la Conuerse de la dixieme Definition. Que si elle panche sur l'extremité D, par l'onzieme je dresseray sur C D, du poinct B, la perpendiculaire B E. Et par ceste construction la Proposition est toute claire.



Car puisque l'angle A B C est plus grand que l'angle droit C B E, de la grandeur de l'angle A B E : & que l'autre angle A B D soit moindre que l'angle droit D B E de la grandeur de l'angle A B E : ostant ce qui abonde à cestuy-là, pour l'adjouster à ce qui defaut à cestuy-cy, se feront deux angles droits.

Sçauoir est, si de l'angle obtus A B C, j'oste l'angle A B E, restera C B E, qui sera droit. Puis, si le mesme A B E est adjousté à l'angle D B A, qui est aigu, sera faict l'angle droit D B E. Partant n'est besoing icy d'autre forme de discours. Car ce discours là seroit pour plustost troubler l'esprit, que pour le soulager. Car il est assez euident, que les deux angles, à sçauoir A B C obtus, & A B D aigu, comprennent vn espace egal, voire vn mesme, que comprennent les deux angles droits C B E & D B E.

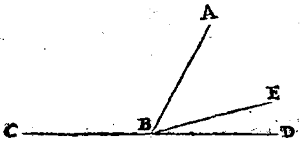
THEOREME 7, PROPOSITION XIIII.

Si deux lignes s'assemblent à vn poinct d'une droite ligne, & qu'auec icelle elles facent deux angles ou droits ou egaux à deux droits, les deux feront continuees de droit fil, & ne feront qu'vne.

Soit

Soit la ligne droite A B, au poinct B de laquelle deux lignes droites C B & D B viennent à se joindre : & que les deux angles C B A & D B A soyent ou droits, ou egaux à deux droits. Ie dis que les deux C B & D B sont de droit fil, sçauoir est, que C D est vne seule ligne.

Car si ce n'est vne seule ligne, alors C B continuee, par exemple, jusqu'au poinct E, passera dessus ou dessous B D. Prenons qu'elle passe dessus, si faire se peut, si que C E ne soit qu'une ligne.



Puis donc que la droite ligne A B tumbe sur la droite C E, les deux angles A B C & A B E seront, par la precedente, egaux à deux droits. Derechef, puis que les deux angles A B C & A B D sont egaux à deux droits, par l'hypothese, les deux angles A B C & A B E seront, par la premiere Notion, egaux aux deux angles A B C & A B D. Ostons en le commun A B C, restera l'angle A B E, egal, par la troisieme Notion, à l'angle A B D, la partie au tout. Qui est absurde. Par mesme raison se prouuera, que C B allongee ne tumbera pas au dessous de B D. C D ne sera donc qu'une ligne. Ce qu'il nous faloit prouuer.

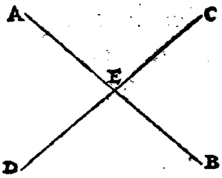
Mais aussi nous discourrõs de plein saut en ceste façon: Les deux angles C B A & A B E sont partie des deux C B A & A B D. Mais C B A & A B D sont egaux à deux droits, par l'hypothese. Donques les deux C B A & A B E ne seront pas egaux à deux droits: autrement la partie seroit egale au tout.

THEOREME 8, PROPOSITION XV.

Si vne ligne droite coppe vne ligne droite, elle fera egaux les angles de la section opposés.

Soit la droite ligne A B, qui coppera la droite C D au poinct E. Ie dis que l'angle A E C sera egal à l'angle D E B : & l'angle B E C egal à l'angle A E D.

Car puis que les deux angles A E C & A E B, par la treizieme, sont egaux à deux droits: & pareillement les deux angles C E B & D E B egaux



egaux aussi à deux droits: par la premiere Notion les deux angles A E C & C E B, seront egaux aux deux C E B & D E B. Ayant donc osté le commun C E B, resteront, par la troisieme Notion, les deux angles A E C & D E B egaux. Semblablement on prouuera, que les deux angles A E D & C E B sont egaux.

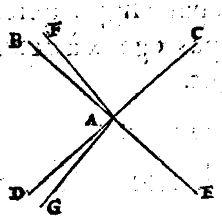
De ceste Proposition s'ensuit cecy:

Deux lignes droites se croisans, les quatre angles qu'elles font sont droits, ou egaux à quatre droits.

La conuerse de ceste quinzieme pourra estre en ces termes

Si quatre droites lignes sortans d'un poinct, font quatre angles, desquels les deux opposés sont egaux, les deux lignes qui sont opposites, ou vis à vis l'une de l'autre, sont de droit fil, & ne sont qu'une ligne.

Soyent quatre lignes A B, A C, A D & A E, sortans du poinct A, & faisans quatre angles audit poinct A, desquels l'angle B A C soit egal à l'angle D A E: & l'angle B A D egal à l'angle C A E. Ie dis que B E & C D sont seulement deux lignes: c'est à dire, que les deux B A & A E, sont de droit fil, & ne font qu'une ligne: & que les deux aussi C A & A D, n'en font qu'une.



Autrement, posons, si faire se peut, que E F soit vne ligne: & C G aussi vne autre. Puis donc que la droite ligne E A tũbe sur la droite C G, les deux angles E A C & E A G, par la treizieme, seront egaux à deux droits. Et puis que la droite G A tumbe sur la droite E F, par la mesme Proposition les deux angles E A G & F A G seront egaux à deux droits. Ostans donc le commun E A G, par la commune sentẽce l'angle E A C sera egal à l'angle F A G. Mais E A C a esté posé egal à l'angle B A D. Donques B A D sera egal à F A G, la partie à son tout. Ce qui ne peut estre. La mesme absurdité prouiendra de quelque costé qu'on allonge les lignes. Partant B E n'est qu'une ligne, & C D vne autre. Ce qu'il faloit prouuer.

THEOR

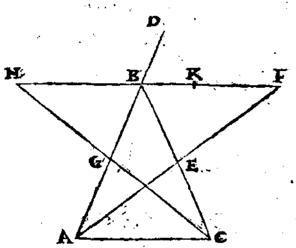
THEOREME 9. PROPOSITION XVI.

De tout Triangle, vn des costés estant allongé, l'angle exterieur se trouuera plus grand, que pas vn des angles opposés interieurs.

Soit le Triangle A B C : duquel le costé A B soit allongé vers le poinct D. Ie dis que l'angle D B C est plus grand, que pas vn des deux angles A C B & B A C.

Ie diuiseray B C egalement, par la dixieme Proposition, au poinct E : & tireray la ligne A E, que j'allõgeray jusqu'au poinct F : & mettray E F egale à ladite A E, par la troisieme : & conjoindray F B, à fin qu'il y ayt deux Triangles, A E C & F E B.

Premierement donc nous monstrerons, que l'angle D B C est plus grand que l'angle interieur B C A : Car, puis que les deux costés A E & E C du Triangle A E C, sont egaux aux deux costés E F & E B du Triangle F E B : &, par l'antecedente, l'angle E de l'un egal à l'angle E de l'autre : l'angle E B F, par la quatrieme, sera egal à l'angle E C A. Mais l'angle D B C est plus grand que l'angle E B F. Partant, par la commune Notion, il sera aussi plus grãd que l'angle E C A. Ce qu'il faloit prouuer.

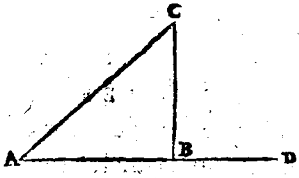


Par mesme raison nous prouuerõs, que l'angle C B D est plus grand que l'angle C A B : à sçauoir en diuisant la ligne B A en deux parties egales, au poinct G, & tirant la ligne C G, & l'allongeant jusqu'au poinct H, si que C G & H G soyent egales : puis conjoignant H B, & l'allongeant jusqu'au poinct K : Car je presuppose les deux Triangles A C G & G B H, desquels les costés A G & C G sont egaux mutuellement auec les costés B G & H G : & par l'antecedente, l'angle G, de l'un, egal à l'angle G de l'autre : & par la quatrieme, l'angle G B H, à l'angle G A C : & par la precedente, & par la commune Notion, l'angle D B K, egal au mesme G A C. Mais D B C est plus grand que D B K : partant plus grand aussi que C A B. Ce qu'il faloit prouuer.

La ligne H B, est allongee jusques à K : pource qu'il n'est pas encor arresté que H B & B K soyent en droite ligne : combien que la chose en aille ainsi : Mais vn Mathematicien doit aller au deuant de tous doutes.

Autrement. Soit le Triangle A B C, duquel le costé A B soit prolongé jusqu'au poinct D. Ie dis que l'angle D B C est plus grand que pas vn des angles B A C & A C B.

Puis donc que les deux lignes A C & B C se joignẽt au poinct C, & que la droite A B tumbe sur icelles, par la conuerse de la cinquieme Petition, les deux angles interieurs & de la mesme part, à sçauoir A B C & C A B, seront moindres que deux droits.



Mais les angles A B C & D B C, par la treizieme, sont egaux à deux droits. Dõques lesdits deux A B C & D B C sont plus grands que les deux A B C & B A C. Partant, ayant osté le commun A B C, restera l'angle D B C plus grand que l'angle B A C. Par mesme raison, puisque les deux lignes B A & C A se joignent au poinct A, & que la droite ligne C B tumbe sur icelles, les deux angles interieurs A B C & A C B seront moindres que deux droits. Mais A B C & D B C sont egaux à deux droits. Donques les deux angles A B C & D B C sont plus grands que les deux A B C & A C B. Partant, ayant osté le commun A B C, il restera que l'angle D B C sera plus grand que l'angle A C B. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 10, PROPOSITION XVII.

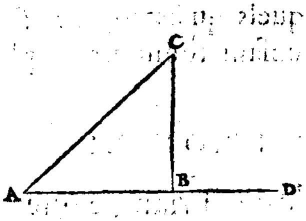
De tout Triangle les deux angles, pris en quelque sorte que ce soit, sont moindres que deux droits.

Ce Theoreme se pouuoit aisement joindre auec le precedent : car ayant congnu le dessus, cestuy-cy est aussi incontinẽt congnu. Comme Euclide fera en la trentedeuxieme Proposition. Car la raison & la consequence est semblable en tous les deux.

Soit le Triangle A B C. Ie dis que deux angles d'iceluy, de quelque façon qu'on les prẽne, sont moindres que deux droits.

Car, ayant prolongé le costé D B jusques au poinct D, veu que B, angle exterieur, est, par l'antecedente, plus grand que pas vn des angles D & C : & que le mesme B exterieur, joinct

auec



auec B interieur, soyent, par la treizieme, egaux à deux droits : les angles A & B interieur, seront, par la commune Notion, moindres que deux droits: semblablement l'angle C & le mesme B interieur, seront aussi moindres que deux droits. Ce qu'il faloit demonstrer.

Nous argumenterons donc ainsi. L'angle B interieur, auec l'angle B exterieur, par la treizieme, est egal à deux droits. Mais l'angle A (comme aussi l'angle C,) auec l'interieur B, sont, par l'antecedente, moindres que les deux angles B, interieur & exterieur. Donc l'angle A (comme aussi l'angle C) auec l'angle B interieur, est moindre que deux droits. Ce qu'il faloit demonstrer.

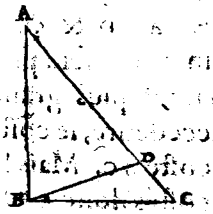
Mais encor, sans l'aide de la precedente, nous pouuons argumenter par la Conuerse de la cinquieme Demande, & par la treizieme Proposition, cōme nous auons faict en la cy dessus.

THEOREME 11, PROPOSITION XVIII.

Le plus grand costé de quelque Triangle que ce soit, soustend le plus grand angle.

Soit le Triangle A B C, duquel le costé A C soit plus grand que le costé A B. Ie dis que l'angle A B C, est plus grand que l'angle B C A.

Du plus grand costé A C, je copperay, par la troisieme, A D, qui soit egal audit A B : & conjoindray B D.

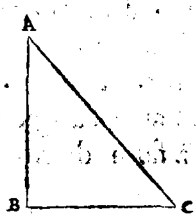


Ayant donc dressé deux Triangles, A B D & B C D, les deux angles A B D, & A D B, du Triangle A B D, seront egaux entr'eux, par la cinquieme. Mais, par la seizieme, l'angle A D B est plus grād que l'angle B C D interieur opposé. Et partant l'angle A B D est plus grād que ledit B C D. Donques, tout l'angle A B C sera beaucoup plus grand, que ledit angle B C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

Que si le costé A B est posé plus grand que le costé B C, par les mesmes argumens l'angle C se trouuera plus grand que l'angle A, ayant retranché A B, pour le rendre egal à B C. Somme, la comparaison de deux costés, quels qu'ils soyent, sera fondee sur mesmes raisons, raccourcissant tousiours le plus grand pour le faire egal au plus petit.

THEOREME 12, PROPOSITION XIX.

Le plus grand angle de quelque Triangle que ce soit, est aussi opposé au plus grand costé.



Soit le Triangle A B C, duquel l'angle B soit plus grand que l'angle C. Ie dis que le costé A C est plus grand que le costé A B.

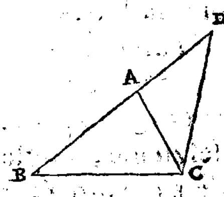
Car premierement le costé A C ne peut estre egal au costé A B. Car, par la cinquieme, l'angle B seroit egal à l'angle C, contre l'hypothese. Il ne sera pas aussi moindre: car, par l'antecedente, l'angle B seroit moindre que l'angle C, contre l'hypothese. Ce Theoreme se pouuoit joindre au precedent.

THEOREME 13, PROPOSITION XX.

Deux costés, de quelque Triangle que ce soit, sont plus grands que celuy qui reste, en quelque façon qu'on les prenne.

Soit le Triangle A B C. Ie dis que les deux costés A B & A C pris ensemble, sont plus grands que le tiers B C.

I'allongeray B A jusques au poinct D, &, par la troisieme, je feray A D egal à A C, & conjoindray C D. Et pource que les deux angles A C D & A D C sont egaux, par la cinquieme: B C D sera plus grand que A D C, veu qu'il est plus grand que A C D. Donc, par l'antecedente, le costé B D sera plus grand que le costé B C. Mais le costé B D est egal aux costés A B & A C. Les costés donc A B & A C sont plus grands que le costé B C. Ce qu'il faloit demonstrer.



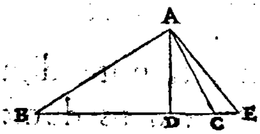
La preuue se fera par mesme raison, si deux costés, quels qu'ils soyent, sont comparés auec le troisieme.

Nous ferons aussi nostre preuue par le droit, en ceste façon.

Soit

Soit le Triangle A B C : duquel, pour plus grande facilité, le costé B C soit mis le plus grand de tous les trois costés : à celle fin que quand la preuue sera faicte du plus grand, il n'y aye plus aucun debat pour pas vn des deux autres. Ie dis que les deux costés A B & A C, pris ensemble, sont plus grands que le costé B C.

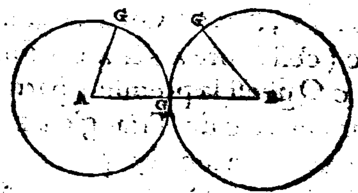
Du poinct A, sur la droite B C, je fay, par la douzieme, tumber la perpendiculaire A D, tellement qu'il y ayt deux triangles, A B D & A D C. Et pource que chacun des angles qui sont au poinct D, est droit : par la dixseptieme l'angle A D B sera plus



grand que l'angle B A D : &, par la dixneufieme, le costé A B plus grand que le costé B D, & le costé A C plus grand que le costé D C. Mais B D & D C sont ledit B C. Donques les deux costés A B & A C seront plus grands que le costé B C. Ce qu'il faloit demonstrer.

Que si la ligne perpendiculaire est la mesme auec le costé A C, alors B C ne sera pas le plus grand des costés, par la dixseptieme, & par la dixneufieme. Partant il faudra tirer vne ligne perpendiculaire sur le plus grand costé A B. Que si l'aduersaire soustient, que la ligne perpendiculaire chet dehors le Triangle, comme la ligne A E : alors, par la seizieme, l'angle A C B sera plus grand que l'angle droit A E C, à sçauoir l'exterieur, plus que l'interieur. Donc, par la dixseptieme & dixneufieme, A B seroit plus grand que pas vn des deux costés A C & B C, contre l'hypothese.

La raison des magnitudes nous prescrit ce Theoreme. Car quand sur les deux extremités de la ligne A B, à sçauoir sur A & B, nous aurons dressé deux lignes A G & B G, lesquelles, joinctes ensemble, soyent aussi longues que la ligne A B, & rië plus :

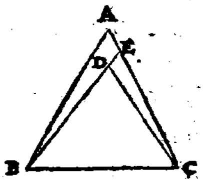


si chacune d'icelles commence à se pancher l'une contre l'autre, demeurans fixes leurs poincts A & B, les deux poincts d'icelles, qui sont à G, ne se joindront point ensemble, jusqu'à ce qu'ils se reposent sur la ligne A B, & que les deux poincts G ne soyent qu'un. Ce qui est euident par les Cercles tirés selon la quantité desdites deux lignes, mettant les centres sur A & sur B. Car ces Cercles ne s'entrecoppent jamais, comme vous voyez en la figure. Et partant de ces trois lignes ne se formera jamais vn Triangle. Car les deux, A G & B G, quoy qu'on les tourne tout autour, ne sortiront jamais pourtant hors de la circonference. En cecy aussi se void vne certaine force principale, &, si je le puis dire, autorité du Cercle: voire vne certaine excellence de Nature, laquelle ordinairement reluit és operations Geometriques.

THEOREME 14. PROPOSITION XXI.

Si deux lignes, sortans des deux extremités d'un des costés du Triangle, se joignent au dedans dudit Triangle, elles seront moindres que les deux autres costés du Triangle, & l'angle qu'elles contiendront, sera plus grand.

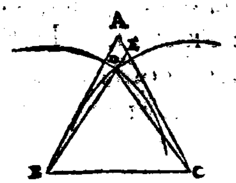
Soit le Triangle A B C, & que de B & C, les deux extremités du costé B C, sortent deux lignes B D & C D, qui se joignent dedans le Triangle au poinct D. Ie dis que les deux lignes B D & C D sont moindres que les deux A B & A C: & que l'angle B D C est plus grand que l'angle B A C.



I'allongeray B D, jusqu'à ce qu'il coppe A C au poinct E. Et pource que les deux costés A B & A E du Triangle A B E, sont, par la vingtieme, plus grands que le troisieme B E: &, par la mesme, D E & E C, sont plus grands que le troisieme D C: les quatre A B, A E, D E, & E C, sont plus grands que les trois B D, D E, & D C. Ostez le commun D E: les trois A B, A E, & E C (c'est à dire A B & A C) sont plus grands que les deux B D & D C. Qui est la premiere partie.

L'autre se demonstre ainsi. L'angle B E C du Triangle B E C, est par la seizieme, plus grand que l'angle B A C. Et, par la mesme, l'angle B D C plus grand que ledit B E C. Donques B D C sera plus grand que B A C. Ce qu'il faloit demonstrer.

La premiere partie estoit assez claire, en descriuant deux Cercles selon l'espace des deux lignes B D & C D, posant les centres

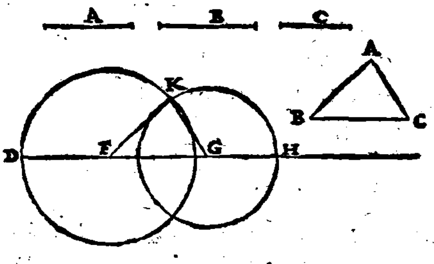


tres en B & C : Car, ſans doute, les deux Cercles copperont deça & delà les deux coſtés A B & A C. Et lors y aura egalité entre-les deux ſegments, & les deux lignes B D & C D : & ainſi, par la neufieme Notion, A B & A C ſeront plus grandes que D B & D C. Car la ſeptieme Propoſition ne permet que les Cercles paſſent par le poinct A.

PROBLEME 8. PROPOSITION XXII.

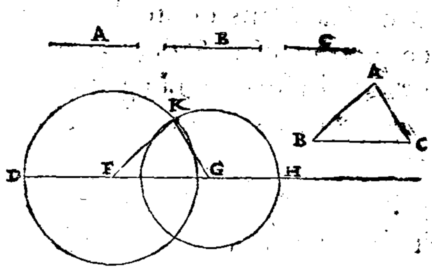
Faire vn Triangle de trois lignes droites, qui ſoyent egales à trois lignes droites donnees: moyennant toutesfois que deux d'icelles, prinſes en telle façon qu'on voudra, ſoyent plus grandes que la troiſieme. Car de quelque Triangle que ce ſoit, les deux coſtés, pris comme l'on voudra, ſont plus grands que le troiſieme.

Soyent les trois lignes donnees A, B, C, deſquelles les deux, en quelque façon qu'on les puiſſe prendre, ſoyent plus grandes que la troiſieme. (autrement, par la vingtieme, elles ne ſeroyēt pas propres pour dreſſer vn Triangle.) Ie veuil de trois lignes, qui ſoyent egales à ces trois donnees, dreſſer vn Triangle.



Par la troiſieme, je retranche d'une ligne faicte à plaiſir, non terminee, D F, qui ſoit egale à la ligne A: & F G, qui ſoit egale à la ligne B : & G H, qui ſoit egale à la ligne C. Puis du centre F, & ſelon l'eſpace F D, je deſcri le Cercle D K D. En apres, du centre G, & ſelon l'eſpace G H, je deſcri le Cercle H K. Ces deux Cercles, ſans doute, s'entrecopperont. Car tirant du centre F vne ligne à la circonference D K D, elle n'auroit pas où aboutir auec la ligne tiree du centre G à la circonference H K H : & par ainſi toutes deux, prinſes enſemble, ſeroyent ou egales à ladite F G, ou bien moindres qu'icelle, contre l'hypotheſe. Soit donques l'une deſdites interſe-

ctions



ctions au poinct K, à laquelle je tire F K & G K. Ie dis que les trois costés du Triangle F G K sont egaux aux trois lignes donnees.

Car, puis que la ligne F G, qui a esté posee egale à la ligne B, est l'un des costés du Triangle : & que le costé F K, par la definition du centre, est egal à la ligne F D, qui a esté posee egale à la ligne A : le costé F K aussi, par la premiere Notion, sera egal à la ligne A. En fin, puis que le troisieme costé G K, par la mesme definition du centre, est egal à la ligne G H, laquelle aussi, par la mesme Notion, est egale à la ligne C : la Proposition se trouuera effectuee.

Ce Probleme se pouuoit coucher en ceste façon :

Dresser vn Triangle egal & equilatere à vn Triangle donné.

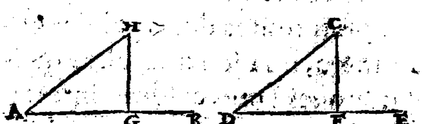
Comme si l'on nous proposoit le Triangle A B C, je mettrois tout d'un fil les trois lignes egales aux trois costés du Triangle donné, puis procederois en ma demonstration ainsi que i'ay faict cy dessus, à l'aide de la huictieme & de la quatrieme. Et ceste Proposition pouuoit suyure incontinent apres la troisieme, & se parfaire par l'aide du seul Cercle.

Or ce qu'Euclide n'a parlé que de lignes, il l'a faict pour nous faire comprendre, si de trois lignes donnees, on pouuoit tracer vn Triangle, ou non. Ce que nous verrons aisement par lesdits Cercles, s'ils s'entrecoppent.

PROBLEME 9. PROPOSITION XXIII.

Nous estant proposee vne droite ligne, faire à vn poinct, en icelle donné, vn angle egal à vn angle rectiligne donné.

Soit donnee la droite ligne A B, & le poinct en icelle donné A : & C D E soit l'angle rectiligne donné. Ie veuil sur ledit poinct A dresser vn angle rectiligne egal à l'angle donné C D E.

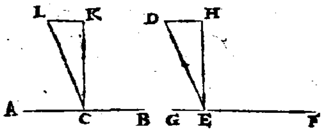


C D E.

En la droite ligne D E soit marqué vn poinct fortuit F : & ayant conioinct C F, soit faict le Triangle C D F. Maintenant, de trois lignes, qui soyent egales aux trois costés D F, D C & C F, je forme le Triangle A G H : lequel manifestement, par sa construction, est egal au Triangle D C F, & mesmes par la huictieme Proposition, si quelcun recerche preuue plus solide. Et pourtant l'angle A sera egal à l'angle D. Ce qu'il faloit faire.

Nous prouuerons le mesme par le droit. Car, soit A B la ligne donnee, & C le poinct en icelle donné : & l'angle donné soit D E F. Ie veuil sur le poinct C dresser vn angle egal à l'angle D E F.

Ie prolonge F E jusques au poinct G : & sur le poinct E, par l'onzieme, je dresse à angles droits la ligne E H : laquelle si elle s'accorde auec la ligne E D, l'angle donné estoit droit. Partant, ayant dresé vne perpendiculaire sur le poinct C, nous aurons ce que nous demandions. Sinon, je dresseray vne perpendiculaire au poinct



H : auec laquelle, par la quatrieme Demande, la ligne E D par nous tiree, se joindra : Car l'angle D E H est moindre qu'un droit, veu que G E H est droit. Qu'elles se rencontrent donc au poinct D, à fin que le Triangle D E H soit formé. Semblablement je dresse sur le poinct C donné, la perpendiculaire C K, qui soit egale à la perpendiculaire E H : & de mesmes sur le poinct K je dresse vne autre perpendiculaire K L, qui soit egale à la perpendiculaire H D : & conioins C L. Ie dis donc que l'angle L C B, est egal à l'angle donné D E F.

Car, par la quatrieme, les deux Triangles H E D, & K C L, sont entre eux egaux & equilateres : & les deux angles L C K & D E H egaux. Mais les deux angles B C K & F E H, sont egaux : car chacun d'iceux est droit. Partant, par la seconde Notion, tout l'angle L C B, sera egal à tout l'angle D E F. Ce que nous auions entrepris de faire.

Que si la perpendiculaire tumbe dehors l'angle donné, à sçauoir l'angle estant aigu, nous ferons la probation tout de mesme, hors mis que nous employerons la troisieme Notion au lieu de la seconde.

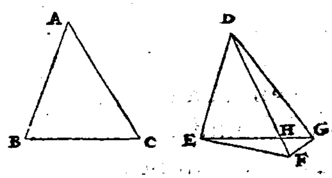
g THEOR.

THEOREME 15. PROPOSITION XXIIII.

Si de deux Triangles les deux costés de l'un sont egaux aux deux costés de l'autre reciproquement, mais l'un des angles compris par les deux costés egaux, soit plus grand que l'autre, la base aussi qui regardera le plus grand angle, sera plus grande que l'autre.

Soyent deux Triangles A B C & D E F: & que les deux costés A B & A C soyent reciproquement egaux à D E & D F: sçauoir est A B egal à D E, & A C egal à D F. Mais que l'angle A soit plus grand que l'angle D. Ie dis que la base B C est plus grande que la base E F.

Ie poseray donc, selon la doctrine de l'antecedente, l'angle E D G egal à l'angle A: Et, par la seconde, la ligne D G egale à la ligne A C. Et conjoindray la droite ligne E G: laquelle passera ou au dessus de E F, ou droit sur icelle, ou au dessous. Et pour



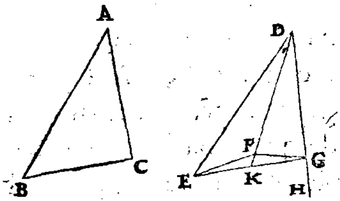
le premier, mettons qu'elle tumbe au dessus de E F, si qu'elle coppe D F au poinct H. Or est-il manifeste, par la quatrieme, que le Triangle D E G est egal & equilatere au Triangle A B C.

Puis donc que du Triangle D F G les deux costés D F & D G sont egaux: car chacun d'eux est egal à A C: les angles D F G & D G F, qui sont sur la base, seront egaux par la cinquieme. Partant l'angle D F G sera plus grand que l'angle F G E: & par plus forte raison, tout l'angle E F G sera beaucoup plus grand que ledit F G E. Donques, par la dixneufieme, le costé E G sera plus grand que le costé E F. Partant, puis que E G est egal à B C, la base B C sera plus grande que la base E F. Ce qu'il faloit demõstrer.

Et encor autrement. L'angle H F G, comme nous auons ja monstré, est plus grand que F G H: Donques, par la dixneufieme, le costé G H est plus grand que ledit costé F H: Mais, par la vingtieme, E H & H F sont plus grands que E F. Partant E H & H G (c'est à dire E G) sont beaucoup plus grands que ledit E F. Donques aussi A C plus grand que E F. Ce qu'il faloit monstrer.

Que si E G se repose sur E F, lors E F sera partie d'icelle: si que E G ſera plus grande.

Que maintenant E G paſſe deſſous E F, & que les deux D F & D G, qui ont eſté poſees egales, ſoyent prolongees juſques aux poincts H & K, tellement que D F coppe E G au poinct K. Si ſeront, par la ſeconde partie de la cinquieme, les deux angles de la baſe F G H & G F K, egaux entr'eux. Partant l'angle G F K ſera plus grand que l'angle E G F: & partant E F G beaucoup plus grand que E G F. Partant, par la dixneufieme, le coſté E G (& de meſmes B C) ſera plus grand que le coſté E F. Ce qu'il faloit demonſtrer.



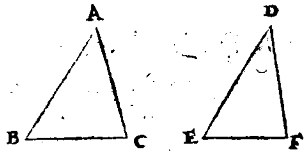
Autrement. Puis que les deux angles F G H & G F K ſont egaux, G F K ſera plus grand que F G K. Et donques, par la dixneufieme, le coſté K G plus grand que le coſté F K. Mais, par la vingtieme, E K & F K ſont plus grands que E F. Partant beaucoup plus grands ſeront E K & K G (c'eſt à dire E G) que non pas E F. Ce qu'il faloit monſtrer.

Derechef, par la vingtunieme. Les deux coſtés D G & E G ſont plus grands que les deux D F & E F. Partant, puis que D G a eſté poſee egale à D F, il reſtera que F G ſoit plus grand que E F. Mais, comme nous admonneſte Champagne, la premiere façon de demonſtrer eſt la meilleur, où l'argument ſe prend de l'une & de l'autre partie de la cinquieme Propoſition. Toutesfois ceſte varieté eſt plaiſante, & aiguiſe l'eſprit, & exerce la memoire.

THEOREME 16, PROPOSITION XXV.

Si deux Triangles ont deux coſtés reciproquement egaux à deux coſtés, mais la baſe de l'un eſt plus grande que la baſe de l'autre: l'angle oppoſé à la plus grand' baſe, ſera plus grand que l'angle oppoſé à la plus petite baſe.

Soyent deux Triangles, A B C & D E F: & que les deux coſtés A B & A C ſoyent reciproquement egaux aux deux coſtés D E & D F: mais la baſe B C ſoit plus grande que la baſe E F. Je



dis que l'angle A est plus grãd que l'angle D. Ceste cy est la Conuerse de l'antecedente.

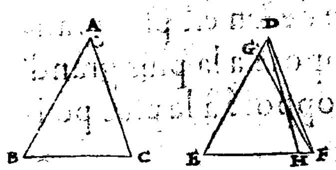
Premierement donc ils ne seront point egaux : car, par la quatrieme, la base B C seroit egale à la base B F, contre l'hypothese. Aussi l'angle A ne peut estre moindre que l'angle D: autrement, par l'antecedente, la base B F sera plus grande que la base B C, contre l'hypothese. Il reste donc que A soit plus grand que D. Ce qu'il faloit prouuer.

Ce Theoreme estoit aussi clair par la quatrieme, voire de soymesme. Mais pource qu'il reçoit ses preuues par les antecedentes, il l'a falu reduire en ordre comme les autres.

THEOREME 17, PROPOSITION XXVI.

Si de deux Triangles deux angles de l'un sont reciproquement egaux à deux angles de l'autre, & le costé de l'un soit egal au costé de l'autre, soit que ce costé aboutisse aux deux angles egaux, soit qu'il soustende l'un d'iceux, les deux autres costés seront aussi reciproquement egaux aux deux autres costés, & l'autre angle sera aussi egal à l'autre angle de l'autre.

Soyent deux Triangles A B C & D E F, & que l'angle B soit egal à l'angle E, & l'angle C à l'angle F. Et aussi le costé B C egal au costé E F : ou bien A B egal à D E : ou bien A C egal à D F. Ie dis que les deux autres costés seront egaux aux deux autres costés, & que l'autre angle A sera egal à l'autre angle D.



Premierement donc, que le costé B C, sur lequel se reposent les deux angles B & C, soit egal au costé E F, sur lequel se reposent aussi les deux angles E & F, que nous posons estre egaux à B & C. Ie dis que le costé A B est egal au costé D E : & le costé A C au costé D F : & l'angle A à l'angle D.

Car si A B n'est egal audit D E, mettons que D E soit plus grand:

grand : & retranchons en G E qui ſoit egal à ladite A B : & conjoignons F G. par la quatrieme, l'angle E F G ſera egal à l'angle C : partant & à l'angle E F D, la partie au tout : ce qui eſt abſurde. Donques D E ſera egal à ladite A B : & partant, par la meſme, D F ſera egal à A C : & l'angle D à l'angle A, comme nous voulions.

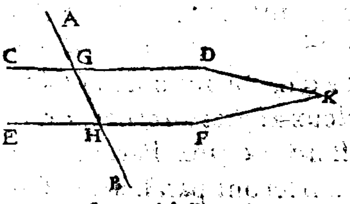
Derechef ſoyent les deux angles B & C egaux aux deux E & F : & que le coſté A B, qui ſouſtend l'angle C, ſoit egal au coſté D E, qui ſouſtend l'angle F, auquel on a poſé egal l'angle C. Ie dis que le coſté B C eſt egal au coſté E F : & le coſté A C au coſté D F: & l'angle A à l'angle D.

Car, ſi les coſtés B C & E F ne ſont egaux, ſoit E F plus grand, & que E H ſoit mis egal à B C : puis qu'on conjoigne D H. Par la quatrieme, l'angle D H E ſera egal à l'angle A C B, & pour meſme raiſon, à l'angle E F D, l'exterieur à l'interieur oppoſé, contre la ſeizieme. Donques le coſté E F ſera egal au coſté B C. Partant, par la quatrieme, D F ſera egal à A C : & l'angle E D F egal à l'angle A. Et ainſi eſt euidente la Propoſition.

THEOREME 18, PROPOSITION XXVII.

Si vne droite ligne coppe deux droites lignes, & face les angles alternes interieurs egaux, ces deux lignes là ſont paralleles.

Soit la ligne A B, coppant les deux lignes C D & E F, à ſçauoir C D au poinct G, & E F au poinct H : & que les deux angles alternes D G H & E H G ſoyent egaux. Ie dis que les deux lignes C D & E F ſont paralleles ou equidiſtantes.

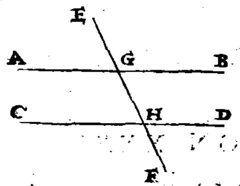


Sinon, ſi faire ſe peut, poſons qu'eſtans leſdites lignes prolongees, elles viennent à s'entrerencontrer au poinct K, ſi que le Triangle G K H ſe face : duquel, par la conſtruction, l'angle K G H, interieur, eſt egal à l'angle exterieur oppoſé E H G. Ce qui, par la ſeizieme, ne ſe peut trouuer aux Triangles. Partant leſdites lignes C D & E F nullement ſe joindront. Donques, par la definition des Paralleles, elles ſeront equidiſtantes l'une à l'autre. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 19, PROPOSITION XXVIII.

Si vne droite ligne coppant deux droites lignes, fait l'angle exterieur egal à l'angle interieur opposé, & du mesme costé: ou bien qu'elle face les deux angles interieurs du mesme costé egaux à deux droits, ces deux lignes là sont paralleles.

Que la ligne E F vienne à copper les deux lignes A B & C D, à sçauoir A B au poinct G, & C D au poinct H: Et que l'angle G exterieur soit egal à l'angle H interieur & du mesme costé, ou que les deux angles H & G interieurs, & du mesme costé, soyent egaux à deux droits. Ie dis que les deux lignes A B & C D sont equidistantes.



Car puis que, par la position, l'angle E G B est egal à l'angle D H G: & que, par la quinzieme, A G H est egal à E G B: A G H & D H G, alternes, seront egaux. Partant, par la precedente, les deux lignes A B & C D seront egalement distantes l'une de l'autre. Qui est pour le premier poinct.

Soyent derechef les deux angles A G H & C H G, egaux à deux droits. Ie dis que par là aussi il appert que les deux lignes A B & C D sont paralleles.

Car, puis que les deux angles A G H & B G H, sont, par la treizieme, egaux à deux droits: or les angles qui leur sont egaux, à sçauoir à deux droits, sont aussi egaux entr'eux par la premiere commune sentence. Donques, les deux angles A G H & G H C sont egaux aux deux angles A G H & B G H. Si donc de costé & d'autre vous ostez l'angle G H C, les deux angles alternes, A G H & D H G, par la commune Notion, resteront egaux. Partant, par l'antecedente, les deux lignes A B & C D seront paralleles. Ce qu'il faloit prouuer.

La derniere partie de ce Theoreme est conjoincte auec la derniere Demande. Car si nous disons que deux lignes viendront à se joindre, si la ligne, qui les coppe, fait les deux angles

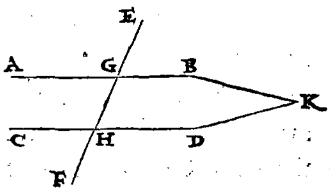
inter

interieurs, & du mesme costé, moindres que deux droits: le prenant au rebours, Les lignes qui viennent à se joindre, feront les angles interieurs, & du mesme costé, moindres que deux droits. Mais les lignes A B & C D font leurs angles interieurs egaux à deux droits, & non moindres. Elles ne viennent donc point à se joindre: & partant sont paralleles.

THEOREME 20, PROPOSITION XXIX.

Si vne droite ligne coppe deux paralleles, les deux angles alternes seront egaux: & l'angle exterieur egal à l'angle interieur opposé, du mesme costé: aussi les deux angles interieurs de quelque costé que ce soit, seront egaux à deux droits.

Soyent les deux lignes A B & C D paralleles, lesquelles la ligne E F vienne à copper és poincts G & H. Ie dis que les deux angles alternes B G H & C H G, sont egaux. Dauantage je dis que G, angle exterieur, est egal à l'angle interieur H, à luy opposé du mesme costé. Plus, que les angles G & H interieurs du mesme costé, pris ensemble, sont egaux à deux droits. C'est la Conuerse des deux precedentes: De laquelle le premier chef se preuue ainsi:



Si les deux angles B G H & C H G ne sont pas egaux, que C H G soit le plus grand. Et pource que C H G & D H G, par la treizieme, sont egaux à deux droits, les deux B G H & D H G seront moindres que deux droits. D'où aduiendra, que les deux lignes A B & C D, prolongees celle part, viendront à se joindre, comme au poinct K. Ce qui sera contre l'hypothese, veu qu'elles sont paralleles. Donques les angles B G H & C H G sont egaux.

De là s'ensuit le second. Car par la quinzieme, l'angle A G E est egal à l'angle B G H: & partant aussi, par la commune Notion, egal à C H G, sçauoir est l'exterieur à l'interieur.

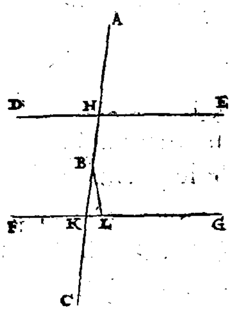
De là se recueille encor le troisieme. Car puisque, par la treizieme, A G E & A G H, sont egaux à deux droits: C H G aussi & A G H, par la commune Notion, seront egaux à deux droits:

tous

tous deux interieurs, & d'un mesme costé. Ce qu'il faloit demonstrer.

Si deux droites lignes, qui coppent deux paralleles, viennent à se joindre à vn certain poinct, & facent les deux angles alternes egaux; ou l'angle exterieur egal à l'angle interieur opposé d'un mesme costé: ou bien les deux angles interieurs de costé & d'autre egaux à deux droits, lesdites deux lignes sont de droit fil, & ne sont qu'une ligne.

Soyent les deux lignes A B & C B, qui coppent les deux Paralleles D E & F G: à sçauoir que A B coppe D E au poinct H: & C B coppe F G au poinct K: & que l'angle D H B soit egal à l'angle B K G: ou l'angle A H D egal à l'angle B K F: ou, en fin, B H D & B K F egaux à deux droits. Ie dis que les deux lignes, A B & B C, sont de droit fil, & ne sont qu'une ligne.



Car, si ainsi n'est, prolongeons A B, si que elle coppe F G au poinct L, & que A L ne soit qu'une ligne: & que le Triangle B L K se forme. L'angle D H B, par la premiere partie de ceste vingtneufieme, sera egal à l'angle G L B alterne: Partant G L B egal à B K G interieur & opposite. Ce qui, par la seizieme, ne se peut voir aux Triãgles. Dauantage, par la seconde partie de ceste-cy, l'angle A H D sera egal à l'angle B L K du mesme costé, l'exterieur à l'interieur. Mais le mesme A H D a esté mis egal à B K F. Donques B K F sera egal à B L K. Ce qui ne peut estre par la mesme seizieme.

En fin, puis que A H D & B K F sont posés egaux à deux droits: & que par la derniere partie de ceste vingtneufieme, A H D & B L K soyent egaux à deux droits: B K F sera egal à B L K, contre ladite seizieme.

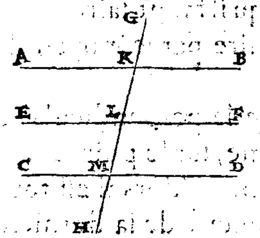
THEOREME, 21, PROPOSITION XXX.

Les lignes qui sont equidistantes à vne mesme, sont aussi equidistantes entr'elles.

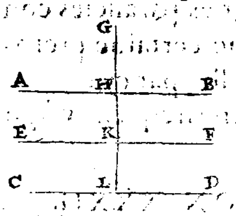
Les lignes A B & C D soyent equidistantes de la ligne E F. Ie dis

dis qu'icelles aussi sont equidistantes entr'elles.

Ie feray que la ligne G H, coppe les trois lignes A B, E F, & C D, aux poincts K, L, M. Et pource que A B est egalement distante de E F, les angles alternes B K L & E L K, par le premier chef de la precedente, seront egaux entr'eux. De mesmes, puisque C D est egalement distante de E F, E L K, par le second chef de la precedente, sera egal à C M L, l'exterieur à l'interieur. Donques B K L, par la Notion commune, sera aussi egal à C M L lesquels, puis qu'ils sont alternes, par la vingtseptieme Proposition, les deux lignes A B & C D seront equidistantes. Ce qu'il faloit prouuer.



Ceste Proposition se pouuoit clairement prouuer par le moyen du Droit. A sçauoir en laissant, par l'onzieme, choir G H perpendiculaire sur la ligne droite A B, qui la coppe au poinct H: Laquelle G H je continueray jusqu'à ce qu'elle coppe la ligne E F au poinct K: & de là jusqu'à C D, laquelle elle coppera au poinct L.

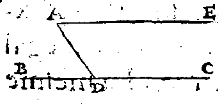


Maintenant, puisque G L n'est qu'une seule ligne, comparant l'une apres l'autre les deux lignes A B & C D auec E F: & employant pour preuue la vingtseptieme ou la vingthuictieme: il appert assez, par la definition de la perpendiculaire, & par la quinzieme Proposition, que tous les angles, qui sont à H, K, L, sont droits, & partant egaux. Donques, par l'antecedente, les deux lignes A B & C D sont paralleles. Ce qu'il faloit prouuer.

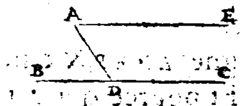
PROBLEME 10, PROPOSITION XXXI.

Tirer vne Parallele à vne ligne droite par vn poinct marqué hors icelle ligne droite.

Soit A le poinct marqué hors de la ligne B C, je veuil par le poinct A tirer vne parallele à ladite ligne B C.

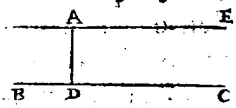


Ie tire la ligne A D, qui coppera fortuitement la ligne B C au poinct D: laquelle fera auec icelle les angles A D B & A D C. Et, par la vingttroisieme, je dresse au poinct A, l'angle D A B, qui soit e-


gal à l'angle alterne A D B. Lors A E sera parallele à B C, par la premiere partie de la vingthuictieme. Ce qu'il faloit faire.

Ceste demonstration se pouuoit aussi faire par le moyen de la perpendiculaire.

Car du poinct A, par l'onzieme, je tire la perpendiculaire A D sur la droite ligne B C. Et par la dixieme, sur le poinct A je dresse la perpendiculaire A E sur ladite A D. Alors il est tout

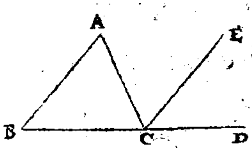

clair, par la raison conuerse de la derniere Demande, que les deux lignes A E & B C ne se peuuent joindre, veu que l'une ne panche sur l'autre. C'est à dire, puisque de pas vn costé les deux angles interieurs ne sont moindres que deux droits. Et cecy ne requiert pas plus grand preuue, que fait ladite Demande.

I'ay annoté cecy expres, pource que les lignes paralleles conseruent la raison du Droit & de l'Egal par vne certaine prerogatiue. D'où vient que les Propositions, esquelles par cy deuant a esté faicte mention des paralleles, ont vn tresfrequent vsage és Demonstrations geometriques.

THEOREME 22, PROPOSITION XXXII.

L'angle exterieur d'un Triangle, est egal aux deux interieurs à luy opposés. Et de tout Triangle les trois angles sont egaux à deux droits.

Soit le Triangle A B C, duquel le costé B C soit prolongé jusques au poinct D. Ie dis que l'angle A C D exterieur, est egal aux deux interieurs A & B pris ensemble. Et que les trois angles interieurs dudit Triangle pris ensemble, sont egaux à deux droits.



Du poinct C, par la precedente, je tire la ligne C E parallele au costé B A. Lors, par la premiere partie de la vingtneufieme, les angles E C A & B A C, seront egaux, puis qu'ils sont alternes. Et, par la seconde partie de la mesme, les angles A B C & E C D aussi egaux, l'exterieur à l'interieur. Partant tout l'angle exterieur A C D, est egal aux deux interieurs A & B. Qui est pour le premier. La mesme preuue sera des autres angles pris dehors.

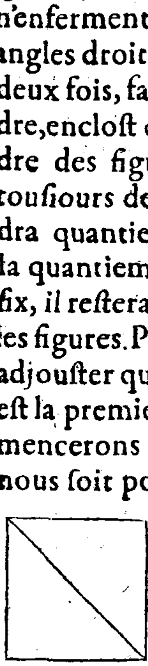
Veu

Veu donc que les deux angles A C B & A C D, sont, par la treizieme, egaux à deux droits, les trois angles A B C, B A C & A C B, seront egaux à deux droits. Ce qu'il faloit prouuer.

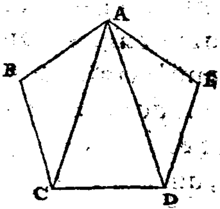
Appendix ou dependance de Champaigne.

De là s'ensuit, que de toute figure Multilatere tous les angles pris ensemble, sont egaux à deux fois autãt d'angles droits, que ladite Figure est en l'ordre des Multilateres.

Par exemple, le Triangle est la premiere des figures, puis qu'il n'y en a point qui ayt moins de costés : car deux lignes n'enferment pas vne superfice. Le Triangle donc cõtient deux angles droits. Car l'unité, qui marque l'ordre du Triangle, prise deux fois, fait deux. Le Quadrilatere, qui est le second en ordre, enclost quatre angles. car deux doublé fait quatre. Or l'ordre des figures se peut cueillir des costés : car, si vous ostez tousiours deux du nombre des costés, le residu vous apprendra quantieme en ordre sera la figure. Car si vous demandez la quantieme entre les figures est l'hexagone, ostez deux de six, il restera quatre. L'hexagone donc est la quatrieme entre les figures. Partant elle contient huict angles droits. Bref, pour adjouster quelque chose à Champagne, veu que le Triangle est la premiere figure, pour sçauoir l'ordre des autres, nous cõmencerons à compter par le ternaire, si que le quaternaire nous soit pour deux, le quinaire pour trois, & ainsi de suite.

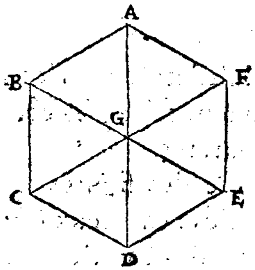


Or ceste consideration des angles droits est prinse de ce, que toute figure multilatere se resoult en autant de Triangles qu'elle est quantieme en ordre. Car la Quadrilatere se resoult en deux Triangles, la Pentagone en trois, l'hexagone en quatre, & ainsi suyuant : comme il est aisé à voir par les figures cy joinctes.

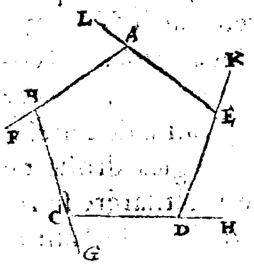


Par exemple, au Pentagone A B C D E, puis que chacun des trois Triangles (esquels la figure à cinq costés se peut partir) a deux angles droits, ledit Pentagone en aura six droits. Tout reuiẽdra à vn, si nous disons, En toute figure multilateré, doublant le nombre de tous les angles qui y sont, & ostant quatre de toute la somme, ce qui restera sera le nombre des angles droits que ladite figure multilatere contient.

Car si d'un poinct fortuit, marqué au dedans de la figure, comme est le poinct G en la figure hexagone A B C D E F, nous tirons des lignes droites à chacun des angles, il y aura autant de Triangles en ladite figure, qu'il y a d'angles. Donc, par la trétedeuxieme, prenans ensemble tous les angles de ces Triangles, ils vaudrõt autant d'angles droits, comme il y a d'angles en la figure pris au double: cõme icy, les angles de ces six Triangles valent douze angles droits. Et puisque tous les angles, qui enuironnent le poinct G, sont, par la tréizieme, egaux à quatre droits: si nous ostons quatre de douze, il apperra que les six angles de l'hexagone en valent huict droits.



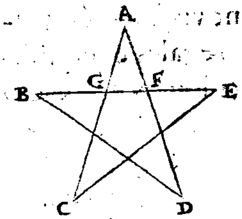
Il appert aussi de là, que des figures Polygones tous les angles exterieurs, pris ensemble, sont egaux à quatre droits. Car, par la treizieme, les angles interieurs, pris auec les exterieurs, sont egaux à deux fois autant d'angles droits, qu'il y a d'angles en la figure. Mais les interieurs sont egaux à deux fois autãt de droits, que ladite figure a d'angles, en ostant quatre, comme nous auons maintenant monstré. Partant les exterieurs sont tousiours egaux à quatre droits.



Par exemple, prolongeons les cinq costés du Pẽtagone A B C D E, jusques aux poincts F G H K L. Lors, par la treizieme, les deux angles qui sont à A, sont egaux à deux droits: & par la mesme, les deux angles qui sont à B, egaux aussi à deux droits. Et ainsi prenant les chaques deux angles, tous ensemble serõt egaux à dix droits. Ostant donc les interieurs, qui sont egaux à six droits, comme nous venons de prouuer: se verra que les exterieurs seront egaux à quatre droits.

Il est aussi certain qu'en tout Pentagone, qui soit basti de façon, que chaque costé en coppe deux des autres, les cinq angles sont egaux à deux droits. Car soit le Pentagone A B C D E

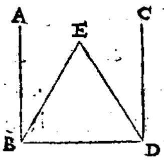
tel



tel que nous auons dit, à ſçauoir que le coſté A C coppe le coſté B E au poinƈt G: & le coſté A D coppe ledit B E au poinƈt F, par la preſente, l'angle A F G ſera egal aux deux angles B & D du Triangle B D F, à ſçauoir l'exterieur aux interieurs opposés. Par meſme raiſon l'angle F G A ſera egal aux deux angles C & E, du Triangle C E G. Mais les deux angles A F G & F G A, auec l'angle A, par ceſte meſme, ſont egaux à deux droits. Donques les quatre angles B, C, D, E, auec l'angle A, ſont egaux à deux droits. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Combien que ces diſcours de Champaigne ne ſont pas indignes d'eſtre appris, toutesfois, qui voudra recercher ſemblables inuentions, le nombre s'en trouuera infini. Car ces Figures Geometriques preſentent aux eſprits vn champ auſſi large pour ſe promener, que ſçauroyent faire les nombres: voire meſmes encor plus large.

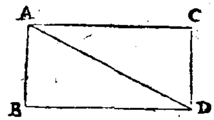
Nous pouuons encor tirer de ce Theoreme, que la conſtruƈtion du Triangle ſe parfait par deux lignes dreſſees à angles droits ſur vne troiſieme. Car ſi l'une panche vers l'autre, les deux auec la troiſieme viendront à enclorre la ſuperfice Triangulaire, tellement que ce qui ſe diminuera des angles droits, ſe retrouuera au troiſieme. Comme ſi nous imaginons, que les deux lignes A B & C D, dreſſees à angles droits ſur la ligne B D, ſe meuuent l'une vers l'autre, & s'aſſemblent au poinƈt E, ſi qu'elles facent le Triãgle B D E: Ce qui deſcroiſt aux deux angles droits A B D & C D B, l'angle E le prend pour ſoy, à fin que la ſuperfice ſe baſtiſſe. Telle eſt la condition des choſes humaines, que les vnes tumbans ſur les autres engendrent tant de diuerſes eſpeces. Mais nous diſcourrons de cecy vne autre fois. Reuenons à noſtre Euclide.



THEOREME 23, PROPOSITION XXXIII.

Si deux droites lignes conjoignent vis à vis l'une de l'autre deux lignes egales & equidiſtantes, elles feront auſſi entr'elles egales, & equidiſtantes.

Que les deux lignes A B & C D, conjoignent vis à vis, és quatre poincts A, B, C, D, les deux lignes A C & B D egales & equidistantes. Ie dis que les deux lignes A B & C D sont egales entr'elles & equidistantes.



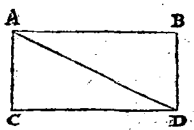
Ie conjoindray A D. Et pource que A C & B D sont egales & equidistantes, l'angle C A D, par la premiere partie de la vingtneufieme, sera egal à l'angle A D B. Donc, puis que les deux costés A C & A D du Triangle A C D, sont egaux aux deux costés B D & D A, du Triangle B A D, la base A B, par la quatrieme, sera egale à la base C D. Qui est pour le premier.

Par la mesme, les deux angles A D C & B A D seront egaux entr'eux. Partant, puis qu'ils sont alternes, par la vingtseptieme, A B sera equidistante de C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 24, PROPOSITION XXXIIII.

En tout Parallelogramme, les costés, qui sont vis à vis l'un de l'autre, sont egaux, & les angles opposés egaux. Et le Dimetient diuise le Parallelogramme par la moitié.

Soit le Parallelogramme A B C D, duquel le Dimetient soit A D. Ie dis que les deux costés A B & C D sont egaux entr'eux: & que les deux A C & B D sont aussi egaux entr'eux: & qu'aussi les deux angles A & D sont egaux entr'eux: & les deux B & C aussi. Et en fin, que toute la superficie est diuisee par la moitié par le Dimetient A D.

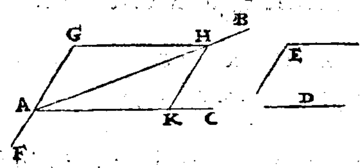


Car puisque A B & C D sont equidistantes, les deux angles alternes B A D & C D A seront egaux, par la vingtneufieme. Et puisque A C & B D sont equidistantes, les deux angles alternes, C A D & B D A, seront aussi egaux, par la mesme. Puis donc que les deux Triangles, A B D & A C D, ont deux angles mutuellement egaux à deux angles, à sçauoir B A D & B D A à C D A & C A D: & que le costé A D, sur lequel les angles se reposent, est commun à tous les deux Triangles, par la vingtsixieme le costé A B sera egal au costé C D: & le costé A C au costé B D: & l'angle B egal à l'angle C. Partant tout le Triangle A B D, sera

sera egal à tout le Triangle A C D. Le Theoreme donc est parfaict de toutes parts.

Entre deux lignes interminees, conjoinctes à vn angle donné, colloquer vne ligne egale à vne ligne donnee, laquelle, auec l'une d'icelles, face vn angle egal à vn autre angle donné. Or faut-il que les deux angles donnés soyent moindres que deux droits.

Soyent deux lignes A B & A C, qui facent l'angle donné B A C, mais qui soyent interminees de la part de leur estendue. Soit aussi la ligne donnee D. Et E l'autre angle donné. Ie veux entre les deux A B & A C mettre vne ligne egale à la ligne D, qui auec l'une d'icelles face vn angle egal à l'angle donné E. Moyennant toutesfois que les deux angles A & E soyēt moindres que deux droits. Autrement, par la dixseptieme, ne pourroit estre formé le Triangle.



Ie veuil donc, que l'angle que nous auons à bastir, soit sur la ligne A C. Sur le poinct A, par la vingttroisieme Proposition, je fay l'angle C A F egal à l'angle donné E: & de l'autre costé je prolonge F A jusqu'au poinct G : si que A G, par la seconde, soit egale à la ligne donnee D. Et par le poinct G je tire, par la trentevnieme, G H parallele à ladite A C, laquelle je prolonge jusques à ce qu'elle se joigne ou qu'elle coppe A B au poinct H. Semblablement, par le poinct H, je tire la ligne H K parallele à ladite G F, qui coppe la ligne A C au poinct K. Ie dis maintenant, que la ligne H K, constituee entre les deux lignes A B & A C, est egale à la ligne D, & que l'angle K est egal à l'angle donné E.

Car puis que, par la construction, A G H K est Parallelogramme, K H sera egale à A G, par la trentequatrieme Proposition: partant sera aussi egale à la ligne D. Qui est pour le premier chef.

Et d'autant que A K tumbe sur deux paralleles, F G & K H, l'angle A K H sera egal à l'angle F A K, par la premiere partie de la vingtneufieme, puis qu'ils sont alternes. Partant le mesme angle K sera egal à l'angle donné E. Donques la ligne H K, colloquee entre les deux A B & A C, sera egale à la ligne D, & sera

l'ang

l'angle K egal à l'angle E donné. Ce que nous auions entreprins de faire.

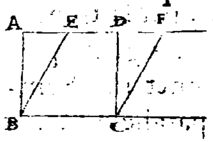
I'ay trouué bon d'inserer icy ce Probleme, qui me fut vn iour proposé par vn artisan, qui n'estoit pas ignorant de la Geometrie, lequel il estimoit ne se pouuoir demonstrer qu'auec difficulté. Car trois choses sont donnees pour en bastir vn Triãgle: à sçauoir deux angles & vne ligne. Et encor les deux angles donnés ne sont pas sus vne mesme ligne: Car ainsi la construction en seroit facile. Comme si sur la ligne A K il falust bastir vn Triangle, qui eust deux angles egaux à deux angles donnés. Mais icy il faut cercher par art la ligne A K.

THEOREME 25. PROPOSITION XXXV.

Les Parallelogrammes qui consistent sur mesme base, & entre mesmes paralleles, sont egaux entr'eux.

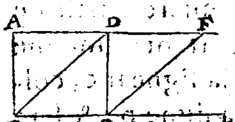
Soyent deux Parallelogrammes A B C D & E B C F, sur la mesme base B C, & entre les mesmes paralleles A F & B C. Ie dis qu'ils sont egaux entr'eux.

Car, où la ligne B E coppera la ligne A F par deça le poinct D, ou justement au poinct D, ou par delà. Mettons donc premierement qu'elle la coppe par deça le poinct D. Et pource



que chacune des deux lignes A D & E F, est egale à la ligne B C, elles seront aussi egales entr'elles. Ostant donc la commune E D, A E restera egale à D F. Derechef, pource que, par la precedente, A B est egal à C D: & l'angle E A B, par la seconde partie de la vingtneufieme, egal à l'angle C D F, l'interieur à l'exterieur, les deux Triangles E B A & F C D, par la quatrieme, seront egaux entr'eux. Partant, adjoustant à chacun d'eux la figure irreguliere C D E B, les deux Parallelogrammes A B C D, & E B C F, seront egaux.

Maintenant faisons que la ligne B E coppe la ligne A F justement au poinct D. Par les mesmes raisons que dessus, les deux

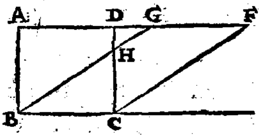


Triangles A B D & D C F seront egaux. Partant, adjoustant à chacun d'eux le Triangle B C D, les deux Parallelogrammes A B C D, & D B C F se trouueront egaux. Mais nous le

prouu

prouuerons aussi ainsi par la trentequatrieme. Les deux Triangles A B D & B C D, par la trentequatrieme, sont egaux, à cause du Dimetient : & aussi les deux Triangles C D F & B D C egaux, pour la mesme raison. Donc, les deux Triangles A B D & C D F, par la commune Notion, sont egaux. Adioustant donc à chacun d'eux le Triangle B C D, les deux Parallelogrammes A B C D & D B C F se trouueront egaux.

Pour la fin, faisons que la ligne B E coppe la ligne A F par delà le poinct D au poinct G : tellement qu'elle coppe la ligne C D au poinct H. Puis donc que les deux lignes A D & G F sont egales, par la precedente & par la commune Notion : adioustant à chacune d'icelles la particule D G, les deux lignes A G & D F seront egales : & le Triangle A B G egal au Triangle D C F : pource que leurs costés & leurs angles sont reciproquement egaux, par l'antecedente, & par la vingtneufieme. Adioustant donc à chacun d'iceux le Triangle B C H, & ostant d'iceux D G H, les deux Parallelogrammes A B C D & G B C F seront egaux. Ce qu'il faloit demonstrer.

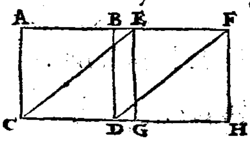


THEOREME 26, PROPOSITION XXXVI.

Les Parallelogrammes qui sont sur egales bases, & consistent entre mesmes Paralleles, sont egaux entr'eux.

Soyent deux Parallelogrammes A B C D & E F G H : sur C D & G H bases egales, & entre mesmes paralleles A F & C H. Ie dis que ces deux Parallelogrammes sont egaux.

Ie tireray deux lignes C E & D F : Et, par la trentetroisieme, la superfice C D E F sera de costés equidistans. Car les deux equidistantes C D & E F sont egales entr'elles : veu que chacune d'icelles est egale à G H. Conioignons les auec les deux C E & D F de parts opposites. Puis donc que par l'antecedente, chacun des deux Parallelogrammes A B C D & E F G H est egal au Parallelogramme C D E F (entendant d'un costé la base E F, & de l'autre C D) ils seront egaux, par la Notion commune. Ce qu'il faloit demonstrer.

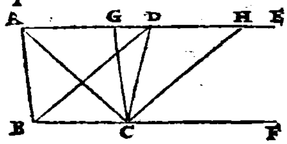


THEOREME 27, PROPOSITION XXXVII.

Les Triangles, qui ſont ſur meſme baſe, & entre meſmes Paralleles, ſont egaux.

Soyent les deux Triangles A B C & D B C ſur vne meſme baſe B C,& entre deux paralleles A E & B F. Ie dis qu'ils ſont egaux.

Par la trenteunieme je tire C G equidiſtante à A B, & C H equidiſtante à B D. Si ſeront les deux Parallelogrammes A B C G



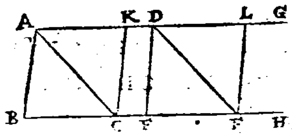
& D B C H egaux, &, par meſme raiſon, leurs demis auſſi: Puis donc que le Triangle A B C eſt la moitié du Parallelogramme A B C G, par la trentequatrieme: & le Triangle D B C ſoit la moitié du Parallelogramme D B C H, par la meſme: leſdits Triangles ſeront egaux entr'eux. Ce qu'il faloit demonſtrer.

THEOREME 28, PROPOSITION XXXVIII.

Les Triangles baſtis ſur baſes egales, & entre meſmes paralleles, ſont egaux.

Soyent deux Triangles A B C & D E F, ſur baſes egales B C & E F, & entre deux paralleles A G & B H. Ie dis que ces Triangles ſont egaux.

Ie tireray C K equidiſtante à A B: & F L equidiſtante à E D. Si



ſeront, par la trenteſixieme, egaux les deux Parallelogrãmes A B C K & D E F L: Et partant, par la trentequatrieme, les Triangles A B C & D E F (qui ſont moitiés deſdits Parallelogrammes,) ſeront egaux. Ce qu'il faloit monſtrer.

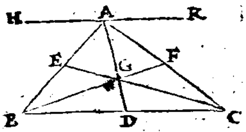
De ceſte Propoſition ſe peut aiſement tirer ce Probleme.

Partir vn Triangle donné en deux Triangles egaux.

Soit le Triangle A B C, lequel il nous fale diuiſer en deux Triangles egaux.

Ie diuiſe l'un des coſtés, à ſçauoir B C, en deux parties egales, par la dixieme, au poinct D, & conjoins D A. Ie dis que les deux Triangles A B D & A C D ſont egaux. Ce qui eſt aſſez euident

par



par ceste trentehuictieme, si nous presupposons vne parallele à ladite B C, qui passe par le poinct A, comme enseigne la trentevnieme, telle que la ligne H K, que nous auons icy tiré pour plus grande clarté. Nous auons aussi diuisés egalement les deux costés A B & A C és poincts E & F: à fin que tu sçaches; que quelque costé qu'on diuise, le Triangle sera parti egalement. Où se recongnoit aussi l'egalité des moindres Triangles, par les trois lignes A D, B F, & C E, qui se coppent au poinct G. Cecy sert pour partir les Triangles en pareillement pers, comme en 4, 8, 16, 32.

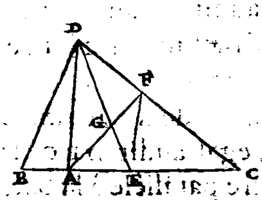
On diuisera aussi mechaniquement le Triangle en autres parties, en diuisant semblablement vn costé, & tirant des lignes de l'angle opposé aux poincts de la section. De laquelle diuision la demonstration se reserue au sixieme liure.

Nous adjousterons encor cest autre Probleme.

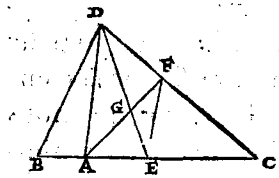
D'un poinct marqué en l'un des costés du Triangle, tirer vne ligne, qui diuise le Triangle en deux parties egales.

Soit le poinct A, marqué au costé B C du Triangle B C D. Ie veux du poinct A tirer vne ligne, qui diuise ledit Triangle B C D en deux parties egales.

Ie diuise egalement le costé B C au poinct E. Puis du poinct A jusqu'à l'angle opposite D, je tire la ligne A D. A laquelle, par le poinct E, je tire, par la trentieme, la parallele E F, qui coppe le costé D C au poinct F. Puis conjoins A F. Ie dis que A F diuise par egales parties le Triangle B C D: sçauoir est, que le Quadrilatere A B D F est egal au Triangle A C F.



Ie conjoins E D, coppant A F au poinct G. Et il conste, par la trentehuictieme, que les deux Triangles B E D & C E D sont egaux, presupposant vne parallele à ladite B C, qui soit tirée par le poinct D: veu que lesdits Triangles sont sur bases egales E B & E C. Aussi les deux Triangles D E F & A E F sont egaux, par la trenteseptieme, veu qu'ils sont sur vne mesme base E F, & entre deux paralleles A D & E F. En ostant donc le commun E F G, le Triangle A E G sera egal au Triangle D F G. Puis adjoustant à



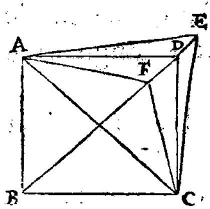
chacun d'iceux le Trapeze C F G E, le Triangle A C F sera egal au Triangle D E C. Mais D E C est la moitié de tout le Triangle B C D: partant A C F sera aussi la moitié du mesme. Donques l'autre moitié sera le Trapeze A B F D. Partant la ligne A F diuise egalement tout le Triangle A C D. Ce qu'il faloit faire.

THEOREME 29, PROPOSITION XXXIX.

Les Triangles egaux, posés sur mesme base, & dressés d'un mesme costé, consistent entre deux paralleles.

Les Triangles sont dits estre sur mesme base, & dresés de mesme part, lors qu'une ligne tireé du sommet de l'un au sommet de l'autre, ne coppe pas vn de leurs costés.

Soyent deux Triangles, A B C & D B C sur la base B C, qui ayent leur feste, ou sommet, ou poincte, tourné d'une mesme part: & que la ligne A D soit tiree. Ie dis que ladite ligne A D est parallele à la base B C.



Si celà n'est: tirons, par la trentevnieme, vne parallele à ladite B C, laquelle passera ou dessus ou dessous A D. Si elle passe dessus, que ce soit A E: lors nous allongerons B D, iusqu'à ce qu'il vienne à se rencontrer auec A E au poinct E: & soit tiree la ligne E C. Or puis que, par la trentesептieme, le Triangle A B C est egal au Triangle E B C: car tous deux sont entre deux paralleles: & que audit Triangle A B C nous auons posé egal le Triangle D B C: le mesme D B C sera egal audit E B C, la partie au tout. Ce qui ne peut estre.

Que si la parallele vient à passer au dessous de A D, comme A F: en liant F C, se fera le Triangle F B C, egal audit D B C, la partie au tout. Partant n'y aura point d'autre parallele à la base B C, que ladite A D. Ce qu'il faloit monstrer.

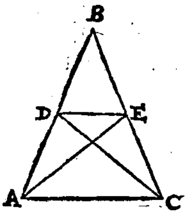
Appendix de Champagne.

De ceste-cy & de l'antecedente s'ensuit:

Si vne droite ligne coppe deux costés du Triangle par egales portions,

tions, elle sera equidistante au troisieme costé.

Soit le Triangle A B C : & que la ligne D E diuise par egales portions les deux costés A B & A C aux poincts D & E. Ie dis que la ligne D E est parallele à A C.

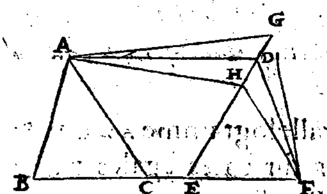


Au Quadrilatere A C E D soyent tirees deux lignes trauersans A E & C D : Et presupposant à ladite A B vne parallele, qui passe par le poinct E, le Triangle B D E, par la trentehuictieme, sera egal au Triangle D A E : veu que leurs deux bases, A D & D B, ont esté posees egales. Derechef, presupposans par le poinct D vne parallele à ladite B C, le mesme Triangle B D E sera egal au Triangle C E D. Partant, par la commune Notion, les deux Triangles E A D & E C D seront egaux: lesquels, puis qu'ils sont sur la mesme base D E, & leur poincte dressee de mesme costé, par ceste trenteneufieme ils seront entre deux paralleles D E & A C. Ce qu'il a falu demonstrer.

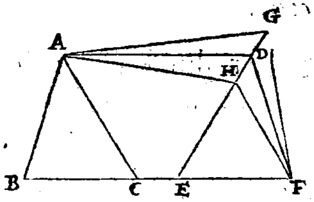
THEOREME 30, PROPOSITION XL.

Deux Triangles egaux, situés sur bases egales, & dressans leur poincte de mesme part, consistent entre mesmes paralleles.

Soyent deux Triangles egaux A B C & D E F assis sur deux bases egales B C & E F, & dressans leur poincte de mesme part : & soit conjoincte la ligne A D. Ie dis que les deux Triangles A B C & D E F consistent entre deux paralleles B F & A D. C'est la Conuerse de la trentehuictieme.



Car si A D n'est pas parallele à B F, tirant vne autre parallele, elle passera ou dessus ou dessous A D. Si dessus, que ce soit A G. Prolongeons donc E D jusqu'à ce qu'il rencontre A G au poinct G : & soit liee G F. Lors, par la trentehuictieme, le Triangle G E F sera egal au Triangle A B C. Mais D E F a esté mis egal audit A B C. Donques D E F sera egal audit G E F, la partie au tout. Ce qui est absurde.

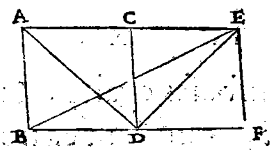


Que si ladite parallele passe dessous A D, que ce soit A H, & soit conjoincte H F. Lors auec le mesme discours on prouuera que le Triangle H B F est egal au Triangle D E F, la partie au tout. Partant, puis qu'il ne se peut ny en vne façon, ny en autre, B F & A D seront paralleles. Ce qu'il faloit faire voir.

THEOREME 31, PROPOSITION XLI.

Si vn Parallelogramme & vn Triangle sont sur mesme base, & consistent entre deux paralleles, le Parallelogramme sera double du Triangle.

Soit le Parallelogramme A B C D, & le Triangle B D E, sur la mesme base B D, & entre les Paralleles A E & B D. Ie dis que le Parallelogramme A B C D est double du Triangle B D E.

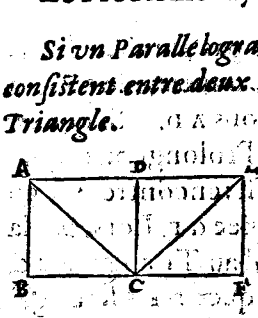


Au Parallelogramme je tireray le Dimetient A D : & lors, par la trenteseptieme, le Triangle A B D sera egal au Triangle E B D. Mais le Parallelogramme A B C D, par la trentequatrieme, est double du Triangle A B D, partant est double aussi du Triangle E B D. Ce qu'il faloit monstrer.

De cecy il appert assez, que si la base est doublee, le Triangle, qui sera dressé sur icelle, sera egal audit Parallelogramme. Et tel est icy le Triangle B E F.

Le Probleme suyuant se prouuera aussi facilement :

Si vn Parallelogramme, & vn Triangle, sont sur bases egales, & consistent entre deux Paralleles, le Parallelogramme sera double du Triangle.



Soyent le Parallelogramme A B C D, & le Triangle E C F sur bases egales B C & C F. Ie dis que le Parallelogramme A B C D est double du Triangle E C F.

Soit conjoincte E D : & soit tiree par le poinct C vne parallele à ladite E F, si C D n'est pas parallele. Lors,

Lors, par la trentesixieme & trentequatrieme, la Proposition se parfera.

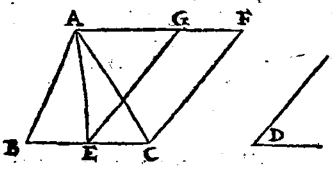
Laquelle Euclide a obmise, à cause de sa facilité, comme il en pouuoit encor obmettre d'autres non moins aisees à comprendre, qu'il a toutesfois cy deuant exprimees.

PROBLEME II, PROPOSITION XLII.

Faire vn Parallelogramme egal à vn Triangle donné, lequel ayt vn angle egal à vn angle donné.

Soit le Triangle donné A B C, & l'angle donné D. Ie veuil dresser vn Parallelogramme, qui soit egal audit Triangle A B C, & qui ayt vn angle egal à l'ange D.

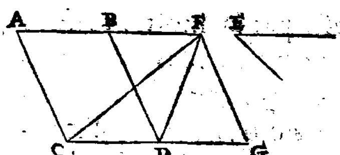
Ie diuise la base B C en deux parties egales, au poinct E, par la dixieme Proposition, & conjoins A E : puis, par la trenteunieme, du poinct A je tire A F, qui soit parallele à ladite B C : & sur le poinct E je dresse, par la vingttroisieme, l'angle G E C, qui soit egal à l'angle D donné. En apres, par le poinct C je tire C F, qui soit parallele à ladite E G. Ie dis que le Parallelogramme E C F G est egal au Triangle A B C.



Car puis que, par la trentehuictieme, le Triangle A B E est egal au Triangle A E C, tout le Triangle A B C sera le double du Triangle A E C. Mais le Parallelogramme E C F G, par la precedente, est double dudit Triangle A E C: Partant ledit Parallelogramme E C F G sera egal au Triangle A B C, & aura l'angle G E C egal à l'angle D donné. Ce qu'il faloit faire.

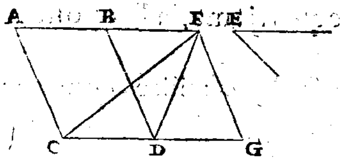
S'ensuit la Conuerse de ceste-cy.

Dresser vn Triangle qui soit egal à vn Parallelogramme donné, & qui ayt vn angle egal à vn angle donné.



Soit A B C D le Parallelogramme donné, & l'angle donné soit E. Ie veuil dresser vn Triangle qui soit egal audit Parallelogramme A B C D, & qui ayt vn angle egal à l'angle E.

Sur



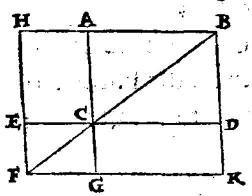
Sur le poinct c, par la vingt-troisieme, je forme l'angle D C F, qui soit egal à l'angle E. Et ayant prolongé A B, je tire C F tant qu'elle rencontre ladite A B au poinct F. l'allonge encor C D (qui est parallele à ladite A F) jusques au poinct G, si que D G soit egale à ladite C D: puis je conjoins F G. Ie dis que le Triangle C F G est egal au Parallelogrãme A B C D.

Car puis que, par la trentehuictieme, tout le Triangle C F G est double du Triangle C D F: & que, par la quaranteunieme, le Parallelogramme A B C D est aussi double dudit Triangle C D F: s'ensuit que le Parallelogramme A B C D & le Triangle C F G, sont egaux entr'eux. Ce qu'il faloit faire.

THEOREME 32, PROPOSITION XLIII.

Les supplements de deux Parallelogrammes, qui sont enuiron le Dimetient du plus grand Parallelogramme, sont egaux.

Ioignant le Dimetient consistet les Parallelogrammes, qui ont leur Dimetient au Dimetient du plus grand Parallelogrãme. Or nomme on Supplements, ceux qui auec les deux Parallelogrammes parfont le grand Parallelogramme.



Soyent donques deux Parallelogrammes, A B C D & E C F G, les poinctes desquels, qui sont à C, sont tellement conjoinctes en croix audit poinct C, que chaque Parallelogramme est parti par la moitié par le Dimetient B F: ausquels Parallelogrãmes soyent adjoustés les Supplements H A E C & C D G K, qui accõplissent tout le Parallelogramme B H F K. Ie dis, que les supplements H A E C & C D G K sont egaux.

Car puis que le Dimetient B F diuise par la moitié tout le Parallelogramme B H F K, par la trentequatrieme, les deux Triangles B F H & B F K sont egaux. Et puis que la mesme B F, diuise par la moitié le Parallelogramme A B C D, les deux Triangles B C A & B C D serõt egaux. Et, par la mesme raison, les deux Triangles C F E & C F G seront aussi egaux. Partant, ayant osté

les

les deux Triangles B C A & C F E de tout le Triangle B F H: & ayant aussi osté les deux Triangles B C D & C F G du total B F K, resteront les deux Superfices H A E C & C D G K, qui seront egales entr'elles. Ce qu'il faloit demonstrer.

En demonstrant ceste Proposition, nous n'auons pas du tout suyui la structure des autres: non pas pour desir d'innouer: mais, à fin que nous peussions exposer plus clairement tout l'affaire des supplements, & du Parallelogramme entier. Car à grand' peine en tout le traicté Geometrique se rencontrera-il vne figuration plus feconde que celle-cy, laquelle est composee d'un Parallelogramme, & du Gnomon. Comme en ce lieu, si nous prenons le Parallelogramme A B C D, la figure H F C D, qui, auec A B C D, parfait tout le Parallelogramme B H F K, s'appelle Gnomon. Que si nous leuons le Parallelogramme E F C G, la figure H B C G sera le Gnomon. Car le lieu est icy fort propre pour expliquer le Gnomon, encor qu'Euclide l'ayt remis au second liure.

I'ay accoustumé d'appeller ceste figure, mystique. Car d'icelle, comme d'un tresriche magasin, deriuent des demonstrations innombrables: comme le remarquera, & auec grand plaisir, celuy qui s'exercera à bon escient en la Geometrie.

Mais celuy, à qui la construction des autres aggreera mieux, cestuy là premierement descriue le Parallelogramme B H F K: puis tire la parallele E D, & endor A G autre parallele, & suyue la demonstration que nous auons mise cy dessus.

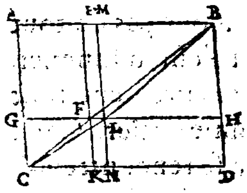
La Conuerse de ceste-cy se couchera ainsi:

Si vn Parallelogramme est parti en deux Supplements egaux, & deux Compliments quels qu'ils soyent, les Dimetients des deux Compliments seront de droit fil, & tout le Parallelogramme n'aura qu'un Dimetient.

Nous auons icy appellé Compliments, les deux Parallelogrammes, qui, auec les deux Supplements, parfont tout le Parallelogramme. Ils ont peu estre ainsi appellés non mal à propos à cause de l'affinité des mots, à fin qu'ils ne fussent pas sans nom, & à fin aussi qu'on sceust mieux que c'estoit, estans nommement distingués des Supplements.

k Soit

Soit donques le Parallelogramme A B C D, duquel les deux Supplements egaux soyent A E F G & F H D K: & les deux Compliments G F C K & E B F H, desquels les Dimetients soyent C F & F B. Ie dis que C F B est vne seule ligne, & qu'elle est le Dimetient de tout le Parallelogramme A B C D.



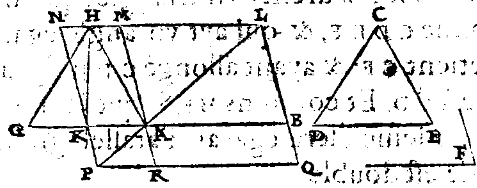
Car s'il n'est ainsi, il y aura vn autre Dimetient de tout le Parallelogramme. Prenons que ce soit C L B, tiree au dessous des Dimetients C F & F B, qui coppera G H au poinct L: & par ledit poinct L soit tiree M L N, par la trenteunieme Proposition, qui soit parallele à A C. Et en tout le Parallelogramme A B C D qu'il y ayt deux Supplements, A M G L & L H N D. Ces Supplements, par ceste quarantetroisieme, seront egaux entr'eux, veu qu'ils sont à l'entour du Dimetient C L B. Mais le Supplement A E F G a esté posé egal au Supplement F H D K. Puis donc que F H D K est plus grand que L H D N, A E F G sera plus grand que A M G L, la partie que le tout. Ce qui est absurde. Par la mesme raison se preuue, que le Dimetient ne se peue tracer au dessus des Dimetiēts C F, & F B. Partant C F B n'est qu'une ligne, laquelle est le Dimetient de tout le Parallelogramme. Ce qu'il faloit prouuer.

PROBLEME 12, PROPOSITION XLIIII.

Sur vne ligne droite donnee descrire vn Parallelogramme egal à vn Triangle donné, lequel ayt vn angle egal à vn angle donné.

La ligne donnee soit A B, & le Triangle donné C D E: & F soit l'angle donné. Ie veuil sur A B descrire vn Parallelogramme, qui soit egal au Triangle C D E, qui ayt vn angle egal à l'angle F. Ceste cy est differente de la quarantedeuxieme, pource qu'icy il y a vne ligne donnee, & là il n'y en auoit point.

I'allonge B A iusques au poinct G, & mets A G egale à D E costé du Triangle donné. Et, par la vingttroisieme, sur le poinct A je fay l'angle G A H egal à l'angle E: &, par la seconde, je fais A H egal au costé E C. Et conioignant G H, le Triangle A G H sera, par la quatrieme Proposition, egal au Triangle donné C D E. En apres, je diuise A G egalement au poinct K, par la dixieme:



& conjoins H K. Et, par le poinct H, je tire H L parallele à ladite G B, par la trenteunieme. De là, par la vingttroisieme, au poinct A je forme l'angle G A M egal à l'angle donné F, tellement que A M coppe H L au poinct M. Lors, par le poinct K je tire K N parallele & egale à ladite A M: Et conjoignant H N, je fais le Parallelogrãme A K M N: lequel, par la trentehuictieme & quarantevnieme, sera egal au Triangle A G H, & partant egal aussi à C D E, Triangle donné. Apres je tire B L parallele à ladite A M: laquelle je conjoins auec N M prolongée, au poinct L. Duquel poinct je tire le Dimetient L A: lequel j'allonge, jusqu'à ce qu'il se joigne auec N K prolongee, au poinct P. Et tire P Q parallele & egale à ladite K B. Puis ayant conjoinct A R & B Q, je paracheue tout le Parallelogramme N L P Q, composé de quatre Parallelogrammes. Entre lesquels le Supplement A Q, par l'antecedente, est egal au Supplement A N, & par consequent, au triangle donné C D E. Partant, puis que la ligne donnee A B, est vn des costés dudit A Q Parallelogramme: & que, par la quinzieme, l'angle B A R est egal à l'angle G A L, & par consequent, à l'angle donné F, tout le Probleme est prouué.

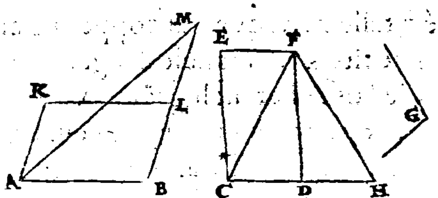
Nous auons icy mis la description de Champagne: à fin de faire voir son ennuyeuse & non necessaire diligence. Car il n'estoit nul besoing du triangle A G H. Il faloit seulement dresser le Parallelogramme A K M N, qui fust egal au triangle C D E, ayant vn angle egal à l'angle F, par la quarantedeuxieme, comme l'a fort bien faict Theon. Car les Propositions Geometriques vont les vnes deuant les autres, non pas à fin que leur construction soit repetee, mais bien l'usage d'icelles: de peur que la multitude des lignes ne trouble l'esprit, au lieu de le soulager.

La Conuerse de ceste-cy est telle:

Sur vne droite ligne dresser vn Triangle qui soit egal à vn Parallelogramme donné: & qui ayt vn angle egal à vn angle donné.

Soit la ligne donnee A B, & le Parallelograme donné C D E F,

& l'angle donné G. Ie veuil sur A B dresser vn triangle, qui soit egal audit Parallelogramme C D E F, & qui ayt vn angle egal à l'angle G. Ie tire le Dimetient C F: & ayant allongé C D jusqu'au poinct H, je fais D H egale à C D: Et conjoins H F. Si que le triangle C H F, par la quarantevnieme, sera egal au Parallelogramme C D E F, veu que sa base est double.



Maintenant, par la directe de ceste cy, sur A B je dresse le Parallelogramme A B K L, egal au triangle CHF, & qui ayt l'angle A B L egal à l'angle dōné G. Puis, allongeant B L, je mets L M egale à B L. Apres, je conjoins A M. Ie dis dōc, que le triangle A B M, dressé sur A B, est tel que nous le voulons.

Car, par la quarantevnieme, le triangle A B M est egal au Parallelogramme A B K L, veu qu'ils sont entre deux paralleles, B M & A K, & que la base du triangle est double de celle du Parallelogramme. Mais A B L K, par la construction, est egal au triangle C H F; & C H F egal à C D E F, par ladite quarantevnieme. Partant, par la Notion commune, le triangle A B M est egal au Parallelogramme C D E F, & a l'angle A B M egal à l'angle donné G. Ce qu'il faloit faire.

Le Probleme se pouuoit aussi proposer en ces mots:

Entre deux Paralleles interminees faire vn Parallelogramme egal à vn Rectiligne donné, lequel Parallelogramme ayt vn angle egal à vn angle donné.

Où il faut prendre garde, que dresser vn Parallelogramme entre deux paralleles donnees, n'est pas plus difficile, que sus vne droite ligne donnee. Car, où vne droite ligne est donnee, se donnent aussi deux paralleles interminees. I'entens, pour dresser vn Parallelogramme.

I'ay voulu adjouster cecy, à fin que ceux qui s'addonnent à la Geometrie, apprennent à accorder, & accommoder à leur vsage, les propositions ambigues & couchees diuersement.

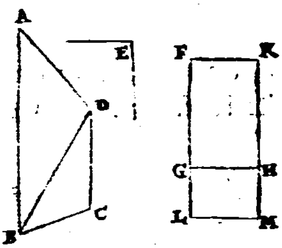
Nous pouuions mettre cestuy nostre Probleme en la place du du ſuyuant, veu qu'il eſt plus ample. Car on donne vne ligne. Outre ce que le ſuyuant ſemble eſtre ſuperflu, attendu qu'il s'entend aſſez par le precedent: ſi ce n'eſt, peut eſtre, qu'il apprend à reſoudre les Rectilignes en triangles. Pour ces raiſons, quelques vns l'ont obmis, & meſmes Champaigne. Toutesfois nous ne l'auons point voulu oſter de ſa place. Car, pour le preſent, nous n'auons pas deliberé de rien inſerer du noſtre dans la file de ceux d'Euclide.

PROBLEME 13, PROPOSITION XLV.

Dreſſer vn Parallelogramme egal à vn Rectiligne donné, qui ayt vn angle egal à vn angle donné.

Soit le Rectiligne donné A B C D : & E ſoit l'angle donné. Ie veux dreſſer vn parallelogramme egal audit rectiligne A B C D, & qui ayt vn angle egal à l'angle E.

A cauſe qu'A B C D eſt quadrilatere, je le reſous en deux triangles A B D, & B C D. &, par la quarantedeuxieme, je dreſſe vn parallelogramme egal à A B D, qui ſoit F G H K, qui ayt l'angle F K H egal à l'angle E : & ayant continué K H juſques au poinct M, à fin de faire, par la vingtneufieme, l'angle G H M egal à l'angle K, je dreſſe ſur G H, par la precedente, le parallelogramme G H L M, egal au triangle B C D, ayant l'angle G H M ja formé. Et



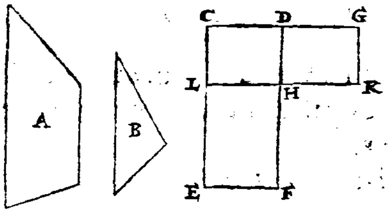
pource que la ligne K M, par ſa poſition, n'eſt qu'une ligne : & que l'angle M H G eſt egal à l'angle F G H alterne, par la premiere partie de la vingtneufieme : & auſſi que M H G, auec L G H, ſont egaux à deux droits, par la derniere partie de ladite, l'angle F G H, auec ledit L G H, ſeront egaux à deux droits. Partant, par la quatorzieme, F L n'eſt qu'une ligne. Et puis que F G & K H ſont egales, par la trentetroiſieme : & auſſi, par la meſme, G L & H M egales, toute F L ſera egale à toute K M : &, par la trentetroiſieme, F K & L M ſeront egales. Donques, tout le quadrilatere F K L M, eſt parallelogramme. Partant, puis que l'angle K eſt egal à l'angle E, la Propoſition eſt aſſeurée.

De ce qui a eſté demonſtré s'enſuyura ce Probleme :

Deux superfices rectilignes inegales nous estans proposees; sçauoir de combien la plus grande surpasse la moindre.

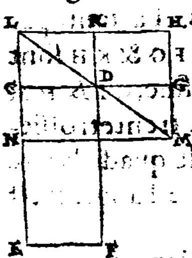
Soyent les deux Superfices rectilignes A & B, desquelles la plus grande soit A, je veux sçauoir quel est l'exces dont A surpasse B.

Par la quarantequatrieme je dresse le parallelográme CDEF, egal audit A rectiligne: duquel prenons que l'angle CDF soit droit. Et ayant prolongee CD jusques au poinct G, & rendue DG egale à ladite CD: je dresse, par la quarantequatrieme, sur DG, le parallelogramme DGHK, egal audit B rectiligne, ayant l'angle DGK droit. Puis prolonge KH, jusqu'à ce qu'elle coppe CE au poinct L. Ie dis que HLEF est ce dont le Rectiligne A surpasse le Rectiligne B.



Premierement donc, que CGKL soit vn parallelogramme, il est trop clair pour auoir besoing de demonstration. Puis donc que CD & DG, par la position, sont egales, & que l'une & l'autre sont paralleles à KL, les deux parallelogrammes CH & DK seront egaux, par la trentesixieme. Et pource que DK a esté posé egal au rectiligne B, CH sera aussi egal audit rectiligne B. Partant, puis que tout le parallelogramme CF, est egal audit rectiligne A: & que LF est l'exces d'iceluy CF par dessus DK: par la commune Notion, LF sera l'exces du Rectiligne A par dessus le Rectiligne B. Ce qu'il faloit monstrer.

Autrement, & plus aisé. Que le parallelogramme CDEF soit egal audit Rectiligne A. Et prologeant CD jusqu'au poinct G, dressons sur DG le parallelográme DGHK, qui soit egal au Rectiligne B: Et prolongeant EC & HK, iusqu'elles s'assemblent au poinct L, tirons par le poinct D le Dimetient LDM, qui coppera EG prolongee au poinct M. Puis tirons MN, qui soit parallele à ladite HL, laquelle coppe EH au poinct N: & ainsi soit faict le parallelogramme HLMN. Ie dis que NF est



l'exces

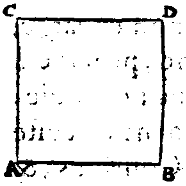
l'exces du Rectiligne A par dessus le Rectiligne B.

Car puis que H D est egal au rectiligne B : & que, par la quarantetroisieme, les Supplements H D & D N sont egaux : D N sera aussi egal au Rectiligne B. Lequel ostant du parallelogramme C F (lequel a esté posé egal à A,) demeurera N F, qui est l'exces d'A par dessus B. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 14, PROPOSITION XLVI.

Descrire vn Quarré d'une droite ligne donnee.

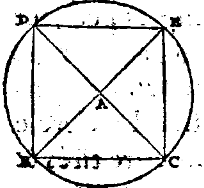
Soit la ligne dõnee A B, de laquelle il fale descrire vn quarré. Des poincts A & B, je dresse, par l'onzieme, deux perpendiculaires A C & B D : & fay, par la troisieme, chacune d'icelles egale à ladite A B : Si seront, par la derniere partie de la vingthuictieme, A C & B D paralleles. Ie conjoins C D : laquelle, par la trentetroisieme, sera egale & parallele à ladite A B. Et puis



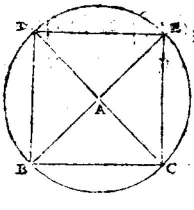
que les deux angles A & B sont droits, les deux opposites D & C seront aussi droits, par la derniere partie de la vingtneufieme : ou, si lon aime mieux, par la trentequatrieme. Partant, par la definition du Quarré, A B C D sera Quarré.

Autrement. Dressons A C perpendiculaire & egale à A B. Et du poinct C tirons C D parallele & egale à ladite A B : & conjoignons D B : laquelle, par la trentetroisieme, sera egale & parallele à ladite A C. Puis donc que par la derniere partie de la vingtneufieme, tous les angles sont droits, A B C D sera Quarré. Ce qu'il nous faloit monstrer.

Il faut sçauoir, que la vraye cõstruction du Quarré se prend du centre, & partant depend du Cercle. Car és choses qui sont parfaictes, par tout le poinct est celuy à qui tout se refere. Nous dresserons donc ainsi le Quarré, encor qu'on ne nous ayt point donné de ligne.



De A, centre du Cercle B C D E, soyent tirees à la circonferẽce deux lignes A B & A C, qui forment vn angle droit au poinct A : & que chacune d'icelles soit prolongee aux poincts D & E de la circõference. Lors soyent accouplees B C, C E, D E, & D B. Puis donc que les



les quatre angles qui sont à A, sont droits, par la quinzieme: & toutes les lignes, qui les forment, egales, comme celles qui sont du centre à la circonference: par la cinquieme & trentedeuxieme, chaque angle de ceux qui sont à B, C, D, E, des quatre triangles dont est composé l'entier parallelogramme, chacun desdits angles, dis-je, est la moitié d'un droit. Tellement que chacun des quatre entiers est droit: &, par la quatrieme, les bases sont egales. Partant B C D E est Quarré.

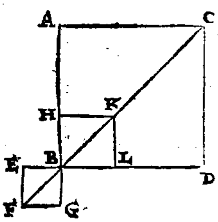
Et principalement pour ceste cause, la croix a esté tousiours tenue pour mystique: notamment celle qui se fait à angles droits, & qui de tous costés monstre equalité, telle qu'elle se void au Quarré & au Cercle. Car ce que nous faisons le Quarré en menant vne ligne droite en elle mesme, nous le faisons par le jugemēt du sens, & par la cōduite de l'art. Veu que tirer des lignes par le centre, & marcher en rond & non en large, c'est vne mesme chose. Car ce poinct tant fecond, procree à l'entour de soy des lignes infinies. Et que personne ne m'objecte les nombres quarrés, qui se produisent en menant vn costé en soy mesme: car autre est la consideration des Continus, & autre celle des Discrets, laquelle je ne veux pas traicter en ce lieu. Ie ne dis pas toutesfois, qu'il ne nous fale par tous moyens embrasser l'art, laquelle, par similitude & imitation, nous descouure la Nature, qui toutesfois est seulement congnue à soy mesme. Car ce qu'elle fait, elle le fait fort bien: mais, tant plus est-il parfaict, tant plus est-il couuert.

Il faut aussi sçauoir, qu'au Quarré il y a quatre demidiametres, à l'hexagone six, à l'octogone huict: au trigone trois, au Pentagone cinq, à l'heptagone sept, & à l'ennagone neuf, & ainsi suyuant en toutes figures, selon le nombre de leurs angles. I'enten tousiours des parfaictes, sçauoir est, qui soyent equilateres & equiangles. Et aux figures qui ont les angles pers, les Diametres se terminent d'un angle, par le centre, à vn angle opposé: mais aux impers, par vne maniere aucunement imparfaicte, de l'angle, par le centre, au costé opposite. Le Cercle a & l'un & l'autre. Car les diametres s'entendent estre tirés & aux costés & aux angles: veu que le Cercle est, (si le discours

peut

peut penetrer jusques là,) & d'infinis angles, & d'infinis costés. Tant plus donc il y aura de demidiametres en vne figure, tant plus approchera elle du Cercle, & tant plus sera elle parfaicte. Et toutesfois tant moins elle en a, tant plus l'usage en est grãd. Car on se sert plus souuent du Triangle, que du Quarré : & derechef plus du Quarré que du Pentagone. Si qu'en ces choses nous voyons comme l'image des choses humaines. Car les grands se seruent du seruice des petits. Mais nous discourrons plus amplement de cecy ailleurs.

Les Parallelogrammes, qui sont à l'entour du Diametre du Quarré, s'ils ont leurs costés equidistans des costés du Quarré, il faut aussi qu'ils soyent Quarrés.



Soit le Quarré A B C D, duquel le diametre soit B C : & qu'il y ayt deux parallelogrammes, B E F G, & B H K L, posés de telle façon, que le costé E B soit equidistant au costé A C : & le costé E F au costé C D : & aussi le costé H K equidistant audit A C, & K L audit A B: & que le diametre C B estant prolongé diuise ces deux parallelogrammes par la moitié. Ie dis que B E F G, & B H K L, sont Quarrés.

Car, puis que l'angle A est droit, & les deux angles A B C & A C B, par la cinquieme, sont egaux, chacun d'iceux, par la trentedeuxieme, sera midroit. Partant aussi, par la vingtneufieme, l'angle E B F sera demidroit : veu que C F tumbe sur deux paralleles A C & E B : & pourtant, par la mesme, l'angle B F G sera demidroit. Et pource que le costé E B, du triangle E B F, est, par la trentequatrieme, egal au costé F G du triangle B F G : & que B F est commun à l'un & à l'autre: la base E F, par la quatrieme, sera egale à la base B G. Et puis que A G conjoint les deux paralleles A C & F G, & que l'angle A est droit, l'angle aussi alterne G, par la vingtneufieme, sera droit. Partant, par la trentedeuxieme, l'angle F B G sera demidroit : &, par la sixieme, les deux costés F G & B G egaux. Donques, tout l'angle E B G sera droit : & de mesmes, par la trentequatrieme, tout F & tout E seront droits : & les quatre costés du parallelogramme E B F G seront egaux. Partant il sera quarré. La mesme preuue sera du parallelogramme

BHKL. Ce que nous voulions prouuer.

Nous auons assigné ce lieu cy à ceste proposition : laquelle toutesfois nous pouuions faire suyure incótinent apres la trentequatrieme. Mais nous auons troué bon de la mettre lors qu'on a faict mention du quarré, & non plus outre : combien qu'Euclide l'ayt eslongné jusques à la quatrieme du second.

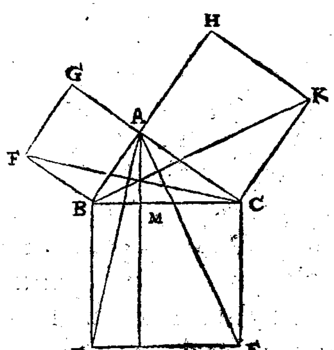
THEOREME 33, PROPOSITION XLVII.

Selon Champaigne 46.

Aux Triangles rectangles, le Quarré qui se fait du costé qui soustend l'angle droit, est egal aux Quarrés qui se font des deux costés qui contiennent l'angle droit.

Soit le triangle ABC, duquel l'angle A soit droit. Ie dis que le quarré du costé BC sera egal aux quarrés des deux costés AB & AC.

Suyuant la doctrine de la precedente, je descriray du costé BC le quarré BCDE : & des costés AB & AC, les deux quarrés ABFG & ACKH. Si sera, par la quatorzieme Proposition, BH vne seule ligne, & CG aussi vne: veu que tous les angles qui sont à A sont droits. En apres, de l'angle droit A je tireray sur DE costé du grand quarré, la ligne AL parallele au costé BD, qui coppera BC au poinct M. Et du mesme angle A, j'en tireray deux, AD & AE: & aussi des deux autres angles, ABC & ACB, j'en tireray BK & CF.



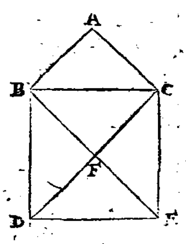
Or pource que sur la base BF, & entre les deux paralleles CG & BF, sont dressés le parallelogramme ABFG, & le triangle BFC : ABFG, par la quaranteunieme, sera le double de BFC. Mais le mesme BFC, par la quatrieme, est egal au triangle ABD, veu que les costés de l'un, BF & BC, sont egaux aux costés de l'autre AB & BD, & l'angle B de l'un egal à l'angle B de l'autre: car & l'un & l'autre est composé de l'angle droit & de de l'angle commun A B C. Donques le quarré A B F G sera double du triangle A B D. Mais aussi le parallelogramme B D L M, par la quaranteunieme, est double du triangle A B D: car ils sont sur vne mesme base B D, & entre les deux paralleles B D & A L. Partant, par la Notion commune, le quarré A B F G est egal au parallelogramme B D L M.

Par le mesme discours, & par le moyen des deux triangles B C K & A E C, nous prouuerons que le *quarré* A C K H est egal au parallelogramme L M E C. Partant, puis que le quarré B C D E est composé des deux parallelogrammes B D L M & L M E C, il sera egal aux deux quarrés A B F G & A C K H. Ce qu'il faloit demonstrer.

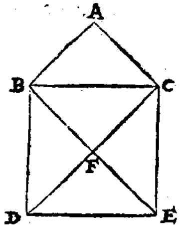
Ceste-cy est la tant celebre demonstration trouuee par le Philosophe Pythagoras, dont il fut si joyeux, qu'il en offrit vn beuf aux Demons, si nous voulons croire Heron, Procle, Lyce, & Vitruue. Ce que toutesfois plusieurs ne croyent pas: car ce personnage faisoit trop grand scrupule d'espandre le sang des animaux. Quoy que ce soit, c'est vne inuention tresadmirable, & vrayement descendue du ciel: au discours philosophique de laquelle je me veuil vn peu estendre: à fin que nous considerions d'où ce Probleme a esté pris, & ce qui a esmeu les hõmes doctes de se trauailler en la recerche d'iceluy.

Premierement, l'occasion de toute ceste meditation est procedee du Droit & de l'Egal: desquels nous auons dit, que presque toutes les preuues Geometriques prennent leur origine. Ce qui se congnoistra clairemẽt par le moyen du triangle isoscele rectangle, lequel est la *moitié du quarré*.

Soit donques A B C triangle isoscele, duquel l'angle A soit droit. Ie dis que le quarré du costé B C, est egal aux quarrés des deux costés A B & A C. De B C je descri le quarré B C D E: duquel



je tire les deux diametres B E & C D qui s'entrecopperont au poinct F. Et puis que les deux costés B C & B D, du triangle B D C, sont egaux: par la cinquieme, les deux angles B D C & B C D seront egaux: &, par consequent, demidroits, par la trentedeuxieme: veu que l'angle C B D est droit. Par la mesme raison les deux angles C B E & C E B du triangle B E C, seront aussi demidroits: Partant, les



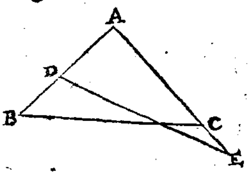
deux costés B F & C F, du triangle B C F, par la sixieme, seront egaux. Derechef, puis que les deux angles A B C & A C B du triangle A B C, sont demidroits, par la cinquieme, & par la trentedeuxieme, & que la base B C est commune à chacun desdits triangles A B C & B C F, les deux costés A B & A C, seront egaux aux deux costés F B & F C, par la vingtsixieme. Donques A B F C est de quatre costés egaux & de quatre angles droits. Partant donques quarré, par la definition. Maintenant donc, puis que les deux angles F C E & F E C du triangle C E F, sont egaux aux deux angles F B C & F C B, dudit triangle C B F, puis que tous sont demidroits : & que la base B C est egale à la base E C : les deux triangles B C F & F E C seront egaux. Donques, par la commune Notion, tout le triangle B E C, sera egal au quarré A B F C. Mais le triangle B E C, par la trentequatrieme, est la moitié du quarré B C D E. Et donc le quarré A B F C est la moitié dudit B C D E. Si donques nous prenons deux fois A B F C, à cause des deux costés A B & A C, les deux quarrés se trouueront egaux au quarré B C D E. Ce qu'il faloit demonstrer.

Ceste demonstration est vn peu ample, mais toutesfois aisee, par la consideration de la figure : tant le Droit & l'Egal se font recongnoistre, quelque part qu'ils soyent.

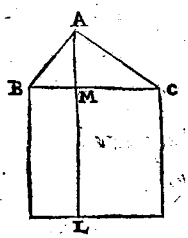
Mais aux scalenes rectangles il a falu inuenter vne autre façon de demonstrer. Car, l'equalité des costés defaillant, defaillent aussi les equalités des quarrés & des triangles, lesquels dependent de la premiere. Ce discours se pouuoit bien faire promptement. De quelque triangle rectangle que ce soit, les deux angles, outre le droit, sont egaux à deux demidroits, par la trentedeuxieme. Il conuient donc que les quarrés des deux costés qui les soustendent, encor qu'ils soyent inegaux, ne laissent pas de faire autant, comme si chacun d'eux estoit demidroit : puis que leurs bases sont egales. Car ce qui defaut à l'un des costés inegaux, accroist à l'autre : à fin que l'equalité de la puissance se compense : (Car la puissance de la ligne est la mesme, qu'est celle de son quarré.) Et il est raisonnable, que la puissance du costé qui soustẽd l'angle droit, soit egale aux deux puissances des deux costés qui soustendent les deux demidroits.

droits. Car la grandeur des angles mesure la grandeur des costés opposites, & au contraire.

Pour exposer cecy plus clairement, Es deux triangles rectangles A B C & A D E, (desquels A B C est isoscele, & A D E scalene,)on sçait bien,(par la trentedeuxieme assez vulgaire,) que les deux angles demidroits, A B C & A C B, du triangle A B C, sont egaux aux deux A D E & A E D du triangle A E D pris ensemble: Mais pourtant ne sçait on pas, si le quarré de la base B C est egal aux quarrés des deux costés A B & A C, que de mesmes le quarré de la base D E soit egal aux quarrés des deux costés A D, & A E, encor que les deux bases B C & E D soyent egales. Or celà Pythagoras l'a prouué par vne demonstration generale, laquelle a esté tresdifficile à trouuer, comme nous l'auons experimenté en la recerchant. Car comme nous fussions poussés d'un mesme desir, nous auõs eu beaucoup de meditatiõs sur ce poinct: & n'auons toutesfois peu atteindre au but par autre moyẽ que par les proportions: & ce par la figure Gnomonique. Mais nous suyurons quelques ruisselets de ceste planturease fontaine.



Reprenans donc la premiere construction, il y aura plaisir à voir, par quel moyen le Droit & l'Equalité conseruent icy leur droit. Car combien que les costés A B & A C soyent inegaux, & partant les angles A B C & A C B aussi inegaux, se seruant toutesfois de la perpendiculaire A M, il se fait vn bel eschange: si que lon void, que le tout demeure en son entier. Car l'angle C A M est perpetuellement egal à l'angle A B C: & l'angle B A M à l'angle A C M: Ce qui se demonstrera en ceste façon:

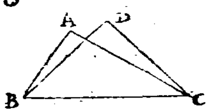


L'angle B A C du triangle A B C, est posé droit: & l'angle A M C du triangle A C M aussi droit: & l'angle C est commun à chacun des deux triangles. Partant, par la trentedeuxieme, & par la commune sentence, le tiers angle C A M, sera egal au tiers angle A B C. Derechef, puis que l'un & l'autre angle, qui est à M, est droit, & l'angle B a esté prouué egal à l'angle C A M: il s'ensuit, que le tiers B A M est egal au tiers A C M. Ce qu'il faloit demonstrer.

Tu vois comme la perpendiculaire fait voir l'equalité, non de chacun des costés, mais de leur puissance. C'est à dire, Si le quarré de la ligne B C est reduit à deux quarrés egaux, ces deux quarrés seront egaux aux quarrés des deux costés A B & A C. Et faut encor prendre garde icy, comme ces lignes s'entredonnent aides mutuelles, par le moyen de la permutation. Car de la soustendante B C se font deux costés de triangles aduentifs, A B M & A C M: & des deux costés du premier triangle A B C, lesquels contiennent l'angle droit, se font deux soustendues. Mais je veuil icy demonstrer, par quel moyen se fait ceste reduction de quarrés à egalité.

Reduire deux Quarrés inegaux à deux Quarrés egaux.

Que les deux quarrés des deux lignes A B & A C soyent inegaux. Ie veuil les reduire à deux quarrés egaux. I'assemble les deux lignes: si qu'elles facent vn angle droit, B A C: & conjoins B C. Puis, sur les deux extremités, B & C, je fay deux angles demidroits: (or celà se fait en erigeant des perpendiculaires, & diuisant chacun des angles droits par la moitié, comme enseigne la neufieme du present:) Soyent donc les angles B C D & C B D demidroits, & que les deux lignes B D & C D viennent à se joindre au poinct D. Ie dis que les deux quarrés des costés B D & C D sont egaux aux deux quarrés des costés A B & A C.



Car, par la sixieme, les deux costés D B & D C sont egaux: & l'angle D, par la trentedeuxieme, est droit. Partant le quarré du costé B C, est egal aux quarrés des deux costés D B & D C, par ceste quarātesepriеme. Mais il est aussi egal aux quarrés des deux A B & A C, par la mesme. Partant, par la Notion commune, les quarrés des deux D B & D C, sont egaux aux deux quarrés A B & A C. Ce qu'il faloit faire.

De cecy est aussi produit ce Theoreme:

Si deux Triangles rectangles ont leurs soustendues egales, les Quarrés des deux autres costés de l'un sont egaux aux Quarrés des deux autres costés de l'autre.

Ce qui est assez clair par la construction derniere.

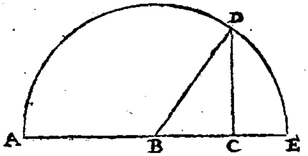
Mais aussi de là se produira ce Probleme:

Deux

Deux lignes inegales estans proposees, congnoistre la puissance de la plus grande sur la moindre.

Nous auons dit, que la puissance de la ligne est autant grande, combien est grand son quarré.

Soyent donques deux lignes inegales A B & B C, desquelles la plus grande soit A B. Ie veux sçauoir combien A B peut sur B C. C'est à dire, Ie veuil trouuer vn quarré, lequel, auec le quarré de ladite B C soit egal au quarré de la ligne A B.



Ie joins A B & B C en droite ligne: & mettant le centre à B, poinct de l'assemblage, je descri le demicercle ADE, selon la quãtité de la plus grande A B. Lors sur le poinct C je dresse vne perpendiculaire, laquelle je prolonge jusqu'à ce qu'elle touche la circonference au poinct D: & conjoins B D. Ie dis que le quarré de la ligne C D est l'exces de la puissance de la ligne A B sur B C.

Car puis que l'angle C du triangle B C D, est droit: le quarré de la soustendue B D, est egal aux quarrés des deux costés B C & C D: aux mesmes donc est egal le quarré de la ligne A B. Partant le quarré de la ligne B C est de tant moindre que le quarré de la ligne A B, de tout le quarré de la ligne C D. Ce qu'il faloit trouuer.

Theon fait suyure ceste cy à la treizieme du dixieme: & la preuue par la premiere du quatrieme, & par la trentieme du troisieme: laquelle toutesfois vous voyez estre demonstree par ceste seule Pythagorique.

De cecy aussi se trouue le moyen de trouuer le troisieme costé du triangle rectangle, en ayant deux congnus, quels qu'ils soyent. Ce qui est si clair, qu'il n'a besoing d'aucune preuue.

Mais maintenant, nous enseignerons en passant, en quelle façon ce Theoreme se peut accommoder aux nombres. Il a principalement lieu és nombres, quand le plus grand est au moyen comme 5 à 4: sçauoir est en proportion sesquiquarte, qu'on appelle: & le moyen au plus petit comme 4 à 3: sçauoir est en proportion sesquitierce. Semblables sont ces trois 3, 4, 5: & ces trois 6, 8, 10: & 12, 16, 20: & ainsi par continuel progres. Car le quarré de 20 est 400: & autant font 144 auec 256, qui sont les quarrés de 12 & de 16.

Mais

Mais aussi, ayant cõgnu le moindre des costés en nombres, tu parferas ainsi le Scalene rectangle. Multiplie la moitié du congnu par soymesme : Du produit oste vn : tu auras l'autre costé : adjouste à cestuy-cy 2, tu auras le plus grand costé, qui est soustendu. Comme, soit le moindre costé 10. Multiplie la moitié d'iceluy par elle mesme, viendront 25. Ostes en 1, restent 24, qui est le moyen costé : adjouste 2, ce sont 26, qui est la soustendue. Desquels 26 le quarré est 676. Et autant sont 100, & 576, quarrés de 10 & de 24.

Mais les isosceles rectangles ne s'accommodent point auec les nombres. En quoy est digne d'estre consideré que ce qui est plus clair en Geometrie, & plus aisé à demonstrer, n'est pas de mesme entre les nõbres: car jamais deux nombres egaux quarrés, adjoustés ensemble, ne produirõt vn nõbre quarré. Et pour ceste cause la proportion du costé du quarré à son diametre est incongnue. Car le diametre est la racine ou le costé de deux quarrés egaux joincts en vn seul quarré: pource est elle irrationale : c'est à dire, comme on parle en Arithmetique, racine sourde. Comme la racine 2, 8, 32 :& ainsi suyuant, entrelaissant les nombres alternes des Progressions.

Il ne faut pas aussi oublier, que ce Theoreme Pythagorique, n'est pas pris du triangle, mais du parallelogramme rectangle. Ce qu'aussi l'affinité des nombres demonstre. Car il n'y a point de commerce entre les nombres & les triangles: & la superfice ne se parfait point par les nombres, sinon par la multiplication. Or, la multiplication, du moins, est quadrilatere. Aussi, aux superfices Geometriques, les triangles se considerent comme demis parallelogrammes. On pouuoit donc ainsi proposer ce Theoreme :

Es Parallelogrammes rectangles, le Quarré qui prouient du Dimetient, est egal aux Quarrés des deux costés qu'il soustend.

Toutesfois, pource que les triangles sont plus simples, & partant plus aisés à traicter, nous nous en seruons volontiers. Mais de cecy nous en parlerons ailleurs.

De cecy est assez euident ce qui suit :

Le Diametre estant donné, descrire le Quarré duquel il est le Diametre.

Car

Car ayant ſur les deux extremités de la ligne dreſsé deux angles demidroits, & paracheué le triangle : on aura la moitié du quarré : l'autre moitié duquel ſe tracera aiſement.

De là auſſi eſt clair ce qui ſuit:

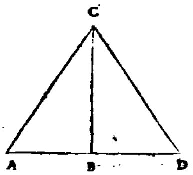
Le Quarré du Diametre, eſt double du Quarré dont il eſt Diametre.

Ce qui n'a beſoing d'aucune preuue.

THEOREME 34, PROPOSITION XLVIII.

Si le Quarré qui ſe fait d'un des coſtés du Triangle, eſt egal aux Quarrés des deux autres coſtés, l'angle ſouſtendu par ledit coſté eſt droit.

Soit le triangle A B C : & ſoit le quarré du coſté A C egal aux quarrés des deux coſtés A B & B C. Je dis que l'angle B opposé au coſté A C eſt droit. C'eſt la Conuerſe de la precedente.

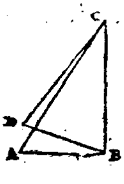


Du poinct B vers la part oppoſée au poinct A, je dreſſe, par l'onzieme, la perpendiculaire B D, laquelle je fais egale à A B, par la ſeconde: Et conjoins D C.

Et pource que l'angle C B D eſt droit, le quarré du coſté C D, par l'antecedente, eſt egal aux quarrés des deux coſtés B C & B D : & par meſme moyen aux quarrés des deux B C & B A. Donques, le coſté C D, par la Notion commune, eſt egal au coſté A C, veu que les quarrés de l'un & de l'autre ſont egaux. Donques le triangle A B C eſt egal & equilatere au triangle C B D. Pource, par la huictieme, l'angle A B C eſt egal à l'angle C B D : & partant eſt droit. Ce qu'il faloit demonſtrer.

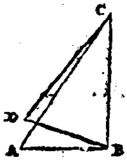
Nous le prouuerons auſſi par l'impoſſible, à la façon des Conuerſes.

Car ſi le quarré du coſté A C eſt egal aux quarrés des deux A B & B C, & que l'angle B ne ſoit pas droit, il ſera plus grand ou plus petit qu'un droit. Poſons premierement



qu'il ſoit plus grand que le droit, & faiſons D B C angle droit, en dreſſant, par l'onzieme, la perpendiculaire B D, laquelle, par la deuxieme, nous ferons egale à A B: & conjoignons C D. Et par la di-

m recte



recte de ceste-cy, le quarré de ladite C D, egal aux quarrés des deux B D & B C : & partant aussi, aux quarrés des deux B A & B C. Donques la base C D sera egale à la base C A : veu que les quarrés d'icelles sont egaux : Qui est contre la vingtquatrieme Proposition. Car puis que l'angle A B C est plus grand que l'angle D B C : & que les deux costés A B & B C sont mutuellement egaux aux costés D B & B C : la base C A sera plus grande que la base C D. Par mesme raison nous prouuerons que tout l'angle B, n'est pas moindre qu'un droit. Il est donc droit. Ce qu'il faloit demonstrer.

Mais les preuues qui concluent en affirmant, sont meilleurs que celles qu'on tire de l'impossible.

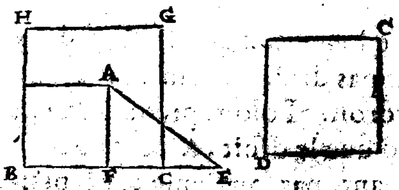
De Champaigne.

Estans proposés deux Quarrés, à l'un d'iceux adjouster vn Gnomon, qui soit egal à l'autre.

Combien que Champagne ayt mis icy la construction du Gnomon hors de son ordre, veu qu'Euclide definit seulement le Gnomon cy apres, si n'ay-je pas voulu changer de place à sa Proposition, pource notamment que nous auons ja defini le Gnomon en la quarantetroisiéme.

Soyent donques les deux quarrés A B & C D : à l'un desquels, comme à A B, il fale adjouster vn Gnomon qui soit egal à l'autre Quarré C D.

Soit prolongé le costé B F du quarré A B en droite ligne : & que F E soit faicte egale au costé dudit C D. Puis soit conjoincte E A. Si sera le quarré dressé sur ladite E A, egal aux deux quarrés E F & F A du triangle E F A, par la quaranteseptieme. Mais le

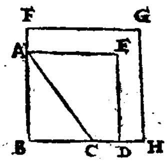


quarré de ladite E F, est egal audit quarré C D : Et le quarré du costé F A, c'est le quarré A B. Donques le quarré de ladite A E est egal aux deux quarrés C D & A B. Mais les costés E F & F A, par la vingtieme du present, sont plus grands que le costé A E : Mais F A est egal à F B. Donques E F & F B, seront plus grands

grands que ledit A E. Partãt tout B E eſt plus long que A B. Soit donques retranché B E à la meſure de A E au poinct C, ſi que B C ſoit egale à ladite A E. Et ſur icelle B C ſoit deſcrit le quarré B C G H, qui ſera egal au quarré de A E. Mais le quarré de A E eſt egal aux deux quarrés A B & C D. Donques le quarré B C G H eſt egal auſdits. Partant, puis que le quarré de ladite B C eſt composé du quarré A B & du Gnomon F G A H, ledit Gnomon ſera egal au quarré C D. Ce qu'il faloit faire.

Mais cecy ſe pouuoit faire beaucoup plus promptement ainſi.

Qu'il y ayt deux quarrés, deſquels les coſtés ſoyent A B & B C. Ie veuil adjouſter au quarré de la ligne A B vn Gnomon qui ſoit egal au quarré de la ligne B C.



Ie les joins enſemble, ſi qu'elles facent l'angle droit A B C. Et conjoins A C. Et ſur le coſté A B ayant deſcrit le quarré A B D E, j'allonge B A juſqu'au poinct F. Si que B F ſoit egale à A C. Puis je deſcris le quarré B F G H, qui ſera egal au quarré de ladite A C, veu que les deux lignes ſont egales. Et partant egal aux quarrés des deux A B & B C. Puis donc que le quarré B F G H eſt composé du quarré A B D E, & du Gnomon F E G D, ledit Gnomon ſera egal au quarré de ladite B C. Ce qu'il faloit faire.

Fin du premier liure des Elements d'Euclide.

SECOND LIVRE DES

ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE, AVEC LES DEMONSTRAtions de Jaques Peletier, du Mans.

DEFINITIONS.

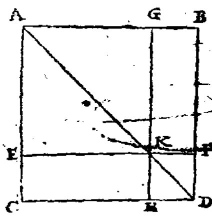
Parallelogramme rectangle.

TOut Parallelogramme rectangle est contenu sous deux lignes faisans vn angle droit.

Le parallelogramme rectangle se fait en menant vne ligne droite sus vne ligne droite: à la façon des nombres, comme nous auons dit, pour plus grande facilité. Où il faut aussi se souuenir, que, Mener vne grand' ligne sus vne petite, c'est tout de mesmes, que si nous menions vne petite ligne sus vne grande. Comme 3 en 4,& 4 en 3, produisent le mesme.

Gnomon.

Es Parallelogrammes, l'un ou l'autre des Parallelogrammes qui sont autour du Dimetient, auec les deux Supplements, s'appelle Gnomon.



Nous auons ja expliqué cecy en la quarantetroisiesme du ~~premier. Car si en la Figure cy ioincte nous prenons le parallelogramme H F auec les deux supplements~~ C K &K B, se fera le Gnomon ~~E D G~~, ou, comme les autres le designent, C D G K, qui est vne mesme

mesme chose. Que si nous prenons le parallelogramme E G, auec les deux supplements, se fera le Gnomon F A C K. Donques au Gnomon defaut l'un ou l'autre des parallelogrammes interieurs, lesquels le dimetier coppe par la moitié, & lesquels, en la quarantetroisieme du premier, nous auons appellé Compliments.

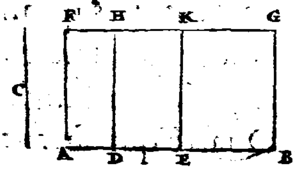
THEOREME PREMIER,

PROPOSITION PREMIERE.

SI de deux lignes l'une est coppee en autāt de parts qu'on voudra, le Rectangle, qui sera produit de l'une desdites lignes en l'autre, sera egal aux Rectangles qui seront produits de la non coppee auec chacune des parts de la coppee.

Soyent deux lignes A B & C : desquelles A B soit coppee en diuerses parts, à sçauoir en A D, D E, & E B. Ie dis que ce qui est produit de C en A B, est egal aux rectangles qui prouiennent de ladite C és segments A D, D E, & E B.

Sur les poincts A & B, i'erige les lignes perpendiculaires A F & B G, par l'onzieme du premier : & fay que chacune d'icelles

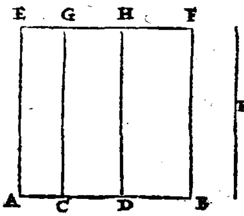


est egale à C : Et ayant conjoinct F G, je paracheue le parallelogramme rectangle A B F G : lequel est produit de la ligne A F (qui est la mesme que C) en A B. Puis des poincts des sections D & E, par la trenteunieme du premier, je tire D H & E K, paralleles ausdits A F & B G, desquelles chacune est egale à C, veu que chacune est egale à A F, par la trentequatrieme du premier. Et pource que le rectangle A D F H est produit du segment A D en A F (c'est à dire en C,) & D E H K du segment D E en ladite C: & en fin E B K G du segment E B en la mesme : & que ces trois composent tout le parallelogramme A B F G : la Proposition est toute claire.

THEOREME 2, PROPOSITION II.

Si vne droite ligne est coppee comment que ce soit, les Rectangles, qui prouiennent de l'entiere, auec chacun de ses segments, sont egaux au Quarré qui se fait de l'entiere.

Soit la ligne A B diuisee és segments A C, C D, & D B. Ie dis que les rectangles, qui se font des segments en ladite A B, prins tous ensemble, sont egaux au quarré de ladite A B.



Ce qui sera manifeste, si nous descriuons le quarré A B E F, en tirant les lignes C G & D H, qui soyent paralleles & egales aux costés dudit quarré.

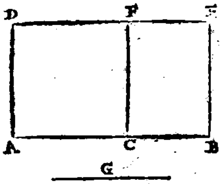
Autrement. Prenons K, qui soit egale à A B. Ce qui se fait de K en la totale A B, sera, par l'antecedente, egal à ce qui se fait de ladite K en chacun des segments de ladite A B. Et pource que ce qui vient de K en ladite A B, est egal à ce qui est faict de A B en elle mesme, & que ce qui prouient de K en chacun des segments de ladite A B, est egal à ce qui se fait de A B en chacun de sesdits segments, à cause que K & A B sont egales, la Proposition est prouuee.

THEOREME 3, PROPOSITION III.

Si vne ligne est diuisee en deux segments tels qu'on voudra, le Rectangle, qui sera produit de la totale en l'un ou l'autre de ses segments, sera egal au Rectangle qui se fait desdits segments, & au Quarré qui se fait du premier segment.

Soit la ligne A B diuisee és segments A C & C B. Ie dis que le rectangle, qui se fait de la totale A B au segment A C, est egal au rectangle qui se fait de A C en C B, & à celuy qui se fait de A C en soymesme, les deux prins ensemble.

De A C soit descrit le quarré A C D F: & prolongeant D F iusqu'au



ſqu'au poinƈt E, & conjoignant la parallele B E, parfaiſons le parallelogramme A B D E. Lequel, puis qu'il appert qu'il eſt composé du quarré A C D F & du parallelogramme F B, qui eſt faiƈt de C B en A C: la Propoſition ſera manifeſte.

Autrement, de la premiere de ce liure. Prenons G egale à A C. Et pource que tout le parallelogramme B D prouient de G en A B: puis qu'A D & G ſont egales: & que le quarré C D, qui prouient de ladite G & du ſegment A C (car les lignes ſont egales) & en fin le parallelogramme F B, de ladite G & du ſegment C B: Et que ce qui ſe fait de G en A B, par la premiere de ce liure, eſt egal à ceux cy. Ce qui ſe fait d'A C en A B, eſt egal à ce qui ſe fait d'A C en B C, & en ſoymeſme. Ce qu'il faloit demonſtrer.

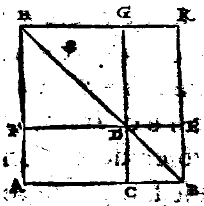
THEOREME 4, PROPOSITION IIII.

Si vne droite ligne eſt coppee comment que ce ſoit, les Quarrés qui ſe font des ſegments auec le Reƈtangle compris ſous leſdits ſegments, pris deux fois, ſont egaux au Quarré qui ſe fait de toute la ligne.

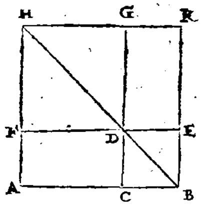
Correlaire.

Les Parallelogrammes, qui ſont autour du Dimetient du Quarré, ne peuuent eſtre que Quarrés.

Soit la droite ligne A B, diuiſee en A C & C B. Ie dis que les deux quarrés de A C & C B, auec le reƈtangle contenu ſous leſdites A B & C B prins deux fois, ſont egaux au quarré de toute ladite A B.



De l'une deſdites parties, (prenons pour maintenant que ce ſoit C B) je deſcri le quarré C B D E: & ayant prolongé les deux coſtés E D & C D, je fay D F & D G egaux audit A C: & parfay le quarré D F G H: lequel on void eſtre le quarré de ladite A C. Lors conjoignant F A, par la trentetroiſieme & trentequatrieme du premier, C F ſera parallelogramme reƈtangle: lequel eſt produit de C B en A C: veu que C D eſt egale

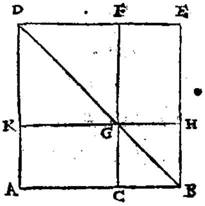


gale à ladite C B. Semblablement je bastis l'autre parallelogramme rectangle D K, prolongeant B E & H G, qui se rencontrent au poinct K : lequel par mesme raison se fait de C B en A C. Puis donc que les deux angles D F H & D F A sont droits, par la quatorzieme du premier, A H ne sera qu'une seule ligne : & par mesme raison H K vne seule ligne, & B K aussi vne seule. Et pource que G K est egale à ladite C B : & A F à ladite C B, pource qu'elle est egale à ladite E B : & aussi H F & H G à ladite A C : les deux A H & H K, par la seconde commune Notion, seront egales à toute A B. Semblablement B K egale à ladite A B. Puis donc que les quatre angles, A, B, H, K, sont droits, A B H K sera quarré : & quarré de la seule A B, puis qu'elle est l'un des costés. Partant, puis qu'il est composé des quarrés des deux A C & C B, & des deux supplements, qui sont sous C B & A C, la Proposition est ferme.

I'ay rendu, à mon aduis, ceste demonstration plus facile, que non pas celle qui se fait plus prolixement par diametres & angles demidroits : Car il n'y a rien qui charge plus la memoire, qu'une Demonstration tiree de loing : notamment és Propositions, que la seule construction peut rendre claires. Toutesfois nous n'y auons pas oublié le diametre, à fin qu'en toutes façons la constitution se fist congnoistre : sçauoir est, descriuant le quarré B D, & prolongeant son diametre, jusqu'à ce qu'elle se rencontre auec A F premierement dressee, au poinct H : lors le parallelogramme A B H K estant parfaict, se prouuera estre quarré : & D F G H, aussi quarré, par les angles demidroits des triangles. Ce que je laisse au discours d'un chacun.

Autrement. Soit, comme cy deuant, la ligne A B diuisee en A C & C B. Par la seconde de ce liure, ce qui se fait de toute A B en soymesme, est egal à ce qui se fait de ladite en A C & C B. Mais, par la troisieme du present, il se produit autant d'icelle en A C, combien de A C en soymesme, & de A C en B C. Item, de toute ladite A B en B C, se produit autant, combien de C B en soy & de C B en A C, par la mesme. Donc ce qui se fait de toute A B en soy, est egal à ce qui se fait de A C en soy & en C B, & de C B en soy & en A C. Ce qu'il faloit demonstrer.

Ceste seconde demonstration est de Champagne : mais, com comme il adiouste, le Consectaire ne s'ensuit pas d'icelle. Ce qu'ayant ja par nous esté prouué à la quarantesixieme du premier, nous enseignerons ainsi ce Theoreme, & facilement.



De ladite A B, diuisee en A C & C B comme au parauant, bastissons le quarré A B D E, duquel le diametre soit B D : tirons la parallele C F, qui coppe le diametre au poinct G : puis encor vne autre parallele H K par ledit poinct G. Lors, selon nostre demõstration, K F & C H seront quarrés, & quarrés de A C & C B, comme il appert assez par la construction. Dauantage A G & G E sont les deux supplements qui se font de A C en B C. Partant, puis que ces quatre parfont tout le quarré A B D E, la Proposition est manifeste.

Laquelle se pourroit aussi proposer en ces termes :

Si deux lignes sont inegales : ce qui prouient de la plus grande en soymesme, est egal à ce qui prouient de la moindre en soymesme, auec les deux Parallelogrammes qui se font de l'exces en la plus grande, & du mesme en la moindre.

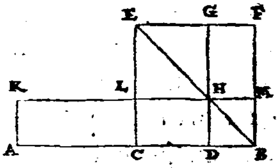
Que la ligne A B surpasse la ligne A C de la portion C B : Le quarré de la plus grande A B sera cõposé du quarré de la moindre A C, auec ce qui se fait de C B en A B (comme est en la derniere figure le parallelogramme A H) & l'autre qui se fait de ladite C B en la moindre A C, sçauoir est, le parallelogramme G E.

En quoy nous pouuons plaisamment contempler l'image des choses : A sçauoir, Ce qui defaut à la ligne A C est mené en elle mesme, sçauoir est C B en A C : mais aussi ce qui surpasse ladite A B (& c'est ce mesme C B) est mené en ladite A B : Et ainsi de deux est faicte vne puissance.

THEOREME 5, PROPOSITION V.

Si vne droite ligne est coppee en deux segments egaux, & en deux inegaux : le Rectangle comprins sous les segments inegaux de l'entiere, auec le Quarré qui se fait du milieu des segments, est egal au Quarré qui se fait de la demie.

Soit la droite ligne A B egalement diuisee au poinct C, & inegalement au poinct D. Ie dis que le quarré C B est egal à celuy qui se fait de A D en D B auec le quarré C D.



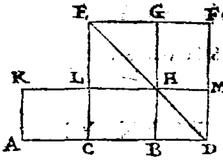
De C B je descriray le quarré C B E F, auec le diametre B E : & tireray D G parallele à ladite B F, qui coppera le diametre au poinct H, & E F au poinct G. Et par le poinct H je tireray K M egale & equidistante à A B, par la trenteunieme du premier : laquelle coppera B F au poinct M, & C E au poinct L : & conjoindray A K equidistante à C E. Et, par le Correlaire de la precedente, ou par ce que nous auons prouué en la quarantesixieme du premier, L G & D M seront quarrés : L G, dis-je, de la ligne C D, & D M de la ligne D B. Et pource que D H est egale à D B : A H sera ce qui prouient de A D en D B. Et d'autant que, par la quarantetroisieme du premier, les deux supplements C H & H F sont egaux, adjoustant à chacun d'iceux le parallelogramme D M, C M sera egal à D F. Puis donc que A L est egal à C M, par la trentesixieme du premier, il sera aussi egal à D F. Donques le gnomon C B G H est egal au parallelogramme A H. Mais ce gnomon, auec le quarré L G, compose le quarré de la demie de A B. Partant le parallelogramme A H, & le quarré L G, sont egaux au quarré de la moitié de A B. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 6, PROPOSITION VI.

Si vne droite ligne est diuisee en deux parties egales, & qu'on luy adjouste encor vne ligne à droit fil, ce qui prouient de l'entiere ainsi composee en celle qui luy est adjoustee, auec le Quarré qui se fait de la demie, est egal au Quarré qui se fait de la demie auec l'adjoustee, comme si ce n'estoit qu'une ligne.

Soit la ligne A B egalement diuisee au poinct C, & que B D luy soit adjoincte. Ie dis, que ce qui prouient de la composee A D en la conjoincte B D, auec le quarré de la demie C B, est egal au quarré de C D.

Sur C D, je descriray le quarré C D E F, duquel le diametre soit E D. Et tireray B G egale & equidistante à D F, laquelle cop-

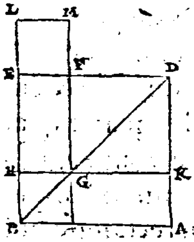


pe le diametre au poinct H. Et par ledit poinct H, je tire K M, egale & equidistante à A D, qui coppera D F au poinct M, & C E au poinct L; & conioindray A K equidistante à C L.

Maintenant, par le correlaire de la quatrieme du present, chacun des deux parallelogrammes L G & B M, est quarré: cestuy-cy de B D, & cestuy-là de C B; & partant D M est egale à B D: & tout le parallelogramme A M est ce qui prouient de A D en B D. Puis donc que, par la trentesixieme du premier, A L est egal à C H: & que, par la quarantetroisieme dudit, le supplement C H est egal au supplement H F, A L sera aussi egal à H F. Partant le gnomon C D G H sera aussi egal à tout le parallelogramme A M: Mais le gnomon C D G H, auec le quarré L G, compose le quarré de la ligne C D. Partant le parallelogramme A M auec le quarré L G, est egal au quarré de la ligne C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 7, PROPOSITION VII.

Si vne droite ligne est coppee en deux parties telles qu'on voudra: le Quarré qui se fait de l'entiere, auec le Quarré qui se fait de l'vne des parts, est egal au Rectangle qui prouient deux fois de l'entiere en ladite partie, auec le Quarré qui se fait de l'autre partie.



Soit la ligne A B diuisee casuellement au poinct C. Ie dis que le quarré de l'entiere A B auec le quarré B C, est egal à ce qui prouient deux fois de A B en B C, auec le quarré A C.

Soit descrit le quarré de l'entiere A B, à sçauoir A B D E, duquel le diametre soit B D: & soit tiree C F egale & equidistante de B E, coppant le diametre au poinct G: &, par le poinct G, H K egale & equidistante à A B.

Puis donc que le quarré A E, auec le quarré C H, est egal au quarré K F, auec les deux parallelogrammes A H & C E: la Proposition est euidente.

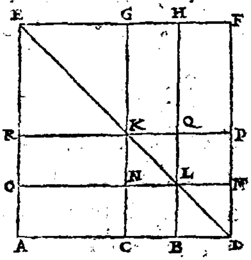
Si quelcun le veut plus manifestement comprendre, qu'il face le parallelogramme H M egal au parallelogramme H A, tellement que E M soit quarré de B C. Et lors toutes les particules de la Proposition apparoistront.

THEOREME 8, PROPOSITION VIII.

Si vne droite ligne est coppee comme que ce soit, le Rectâgle comprins quatre fois sous l'entiere & sous l'un des segments, auec le Quarré qui se fait de l'autre segment, est egal au Quarré qui se fait de l'entiere accreuë du premier segment, si que ce ne soit qu'une ligne.

La droite ligne A B soit coppee comme on voudra au poinct C. Ie dis que le rectangle qui est compris quatre fois sous A B & C B, auec le quarré qui prouient de A C, est egal au quarré, qui vient de A B & de B C, comme si ce n'estoit qu'une ligne.

Soit allongee A B jusques au poinct D, & que B D soit egal à C B. De A D je descriray le quarré A D E F. Lors, tirant le diametre D E, & les lignes C G & B H, qui soyent paralleles & egales à D F, & qui coppent le diametre aux poincts K & L: & aussi, par lesdits poincts K & L tirant M O & P R, qui soyent paralleles & egales à ladite D A: par le correlaire de la quatrieme du present, chacune des superfices R G, N Q, B M, & C P, sera quarree. Et puis que B D & B L, costés du quarré B M, sont egaux à C B, & B L, costés du parallelogramme C L: ledit C L sera aussi quarré: & par mesme raison L B aussi quarré: & encor seront egaux entr'eux les quatre quarrés qui composent le quarré C P. Et pource que tout le gnomon A D G K enuironnant le quarré R G, par la trentesixieme & quarantetroisieme du premier, est quadruple au rectangle qui est faict de A B en B D, pource qu'il est quadruple à la superfice A L: la Proposition est claire: sçauoir est, que A L pris quatre fois, auec le quarré R G, est egal au quarré A D E F.



Nous le congnoistrons encor plus clairement par le gnomon, si nous prenons garde que la superfice escornee A D K R, est double de la superfice A L. Car les deux triangles K N L &

L B D sont egaux au quarré C L. & de mesmes en faut-il dire de l'autre partie D F G K. Que si nous voulions exposer cecy plus au long, nous accablerions l'esprit des estudians, au lieu de les instruire. Car ces descriptions de gnomons sont telles qu'elles s'esclarcissent d'elles mesmes, à cause de leur elegance.

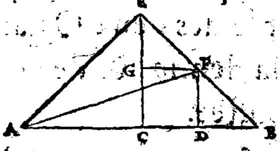
Champagne propose ce Theoreme en ces mots :

Si vne ligne est coppee en deux parts, & qu'à icelle soit adjoustee vne droite ligne, egale à vn des segments : ce qui prouient de l'entiere composee en soymesme, sera egal à ce qui prouient quatre fois de ladite premiere ligne en celle qui luy a esté adjoustee, & au Quarré de l'autre segment.

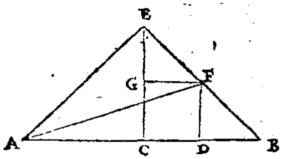
Celà reuient tout à vn auec la premiere. Car B D est perpetuellement egal à C D. Toutesfois ces varietés ne sont pas sans fruict : Car elles rendent l'esprit mieux façonné à la practique & vsage de ces Theoremes. Et ne se fera point de tort celuy qui s'exercera, non seulement à diuersifier les propositions geometriques, notamment celles de ce second liure, mais aussi qui en inuentera de nouuelles : & de telles en pourrions nous beaucoup adjouster. Mais celles-cy le Geometre les doit examiner à part soy, sans qu'il entreprẽne de les colloquer au rang des autres. Car il est ennuyeux, d'emmonceler ces Theoremes, qui ont communication auec les nombres. Et pource Euclide, non pas sans jugement, s'est contenté de peu.

THEOREME 9. PROPOSITION IX.

Si vne droite ligne est diuisee en deux segments egaux, & en deux inegaux, les Quarrés qui se font des segments inegaux de l'entiere, sont doubles de celuy qui se fait de la demie, auec celuy qui se fait du milieu des segments.



Soit la ligne A B diuisee egalement au poinct C, & inegalement au poinct D. Ie dis que les deux quarrés, qui prouiennent de A D en D B, sont doubles des deux quarrés qui prouiennent de A C & C D.



Sur le poinct c je dresse la perpendiculaire C E egale à A C, & egale aussi à C B. & conjoins E A & E B. Et, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier, les deux angles A & B seront demidroits: & chacun de ceux qui sont à E aussi demidroit: tellement que tout E est droit. Ie dresse donc D F perpendiculaire sur A B, coppant E B au poinct F. Si sera, par ladite trentedeuxieme, l'angle B F D demidroit: partant les costés D B & D F, par la sixieme du premier, seront egaux. Maintenant, du poinct F je tire F G equidistante, & partant egale à C D. Si sera, par la seconde partie de la vingtneufieme, & par la trentedeuxieme du premier, chacun des angles qui sont à G, droit, & l'angle E F G demidroit: car F E G est demidroit. Partant les costés E G & F G, par la sixieme du premier, seront egaux. En fin, je conjoins A F. Et pource que le quarré E F, par la quaranteseptieme du premier, est egal aux quarrés des deux E G & G F: il sera double du quarré G F, & partant aussi du quarré C D. Par mesme raison le quarré E A sera double au quarré A C. Et puis que, par la mesme, le quarré A F est egal aux quarrés A E & E F, il sera double des quarrés A C & C D. Mais le mesme quarré A F est egal aux quarrés A D & D F. Donques les quarrés A D & D F, sont doubles aux quarrés A C & C D. Et parce que le quarré D B est egal au quarré D F, les deux quarrés A D & D B, seront doubles aux deux A C & C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

En ceste Proposition on peut voir quelle force a le droit & l'egal. Car toute la preuue est appuyee sur quatre triangles isosceles rectangles: c'est à dire, sur quatre demiquarrés.

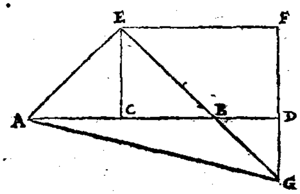
THEOREME 10. PROPOSITION X.

Si vne ligne droite est coppee en deux parties egales, & qu'on luy en adjoigne vne autre de droit fil: le Quarré qui se fait de l'entiere ja composee, & celuy qui se fait de l'adjoustee, font le double des deux Quarrés, à sçauoir de celuy qui se fait de la demie, & de celuy qui se fait de la demie auec l'adjoustee.

Soit la droite ligne A B egalement diuisee au poinct C: & à icelle

icelle soit joincte de droit fil B D. Ie dis que le quarré qui est faict de A D auec le quarré qui est faict de B D, est double de celuy qui est faict de A C auec celuy qui est faict de C D.

Sur A B je dresse la perpendiculaire C E, qui soit egale à chacune des lignes A C & C B: & conjoins A E & E B. Si sera, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier, chacun des angles A & B demidroit, & demidroits aussi les angles qui sont à E: & tout E droit.



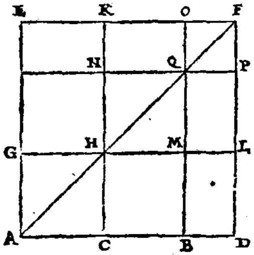
Donc, du poinct E, je tire E F egale & equidistante à C D: & conjoins F D, laquelle j'allonge, jusqu'à ce qu'elle se rencontre auec la ligne E B prolongee jusques au poinct G. Lors je conjoins A G.

Et pource que l'angle E C D est droit, l'angle C E F, par la derniere partie de la vingtneufieme du premier, sera droit. Puis donc que l'angle C E B est demidroit, F E G sera aussi demidroit. Et puis que F D, par la trentetroisieme du premier, est equidistant à E C, l'angle qui est à F, par la trentequatrieme dudit, sera droit: & ainsi l'angle E G F, par la trentedeuxieme, sera demidroit, pource que F E G est demidroit. Et, par la mesme, l'angle D B G demidroit, puis que, par la treizieme dudit, l'angle B D G est droit. Donques, les deux costés, E F & F G, par la sixieme dudit, sont egaux: & semblablement les deux B D & D G sont egaux. Partant, le quarré E G, par la quaranteseptieme du premier, est double du quarré E F: & partant aussi, du quarré C D. Aussi, par la mesme, le quarré A E sera double au quarré A C. Et puis que, par la mesme, le quarré A G est egal aux deux quarrés A E & E G, & semblablement aux deux A D & D G: & que le quarré D G est egal au quarré B D: les deux quarrés A D & D G (ce sont les mesmes que A D & B D) seront doubles des deux quarrés A C & C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

Autrement. Soit la ligne A B diuisee egalement à C, & que B D luy soit adjoincte de droit fil. Ie dis que le quarré produit de A D, auec le quarré produit de B D, est le double de tous les deux, à sçauoir & du quarré qui vient de A C, & de celuy qui vient de C D.

Sur l'entiere A D je descri le quarré A D B F. Et sur la demie

A C je descri aussi le quarré A C G H : & prolongeant G H & C H jusqu'aux sections des deux costés E F & D F, je descri H L K F: qui sera le quarré de ladite C D : comme il appert, ayant tiré le diametre A H F, par le correlaire de la quatrieme du present, & par la trentequatrieme du premier : car K F est egale à C D. Ayant aussi faict H M & H N egales aux deux A C & C B, j'allonge M O & N P, qui se viendront à copper à angles droits au poinct Q. Desquelles chacune coppera les costés du quarré A D E F és poincts O & P.



Or maintenãt, il n'est besoing de prouuer que H Q est le quarré de ladite A C, veu qu'il est le quarré de C B : comme aussi Q F quarré de ladite B D : ny que le parallelogramme H P est egal à chacun des supplements E H & H D : puis que H O leur est communement egal. En fin, que les supplements N O & Q L sont egaux. Ces choses sont manifestes par le pourtraict de la figure: pource que les costés sont egaux, & tous les angles, qui joignent le diametre, sont demidroits. Considerans donc diligemment de quelles parties est composé le quarré H F, qui est de C D, nous discourrons ainsi : Puis que tout le quarré D E est composé des deux quarrés A H & H F, & des deux supplements E H & H D ; il nous faut prouuer, que ces supplements, auec le quarré Q F (qui est de B D) sont egaux ausdits deux quarrés A H & H F. Car alors nous prouuerons, que ces deux quarrés A H & H F, pris deux fois, sont egaux à l'entier quarré D E, auec le quarré Q F, ce que nous auions entrepris de faire au commencement. Or ainsi procedera la demõstration.

Le supplement E H est egal au parallelogramme H P : & le quarré A H, auec le moindre supplement N O, est egal à l'autre supplement H D, par la premiere Notion commune, prise tant de fois que besoing en sera. Donques les deux supplements, E H & H D, sont egaux au quarré A H & au gnomon K H L Q. Si donc vous joignez à chacun d'eux le quarré Q B : les deux supplements E H & H D, auec le quarré Q F, seront egaux au quarré A H, au gnomon K H L Q, & au quarré Q F. Mais de ces trois sont composés les deux quarrés A H & H F. Donc les deux supplements E H & H D, auec le quarré Q F, seront egaux aux deux

quar

quarrés A H & H F : qui estoit le second poinct. Donques les deux quarrés A H & H F, pris deux fois, sont egaux à tout le quarré D E auec le quarré Q F. Ce qu'il faloit prouuer.

Ceste demonstration a bien vne longue deduction, mais aigue neantmoins, laquelle nous auons pesché de la figure Gnomonique : de laquelle sont puisees toutes les plus belles demõstrations de ce second liure, voire de toute la Geometrie.

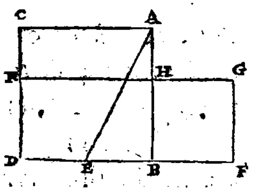
PROBLEME I, PROPOSITION XI.

Copper vne droite ligne de telle façon que le Rectangle qui se fait de l'entiere & de l'un des segments, soit egal au Quarré qui se fait de l'autre segment.

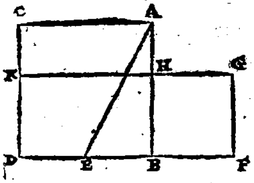
La ligne A B doyue estre diuisee de telle façon, que le rectangle, qui se fait de l'entiere auec l'un des segments, soit egal au quarré qui se fait de l'autre segment.

De A B je descri le quarré A B C D : Duquel je diuise le costé B D egalement au poinct E, & conjoins A E : Et allonge E B au poinct F, à fin que E F soit egale à A E. Puis de B F, portion exterieure, je descri le quarré B F G H, si que le costé B H soit retranché de A B. Ie dis que A B est tellement coppee au poinct H, que ce qui est faict de A B en A H, est egal au quarré qui se fait de H B.

I'allonge G H, jusques au poinct K du costé C D, si qu'elle soit egale & equidistante à A C : & sera descrit le rectangle H C, produit de A H en A B : lequel sera prouué estre egal au quarré B F G H.



Car, puis que la ligne B D est egalement diuisee en E, & que B F luy est adjoincte : par la sixieme du present, ce qui vient de D F en B F, auec le quarré E B, sera egal au quarré E F : & partant aussi au quarré E A : & par mesme raison, par la quaranteseptieme du premier, aux quarrés A B & E B. Ostant donc, de costé & d'autre, le quarré E B, ce qui vient de D F en B F (qui est le parallelogramme F K) sera egal au quarré de la ligne A B. Ayant donc osté de costé & d'autre le parallelogramme B K, restera B G egal au parallelogramme H C. Ce qu'il faloit demonstrer.



Nous obseruerons, que ce Probleme ne peut aucunement estre reduit aux nombres, comme les autres Propositions de ce second liure. Car puis que nous auons posé le costé D B (c'est à dire A B) & que nous l'auons diuisé en deux parties egales, comme au poinct E: la ligne A E suruenant trouble tout: c'est à dire n'a aucun rapport specifié au costé A B: & partant ne se peut expliquer par les nombres. Car, veu que le quarré de ladite A E est egal aux deux quarrés de A B & E B, par la quarantesептieme du premier: & que E B est la moitié de A B: ledit A E sera irrationel. Car comme deux nombres quarrés egaux, adioustés l'un à l'autre, ne peuuent faire vn nombre quarré: ainsi ne pourront faire vn nombre quarré deux nombres quarrés, desquels l'un soit la moitié de la racine de l'autre.

Nous esclarcirons cecy par exemple. Quarrez 8, prouiennent 64: lesquels doublés ne feront jamais vn nombre quarré. Aussi diuisez 8 en deux egalement, viendront 4. Mais les quarrés de ces deux, 8 & 4, qui sont 64 & 16, ne sçauroyent faire vn nombre quarré: car ils font 80. Ce qui toutesfois seroit necessaire, qui voudroit que ce Probleme eust lieu és nombres. Mais par nombres irrationaux il se figurera en ceste façon.

Prenons qu'il fale diuiser 8 de telle façon, que ce qui prouient de l'entier en l'une des parts, soit egal au quarré de l'autre partie.

Ie multiplie 8 par soymesme, prouient 64, c'est à dire le quarré A B C D. Ie diuise 8 en deux egalement, ce sont 4, comme la ligne D E ou E B. Ie multiplie 4 par soy, viennent 16, lesquels i'adjouste à 64, viennent 80: desquels la racine est √ç 80. C'est la ligne A E ou E F, par la quarantesептieme du premier. Puis donc que E F est √ç 80, & que E B est 4: B F sera √ç 80 m̄ 4. Et ainsi grande sera B H. Mais A H sera 8 m̄ √ç 80, m̄ 4 c'est à dire, 12 m̄ √ç 80. Maintenant 12 m̄ √ç 80, multipliés par 8, feront autant comme √ç 80 m̄ 4 multiplié par soymesme, comme veut ceste onzieme. Mais nous auons expliqué cecy bien au long, au second liure de nostre Algebre.

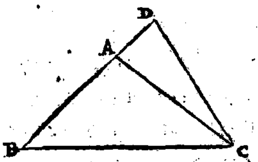
Or toutes ces Propositions du second liure, Champagne les

les accommode aux nõbres en la seizieme du neufieme : mais ceste onzieme il la forclost entierement des nombres, sans s'aduiser aucunement d'employer les nombres irrationaux.

THEOREME 11, PROPOSITION XII.

Aux Triangles Amblygones, le Quarré qui produit le costé qui soustend l'angle obtus, est de tant plus grand que les Quarrés des deux autres, qu'est grand ce qui est contenu deux fois sous l'un d'iceux, & qu'est l'augment qui luy est adjousté & sur lequel la perpendiculaire tumbe.

Soit le triangle A B C, duquel l'angle A soit obtus. Et prolongeant le costé B A sans mesure, soit tiree, par la douzieme du premier, la perpendiculaire C D, depuis le poinct C jusques à la prolongee. Tellement que A D soit l'accroist ou augment du



costé B A. Ie dis que le quarré du costé B C, est de tant plus grand, que les quarrés des deux costés B A & A C, du rectangle de B A en A D prins deux fois : sçauoir est, que le quarré de B C est egal aux quarrés de B A & A C, auec le double de ce qui se fait de B A en A D.

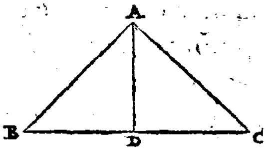
Car, par la quatrieme du present, le quarré B D est egal aux quarrés des deux B A & A D, & au rectangle, qui deux fois est contenu sous lesdits B A & A D. Et pource que le quarré de B C, par la quarantesептieme du premier, est egal aux deux de B D & de C D : ledit quarré B C sera egal aux trois quarrés B A, A D, & D C, & au rectangle qui deux fois est contenu sous B A & A D. Mais, par la mesme, le quarré A C est egal aux quarrés A D & D C. Donques, le quarré B C est egal aux quarrés B A & A C, & au rectangle qui deux fois est compris sous B A & A D. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 12, PROPOSITION XIII.

Es Triangles, le Quarré qui se fait du costé qui soustend l'un des angles aigus, est de tant moindre que les Quarrés des deux autres costés, de quant est grand ce qui deux fois est contenu sous le costé sur lequel chet la perpendiculaire en dedans, & la partie d'iceluy qui est entre la perpendiculaire & l'angle aigu.

Ce qu'Euclide a proposé des triangles oxygones, nous & Champagne l'auons estendu à tous triangles. Car tous triangles ont, du moins, deux angles aigus.

Si donc le triangle est oxygone, que la perpendiculaire soit tiree de quel angle qu'on voudra. S'il est orthogone, ou amblygone, il la faudra tirer de l'angle droit ou de l'obtus, à sçauoir sur le costé qui est entre deux angles aigus: laquelle necessairement tumbera dans le triangle, comme nous l'auons demonstré à la vingtieme du premier. Et lors la demonstration de ce Theoreme comprendra generalement toutes les trois especes de triangles.



Soit donques le triangle A B C, duquel les deux angles B & C soyent aigus, quel que soit l'angle A. De l'angle A je tire la perpendiculaire A D sur le costé B C. Je dis que le quarré du costé A B, est de tant moindre que les quarrés des deux costés A C & B C, de quant est le double de ce qui est faict de tout B C en la partie D C. Ou bien que le quarré A C est de tant moindre que les quarrés des deux A B & B C, de quant est le double de ce qui se fait de C B en B D.

Car le quarré de A C, par la quaranteseptieme du premier, est egal aux deux quarrés de A D & D C: & le quarré de B C, par la septieme du present, auec le quarré de D C, est egal au quarré de B D, auec ce qui deux fois est faict de B C en D C.

Donques les trois quarrés de A C, B C, & D C, sont egaux aux trois quarrés de A D, D C, & B D, auec deux fois ce qui est faict de B C en D C. Qu'on oste le commun quarré D C. Les deux quarrés de A C & B C seront egaux aux deux quarrés de A D & B D, auec ce qui deux fois est faict de B C en D C. Mais le quarré de A B est egal aux deux quarrés de A D & B D. Partant ledit quarré de A B, sera de tant moindre que les deux de A C & B C, de quant est le double de ce qui est faict de B C en D C. Ce qu'il faloit prouuer.

Ceste demonstration, que nous auons vn peu diuersifiee de

la

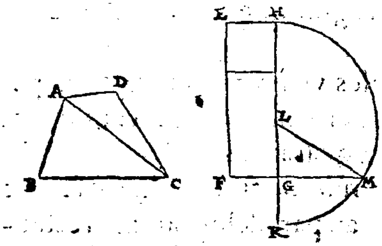
la commune, est directe. Car l'une & l'autre estimation est mise, à fin d'oster la moindre de la plus grande.

Par semblable façon d'argumenter on prouuera que le quarré du costé A C est de tant moindre que les quarrés des deux A B & B C, de quant est le double du rectangle qui se fait de C B en D B.

PROBLEME 2, PROPOSITION XIIII.

Descrire vn Quarré egal à vn Rectiligne donné.

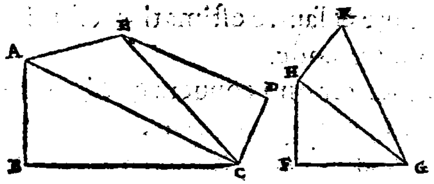
Soit donné le rectiligne A B C D, auquel il fale descrire vn quarré egal. Par la quaranteciinquieme du premier, je trace le parallelogramme rectangle E F G H egal au rectiligne A B C D.



Duquel si les costés sont egaux, il sera tel que nous le voulions. Sinon, je continueray vn des costés d'iceluy, comme H G jusques au poinct K : & feray G K, egale au costé F G. En apres je diuiseray l'entiere H K en deux moitiés, au poinct L : & posant mon centre audit poinct L, je descriray sur la ligne H K, le demicercle H M K : & prolongeray le costé F G, jusqu'à ce qu'il coppe le demicercle au poinct M. Ie dis que le quarré de la ligne G M est egal au rectiligne A B C D. Ie joindray L M. Et pource que la ligne H K est diuisee egalement au poinct L, & inegalement au poinct G : par la cinquieme du present, ce qui est fait de H G en G K, auec le quarré de G L, est egal au quarré L K : & partant au quarré L M : & partant aussi aux deux quarrés L G & G M, par la quaranteseptieme du premier. Ostant donc de costé & d'autre le quarré de L G, ce qui se fait de H G en G K (& c'est le parallelogramme E G) sera egal au quarré G M. Partant aussi le quarré G M sera egal au rectiligne A B C D. Ce qu'il faloit faire.

I'ay trouué bon d'adjouster aussi icy le compendium de Champagne, pour trouuer le costé du Tetragone, à fin d'egaler les figures qu'on appelle irregulieres.

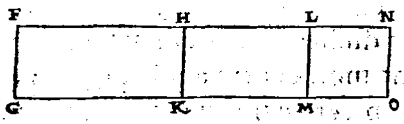
A B C D soit quelque figure irreguliere, de cinq costés : laquelle se resoudra en trois triangles A B C, A E C, & E C D.



Par la doctrine de ceste Proposition je reduis ces trois triangles à trois quarrés, desquels prenons que les costés soyent F G, F H, & H K. Apres je joins F G & F H, si qu'elles facent l'angle droit F: & conjoins G H: sur laquelle je dresse H K, si qu'elle face l'angle droit G H K: & conjoins G K: lequel G K sera le costé du tetragone que nous cerchons: comme il appert assez par ladite quarantesepticme Proposition du Premier.

Aux figures regulieres, qui se resoluent en Triangles egaux, le compendium en est beaucoup plus court. Car elles se reduisent facilement à vn parallelogramme rectangle, & de là au quarré.

Autrement. Soyent ces triangles vn à vn conuertis en parallelogrãmes rectangles, qui tous ensemble n'en facent qu'un. Comme, par exemple, soit, par la quarantedeuxieme du premier, le triangle A B C reduit au parallelogramme rectangle F G H K. Lors, sur la ligne H K soit aussi descrit le parallelogramme rectangle H K L M, qui soit egal au triangle A C E, par la quarantequatrieme dudit. En fin, par la mesme, sur la ligne L M, dressons le parallelogramme L M N O, qui soit egal au triangle C D E.



Si sera, par la quarantecinquieme du premier, F G N O, vn seul parallelogramme, qui sera egal à toute la figure rectiligne A B C D E: lequel, par ceste derniere, tu reduiras en quarré.

Fin du second liure des Elements d'Euclide.

TROIS

TROISIEME LIVRE DES

ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE,

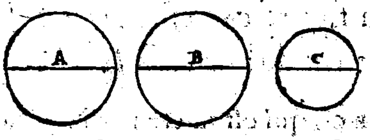
AVEC LES DEMONSTRAtions de Jaques Peletier, du Mans.

DEFINITIONS.

CErcles egaux sont ceux, desquels les diametres sont egaux: ou desquels les lignes qui sont tirées du centre sont egales.

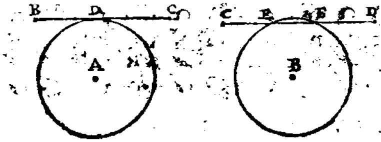
Puis que la circonference du cercle represente l'infini, la mesure du cercle ne se tire pas de la circonference, mais bien de la ligne droite: c'est à dire, du diametre.

Ceste definition est claire d'elle mesme. Car, puis que les diametres sont tirés par les centres des cercles, & qu'ils soustendent tousiours la moitié des orbes: s'ils sont egaux, il faut aussi que les moitiés qu'ils soustendent, soyent egales. Or ceux desquels les moitiés sont egales, sont aussi egaux entr'eux.



Côme, les cercles A & B sont egaux, à cause de l'egalité de leurs diametres: mais ils sont plus grands que le cercle C, duquel le diametre est moindre. L'autre partie de la definition signifie le mesme: & est aussi manifeste, quand ce ne seroit que par la definition du cercle, que nous auons mise entre les principes du premier liure.

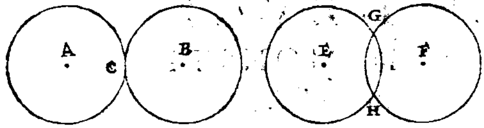
2 Vne droite ligne est dite toucher le cercle, laquelle estant sur luy, & sortant de part & d'autre, ne coppe point



point pourtant le cercle.

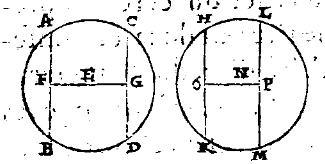
La ligne B C touche le cercle A au poinct D: mais la ligne C D coppe le cercle B és poincts E & F.

3 Les cercles se touchent l'un l'autre, desquels les circōferēces se touchans ne s'entrecoppent point.



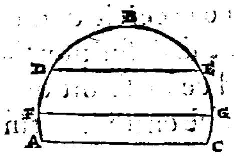
Les deux cercles A & B se touchent au poinct C. Mais les deux E & F, se coppent l'un l'autre és poincts G & H.

4 Les lignes sont egalement distantes du centre, quand les perpendiculaires, qui sont tirees du centre à icelles, sont egales. Et la ligne la plus esloignee du centre, est celle sur laquelle la plus grande perpendiculaire tumbe.



Comme au cercle A B C D, les deux lignes A B & C D sont egalement esloignees du centre E: pource que les deux perpendiculaires, E F & E G, sont egales. Mais au cercle H K L M, H K est plus esloignee du centre N, que n'est pas L M, pource que N O est plus grande que N P.

5 Section de cercle, est la figure qui est comprinse sous vne droite ligne, & portion de la circonference.



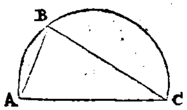
La figure A B C, qui est faicte par la ligne droite A C & par A B C, portion de la circonference: plus la figure D B E, faicte par la ligne droite D E, & par D B E portion du cercle, sont sections du cercle. Les lignes droites A C & D E, s'appellent vulgairement chordes: comme les courbes A B C & D B E s'appellent arcs. Mais la figure F B G s'appelle proprement demicercle, dont F G est le diametre.

6 L'ang

6 L'angle de la ſection eſt celuy qui eſt compris par vne droite ligne, & par la circonference du cercle.

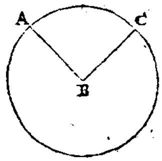
Es figures cy deſſus, les angles D, A, E, & C, s'appellent angles de ſection.

7 L'angle eſt dit conſiſter en la ſection, quand deux lignes tirees des extremités de la baſe ſouſtendue ſe rencontrent en vn poinct de la ſection de la circonference, & y forment vn angle.



L'angle A B C, qui eſt faict des deux lignes droites A B & B C, leſquelles ſortans des deux extremités A & C de la ſouſtendue A C, s'aſſemblent au poinct B: ceſt angle, dis-je, conſiſte en la ſection. Que ſi tu prens l'angle B ſans la baſe A C, à ſçauoir, ſans la conſideration du triangle, ceſt angle là eſt dit eſtre en la circonference.

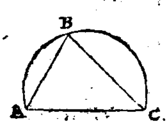
8 Secteur du cercle s'appelle, la figure comprinſe ſous lignes droites, leſquelles tirees de deux poincts de la circonference, viennent à s'aſſembler au centre.



Les deux lignes A B & C B, des poincts A & C de la circonference, venans à s'aſſembler au centre B, forment A C B ſecteur du cercle.

9 Semblables ſections du cercle s'appellent, celles qui reçoyuent angles egaux, ou eſquelles les angles ſont egaux.

Comme, ſi l'angle rectiligne B, de la ſection A B C, eſt egal à l'angle E de la ſection D E F: les deux ſections de cercle, A B C & D E F, s'appelleront ſemblables.



Il ne definit point les ſections egales, pource que les deſcriptions d'icelles ſont infinies. Car on

P peut

peut dresser des sections egales sous des droites lignes inegales: mais en cercles inegaux: veu que de chaque cercle on peut retrancher vne partie, qui soit egale à la partie d'un autre cercle. Mais celles qui sont egales, & qui sont contenues par lignes egales, sans doute ont semblables circonferences: & diuisant lesdites droites lignes egalement, les perpendiculaires dressees à la circonference, sont egales. Comme si les deux sections A B C & D E F, dressees sous lignes egales A C & D F, sont egales, & que lesdites A C & D F soyent diuisees par la moitié és poincts G & H: les deux perpendiculaires A B & D E seront aussi egales. Ce que nous auons estimé deuoir estre premis, à fin de demonstrer la vingtdeuxieme & vingttroisieme du present. Veu qu'on ne peut pas donner vne definition plus significatiue des sections egales. Car si en cercles egaux, quelques poincts que ce soit de l'un & de l'autre, sont distans egalement de la ligne soustendue, il n'y a nulle inegalité des portions. Nous n'auons point descrit de figure pour ce lieu cy, pource que le lecteur la peut facilement presupposer.

PROBLEME PREMIER,

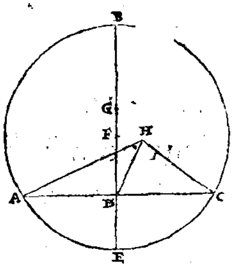
PROPOSITION PREMIERE.

TRouuer le centre d'un cercle donné.

Soit A B C le cercle donné, duquel il fale trouuer le centre.

Dans ledit cercle je tire à l'auanture la ligne A C laquelle, par la dixieme du premier, je diuise egalement au poinct D: duquel, par l'onzieme dudit, je dresse la perpendiculaire D B: laquelle allongee des deux costés, rencontre la circonference és poincts B & E. Et ceste ligne B E, je la diuise encor egalement au poinct F. Je dis que le poinct F est le centre du cercle.

Car, si le centre n'est au poinct F, il ne sera en pas vn autre poinct de la ligne E B. Prenons qu'il soit en G. Mais les deux lignes



gnes G B & G E seroyent inegales, qui toutesfois sont du centre à la circonference. Prenons donc qu'il soit hors de la ligne E B, & qu'il soit, si faire se peut, au poinct H. Et soyent tirees les lignes H A, H C, & H D : à fin de former le triangle H A C, parti en deux triãgles H A D & H C D. Et pource que les deux costés H A & H D, du triangle H A D, sont egaux aux deux costés H C & H D, du triangle H C D : & la base A D egale à la base D C : par la huictieme du premier, l'angle A D H sera egal à l'angle C D H : & partant, par la dixieme definition du premier, l'un & l'autre sera droit. Mais l'angle A D B a esté posé droit. Donques l'angle A D B sera egal à l'angle A D H, la partie au tout, contre le sens commun. Le centre donc ne peut estre au poinct H : ny mesmes en aucun autre lieu, qu'au poinct F. Ce qu'il nous faloit monstrer.

Tu vois, comme du droit & de l'egal on vient à trouuer vn poinct qui est de si grande importance. En quoy il sembloit estre de raison, que la ligne E B, ne panchant de costé ny d'autre (comme l'enseigne le niueau) diuisast le cercle par le milieu, & partant qu'elle eust en soy le centre. Mais pource que celà se representoit plustost, qu'il ne se prouuoit, il a falu amener l'aduersaire à l'absurde. Ainsi au cercle l'affirmation & la negation se rencontrent : comme en l'Vniuers l'action & la priuation, la generation & la corruption. Somme toute, tout conste & se parfait par contraires. La recerche donc du centre, represente fort bien la recerche de la verité : laquelle, quoy qu'elle soit vnique, & presentee à vn chacun, estant neantmoins tresdifficile à trouuer, ne s'esclarcit que par les controuerses, & n'acquiesce à rien qu'au bien & à l'equité.

Corrolaire.

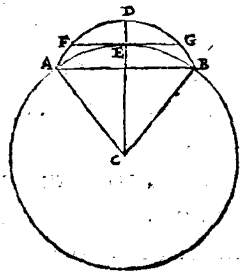
Si en vn cercle vne ligne droite diuise egalement & à angles droits vne ligne droite, en la ligne diuisante est le centre du cercle.

Cecy est assez clair par la demonstration precedente. Si donc en vn cercle deux lignes s'entrecoppent egalement, le centre se trouuera au poinct de la section. Ce qui toutesfois se prouuera cy apres.

THEOREME 1, PROPOSITION II.

Si vne ligne droite est appliquee à deux poincts de la circonference, ladite ligne passera dans le cercle.

Soyent deux poincts A & B en la circonference du cercle A B duquel le centre soit C. Ie dis qu'on ne peut tirer vne ligne droite de A à B, qu'elle ne coppe le cercle. Autrement, qu'elle passe hors du cercle, comme la ligne A D B, laquelle soit droite, si faire se peut : & soyent joinctes C A & C B, tellement que la droite A D B soit la base du triangle C A B. Si seront, par la cinquieme du premier, les deux angles C A B & C B A egaux. Lors du centre C soit tiree la droite ligne C D, qui coppe la circonference au poinct E. Si sera, par la seizieme du premier, l'angle A D C plus grand que l'angle C B D: & partant plus grand que l'angle C A D: & pource, par la dixhuictieme dudit, le costé A C plus grand que le costé C D : & d'autant que le costé C E est egal au costé C A, C E sera plus grand que C D, la partie que le tout : ce qui est absurde. Partant la ligne A D B, si elle est droite, ne passera pas hors du cercle, mais le coppera. Ce qu'il faloit prouuer.

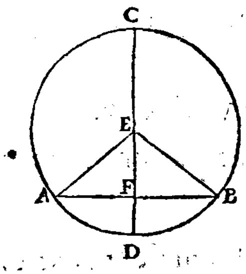


Ceste Proposition suyuoit tacitement la definition de la section du cercle, laquelle baille à chaque arc sa droite ligne soustendue. La soustendue donc estant dedans le cercle, nulle autre droite ligne, passant dehors du cercle, ne peut aboutir aux mesmes poincts : autrement deux droites lignes enclorroyent vne superfice. Le mesme de la ligne qui touche le cercle : Car s'il y a quelque ligne qui touche le cercle, ce sera F G, laquelle estendue de part & d'autre rencontrera la ligne A D B, prenez le cas aux poincts F & G ; Et ainsi derechef deux lignes droites enclorront vne superfice, contre le principe. Il a toutesfois falu proposer & demonstrer cecy, à fin que cy apres nous ne fussions contraints de receuoir à chaque coup des contradictions.

THEOREME 2. PROPOSITION III.

Si en vn cercle, vne droite ligne paſſant par le centre, coppe par la moitié vne ligne qui ne paſſe pas par le centre, elle la diuiſera auſſi à angles droits : & ſi elle la diuiſe à angles droits, elle la coppera auſſi par la moitié.

Soit le cercle A B C : auquel la ligne D E, tirée par le centre, coppe par la moitié, au poinct F, la ligne A B, laquelle ne paſſe pas par le centre. Ie dis que les angles qui ſont à F, ſont droits. Et au contraire, que ſi les angles qui ſont à F ſont droits, la ligne A B ſe trouuera diuiſee par la moitié au poinct F.



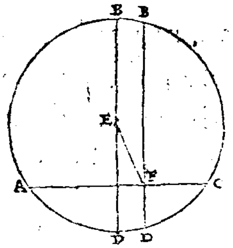
Ie conjoindray E A & E B. Si ſeront les deux coſtés E A & E F, du triangle E A F, egaux aux deux E B & E F du triangle E B F : & la baſe A F, par la poſition, egale à F B. Partant, par la huictieme du premier, l'angle F de l'un ſera egal à l'angle F de l'autre : & pource ſeront-ils droits. Qui eſt la premiere partie.

Maintenant poſons, que chacun des deux angles, qui ſont à F, eſt droit. Or appert-il, par la cinquieme du premier, que les deux angles A & B ſont egaux : veu que les deux coſtés E A & E B ſont egaux. Partant, aux deux triangles E A F & E B F, par la vingtſixieme du premier, les deux coſtés A F & F B ſeront egaux. Ce qu'il faloit demonſtrer.

THEOREME 3. PROPOSITION IIII.

Si deux droites lignes ſe coppans dans vn cercle, ne paſſent par le centre, elles ne s'entrecopperont par la moitié.

Soit le cercle A B C D, duquel E ſoit le centre : auquel cercle les deux lignes A C & B D s'entrecoppent au poinct F : deſquelles pas vne ne paſſe par le centre, ou bien vne ſeule ſeulement. Ie dis qu'elles ne s'entrecopperont point egalement. Que ſi l'on veut ſouſtenir le contraire, poſons premierement



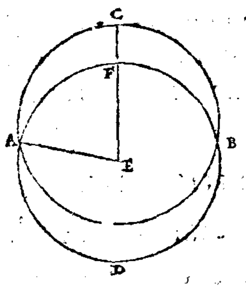
que pas vne ne passe par le centre. Du centre E je tire la ligne E F. Si sera, par la premiere partie de la precedente, chacun des angles E F A, E F B, E F C,& E F D, droit: ce qui ne peut estre : autrement la partie seroit egale au tout.

Que si seulement l'une d'icelles, comme B D, passe par le centre, je dis qu'aussi ainsi ne s'entrecopperont-elles par moitié. Car, par la premiere partie de la precedente, B D passant par le centre, & diuisant A C egalement, la diuisera aussi à angles droits. Et pource que A C diuise egalement ladite B D, elle passera par le centre, par le correlaire de la premiere de ce liure. Qui est contre ce que nous auons posé. Partant B D & A C ne s'entrecoppent pas egalement. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 4. PROPOSITION V.

Les cercles qui s'entrecoppent, n'ont pas vn mesme centre.

Soyent deux cercles A B C & A D B, qui s'entrecoppent és poincts A & B. Ie dis qu'ils n'ont pas vn mesme centre.

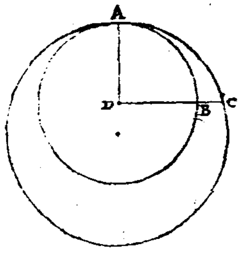


Car, s'ils en peuuent auoir vn mesme, prenons que ce soit le poinct E. Et tirons la ligne E A, & puis la ligne E C, laquelle coppera la circonference A C B au poinct C: & l'autre circonference A D B au poinct F. Si seront, par la definition du centre, E A & E F egales : mais E A & E C sont egales. Partant, puis que E F & E C sont toutes deux egales à ladite E A, elles seront aussi egales entr'elles. Ce qui ne peut estre. Donques E, ny pas vn autre poinct, ne peut estre centre de tous les deux. Ce qu'il faloit prouuer.

THEOREME 5. PROPOSITION VI.

Si deux cercles se touchent, ils n'auront pas vn mesme centre.

Que



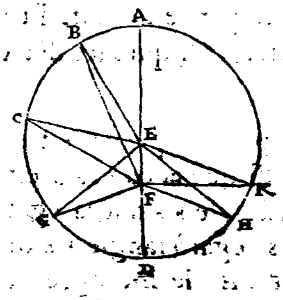
Que les deux cercles A B A & A C A se touchent au poinct A. Ie dis qu'ils ne peuuent auoir vn mesme centre.

Car, s'ils en peuuent auoir vn mesme, prenons que ce soit D. Tirons les lignes D A & D B C. Par la definition du centre & du cercle, chacune des deux lignes D B & D C, sera egale à ladite D A. Et partant D B egale à D C. Ce qui ne peut estre.

Mais des cercles qui se touchent par dehors, il appert assez que leurs centres sont diuers : veu que le centre est tousiours au milieu de son cercle.

THEOREME 6, PROPOSITION VII.

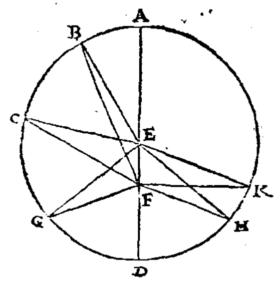
Si au diametre du cercle vn poinct est marqué autre que le centre : & que dudit poinct soyēt tirees plusieurs lignes à la circonference : la plus grande sera celle en laquelle est le centre, & la plus petite, celle qui paracheue le diametre. Mais celles qui sont plus proches du centre, sont plus longues que les autres. Or dudit poinct à la circonference ne se peuuent tirer plus de deux lignes droites, qui soyent egales entr'elles.



Soit le cercle A B C D, duquel le centre soit E, & le diametre A E D, auquel soit marqué le poinct F entre E & D. Et dudit poinct F soyent tirees les lignes F B, F C, & F G. Ie dis que F A est la plus grande de toutes, & que F D est la moindre. Des autres, je dis que F B est plus grande que F C : & F C plus grande que F G. Ie dis aussi, que dudit poinct F à la circonference peuuent estre tirees deux lignes egales entr'elles, & non plus.

Soyent tirees E B, E C, & E G. Et pource que les deux costés F E, & E B, du triangle B E F, sont, par la vingtieme du premier, plus grands que le troisieme E B : F A sera aussi plus grande que

F B,



F B, veu que F A est egale aux deux, F E & E B. Derechef, puis que les deux costés E B & E F, du triangle B E F, sont egaux aux deux costés E F & E C, du triangle C E F : & que l'angle B E F est plus grand que l'angle C E F : aussi par la vingtquatrieme du premier, la base F B sera plus grande que la base F C : &, par mesme raison, F C sera plus grande que F G. Derechef, puis que les deux lignes E F & F G, par la vingtieme du premier, sont plus grandes que E G : elles seront aussi plus grandes que E D, puis que E G & E D sont egales. Ostans donc E F, qui est commune, restera que F G sera plus grande que F D. Donques, la plus grande est F A, & la moindre F D : Mais F B sera plus grande que F C : & F C que F G. qui est pour le premier poinct.

Maintenant, par la vingttroisieme du premier, soit formé l'angle F E H, egal à l'angle F E G, & soit conjoincte F H. Et puis que E F & E G sont egales aux deux E F & E H ; par la quatrieme du premier, la base F G sera egale à la base F H.

Il reste maintenant à prouuer, que dudit poinct F à la circonference ne se peut tirer aucune autre ligne que F H, qui soit egale à ladite F G. Et si l'on estime qu'il se puisse faire, prenons que ce soit la ligne F K. Puis donc que F H est egale à F G, ladite F H sera aussi egale à F K, contre la premiere partie de ceste Proposition, puis que F K est plus pres du centre. Donques les deux seules F G & F H sont egales.

Ou bien ainsi. Soit conjoincte E K. Et pource que E G est egale à E K, & que E F est commune : & aussi que la base B G est egale à F K : par la huictieme du premier, l'angle F E G sera egal à l'angle F E K. Mais l'angle F E H est posé egal à l'angle F E G : Donques l'angle F E K sera egal à l'angle F E H, le moindre au plus grand. Qui est absurde.

De cecy est manifeste, que si deux lignes tirees de costé & d'autre d'un mesme poinct du diametre, font auec ledit Diametre leurs angles egaux, elles seront aussi egales :

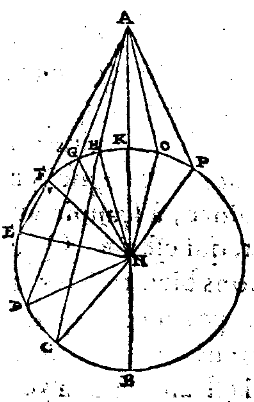
Telles que sont icy les deux lignes F G & F H.

THEOR

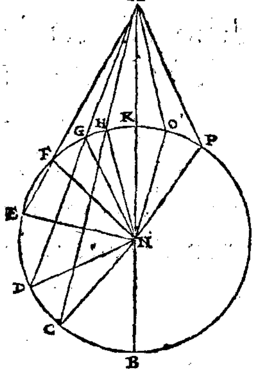
THEOREME 7, PROPOSITION VIII.

Si de quelque poinct marqué au dehors du cercle diuerses lignes sont tirees, qui coppent ledit cercle, la plus grande est celle qui passe par le centre : & de toutes les autres celle qui approche le plus du centre est tousiours la plus grande : mais des parties d'icelles, qui viennent à toucher par dehors la circonference, la moindre c'est celle qui est de droit fil auec le diametre: & chacune des autres de quant elle est plus proche du Diametre, de tant est elle plus petite. Et de toutes celles qui tumbent dudit poinct à la circonference, il ne s'en peut jamais trouuer que deux qui soyent egales entre elles.

Du poinct A, marqué hors du cercle B C D B, duquel le centre est N, soyent tirees plusieurs lignes coppans ledit cercle : à sçauoir A K N B, A H C, A G D, & A F E. Ie dis que A B, qui passe par le centre, est la plus longue de toutes, & que A C est plus grande que A D, & A D plus grande que A E. Et que des parts qui sont par dehors, la moindre est A K, & A H moindre que A G, & A G moindre que A F : Ie dis dauantage, que seulement deux lignes, tirees dudit poinct à la circonference, peuuent estre egales entre elles.



Soyent accouplees N C, N D, N E, N F, N G, N H : on argumentera de mesmes cõme en la precedente. Car au triangle A C N, les deux costés A N & N C, (ausquels est egale A B,) sont plus grands que A C, par la vingtieme du premier : Partant A B sera plus grande que A C. Derechef, puis que l'angle A N C est plus grand que l'angle A N D : A C sera plus grande que A D, par la vingtquatrieme dudit : & partant A D sera plus grande que A E. Et d'autant que N K est egale à N H : & que N H & H A sont plus grandes que



N A, ostant les egales N H & N K, restera que A H sera plus grãde que A K. Et pource que l'angle A N G est plus grand que l'angle A N H, la base A G sera plus grande que la base A H: & partant A F sera plus grande que A G. Donques, de celles qui sont tirees par le cercle la plus grande est A B: & A C est plus grande que ladite A D: & A D plus grande que A E. Et des exterieures la moindre est A K: & A H est moindre que A G, & A G moindre que A F. Qui est pour le premier poinct.

Maintenant, par la vingttroisieme du premier, formons l'angle A N O, qui soit egal à l'angle A N H. Si sera, par la quatrieme du premier, des deux triangles A N H & A N O, la base A H egale à la base A O: & n'y en aura point d'autre qui soit egale à ladite A H. Car si l'on estime que ce soit A P, ladite A P sera, par la commune notion, egale à A O: que nous auons prouué ne se pouuoir faire: veu que A O est plus pres de A K.

Ou bien ainsi: Puis que l'angle A N P est plus grand que l'angle A N H: (car A N O est egal à ladite A N H:) aussi la base A P sera plus grande que la base A H, par la vingtquatrieme du premier. Elle n'est donc pas egale. Partant seulement deux lignes droites, tirees de costé & d'autre, du poinct A à la circonference, sont egales entr'elles. Ce qu'il faloit demonstrer.

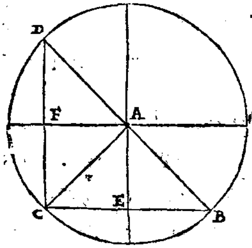
Que personne ne s'offense, si nous disons icy, que les lignes qui venans de dehors penetrent dans le cercle, coppent iceluy. Car combien que, à proprement parler, la seule K B coppe le cercle: toutesfois A B est dite ainsi copper le cercle, comme on dit qu'une ligne en coppe vne autre. Et comme la ligne N B coppe la circonference en vn sien seul poinct, à sçauoir au poinct B: ainsi A B coppe le cercle, de sa part, qui est K B. Que donques la calomnie cesse. Car nous voulons bien traicter la Geometrie auec toute diligence: mais non pas auec trop de scrupule. Ce qui est de superflu, nous le retranchons tant que nous pouuons: & cerchons la brieueté, qui est amie de la verité.

THEOR

THEOREME 8. PROPOSITION IX.

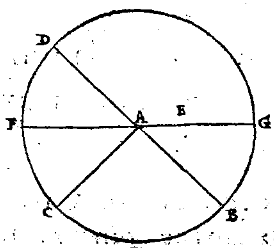
Si d'un poinct marqué au dedans du cercle, plus de deux droites lignes tirees à la circonference se trouuent egales entr'elles, ce poinct là sera le centre du cercle.

Soit le poinct A, marqué dans le cercle B C D : & que les trois droites lignes, A B, A C, & A D, tirees à la circonference, soyent egales : Ie dis que ce poinct A est le centre du cercle.



Ie conjoindray B C & C D : chacune desquelles je diuiseray egalement : sçauoir est celle là au poinct E, & ceste cy au poinct F : & tireray A E & A F : lesquelles, de costé & d'autre, j'allongeray jusques à la circonference du cercle.

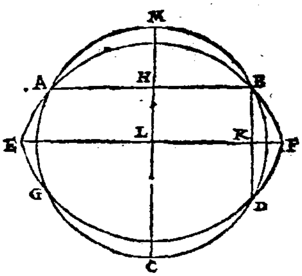
Si sera des triangles A B E & A C E, chacun des angles qui sont à E, egaux : & partant chacun d'iceux sera droit. Par mesme raison, chacun des angles, qui sont à F, sera droit. Et pource que A E diuise B C par la moitié : & de mesmes A F, D C aussi par la moitié, chacune d'icelles passe par le centre, par le corrolaire de la premiere du present. Partant, puis que les deux se rencontrent au poinct A, ledit A sera le centre du cercle. Ce qu'il faloit prouuer.



Autrement, par l'impossible. Soit E, si faire se peut, le centre du cercle. Duquel, par le poinct A, de costé & d'autre s'estēde la ligne jusques aux poincts F & G de la circonference : tellement que F G soit le diametre du cercle. Si sera, par la septieme de ce liure, A G la plus grande : & A B plus grande que A C, veu qu'elle est plus proche du centre E. Ce qui est contre l'hypothese.

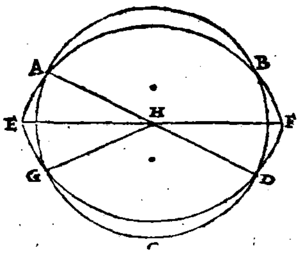
THEOREME 9. PROPOSITION X.

Deux cercles ne se peuuent entrecopper en plus de deux poincts.



Que le cercle A B C coppe, si faire se peut, le cercle D B F en plus que de deux poincts, comme en A, B, D, & G: & que les cõjoinctes A B & B D soyent coppees egalement és poincts H & K. Desquels poincts H & K soyent dressees les perpendiculaires H C & K E, qui s'estendent de costé & d'autre és poincts E, F, C, & M de la circonference D E F, & qu'elles s'entrecoppent au poinct L.

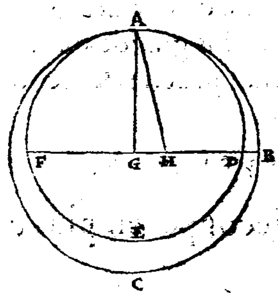
Si sera, par le correlaire de la premiere du present, le poinct L le centre des deux cercles, contre ce qu'enseigne la cinquieme dudit.



Autrement. Que les deux cercles, comme parauant, s'entrecoppent és poincts A, B, D, G. &, par la premiere du present, soit mis H pour centre du cercle A B C. Et soyent conjoinctes les trois H A, H D, & H G: lesquelles, par la definition du centre & du cercle, seront egales. Et pource qu'elles sortent à la circonference de chacun des deux cercles, sçauoir est à la section d'iceux, H sera aussi, par l'antecedente, le centre du cercle D E F, contre la cinquieme Proposition dudit.

THEOREME 10, PROPOSITION XI.

Si vn cercle touche vn autre cercle, soit dedans ou dehors, la ligne qui sera tiree par les centres des deux, tumbera au poinct de leur attouchement.

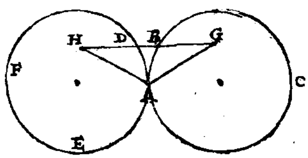


Que les deux cercles A B C & D E F se touchent en dedans au poinct A. Ie dis que la ligne tiree par leurs centres tumbera audit poinct A.

Sinon, qu'elle tumbe ailleurs: & soit G le centre du cercle A B C, par la premiere du present, & H le centre du cercle D E F. Lors par G & H soit tiree la ligne

ligne G B, coppant la circóference du cercle interieur au poinct D, & celle de l'exterieur au poinct B. Et ſoyent tirees les deux lignes G A & H A. Et pource que, par la vingtieme du premier, G H & H A ſont plus grandes que G A, elles ſerôt auſſi plus grandes que G B. En oſtant donc la commune G H, H A ſera plus grande que H B. Mais H D eſt egale à ladite H A : car toutes deux ſortent du centre. Donques H D eſt plus grande que H B, la partie que le tout.

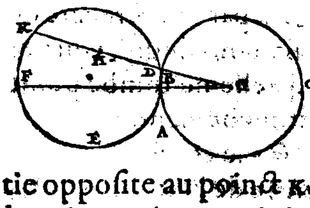
Autrement. Soit allongee D H juſqu'au poinct F de la circonference D E F. Et pource que G eſt hors du centre H au diametre du cercle D E F : par la ſeptieme de ce liure, G D ſera plus grande que G A. Mais G B eſt egale à G A. Donques G D ſera plus grande que G B, la partie que le tout.



Maintenant, ſi les deux cercles ſe touchent par dehors : ſoit tiree, comme au parauant, la ligne G H, par les centres ja imaginés G & H, & qui coppera les deux circonferences és deux poincts B & D : & ſoyent conjoinctes les deux G A & H A.

Si ſeront, par la vingtieme du premier, les deux G A & H A plus grandes que G H. & partant les deux G B & H D, plus grandes que G H. Ce qui eſt faux.

Autrement. Soyent les deux cercles A B C & D E F, qui s'entretoucheront par dehors au poinct A : & que G ſoit le centre du cercle A B C, comme au parauant. Duquel, par l'attouchement des cercles, ſoit allongee la ligne G A, juſques au poinct F de la circonference D E F. Et pource qu'on nous nie que ladite ligne puiſſe paſſer par le centre du cercle D E F : du meſme



centre G, ſoit tiree vne autre ligne, à ſçauoir G K, laquelle paſſe, ſi faire ſe peut, par H centre dudit cercle D E F, qui coppera la circonference A B C au poinct B, & D E F au poinct D, & ſa partie oppoſite au poinct K. Et, pource que du poinct G, marqué hors le cercle D E F, la ligne G K eſt tiree, paſſant par le centre H, & vne autre qui ne paſſe pas par le centre, à ſçauoir G F : par la huictieme du preſent, G D, partie exterieure d'icelle, ſera moindre que G A partie exterieure de ceste-cy. Mais G A est egale à G B. Donques G D sera moindre que G B, le tout que sa partie. Ce qui est absurde.

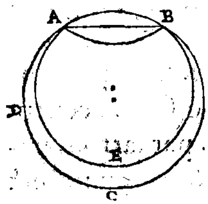
Ceste derniere partie nous l'auons prouuee par la huictieme du present, comme la premiere par la septieme:& ce plus commodement. Car la premiere figuration, encor qu'elle soit selon l'art, elle n'est pas toutesfois aisement receuë. Car pas vn des centres ne demeure en son lieu.

Au demeurant,des deux Propositions de Theon,nous n'en auons faict qu'une, pource que les deux chefs d'icelle sont aussi bien conjoincts, que sçauroyent estre les precedents.

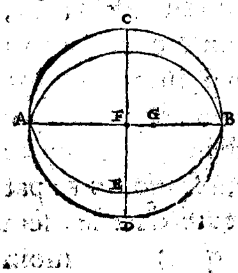
THEOREME II, PROPOSITION XII.
à Theon 13.

Vn cercle ne peut toucher vn autre cercle, en plus d'un poinct, soit qu'il le touche en dedans, ou en dehors.

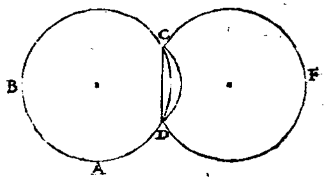
Car, si faire se peut, que le cercle A B C D touche premierement en dedans le cercle A B E és deux poincts A & B: puis en dehors, que le cercle A E B A touche le cercle A C B D aux deux poincts A & B.



Puis donc qu'à la premiere construction nous auons tiré la ligne droite de A à B, si elle tombe dehors le cercle A B E interieur, ce sera contre la doctrine de la seconde du present. Que si elle tumbe entre les deux, apres que nous l'aurons egalement diuisé comme à F,& aurons dresſé vne perpendiculaire passant par F à l'une & l'autre circonference, elle passera par le centre des deux cercles, par le correlaire de la premiere du present, repugnant la sixieme dudit, voire & l'antecedente, veu qu'elle ne tombe point au poinct de leur attouchement.

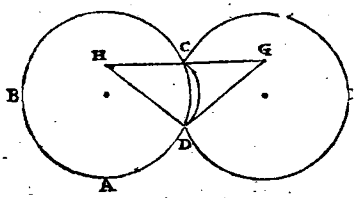


Ou bien ainsi. Soit F le centre du cercle exterieur, & G le centre de l'interieur. La ligne passant par lesdits centres, si elle est allongee, par la premiere partie de l'antecedente, elle abboutira aux deux attouchem chements A & B. Si sera F A egale à ladite F B : car elle est du centre à la circonference. Partant F A sera plus grande que G B. Par mesme raison G B sera egale à G A. Partant F A plus grande que G A : ce qui ne peut estre.



Aussi ne se toucheront-ils pas exterieurement. Car la ligne tiree du poinct C au poinct D, tumbera bien dedans vn des cercles, mais dehors l'autre. Qui est contre la seconde du present.

Autrement, s'ils se touchent en deux poincts, comme en C & D tirons du centre de l'un au centre de l'autre vne ligne droite. Ceste ligne, par l'antecedente, passera par le poinct C & par le poinct D. Ce qui ne se peut faire, autrement deux lignes enclorroyent vne superfice.



On peut aussi tirer vne droite ligne d'un centre à l'autre, laquelle, par exemple, passera, selon l'antecedente, par C, l'un des poincts d'attouchement. Lors assemblant G D & H D, se fera le triangle, duquel les deux costés G D & H D ne seront pas plus grands que le costé G C H, contre la vingtieme du premier.

THEOREME 12, PROPOSITION XIII.

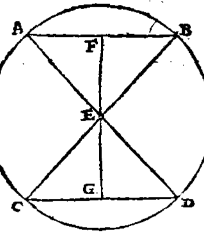
à Theon 14.

Si les lignes droites, qui sont dans vn cercle, sont egales, elles seront aussi egalement esloignees du centre. Que si elles sont egalement esloignees du centre, elles seront aussi egales.

Les lignes droites sont dites estre dans vn cercle, quand de costé & d'autre elles aboutissent à la circonference.

Soyent dans le cercle A B C D, duquel le centre est E, deux lignes egales, à sçauoir A B & C D. Ie dis qu'elles sont egalement esloignees du centre : & au contraire, si elles sont egalement esloignees du centre, je dis qu'elles sont egales.

Ie



Ie tireray du centre les lignes E F & E G perpendiculaires à A B & C D. Si sera, par la seconde partie de la troisieme de ce liure, A B egalement diuisee au poinct F, & C D aussi egalement au poinct G. En apres je conjoindray E A, E B, E C, & E D. Et pource que les deux costés A B & A E du triangle A E B, sont egaux aux deux costés C D & C E, du triangle C E D, & la base E B à la base E D, par la huictieme du premier, l'angle B sera egal à l'angle C. Puis donc que les deux costés A E & A F du triangle A E F, sont egaux aux deux costés C E & C G, du triangle C E G, par la quatrieme du premier, la base E F sera egale à la base E G : lesquelles, puis qu'elles sont perpendiculaires, A B & C D seront egalement distantes du centre, par la quatrieme definition de ce liure.

Autrement. Le quarré de ladite A E est egal aux quarrés des deux A F & E F, par la quaranteseptieme du premier: Et le quarré de E C, par la mesme, egal aux quarrés de C G & E G. Mais le quarré de A E est egal au quarré de E C. Donques les quarrés des deux A F & E F seront egaux aux quarrés des deux E C & E G. Ostant donc les egaux A F & C G, restera que les deux quarrés de E F & E G seront egaux. Partant lesdites lignes E F & E G sont egales : & pource aussi A B & C D, par la definition, seront egalement esloignees du centre. Qui est pour le premier.

Maintenant il s'ensuit, que si A B & C D sont egalement esloignees du centre, elles seront aussi egales. Car, puis que les quarrés des deux E F & F G sont egaux : eux estans ostés, resteront egaux les deux quarrés de A F & C G : & partant elles seront aussi egales. Donques A B & C D sont egales, puis que leurs moitiés sont egales. Ce qu'il faloit demonstrer.

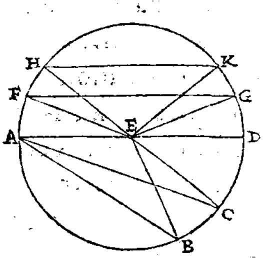
THEOREME 13, PROPOSITION XIIII. à Theon 15.

La plus grande des lignes qui sont dans le cercle, c'est le diametre: & chacune des autres de tant plus elle approche du centre, de tant plus est elle grande.

Dans le cercle A B C D, duquel le centre est E, il y a plusieurs

lignes

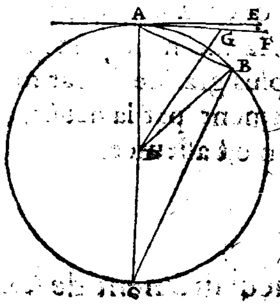
lignes A B, A C, A D, F G, & H K : desquelles A D eſt le diametre du cercle. Ie dis que A D eſt la plus grande de toutes : & que du reſte, de quant chacune eſt plus proche du centre, de tant eſt elle plus grande que les autres.



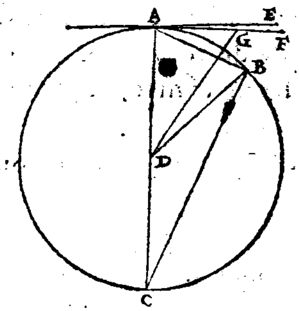
Conjoignons les extremités de toutes auec le centre, tirant E B, E C, E G, E K, E H, & E F. Si seront, par la vingtieme du premier, les deux coſtés E F & E G, du triangle E F G, plus grands que le troiſieme F G : leſquels, puis qu'ils ſont egaux à A D, A D ſera donc plus grande que F G : & par conſequent, plus grande que pas vne des autres, que nous mettons pour baſes des triangles : attendu que les deux coſtés de chaque triangle, ſont egaux à ladite A D, puis qu'ils ſont tirés du centre à la circonference. Qui eſt pour le premier chef. Dauantage, puis que les deux coſtés E F & E G du triangle E F G, ſont egaux aux deux E H & E K du triangle E H K, & l'angle F E G plus grand que l'angle H E K : par la vingtquatrieme du premier, la baſe F G ſera plus grande que la baſe H K : Et de meſme raiſon A C ſera plus grande que A B. Et par ainſi eſt claire toute la Propoſition.

THEOREME 14, PROPOSITION XV. à Theon 16.

La perpendiculaire, qui eſt tiree du bout du diametre du cercle, tumbe dehors du cercle : & entre icelle & la circonference n'y a aucun eſpace, pour pouuoir receuoir aucune autre ligne droite. Et l'angle du demicercle eſt le plus grand de tous les angles aigus rectilignes, & l'angle de dehors le moindre de tous.



Soit le cercle A B C, duquel le centre ſoit D, & le diametre A C : par l'extremité duquel, à ſçauoir par A, ſoit tiree la ligne perpendiculaire A E. Ie dis qu'elle tumbe dehors du cercle.



Si on le nie, posons que ladite perpendiculaire tumbe dedans : & que ce soit A B. Conjoignons D B. Si sera, par la cinquieme du premier, l'angle D A B egal à l'angle D B A : & partant sera-il droit. Mais, par la dixseptieme du premier, vn triangle ne peut auoir deux angles droits. Donques ny A B, ny pas vne autre ligne entrant dans le cercle, pourra estre perpendiculaire sur l'extremité du diametre.

Ou bien ainsi. Conjoignons C B. Et pource que l'angle C A B est droit, il sera plus grand que l'angle A B C, par la dixseptieme du premier. Et partant, par la dixneufieme dudit, le costé C B sera plus grand que le costé A C, qui est contre l'antecedente. La perpendiculaire donc, à sçauoir A E, tumbera hors du cercle. Qui est pour le premier chef.

D'abondant je dis, qu'entre A E, & la circonference, n'y a espace pour aucune autre ligne droite. Que si l'on tient qu'il se puisse faire, prenons le cas que ce soit A F : à laquelle soit tiree la perpendiculaire D G, si que D G A soit angle droit. Lors, par la dixneufieme du premier, le costé D A sera plus grand que le costé D G. Ce qui est faux. Partant entre A E, & la circonference, nulle droite ligne ne peut estre tiree. Ce qui est pour le secōd.

En fin je dis, que l'angle C A B, qui est faict du diametre C A & du demicercle A B C, est plus grand qu'aucun autre angle aigu rectiligne, & que E A B est aussi le moindre de tous. Car C A B est droit, & partant est plus grand qu'aucun angle aigu, & est composé des deux angles mixtes E A B & C A B. Mais entre E A & B A, aucune ligne droite ne peut auoir place, comme nous venons de prouuer. Partant, puis que E A B ne peut estre diuisé par aucune ligne droite, ce sera la moindre part qu'on sçauroit oster à l'angle droit, & C A B la plus grande. Car tout angle rectiligne peut estre diuisé egalement par la neufieme du premier. Et ainsi toute la Proposition est asseuree.

Corrolaire.

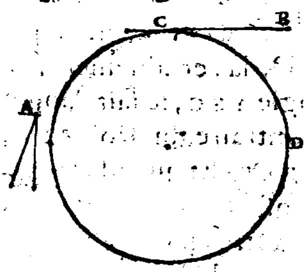
La droite ligne, tiree perpendiculairement de l'extrem tremité du diametre, touche le cercle, mais en vn ſeul poinct.

Car ſi elle le touchoit en deux, elle tumberoit dans le cercle, par la ſeconde de ce liure. Et nous venons de prouuer le contraire.

Mais quand j'ay conſideré plus attentiuemẽt le dernier chapitre de ce Theoreme, il m'eſt venu de plein ſaut en la fantaſie, que la Geometrie n'eſtoit pas ſi certaine qu'on diroit bien, meſmes qu'on trouuoit en elle des contrarietés.

Premierement celà paſſe l'intelligence, qu'entre les quantités on en puiſſe donner vne indiuiſible, telle qu'icy eſt l'angle que l'on dit de contingence, ou, pour mieux dire, d'attouchement, lequel nous poſons eſtre moindre qu'aucun autre angle aigu. Et qu'on donne auſſi vne quantité, qui ne reçoit aucun augment, tel qu'eſt icy l'angle du demicercle, lequel nous poſons eſtre le plus grand de tous les angles aigus rectilignes. Car quantité ſe nomme quantité, pource qu'elle a pluſieurs parties en ſoy : & ſelon icelle on dit egal & inegal. Auſſi la quantité continue ſe peut infiniment meſpartir. Partant, jectant l'œil ſur la premiere propoſition du dixieme, j'ay eu beaucoup de peine à recercher par quel moyen ſe pourroit accorder vne ſi manifeſte repugnance, comme l'on l'apperceuoit. Car la premiere du dixieme eſt telle qui s'enſuit:

Si de la plus grande de deux quantités vous en oſtez plus que la moitié, & derechef du reſtant vous en oſtez encor plus de la moitié, & faiez cecy continuellement : en fin reſtera vne magnitude moindre que la magnitude moindre poſee.

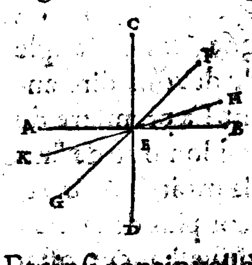


Par exemple. Soyent deux angles, à ſçauoir A rectiligne, & B C D angle (aumoins ſi nous le deuons dire angle) d'attouchement. La premiere du dixieme veut, que ſi lon oſte de l'angle A plus que de la moitié : & derechef du reſtant, encor plus de la moitié : & ainſi continuellement oſter des parties reſtantes plus que de la moitié, en fin reſtera vn angle moindre que B C D. Ie n'en mets pas icy la demonstration, pource qu'elle depend des suyuantes. Il n'y a toutesfois en toute la Geometrie aucune Proposition, qui, par maniere de dire, soit plus naturellement vraye. Ce que les nombres rendent plus clair que la clarté mesme : les nombres ; dis-je, esquels sont les images & representations de toutes choses : Car qui est-ce qui ne void, que ces deux nombres estans proposés 8 & 2, quand tu auras osté de l'octonaire plus que de la moitié, comme cinq : & puis du ternaire restant encor plus que de la moitié, à sçauoir le binaire, ne restera que l'unité, qui est moindre que le binaire posé ?

Et ne vient pas à cōsiderer ce que Champagne met en cest endroit, que le sens de la Proposition doit estre entendu des quantités de mesme genre. Ceste conciliation est nulle : mesmes est contraire à l'intention d'Euclide, comme nous le ferons voir quand nous serons venus là. Et Champagne mesme se contredit, quand en demonstrant la seconde du douzieme, & quelques autres Propositions de solides, il oste le droit du courbe.

Nous nous desuelopperons donc de ce doute, en disant que la droite ligne, qui touche le cercle, ne fait point d'angle auec la circonference, à sçauoir, qu'on ne doit aucunement dire que B C D soit vn angle : car tout angle consiste en la section, & non pas à l'attouchement. Et où cesse la section, cesse aussi la forme de l'angle. Et, pour le dire en vn mot, en croisant, toutes les especes d'angles se forment. Ie tiens icy indifferemment, croiser & copper, & croix & section, pour vne mesme chose.

Car, les deux lignes A B & C D s'entrecoppans au poinct E à angles droits, imaginons nous que C D se meut en rond, (à

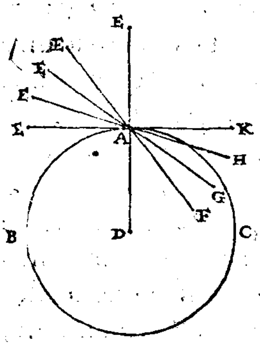


sçauoir sur le poinct fixe E) tellement que de E D se fait F G. De là certainement, de droit qu'estoit l'angle A E C, se fait l'angle obtus A E F : & au contraire, du droit B E C, se fait l'angle aigu B E F. Et quand H K aura esté tiree, d'un costé se fait l'angle plus obtus H E A : & de l'autre, K E A plus aigu. Et ainsi continuellement, jusqu'à ce que ceste ligne C D soit paruenue à A B, & que les extremités de l'une & de l'autre soyent

les

les mesmes. Car alors, par maniere de dire, la ligne C D estant comme noyee en la ligne A B, n'apparoistra plus aucun angle.

La mesme raison est au courbe. Car soit le cercle A B C A, duquel le centre soit D, & D E la ligne outrepassant la circonference & la coppant au poinct fixe A : sur lequel poinct fixe soit menee à l'entour la ligne D E, par les poincts F, G, H. Lors se feront incontinent diuers angles auec la



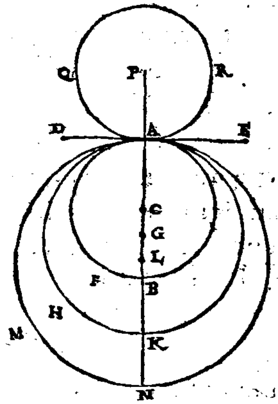
circonference audit poinct A : jusqu'à ce que cessant la croisade, la ligne E D soit faicte vne auec E K, & qu'elle touche le cercle. Lors la ligne D E n'est plus censee pour ligne panchante, mais bien pour noyee & absorbee en la ligne B A C, en ce qui concerne l'angle: non autrement que si B A C estoit ligne droite. Et ne fait rien contre nous, que les lignes soyent esloignees, & qu'elles facent l'espace C A K : car la seule ligne A C le fait, lors qu'elle s'esloigne de la droite: mais toutesfois elle l'embrasse au poinct A. Puis donc que tout angle ne consiste point en plusieurs poincts, mais en vn seul, il aduient que le poinct A est aussi mal propre à former vn angle, comme estoit tantost le poinct de la section E, és lignes droites. Peut estre dira-on, que le poinct A, de la ligne droite, demeure en son droit, & le poinct A, de la circonference, en son rond, & que ce n'est pas vn mesme poinct des deux : mais que seulement les lignes se leichent l'une l'autre, pource que l'une se refuit de l'autre entierement & de tous poincts, à celle fin que les contraires estans contreposés, soyent rendus plus manifestes. Mais le sens ne peut pas accorder celà: car deux cercles, se touchans exterieurement, laisseroyent la droite ligne d'entredeux toute entiere: sçauoir est, si nous imaginions vn cercle qui au poinct A touchast exterieurement ledit cercle A B C : ce que ne peut souffrir la nature des lignes. Mais donnons qu'il se puisse faire, à fin que rien ne tumbe en la pensee, que la Geometrie ne puisse representer en quelque lieu. Celà toutesfois n'auancera rien : au contraire tant moins l'attouchement des lignes se pourra appeller angle. Car de costé & d'autre leur rencontre baaillera. Mais confermons ces choses cy par raisons geometriques, &

par theoremes.

L'attouchement interieur de deux cercles, n'est pas quantité.

Soit donc le cercle A F B A, duquel le centre soit C, & le diametre A B : par l'extremité duquel, à sçauoir par A, soit tiree la ligne D E à angles droits. Or appert-il, par le correlaire de ceste quinzieme, que la ligne D E touche ledit cercle A F B A : & partant D A F est le moindre de tous les angles aigus, selon le dire d'Euclide, à sçauoir par la derniere partie de ceste quinzieme. Or maintenant entre les poincts C & B, soit marqué au diametre A B, le centre G : & selon l'espace G A, soit descrit vn autre cercle plus grandet A H K A. Ie dis que F A H n'est pas quantité.

Or il est certain, que le cercle A H K A passe entre la droite D A & la courbe A F : puis que le demidiametre G A est plus grand que le demidiametre C A. Aussi est-il manifeste, que la ligne D E touche ledit cercle A H K A, par le mesme correlaire de ceste quinzieme : & partant D A H est le moindre de tous les angles aigus. Derechef, selon vn plus grand espace, à sçauoir selon L A, soit descrit le cercle A M N A. Si sera, par le mesme correlaire, D A M le moindre de tous les angles aigus. Et ainsi sans fin, tous les attouchements, que fera la ligne D E auec les cercles tirés par le poinct A, & dont les cercles seront en la ligne A B, seront moindres que tout aigu rectiligne : & par ainsi tous egaux (aumoins si egalité se peut trouuer en ce qui n'a point de quantité.) Partant l'attouchement de D A M sera egal à l'attouchement de D A F : & aduiendra que M A F, attouchement interieur des cercles, n'augmentera ny ne diminuera l'attouchemēt D A M. Donques M A F n'est pas quantité. Ce qu'il faloit demonstrer.



Mais nous prouuerons aussi, que l'attouchement interieur des cercles n'est point quantité : & ce en ceste façon :

Puis que tous les cercles sont semblables, tous les demicercles aussi seront semblables. Partant les angles qui se font du diametre auec la circonference, sont egaux en tous cercles,

par

par la conuerse de la definition des sections semblables : (car nous n'exclurrons pas les angles mixtes de ceste egalité des angles.) Donc l'angle B A F, sera egal à chacun des angles K A H & N A M. Et partant l'attouchement F A M n'adjouste rien à l'angle B A F. Donques F A M n'est pas quantité. Ce qu'il faloit demonstrer. De là s'ensuit vn autre :

L'attouchement d'une ligne droite auec le cercle, n'est pas quantité.

Car, demeurant la mesme construction, si D A F est quantité, elle se partira, ou par ligne droite, ou par ligne courbe. Par ligne droite non : car la derniere partie de ceste quinzieme y repugne : ny par vne courbe, comme par la ligne A M : car F A M seroit partie dudit D A F. Mais F A M n'est pas quantité, comme nous venons de prouuer : F A M donc n'est pas partie de D A F. Partant D A F, ny par ligne droite, ny par ligne courbe, ne se peut partir. Donques D A F n'est pas quantité. Ce qu'il faloit prouuer. De là s'ensuit vn troisieme.

L'attouchement exterieur de deux cercles, n'est pas quantité.

Demeurant la mesme construction, soit allongé le diametre B A jusques au poinct P. Lors par le centre P, & selon l'espace P A, soit descrit le cercle A Q A, qui touchera exterieurement le cercle A B F A, au poinct A. Ie dis que l'attouchement B A Q n'est point quantité.

Celà est manifeste par la derniere demonstration. Car il ne se diuise point par ligne oblique, puis que F A M n'est pas quantité, par la premiere de celles cy : ny par ligne droite, puis que D A F n'est non plus quantité, par la seconde de celles-cy. Et D A Q n'est non plus quantité, par la mesme. Partant, puis que F A Q n'est point diuisible, il n'est pas quantité. Ce qu'il faloit prouuer.

De ce que dessus reüscira ceste maxime, laquelle jusqu'icy personne ne s'est aduisé de receuoir en la Geometrie:

Les angles qui se font du diametre auec la circonference, soit dedans, soit dehors le cercle, sont droits, & egaux aux rectilignes droits.

Com

Comme en la derniere figure, l'angle B A F est egal à l'angle B A D, puis qu'il n'est point accreu par l'attouchement D A F, qui n'est pas quantité : & partant Q A P est droit, & egal audit D A P, puis que rien ne luy est adjousté par D A Q. Ce qu'il faloit prouuer.

Et pour aussi entremesler des raisons philosophiques parmi des speculations geometriques, (mais quelle partie de Philosophie ne peut-on remarquer en la Geometrie ?) le cercle reçoit tout en soy: à cause de sa perfection. Et puis qu'il est absolu en toute façon, ce seroit chose indigne d'estimer qu'il fust incapable du droit. Si que Platon a tresbien dit, que la ligne, qui fait le cercle, est droite, ne plus ne moins que celle qu'on tire d'un poinct à autre, par le plus court chemin, quoy que nous appellions celle là oblique, à fin de la distinguer.

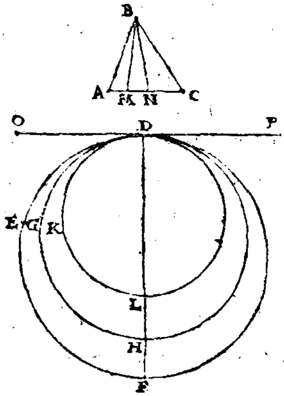
Ces choses ainsi demonstrees, sortiront hors de la Geometrie les paralogismes : & notamment celuy qui est tant vulgaire, & lequel Champagne ameine icy : On donne, dit il, vn angle plus grand que B A F, & moindre qu'iceluy: & toutesfois on ne luy en donne point qui luy soit egal. Ce qui est refuté par les raisons susdites : Car on ne peut dire rien estre plus grand ny moindre de ce qui n'a en soy aucune quantité. Ce qui peut bien aduenir aux nombres. Car on donne vn nombre plus grand que $\sqrt{\zeta}\,8$, comme 3 : & vn plus petit, comme 2 : & toutesfois on ne luy en peut donner vn qui luy soit egal. Mais la quantité continue est bien d'autre nature que la discrete. Car on peut partir la continue infiniment : mais non pas la discrete. Ce que mesme la consideration des mots nous enseigne. Car à ce qui est continu il n'y a rien qui vaque, rien qui soit entremis : mais à ce qui est discret, tout y est nommément deduict. Comme, par exemple, deux fois quatre, ou huict, en Arithmetique, ne peut venir à estre quarré, mais si fait bien en Geometrie. Mais quelque jour, Dieu aidant, nous ferons congnoistre quel large champ nous auons ouuert par ceste demonstration, pour recercher les secrets de la Geometrie, lors que nous donnerons au public nostre liure du quarré & du cercle, & lors nous esclarcirons les doutes qu'on peut amener contre ce que dessus.

Nous desnouërons aussi le paralogisme de Cardan en son

seiz

seizieme liure de la subtilité. Quelque quantité, dit-il, peut continuément, voire infiniment, s'accroistre : & l'autre infiniment s'amoindrir : & toutesfois l'augment de cestuy-là, quelque grand qu'il puisse deuenir, sera tousiours moindre que la diminution de cestuy-cy.

Par exemple, Prenons l'angle rectiligne A B C, & soyent descrits deux cercles, D E F D & D G H D, qui le touchent par dedans au poinct D: desquels les centres seront en vn seul diametre D F. Lors l'angle circulaire E D G, pourra infiniment estre accreu, sçauoir est en tirant sans fin des moindres cercles par D, poinct de l'attouchement, desquels les centres soyent au diametre D F. Mais l'angle rectiligne A B C pourra estre infiniment amoindri par les diuisions que nous apprend la neufieme du premier : comme icy en A B N, & puis en A B M: & nous suffise de ceste binaire diuision. Et toutesfois l'angle circulaire, en s'accroissant ne deuiendra jamais egal à l'angle rectiligne decroissant. Comme icy l'angle E D K, est, sans doute, moindre que l'angle A B M : quoy qu'on voulust tirer plusieurs cercles, voire infinis, jamais l'angle d'attouchement ne deuiendra aussi grand que l'angle A B M, voire que la millieme partie d'iceluy. Ce qui appert, dit il, en tirant la ligne contingente O P. Car l'angle O D K est moindre que pas vn des angles aigus rectilignes : partant, E D K sera beaucoup moindre. Iusques icy nous auons parlé selon Cardan.



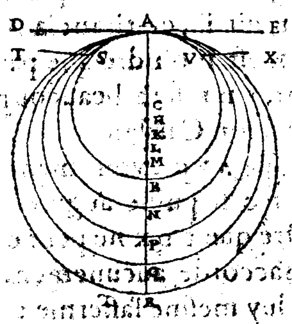
Auquel nous respondons ainsi : L'angle A B C, voirement, se peut amoindrir sans fin : Mais que E D G le puisse augmenter, je le nie. Car nous auons demonstré que E D K ne peut estre plus grand que E D G. Et cecy ne s'accorde aucunement, que O D G soit egal aussi à O D K, comme luy mesme l'afferme en ce lieu là : & que E D K soit plus grand que E D G. Car si O D G est egal à O D K, E D K ne peut rien adjouster à O D G : & partant ny à E D G. Donques E D K, voire E D K, ne peut estre plus grand que E D G. Et ainsi est renuersee la fallace.

Cardan propose au mesme endroit, allegant Apolloine &

Rabi Moïse, de deux lignes qui sont en vn mesme plan, lesquelles allongees semblent tendre à faire angle, & s'entrapprochent tousiours de plus pres: Et toutesfois, par vn grand miracle, comme il estime, iamais ne se rencontrent: quoy qu'elles soyent sans fin allongees. Ce qu'aussi en passant auoit noté de Gemeau, George Valla au premier liure de sa Geometrie, chapitre 59. Et apres luy Celius Calcagnin, escriuant à Iaques Ziegler, de l'obseruation de quelcun qu'il ne nomme point. Mais ce paralogisme nous le dissoudrons en son lieu.

Mais pourquoy dilayerions nous de faire voir nostre inuention, puis que nous pouuons presentement faire ce que nous promettons, au moins pour la plus part? Car si bien nous ne voulons tout dire maintenant, nous auons des choses beaucoup plus solides & vtiles, lesquelles nous reseruons iusques au temps que nous baillerons au public Euclide tout entier: combien que ce ne soit pas chose peu proffitable de refuter les Propositions captieuses.

Soit donques le cercle A B A, duquel le centre soit C, & le diametre A B: & que la ligne droite D E touche le cercle au poinct A. Lors entre les deux poincts du diametre C & B soyent pris plusieurs centres: mais maintenant nous suffise de quatre, H, K, L, M: sur lesquels soyent descrits quatre cercles, A N A, A P A, A Q A, A R A, passans entre la ligne droite D E, & la circonference A B A, & se touchans au dedans au poinct A.



Or est-il manifeste, que les circonferences de ces quatre cercles, s'approchent de peu à peu, & de poinct à poinct, à ladite ligne droite D E. Prenons donc le poinct S en la circonference A N, bien proche du poinct A. En apres, mettons en la circonference A P, vn autre poinct, qui approche encor plus de ladite D E, que le poinct S, lequel nous appellerons second poinct, d'autant qu'il n'y a pas lieu de le pouuoir marquer d'aucune marque. Derechef soit pris en la circonference A Q vn autre poinct, qui soit encor plus proche de ladite D E, que non pas le second poinct, lequel nous nommerons tiers poinct. En apres en la circonference A R

soit

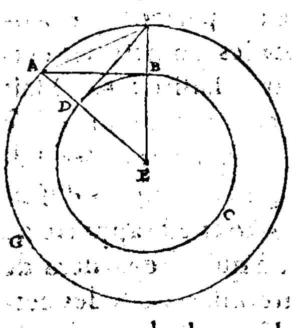
soit pris vn poinct approchant encor de plus pres à ladite D E que le troisieme, lequel se dira le quart poinct. Et ainsi continuellement, si nous voulons descrire des cercles, par l'attouchement A, plus grands que les premiers, desquels les centres soyent en la ligne A B, & leurs poincts de l'un à l'autre s'approchent de la ligne D E. En fin par ces poincts, à sçauoir premier, second, tiers, quart, & d'auantage s'il y en a, soit tiree la ligne S T. Laquelle il est manifeste, que petit à petit elle s'approche tousiours de D E; non autrement que les poincts des cercles par où elle est tiree: & toutesfois jamais ne se pourra conjoindre auec ladite D E, encor qu'on allonge infiniment les lignes, sçauoir est, si on descrit cercles infinis. Car, par ceste quinzieme, de tant qu'on en pourra descrire, pas vn pourtant ne pourra toucher la ligne D E, sinon qu'au poinct A. Il est donc arresté que la ligne S T, quoy qu'elle approche de la ligne D E, ne pourra pourtant jamais se joindre à icelle. Et de mesme veux-je qu'on entende de la ligne V X, qui est de l'autre costé.

Mais tu diras, Ie vois bien que tous ces cercles touchent la droite ligne D E en vn seul poinct d'icelle: & partant que la ligne S T, quoy qu'infiniment allongee par les poincts des cercles, ne pourra jamais pourtant rencontrer ladite D E. Mais toutesfois je ne peux que je ne m'esmerueille comment celà se peut faire. Certainement la raison geometrique fait cesser l'admiration, & fait qu'on ne le trouue pas plus estrange de la ligne, que des cercles mesmes. Donques, le tout est rapporté au cercle admirable en toute façon. Car, à qui le regardera de pres, autant est esmerueillable, que les circonferences des cercles, (comme icy de A B, A N, A Q, & A R,) se reculent tousiours, & s'esloignent du poinct A, & neantmoins par leur propre description reuiennent audit A: & de dire que la ligne S T approche tousiours de A B, & neantmoins jamais ne l'attaint. Partant ceste ligne doit estre dite mixte, comme procedant du droit & du circulaire: & partant elle consiste perpetuellement entre l'un & l'autre. Celuy donc cessera de s'esmerueiller, lequel considerera à bon escient la forme du cercle, sa raison, sa nature, & sa construction. Et de faict, ces lignes là sont composees de lignes infinies egalement recourbees & reflexes en elles mesmes. Mais d'autant que les cercles passans par A, pour le grand nombre d'iceux, semblent se joindre lun à l'autre, en cest endroit s T à grand' peine se peut elle representer aux sens, que pour vne seule ligne. Et ne faut douter qu'elle ne soit du nombre de celles d'Apollonius qu'ils proposent (& tel est aussi, aux solides, le costé d'hyperbole, comme nous enseignerons en son endroit.) mais, à la verité, elle ne se peut dire droite en façon que ce soit, comme l'estimoit Calcagnin, mais bien quelque ligne desreiglee, qui bonnement n'est ny droite ny circulaire. Or reseruons-nous cecy au traicté des corps, à fin de reuenir aux cercles.

PROBLEME 2, PROPOSITION XVI. selon Theon 17.

D'un poinct marqué hors le cercle, tirer vne ligne qui touche le cercle.

Soit le poinct A hors du cercle B C D, duquel le centre soit E. Ie veuil du poinct A tirer vne ligne contingente au cercle B C D.

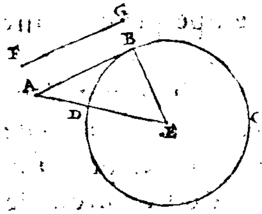


Dudit centre E au poinct A je tire la droite ligne E A, qui coppera le cercle au poinct D. Lors sur ledit centre E, selon l'espace E A, je descri le cercle A F G. Et de D, poinct de la section, je dresse la perpendiculaire D F, qui coppe le cercle exterieur à F, & conjoins F E, qui coppera le cercle interieur à B. Et pour la fin je conjoins A B. Ie dis que A B touche le cercle B C D.

Car prenant les deux triangles A E B & F E D, les deux costés A E & E B de cestuy là, seront egaux aux deux costés de cestuy cy, F E & E D. & l'angle E est commun à tous les deux. La base donc A B, par la quatrieme du premier, sera egale à la base F D, & l'angle E B A, egal à l'angle E D F. Mais l'angle E D F est droit: partant E B A sera aussi droit. Donques, par le correlaire de l'antecedente, la ligne A B est contingente au cercle B C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

Ce que nous demonstrerons encor ainsi par maniere d'exercice. Ayant tiré la ligne A E, je cerche combien peut A E sur

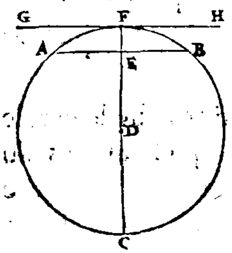
E D : par les choses que nous auons demonstrees à la quarante septieme du premier. Soit donc la ligne F G, la puissance de A E sur E D. Or maintenant de A E ligne donnee, & de deux qui soyent egales ausdites E D & F G donnees, par la vingtdeuxieme du premier, je forme le triangle A B E. & E B sans doute se terminera en la circonference, par



la definition du centre. Si sera droit l'angle A B E, par la derniere du premier. Partant A B sera contingente au cercle, par le correlaire de l'antecedente. Ce qu'il faloit prouuer.

Tirer vne ligne droite qui touche le cercle, & qui soit parallele à vne ligne droite, qui coppe ledit cercle.

Soit la ligne A B, qui coppe le cercle A B C, (duquel D est le centre,) és poincts A & B. A icelle A B je veux tirer vne parallele, laquelle touche le cercle.



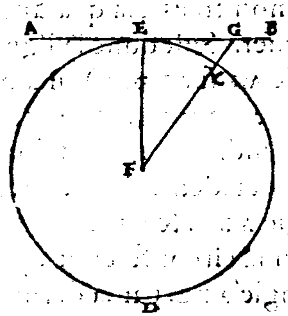
Ie diuise A B egalement au poinct E. Puis par le poinct E, & par le centre D, je tire le diametre C D E F. En apres je tire la ligne G F H à angles droits audit diametre C F. Ie dis que G F H (laquelle, par le correlaire de la quinzieme, touche le cercle) est parallele à ladite A B.

Car, puis que la droite ligne C F tumbant sur toutes les deux, fait droits tous les angles qui sont à E, par la troisieme de ce liure: & que les deux angles, qui sont à F, ont esté posés droits, par la vingtneufieme du premier, A B, & G H seront paralleles. Ce qu'il faloit demonstrer. Cecy est fort commode pour inscrire les figures dans les cercles.

THEOREME X. PROPOSITION XVII.
selon Theon 18.

Si vne droite ligne touche le cercle, vne autre droite ligne, tiree du centre à l'attouchement, sera perpendiculaire à la premiere.

Soit la ligne A B, contingente au cercle C E D, au poinct E:

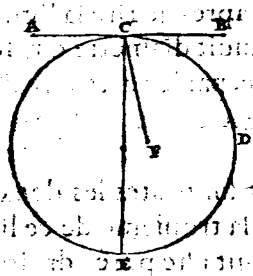


duquel cercle le centre soit F. Et dudit centre F soit tiree la ligne F E. Ie dis que ladite F E est perpendiculaire à ladite A B.

Que si elle ne luy est perpendiculaire, posons que ce soit F G, laquelle coppe la circonference au poinct C. Et puis que l'angle E G F est droit, le costé E F du triangle E F G, est plus grand que le costé F G, par la dixneufieme du premier. Ce qui est faux. car F C est egale à F E. Ceste cy se prouue par negatiue, à la façon des conuerses : car ceste cy est conuerse du correlaire de la quinzieme du present.

THEOREME 16, PROPOSITION XVIII. selon Theon 19.

Si vne droite ligne touche vn cercle, la perpendiculaire tiree du poinct de l'attouchement passera par le centre.



Soit la ligne A B, qui touche le cercle C D E au poinct C, duquel jusques au poinct E de la circonference, soit tiree C E, perpendiculaire à ladite A B. Ie dis que C E passe par le centre.

Sinon, soit le centre hors d'icelle C E, comme vous diriez au poinct F: duquel poinct jusques au poinct C, soit tiree la ligne F C: laquelle, par l'antecedente, sera perpendiculaire à A B: & partant l'angle A C F egal à l'angle A C E, la partie au tout. Ce qui est absurde.

THEOREME 17, PROPOSITION XIX. selon Theon 20.

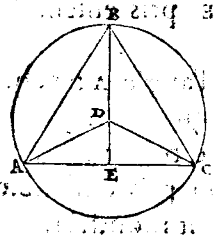
Au cercle, l'angle qui est au centre, est double de celuy qui est à la circonference, quand l'un & l'autre consiste sur vne mesme portion de la circonference.

Au cercle A B C, (duquel D est le centre,) soit l'angle A D C au

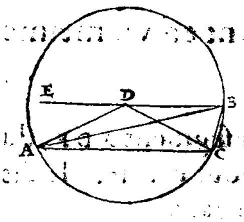
cent-

centre, & à la circonference A B C : & qu'un chacun d'eux soit sur vne mesme portion de circonference, à sçauoir A C. Ie dis que l'angle A D C est double de l'angle A B C.

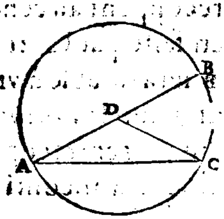
Car, ou pas vne des deux A B & C B ne coppera pas vne des deux A D & D C, ou l'une d'icelles en coppera l'une des autres, ou bien l'une d'icelles se trouuera en l'une des autres. Et premierement prenons que pas vne des deux A B & C B, ne coppe pas vne des deux A D & C D. Lors par le poinct D soit tiree la ligne B D E. Si sera, par la trentedeuxieme du premier, l'angle A D E, egal aux deux angles interieurs opposés A B D & B A D : lesquels, puis que, par la cinquieme dudit, ils sont egaux, ledit A D E, sera double de l'angle A B D. Par mesme raison l'angle C D E sera double de l'angle C B D. Donques tout l'angle A D C sera double de tout l'angle A B C. Ce qu'il faloit monstrer.



Que si l'une d'icelles, comme A B, coppe l'une des autres, à sçauoir C D : lors allongeant B E, se fera l'angle E D C double de l'angle D B C, par la trentedeuxieme du premier. Ostant donc E D A, qui est double de l'angle D B A, de l'entier E D C : ostant aussi D B A du total D B C : le restant A D C sera double du restant A B C. Ce qu'il faloit prouuer.



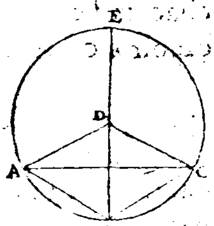
Que si l'une d'icelles, comme A D, est en l'une des autres, si que A D B soit vne ligne : lors l'angle A D C manifestement sera double de l'angle B, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier. Ce qu'il faloit demonstrer.



En cest endroit Nicolas Tartalea a placé l'appendix suyuant : lequel nous auons reduit en Theoreme, & l'auons plus brieuement demonstré par ceste dixneufieme.

Si deux angles, desquels l'un est au centre, l'autre à la circonference, sont soustendus par vne droite ligne, l'espace comprins en l'angle qui est au centre, est double de l'angle qui est à la circonference.

Que



Que l'angle A D C, qui eſt au centre, demeure comme au parauant: & ſoit deſcrit en la circonference l'angle A B C, de meſme appellation qu'en la precedente. Et par le centre D ſoit tiree la ligne B D E, qui coppe la circonference au poinct E. Ie dis que les deux angles A D E & C D E pris enſemble, ſont doubles de l'angle A B C.

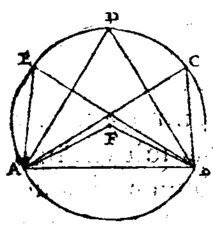
Celà eſt clair par ceſte dixneufieme. Car l'angle A D E, qui eſt au centre, eſt double de l'angle A B D, veu qu'ils ſont ſus vne meſme circonference A E. Par meſme raiſon C D E ſera double de C B D. Partant les deux angles A D E & C D E pris enſemble, ſont doubles à tout l'angle A B C. Ce qu'il faloit monſtrer.

THEOREME 18. PROPOSITION XX.

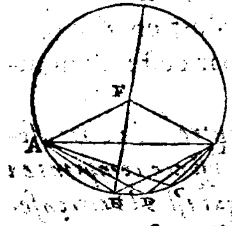
ſelon Theon 21.

En vn cercle, tous les angles, qui ſont en vn meſme ſegment, ſont auſſi egaux entr'eux.

Soyent les angles A C B, A D B, & A E B, au ſegment A D B, du cercle A B C D, qui a F pour centre. Ie dis que tous ces angles ſont egaux.



Soit conioincte la ligne A B. Et lors, ſi quelques deux lignes s'entrecoppent au centre, la Propoſition ſera manifeſte par l'antecedente. Car l'angle A F B ſera double à vn chacun des autres. Partant, ſelon la notion commune, ils ſeront egaux entr'eux. Que s'ils ne s'entrecoppent pas, en tirant les lignes A F & B F, le meſme ſera incontinent congnu.



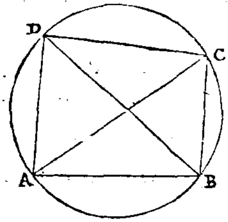
Que s'ils ſont au moindre ſegment, comme en A E B: lors tirant A F & B F: tirant auſſi des lignes par le centre, de chacun angle à la circonference. (ce ſera aſſez pour maintenant de tirer E F G:) tout l'eſpace qui eſt en l'angle F ſera double d'un chacun des autres: & partant ſont-ils egaux entr'eux. Ce qu'il faloit demonſtrer.

THEOR

THEOREME 19. PROPOSITION XXI.
ſelon Theon 22.

Des quadrilateres inſcrits dans des cercles, les deux angles opposés ſont egaux à deux droits.

Soit le quadrilatere A B C D inſcrit dans le cercle de meſme denomination. Ie dis que les deux angles opposés, quels qu'ils ſoyent, ſont egaux à deux droits.

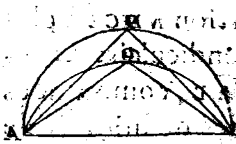


Soyent tirees dans le quadrilatere deux lignes dimetientes, A C & B D. Si ſeront egaux par l'antecedente, les deux angles A B D & A C D, qui ſont en vn meſme ſegment ABD. Auſſi les deux C B D & C A D, qui ſont en vn meſme ſegment B D C, ſeront egaux. Donc, tout l'angle B ſera egal aux deux A C D & C A D. Mais ces deux là, A C D & C A D, auec D tout entier, ſont egaux à deux droits, par la trentedeuxieme du premier. Donques les deux B & D, angles opposés, ſont egaux à deux droits. Par meſme diſcours nous prouuerons que les deux opposés, A & C, ſont egaux à deux droits.

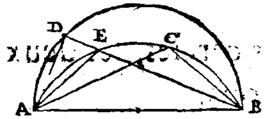
THEOREME 20. PROPOSITION XXII.
ſelon Theon 23.

Sus vne meſme droite ligne, deux ſemblables ſections de cercle inegales, ne peuuent eſtre deſcrites d'un meſme coſté.

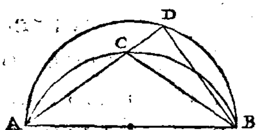
Soit la droite ligne A B, ſur laquelle ſoit deſcrite la ſection A C B: & ſoyent tirees les droites lignes A C & B C. Ie dis qu'on ne peut deſcrire ſur la meſme A B, & d'un meſme coſté, vne ſection de cercle ſemblable à la premiere, mais non egale.



Car, ſi faire ſe peut, ſoit deſcrite A D B ſection plus grande, & ſoyent tirees les droites lignes A D & B D. Ou pas vne des deux A D & D B, ne coppera pas vne des deux A C & B C: Et lors l'angle C ſera plus grand que l'angle D, par la vingtvnieme du premier. Partant leſdites ſections ne ſeront pas ſemblables, par la derniere definition de ce liure.



Que ſi l'une d'elles, comme B D, coppe l'une des autres, comme A C, & la moindre circonference au poinct E : ſoit conjoincte E A. Si ſera, par la ſeizieme du premier, l'angle A E B plus grand que l'angle A D B, l'exterieur que l'interieur : Et partant A C B, qui eſt egal à A E B, par la vingtieme dudit, ſera plus grand que ledit A D B. Ny ainſi donques ſeront les ſections ſemblables.

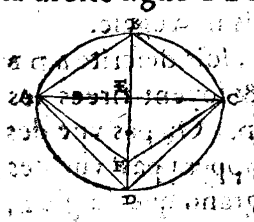


En fin, ſi l'une d'icelles, comme A C, eſt partie de l'une des autres, comme de A D: par la meſme ſeizieme du premier, l'angle C ſera plus grand que l'angle D. Leſdites ſections ne ſeront donc pas ſemblables.

De ce que deſſus il appert aſſez qu'on ne peut auſſi conſtituer ſur A B vne moindre ſection, qui toutesfois ſoit ſemblable à A C B. Partant on ne peut en façon que ce ſoit, ſur vne meſme ligne, conſtituer des ſections inegales, qui ſoyent ſemblables. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Champagne adjouſte en ceſt endroit, que ſus vne meſme droite ligne, ny du meſme coſté, ny de l'oppoſite, on ne peut conſtituer ſemblables inegales ſections. Ce qu'il prouue par la ſuperpoſition des figures, qu'on appelle. Mais nous le demonſtrerons par autre moyen.

Soit A B C la portion d'un cercle, (je ne mets point de difference entre ſection & portion,) conſtituee ſur la ligne A C. De l'autre coſté ſoit conſtituee la portion A D C ſur la meſme ligne A C, ſemblable à ladite A B C. Ie dis que A B C & A D C ne peuuent auſſi eſtre inegales. Car ſoit, ſi faire ſe peut, A D C plus grande : & A C ſoit egalement diuiſee au poinct E : & ſoit tiree la droite ligne B E D, coppant à angles droits ladite A C. & ſoyent conjoinctes A B, C B : A D, & C D.



Et pource que la portion A D C eſt plus grande que A B C, la perpendiculaire E D ſera auſſi plus grande que E B, comme nous auons monſtré à la fin des definitions de ce troiſieme liure. Que donques E D ſoit retranchee, à l'egal de E B, ſi que E F ſoit egale à E B. Si ſera le

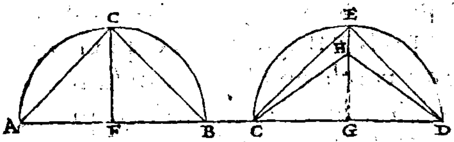
triang

triangle A E B egal au triangle A E F, par la quatrieme du premier : & l'angle E B A egal à l'angle E F A. Et par semblable raison, l'angle E B C sera, par la mesme, egal à l'angle E F C. Donc tout A B C sera egal à tout A F C. Mais ledit A F C, par la vingtunieme du premier, est plus grand que ledit A D C. Donques A B C sera plus grand que A D C. Partant, selon la Definition, lesdites portions A B C & A D C ne seront pas semblables. Qui est contre la position. Elles ne sont donc pas semblables & inegales. Ce qu'il faloit prouuer.

THEOREME 21, PROPOSITION XXIII.
selon Theon 24.

Les semblables sections de cercle, dressees sur droites lignes egales, sont egales entr'elles.

Soyent deux lignes egales, A B & C D : Et sur icelles soyent dressees deux sections semblables, A B C & C D E. Ie dis que lesdites sections sont egales.



Si ainsi n'est, l'une d'icelles estant mise sur l'autre, la plus grande surpassera la moindre. Mais la ligne A B est de mesme que la ligne C D. D'où viendra le contraire de ce qui a esté prouué par la precedente.

Mais pource qu'il y a ja long temps, que nous auons jugé, qu'il faloit bannir des demonstrations geometriques ceste superposition de figures, combien que ce Theoreme n'eust besoing d'autre preuue que celle de l'antecedent: toutesfois nous le demonstrerons par ce discours geometrique.

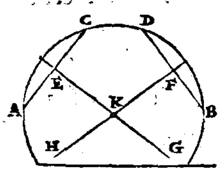
Puis que les deux portions A C B & C E D sont semblables, mais non egales, soit C E D plus grande. Diuisons egalement les deux lignes A B & C D : à sçauoir A B au poinct F, & C D en G: & dressons deux perpendiculaires F C & G E. Et puis que la portion C E D est plus grande, la perpendiculaire G E sera aussi plus grande, comme nous l'auons prouué à la fin de la precedente. Coppons donc G E en H, si que G H soit egale à F C. Et d'autant que les deux costés A F & F C du triangle A C F, sont egaux aux deux costes C G & G H du triangle C H G. & les angles F & G sont

t 2 egaux,

egaux, la base A C aussi sera egale à la base C H: & l'angle A C F à l'angle C H G, par la quatrieme du premier. Semblablement l'angle B C F sera egal à l'angle D H G. Partant tout l'angle A C B sera egal à tout l'angle C H D. Mais l'angle C H D est plus grand que l'angle C E D, par la vingtunieme du premier. Donques l'angle A C D sera plus grand que l'angle C E D: Et partant les sections ne sont pas semblables. Qui est contre la position.

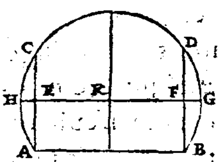
PROBLEME 3, PROPOSITION XXIIII.
à Theon 25.

La section d'un cercle estant donnee, paracheuer le cercle duquel elle est section.



Soit la section donnee A B, de laquelle il fale paracheuer le cercle.

Ie tireray en icelle section deux lignes à l'auenture, A C & B D: lesquelles je partiray egalement: sçauoir est A C au poinct E, & D B au poinct F. Lors des deux poincts E & F, je tireray dans la section deux perpendiculaires E G & F H, qui s'entrecopperont au poinct K. Si sera le centre du cercle en chacune desdites perpendiculaires, par le correlaire de la premiere du present. Donques K est le centre lequel il faloit trouuer.

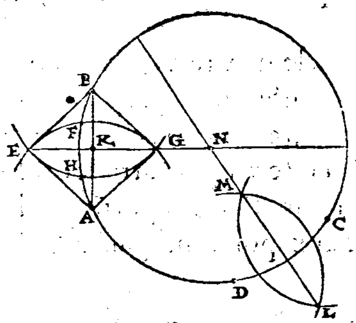


Que si E G & F H ne s'entrecoppent point, mais soyent vne mesme ligne, comme est G H en la seconde figure: ce qui se fait, lors que A C & B D sont equidistantes: lors G H, abboutissant à l'une & à l'autre partie de la circonference, aura en elle le centre du cercle, par le mesme correlaire. Car E G & F H ne pourront estre equidistantes: autrement il y auroit deux centres d'une mesme circonference.

C'est icy la generale demonstration de parfaire le cercle sur vn arc donné, quel qu'il soit: laquelle aussi Champagne employe: & de laquelle est puisé le moyen compendieux de trouuer le centre, dont les artisans vsent ordinairement, qui est tel:

Soit la circonference A B C D, de laquelle il fale trouuer le centre. Ie mets vn centre fortuit, en quelque poinct de la circonference donnee, comme en A: sur lequel, & selon tel espace

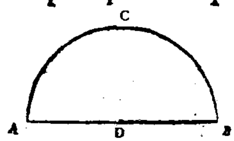
que



que je voudray, je descris la circonference E F G. Lors mettant le compas sur vn autre poinct de la circonference, comme en B, & selon le mesme espace ou extension que le premier, je descris la circonference E H G: qui coppe la premiere E F G és deux poincts E & G. En apres, desdits centres je tire les droites lignes A E & B E: & encor A G & B G Si sont ces quatre dernieres lignes egales, puis qu'elles sont demidiametres de cercles egaux. Lors je tire la ligne droite A B. Si se feront deux triangles isosceles A E B & A G B. Desquels la base commune sera A B, laquelle je diuise egalement au poinct K: qui sans doute tumbera entre les deux circonferences E F G & E H G, à fin que la partie ne soit plus grande que le tout: puis je conjoins E K, laquelle j'allonge jusqu'au poinct G. Tu vois maintenant, que les deux isosceles sont diuisés en quatre triangles egaux, E A K, E B K, G A K, & G B K. Car les deux costés A E & A K, du triangle A E K, sont egaux aux deux costés B E & B K du triangle B E K: & la base E K est commune à tous les deux. Donques les deux angles qui sont à K, des deux triangles A E K & B E K, sont egaux, par la huictieme du premier: partant sont-ils droits. Par la mesme raison aussi les deux autres angles, qui sont à K, sont droits. Donques E G est vne seule ligne, par la quatorzieme du premier. Laquelle, puis qu'elle diuise A B à angles droits, passe par le centre, par le correlaire de la premiere du present. La mesme preuue se fera des deux circonferences descrites de mesme, & s'entrecoppans és poincts L & M: par lesquels poincts la ligne L M tiree, coppera la ligne E G au poinct N: lequel sera le centre du cercle, par ledit correlaire de la premiere du present: entendant que la droite ligne C D coppe à angles droits ladite L M. Ce qu'il faloit prouuer.

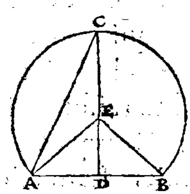
I'ay mis icy ceste demonstration, à fin qu'un chacun voye combien on peut abbreger ce qui se traicte prolixement és sciences. Or tout cela procede du rapport que le quarré a auec le cercle. Car les triangles seruent à la preuue des quadrilateres : mais les quadrilateres (principalement les quarrés) seruent aux cercles.

Comme icy, si nous considerons le quarré A E B G : duquel l'un des diametres, A B, coppe la circonference : l'autre, E G, regarde le centre. Mais cecy ne demonstrerons nous pas. Car les demonstrations suyuantes preuuẽt ceste vingtquatrieme d'Euclide par ses chefs : sçauoir est, és trois diuerses portions des cercles, comme au demicercle, & aux portions plus grandes ou plus petites que le demicercle.



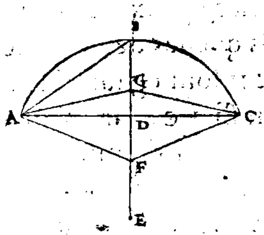
Premierement, nous estant donné vn demicercle, duquel il fale trouuer le cẽtre : pource que la ligne qui le soustend, c'est le diametre, au poinct, qui est au milieu d'iceluy, sera le centre du cercle : comme icy est le poinct D au diametre A B du demicercle A C B.

Mais, si l'on nous donne vne portion, qui soit plus grande que le demicercle, comme A C B, de laquelle la soustendue soit A B : je diuise egalement A B au poinct D, duquel j'esleue la perpendiculaire D C, qui touche la circonference au poinct C. Ceste cy passera par le centre, par le correlaire de la premiere du present. Lors je conjoins A C. Et pource que l'angle C A D est plus grand que l'angle A C D, par la dixneufieme du premier, veu que C D est plus grande que le demidiametre ; & A D beaucoup moindre : par la vingttroisieme du premier, je retranche l'angle C A E, qui soit egal à l'angle D C A, en tirãt la ligne A E, qui coppe D C au poinct E : lequel poinct E je dis estre le centre du cercle.



Ie conjoins E B. Or appert-il, par la sixieme du premier, que E C & E A sont egales : veu que les deux angles E A C & E C A sont egaux : aussi, par la quatrieme dudit, il appert que E A & E B sont egaux, puis que les deux costés A D & D E, du triangle A E D, sont egaux aux deux costés D B & D E, du triangle D E B. Donc les trois, E A, E B, & E C, sont egales. Partant, par la sixieme du present, E sera le centre du cercle.

Maintenant nous soit donnee la portion A B C, moindre que le demicercle. Ie diuise egalement sa soustendue A C au poinct D. Et par ledit D, je tire à angles droits la ligne B D E, en



laquelle sans doute, sera le centre du cercle, par le correlaire si souuent allegué: mais non pas entre les poincts D B : car lors, A B C seroit plus grande que le demicercle, contre ce que nous auons posé. Ie conjoins donc B A : & du poinct A je tire vne ligne, qui auec B A face vn angle egal à l'angle A B F, par la vingttroisieme du premier : & soit icelle ligne A F : tellement que l'angle F A B soit egal à l'angle F B A (or elle ne tumbera pas entre D & B comme A G. Car tirant G C, par la sixieme & quatrieme du premier, les trois, G A, G B, & G C seroyent egales : &, par la sixieme du present, G seroit le centre du cercle : ce qu'on vient de demonstrer ne pouuoir estre.) Ie conjoins donc F C. Et, par le mesme discours que parauant, les trois, F A, F B, & F C seront egales. Partant F est le centre du cercle. Ce qu'il faloit demonstrer.

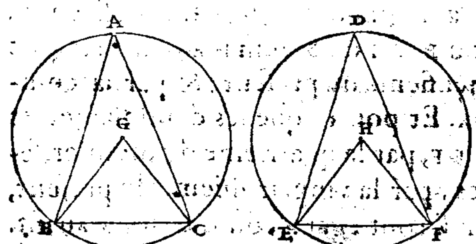
Ces demonstrations, pour trouuer le centre, ont bien quelque recommendation, pour leur varieté: mais l'usage en est peu necessaire. Car la premiere suffit abondamment pour tout.

THEOREME 22, PROPOSITION XXV.

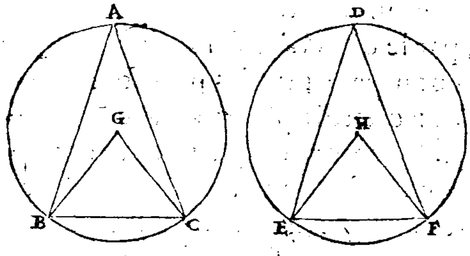
à Theon 26.

Aux cercles egaux, les angles egaux, soit qu'ils soyent au centre, soit qu'ils soyent à la circonference, ces angles là, dis-je, consistent sur arcs egaux.

Soyent deux cercles egaux : A B C, duquel le centre est G, & D E F, duquel le centre est H: Et soyent les deux angles qui sont au centre egaux, sçauoir est A G C & E H F : ou aussi les deux de la circonference egaux, B A C & E D F. Ie dis que l'arc B C est egal à l'arc E F.



Soyent cōjoinctes B C & E F. Et pource que les cercles sont egaux, les demidiametres aussi G B & G C seront egaux aux deux H E & H F, par la definition des



cercles egaux. Partant, puis que les deux angles G & H sont egaux, la base aussi B C, par la quatrieme du premier, sera egale à la base E F. Et puis que l'angle A est egal à l'angle D: le segment B A C sera aussi semblable au segment E D F, par la definition des portions semblables. Et pource qu'ils consistent sur lignes egales, ils seront aussi egaux, par la vingttroisieme du present. Partant, selon la commune Notion, les deux autres arcs B C & E F sont egaux. Ce qu'il faloit demonstrer.

Toutesfois nous ferons nostre preuue plus commodement, si nous les prenons separés, comme a faict Champagne.

Soyent donc posés egaux les deux angles qui sont au centre, comme au parauant. Lors, conjoignant B C & E F, lesdits B C & E F, à cause de l'egalité des demidiametres, seront egales, par la quatrieme du premier. Soyent aussi tirees B A & C A à la circonference, & aussi E D & F D. Si seront, par la dixneufieme du present, & par la commune Notion, les deux angles A & D egaux. Donc, par la definition des segments semblables, les deux segments B A C & E D F seront semblables, & partant egaux, par la vingttroisieme du present, puis qu'ils sont sur lignes egales. Donques les deux autres arcs, B C & E F seront egaux. Ce qui est pour le premier.

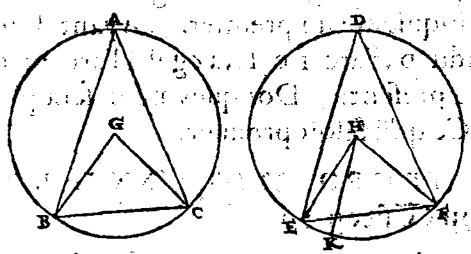
Maintenant posons que les angles A & D, qui sont à la circonference, sont egaux. Les segments aussi, par la definition, seront egaux. Lors, tirant G B & G C: & aussi H E & H F: lesdits angles G & H, par la dixneufieme du present, & par la commune notion, seront egaux. Et pource que les demidiametres sont egaux, les deux B C & E F, par la quatrieme du premier, seront aussi egales. Donques, par la vingttroisieme du present, les segments B A C & E D F seront egaux comme au parauant. Partant les deux autres arcs seront egaux. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 23, PROPOSITION XXVI.

selon Theon 27.

Aux cercles egaux, les angles qui consistent sur arcs egaux, (soit qu'ils soyent au centre, ou à la circonference,) sont aussi egaux entr'eux.

Soyent deux cercles egaux A B C, duquel le centre est G : & D E F, duquel le centre est H : & soyent les deux angles G & H aux centres : ou les deux A & D à la circonference, & sur arcs egaux B C & E F. Ie dis que l'angle G est egal à l'angle H : & l'angle A à l'angle D. C'est la conuerse de la precedente.



Car si G n'est pas egal à H, prenons que H soit plus grand : & soit faict F H K egal audit G. Lors, par l'antecedente, l'arc F K sera egal à l'arc B C : partant & à l'arc E F, la partie au tout. Et la mesme absurdité reüscira si, ayant mis les arcs B C & E F egaux, les angles A & D, qui sont à la circonference, ne sont aussi egaux.

Ou bien ainsi. Veu que les angles G & H ont esté prouués egaux, lors tirant B A & C A, & aussi E D & F D : par la dixneufieme du present, & par la commune Notion, les angles A & D seront egaux. Ce qu'il faloit monstrer.

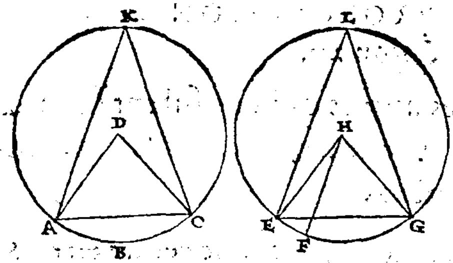
THEOREME 24, PROPOSITION XXVII.

selon Theon 28.

Aux cercles egaux, les droites lignes egales comprennent arcs egaux. Sinon, la plus grand' ligne comprend le plus grand arc, & la moindre le moindre.

Soyent deux cercles egaux, A B C, duquel le centre est D : & E F G, duquel le centre est H : & soit la droite ligne A C egale à la droite ligne E G. Ie dis que les deux arcs, A B C & E F G sont egaux.

Que si A C est plus grand, plus grand aussi sera l'arc E F G.

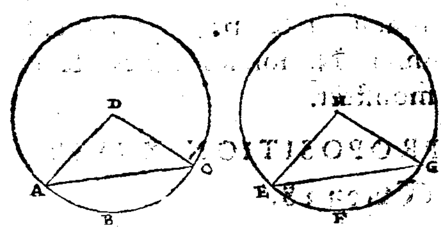


Soyent conjoinctes au centre A D & C D: ou A K & C K à la circonference: & semblablement E H, G H: & E L & G L. Et pource que les demidiametres d'un & d'autre costé sont egaux, & les bases aussi egales, les deux angles D & H, par la huictieme du premier, seront aussi egaux: & partant, par l'antecedente, l'arc A B C sera egal à l'arc E F G. Qui est pour le premier.

Mais si la ligne E G est posee plus grande, l'angle H sera aussi plus grand, par la vingtcinquieme du premier. Ayant donc faict l'angle F H G egal audit D, l'arc F G sera egal à l'arc A B C, par la vingtcinquieme du present. Donques E F G sera plus grande que ledit A B C. Ce qu'il faloit prouuer.

THEOREME 25, PROPOSITION XXVIII. selon Theon 29.

En cercles egaux, & sous arcs egaux, egales droites lignes sont soustendues.



Soyent deux cercles egaux, A B C, duquel le centre est D: & E F G, duquel le centre est H: & soit l'arc A B C egal à l'arc E F G. Je dis que la ligne A C est egale à la ligne E G. C'est la conuerse de l'antecedente.

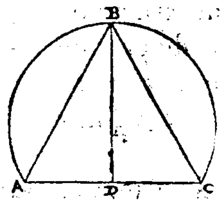
Soyent conjoinctes D A & D C: & aussi H E & H G. Si seront, par la vingtsixieme du present, les angles D & H egaux. Partant, par la quatrieme du premier, A C sera egale à E G. Ce qu'il faloit demonstrer.

PROBLEME 4, PROPOSITION XXIX. selon Theon 30.

Partir egalement un arc donné d'un cercle.

Soit

Soit l'arc donné A B C, duquel la soustendue soit A C. Ie veux diuiser cest arc par la moitié.



Soit A C egalement diuisé au poinct D: duquel soit dressee la perpendiculaire D B, qui coppera ledit arc à B. Ie dis que ceste perpendiculaire diuise l'arc A B C par la moitié, au poinct B.

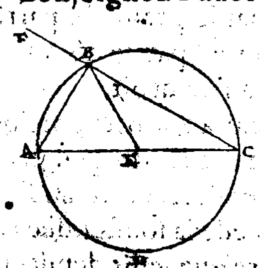
Soyent conioinctes B A & B C: lesquelles, par la quatrieme du premier, seront egales. Partant, par la premiere partie de la vingtseptieme du present, l'arc A B sera egal à l'arc B C. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 26, PROPOSITION XXX. selon Theon 31.

L'angle qui est au demicercle est droit. Celuy qui est au plus grand segment, est moindre que le droit: & celuy qui est au moindre, est plus grand. Mais l'angle mixte du plus grand segment, est plus grand que le droit: & celuy du moindre, moindre.

Soit au cercle A B C D, (duquel le centre est E, & le diametre A C,) le demicercle A B C: auquel soit l'angle B rectiligne, de mesme denomination A B C. Ie dis que cest angle est droit.

Conioignez B auec le centre, en tirant la ligne E B. Si sera,



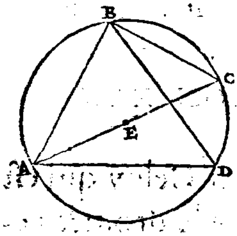
par la cinquieme du premier, l'angle A egal à l'angle E B A: & l'angle E B C à l'angle E C B. Partant les deux angles qui sont à B, sont egaux aux deux angles A & C. Mais tout l'angle B, auec les deux A & C, sont egaux à deux droits, par la trentedeuxieme du premier. Puis donc que B est la moitié d'iceux, ledit B est droit.

Ou bien ainsi, comme quelques vns: Pource que l'angle C E B est egal aux deux, A & E B A, par la premiere partie de la trentedeuxieme du premier, il sera double de l'angle E B A: & semblablement A E B sera double à E B C. Donques, les deux angles qui sont à E, sont doubles à tout B. Partant B est la moitié

tié de deux droits : & partant droit.

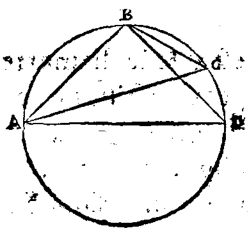
Ou derechef ainsi: Soit prolongee C B jusques au poinct F. Et pource que les deux angles qui sont à B, du triangle A B C, sont egaux aux deux A & C, par la cinquieme du premier : & l'angle A B E egal ausdits A & C, par la trentedeuxieme dudit: les deux A B F & A B C seront egaux. Partant, par la quinzieme du premier, chacun d'iceux est droit.

C'est vne puissance merueilleuse, que celle du diametre, qu'il soit tousiours egal aux deux puissances qu'il conjoint.



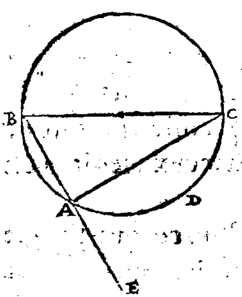
En apres soit au cercle A B C D, duquel le centre est E, la portion A B D plus grande que le demicercle : & que sa soustendue soit la droite ligne A D : sur laquelle soit l'angle rectiligne A B D : lequel je dis estre moindre que le droit.

Soit tiré le diametre A C : & soit conjoincte B C. Et pource que l'angle A B C, comme nous l'auons maintenant monstré, est droit : l'angle A B D, par la commune Notion, sera moindre que le droit.



Mais soit la portion A B C, de laquelle la soustendue est A C, moindre que le demicercle: Ie dis que l'angle A B C est plus grãd que le droit.

Soit tiré le diametre A D : & soit conjoincte B D. Si sera, par la premiere partie de ceste-cy, A B D (qui est partie de A B C) angle droit. Partant A B C est plus grand qu'un droit.



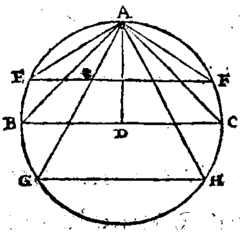
En fin, soit au cercle A B C D la portion A B C, (de laquelle la soustendue est A C) plus grande que le demicercle : & aussi la portion A D C (de laquelle la soustendue est la mesme A C) moindre que ledit demicercle. Ie dis que l'angle mixte, à sçauoir qui est compris par l'arc C B A, & la droite ligne A C, est plus grand qu'un droit : mais que l'angle compris par l'arc C D A, & ladite ligne A C, est moindre.

Soit tiré le diametre B C : & soit prolongee la droite ligne

B A

B A jusques au poinct E. Si sera, par la premiere partie de ceste cy, l'angle rectiligne B A C, angle droit : Et, par la treizieme du premier, l'angle C A E aussi droit. Partant, puis que l'angle droit est partie du premier, & l'autre, partie du droit, cestuy-là sera plus grand qu'un droit, & cestuy-cy moindre. Ce qu'il faloit prouuer.

Mais nous auons aussi presenté ceste Proposition, pour estre consideree entierement, selon la description suyuante.



Soit le cercle A B C, duquel le centre soit D, & le diametre B C. Et audit cercle soit prinse la portion E A F moindre que le demicercle : & la portion G A H, plus grande qu'iceluy. Et des poincts B, C : E, F : G, H, soyent tirees des lignes au poinct A, comme il se void en la figure. Si sera la demonstration de l'angle B A C toute telle que nous auons donnee cy dessus: & de laquelle les preuues des autres angles seront euidentes.

Car puis que les deux angles, D A C & D C A sont egaux, par la cinquieme du premier : & aussi les deux angles D A B & D B A egaux, par la mesme : tout l'angle B A C sera egal aux deux B & C : Mais tout B A C, auec les deux B & C, sont egaux à deux droits, par la trentedeuxieme du premier. Donc tout B A C est droit.

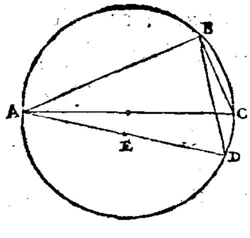
De là est assez manifeste, que l'angle E A F est plus grand qu'un droit : mais G A H est moindre. De là aussi se void que l'angle mixte, qui se fait de la droite ligne A C & de l'arc C H A, est plus grand qu'un droit : mais l'angle qui se fait de la mesme A C, & de l'arc C F A, est moindre qu'un droit. Ce qu'il faloit prouuer.

Nous ioindrons à cestuy-cy comme vn Correlaire.

Si vn triangle rectangle est inscrit en vn cercle, le costé, qui est opposé à l'angle droit, sera le diametre du cercle.

Soit dans le cercle A B C D, le triangle A B C rectangle, duquel l'angle B soit droit. Ie dis que le costé A C est le diametre du cercle.

Que s'il ne l'est, soit le centre hors de A C, cõme vous diriez

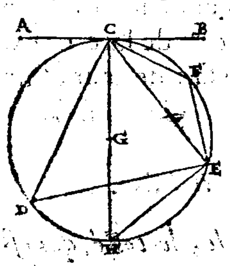


au poinct E. Et soit conjoincte A E, laquelle soit allongee jusqu'au poinct opposite D de la circonference: & soit A E D le diametre: puis soit conjoincte B D. Lors l'angle A B D, par ceste trentieme, sera droit: & partant egal à A B C, la partie au tout. Ce qui est absurde. Mais ny ailleurs encor peut estre le centre qu'en A C. Donques A C est le diametre. Ce qu'il faloit prouuer.

THEOREME 27, PROPOSITION XXXI. selon Theon 32.

Si vne droite ligne touche le cercle, & qu'une autre droite ligne sortant de l'attouchement coppe le cercle, les angles qu'elle fait auec la contingente, sont egaux alternatiuement aux deux angles qui sont aux segments du cercle.

Soit la ligne A B, laquelle touche au poinct C le cercle C D E F, duquel G est le centre. Puis du poinct C soit tiree la ligne C E, coppant le cercle: & sur la portion C D E soit faict l'angle D, en tirant les lignes C D & E D. Soit faict aussi l'angle F sur la portion C F E, en tirant les lignes C F & E F. Ie dis que l'angle E C B est egal à l'angle D: & l'angle E C A egal aussi à l'angle E F C.



Soit tiré le diametre C G H: & soit conjoincte E H. Si sera, par la dixseptieme du present, C H perpendiculaire à ladite A B. Et, par la premiere partie de l'antecedente, l'angle C E H sera droit, & partant egal à l'angle A C H. Ayant donc posé l'angle commun E C H, l'angle A C E sera egal aux deux angles C E H & E C H. Mais ces deux auec l'angle H, par la trentedeuxieme du premier, sont egaux à deux droits: Et, par la treizieme dudit, les angles A C E & B C E, sont egaux à deux droits. Donques l'angle B C E est egal à l'angle H, & partant aussi à l'angle D, par la vingtieme du present, veu qu'ils sont en vne mesme portion de cercle.

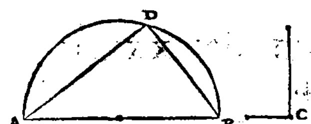
Ou

Ou encor plus brieuement : L'angle C E H est droit, par l'antecedente : partant, les deux angles H & E C H font vn angle droit, par la trentedeuxieme du premier. Puis donc que B C E & E C H font vn angle droit, ostant le commun E C H, B C E sera egal à H : & partant aussi audit D, par la vingtieme du present. Qui est pour le premier.

Veu aussi que D & F sont egaux à deux droits, par la vingtvnieme du present : l'angle F sera aussi egal à l'angle A C E. Ce qu'il faloit prouuer.

PROBLEME 5, PROPOSITION XXXII. selon Théon 33.

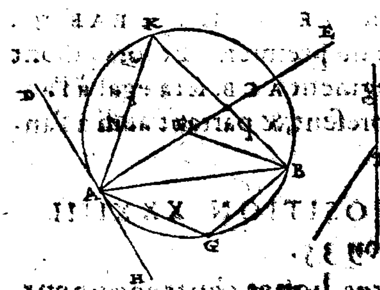
Sur vne droite ligne descrire vne section de cercle, qui reçoyue vn angle egal à vn autre angle donné.



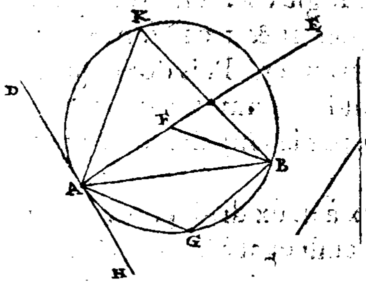
Soit donnee la ligne A B ; & C l'angle donné. Ie veuil sur la ligne A B descrire vne section de cercle, qui prenne vn angle egal à l'angle C.

Et premierement, si l'angle C est droit, descriuant le demicercle A D B sur la ligne A B, & tirant A D & B D, l'angle D sera droit, par la premiere partie de la trentieme du present.

Que si ledit angle est obtus, je tireray la ligne D A, laquelle sera auec A B, l'angle D A B egal à l'angle C obtus, par la vingttroisieme du premier. Et du poinct A, je tire sur A D, la perpendiculaire non terminee A E. En apres, du poinct B, tirant vers A E, je tire la ligne B F, coppant A E au poinct F : & laquelle aussi auec A B constitue l'angle A B F, egal à l'angle E A B, qui est ce de quoy l'obtus surpasse le droit.



Si seront, par la sixieme du premier, A F & F B egales. Mettant donc le cõpas sur le poinct F, ie descri, selon l'espace de F A ou F B, le cercle A G B A. Et par le correlaire de la quinzieme du present, la ligne D A touchera le cercle. Ie tire donc A G & B G, qui

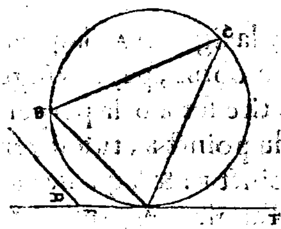


qui font l'angle G : lequel, par l'antecedente, sera egal à l'angle D A B, & par consequent, à l'angle C obtus.

Que si l'angle C est aigu, je tireray la ligne A H, laquelle auec A B, contienne l'angle H A B egal à C angle aigu. Lors, du poinct A, tirant la perpendiculaire A E, je fay l'angle A B F egal à l'angle B A E, qui est ce dequoy le droit surpasse l'aigu, si que B F coppe A E au poinct F. Lors, comme à la figure cy dessus, F A & F B seront egales, par la sixieme du premier : & sera F le centre du cercle descrit. Tirant de là à la plus grande portion les lignes A K & B K : l'angle K, par l'antecedente, sera egal à l'angle B A H, & partant aussi à l'angle donné C. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 6, PROPOSITION XXXIII. à Theon 34.

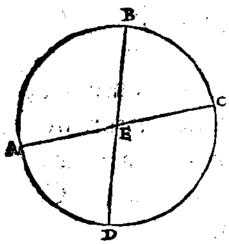
D'un cercle donné retrancher vn segment, qui contienne vn angle egal à vn angle rectiligne donné.



Soit donné le cercle A B C, & soit aussi D l'angle donné. Ie veuil du cercle A B C retrancher vn segment, qui contiendra vn angle egal à l'angle D. Ie tire la ligne E F, qui touche le cercle au poinct A, par la dixseptieme du present. Et dudit poinct, dans le cercle, je tire la ligne A B, laquelle auec A E, face l'angle E A B egal à l'angle D, par la vingttroisieme du premier. Et lors, tirant les lignes A C & B C, l'angle C au segment A C B, sera egal à l'angle E A B, par la trentetroisieme du present, & partant aussi à l'angle donné D. Ce qu'il faloit faire.

THEOREME 29, PROPOSITION XXXIIII. selon Theon 35.

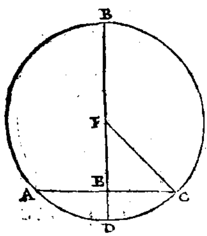
Si en vn cercle deux droites lignes s'entrecoppent, le le rectangle qui se fait des segments de l'une, est egal au rectangle qui se fait des segments de l'autre.



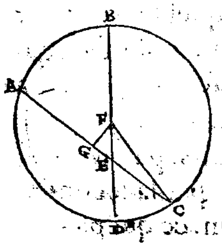
Soyent au cercle A B C D, les deux lignes A C & B D, lesquelles s'entrecoppent au poinct E. Ie dis que ce qui prouient de A E en E C, est egal à ce qui prouient de B E en E D.

Ou lesdites deux lignes passent par le centre, ou l'une seulement, ou pas vne.

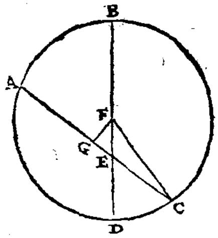
Si chacune d'icelles est diametre du cercle, E en sera le centre, & les quatre segments seront egaux: Et par ainsi la proposition se verra estre vraye.



Que si l'une d'icelles seulement passe par le centre, comme B F D, ou elle coppera A C egalement, ou inegalement. Que si egalement, elle la coppera aussi à angles droits, par la premiere partie de la troisieme du present. Lors soit tiree la ligne F C. Si sera, par la cinquieme du second, ce qui prouient de B E en E D, auec le quarré E F, egal au quarré F D: & donques aussi, au quarré F C: Et, par la quaranteseptieme du premier, egal aussi aux deux quarrés E F & E C. Ostant donc de costé & d'autre le quarré E F, ce qui prouient de B E en E D, sera egal au quarré E C: partant & à celuy qui prouient de A E en E C: veu qu'elles sont egales. Ce qu'il faloit prouuer.



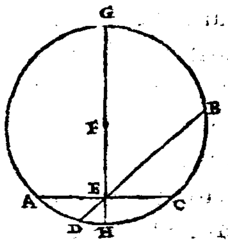
Que si B D passant par le centre, coppe A C inegalement: du centre F soit tiree F G perpendiculaire à ladite A C: & soit conioincte F C. Si sera, par la cinquieme du second, ce qui prouient de B E en E D, auec le quarré de E F (& partant, par la quaranteseptieme du premier, auec les quarrés de F G & E G) egal au quarré F D: & de mesmes au quarré F C: & de mesmes aussi aux deux quarrés F G & G C. Ostant donc d'un & d'autre costé le quarré F G, ce qui prouient de B E en E D, auec le quarré G E, sera egal au quarré G C. Mais, par la cinquieme du second, ce qui prouient de A E en E C, auec le quarré G E,



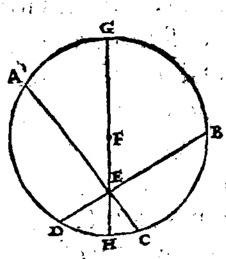
est egal au quarré G C. Ostant donc de costé & d'autre le quarré G E, ce qui prouiendra de B E en E D, sera egal à ce qui prouient de A E en E C. Ce qu'il faloit prouuer.

Or pource que ceste demonstration est de celles qu'on ne peut pas aisement comprendre, quand on en rencontrera de semblables, il faut mettre peine de les diuiser en leurs articles. Par exemple, en ceste derniere figure il faut discourir ainsi. Ce qui prouient de B E en E D, auec le quarré E F, est egal à ce qui prouient de A E en E C auec le mesme quarré E F. Donques ce qui prouient de B E en E D, par la commune Notion, est egal à ce qui prouient de A E en E C. L'assomption se preuue ainsi : Ce qui prouient de A E en E C, auec les deux quarrés G E & G F: (c'est à dire auec le quarré E F) est egal aux deux quarrés G C & G F, par la cinquieme du second & par la commune Notion: & partant aussi au quarré F C. Mais ce qui prouient de B E en E D, auec le mesme quarré E F, a esté prouué estre egal au quarré F C. Donques ce qui est faict de B E en E D, auec le quarré de E F, est egal à ce qui prouient de A E en E C auec le mesme quarré E F. Ayant prouué l'assomption, il s'ensuit, qu'ostant le commun quarré E F, restera que ce qui prouient de B E en E D, sera egal à ce qui prouient de A E en E C. Ce qu'il faloit demonstrer.

Maintenant, pour reuenir à nostre proposition, si pas vne des lignes ne passe par le centre, soit qu'elles se coppent egalement, ou bien inegalement: par E poinct de la section, je tireray le diametre G H, auquel sera le centre F. Et lors, si l'une d'icelles est diuisee egalement, comme A C par ladite B D, ladite A C sera aussi egalement diuisee par le diametre G H, & ce à angles droits, par la troisieme du present. Partant, par la seconde espece de ceste Proposition, ce qui prouient de G E en E H, est egal à ce qui prouient de B E en E D. Donques ce qui prouient de A E en E C, est egal à ce qui prouient de B E en E D. Ce qu'il faloit prouuer.



Que si pas vne n'est egalement diuisee, (qui est la troisieme espece,) ce qui prouient de G E en E H, sera egal à ce qui prouient



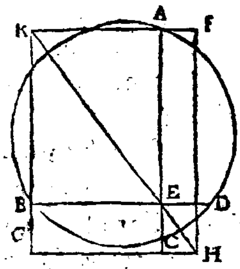
uient de A E en E C : & egal auſſi à ce qui prouient de B D en E D. Et partant & l'un & l'autre ſera egal au tiers. Et ainſi conſtera entierement la Propoſition.

Entre les Propoſitions, qui ſont demonſtrees en ce troiſieme liure, ceſte-cy, certes, eſt vne des principales. Car elle a vn vſage fort notable en pluſieurs façõs. Que ſi nous la voulions commenter comme elle merite, le diſcours en ſeroit long. Nous choiſirons donc ſeulement quelques chapitres, à fin que d'iceux nous ouurions le chemin pour en mediter d'autres.

Premierement, de ceſte Propoſition, on peut conſiderer la force & l'autorité du cercle: lequel contenant en egalité & les lignes qui s'entrecoppent au centre, & les figures egales qui en prouiennent, ſçauoir eſt les quarrés, il retient le meſme droit aux croiſades ou decuſſations de tous les autres poincts. Car en quelque endroit que les lignes s'entrecoppẽt, leurs parties ne laiſſent pas de produire figures egales, comme nous ſortons de monſtrer. Et de cecy ſont diſpersés en la Geometrie pluſieurs Theoremes & Problemes: notamment la derniere Propoſition du ſecond, qui forme vn quarré egal à vn rectangle donné. Car ſi nous conſiderons attentiuement la ſeconde eſpece, que nous auons deſcrite en ceſte cy, nous verrons par meſme moyen le rectangle composé des deux coſtés B E & E D: deſquels B E & E D nous ne ferons qu'une ligne, ſçauoir eſt, B D, & d'icelle, ferons le diametre du cercle: & de E, poinct de la diuiſion, nous tirerons vne perpendiculaire à la circonference, telle qu'eſt icy E A, laquelle continuee juſqu'à C, poinct oppoſite, fait la ligne A C, diuiſee egalement au poinct E: & partant, ce qui prouient de A E en E C, eſt quarré, & egal au rectangle qui ſe fait de B E en E D.

De ceſte Propoſition auſſi eſt tiree la quarantetroiſieme du premier, laquelle nous auons appellee Gnomonique.

Qu'il y ayt donc au cercle A B C D, les deux lignes A C & B D, qui s'entrecoppent au poinct E : & de A E en E C ſoit produit le rectangle A E D F: & le rectangle E B G C ſoit auſſi produit de B E en E D, les parties E C & E D eſchangees, comme tu vois.



Puis donc que ces deux rectangles sont joincts au seul poinct E, & semblent aucunement bransler, il les a falu conjoindre & affermir. Ce qui ne se pouuoit faire plus seurement, qu'en acheuant le parallelogramme F H G K, & tirant le diametre H K. Lors les deux supplements, E F & E G se voyent estre egaux. En quoy se presente à considerer vne merueilleuse liaison, & consequence des choses: discours que nous sommes contraints de laisser, pour la haste que nous auons d'aller ailleurs. Cecy seulement dirons-nous, que la ligne G H sort du cercle, auec le mesme espace que K F y entre: Et que le diametre H K s'esloigne autant du centre du cercle, comme les deux parallelogrammes H E & E K sont loing d'estre quarrés. Car s'ils estoyent quarrés, c'est à dire si E C & E D eussent esté egales, tout F G seroit vn quarré, dans lequel le cercle seroit inscrit, & son diametre H K, seroit vn auec le diametre du cercle.

D'icy aussi est pris, que sur vne ligne donnee on puisse descrire vn rectangle egal à vn rectangle donné. Car icy, sur la ligne B E, que nous prenons pour donnee, est descrit le rectangle E G, egal au rectangle E F, lequel aussi nous tenons pour donné.

De celle-cy aussi se prend aisement l'exces du plus grand parallelogramme sur le moindre. Quoy plus? De ce Theoreme, comme de quelque fontaine, deriuent des considerations innumerables, qui concernent les Proportions: & lesquelles, quand nous serons là venus, le lecteur se pourra façonner, se resouuenant de ceste Proposition.

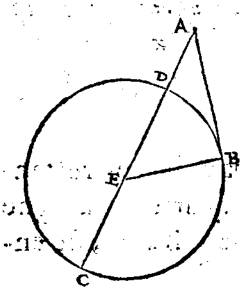
Et que personne ne trouue estrange, que j'entremesle les premieres auec les posterieures. Ie le fay seulement pour en tirer les demonstrations. Car autre chose est, sçauoir l'art, & autre chose l'enseigner. Et plusieurs choses sont premieres en nature, lesquelles l'art contraint estre enseignees les dernieres: & au contraire: sçauoir est, ou pour estre plus brief, ou pour estre plus clair, ou pour mieux obserger la methode.

THEOR

THEOREME 30, PROPOSITION XXXV.
selon Theon 36.

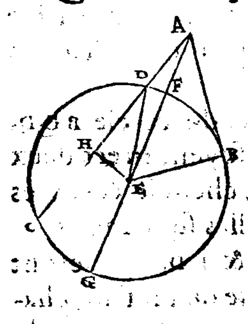
Si d'un poinct marqué hors du cercle deux lignes sont tirees, desquelles l'une coppe le cercle, l'autre le touche, le rectangle qui prouient de toute la coppante, en sa partie qui est hors du cercle, est egal au quarré de la touchante.

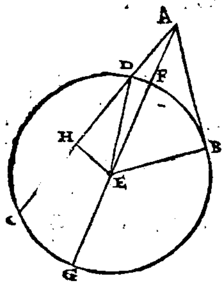
Soit marqué le poinct A, hors du cercle B C D, duquel le centre est E : & soyent tirees les deux lignes, A D C, qui coppera le cercle au poinct D : & A B qui le touchera au poinct B. Ie dis que ce qui prouient de toute A C en sa partie A D, est egal au quarré de A B.



Car, ou A D C passe par le centre, ou elle n'y passe point. Si elle y passe, soit tiree du centre E, à B, poinct de l'attouchement, la ligne E B. Laquelle, par la dixseptieme du present, sera perpendiculaire à ladite A B. Et pource que la ligne D C est diuisee egalement au poinct E, & que la ligne D A luy est adioustee : par la sixieme du second, ce qui prouient de toute A C en A D, auec le quarré E D (& partant auec le quarré E B) sera egal au quarré de A E : & partant aux quarrés des deux A B & E B. Ostant donc le quarré commun de E B, ce qui prouient de A C en A D, sera egal au quarré de A B. Ce qu'il faloit prouuer.

Que si A C ne passe par le centre, soit tiree A F E G, par le centre E : & soit conioincte E D. Puis soit tiree E H, qui soit perpendiculaire à A C. Si sera D H egale à H C, par la troisieme du present. Partant, par la sixieme du second, que nous venons d'employer, ce qui prouient de A C en D C, auec le quarré de D H, est egal au quarré de A H. Soit adiousté le commun quarré H E : Lors ce qui prouient de A C en D C auec les deux quarrés de D H & H E (& partant, par la quarantesептieme du premier, auec le





quarré de E F: car je la prens au lieu de E D) sera egal aux deux quarrés de A H & H E, & partant au quarré A E, par ladite quarante-septieme. Mais ce qui est faict de A G en F G, auec ledit quarré E F, est egal audit quarré A E. Donqũes, ce qui prouient de A C en A D, auec le quarré de E F, est egal à ce qui prouient de A G en F G, auec le mesme quarré de E F. Ostant donc le commun E F, ce qui prouient de A C en D C sera egal à ce qui prouient de A F en F G: & partant au quarré de A B, comme nous venons de prouuer. Ce qu'il faloit demonstrer.

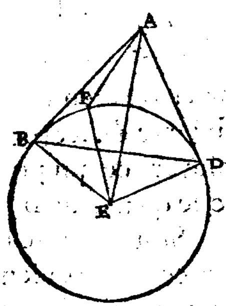
Corrolaires de Champaigne.

Si d'un mesme poinct marqué hors du cercle, plusieurs lignes coppent le cercle, tous les rectangles qui se font de chacune d'icelles lignes en sa partie qui sort hors du cercle, tous ces rectangles, dis-je, sont egaux entr'eux.

Or cecy est tout clair, d'autant que chacun de ces rectangles, par ceste trentecinquieme, est egal au quarré de la ligne tiree dudit poinct à l'attouchement du cercle. Il adjouste encor cestuy cy:

Si deux lignes, tirees d'un mesme poinct touchent le cercle, elles sont egales entr'elles.

Ce qu'il prouue en la maniere suyuante, combien qu'il n'ayt point besoing de demonstration, veu que l'une & l'autre sont egales, à ce qui prouient de la ligne tiree du mesme poinct, & coppant le cercle, en sa partie de dehors.



Soit le poinct A hors du cercle B C D, duquel le cẽtre soit E: & soyent tirees deux lignes A B & A D qui touchent le cercle és poincts B & D. Je dis qu'elles sont egales.

Je tire les lignes E B & E D. Si seront droits, par la dixseptieme du present, chacun des angles B & D: & partant, par la quaranteseptieme du prem.

premier, le quarré de A E sera egal aux deux quarrés de A B & E B: & semblablement aux deux A D & E D. Donc les deux quarrés A B & E B, sont egaux aux deux quarrés A D & E D. Et d'autant que les deux de E B & E D sont egaux: les deux autres de A B & A D seront egaux. Partant A B sera egale à A D. Ce qu'il faloit monstrer.

Autrement. Soit conjoincte la ligne B D. Si sera, par la cinquieme du premier, l'angle E B D egal à l'angle E D B. Et pource que les deux angles A B E & A D E sont egaux, car ils sont droits: ostant E B D & E D B, qui sont egaux, les deux A B D & A D B demeurent egaux. Partant, par la sixieme du premier, A B sera egale à ladite A D.

Nous adjousterons aussi cecy:

D'un poinct marqué hors du cercle deux lignes seulement peuuent estre tirees à l'attouchement dudit cercle.

Demeurant la mesme figure que dessus, je dis que du poinct A au cercle B C D, ne se peuuent tirer plus de deux contingentes, sçauoir est, A B & A D.

Que s'il se peut faire, soit tiree A F, qui touchera le cercle au poinct F: & soit conjoincte E F. Si sera droit l'angle F, par la dixseptieme du present: & partant egal à l'angle E B A, repugnant la vingtieme du premier.

Il se peut aussi prouuer ainsi: Toutes les lignes tirees d'un poinct, & touchans le cercle, sont egales, comme nous auons monstré. Mais les deux A B & A F ne peuuent estre egales, y contrariant la huictieme du present.

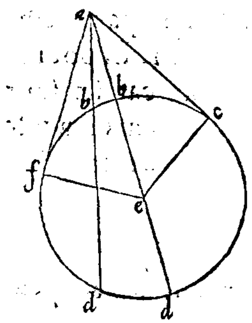
THEOREME 31. PROPOSITION XXXVI.

selon Theon 37.

Si d'un poinct marqué hors du cercle, deux lignes tumbent sur ledit cercle, l'une desquelles le coppe, l'autre luy soit appliquee: & que le rectangle, qui prouient de toute celle qui coppe & de sa partie exterieure, soit egal au quarré de celle qui est appliquee au cercle, ladite appliquee sera contingente audit cercle.

Soit

Soit le poinct A marqué hors le cercle B C D, duquel le centre est E : & que dudit poinct A deux lignes tumbent, à sçauoir A B D, qui coppera le cercle, & A C appliquee audit cercle : & que ce qui prouient de A D en A B, soit egal au quarré de A C. Ie dis que la ligne A C est contingente dudit cercle. C'est la conuerse de l'antecedente.



Car premierement, si la ligne A B D passe par le centre, soit tiree la droite ligne C E. Si sera, par la sixieme du second, ce qui prouient de A D en A B auec le quarré de E B (& partant auec le quarré E C,) egal au quarré A E. Mais ce qui prouient de A D en A B, est posé egal au quarré A C. Dōques le quarré A C, auec le quarré C E, est egal au quarré A E. Donques, par la derniere du premier, l'angle C est droit. Partant, par la quinzieme du present, la ligne A C sera contingente au cercle.

Que si A B D ne passe pas par le centre, soit tiree du poinct A la ligne A D, en laquelle soit le centre E. Et pource que ce qui prouient de la totale en sa partie exterieure, est egal à ce qui prouient de A D en A B, par l'antecedente, celà mesme, par la commune Notion, sera egal au quarré A C. Partant l'angle E C A est droit, pour les raisons que nous venons de dire. Et partant A C sera contingente au cercle. Ce qu'il faloit demonstrer.

Autrement. Demeurant la mesme description, adioustons y, de l'autre costé du cercle, & par la seizieme du present, la ligne A F, qui du poinct A viendra toucher le cercle. Et soit conioincte E F. Si sera droit l'angle F, par la dixseptieme. Et, par l'antecedente, ce qui prouient de A D en A B, sera egal au quarré de A F. Mais, par l'hypothese, le mesme est egal au quarré de A C. Donques la ligne A C est egale à A F. Partant, puis que les deux costés A F & E F du triangle A E F, sont egaux aux deux costés A C & E C, du triangle A E C, & la base A E commune à tous les deux, & l'angle F droit : l'angle C sera aussi droit, par la huictieme du premier. Partant A C touche le cercle, par le correlaire de la quinzieme du present. Ce qu'il faloit demonstrer.

Fin du troisieme liure des Elements d'Euclide.

QVATRIEME LIVRE DES

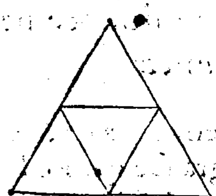
ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE,

AVEC LES DEMONSTRATIONS DE JAQUES PELETIER, DU MANS.

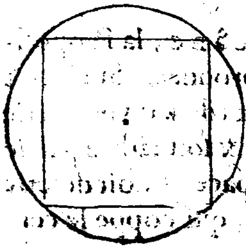
DEFINITIONS.

VNe figure rectiligne est inscrite dans vne autre figure rectiligne, lors que chaque angle de l'inscrite touche chaque costé de celle en laquelle elle est inscrite.

2 Semblablement la figure est descrite à l'entour d'une autre, lors que chaque costé de la circonscrite touche chaque angle de l'inscrite.

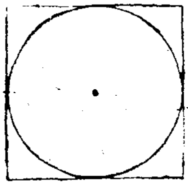


On sçait assez que les figures rectilignes d'une mesme espece, s'inscriuent, ou se circonscriuent l'une à l'autre: comme le triangle au triangle, le quadrilatere au quadrilatere: mais non pas celles qui sont de diuerse espece. Car si les angles de l'une sont en plus grand nombre que les costés de l'autre, ou au contraire, le mutuel attouchement d'un chacun ne pourra estre tel qu'il le faut.



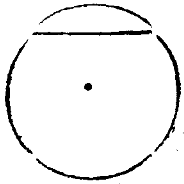
3 Vne figure rectiligne est dite inscrite dans vn cercle, lors que tous les angles d'icelle touchent la circonference.

4 Et le cercle eſt deſcrit à l'entour de la figure rectiligne, quand ſa circonference touche tous les angles de la figure interieure.



5 Le cercle eſt deſcrit dans la figure rectiligne, quand ſa circõference touche tous les coſtés de la figure qui l'encloſt.

6 Et la figure rectiligne eſt deſcrite à l'entour du cercle, quand vn chacun ſien coſté touche la circonference du cercle.



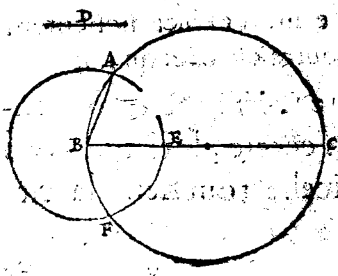
7 Vne droite ligne eſt dite accommodee au cercle, lors que ſes deux extremités donnent dans la circonference du cercle.

PROBLEME PREMIER,

PROPOSITION PREMIERE.

EN vn cercle donné, accommoder vne ligne droite egale à vne droite ligne donnee, moyennant que ladite donnee ne ſoit plus grande que le diametre.

Soit le cercle donné A B C, duquel le diametre eſt B C: & la ligne donnee ſoit D, laquelle ne ſoit pas plus grande que B C. Ie veux au cercle A B C accommoder vne ligne, qui ſoit egale à la ligne D.



Si D eſt egale à B C, la Propoſition eſt toute prouuee. Si elle eſt moindre, oſtons de B C vne partie egale à ladite D, & ſoit ladite partie B E: & ſelon l'eſpace B E ſoit deſcrit le cercle A E F A, qui coppe le cercle

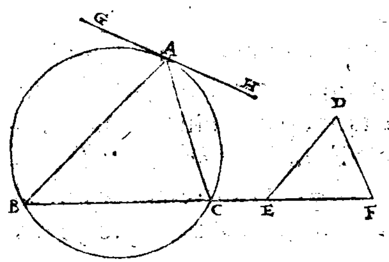
cle A B C és poincts A & B. Puis soit conioincte A B: laquelle, par la seconde du troisieme, coppe le cercle A B C A, &, par la definition du centre, est egale à ladite B E: partant egale aussi à la ligne D. Ce qu'il faloit faire.

Encor qu'il n'y eust point de diametre escrit, on ne lairra pas d'accommoder la ligne. Soit seulement mis le centre en vn poinct fortuit de la circonference: puis, selon la longueur de la ligne donnee, soit descrit vn autre cercle, qui coppera le cercle donné.

PROBLEME 2. PROPOSITION II.

En vn cercle donné descrire vn triangle, qui soit equiangle à vn triangle donné.

Soit le cercle donné A B C: & le triangle donné soit D E F. Ie veuil dans le cercle A B C descrire vn triangle qui soit equiangle au triangle D E F.



Par le poinct A je tire G H, laquelle touche le cercle audit poinct A, par la seizieme du troisieme. Puis je tire la droite ligne A B dans le cercle, laquelle, auec G A, face l'angle B A G egal à l'angle F. Puis je tire encor A C, laquelle face l'angle C A H egal à l'angle E: & conioins B C. Ie dis que le triangle A B C est equiangle à l'angle D E F.

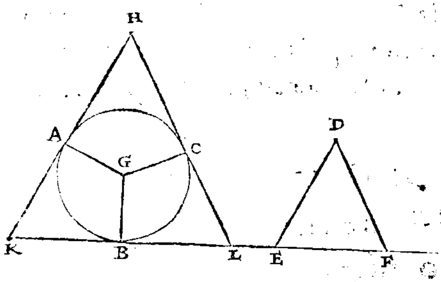
Car l'angle B, par la trentevnieme du troisieme, est egal à l'angle C A H: & partant à l'angle E. Par mesme raison l'angle C est egal à l'angle B A G: & partant à l'angle F. Le dernier donc B A C, par la trentedeuxieme du premier, est egal à D. Partant le triangle B A C est equiangle audit D E F. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 3. PROPOSITION III.

A l'entour d'vn cercle donné descrire vn triangle equiangle à vn triangle donné.

Soit A B C le cercle donné, & D E F le triangle donné. Ie veuil descrire à l'entour du cercle A B C vn triangle, qui soit equiangle audit triangle D E F.

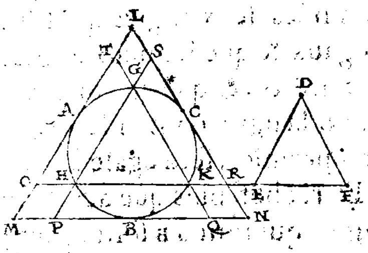
J'allongeray la base E F de costé & d'autre, si que les deux angles E & F se facent. Puis du centre du cercle, qui sera G, je tireray G B jusques à la circonference. Et du mesme poinct G tirant G A, je formeray l'angle B G A, qui soit egal à l'angle exterieur E. Semblablement, tirant G C, je feray l'angle B G C, egal à l'angle exterieur F. Lors, par les poincts A, B, & C, je tireray les lignes H K, H L, & K L, à angles droits auec les demidiametres A G, B G, & C G. Et chacune d'icelles, par la quinzieme du troisieme, touchera le cercle: & estans prolongees, sans doute se rencõtreront és poincts H, K, L. Car, puis que l'un & l'autre des angles qui sont à A, & l'un & l'autre aussi de ceux qui sont à B, sont droits, la ligne qui sera tiree de A à B, fera, auec H K & L K, les deux angles, qui regardent K, moindres que deux droits: (attendu que chacun d'iceux est partie d'un droit.) Partant, par la cinquieme Petition, H K & L K se rencontreront. Et de mesme raison se rencontreront aussi H L & K L: puis que l'un & l'autre angle qui est à C, est droit. & ainsi se formera le triangle H K L: lequel je dis estre equiangle à D E F.



Car, puis que au quadrilatere A G B K, les deux angles A & B sont droits, les deux autres, G & K, seront egaux à deux droits: car de tout quadrilatere les quatre angles sont egaux à quatre droits, comme il a esté monstré en la trentedeuxieme du premier. Mais les deux angles, qui sont à E, sont egaux à deux droits, par la treizieme du premier. Puis donc que l'angle G a esté posé egal à l'angle E exterieur, l'angle K sera egal à l'angle E interieur. Par mesme raison l'angle L sera egal à l'angle F interieur. Partant, par la trentedeuxieme du premier, le tiers H sera egal au tiers D: & tout le triangle sera equiangle à tout le triangle. Ce qu'il faloit prouuer.

Autrement. Veuillons, comme au parauant, au cercle A B C circonscrire vn triangle, qui soit equiangle au triangle D E F.

Dans



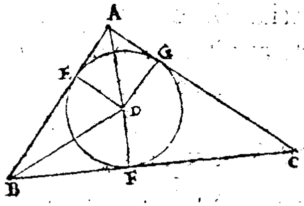
Dans ledit cercle A B C, je descris le triangle G H K, qui soit equiangle audit D E F, par l'antecedente : si que l'angle G soit egal à l'angle D : & l'angle H à l'angle E : & l'angle K à l'angle F. En apres je tire L M, qui soit parallele à ladite G H : & laquelle touche le cercle au poinct A, par la methode que nous auons adjoustee à la seizieme du troisieme. Semblablement je tire M N, qui soit parallele à ladite H K, & qui soit contingente au cercle au poinct B : & tire encor L N parallele à ladite G K, contingente le cercle au poinct C. Ces trois lignes sans doute se rencontreront, comme aux poincts L, M, & N. Ce qui se verra, ayant prolongé de costé & d'autre les lignes G H, G K, & H K, tant qu'elles coppent L M, L N, & M N, és poincts O, P, Q, R, S, T. Ie dis maintenant, que le triangle L M N, escrit autour du cercle G H K, est equiangle au triangle D E F. Car il est tout clair qu'il est equiangle au triangle G H K, par la loy des paralleles, puis que l'angle M T Q est egal à l'angle G du triangle G H K par la vingtneufieme du premier : & partant, l'angle aussi L egal audit G, par la mesme. Et aussi l'angle M egal à l'angle H du mesme triangle, & l'angle N à l'angle K. Donc tout le triangle L M N est equiangle à tout le triangle G H K : & partant aussi audit D E F. Ce qu'il faloit faire.

Ceste construction est de celles qui encor qu'elles semblent ennuyeuses, ne laissent pas d'estre faciles à cause de leur gentillesse. Car elle se preuue par vne seule Proposition, sçauoir est par la vingtneufieme du troisieme.

PROBLEME 4. PROPOSITION IIII.

Descrire vn cercle dans vn triangle donné.

Soit le triangle donné A B C, dans lequel il fale descrire vn cercle. Ie diuise deux angles d'iceluy A & B egalement, par la neufieme du premier, en tirant les lignes A D & B D, qui se rencontreront dans le triangle au poinct D. Duquel poinct je tireray trois perpendiculaires, D E, D F, & D G, aux trois costés dudit triangle.

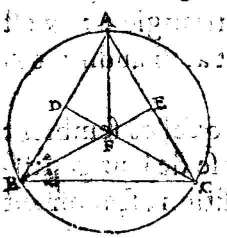


Et pource que des deux triangles A E D & A G D, les deux angles qui sont à A sont egaux, & que les deux angles E & G sont droits, & que le costé A D est commun, la ligne D E, par la vingtsixieme du premier, sera egale à la ligne D G. Derechef, puis que des deux triangles B E D & B F D, les deux angles qui sont à B sont egaux, & que les angles E & F sont droits, & le costé B D commun, la ligne D E, par la mesme, sera egale à la ligne D F. Partant les trois lignes, D E, D F, & D G sont egales. Mettant donc le centre au poinct D, le cercle descrit selon l'espace de chacune d'icelles passera par les extremités des autres deux, par la neufieme du troisieme. Et d'autant que par le correlaire de la quinzieme dudit, chacune desdites lignes A B, A C, & B C, touche le cercle, pource qu'elle est perpendiculaire à l'extremité du demidiametre, la Proposition est prouuee.

PROBLEME 4. PROPOSITION V.

Descrire vn cercle autour d'un triangle donné.

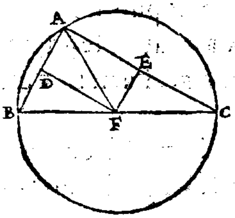
Soit le triangle donné A B C, entour lequel il fale descrire vn cercle.



Ie diuise deux de ses costés egalement: sçauoir est A B au poinct D, & A C au poinct E. Puis desdits poincts D & E je tire deux perpendiculaires, lesquelles allongees se rencontreront au poinct F. Car si nous voulons tirer la ligne D E des angles droits D & E, elle fera les angles, qui regardent F, moindres que deux droits. Donques du poinct F, que je dis estre le centre du cercle, je tire aux trois angles du triangle A, B, C, les lignes F A, F B, & F C. Et puis que les deux costés A D & D F du triangle A D F, sont egaux aux deux costés B D & D F, du triangle B D F: & l'angle D de l'un egal à l'angle D de l'autre: car chacun d'iceux est droit: F A, par la quatrieme du premier, sera egale à F B. Par mesme raison, comparant le triangle A E F auec C E F, la mesme F A sera egale à F C. Donques les trois, F A, F B, & F C, seront egales.

les. Et partant, par la neufieme du troisieme, F sera le centre du cercle. Ce que nous voulions monstrer.

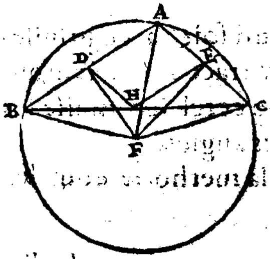
Ceste-cy est la generale construction pour descrire vn cercle à l'entour d'un triangle : Mais, pour l'appliquer à chaque espece de triangle, il faudra faire ainsi.



Premierement, soit A B C triangle rectangle, duquel l'angle A soit droit. Ie diuise egalement le costé B C, opposite à l'angle droit, & ce au poinct F : duquel je tire les deux lignes F D & F E jusques aux poincts qui diuisent egalement les deux costés A B & A C : desquelles puis que F D coppe egalement les deux costés A B & B C, elle sera donc equidistante au troisieme A C, comme il a esté demonstré en la trenteneufieme du premier : & par mesme raison F E sera aussi equidistante à A B. Et pource que tout l'angle A est droit, les angles qui sont à D & à E, seront aussi droits, par la vingtneufieme du premier. Donques tirant la ligne F A, les deux costés A D & D F du triangle A D F, seront egaux aux deux costés B D & D F du triangle B D F. Partant, puis que l'un & l'autre angle qui sont à D, sont droits, par la quatrieme du premier F A sera egale à F B, & partant à ladite F C. Puis donc que les trois lignes, F A, F B, & F C, sont egales, F sera le centre du cercle. Ce qu'il faloit faire.

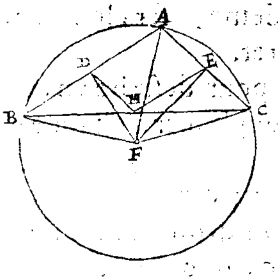
Mais cecy se pouuoit aussi tirer du premier chapitre de la trentieme du troisieme, comme nous auons là prouué.

Mais soit amblygone le triangle, duquel l'angle A soit obtus.



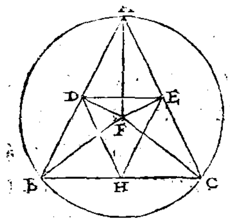
Ie diuise egalement le costé B C au poinct H, duquel je tire les deux lignes H D & H E, aux poincts D & E, qui diuisent egalement les costés B A & A C. Si sera H D equidistante à A C : & H E equidistante à A B, comme nous auons monstré peu au parauant. Partant chacun des angles B D H & C E H est egal à l'angle A : & partant obtus. Ayant donc tiré des perpendiculaires des poincts D & E, chacune d'icelles coppera le costé B C : & les prolongeant elles se rencontreront, comme au poinct F, presupposans la ligne D E, par la cinquieme Petition. Maintenant,

du



du poinct du rencontre, F, je tire les lignes F A, F B & F C : lesquelles, par la quatrieme du premier, seront egales, si nous comparons les deux costés A D & D F, du triangle A D F, auec les deux B D & D F du triangle B D F : & puis les deux A E & E F du triangle A E F, auec les deux C E & E F du triangle C E F. Partant F est le centre du cercle, comme au parauant.

Maintenant soit A B C triangle oxygone. Ie diuise comme au parauant, les trois costés egalement és poincts D, E, H. & conjoins D E, D H, & E H. Si sera, comme dessus, D H equidistante de A C : & E H equidistante de A B : & partant, par la vingtneufieme du premier, chacun des angles B D H & C E H, sera egal à l'angle A, & partant aigu. Ayant donc tiré les perpendiculaires, D F de A B, & E F de A C, qui se rencontreront dans le triangle A B C, au poinct F : soyent conjoinctes F A, F B, & F C, lesquelles, par la quatrieme du premier, prise deux fois, seront egales, comme cy dessus. Partant, comme dessus, F sera le centre du cercle. Ce qu'il faloit faire.



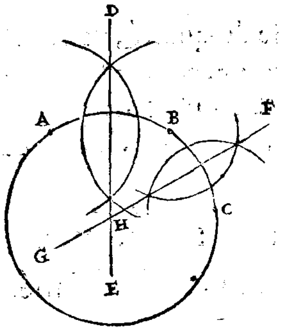
Mais toutes ces trois façons reuiennent à la premiere : sçauoir est, que diuisant egalement deux costés du triangle, & des poincts de la diuision tirant des perpendiculaires, le centre du cercle se trouue estre au rencontre desdites perpendiculaires.

De là il appert, que le triangle, quel qu'il soit, a ce priuilege, qu'il peut estre inscrit dans le cercle, & tracé aussi à l'entour du cercle. Quand le triangle est dedans le cercle, on diuise les costés : quand il est à l'entour, on diuise les angles.

De ceste mesme proposition est tirée la methode dont les artisans vsent.

Tirer un cercle par trois poincts donnés, moyennant que lesdits trois poincts ne soyent pas en droite ligne.

Comme par exemple, soyent A, B, & C, trois poincts donnés : lesquels presupposons estre conjoincts par lignes droites, qui



qui forment vn triangle : puis soit diuisé egalemẽt l'espace qui est entre A & B : puis aussi l'espace qui est entre B & C : En apres soyent tirees des poincts de la diuision deux perpendiculaires, telles que sont icy D E & F G, qui s'entrecopperont au centre H. Ce qui se fait par le moyẽ du cercle, comme nous auons demonstré en la vingtquatrieme du troisieme.

Correlaire.

Si le triangle est orthogone, le centre du cercle escheoit sur le milieu du costé opposé à l'angle droit : s'il est amblygone, le centre tumbe hors du triangle : S'il est oxygone, il tumbe dedans. Que si le centre tumbe au milieu du costé, le triangle est orthogone : s'il tumbe dehors, il est amblygone : si dedans, oxygone.

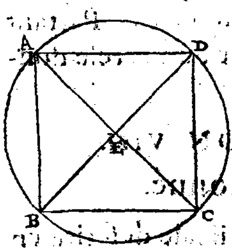
Ce qui est manifeste par ce que nous auons desia monstré.

PROBLEME 6. PROPOSITION VI.

Descrire vn quarré dans vn cercle donné.

Soit le cercle donné A B C D, duquel le centre soit E. Ie veux inscrire vn quarré dans ledit cercle.

Ie tire deux diametres, qui s'entrecopperont à angles droits au centre E. Desquels diametres je conioin les extremités auec les quatre lignes A B, B C, C D, & D A. Ie dis que A B C D est quarré.



Car, par la quatrieme du premier, les quatre costés seront egaux, veu qu'ils sont bases de quatre costés egaux, qui sortent du centre à la circonference, & qui contiennent les angles egaux qui sont à E. Or est droit chacun des quatre angles A, B, C, D, par la premiere partie de la trentieme du troisieme : puis qu'ils sont au demicercle. Donques A B C D

 est

est quarré. Ce qu'il faloit faire.

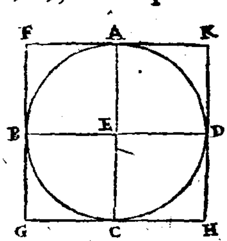
Ceux qui tirent du centre l'origine du quarré, ils continuẽt de costé & d'autre jusques à la circonference les deux lignes qui s'entrecoppent à angles droits, & conjoignent les quatre bases: puis discourent par angles demidroits. Ce qui reuient tout à vn.

PROBLEME 7, PROPOSITION VII.

Descrire vn quarré à l'entour d'un cercle donné.

Soit donné le cercle A B C D, duquel le centre soit E. Entour ledit cercle je veux descrire vn quarré.

Ie tire les deux diametres A C & B D, qui s'entrecoppent à angles droits au centre E. Puis, par leur quatre extremités A, B, C, D, je tire quatre perpendiculaires F G, G H, H K, & K F, qui se viendront à rencontrer és quatre poincts F, G, H, K. Si seront, par la vingthuictieme du premier, F G & H K, equidistantes entr'elles, & aussi à A C, puis que B D tumbant sur icelles a ses angles droits d'un & d'autre costé. De mesmes F K & G H se trouueront equidistantes entr'elles & à B D. Partant, par la trentequatrieme dudit, prinse deux fois, les quatre angles F, G, H, K, se trouueront droits, puis qu'ils sont opposés à des droits. Et d'autant que, par la mesme, les deux lignes, F G & H K, sont egales au diametre A C: pource que les quadrilateres F C & A H, sont de costés equidistans: & semblablement aussi les deux F K & G H, egales au diametre B D, elles seront toutes egales entre elles, à cause de l'egalité des diametres. Partant auons nous descrit le quarré F G H K à l'entour d'un cercle donné, comme nous l'auions entrepris.

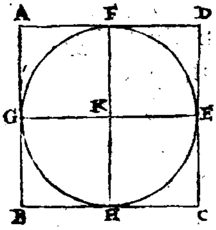


PROBLEME 8, PROPOSITION VIII.

Descrire vn cercle dans vn quarré donné.

Soit A B C D le quarré donné, dans lequel il fale descrire vn cercle.

Ie diuise egalement ses quatre costés és poincts E, F, G, H: puis je tire G E parallele & egale aux costés A B, D C: & de mesmes



ſmes auſſi je tire F H parallele & egale aux coſtés A B & C D, laquelle coppe G E au poinct K, lequel je dis eſtre le centre du cercle.

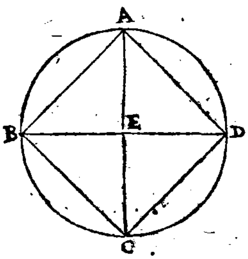
Car, par la trentequatrieme du premier, les quatre demis diametres, K E, K F, K G, & K H, ſont egaux aux quatre demi coſtés du quarré : & partant egaux entr'eux. Donques, par la neufieme du troiſieme, K eſt le centre du cercle que nous voulions inſcrire. Ce que nous auions entrepris de faire.

PROBLEME 9. PROPOSITION IX.

Deſcrire vn cercle à l'entour d'un quarré donné.

Soit A B C D le quarré donné, à l'entour duquel il fale deſcrire vn cercle.

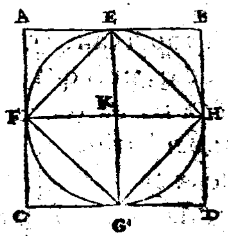
Ie tire les deux diametres A C & B D, qui s'entrecoppent au poinct E : & ce egalement, par la ſixieme du premier : car chacun des deux angles, qui ſont à A, B, C, D, ſont demidroits, par la cinquieme & trentedeuxieme dudit. Partant E eſt le centre du cercle que nous voulons circonſcrire. Ce qu'il faloit faire.



En ſuite de ces mutuelles inſcriptions du cercle & du quarré, j'ay trouué bon d'adjouſter ce vulgaire theoreme.

Le quarré deſcrit à l'entour d'un cercle, eſt double du quarré qui eſt inſcrit dans ledit cercle.

Soit le quarré A B C D deſcrit à l'entour du cercle E F G H, duquel le centre ſoit K : & les poincts de l'attouchement ſoyent E, F, G, H. Ayant tiré les deux diametres E G & F H, ſoit inſcrit dans ledit cercle, par la ſixieme du preſent, le quarré E F G H. Ie dis que le quarré A B C D eſt double du quarré E F G H.



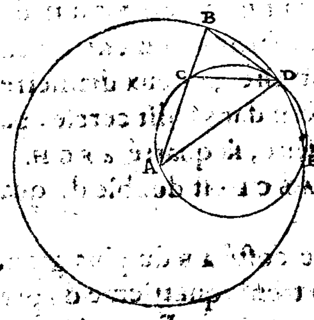
Car puis que le coſté A B du plus grand quarré, eſt, par la trentequatrieme du premier, egal à F H, diametre du moindre quarré : Et que le quarré dudit F H, par la quarante-septieme du premier, est double du quarré duquel il est diametre: le quarré aussi de ladite A B, à sçauoir A B C D, sera double du quarré E F G H. Ce qu'il faloit monstrer.

Cecy se pouuoit demonstrer d'autre façon, comme par l'equalité des triangles & des quarrés; mais nous nous sommes contentés de ceste facile & compendieuse demonstration. Ce Theoreme n'a pas esté dressé par Euclide, peut estre, pource qu'en ce quatrieme liure il ne traicte que de Problemes; peut estre aussi, parce qu'il luy eust falu parler de la proportion des autres figures: combien qu'il ne s'adstraint pas à suyure cest ordre: car de peu de figures a-il enseigné le moyen comme elles deuoyent estre inscrites au cercle: les autres il les passe, euitant l'infini: ou bien, destourné de ce faire par la difficulté qui y est. Toutesfois je n'ay point craint de le coucher icy, pour ce que son vsage est fort frequent.

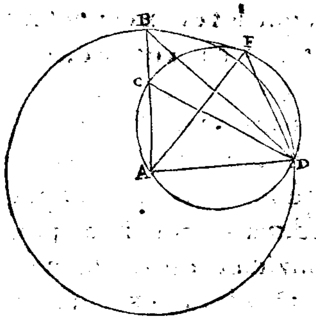
PROBLEME 10. PROPOSITION X.

Descrire vn triangle Isoscele, duquel chacun des angles, qui sont à la base, soit double de l'angle qui est à la poincte.

Soit prise à plaisir la ligne A B, laquelle soit diuisee au poinct C, ainsi que l'enseigne l'onzieme du second, sçauoir est, que ce qui prouient de A B en B C soit egal au quarré A C. Lors, prenant A pour centre, selon l'interualle de A B, je descris le cercle B D E B, auquel, par la premiere de ce quatrieme, j'accommode la ligne B D, qui soit egale à A C: & puis je conjoins D A & D C. Ie dis que chacun des angles A B D & A D B, du triangle A B D, est double de l'angle A.

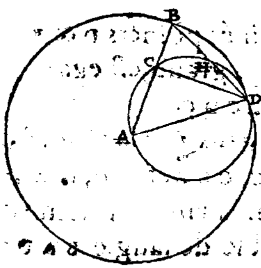


Premierement il appert assez, que le triangle est Isoscele, puis que les deux costés, A B & A D, partent du centre; & partant, par la cinquieme du premier, les deux angles A B D & A D B sont egaux. Maintenant, par la cinquieme du present, je descri le le cercle D C A D autour du triangle A C D. Et d'autant que B D est egale à A C : ce qui prouient de A B en B C, est egal au quarré B D : & partant B D touche le cercle par la derniere du troisieme : &, par la trenteunieme dudit, l'angle C D B, sera egal à l'angle alterne C A D. Adjoustant donc C D A, angle commun, tout l'angle B D A se trouuera egal aux deux angles C A D, & C D A. Mais, par la trentedeuxieme du premier, l'angle B C D est egal ausdits C A D & C D A, interieurs opposés. Donques B C D sera egal à tout B D A : & partant aussi audit A B D. Partant, par la sixieme du premier, la ligne C D sera egale à la ligne B D : donques aussi à la ligne C A. Et pource, par la cinquieme du premier, l'angle G D A sera egal à l'angle C A D, & partant aussi à l'angle C D B. Donques l'angle B D A est double de l'angle B A D : & du mesme aussi sera double l'angle A B D. Ce qu'il faloit faire.



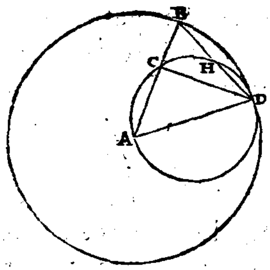
APPENDIX de Champagne: Peut estre que quelcun voudra dire que le cercle A C D coppe le cercle B D E en quelque poinct de l'arc B D, & qu'il coppe aussi la ligne B D : d'où viendra que la ligne B D ne sera pas appliquee au cercle A C D, comme nous l'affermons en la demonstration, mais elle le coppera.

Qu'ils se coppent donc, si faire se peut, & soit tiree du poinct B la ligne B F, qui touchera le cercle A C D : puis conjoignons F A & F D. Si sera, par la trentecinquieme du troisieme, ce qui prouient de A B en B C, egal au quarré de B F : & partant B F sera egale à B D : si que, par la cinquieme du premier, l'angle B F D sera egal à l'angle B D F. Et d'autant que, par la trenteunieme du troisieme, l'angle B F A est egal à l'angle A D F alterne : l'angle B D F sera plus grand que l'angle A D F, la partie que le tout.



Ledit Champagne respond encor autrement. Car si d'auenture on dit, que le cercle A C D coppe la ligne B D, & ne coppe pas toutesfois B D, arc du plus grand cercle : Qu'il la coppe, si

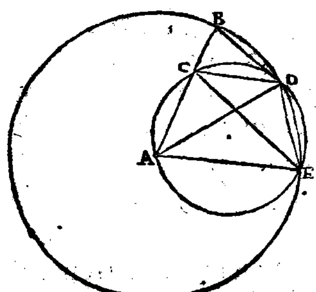
 faire



faire se peut, au poinct H. Lors ce qui prouient de A B en B C, sera egal à ce qui prouient de D B en B H, par la trentecinquieme du troisieme, veu que BA & B D, sortans toutes deux du poinct B, tumbent à la section du cercle. Et pource que ce qui prouient de A B en B C, est egal au quarré de B D: ce qui prouient de D B en B H, sera aussi egal au quarré D B, contre la seconde proposition du second.

Mais c'est en vain que Champagne met cecy en auant comme chose douteuse. Car en la demonstration on n'afferme pas seulement, que la ligne B D touche le cercle A C D, mais on le prouue.

Mais ce qu'il adjouste est à noter, que les deux cercles A C D & B D E s'entrecoppent: & que le cercle A C D coppe du cercle B D E vn arc egal à l'arc B D: & que le cercle B D E coppe du cercle A C D vn arc egal à l'arc D C.



La premiere partie se void par cecy, que si le moindre ne coppe le plus grand, mais le touche au poinct D, par l'onzieme du troisieme, le centre de tous les deux sera en vne mesme ligne, à sçauoir en A D: pource qu'en icelle est le centre du plus grand, & en icelle aussi le poinct de l'attouchement. Donques, par la trentieme du troisieme, l'angle A C D sera droit: & par la treizieme du premier, l'angle D C B droit: & aussi l'angle A B D droit, comme estant egal à D C B. Ce qui, par la trentedeuxieme du premier, ne se peut faire.

Partant ils s'entrecopperont, à sçauoir és poincts D & E:

Maintenant je dis, que l'arc E D du plus grand, est egal à l'arc D B: & que l'arc E D du petit, est egal à l'arc D C.

Ie conjoins E A, E C, & E D. Si seront egaux, par la vingtsixieme du troisieme, les quatre angles D E C, C E A, E A C, & A D C: veu que les arcs C A & E D sont egaux, par la vingtseptieme dudit. Donques, tout l'angle A E D est double de l'angle B A D; &

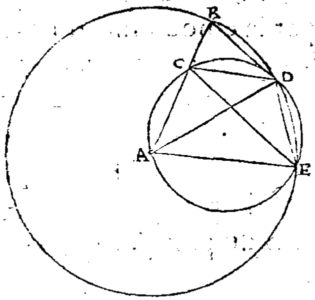
part

partant egal à chacun des angles A B D,& A D B. Et pource que l'angle A E D est egal à l'angle A D E, par la cinquieme du premier, d'autant que A D & A E sortent du centre : les deux angles E & D du triangle A E D, seront egaux aux deux angles D & B du triangle A D B., & partant, par la trentedeuxieme du premier, l'angle A de l'un sera aussi egal à l'angle A de l'autre. Donc, par la vingtdeuxieme du troisieme, l'arc E D du plus grand, sera egal à l'arc D B : Et, par la mesme, l'arc E D du plus petit, sera egal à l'arc D C. Ce qu'il faloit prouuer.

Là dessus faut obseruer, qu'en tout triangle, tel qu'est icy A B D, l'angle de la poincte (tel qu'est icy l'angle A,) est vne tierce auec vne quinte d'une tierce du droit: sçauoir est deux quintes d'un droit, ou (plus brieuement) vne quinte de deux droits. Et chacun des angles de la base vaut deux quintes de deux droits, ou bien quatre quintes d'un droit. Ce qui se verra clairement si l'on diuise deux angles droits en cinq parties. Car lors, au triangle, l'angle de la poincte sera d'une quinte,& chacun des deux qui sont à la base, sera de deux quintes. Mais ceste diuision de la ligne A B, telle qu'elle est au poinct C, sera nõmee par Euclide, en la trentieme du sixieme, Proportion selon la moyenne & extreme raison : attendu que A C est moyen proportional entre B C & B A. En laquelle proportion le nombre quinaire a la principale force. Car en toute quantité qui se diuise ainsi, le quarré de la toute est joinct auec le quarré de la demie. Et ces deux ainsi joincts, sont perpetuellement le quintuple du quarré de la demie. Mais nous repeterons icy ce que nous en auons dit en l'onzieme du second. Veuillons diuiser 8 comme nous proposons : Ie multiplie 8 par soymesme, prouiennent 64. Ie multiplie aussi par soymesme sa moitié, à sçauoir quatre, tel qu'est là la ligne D E ou E B: prouiennent 16. Ces 64 & 16 joincts ensemble font 80, qui est le quintuple de 16. Partant, pour trouuer vn tel triangle, il a esté besoing de diuiser ainsi la ligne: où c'est que le quinaire domine. Or ce Probleme regarde l'inscription du pentagone dans le cercle, comme nous enseignera la suyuante Proposition.

Et faut prendre garde, que la ligne A C est le costé du pentagone equilatere, qu'on veut inscrire dans le cercle A C D. Ce qui se demonstrera ainsi.

Par



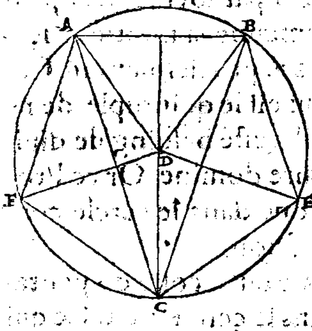
Par la derniere construction il s'est veu, que les trois arcs A C, C D, & D E du moindre cercle, sont egaux. Et puis qu'il se void aussi par la mesme, que les deux lignes A D & A E sont egales : l'arc A E sera aussi egal à l'arc A D, par la vingtseptieme du troisieme: donques leurs moitiés seront aussi egales. Si donc nous diuisons egalement A E, toute la circonference A C D E A sera diuisee en cinq arcs egaux. Desquels puis que les soustendues, (c'est à dire les lignes qui les soustendent) sont egales, par la vingthuictieme du mesme, chacune d'icelles sera costé du pentagone. Ce qu'il faloit demonstrer. Et sera aussi la mesme A C, le costé du decagone que nous voulons inscrire dans le cercle B D E. Mais cecy appartient aux suyuantes demonstrations. Bref, tout cecy depend des proportions. Et pour dire franchement nostre aduis de tout cest affaire, il faloit mettre les Proportions deuant ce traicté.

Nous adjousterons icy ce Probleme.

Descrire vn pentagone equilatere & equiangle sus vne droite ligne donnee.

Veuillons descrire vn pentagone equilatere & equiangle sur la ligne donnee A B.

Par la vingttroisieme & trentedeuxieme du premier je dresse sur la ligne A B le triangle Isoscele A B C, tel que le propose icy ceste dixieme : tel, dis je, que les deux angles C A B & C B A, qui sont sur la base A B, soyent egaux aux deux que nous auons maintenant descrits : sçauoir est chacun de deux quintes de deux droits, & l'angle de la poincte, d'une quinte. En apres je diuise l'angle C egalement, en tirant la ligne C D, & sur le poinct A je fay l'angle C A D egal à l'angle A C D, en tirant la ligne A D, qui vienne à rencontrer C D au



au poinct D: & ce dans le triangle A B C: car C D prolongee tumbera sur la base A B, & A D tumberoit aussi sur le costé B C. Lors je conjoins D B.

Et pource qu'au triangle A C D, les deux angles A & C sont egaux, les deux costés A D & C D, par la sixieme du premier, seront egaux. Derechef, pource que les deux costés C B & C D du triangle C B D, sont egaux aux deux costés C A & C D, du triangle A C D, & l'angle C de cestuy-cy egal à l'angle C de cestuy-là: par la quatrieme du premier, la base D B sera egale à la base D A, & par consequent à la ligne D C. Donques, par la neufieme du troisieme, D sera le centre du cercle. Maintenant soit descrit le cercle A B E C F. Or est l'angle A D B double de l'angle A C D, par la dixneufieme du troisieme. Donques l'angle A D B fait deux quintes de deux droits: ou bien vne quinte de quatre droits. Puis donc que l'espace, qui est autour du centre D, est egal à quatre angles droits, sans doute cest espace se diuisera en cinq angles egaux audit A D B, sçauoir est en cinq quintes, en tirant les lignes D E & D F, lesquelles, auec D A, D B & D C, distingueront l'egalité quinaire. Ayant donc conjointes A F, F C, C E, & E B, le rectiligne A B E C F sera vn pentagone equilatere, par la loy du centre & de la circonference, y employant la quatrieme Proposition du premier. Il sera aussi equiangle, par la quatrieme & cinquieme dudit, puis que les cinq angles, A, B, E, C, F, sont diuisés en dix parties egales. Qui est ce qu'il faloit faire.

De Bouuelles a jugé ce Probleme estre difficile, d'autant qu'il auoit esté obmis par Euclide. Mais quiconque pesera ceste nostre demonstration, il luy sera aisé de dresser sur vne ligne donnee, les figures desquelles l'inscription est demonstree cy apres.

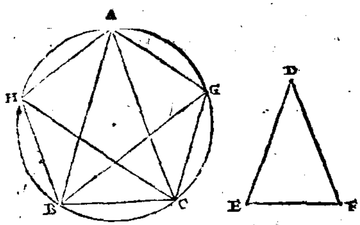
PROBLEME II, PROPOSITION XI.

Descrire vn pentagone, equilatere & equiangle dans vn cercle donné.

Soit A B C le cercle donné, dans lequel il fale inscrire vn pentagone equilatere & equiangle.

Soit formé D E F triangle isoscele tel que le prescrit la precedente Proposition; & dans le cercle donné soit inscrit le

A. triang

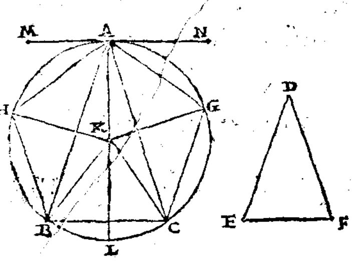


triangle A B C equiagle audit D E F, par la seconde du present : à sçauoir que chacun des deux angles B & C soit double de l'angle A, qui est à la poincte. Ie diuise chacun d'iceux angles egalement, tirant les lignes B G & C H de costé & d'autre, jusqu'à la circonference.

Si sera tout le cercle diuisé en cinq arcs,és poincts A, H, B, C, G: lesquels arcs seront egaux par la vingtcinquieme du troisieme, à cause de l'egalité des cinq angles qui tumbent en iceux: desquels les quatre sont à la base du triangle A B C : & le cinquieme est à la poincte A. Conjoignant donc A H, H B, A G, & G C, le pentagone A H B C G, inscrit dans le cercle, sera equilatere, par la vingthuictieme du troisieme, à cause de l'egalité des arcs que les cinq costés soustendent : & il sera aussi equiangle, par la vingtsixieme dudit:à cause que les cinq arcs A B, H C, B G, C A, & C H, esquels les angles desdits pentagones tumbent, sont egaux, veu que leurs moitiés sont egales. Et ainsi sera vraye la Proposition.

Autrement. Ayant construit le triangle D E F de la forme portee en la precedente Proposition, soit K le centre dudit cercle proposé A B C : & sur ledit centre soit formé l'angle B K C, egal à l'un des angles E ou F, du triangle D E F. Puis soit conjoincte B C. Ie dis que ladite B C est le costé du pentagone.

Ie diuise l'angle K egalement, en tirant le diametre A K L: puis je conjoins B A & C A. Or appert-il, par la dixneufieme du troisieme, que l'angle K est double de tout l'angle A. Donc tout l'angle A est egal à l'angle D, duquel l'angle K est le double. Et pource que du triangle A B K, les deux angles A & B sont egaux, par



la cinquieme du premier : car K A & K B sortent du centre: par la trentedeuxieme dudit l'angle B K L sera double à chacun des angles K A B & K B A, l'exterieur à l'interieur. Et par mesme raison, l'angle C K L sera double à chacun des deux angles K A C &

K C A.

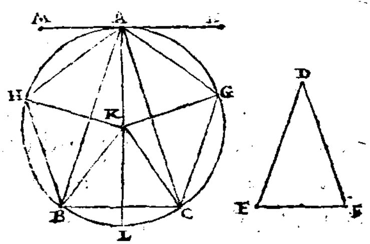
K C A. Puis donc que les deux angles qui ſont à K ſont egaux, les deux angles A & B du triangle A B K, ſeront mutuellement egaux aux deux angles A & C du triangle A C K : & partant, par la vingtſixieme du premier, les deux baſes A B & A C ſeront egales : & le triangle A B C ſera iſoſcele. Et puis que tout l'angle A eſt egal à l'angle D., les deux autres angles, A B C & A C B, par la trentedeuxieme du premier, ſeront egaux aux deux autres E & F : &, par conſequent, le triangle A B C equiangle au triangle D E F. Et ainſi procedera la demonſtration comme nous ſortons de la dreſſer, preſuppoſant toutesfois les deux lignes, B G & C H.

Nous auons adjouſté ceſte demonſtration, pour monſtrer que le moyen d'inſcrire les figures dans les cercles, depend du centre & du diametre. A fin auſſi que nous entendiſſions, que les deux angles qui ſont à K, du triangle B C K, & qui ſe repoſent ſur le centre, ſont congnus. Ce que toutesfois de Bouuelles ne penſe pas, quand il parle de l'heptagone. Mais à la mienne volonté, que l'inuention de l'heptagone fuſt auſſi aiſee, comme il eſt certain que leſdits angles ſont congnus.

Icy eſt plaiſant & aggreable, de conſiderer la varieté des triangles. Car chacun des angles qui ſont à A, vaut vne cinquieme d'un droit, d'où ſort le coſté du decagone qu'on veut inſcrire audit cercle : comme il ſe void, preſuppoſant les lignes B L & L C. Car l'arc B C eſt diuiſé en deux parties egales au poinct L, par la vingtcinquieme du troiſieme.

De l'inſcription du triangle equilateré eſt congnu l'hexagone : & ainſi touſiours du nombre ſimple des coſtés, ſe congnoiſt le double : comme du quarré l'octogone : de l'octogone le seizangle, & ainſi continuellement aux autres. Voire meſmes de ceſte noſtre demonſtration ſe congnoiſt incontinent la circonſcription du pentagone : comme il apparoiſtra en la propoſition ſuyuante.

Nous pourrons encor autrement diuerſifier l'inſcription du pentagone. Soit le cercle A B C que nous ſortons de deſcrire : & que le meſme triangle D E F demeure. Ie tire, par la ſeizieme du troiſieme, la ligne M A N qui touche le cercle : & au poinct A je forme l'angle M A B, egal à l'un des angles E ou F, (lequel on void bien eſtre moindre d'un droit) tirant la ligne A B, qui coppe la circonference au poinct B. Derechef, audit poinct A, je dresse l'angle N A C, egal audit M A B, en tirant la ligne A C, qui coppe la circonference au poinct C. Et conjoins B C. Je dis que ledit B C est le costé du pentagone. Ce qui se void aisemēt, en diuisant l'arc A B egalement au poinct H, & tirant les lignes A H & B H: diuisant aussi egalement l'arc A C au poinct G, & tirant les lignes A G & C G. Car, prenant le quadrangle A B C G, il appert par la trenteunieme du troisieme, que l'angle A B C est



egal à l'angle N A C alterne, & partant aussi à l'angle E. Semblablement, prenant le quadrangle A C B H, l'angle A C B sera egal à l'angle M A B alterne, & partant aussi à l'angle F. Et pource, par la trentedeuxieme du premier, le triangle A B C, sera equiangle au triangle D E F, comme au parauant: & la demonstration suyura comme cy dessus.

Mais aussi, en constituant l'angle B à la circonference, qui soit triple de l'angle D, & tirant les lignes A H & B H, chacune desdites A H & B H sera costé du pentagone: comme le congnoistront ceux qui voudront discourir par la comparaison des angles. Car en la premiere façon, les deux angles B & C du pentagone en la circonference, se diuisent en trois angles egaux: chacun desquels est egal à l'angle D. Or n'exposons nous pas par le menu ces demonstrations, à fin d'estre plus briefs: ce nous est assez, si les ayans aucunement esbauchees, nous les laissons examiner aux escholiers par les mesmes argumens que les autres. Car en ceste inscription de figures, se presente vn champ si large de speculatiōs, que ce ne seroit jamais faict, qui voudroit esplucher le tout par le menu. Et combien qu'au commencement, auec Champagne, nous estimions que cecy n'estoit pas grandement proffitable, si est-ce qu'apres auoir espluché plus attentiuemēt à quoy tēdoit ceste tant reiglee & artificielle constitution, nous auons à la verité trouué, que ce n'est pas en vain qu'on a creu, que les figures sont d'autant plus parfaictes, qu'elles approchent de plus pres de la composition du cercle. Ceste chose donc est autant importante, qu'autre

qui

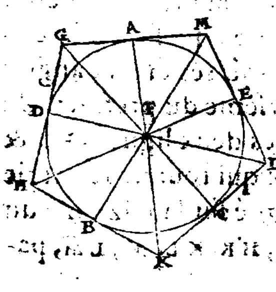
qui soit en l'œuure Geometrique, comme nous le ferons quelque jour voir en vn traicté particulier, s'il plaist à ce souuerain Geometre de benir les inuentions que nous recherchons chaque jour en la Geometrie. Car de ceste matiere se produit vn nouuel ouurage, & auquel on n'a point pensé jusques icy.

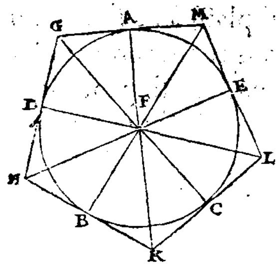
PROBLEME 12, PROPOSITION XII.

Descrire vn pentagone equilatere & equiangle, à l'entour d'un cercle donné.

Soit le cercle A B C, (qui ayt F pour centre,) à l'entour duquel cercle il fale circonscrire vn pentagone equilatere & equiangle.

Par l'antecedente je diuise toute la circonference en cinq parties egales, és poincts A, D, B, C, E : & du centre F je tire les cinq lignes F A, F D, F B, F C, & F E : ausquelles de costé & d'autre je tire cinq perpendiculaires : lesquelles se joindront és poincts G, H, K, L, M, & toucheront le cercle, par le correlaire de la quinzieme du troisieme. Lors je tire du cētre aux poincts de leur rencontre, les lignes F G, F H, F K, F L, F M. Et pource que G A & G D, sortans d'un mesme poinct, touchent le cercle, elles seront egales, par ce que nous auons demonstré à la trentecinquieme du troisieme, & par mesme raison H D sera egale à H B, & K B à K C : & ainsi des autres. Et pource que les cinq arcs A D, D B, B C, C E, & E A sont egaux, aussi, par la vingtsixieme du troisieme, les cinq angles qui sont au centre, A F D, D F B, B F C, C F E, & E F A, seront egaux. Et d'autant que les deux costés A G & F A, du triangle F G A, sont egaux aux deux D G & F D du triangle F G D, & le costé G F commun, leurs deux angles qui sont à F, par la huictieme du premier, seront egaux entr'eux, comme aussi les deux angles qui sont à G seront aussi egaux entr'eux. Semblablement, les deux angles qui sont à F, des triangles D F H & H F B serōt egaux entr'eux: & les deux qui sont à H aussi egaux entr'eux. Et ainsi chacun des trois autres triangles, B F C, C F B, & E F A, sera egale-

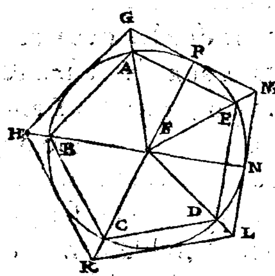




ment diuisé par les lignes F K, F L, & F M : si seront egaux les dix angles qui sont au centre. Puis donc que les deux angles A & F du triangle G A F, sont egaux aux deux angles A & F du triangle M A F, & que le costé A F est commun: l'angle G de l'un, (par la vingtsixieme du premier,) sera egal à l'angle M de l'autre : & le costé G A, egal au costé A M. Par mesme raison, l'angle G du triangle G F D, sera egal à l'angle H du triangle D F H : & le costé G D egal au costé D H. Puis donc que G A est la moitié de G M, & G D la moitié de G H : & que G A & G D sont egaux : par la notion de l'esprit, G M & G H, qui sont leurs doubles, seront aussi egaux.

Nous prouuerons semblablement, que G M, M L, L K, & K H, sont egaux. Partant le pentagone G H K L M sera equilatere. Mais il est aussi equiangle : Car, puis que les deux angles qui sont à G, ont esté prouués egaux, & les deux qui sont à M aussi egaux : & le demi G egal au demi M : tout G sera egal à tout M. Et par mesme raison les autres angles dudit pentagone seront prouués egaux. Ce qu'il faloit faire.

Autrement, par les paralleles : Dans le cercle A B C, duquel le centre est F, j'inscris le pentagone equilatere & equiangle A B C D E, comme l'enseigne la precedente : par les cinq angles duquel je tire du centre à la circonference, les cinq lignes, F G, F H, F K, F L, & F M. Or conste-il, que les cinq angles, qui sont au centre F, sont egaux, veu que les costés des cinq triangles de dedans sont egaux, & les bases aussi egales. Il conste aussi, que les cinq angles du pentagone, qui sont à la circonference, sont diuisés en dix angles egaux, par la quatrieme du premier. Ie tire donc entre les deux lignes, F G & F H, la ligne G H, parallele au costé A B, & qui touche le cercle A B C, suyuant ce que nous auons enseigné sur la seizieme du troisieme : & je tire aussi pareilles à icelle, H K, K L, &, L M, paralleles aux costés B C, C D, & D E.



Et

Et pource que F G tumbe sur deux paralleles A B & G H, les deux angles F G H & F H G, seront mutuellement egaux aux deux F A B & F B A, par la seconde partie de la vingtneufieme du premier : & partant egaux aussi entr'eux. Donques, par la sixieme du premier, les deux lignes, F G & F H, seront egales. Par mesme raison les deux angles, F H K & F K H, seront mutuellement egaux aux deux F G H & F H G : & F K egale à F H : & partant aussi à F G. Puis dõc que les angles qui sont à F sont egaux, par la quatrieme du premier, la base H K sera egale à la base G H. De mesmes se prouuera il, que les trois lignes, F K, F L, & F M, sont egales aux deux F G & F H : & ausi les deux bases, K L, & L M, egales aux deux G H & H K : & les angles qu'elles font auec lesdites F K, F L, & F M, egaux ausi entr'eux. Maintenant je conjoins la cinquieme ligne M G : qui sera egale aux quatre premieres, par ladite quatrieme du premier : veu que les deux lignes, F G & F M, sont prouuees egales : & que l'angle G F M est egal à chacun des angles qui sont à F. Ceste-cy ausi touche le cercle : car à N, poinct de l'attouchement de ladite L M auec le cercle, je tire la ligne F N. Or conste-il, par la dixseptieme du troisieme, que l'un & l'autre angle, qui est à N, est droit. Partant, veu que l'angle L, du triangle F L N, est egal à l'angle M, du triangle F M N : & que l'angle N de l'un, est egal à l'angle N de l'autre : & F N commun à tous les deux : par la vingtsixieme du premier, N L sera egale à N M : & par ainsi L M sera diuisee egalement au poinct N. Et pource que les trois costés du triangle F G P sont egaux aux trois costés du triangle F M P, l'angle P de l'un, par la huictieme du premier, sera egal à l'angle P de l'autre : & partant, par la treizieme dudit, l'un & l'autre sera droit. Puis donc que les deux angles F M P, & F P M, du triangle F M P, sont egaux aux deux angles F M N & F N M, du triangle F M N : & le costé F M commun à tous deux, F P sera egale à F N. Mais F N sort du centre à la circonference : F P donc sortira aussi du centre à la circonference. Puis donc aussi, que M G est perpendiculaire à F P : par le correlaire de la quinzieme du troisieme elle touchera le cercle. Partant G H K L M, pentagone tracé à l'entour du cercle, sera equilatere : comme il a aussi esté prouué equiangle, par l'egalité des moitiés, ainsi qu'il le faloit faire.

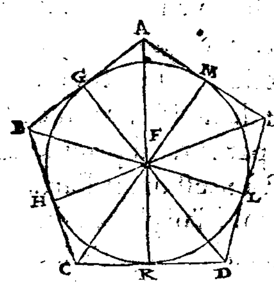
Or, encor que ceste demonstration semble estre prolixe, si

est

est-ce que de plein abord elle se manifeste.

PROBLEME 13. PROPOSITION XIII.

Descrire vn cercle dans vn pentagone donné equilatere & equiangle.



Soit A B C D E le pentagone donné, equilatere & equiangle, dans lequel il fale descrire vn cercle.

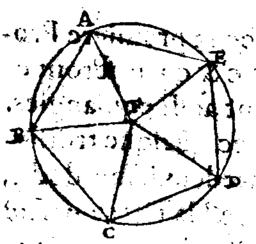
Ie diuise egalement les deux angles, qui aboutissent à vn des costés dudit pentagone, comme nous dirions A & E, & ce en tirant les lignes A F & E F : lesquelles se rencontreront dans le pentagone au poinct F. Duquel poinct à vn chacun des costés du pentagone, je tire cinq perpendiculaires, F G, F H, F K, F L, F M. Puis à B & D, les deux angles prochains de costé & d'autre, je tire F B, & F D. Et pource que les deux angles, A & M, du triãgle A F M, sont egaux aux deux angles A & G, du triangle A F G : & le costé A F commun: le costé F M, par la vingtsixieme du premier, sera egal à F G. Et semblablement, par la mesme, F L sera egale à F M, prenans les deux triangles E F L, & E F M. Derechef, puis que les deux costés A B & A F, du triangle A B F, sont egaux aux deux costés A E & A F, du triangle A F E : & l'angle A de l'un egal à l'angle A de l'autre : l'angle A B F, par la quatrieme du premier, sera egal à l'angle A E F. Et pource que tout B est egal à tout E, & que E est diuisé egalement: B aussi sera diuisé egalement. Par mesme raison on prouuera que tout B a esté diuisé egalement, en prenant les triangles E A F & E D F. Puis donc que les deux angles G & B, du triangle G F B, sont egaux aux deux angles H & B, du triangle H F B, & le costé F B commun, F H, par la vingtsixieme du premier sera egale à F G. Tout de mesmes se prouuera que F K est egale à F L, en prenant les triangles L F D & K F D. Puis donc que les cinq lignes, F G, F H, F K, F L, & F M, sont egales, F sera le centre du cercle, par la neufieme du troisieme. Lequel cercle descrit selon la longueur desdites lignes, touchera les costés du pentagone, par la premiere partie de la quinzieme du du troisieme. Ce qu'il faloit faire.

Au commencement de la construction, Champagne monstre, que les lignes A F & E F, diuisans les deux angles A & E, se rencontrent dans le pentagone: mais celà estoit ja tout clair par la composition de la precedente: en laquelle F G & F H, qui aboutissoyent au centre F, estoyent prouuees egales: car de semblables constructions se recueillent les correlaires. Ce qui se peut clairement voir, tant par la premiere & quinzieme du troisieme, que bien tost par la quinzieme du present, & assez d'autres propositions. Comme aussi de ceste cy il s'ensuit, voire de l'antecedente, que les lignes perpendiculaires, tirees du milieu des costés du pentagone, passeront par le centre du cercle, & diuiseront egalement les angles opposés. Comme en cest endroit la ligne A K, partira egalement l'angle A & le costé C D: & les autres lignes en la mesme façon. Ce qui s'enseignera comme s'ensuit:

L'espace qui est à l'entour du centre F, est egal à quatre angles droits, qui sont diuisés en dix angles egaux, par les dix lignes qui s'assemblent à F. Donques les cinq angles, A F M, M F L, E F L, L F D, & D F K, sont egaux à deux droits. Partant, par la quatorzieme du premier, A F & F K ne sont qu'une seule ligne. La mesme preuue se fera des autres lignes. Et cecy est perpetuel en toutes figures equilateres, qui sont composees de costés impers.

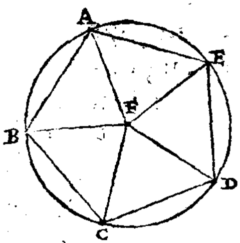
PROBLEME 14. PROPOSITION XIIII.

Descrire vn cercle à l'entour d'un pentagone donné equilatere & equiangle.



Soit donné le pentagone A B C D E equilatere & equiangle, à l'entour duquel il fale descrire vn cercle.

Ie diuise les deux angles A & E en deux moitiés egales, en tirant les lignes A F & E F, qui se rencontreront dans le pentagone, au poinct F, comme nous auons prouué cy deuant. Puis dudit poinct F aux autres angles je tire les lignes F B, F C, & F D. Et pource

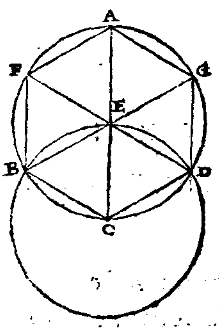


que les deux costés A F & A B, du triangle A B F, sont egaux aux deux costés A F & A E, du triangle A E F, & l'angle A de l'un egal à l'angle A de l'autre: par la quatrieme du premier, F A sera egal à F E: & l'angle A B F egal à l'angle A E F: & puis que tout B est egal à tout E, B se trouuera diuisé par la moitié: & par mesme raison chacun des angles C & D aussi diuisé par la moitié. Partant, les cinq lignes, F A, F B, F C, F D, F E, seront egales. Donques, par la neufieme du troisieme, F sera le centre du cercle que nous voulons descrire à l'entour du pentagone. Qui est ce que nous voulions faire.

PROBLEME 15. PROPOSITION XV.

Dans vn cercle donné descrire vn hexagone equilatere & equiangle.

Soit A B C D le cercle donné, duquel le centre soit E: dans lequel cercle nous voulions descrire vn hexagone equilatere & equiangle.

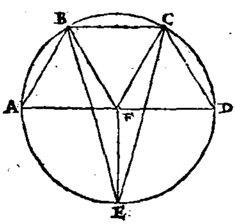


Ie tire le diametre A E C: & selon la longueur du demidiametre E C, je descri le cercle EBD, qui coppe le premier és deux poincts B & D, desquels, par le centre E, je tire les deux diametres B E G & D E F. Puis je conjoin les extremités des trois diametres auec les six lignes A F, F B, B C, C D, D G, & G A. Ie dis que l'hexagone A F B C D G est tel que nous l'auons proposé.

Car, par le contenu en la premiere Proposition du premier, les deux triangles B E C & C E D seront equilateres, &, par la cinquieme dudit, seront aussi equiangles. Donques les deux angles B E C & C E D, auec quelque troisieme, qui leur soit egal, feront, par la trentedeuxieme dudit, deux angles droits: veu que chacun d'iceux est la tierce partie de deux droits. Et pource que lesdits B E C & C E D, auec l'angle D E G sont deux droits, par la treizieme dudit, D E G sera egal à gal à chacun d'iceux. Donques les six angles, qui sont à E, sont egaux: &, par consequent, les six arcs aussi qu'ils comprennent, sont egaux, par la vingtcinquieme du troisieme: & les six lignes, qui les soustendent, sont aussi egales, par la vingthuictieme dudit. L'hexagone donc est equilatere. Mais il sera aussi equiangle, par la vingtsixieme dudit: pource que les arcs, qu'ils regardent, sont egaux: sçauoir est chacun la sixieme partie de la circonference. Qui est ce que nous auions entrepris.

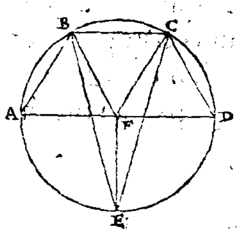
Autrement. Veuillons descrire vn hexagone equilatere & equiangle, dans le cercle A B C D E, duquel le centre est F.

Du centre F je tire le demidiametre F A. Puis, du poinct A, par la premiere du present, j'accommode la ligne A B, qui soit egale audit demidiametre: laquelle je dis estre le costé de l'hexagone equilatere & equiangle.



Ie conjoins F B. Et d'autant que A B est egale à F A: elle sera aussi egale à F B. Donques le triangle A F B sera equilatere: &, par la cinquieme du premier, aussi equiangle. En apres, sur le centre F, je forme l'angle B F C, qui soit egal à l'angle A F B, ou bien à l'angle F B A, (tout reuient à vn,) en tirant la ligne F C: & conjoins B C. Et pource que A F B est la tierce partie de deux droits, par la cinquieme & trentedeuxieme du premier: B F C sera aussi la tierce partie de deux droits. Partant les deux autres, F B C, & F C B, veu qu'ils sont egaux, par la cinquieme du premier, seront aussi deux tierces de deux droits, par la trentedeuxieme dudit.

Ou bien, par la quatrieme du premier, veu que l'angle B F C est egal à l'angle F B A, & que les deux costés, F B & F C, sont egaux aux deux costés A B & B F: la base B C sera egale à la base B F, & partant aussi à ladite F C. Le triangle donc F B C est equilatere & equiangle. En apres, je constitue l'angle C F D, egal à chacun des angles qui sont à F, en tirant la ligne F D: & conjoins C D. Si sera, par ce que nous auons ja deduit, le triangle F C D equilatere & equiangle. Et puis que les trois angles, qui sont à F, sont egaux à deux droits, (car chacun d'iceux est la tierce partie de deux droits,) par la quatorzieme du premier, A D ne sera qu'une seule ligne, & partant le diametre du cercle.



L'autre demicercle A E D, se diuisera en autant de parties egales, qu'a esté diuisé A B C D, & comprendra autant d'egales soustendues. Et donques A B est le costé de l'hexagone equilatere, que nous voulons inscrire dans le cercle: & lequel sera aussi equiangle: car la moitié de tout B, est egale à la moitié de tout C. Ce qu'il faloit faire.

Puis donc que du centre F nous auons tiré la perpendiculaire F E, & conioinct B E & C E: & formé le triangle B E C: duquel l'angle E, qui est à la poincte, est la sixieme partie de deux droits, par la dixneufieme du troisieme. Car l'angle B F C est double dudit angle E: & chacun des angles de la base, E B C & E C B, est double sescuple, ou double sesquiautre, audit angle E. Et c'est icy la methode de trouuer le costé de l'hexagone. Donques, les deux demonstrations cy dessus sont compendiaires.

L'hexagone se pouuoit aussi inscrire, par le moyen du triangle equilatere inscrit, diuisant egalement chacun des trois arcs.

Mais esclarcissons à ce coup ce traicté d'inscrire les figures.

Toutes figures, qui sont de costés impers, s'inscriuent dans le cercle, par le moyen des triangles isosceles, desquels chacun des deux angles qui sont à la base, sont multiples de celuy qui est à la poincte, c'est à dire, le contiennent plusieurs fois. Le triangle donc equilatere (qui est le premier des costés impers, & partant a tant de priuileges) s'explique de soymesmes: ayant celà de l'unité par laquelle il est designé. Car en dressant vn triangle Isoscele à la circonference, duquel les deux angles, qui sont à la base, soyent egaux à celuy qui est à la poincte (or l'egal est le multiplicateur de soymesme, comme l'Vnité,) ladite base sera le costé du triangle equilatere, que nous voulons inscrire dans le cercle. Et ainsi l'equilatere se considere comme l'isoscele.

Le pentagone, qui est le second des impers, se trouue par le moyen du triangle isoscele, duquel chaque angle de la base, est double de celuy qui est à la poincte: comme nous l'auons demonstré en l'onzieme du present.

Et

Et l'heptagone, par le triangle isoscele, duquel chacun des angles qui est à la base, est triple de celuy qui est à la poincte. Et l'ennagone ou neufangle, quand chacun desdits angles est quadruple: & l'onzangle quand chacun desdits angles est quintuple: & le treizangle quand chacun desdits angles est sextuple à celuy qui est à la poincte: & ainsi de suite.

Les figures equilateres, & de costés pers, s'inscriuent aussi au cercle par le moyen du triangle Isoscele, duquel les angles qui sont à la base sont multiples & demi de celuy qui est à la poincte.

Comme le quarré (premier des costés pers, & qui, pour ceste cause, a tant de priuileges,) s'inscrit au cercle par le moyen du triangle isoscele, inscrit aussi dans le cercle, duquel chacun des angles qui sont à la base, vaut vne fois & demie celuy qui est à la poincte. Mais, pour abbreger, Euclide l'a autrement enseigné en la sixieme du present. L'hexagone, second des pers, à l'aide de l'isoscele, duquel chaque angle de la base vaut deux fois & demi celuy qui est à la poincte. Pour l'octogone, trois fois & demi. Pour le decagone, quatre fois & demi: & ainsi de suite, pour les figures de costés pers. Et sur ceste matiere se treuuent infinies meditations.

Mais les figures de costés impers, sont d'autant plus malaisees à congnoistre, que plusieurs d'icelles se representent par nombres premiers: quels sont 3, 5, 7, 13, 17, & semblables. Mais de cecy nous en parlerons plus amplement vne autre fois, comme nous l'auons promis cy deuant. Toutesfois nous auons trouué bon d'en dire ce que nous en auons dit, en traictant de l'hexagone, qui est fort facile à entendre, & qui aussi est representé par le senaire, qui est le premier des parfaicts.

Correlaire.

Le costé de l'hexagone inscrit dans le cercle, est egal au demidiametre du cercle.

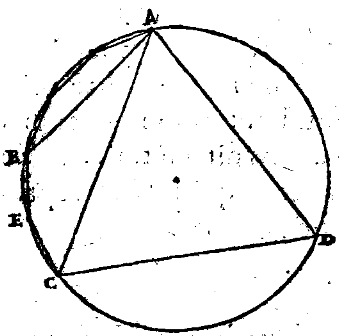
Cecy appert assez par l'une & l'autre demonstration: notamment par la seconde, qui employe le triangle equilatere, duquel les costés sont demidiametres.

Champagne adjouste icy, qu'Euclide n'a pas proposé de deſcrire vn hexagone equilatere & equiangle à l'entour d'un cercle, ny vn cercle dedans ou dehors l'hexagone : pource qu'il a eſtimé que ce luy eſtoit aſſez d'auoir traicte celà au pentagone, de la cõparaiſon duquel les autres figures equilateres ſe pourront accommoder au cercle, & le cercle à icelles. Il faut auſſi obſeruer cecy, que toute figure equilatere, inſcrite ou circonſcrite au cercle, a auſſi les angles egaux. Touchant l'inſcrite, il en appert par la vingtſeptieme & vingtſixieme du troiſieme: en prenant chaques deux arcs ſe joignans, ou contigus, leſquels les deux coſtés, qui contiennent l'angle, ſouſtendent. Touchant la circonſcrite, il ſe void, en tirant des lignes du centre du cercle à tous les angles de la figure & aux poincts de l'attouchement : comme il ſe void en la treizieme du preſent.

Nous noterons icy (ce que nous auons ja dit en la quarantesixieme du premier) qu'és figures de coſtés pers, les lignes ſont tirees des angles aux angles, par le centre : mais en celles de coſtés impers, des angles aux coſtés, par le centre.

PROBLEME 16. PROPOSITION XVI.

Deſcrire dans vn cercle donné vne ſuperfice de quinze coſtés egaux & equiangle.



Veuillons inſcrire dans le cercle dõné A B C D vne ſuperfice de quinze angles, equilatere & equiangle.

Suyuant la doctrine de la ſeconde & premiere du preſent, j'applique dans le cercle le coſté d'un triangle equilatere, lequel ſera A C: & par l'onzieme dudit j'y applique auſſi le coſté du pentagone, qui ſera A B, en l'arc A C.

Comme donc toute la circonference A B C D eſt de quinze ſegments egaux, de tels l'arc A B C, (tierce partie d'icelle,) eſt de cinq : & l'arc A B, qui eſt vne cinquieme, eſt de trois : & partant le remanent, B C, contiendra deux deſdits ſegments egaux. Diuiſons, par la trentieme du troiſieme, l'arc B C egalement au poinct E: Si ſera chacun des arcs, B E, E C, la quinzieme

zieme partie de la circonference. Si donc nous conjoignons les droites lignes B E & E C, ce seront deux costés du quindecangle equilatere. Et trois semblables s'en traceront en l'arc A B, comme nous l'auons dit : si que en l'arc A C se trouueront cinq quinziemes de toute la circonference. Lequel arc estant la troisieme partie d'icelle, les autres deux tiers, C D & D A, se diuiseront en autant & mesmes sections, desquelles les soustenses seront costés du quindecangle equilatere. Ce qu'il faloit faire.

Pareillement aussi, tout ainsi qu'au pentagone, si par les quinze poincts des diuisions egales du cercle, nous tirons des lignes qui le touchent, se descrira vn quindecanglo equilatere & equiangle à l'entour dudit cercle : & mesmes, suyuant ce que nous auons practiqué audit pentagone, dedans & entour vn quindecangle donné on pourra inscrire & circonscrire vn cercle.

Fin du quatrieme liure des Elements d'Euclide.

CINQVIEME LIVRE DES

ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE,

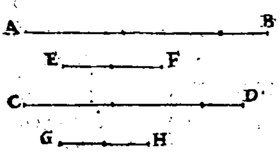
AVEC LES DEMONSTRATIONS DE JAQUES PELETIER, DU MANS.

DEFINITIONS.

PArtie, c'est vne grandeur moindre qu'vne grandeur plus grande, lors qu'vne moindre mesure vne plus grande.

En expliquant les *definitiõs de ce cinquieme*, nous nous seruirons des nombres. Celà nous sera permis au traicté des Principes, à fin de mieux faire comprendre. Aux demonstrations des Propositions, nous garderons la dignité Geometrique : car autre est la raison & la nature des continus, autre celle des discrets. En quelques vnes toutesfois nous ne serons pas si scrupuleux sçauoir est, quand nous nous seruirons du mot de quantité au lieu de celuy de grandeur ou magnitude : car combien que cestuy-cy soit plus peculier, & cestuy là plus general, toutesfois la Geometrie vsurpe indifferemment & l'un & l'autre.

Plusieurs ont estimé que partie se prend en cest endroit, pour celle qui diuise egalement le tout : sçauoir est, celle, qui estant prise je ne sçay combien de fois, parfait entierement le tout. Et à le prendre ainsi, le binaire ne peut estre partie du ternaire, ny du quinaire, ny de pas vn autre entier qui soit imper : mais seulement du quaternaire, senaire, & autres pers. Toutesfois, à mon jugement, ils se mescontent. Car il ne faut pas considerer les Proportions, sinon generalement. Et, comme me en la quantité Diſcrete, tout nombre eſt partie ou parties d'un plus grand: ainſi en la matiere des Proportions, toute magnitude eſt partie ou parties d'une plus grande, quand la Proportion eſt rationnelle, c'eſt à dire, qu'elle ſe peut expliquer par nombres. Mais on me dira, Euclide ne veut pas tellement definir partie, qu'elle ſe rapporte au tout: mais bien au multiple. Celà eſt bien vray: autrement n'euſt-il pas eſté beſoing de ceſte definition de partie, qui eſtoit aſſez congnue par ce qui a eſté deduit cy deuant. Mais Multiple ſe prend autrement qu'ils ne penſent. Car le quinaire eſt multiple du binaire, veu qu'il eſt double ſeſcuple d'iceluy, ou, ſi tu aimes mieux, double ſeſquiautre. Le ternaire auſſi eſt multiple du binaire, tout ainſi que l'unité l'eſt d'elle meſme. Mais pource qu'il eſt fort difficile, (principalement en enſeignant,) de diſtinguer, en leurs parties, les ſuperpartientes & les ſuperparticulieres, à cauſe de leur inegalité: és demõſtrations nous prenõs parties egales. Mais aux grandeurs, qui ne ſont pas miſes expres, les proportions



ſont fortuites. Partant, par exemple, ſi la ligne A B eſt double ſeſquiautre à la ligne E F: & la ligne C D auſſi double ſeſquiautre à la ligne G H: A B ſera equemultiple de ladite E F, comme C D de G H. Il faut donc prendre en ceſt endroit ce mot de partie, comme ſi tu diſois ſouſmultiple: & la conſiderer autant, qu'elle a à l'entier quelque raiſon qui ſe peut exprimer par nombre. Ce que le mot de Meſurer donne aſſez à entendre. De cecy s'enſuit la definition de multiple.

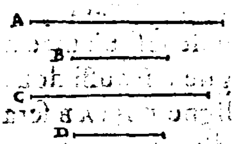
2 Multiple eſt la grandeur plus grande de la moindre, laquelle la moindre meſure.

C'eſte-cy eſt aſſez manifeſte par la cy deſſus. Car ces mots ſont mutuels, ou, comme l'on dit, relatifs. Le ſenaire donc, que le binaire meſure, voire & le quinaire, ſont multiples du binaire.

3 La raiſon, ou rapport de deux magnitudes de meſme genre, c'eſt vne certaine habitude entr'elles.

La raiſon ou proportion aduient aux magnitudes qui ſont de meſme genre : car comme perſonne ne pourra commodemẽt comparer le nombre auec le ſon, ny le temps auec le lieu: de meſmes ne pourra-il rapporter la ligne à la ſuperficie, ny la ſuperficie au ſolide : mais proprement on compare les lignes auec les lignes, les ſuperfices auec les ſuperfices, & les ſolides auec les ſolides. Or de ces rapports il y en a quelques vns qui ne ſont pas certains : car toute ligne a bien quelque rapport à quelque autre ligne, mais non pas certain. Et ces quantités ſ'appellent irrationales, incommenſurables, ou ſans communication : & telle eſt celle du coſté du quarré auec ſon diametre. Les raiſons ou rapports nommés, ce ſont ceux qui ſe peuuent exprimer par nombre, les denominations deſquels nous ſont fournies par les arithmeticiens.

4 Proportionalité, c'eſt la ſemblance des Proportions.



Comme ſi nous diſons, que telle proportion eſt de A à B, que de C à D : telle ſimilitude ou comparaiſon, ſ'appelle Proportionalité. Donques ceux qui ont tourné Proportion, au lieu de Proportionalité, ſe ſont meſcontés. Car ſi bien ailleurs, meſmes en Quintilien, analogie ſignifie Proportion, icy ce mot ſe prend pour la ſemblance des proportions, que nous appellons Proportionalité: eſtans contraints, pour nous mieux exprimer, d'vſer de mots propres & ſignificatifs, pluſtoſt que de ceux qui ſe trouuent receus & vſités par les bons auteurs.

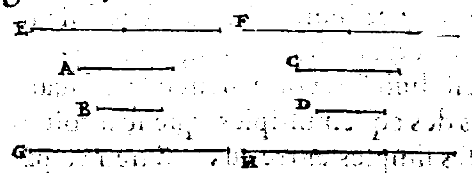
5 Les magnitudes ſont dites auoir rapport l'une à l'autre, lors qu'eſtans multipliees elles peuuent ſurpaſſer l'une l'autre.

Euclide ne pouuoit autrement expoſer la force & la ſubſtance du rapport qui eſt entre les magnitudes, qu'en vſant du mot de Multiplication, pour y enclorre les incommenſurables : car l'exces eſt l'indice de la comparaiſon des quantités. Puis donc que le coſté du quarré multiplié peut exceder le dia-

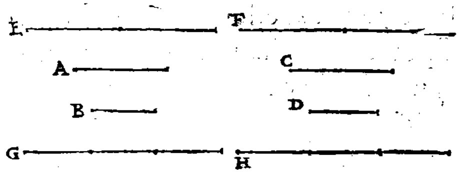
metre:

metre: & le diametre multiplié peut exceder la circonference: le costé aura rapport au diametre, & le diametre à la circonference, mais rapport incongnu. Et de ce lieu on peut assez recueillir, que l'angle, qu'Euclide appelle de contingence, ou d'attouchement, en la quinzieme du troisieme, n'est pas quantité : veu qu'estant multiplié il ne peut exceder aucune magnitude : voire mesmes ne peut estre multiplié : ainsi que nous auons là demonstré. Or prendrons-nous en ce lieu Multiplication, pour cest accroist qui se fait entre parties homogenees, ou de mesme genre. Car la ligne multipliee, c'est à dire accreuë par ses semblables, excedera la ligne : mais non pas la superfice, pource qu'elle n'a pas rapport à la superfice.

6 Les magnitudes sont dites estre en mesme rapport, la premiere à la seconde, comme la tierce à la quarte, lors que les equemultiples (ou pareillement egaux) de la premiere & de la troisieme, & aussi ceux de la seconde auec la quarte, sont le premier au second, & le tiers au quart, selon quelque multiplication que ce soit, ou ensemble egaux, ou ensemble plus grands, ou ensemble moindres.



Pource que és choses Geometriques se rencōtrent souuët des raisons ou rapports incongnus, ou sans nom : pour les prouuer, nous recerchons l'aide des equemultiples, lesquels nous comparons diuersement, à fin de pouuoir arriuer au but. La definition donc veut dire cecy : S'il y a quatre magnitudes, sçauoir est A premiere, B seconde, C troisieme, & D quatrieme : & soyent prises E & F equemultiples desdites A & C : & aussi G & H equemultiples aucunement de B & D : & que la chose en tumbe là, si E & G sont egales par ensemble, ou bien si l'un est plus grand que l'autre : aussi F & H seront egales par ensemble, ou l'une sera plus grande que l'autre. Lors A sera à B, comme C à D. A sçauoir, si E & F estans accreus au double, & G & H, par maniere de dire, au triple, soit E egale à G, & pareillement soit



F egale à H : ou si E est plus grand que G, soit de mesmes F plus grãd que H : ou s'il est moindre, moindre : & que celà se face tousiours, soit que les equemultiples se prennent ou par triple, ou par quadruple, ou par telle autre denominatiõ qu'on voudra: sans doute A sera à B comme C à D. Le sens donc de ceste definition est tel : Si les equemultiples de la premiere & de la troisieme, & les autres aussi de la deuxieme & de la quatrieme aucunement equemultiples, sont tels, que si le multiple de la premiere est egal au multiple de la seconde, le multiple aussi de la troisieme sera egal au multiple de la quatrieme : & s'il est plus grand, il sera plus grand : & s'il est moindre, il sera moindre : la premiere sera à la deuxieme, comme la troisieme à la quatrieme. Mais Euclide ne s'est pas exprimé en ceste façon, de peur que ceste definition ne sentist plustost son theoreme que son Principe. Encores moins a il ainsi parlé : Les magnitudes sont dites estre en vne mesme raison ou rapport, la premiere à la seconde, & la troisieme à la quatrieme, lors que les equemultiples de la premiere & de la troisieme, & aussi ceux de la seconde & de la quatrieme, seront le premier au second comme le troisieme au quatrieme. Car il eust defini vne chose non congnue par vne autre aussi peu congnue.

Mais on dira, Autant est difficile, voire, peut estre, dauantage, ceste egalité ou exces des equemultiples, que sçauroit estre la raison ou rapport des simples entre eux. Il n'en va pas ainsi : car la comparaison des plus grandes quantités est plus aisee à cause du nombre de leurs parties. Nous pouuons colloquer & accommoder les multiples selon qu'il nous plaist, & de leur artificielle construction recueillir la raison des simples. Dauantage, quand je compare deux magnitudes à deux magnitudes, toutesfois je ne compare qu'un à vn : sçauoir est vne raison à vne autre. Et ainsi je demeure dans le binaire. Mais quand je compare les multiples aux multiples, il faut que je considere le quaternaire, sçauoir est, le multiple de la premiere, de la seconde, de la troisieme, & de la quatrieme, auec leurs simples. Et le quaternaire s'estend plus loing que le binaire.

Puis

Puis donc que les equemultiples sont plus faciles à traicter, ce seroit à tort qu'on nous diroit, que nous demonstrons l'incongnu par ce qui est aussi peu congnu. Dauantage, puis que aussi tost nous aurons besoing de la proportionalité non continue, il en faloit necessairement faire mention au chapitre des Definitions, de peur qu'és demonstrations, qui suyuent, l'esprit des lecteurs ne fust surpris, voyant traicter ce dont il n'auoit oui parler au parauant. Que personne donc ne s'offense, si ce Principe est difficile. Car rien n'empesche, que les definitions ne soyent subtiles: principalement quand on definit vne chose impliquee, telle qu'est la raison des magnitudes. Quand on enseigne la Dialectique, n'aduient-il pas souuent que nous conceuons plustost, & plus promptement, ce qui est defini, que non pas sa definition? Qui est-ce qui oyant parler de l'homme, n'entendra plustost que c'est, que si l'on disoit, animal raisonnable? Mais quand nous voulons congnoistre quelle est la substance de l'homme, lors la definition nous instruit plus pleinement.

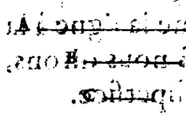
Or les magnitudes peuuent estre d'un mesme genre, & peuuent ne l'estre pas aussi. Car nous dirons, Comme la ligne à la ligne; ainsi la ligne à vne autre ligne: mais aussi nous dirons, comme la ligne à la ligne, ainsi la superfice à la superfice.

Et je ne veuil pas oublier à dire, qu'en ce lieu Euclide a parlé generalement, comme la premiere à la seconde, ainsi la tierce à la quarte: à fin que nous entendissions l'une & l'autre proportionalité, la continue & la non continue: car par tout il y a quatre magnitudes, en celle-cy expresses, en celles là non. Car quand nous disons de suite, comme A à B, ainsi B à C, il y a quatre magnitudes: car la magnitude B fait pour deux, quand elle suit, & quand elle precede. Partant ceux, qui ont defini la proportionalité continue separement, n'ont pas faict selon l'intention d'Euclide: comme Champagne a faict icy en sa cinquieme definition. Car Euclide n'a point en ce lieu particularisé ce qui estoit propre de chacune, les ayant en commun toutes deux comprises en ceste sixieme definition.

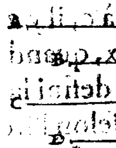
Or ce qu'il est dit, le premier au second, & le troisieme au quart: s'entend ainsi, que pour raison de l'inegalité ou exces, le multiple de la premiere se compare auec le multiple de la seconde, & le multiple de la troiſieme auec le multiple de la quatrieme : combien qu'au commencement il a falu conjoindre le multiple de la premiere auec le multiple de la troiſieme, & le multiple de la ſeconde auec le multiple de la quarte.

Nous auons expliqué ceſte definition le plus clairemẽt qu'il nous a eſté poſſible, pour oſter le different prouenu des definitions de ce cinquieme liure. Car ceux qui reprennent en icelles Champagne, ne le reprennent pas juſtement, à mon aduis. Car il n'a pas ignoré le ſens d'Euclide : mais comme il repete à chaque coup meſmes mots : (choſe ſeule quaſi, qui rend le traicté des proportions obſcur,) il s'eſt enueloppé en ſon diſcours : & ce, comme je croy, pource qu'il n'eſtoit pas dialecticien. Toutesfois nous laiſſons à chacun d'eſtimer de Champagne ce qu'il luy plaira, pendant que nous enſeignons geometriquement les Proportions.

7. Les magnitudes qui ſont en vne meſme raiſon, s'appellent Proportionales.



Les quantités, entre leſquelles il y a ſemblance de rapport (que nous auons cy deuant appellé Proportionalité,) s'appellent Proportionales. Comme, ſi A eſt à B comme B à C ; A, B, & C, ſeront proportionales. Et ceſte Proportionalité eſt continue ; car le rapport ou raiſon ſe continue entre chacune : pource que celle du milieu ſuit la premiere, & precede la troiſieme.



Que ſi A eſt à B comme C à D, ces quatre auſſi ſeront Proportionales, mais non continuement : pource que les deux ſont diſtinguees, & comme entrerompues. Car chacune a vne ſeule denomination, ou d'antecedente, ou de conſequente.

8 Quand le multiple de la premiere ſurpaſſera le multiple de la ſeconde : mais le multiple de la troiſieme ne ſurpaſſera pas le multiple de la quatrieme : il ſera dit, que la premiere a plus grand rapport à la ſeconde,

que

que n'a pas la troisieme à la quatrieme.

Ceste-cy est manifeste par la sixieme. A sçauoir, que de quatre magnitudes la proportion de la premiere à la seconde n'est jamais plus grande, que celle de la troisieme à la quatrieme, qu'il n'aduienne aussi, que quelques equemultiples de la premiere & de la troisieme, comparés à quelques equemultiples de la seconde & de la quatrieme, se portent en telle façon, que le multiple de la premiere excede le multiple de la seconde, & toutesfois le multiple de la tierce n'excede point le multiple de la quarte. Et cecy n'aduient jamais, qu'il n'y ayt plus grand proportion de la premiere à la seconde, que non pas de la troisieme à la quarte. Et ceste-cy est appellee la majeur improportionalité. Mais lors que le multiple de la premiere sera moindre que le multiple de la seconde, & que toutesfois le multiple de la troisieme ne sera pas moindre que le multiple de la quatrieme, la raison de la premiere à la seconde, sera moindre, que celle de la troisieme à la quarte. Et ceste-cy sera appellee la moindre improportionalité.

9 Du moins, la Proportionalité est en trois termes.

Pource que la comparaison de deux magnitudes, est seulement raison ou rapport, & non pas similitude de raison, c'est pourquoy deux magnitudes ne constituent pas la Proportionalité. Donques, elles doyuent estre trois, pour le moins. Lequel nombre fait tousiours la proportionalité continue. Quatre quantités peuuent bien aussi estre en la continue, sçauoir est, tant en nombre imper, que per. Mais en l'incontinue elles ne peuuent estre moins de quatre, ny ne peuuẽt estre en nombre imper. Ce qui estant attentiuement consideré, on trouuera qu'Euclide, induict par ceste raison, n'a pas separé la quantité continue de l'incontinue.

Toutesfois il se faut souuenir que le nombre per preside sur toute Proportionalité. Car quand je dis, comme A à B, ainsi B à C, la comparaison se fait de deux raisons, comme nous auons dit cy deuant. Et ainsi a voulu Euclide faire entendre la force du binaire.

10 Quand trois magnitudes seront Proportionales,

les, la proportion de la premiere à la troisieme se dira estre comme la proportion doublee de la premiere à la seconde.

Il definit la Proportionalité de trois quantités. De laquelle definition l'explication est telle. En la proportionalité de trois quantités se tient cachee la nature du quarré. Car autant produisent les deux termes extrémes entr'eux, comme fait le milieu en soymesme. Et pourtant, la proportion des extremes entr'eux, est le double de la proportion du premier au second. Ce qui ne se peut pas definiment exposer sans les nõbres. Soyent 2 à 4, comme 4 à 8. Ceste-cy est la proportionalité continue en raison double. Ie tire 2 en 8, en vient 16: & autant produit 4 en soymesme. Partant, par la definition, la proportion de 2 à 8 sera denommee du quarré du binaire, denommant la proportion du premier au second, sçauoir est quadruple. En la raison triple, soyent 2 à 6, comme 6 à 18. Ie tire en soymesme la denomination de la proportion du premier au second, sçauoir est 3: prouiennent 9, le denominateur de la proportion de deux à 18. Et c'est icy le sens de la definition: de laquelle se tire l'esmerueillable liaison du binaire, ternaire, & quaternaire. Car en trois quantités il s'y en trouue quatre: & de ceste affinité le binaire en est l'indice: duquel la proprieté est singuliere, d'autant qu'il fait autant estant doublé, qu'estant multiplié par soymesme. Et pourtant Euclide a dit la proportion doublee, comme s'il eust dit quarree: pource que le binaire est l'index du quarré: à fin que les autres denominations suyuissent la nature de la premiere: sçauoir est, que la triple proportion doublee, fust la mesme que multipliee en soy. Le binaire donc signifie le quarré, le ternaire le cube, le quaternaire le quarré-quarré, ou, comme l'on dit vulgairement, le censicense: le quinaire le sursolide, ou premier relat: & ainsi infiniment: ce que nous auons amplement exposé au premier liure de nostre Algebre. Quand donc nous comparons quantité à quantité, és nombres l'unité se represente: aux continues la ligne. La comparaison de trois quantités és nombres, nous represente le quarré: és continues, la superfice. Celle de quatre quantités, nous represente és nombres, le cube: és continues, le solide.

Et

Et ceste speculation s'estend infiniment. Et de là depend la suyuante definition.

11 Quand quatre magnitudes seront continuement proportionales, la proportion de la premiere à la quatrieme sera comme la proportion de la premiere à la seconde, triplee: & ainsi d'ordre d'une plus, jusqu'à ce que la proportionalité soit absoluë.

La proportionalité continue de quatre quantités, enclost en soy la nature du cube: comme celle de trois enclost celle du quarré, ainsi que nous sortons de dire. Or la marque du cube, c'est le ternaire. Partant la proportion de la premiere à la quatrieme, c'est la proportion de la premiere à la seconde, triplee: sçauoir est ayant multiplié cubiquement par soymesme le denominateur. Comme és nombres, soyent 2 à 4, comme 4 à 8, & 8 à 16. Le denominateur de la proportion, c'est 2. Ie multiplie donc cubiquement 2 en soy, prouiennent 8: & ainsi grande est la proportion du premier au quart: à sçauoir octuple, de 2 à 16. Que si nous posons cinq quantités, la proportion du premier au cinquieme sera quadruple de celle du premier au second. Que si six, elle sera quintuple: & ainsi de suite, jusqu'à ce qu'on soit venu au dernier per des magnitudes. Et tel est le sens de ceste definition. Mais pource que nature n'a rien qu'elle puisse exposer aux sens, si ce n'est le corps, on ne considere point les proportionaux en la Geometrie, outre quatre mises. Mais aux nombres, qui sont comme certains interpretes des choses continues, à fin de faire voir, que tout ce qui a forme est infini, les progressions des proportionalités s'estendent infiniment, & de toutes especes qui peuuent estre reiglees. Comme si, quoy que le sens soit fini, l'intellect neantmoins se void ne pouuoir estre terminé. Or a-il esté necessaire d'employer icy les nombres: car la raison double & triple sent son nombrer, & ne se peut deuuider sans les nombres.

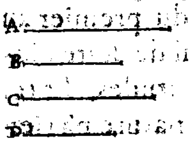
12 Les magnitudes sont dites estre de mesme raison, les antecedentes aux antecedentes, & les conse-

quentes aux conſequentes.

Il a cy deuant proposé la ſemblance des raiſons : ſçauoir eſt, la proportionalité : icy il appelle par leurs noms les magnitudes de ſemblable raiſon. comme s'il diſoit, Les magnitudes proportionales ſont ſignifiees, entant qu'elles precedent, ou qu'elles ſuyuent. A ſçauoir, on prend les equemultiples des antecedents, & les equemultiples des conſequents : à fin que d'iceux nous peuſſions recueillir la proportionalité des magnitudes. Euclide donc a mis ceſte definition, pour expliquer les termes de l'art, comme l'on dit. Mais les comparaiſons des antecedents & des conſequents, ſont de pluſieurs ſortes, leſquelles s'expliqueront és definitions ſuyuantes.

13 La raiſon permutee, ou alterne, eſt quand l'on prend l'antecedent comparé à l'antecedent, ou le conſequent au conſequent.

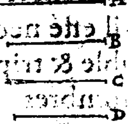
La premiere comparaiſon des magnitudes, qui, par naturelle prononciation, eſt d'un antecedent à ſon conſequent, comme de l'autre antecedent à ſon conſequent: ceſte comparaiſon,



dis-je, eſt la guide & origine des autres comparaiſons : & premierement de la permutee, en laquelle le ſecond antecedent ſe change au premier conſequent, & le premier conſequent au ſecond antecedent.

Comme ſi A à B eſt comme C à D : & qu'on vienne à conclurre, comme A à C, ainſi B à D. Ceſte raiſon s'appelle permutee.

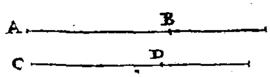
14 La raiſon conuerſe eſt, prendre le conſequent comme antecedent, & l'antecedent comme conſequent.



En ceſte-cy les deux conſequents ſont changés és deux antecedents, & au contraire. Comme ſi A à B eſt comme C à D : & on face ſa concluſion tout à rebours, B à A, comme D à C.

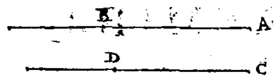
15 La raiſon conioincte ou composee, c'eſt prendre

dre l'antecedent auec le consequent, comme si ce n'estoit qu'un, pour le comparer au consequent.



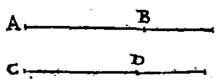
Comme si A à B est comme C à D : & on vienne à conclurre, que tout A B est à B comme tout C D à D. Et ceste raison s'appelle conjoincte, ou composee.

16 La raison desjoincte ou diuisee, c'est quand l'on compare aux consequents, les accroists ou augments des antecedents sur lesdits consequents.



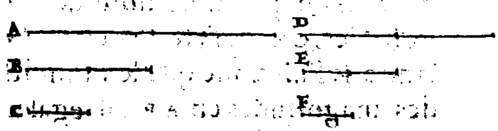
Comme, si tout A B est à B, comme tout C D à D : & on vienne à conclure, que A est à B, comme C à D. Et c'est la conuerse de la conjoincte.

17 La raison euerse est, quand les antecedents sont comparés auec les exces dont ils surpassent les consequents.

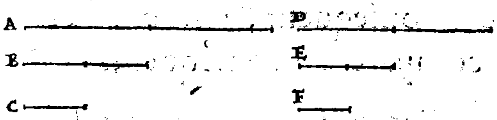


L'euersion de raisons est, quand l'antecedent est comparé auec la difference qu'il a auec le consequent. Comme si A B est à B, comme C D à D : & on vienne à conclurre, que comme A B est à A, ainsi est C D à C.

18 La raison egale est, quand plusieurs magnitudes prinses de costé & d'autre en nombre egal, & comparees deux à deux : & ostant nombre egal des milieux, se fait comparaison des extremes de part & d'autre.



Cõme si l'on prend les magnitudes A, B, & C : & encor autres en mesme nombre, D, E, & F : soit qu'elles soyent de mesme genre auec les premieres



ou non ; & que les secondes soyent en mesme raison entr'elles que les premieres : soit qu'elles soyent en mesme ordre : comme si l'on dit, A à B comme D à E, & B à C comme E à F : soit au rebours, comme si l'on dit, A à B comme E à F, & B à C comme D à E : & laissant tous les deux milieux, B & E, on conclue A à C comme D à F. Ceste raison d'argumenter s'appellera, d'Egale proportionalité.

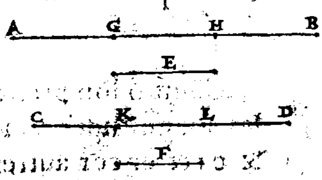
THEOREME PREMIER,

PROPOSITION PREMIERE.

SI quelques magnitudes sont equemultiples chacune à part d'autant d'autres magnitudes, autant que chacune est multiple de chacune, autant toutes sont multiples de toutes.

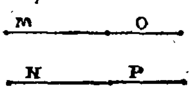
Soyent les magnitudes A B & C D, equemultiples d'autant d'autres magnitudes E & F : à sçauoir A B de ladite E, & C D de ladite F. Ie dis, que autant que A B est multiple de ladite E, & C D de ladite F : autant multiples sont les deux A B, C D, des deux E, F.

Car, puis que A B est equemultiple de ladite E, comme C D l'est de ladite F : autant que en A B il y a de magnitudes egales à ladite E, autant y en aura-il en C D egales à ladite F. Soyent donc en A B les magnitudes A G, G H, & H B, egales à ladite E : & en C D aussi soit pareil nombre de magnitudes, C K, K L, & L D, egales à ladite F. Puis donc que le nombre des magnitudes en A B est egal à celles qui sont en C D : & que A G est egale à E, & C K à F : par la comm



commune notion, les deux A G, & C K, prinſes enſemble, ſeront egales aux deux E & F prinſes enſemble. Et puis que G H eſt egale à E, & K L à F: les deux G H & K L prinſes enſemble, ſeront egales auſdits E & F prinſes enſemble. Et par meſme raiſon, H B & L D priſes enſemble, egales auſdites E & F prinſes enſemble. Autant donc que en A B il y a de magnitudes egales à E, & en C D egales à F: autant y en a-il en A B & C D prinſes enſemble, qui ſont egales à E & F prinſes enſemble. Donques, combien multiple eſt A B de E, & C D de F, autant multiples ſont A B, C D, deſdits E, F. Ce qu'il faloit monſtrer.

Mais quand nous aurons bien conſideré la force & la raiſon de ceſte premiere Propoſition, nous congnoiſtrons, qu'elle conſiſte toute entiere au commun jugement. Car, quand nous diſons, Si à choſes egales on adjouſte choſes egales, les choſes conjoinctes ſeront egales: rien autre n'eſt ſignifié, que l'egalité des proportions. Sçauoir eſt, ſi M eſt egal à N: & O egal auſſi à P: j'ay quatre quantités proportionales. Car M eſt à N, comme O à P.

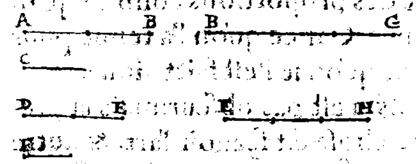


Si donc nous adjouſtons O à M & P à N: tout M O ſera egal à tout N P. Ainſi, quand je dis que A B eſt triple de E, & C D de F: je dis tacitement cecy, que ſi A B eſt adjouſtee à C D, & E à F: tout A B, C D, eſt triple de tout E, F. Ainſi l'egalité dreſſe & gouuerne toutes les eſpeces de proportions. Et comme l'egalité adjouſtee à l'egalité, conſerue l'egalité: ainſi la multiplicité, (s'il m'eſt permis d'ainſi parler) adjouſtee à la multiplicité, retient ſemblable proportionalité. Mais en quatre egales magnitudes, ou en pluſieurs, il ne chaut qui aille la premiere. Car quoy que l'ordre ſe change, la denomination pourtant ne ſe change point. Mais quand il ſe preſente inegalité, il y faut aduiſer plus diſtinctement. Car il eſt beſoing de plus grand ſoing és choſes, qui n'eſtans miſes par ordre, engendrent volontiers confuſion. Donques, la matiere des proportions conſiſte quaſi toute en la commune intelligence. Car ce qu'on l'a tenue pour tant difficile, celà eſt venu, pource qu'on ſe l'eſt faict ainſi à croire. Car le traicté des proportions n'eſt pas obſcur: mais la practique en eſt laborieuſe. Autre choſe eſt ſçauoir l'art, & autre de l'employer & s'en ſeruir. Comme au maniment des affaires, pluſieurs, en repos, diſcourent pertinemment, que c'eſt qu'on doit choisir pour le meilleur: mais quand ce vient au faict & au prendre, à grand' peine s'en trouue-il vn ou deux, qui se souuienne de practiquer ce qu'il a discouru si à propos. Euclide donc a rapporté en ce cinquieme liure plusieurs Propositions, qui deuoyent estre mises entre les Principes. mais il l'a faict à desseing, à fin de faire entendre, que bien que les Propositions soyent clairement donnees à entendre, la practique d'icelles ne laisse pas d'estre difficile. Que donques ceux qui veulent practiquer la Geometrie à bon escient, feuillettent diligemment ce liure. Car la Geometrie, quelque ample qu'elle soit, consiste toute en proportions: & n'a autre but, sinon de joindre & comparer les lignes aux lignes, les superfices aux superfices, & les corps aux corps. Et nous auons jugé n'estre pas hors de propos de nous estendre en ce discours, en ceste premiere Proposition.

THEOREME 2, PROPOSITION II.

Si la premiere est egalement multiple de la seconde, comme la troisieme de la quatrieme: & que la cinquieme soit equemultiple de la seconde, comme la sixieme de la quatrieme: la premiere aussi & la cinquieme seront equemultiples de la seconde, comme la troisieme & sixieme de la quatrieme.

En ceste Proposition il s'agit de six magnitudes. Soit donques A B la premiere, C la seconde, D E la troisieme, F la quatrieme, B G la cinquieme, & E H la sixieme: & que la premiere A B soit equemultiple de la seconde, comme la troisieme D E l'est de la quatrieme F: Et derechef que la cinquieme B G soit equemultiple de ladite seconde C, comme la sixieme E H l'est de ladite quatrieme F. Ie dis que la composee de la premiere & de la cinquieme, sçauoir est A G, est equemultiple de ladite seconde C, comme la composee de la troisieme & de la sixieme, sçauoir est D H, l'est de ladite quatrieme F.



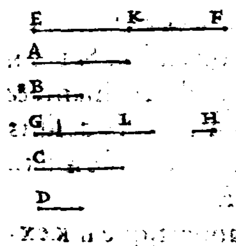
Car,

Car, puis que A B est equemultiple de C, comme D E l'est de F : autant qu'il y a de magnitudes en A B egales à ladite C, autant y en a-il en D E egales à ladite F. Derechef, puis que B G est equemultiple de ladite C, & E H de ladite F : autant qu'en B G il y a de magnitudes egales à ladite C autant y en a-il en E H egales à F. Donques, autant qu'il y a de magnitudes en toute A G egales à ladite C, autant y en a-il en toute D H egales à ladite F. De quant multiple donc est la composee A G, de ladite seconde C, autant multiple est, par l'antecedente, la composee D H, de ladite quatrieme F. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 3, PROPOSITION III.

Si le premier est equemultiple du second, comme le troisieme l'est du quatrieme : & qu'on prenne des equemultiples du premier & du troisieme, le multiple du premier sera aussi equemultiple du second, & le multiple du troisieme equemultiple aussi du quatrieme.

Icy encor entreviennent six magnitudes. Car soit le premier A equemultiple du second B, comme le troisieme C l'est du quatrieme D : & que les equemultiples de A & C soyent pris, sçauoir est E F & G H. Ie dis que E F est equemultiple dudit B, comme G H l'est de D.



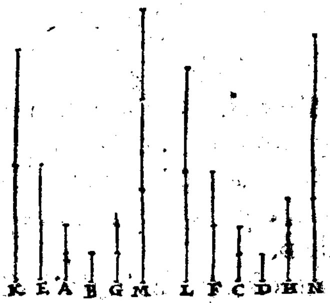
Car, puis que E F est equemultiple dudit A, comme G H l'est dudit C : autant qu'en E F il y a de magnitudes egales à ladite A, autāt y en a-il en G H egales à ladite C. Soyent donques mises en E F les magnitudes E K & K F egales à ladite A : en G H autrestant de magnitudes G L & L H, egales à ladite C. Et d'autant que A est equemultiple de B, comme C l'est de D : aussi E K sera equemultiple dudit B, comme G L l'est de D. Et, par mesme raison, K L est equemultiple de la mesme B, & L H de la mesme D. Puis donc que, comme le pose la seconde du present, le premier E K est equemultiple de B, comme G L l'est de D quatrieme. Et aussi que le cinquieme K F, est equemultiple de B second,

cond, comme le sixieme L H l'est dudit D quatrieme: Donques le composé, premier & quatrieme, E F, par la mesme, sera equemultiple de B second, comme le troisieme & sixieme, G H, l'est dudit D quatrieme. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEORÈME 4, PROPOSITION IIII.

Si le premier a mesme raison au second, que le tiers au quart: & que les equemultiples du premier & du troisieme soyent pris: comme aussi ceux du deuxieme & du quatrieme: aussi lesdits equemultiples, selon quelque multiplication que ce soit, auront entr'eux la mesme raison.

Soit vne mesme raison de A premier à B second, & de C troisieme à D quatrieme: & soyent equemultiples E à A & F à C: & aussi G à B & H à D. Ie dis que E est à G comme F à H.



Soyent pris ces equemultiples, à sçauoir K à E & L à F: & aussi M à G & N à H: Et pource que E & F sont les equemultiples de A & C: & aussi K & L desdits E & F: par l'antecedente K & L seront equemultiples desdits A & C: &, par la mesme, M & N seront aussi equemultiples desdits B & D: Partant, par la conuersion de la sixieme definition, K à M & L à N se porteront de mesme façon, en adjoustant, descroissant, & rendant egal. Puis donc que K & L sont equemultiples desdits E & F, & aussi M & N desdits G & H, par la mesme directe E sera à G comme F à H. Ce qu'il faloit demonstrer.

Lemme, ou assomption. Puis donc qu'il appert, que si K excede M, L aussi excedera N: & s'il est egal, il sera egal: & s'il est moindre, il sera moindre: & partant, si M excede K, N aussi excedera L: & s'il est egal, il sera egal: & s'il est moindre, il sera moindre: De cecy appert, qu'il y aura mesme raison de G à E, que de H à F. Et d'icy s'ensuit:

Si quatre magnitudes sont proportionales, elles seront

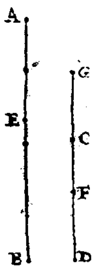
ront aussi proportionales, estans prises à rebours.

C'est à dire, si A est à B comme C à D: il s'ensuit ausi, que comme B est à A, ausi sera D à C. Ceste-cy donc preuue la raison conuerse, laquelle Euclide auoit mise en la quatorzieme definition.

THEOREME 5, PROPOSITION V.

Si vne magnitude est equemultiple d'une autre magnitude comme l'ostee l'est de l'ostee, le reste aussi sera autant multiple de l'autre reste, comme la totale de la totale.

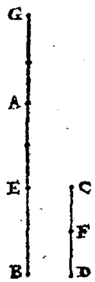
Soit toute A B equemultiple de toute CD, comme l'ostee A E de l'ostee C F. Ie dis que le reste E B sera autant multiple du reste D F, que la toute A B l'est de la toute C D.



Autant multiple qu'est A E de ladite C F, autant multiple soit E B de ladite C G. Si sera, par la premiere du present, autant multiple qu'est A E de ladite C F, autant multiple aussi A B de ladite G F. Mais autant multiple qu'est A E de ladite C F, autant multiple l'est A B de ladite C D, par l'hypothese. Donques A B est equemultiple de l'une & l'autre G F & C D. Partant, par la commune notion, G F sera egale à ladite C D: ostant donc la commune C F: le reste G C sera egal au reste F D. Mais E B a esté mise equemultiple de ladite G C, comme A E l'est de ladite C F. Donques E B est autant multiple de ladite F D, que A E est multiple de ladite C F. Mais, par l'hypothese, A E est autant multiple de ladite C F, comme la toute A B de la toute C D. Donques E B sera autant multiple de ladite F D, comme la toute A B de la toute C D. Ce qu'il faloit demonstrer.

Ceste demonstration, comme elle est vulgaire, aussi est elle certaine. Toutesfois, pource qu'Euclide demande ce qu'il n'a pas encor enseigné: à sçauoir que E B soit autant multiple de ladite C G, que A E est multiple de ladite C F: l'affaire n'est pas sans scrupule, principalement à ceux qui examinent les choses plus diligemment. Car si, par exemple, la ligne A E estoit triple de ladite C F: par quel moyen E B sera-il faict triple de ladite C G, veu qu'Euclide n'enseigne pas cecy, sinon en la douzieme du sixieme? Car il est vn peu dur, que nous soyons contraints de faire ou accorder, ce qu'il nous faut apprendre par apres.

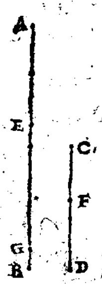
Nous viendrons au deuant de ceste objection, en disant que ceste diuision est icy receuë seulement pour enseigner: sçauoir est, à fin que la demonstration aille son train, non pas qu'elle soit du tout necessaire pour l'usage present. Car nous posons bien vne ligne egale à vne autre ligne, quoy que nous n'ayons pas encor appris ceste equation. Les hypotheses sont libres, à fin de pouuoir iecter les fondements des disciplines.



Mais aussi nous pourrons euiter ce scrupule en ceste façon. Soit la magnitude A B equemultiple de la magnitude C D, comme l'ostee A E l'est de l'ostee C F. Ie dis que le reste E B est equemultiple du reste D F, comme la toute A B l'est de la toute C D.

Autant multiple qu'est A E de ladite C F, autant multiple soit mise A G de ladite F D. Si sera, par la premiere du present, autant multiple E G de ladite C D, qu'est A E multiple de ladite C F. Mais ainsi multiple a esté A B de ladite C D. Donques E G & A B sont egales. Que la commune A E soit ostee, A G sera egale à ladite E B. Et pource que comme A E est à C F (& partant, comme A B à C D) ainsi est A G à F D: aussi sera E B à C F, comme A B à C D. Ce qu'il faloit demõstrer.

C'est donc autre chose, copper en parties necessaires vne ligne terminee & geinee, (telle qu'est icy E B,) & autre chose, creer des parties egales à vne ligne terminee, telle qu'est F D, comme en A G. Toutesfois je n'ay pas voulu obmettre la demonstration des autres, pource qu'elle est subtile, & aiguise l'esprit à en trouuer de semblables.



Nous le prouuerons aussi par l'impossible. Soit toute A B autant multiple de C D, qu'est l'ostee A E de l'ostee C F. Ie dis que le reste E B est autant multiple de D F, qu'est la toute A B à la toute C D.

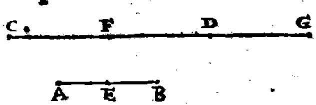
Car si elle n'est autant multiple, il y aura en E B ou plus ou moins de magnitudes egales à ladite F D, qu'il n'y en a en A E egales à ladite C F. Qu'il y en ayt donc plus, si faire se peut. Et soit mise E G autant multiple de ladite F D, comme est A E de ladite C F. Si sera, par

la prem

la premiere du present, autant multiple A G de ladite C D, que est A E de ladite C F. Mais A B a esté posee autant multiple de ladite C D, qu'est ladite A E de ladite C F. Donques, par la commune Notion, A G sera egale à ladite A B, la partie au tout. Ce qui est absurde. Par semblable discours nous prouuerons, qu'il ne peut pas auoir moins de magnitudes en E B egales à ladite F D, qu'il y en a en A E egales à ladite C F. Elles sont donques pareilles en nombre: & tout autant aussi qu'il y en a en la toute A B egales à la toute C D. Ce qu'il faloit demonstrer. Champagne couche ce Theoreme en ces termes:

S'il y a deux quantités, desquelles l'une soit partie de l'autre: & que de chacune d'icelles on en retranche ladite partie: le reste sera equemultiple du reste, comme la toute de la toute.

Il prend en cest endroit partie pour sousmultiple. Soit donques la quantité A B la tantieme partie de la quantité C D, quantieme est E B de ladite A B: & soit A B retranchee de la quantité C D, & que le reste soit F C: à fin que F D soit egale à A B. Soit aussi retranchee E B de la quantité A B, & que le reste soit E A. Ie dis que le reste F C est autant multiple du reste A E, que tout C D est multiple de tout A B.



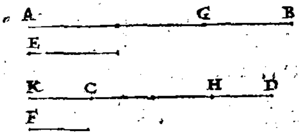
Car puis que F D est egale de A B, F D sera ainsi multiple de E B, comme C D l'est de A B. Ie mettray donc D G autant multiple de A E, que F D est multiple de E B. Si sera, par la premiere du present, F G autant multiple de A B, que F D l'est de E B: Et pource que C D a esté ainsi multiple de A B, comme F D multiple de E B: chacune des deux quantités C D & F G sera egalement multiple de la quantité A B. Partant, par la commune Notion, C D & F G sont egales: Ostans donc F D de chacune, C F sera egale à D G. Et pource que D G a esté ainsi multiple de A E, comme F D a esté multiple de E B: partant, comme A B est multiple de E B: & partant aussi, comme C D est multiple de A B: C F sera ainsi multiple de A E, comme toute C D de toute A B. Ce qu'il faloit demonstrer.

E E THEOR

THEOREME 6. PROPOSITION VI.

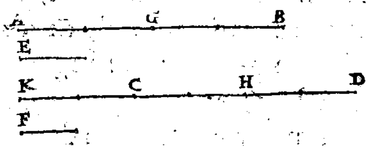
Si deux magnitudes sont equemultiples de deux magnitudes, & qu'on en oste quelques vnes equemultiples des mesmes : les restes seront ou egales ausdites, ou equemultiples d'icelles.

Soyent deux magnitudes, sçauoir est A B equemultiple de la magnitude E : & C D equemultiple de la magnitude F : & A G & C H, ostees d'icelles, soyent aussi equemultiples desdites E & F. Ie dis que les restes, G B & H D, sont egales ausdites E & F, ou equemultiples d'icelles.



Premierement donc soit G B egale à E. Ie dis que H D est aussi egale à ladite E. Posons C K egale à F. Et pource que A G est equemultiple de ladite E, comme C H l'est de F : & G B egale à E, & C K à F : donques, par la premiere du present, A B sera equemultiple de E, comme H K l'est de F. Or A B est posé equemultiple de E, comme C D l'est de F. H K donques est egale à ladite C D. La commune C H, soit ostee. Le reste C K sera egal au reste H D. Mais F est egal à C K. Partant F est egale à H D. Ce qu'il faloit monstrer.

Que si G B est multiple de ladite E, je mettray C K equemultiple de ladite F. Si sera, comme au parauant, A B equemultiple de ladite E, comme H K de F, & ce par la premiere du present.



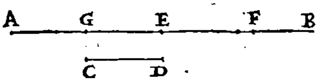
Mais aussi A B a esté posee equemultiple de E, comme C D de F. Donques H K est egale à C D. Ostant donc la commune C H, le reste C K sera egal au reste H D. Partant, puis que C K est equemultiple de ladite F, comme G B l'est de E, H D sera aussi equemultiple de F, comme G B l'est de E. Ce qu'il faloit demonstrer.

Ceste demonstration, de plein abord, semblera ne pas satisfaire à l'intention d'Euclide. Car, dira l'aduersaire, je nie que l'ostee G B puisse estre egale à E : je nie aussi qu'elle puisse estre multiple d'icelle. Prouue le donc.

Mais à qui y regardera de pres, cecy n'a pas besoing de preuue.

ue. Car puis que A B est multiple de E : il y aura en A B quelques magnitudes egales à ladite E. Et puis que A G est aussi multiple de ladite E : il y aura aussi en A G quelques magnitudes egales à ladite E, mais moins qu'en A B. Il faudra donc, ou que le reste G B soit egal à ladite E, ou multiple d'icelle.

Toutesfois, à fin que nous donnions vne demonstration accomplie : Soit la magnitude A B, multiple de la magnitude C D

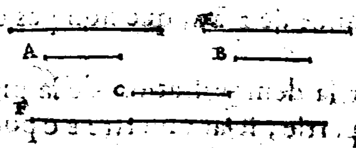


d'egales parties (c'est à sçauoir, que C D soit contenu je ne sçay combien de fois en A B, tellement qu'il n'y reste rien.) Et de A B soit ostee A E, qui soit multiple par egales parties de ladite C D. Ie dis que le reste E B, est ou egal audit C D, ou bien multiple d'iceluy par egales parties.

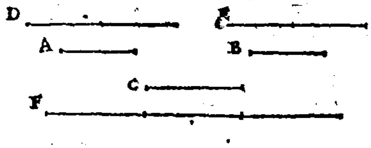
Car s'il n'est ny egal, ny multiple, posons E F egale à ladite C D, si que le reste F B soit moindre que C D, si faire se peut. Et soit diuisee A E en magnitudes egales à ladite C D : sçauoir est en A G & G E. Puis donc que A G, G E, & E F sont egales à ladite C D, mais F B est moindre qu'icelle C D : il s'ensuit que la toute A B n'a pas esté diuisee en parties egales à ladite C D. Elle n'est donc pas multiple d'icelle par egales parties : ce qui est contre l'hypothese. I'adjouste, *par egales parties*, pource qu'au commencement des definitions nous auons dit, que ce mot de *Multiple* s'estend aussi à l'inegalité. Mais en enseignant, nous prenons des multiples egaux, à fin d'estre plus faciles. Car la diuision des inegaux (sçauoir est, des surpartientes & surparticulieres) est ennuyeuse & obscure. Et toutesfois & en l'un & en l'autre il y a mesme raison.

THEOREME 7, PROPOSITION VII.

Les magnitudes egales ont mesme raison à vne mesme : & vne mesme magnitude a mesme raison aux egales.



Soyent A & B magnitudes egales : & C quelque autre magnitude. Ie dis que chacune desdites A & B, a vne mesme raison à ladite C : & que C a la mesme rai-



ſon à chacune d'icelles.

Prenons D & E, qui ſoyent equemultiples deſdites A & B : & prenons auſsi F, qui ſoit aucunement multiple de C. Puis donc que D eſt equemultiple de ladite A, comme E l'eſt de B : & que A eſt egale à ladite B : donques, par la commune Notion, D ſera egale à E. Si donc D excede F, E auſsi excedera ladite F : & ſi elle eſt egale : elle ſera egale : & ſi moindre, moindre. Donques A à C ſera, comme B à C, par la ſixieme definition du preſent. Qui eſt pour le premier poinct.

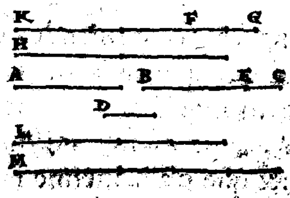
Ie dis auſsi que C a vne meſme raiſon à chacune deſdites A & B. Car, les meſmes poſés, par la commune Notion, D ſera egale à E. Si donc F excede D, elle excedera auſsi E : & ſi elle eſt egale, elle ſera egale, & ſi moindre, moindre. Partant, par ladite ſixieme definition, C ſera à A, comme C à B. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Ce dernier ſe pourra plus brieuement demonſtrer. Car s'il conſte, que E ſoit à C, comme D à C : au rebours auſsi, & par le correlaire de ceſte quatrieme, C ſera à B, comme C à A. Ce Theoreme eſt de ceux que l'on peut mettre entre les notions d'eſprit.

THEOREME 8, PROPOSITION VIII.

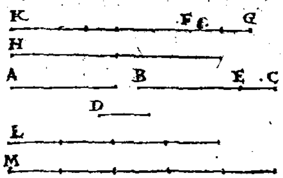
Des magnitudes inegales, la plus grande a plus grand' raiſon à vne meſme, que n'a pas la moindre : & la meſme a plus grand' raiſon à la plus petite, que non pas à la plus grande.

Soyent deux magnitudes inegales A & B C, deſquelles la plus grande eſt B C : ſoit auſsi D vne troiſieme magnitude. Ie dis que la raiſon eſt plus grande de B C à D, que non pas de A à ladite D : & au contraire, que la raiſon eſt plus grande de D à A, que non pas de D à B C.



Pour la demonſtration de la premiere partie, il faut mettre B C pour premiere, D pour ſeconde : A pour troi troisieme,& derechef D pour quatrieme. Puis il faut constituer les equemultiples de la premiere & de la troisieme, & encor de la seconde & de la quatrieme, de telle façon, que le multiple de la premiere excede le multiple de la seconde, mais le multiple de la troisieme n'excede pas celuy de la quatrieme, suyuant ce qui est dit en la huictieme definition. Ce qui se fera ainsi. Puis que B C est plus grande que A, je mettray B E egale à ladite A:& multiplieray egalement l'une & l'autre partie E C & E B jusques à ce que de E C prouienne vne quantité plus grande que D, laquelle soit F G: & de E B vne quantité qui ne soit moindre que ladite D, laquelle soit F K. Si sera,(à cause de l'egale multiplication) F K autant multiple de E B, que F G est multiple de E C: & partant, par la premiere du present, toute G K sera equemultiple de B C, comme F K l'est de E C. D'auantage, je mettray H autant multiple de A, comme G K l'est de B C,& partant comme F K l'est de E B. Si seront F K & H egales: veu que leurs sousmultiples ont esté posees egales. Puis donc que F K n'est pas moindre que D: H aussi ne sera pas moindre que D. Maintenant je multiplie D jusqu'à ce qu'il prouienne vne quantité prochainement majeur que H. Sçauoir est, je pren le double dudit D: puis le triple:& derechef plus d'un, jusqu'à ce qu'il prouienne la quantité M prochainement majeur que H. En apres je pren vne quantité multiple de D, qui soit prochainement moindre que la multiple M, laquelle soit L: si que M soit composee de L & de D. Si sera L non moindre que H, puis que M est prochainement majeur que ladite H. Et veu que H est egale à F K, F K ne sera pas moindre que L: F K aussi & D, ne seront pas moindres que L & D, & partant non moindres que M. Et pource que F G est plus grande que D, toute G K sera plus grande que M. Et puis que G K & H ont esté prinses equemultiples de la premiere B C, & de la troisieme A: & que à la deuxieme & à la quatrieme (qui est la mesme D) M a esté prise equemultiple en guise de deux: & que G K, multiple de la premiere excede M multiple de la seconde, combien que H, multiple de la troisieme, n'excede point ladite M multiple de la quarte: par la huictieme definition de ce liure, la proportion de B C à D, sera plus grande que de A à la mesme D. Qui est pour le premier.

Le second aussi se demonstre par la mesme definition, renuersant

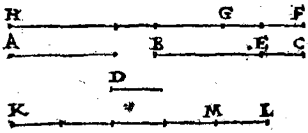


uersant l'ordre des magnitudes: tellement que D soit la premiere, A la seconde: D derechef la troisieme, & B C la quatrieme. Car M, multiple de la premiere, excede H multiple de la seconde: & toutesfois la mesme M, multiple de la troisieme, n'excede point G K multiple de la quatrieme. Partant la proportion est plus grande de D à A, que de D à B. Et ainsi est manifeste toute la Proposition.

Nous auons vn peu esclarci ceste Demonstration de Champagne, qui ja estoit vn peu plus claire que celle de Theon: laquelle toutesfois ne laisse pas d'estre encor obscure. En quoy je ne peux que je ne m'esmerueille, puis que les Propositions de ce cinquieme liure sont mises comme en la commune intelligence, ainsi que nous l'auons ja dit cy deuant, & mesmes que de plein abord elles semblent engendrer en nos esprits quelque consentement, je ne puis, dis-je, que je ne m'esmerueille, que leurs demonstrations soyent ainsi enueloppees. Nous auons donc derechef esclarci & abbregé ce passage.

Soyent deux magnitudes, A & B C, desquelles B C est la plus grande: soit aussi D vne troisieme magnitude telle quelle. Ie dis qu'il y a plus grand' raison de B C à D, que de A à D.

Soyent entendues, comme au parauant, B C premiere, D seconde, A troisieme, & derechef encor D pour quatrieme. Et qu'on leur cerche des equemultiples en ceste façon. Puis que B C est plus grande que A, je fais E B egale à ladite A: Et multiplie egalement & de telle façon l'une & l'autre



E C & E B, que de E C il en prouienne vne quantité plus grande que D: laquelle soit F G: & de E B vne autre quantité, qui ne soit moindre que ladite D: laquelle sera G H. Si sera (à cause de l'egale multiplication) G F equemultiple de ladite E C, comme G H de ladite E B: & partant, par la premiere de ce liure, G H est autant multiple de ladite E B, & par consequent de ladite A, que la toute F H l'est de la toute B C. I'ay donc F H equemultiple de ladite B C premiere, & G H de ladite A troisieme. Maintenant je multiplie D jusqu'à ce qu'il prouienne vne quantité pro-

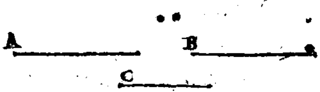
chain

chainement majeur que G H: à sçauoir je prens le double de ladite D, puis le triple, & ainsi de suite vn de plus. Et prolonge K L, qui sera la premiere multiple, plus grande que ladite G H: & de K L je retranche L M simple & egale à ladite D. Donques K L est aucunement multiple de ladite D, comme de deux, entant que D est seconde & quatrieme. Et pource que K L est prochainement majeur de G H: ladite G H ne sera pas moindre que K M. Et puis que F G est plus grande que D, & L M est egale à ladite D: F H, multiple de la premiere, excedera K L multiple de la seconde. Mais puis que K L a esté mise plus grande que G H: ladite G H, multiple de la troisieme, n'excedera point K L multiple de la quatrieme. Partant, par la huictieme definition de ce liure, il y a plus grand' raison de B C à D, que de A à D. Qui est la premiere partie du theoreme.

L'autre partie a esté maintenant prouuee: sçauoir est, par la mesme definition, renuersant l'ordre des magnitudes & des multiples.

THEOREME 9, PROPOSITION IX.

Les magnitudes, qui ont vne mesme raison à vne mesme, sont egales entr'elles: Et celles là aussi sont egales, ausquelles vne mesme magnitude a mesme raison.



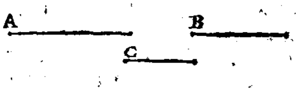
Qu'il y ayt vne mesme raison des magnitudes A & B à la magnitude C. Ie dis que A & B sont egales. Et au rebours, si C a mesme raison à l'une & à l'autre, je dis aussi qu'elles sont egales. C'est la conuerse de la septieme de ce liure.

La premiere se preuue ainsi. Car si elles ne sont egales, l'une d'icelles sera plus grande; prenons que ce soit A. Si sera, par la premiere partie de l'antecedente, la raison de A à C, plus grande que de B à C, contre l'hypothese. Et la seconde se prouuera aussi ainsi: Si A est plus grand que B, par la seconde partie de l'antecedente, la raison de C à B sera plus grande que celle de C à A, contre l'hypothese.

THEOREME 10, PROPOSITION X.

Celle de deux magnitudes est plus grande, laquelle a vne plus grand' raison à vne mesme. Et celle de deux magnitudes est moindre, à laquelle vne mesme a plus grand' raison.

Si la raison de A à C est plus grande que de B à C: je dis que A est plus grande que B. Que si la raison de C à B est plus grande que de C à A: je dis au rebours que B sera moindre que A. C'est la conuerse de la huictieme.

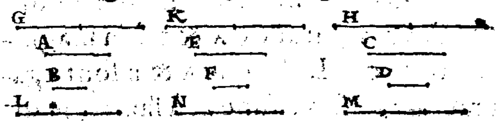


Le premier chef se preuue par la premiere partie de la septieme, & par la premiere partie de la huictieme. Car, par la premiere partie de la septieme, A ne sera pas egale à B: & par la premiere partie de la huictieme, elle ne sera pas moindre. Le second chef se preuue par les secondes parties des mesmes.

THEOREME II, PROPOSITION XI.

Les raisons qui sont egales à vne mesme, sont aussi egales entr'elles.

Soit la raison de A à B, & la raison de C à D, chacune egale à la raison de E à F. Ie dis que les deux raisons de A à B, & de C à D, sont egales: à sçauoir que A est à B comme C à D.



Soyent equemultiples G à A, H à C & K à B: & aussi autres equemultiples aucunemẽt, sçauoir est, L à B, M à D, & N à F. Et pource que on pose E à F, comme A à B, & comme C à D: il se verra, par la conuerse de la sixieme definition prinse deux fois, que si K excede N, G excedera aussi L, & H excedera M: & si K est egale à N, G aussi le sera à L, & H à M: & si K est moindre que N, G aussi sera moindre que L, & H que M. Si donc G excede N, H ausi excedera M: & si G est egal à N, ou moindre, H ausi sera egal à M, ou moindre. Partant, par la sixieme definition, comme A est à B, ainsi le sera C à D. Ce qu'il faloit prouuer.

Icy se demonstre vn mesme par vn mesme, comme l'on dit. Car aussi est confessee la comparaison des simples, comme

l'exces

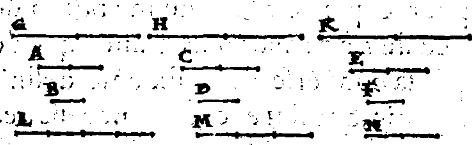
l'exces ou egalité des equemultiples. Combien que je ne veuille pas nier, qu'on ne le puisse prouuer autrement. Mais à quoy bon celà, puis que c'est vne notion de l'esprit, qui est contenue sous ce principe: Les choses qui sont egales à vne mesme, sont aussi egales entr'elles? Ce qui certes est tellement general & vniuersel, qu'en tout art, en toute espece, & en tout exercice d'esprit que ce soit, il porte tousiours auec soy sa preuue & son acquiescement. Mais nous auons ja commencé à soustenir ceste façon en la premiere du present.

THEOREME 12, PROPOSITION XII.
Selon Champaigne 13.

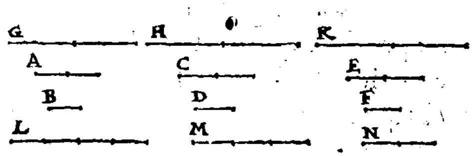
Si chacune de quelques magnitudes a mesme raison à chacune de quelques autres magnitudes: comme vne des premieres est à vne des dernieres, ainsi toutes les premieres seront à toutes les dernieres.

Ce que la premiere a traicté des multiples, ceste cy le dit de toutes sortes de magnitudes.

Soyent A, C, E, magnitudes separees, qui ayent mesme raison à B, D, F, aussi magnitudes distinctes, ou separees: sçauoir est, comme A à B, ainsi C à D, & E à F. Ie dis, que comme A est à B, ainsi toutes ensemble A C E, sont à B D F toutes ensemble.



Soyent prinses G, H, K, equemultiples de A, C, E: & L, M, N, equemultiples aussi comme se veuille, de B, D, F. Si sera, par la premiere de ce liure, tout ce qui est de G, H, K, autant multiple de tout ce qui est de A, C, E, comme G est multiple de A: semblablement tout ce qui est de L, M, N, autant multiple de tout ce qui est de B, D, F, comme L l'est de B. Et, par la conuerse de la sixieme definition prinse deux fois, si G excede L, H excedera aussi M, & K excedera N: & si les premiers sont egaux ou moindres, les autres seront aussi ou egaux ou moindres. Partant, par la commune notion, si G excede L, tout ce qui est de G, H, K, excedera aussi tout ce qui est de L, M, N: & si



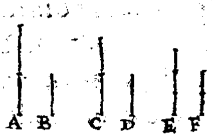
G, & L, sont egales : les tous serõt aussi egaux: & si G est moindre, le tout de G, H, K, sera aussi moindre. Donques, par la mesme definition, comme A est à B, ainsi sera le tout de A, C, E, au tout de B, D, F. Ce qu'il faloit prouuer.

THEOREME 13, PROPOSITION XIII.

Selon Champaigne 12.

Si la raison de la premiere à la seconde, est de mesmes que celle de la troisieme à la quatrieme : mais la raison de la troisieme à la quatrieme soit plus grande, que celle de la cinquieme à la sixieme: aussi la raison de la premiere à la seconde, sera plus grande que de la cinquieme à la sixieme.

Soit la mesme raison de A à B, que de C à D : mais plus grande de C à D, que de E à F. Ie dis, qu'aussi plus grande est la raison de A à B, que de E à F.



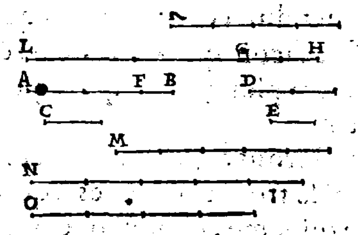
Ie prendray G equemultiple de A, & H de C. Et encor autres equemultiples de L à B, de M à D, & de N à F.

Et pource que c'est vne mesme raison de C à D, que de A à B : mais plus grande que de E à F : par la conuerse de la sixieme definition il se void, que si H excede M, necessairement G excedera L. Mais, par la conuerse de la huictieme definition, si H excede M, K n'excedera pas necessairement N. Donc, si G excede L, K n'excedera pas necessairement N. Partant, plus grande est la raison de A à B, que non pas de E à F. Ce qu'il faloit prouuer.

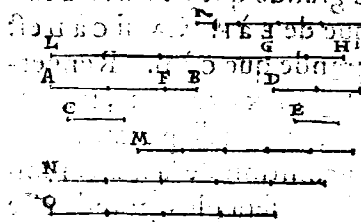
Tout cecy n'est rien autre, sinon, que, si deux sont egaux entr'eux, & quelcun d'iceux est plus grand qu'un troisieme, l'autre aussi sera plus grand que ce troisieme.

De Champagne. Que si la mesme raison est de A à B, que de de c à d : mais celle de c à d est plus grande que de e à f : la raison de a à b sera aussi plus grande que de e à f. Car si c à d est moindre que e à f : e à f sera plus grande que c à d. Renuersant donc la majeur improportionalité, si k excede n, h n'excedera pas necessairement m. Mais si h n'excede pas m, g aussi n'excedera pas l. Donques, par la definition de la majeur improportionalité, la proportion de e à f, sera plus grande que de a à b. Partant, au rebours, elle sera moindre de a à b, que de e à f. Ce quil faloit monstrer. Mais cecy n'est pas de preuue trop exquise. Ce qui s'ensuit est de plus grand poids.

Si de quatre quantités la raison de la premiere à la seconde est plus grande, que celle de la troisieme à la quatrieme : il y aura quelques equemultiples de la premiere & de la troisieme, lesquels comparés à quelques equemultiples de la seconde & de la quatrieme, il se trouuera que le multiple de la premiere est plus grand que le multiple de la seconde, sans toutesfois que le multiple de la troisieme soit plus grand que le multiple de la quatrieme. Ce qui se prouuera ainsi :



Soit la proportion de a b à c, plus grande que de d à e. Et mettons la proportion de a f à c, comme celle de d à e. Si sera, par ceste-cy, & par la dixieme, a f moindre que a b. Et soit f b moindre en quantité. Ie multiplieray ceste f b, jusqu'à ce quil prouienne vne quantité plus grande que c : laquelle soit g h : par telle condition, que d, multipliee tout autant, produise vne quantité non moindre que e : laquelle soit k. Lors je feray que l g soit autant multiple de a f, que g h l'est de ladite f b, ou bien k de ladite d. Si sera, par la premiere de ce liure, l h autant multiple de ladite a b, que k de ladite d. En apres je mettray m premiere quantité multiple de e, qui soit plus grande que k : & mettray n ainsi multiple de c, comme m l'est de e. Si sera, par les positions, & par la conuersion de la sixieme definition, la quātité de n premiere des multiples de c, qui sera plus grande que l g : & si l g ne sera pas moindre que c. Ie prendray donc sous n, la plus



grande des multiples de C : ou bien egale à icelle, si d'auenture N est la premiere de ses multiples: laquelle soit O. Si sera composee N, de O & de C. Puis donc que L G n'est pas moindre que O, & G H est plus grande que C : L H sera plus grande que N. Partant, puis que K est moindre que M, la Proposition est claire.

Iusques icy Champagne : duquel j'ay quasi par tout loué la brieueté. Mais icy, pour auoir trop abbregé, la demonstration semble manque. Car il n'explique pas assez, que la quantité N soit la premiere des multiples qui soit plus grande que L G. Il faloit donc prouuer cecy par la quatrieme de ce liure. Car puis que A F est à C, comme D est à E : & que K soit equemultiple de D, comme G L l'est de ladite A F : & aussi M de ladite E, comme N l'est de C : par la quatrieme de ce liure, G L sera à N, comme K à M. Mais K à M est prochainement mineur de ladite M : donques G L sera prochainement mineur de ladite N.

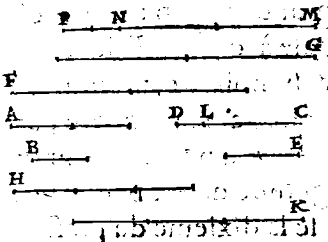
Quand il parle de positions, il veut dire cecy : que puis que G L est multiple de A F en la mesme façon que K l'est de D : & que D est à E, comme L G à A F : L G sera plus grande que C, puis que K a esté posee plus grande que E.

Derechef Champagne. Nous pourrons aussi demonstrer la conuerse de ceste-cy. A sçauoir, s'il se trouue quelques equemultiples de la premiere & de la troisieme, & aussi quelques autres equemultiples de la seconde & de la quatrieme : & le multiple de la premiere excede le multiple de la seconde, & le multiple de la troisieme n'excede point le multiple de la quatrieme : il y aura plus grande proportion de la premiere à la seconde, que de la troisieme à la quatrieme. Ce qui se demonstre ainsi.

Soyent quatre quantites, A la premiere, B la seconde : C D la troisieme, & E la quatrieme : & que F soit equemultiple à A, & G equemultiple à C D : & semblablement aussi equemultiples H à B & K à E : & que F excede H & G toutesfois n'excede point K. Ie dis qu'il y a plus grand raison de A à B, que de C D à E.

Car si elle estoit egale, G surpasseroit K, par la conuerse de la

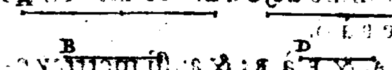
six



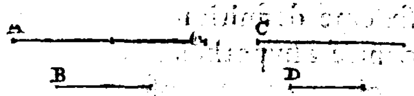
sixieme definition : Ce qui est contre l'hypothese. Que si elle estoit moindre, posons que C L soit à B, comme A est à B. Si sera, par la dixieme de ce liure, C L moindre que C D. Soit moindre de la quantité de L D. Ie poseray donc, que M N soit ainsi multiple de C L, & N P ainsi multiple de L D, comme F est multiple de A. Si sera, par la premiere du present, M P autant multiple de C D, comme F est multiple de A. Donques, chacune des deux quantités M P & G, est eque-multiple de la quantité C D : & partant elles sont egales entr'elles, par ce qui a esté demonstré en la septieme du present. Et pource que G n'est pas plus grande que K, M P ne sera pas aussi plus grande qu'icelle. Mais, par la conuerse de la sixieme definition, M N est plus grande que K, puis que F est plus grande que H. Donques M N sera plus grande que M P. Ce qui ne peut estre. Partant la Proposition est en son entier. Iusques icy Champagne. Mais ceste demonstration n'a aussi rien qui vaille le parler. Car il preuue ce qui n'a pas besoing de preuue : voire mesmes, ce que nous auons souuent pris pour preuue des theoremes cy deuant. Toutesfois la premiere n'est pas à mespriser, car elle monstre le moyen de tellement establir les eque multiples, que le multiple de la premiere excede le multiple de la seconde, mais le multiple de la troisieme n'excede point le multiple de la quatrieme.

THEOREME 14. PROPOSITION XIIII.

Si la raison de la premiere à la seconde, est de mesmes que celle de la troisieme à la quatrieme : & que la premiere soit plus grande que la troisieme, la seconde aussi sera plus grande que la quatrieme : Et si elle est egale, elle sera egale : & si moindre, moindre.



Soit la raison de A premiere, à B seconde comme de C troisieme, à D quatrieme : & que A soit plus grande que C. Ie di que B sera aussi plus grande



grande que D: & si A est egale à C, B aussi le sera à D: & si moindre, moindre.

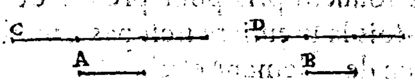
Car, puis que A est plus grand que C: par la premiere partie de la huictieme du present, la raison de A à D sera plus grande que celle de C à D: & partant plus grande de A à D, que de A à B. Donques, par la seconde partie de la dixieme du present, B sera plus grande que D.

Que si A est egale à C: par la premiere partie de la septieme, A sera à D, comme C à D. Partant, par la seconde partie de la neufieme, B sera egale à D.

Que si A est moindre que C, par la premiere partie de la huictieme, la raison de A à D sera moindre que celle de C à D: partant, plus grande de A à B, que à D. Donques, par la seconde partie de la dixieme, B sera moindre que D. Et ainsi est claire la Proposition.

THEOREME 15, PROPOSITION XV.

Les magnitudes ont la mesme raison entr'elles, que leurs equemultiples sont entr'eux.



Soyent equemultiples C à A, & D à B. Ie dis qu'il y a mesme raison de C à D, que de A à B.

Soit diuisé C selon la quantité de A, & D selon la quantité de B. Lors y aura en C autant de parts egales à A, qu'il y en aura en D, egales à B. Et pource que chaque partie dudit C, à chaque partie dudit D, est comme A à B: par la douzieme du present, C sera à D, comme A à B. Ce qu'il faloit monstrer.

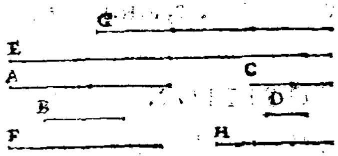
THEOREME 16, PROPOSITION XVI.

Si quatre magnitudes sont proportionales, elles le seront aussi estans permutees.

Soit la proportion de A à B, comme de C à D. Ie dis, en les permutant, que A est à C comme B à D.

Ie mettray equemultiples E à A, & F à B: & aussi mettray equemultiples G à C, & H à D. Si sera, par la precedente, E à F,

com

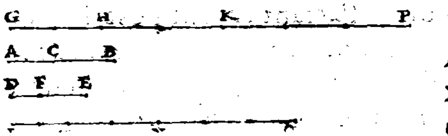


comme G à H. Partant, par la quatorzieme, si E est plus grand que G, F sera aussi plus grand que H: & si egal, egal: & si moindre, moindre. Donques, par la sixieme definition du present, A sera à C, comme B à D. Ce qu'il faloit monstrer.

De cecy il est manifeste, que pour faire de la continue proportionalité la permutee, il faut que les quatre magnitudes soyent de mesme genre.

THEOREME 17, PROPOSITION XVII.

Si quelques magnitudes estans conjoinctes sont proportionales, elles le seront aussi estans desjoinctes.

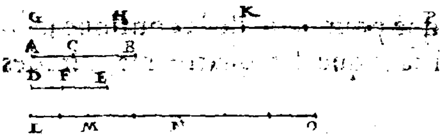


Soit la proportion de A B à B C, comme de D E à E F. Ie dis que A C est à C B, comme D F à F E.

Ie mets G H equemultiple à A C, & H K à C B: & de mesmes L M à D F, & M N à F E, chacune à chacune. Et derechef K P & N Q aucunement equemultiples à C B & F E. Si sera, par la premiere du present, G K ainsi multiple de A B, comme G H l'est de A C: & L N autant multiple de D E, comme L M l'est de D F. Mais, de tant multiple qu'est G H de ladite A C, de tant multiple a esté posee L M de ladite D F: &, en continuant, de quant multiple est L M de D F, autant multiple est, (par la premiere du present,) L N de D E. Donques, autant multiple qu'est G K de A B, autant multiple est L N de D E, par l'onzieme du present. Et pource que H K & M N sont equemultiples desdits C B & F E: & encor K P & N Q, autres equemultiples des mesmes: par la seconde du present, K P & M Q seront equemultiples des mesmes C B & F E. Donques, par la conuersion de la sixieme definition, si G K multiple de A B, excede H P multiple de C B: L N multiple de D E, excedera M Q multiple de F E: & si egale, egale: & si moindre, moindre. Ostant donc les communs H K & M N, si G H excede K P, L M aussi, par la commune notion, excedera M Q: & si egale, egale: & si moindre, moindre. Partant, par la sixieme definition, comme A C est à C B, ainsi sera D F à F E. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 18, PROPOSITION XVIII.

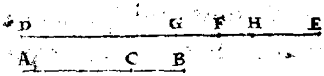
Si quelques magnitudes estans desjoinctes sont proportiõnelles: estans conjoinctes, elles le seront aussi.



Demeurant la mesme situation des magnitudes, soit A C à C B, comme D F à F E. Ie dis que A B est à B C, comme D E l'est à E F. C'est la conuerse de l'antecedente.

Car, ayant accommodé à chaque magnitude son equemultiple, il se verra, par la conuerse de la sixieme definition, que si G H excede K P, L M aussi excedera N Q: & si elle est egale, egale: & si moindre, moindre. Partant, ayant posé les communs, H K & M N: par la commune notion, si G K excede H P, L N excedera aussi M Q: & si elle est egale, egale: & si elle est moindre, moindre. Partant, par la sixieme definition, A B sera à B C, comme D E à E F. Ce qu'il faloit demonstrer.

Autrement, & par l'impossible, si l'on l'aggree. Veu que A C est à C B, comme D F à F E: mais non pas A B à B C, comme D E à E F: que D E soit à quelque autre magnitude, comme à E G, ainsi que A B est à B C. E G sera plus grande que E F, ou moindre: car si elle est egale, la proposition sera toute confessee. Soit donc premierement E G plus grãde que E F.



Si sera, par l'antecedente, A C à C B comme D G à E G. Partant, par l'onzieme de ce liure, D G sera à E G, comme D F à F E. Donques, par la quatorzieme du mesme, puis que D G, premiere, est moindre que D F, troisieme: G E, seconde, sera moindre que E F, quatrieme. Mais G E a esté posee plus grande. La position donc est renuersee.

Maintenant soit, comme A B, à B C, ainsi D E à E H, moindre que E F. Si sera, par l'antecedente, A C à C B, comme D H à H E. Partant, par l'onzieme, D H est à H E comme D F à F E. Et pource que D H, premiere, est plus grande que D F, troisieme: par la quatorzieme, E H, seconde, sera plus grande que E F, quatrieme.

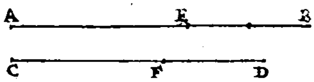
trième. Ce qui ne se peut faire. Partant, comme A B à B C, ainsi D E à E F. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 19. PROPOSITION XIX.

Si comme le tout au tout, ainsi est l'osté à l'osté: le reste aussi sera au reste, comme le tout au tout.

Ce que la cinquième a proposé des multiples, ceste-cy le propose des magnitudes en general.

Soit donc comme le tout A B au tout C D, ainsi l'osté B E à l'osté D F. Ie dis aussi, que le reste A E est au reste C F, comme tout A B à tout C D.



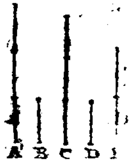
Car puis que A B est à C D, comme B E est à D F: par eschange aussi, A B sera à B E, comme C D à D F: & par disionction, A E à E B, comme C F à F D: & derechef, par eschange, A E à C F, comme E B à F D. Et pource que ainsi estoit A B à C D, la Proposition est ferme.

Appendix de Champagne. De ceste-cy, & de la proportionalité permutee, se demonstre la proportionalité renuersee. Comme si A B est à B E comme C D à D F: Ie dis que B A est à A E, comme D C à C F.

Car puis que A B est à B E, comme C D à D F: par eschange, A B sera à C D, comme B E à D F. Partant, par ceste dixneufieme, B A est à D C comme A E à C F. Donques, par eschange, B A est à A E comme D C à C F. Ce qu'il faloit monstrer.

La proportionalité conuerse se peut aussi demonstrer indirectement, par la proportionalité permutee ou eschangee, & par la neufieme du present.

Soit la proportion de A à B, telle que de C à D. Ie dis que B est à A comme D est à C.

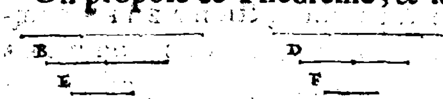


S'il n'est ainsi, que D soit à E comme B à A. Et pource que A est à B, comme C à D, par eschange A sera à C, comme B à D. Et derechef, puis que B est à A, comme D est à E: par eschange B sera aussi à D, comme A à E. Partant A est à E, comme A à C. Si donques B n'est pas egal à C: ce sera contre la seconde partie de la neufieme. S'il est egal, B sera à A comme D à C. Ce qu'il faloit monstrer, Iusques icy Champagne. Mais ce dernier auoit esté prouué cy dessus à la quatrieme du present.

THEOREME 20, PROPOSITION XX.

S'il y a trois magnitudes d'un ordre, & autres trois d'un autre, & qu'il y en ayt deux de l'un en mesme raison auec deux de l'autre, qui soyent en mesme situation, & que la premiere de l'un soit plus grande que la troisieme: la premiere de l'autre aussi sera plus grande que la troisieme: & si elle est egale, elle sera egale: & si elle est moindre, moindre.

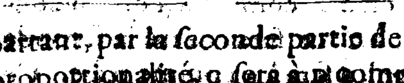
On propose ce Theoreme, & le suyuant, pour prouuer la proportionalité egale.



Qu'il y ayt trois magnitudes, A, B, E, d'un ordre: & trois C, D, F, d'un autre. Et soit A à B, comme C à D: & B à E comme D à E.

Ie dis que si A est plus grande que E, que C aussi est plus grande que F: & si elle est egale, egale: & si moindre, moindre.

Car si elle est plus grande, par la premiere partie de la huictieme du present, il y aura plus grande raison de A à B, que de E à B: Et partant, par la douzieme, elle sera plus grande de C à D que de E à B. Et pource que, par la proportionalité conuerse, E à B est comme F à D, il y aura plus de raison de C à D, que de F à D. Donques, par la premiere partie de la dixieme, C est plus grande que F. Que si A est moindre que E, on prouuera par les mesmes argumens, que C est moindre que F. Car, par la premiere partie de la huictieme, la raison de A à B est moindre que de E à B: Et partant, par la douzieme, & par la conuerse proportionalité, elle sera moindre de C à D, que de F à D. Donques, par la premiere partie de la dixieme, C sera moindre que F.

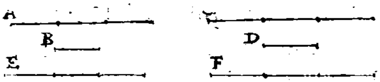


Que si A est egal à E, par la premiere partie de la septieme, A sera à B comme E à B: & partant, par la seconde partie de l'onzieme, & par la conuerse proportionalité, C sera à D comme F à D. Donques, par la pre-

miere

miere partie de la neufieme, C ſera egale à F. Ce qu'il faloit demonſtrer.

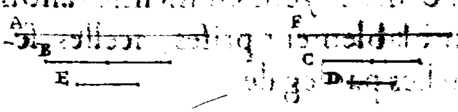
Champagne adjouſte icy: Quelques vns ont demonſtré ceſte Propoſition par la proportionalité permutee ou eſchangee, en ceſte façon. A eſt à B comme C à D: donc, par eſchange, A ſera à C comme B à D. Et derechef, pource que B eſt à E comme D à F, par eſchange B



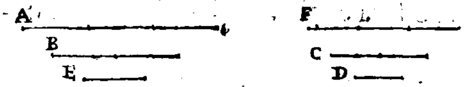
ſera à C comme E à F. Mais B eſtoit à D comme A à C. Partant, par l'onzieme, A ſera à C comme E à F. Donques, par la quatorzieme, ſi A premiere, eſt plus grande que E troiſieme: C auſſi ſeconde, ſera plus grande que F quatrieme: & ſi elle eſt egale, egale: & ſi moindre, moindre. Mais ainſi ils ne demonſtrent pas bien. Car s'ils paracheuent leur diſcours par la proportionalité eſchangee, comme ils l'ont commencé, en fin ils concluront la proportionalité egale: ſçauoir eſt, A à C comme E à F: donc, par eſchange, A à E, comme C à F, qui eſt l'egale proportionalité. Que ſi Euclide euſt veu qu'il ſe pouuoit ainſi conclurre, en vain euſt-il premis ce theoreme: mais incontinent il euſt traicté la proportionalité egale. Puis donc que ce diſcours n'a lieu, ſi les magnitudes de l'un & de l'autre ordre ne ſont de meſme genre, mal à propos a-on voulu reſtraindre en particulier ce qu'Euclide a propoſé generalement.

THEOREME 21. PROPOSITION XXI.

S'il y a trois magnitudes d'un ordre, & autant de magnitudes d'un autre: & que la raiſon d'icelles ſoit meſlee, ou perturbee: & toutesfois la premiere d'un ordre ſoit plus grande que la troiſieme, auſſi la premiere de l'autre ſera plus grande que la troiſieme.

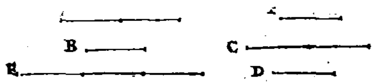


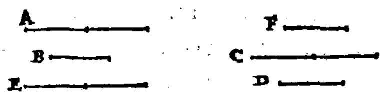
Qu'il y ayt trois magnitudes d'un ordre, A, B, E: & trois autres d'un autre, F, C, D: & que la proportion qui eſt entr'elles ſoit perturbee: ſçauoir eſt A à B comme C à D, & B à E comme F à C. Ie dis que ſi A eſt plus grande que E, F auſſi ſera plus grande que D: & ſi moindre, moindre: & ſi egale, egale.



Cefte-cy fe prouue par les mefmes arguments que la cy deffus. Car fi A eft plus grand que E, il y aura plus grand' raifon de A à B, que de E à B. Et partant plus grande de C à D, que de E à B: & donques plus grande que de C à F, pource que comme E à B, ainfi C à F, par la conuerfe proportionalité. Partant, par la feconde partie de la dixieme, F eft plus grande que D.

Que fi A eft moindre que E, argumentant par degrés, C fera moindre à D, que non pas à F. Partant, par la feconde partie de la mefme, F fera moindre que D.





Que fi A eft egale à E, C fera à D comme C à F. Donques par la feconde partie de la neufieme, F fera egale à D. Et ainfi eft claire la Propofition.

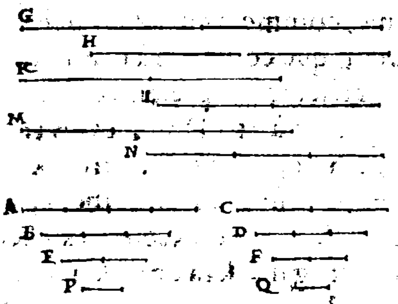
Cefte cy approche de l'antecedente: car elle regarde à prouuer l'egale proportionalité: l'une & l'autre confidere principalement la raifon des equemultiples: & leur fens eft tel, que la premiere d'un ordre ne puiffe eftre plus grande que la troifieme, que la premiere de l'autre ordre ne foit auffi plus grande que la troifieme: & fi egale, egale: & fi moindre, moindre. Bref, ces mots d'exces & d'egalité fe doyuent prēdre tout ainfi, comme en la fixieme definition de ce liure. Et il n'a efté que bon de donner ceft aduertiffement, à fin de mieux entendre les deux fuyuantes.

THEOREME 22, PROPOSITION XXII.

S'il y a trois magnitudes d'un ordre, & autant d'un autre, & que deux d'un ordre foyent en mefme raifon auec deux de l'autre femblablement prifes, icelles feront auffi proportionnelles par l'egale.

Qu'il y ayt trois magnitudes d'un ordre, A, B, E: & autres trois d'un autre C, D, F: & que A foit à B comme C à D, & B à E comme D à F. Ie dis que A eft à E, comme C à F.

Ie mets equemultiples G à A, & H à C: & autres K à B, & L à D, autres



D, autres equemultiples : & encor M à E, & N à F, autres equemultiples. Si sera, par la quatrieme, ou, si mieux l'aimez, par la quatorzieme du present, G à K comme H à L : & K à M, comme L à N. Partant, par la vingtieme dudit, si G est plus grand que M, H sera aussi plus grand que N : & si egal, egal : & si moindre, moindre. Partant, par la sixieme definition de ce liure, A sera à E, comme C à F. Ce qu'il faloit monstrer.

Maintenant donc, s'il y a plus de trois magnitudes en l'un & en l'autre ordre, sans doute la premiere sera à la derniere de l'un, comme la premiere à la derniere de l'autre : sçauoir est en proportionalité egale. Comme si l'on adjouste P & Q : & que E soit à P, comme F à Q : Ie dis que A est à P, comme C est à Q. Car A sera à E cõme C à F, ainsi que nous sortons de le demonstrer. Mettans donc à part B & D, il y aura trois magnitudes d'un ordre, A, E, P, & trois autres de l'autre C, F, Q de mesme condition auec les premieres. Partant A est à P, comme C à Q. Ce qu'il faloit monstrer.

THEOREME 23, PROPOSITION XXIII.

S'il y a trois magnitudes d'un ordre, & autant d'un autre : & que la raison qui est entre icelles, soit meslee ou perturbee, elles seront aussi egalement proportionnelles.

Qu'il y ayt trois magnitudes d'un ordre A, B, C, & autant d'un autre ordre D, E, F. Et que A soit à B, comme E à F : & B à C, comme D à E. Ie dis que A est à C, comme D à F.

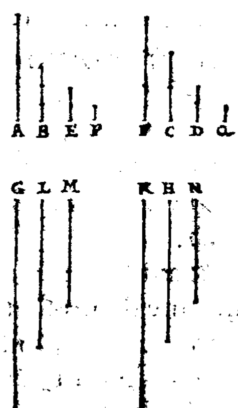
Ie mettray G, H, K, equemultiples à A, B, D : & autres, L, M, N, equemultiples à C, E, F. Si sera, par la quinzieme du present, comme A à B, ainsi G à H. Et pource que, comme A est à B, ainsi est E à F : par l'onzieme, comme G est à H, ainsi sera E à F. Et puis que, par ladite quinzieme, comme E est à F, ainsi est M à N : aussi,

par

par l'onzieme, comme G est à H, ainsi sera M à N. Et d'autant que comme B à C, ainsi est D à F: par la quatrieme du present, comme H est à L, ainsi sera K à M. Donques les trois magnitudes G, H, L, & les autres trois K, M, N, sont proportionnelles perturbees, ou par meslinge. Si donc G excede L, K excedera N: & s'il est egal, il sera egal: & si moindre, moindre. Partant, par la sixieme definition, D sera à F, comme A à B. Ce qu'il faloit monstrer.

Les equemultiples peuuent estre prins autrement. Qu'il y ayt trois magnitudes d'un ordre, A, B, E: & autant d'un autre, F, C, D: & soit C à D, comme A à B: & comme B à E, ainsi F à C. Ie dis que A est à E comme F est à D.

Ie prendray G, H, K, equemultiples à A, C, F: & autres L, M, N, qui soyent equemultiples à B, E, D. Si sera, par la quatrieme du present, G à L, comme H à N: & par la quinziéme, L à M, comme K à H. Si seront, comme au parauant, les equemultiples des deux ordres en raison perturbee entr'eux. Partant, par la vingtvnieme, si G excede M, K excedera aussi N: & s'il est egal, il sera egal: & si moindre, moindre. Partant, par la sixieme definition, comme A à E, ainsi sera F à D. Ce qu'il faloit prouuer.



Que s'il y a plus de trois magnitudes en chaque ordre: comme quatre, par exemple: & soit A à B, comme D à Q: & B à E, comme C à D: & E à P, comme F à C: A à P sera en egale proportionalité, comme F à Q. Car puis qu'on a prouué que A est à E comme C est à Q en ostant B & P, les trois quantités, A, E, P, & autres tant F, C, Q, seront entr'eux en raison meslee. Partant A sera à P comme F à Q. Ce qu'il faloit demonstrer.

Et comme par la demonstration du

ternaire le quaternaire se preuue, en mettant à part vn des milieux : ainsi du quaternaire le quinaire, en mettant à part deux milieux : & du quinaire le senaire, ostant trois milieux: & ainsi suyuant. Ce qu'il faut aussi entendre en l'espece cy dessus de la proportionalité egale. Partant, puis que le ternaire parfait toute la preuue, Euclide a esté bien aduisé de ne parler que de trois magnitudes.

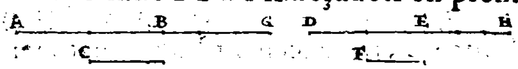
THEOREME 24, PROPOSITION XXIIII.

Si le premier au second est, comme le troisieme au quatrieme: & aussi le cinquieme au second, comme le sixieme au quatrieme: aussi sera le composé du premier & du cinquieme au second, comme le composé du troisieme & sixieme au quatrieme.

Ce que la seconde a proposé des multiples, ceste-cy generalement le propose des magnitudes.

Soit donques A B à C, comme D E à F: & aussi B G à C, comme E H à F. Ie dis que A G est à C, comme D H à F.

Car, par la proportionalité conuerse, C sera à B G comme F à E H : partant, par la vingtdeuxieme, A B sera en raison egale à B G, comme E D à E H: à sçauoir en prenant A B premiere, C seconde, & B G troisieme, d'un ordre : puis D E premiere, K seconde, & E H troisieme, de l'autre. Donc, par la dixhuictieme, A G à G B sera, comme D H à H E. Partant, puis que nous auons mis B G à C comme E H à F : prenant A G premiere, B G seconde, & C troisieme, d'un ordre: puis D H premiere, E H seconde, & F troisieme, de l'autre : par la vingtdeuxieme, A G sera à C en egale raison, comme D H à F. Ce qu'il faloit monstrer.

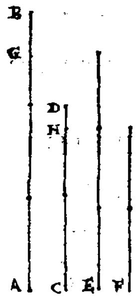


THEOREME 25, PROPOSITION XXV.

Si quatre magnitudes sont proportionnelles, la plus grande & la plus petite sont plus grandes que les deux autres.

Soyent quatre magnitudes proportionnelles, A B, C D, E & H F: com

F : comme A B à C D, ainsi E à F. Et que la plus grande d'icelles soit A B, & la plus petite F. Ie dis que les deux A B & F, sont plus grandes que les deux C D & E.



Ie mettray A G egale à E : & C H egale à F. Et pource que, comme la toute A B à la toute C D, ainsi l'ostee A G à l'ostee C H : ainsi, par la dixneufieme de ce liure, le reste G B sera au reste H D, comme toute A B à toute C D. Or A B est plus grande que C D : Donques G B sera plus grande que ladite H D. Et d'autant que A G est egale à E, & C H à F : A G & F seront egales à C H & E. Adioustant donc G B la plus grande aux deux A G & F : & H D la moindre aux deux C H & E : par la commune sentence, A B & F se verront plus grandes que C D & E. Ce qu'il faloit demonstrer.

Iusques icy Euclide a enseigné les proportions de ce cinquieme liure. Les neuf Propositions suyuantes ont esté adioustees par Champagne, qui les a pris de quelque autre exemplaire : comme aussi souuent il quitte l'ordre d'Euclide, il en laisse les vnes, en substitue d'autres, & en adiouste du sien : & ce non pas sans fruict. Car en ses demonstrations, il rend beaucoup de poincts meilleurs & plus clairs par le moyẽ de sa brieueté : combien qu'en quelques vnes il se mescompte. Quoy que ce soit, Iean de Montroyal, tresexcellent Mathematicien, en citant Euclide, a retenu la construction de Champagne. Et mesmes il a allegué les Propositions suyuantes en l'epitome qu'il a faict sur Ptolemee. Ce qui a faict que nous les auons faict suyure, quoy qu'autrement nous les eussions volontiers laissees. Car outre ce que les preuues qu'en tire ledit Montroyal, se treuuent à plein dans Euclide, en ceste matiere de proportions, il me semble qu'on deuroit plustost retrancher des Propositions, que de les allonger. Car celles qui sont claires d'elles mesmes, ne font qu'occuper la place : & mesmes chargent l'entendement. Et ce qui est en grand nombre nous ennuye ordinairement. Ces Propositions donc sont telles que s'ensuit:

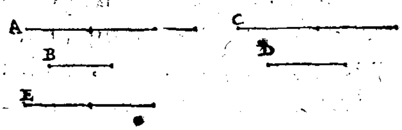
La premiere des adioustees.

Si de quatre quantités la proportion de la premie-

re

re à la feconde, eſt plus grande que de la troiſieme à la quatrieme: au contraire, en renuerſant, celle de la ſeconde à la premiere, ſera moindre que de la quatrieme à la troiſieme.

Soit la proportion de A à B plus grande que de C à D. Ie dis au contraire, en renuerſant, que la proportion de B à A eſt moindre, que de D à C.



Car ſi elle eſt ſemblable de B à A, comme de D à C: en renuerſant A ſera à B comme C à D, contre l'hypotheſe. Que ſi elle eſt plus grande de B à A, que de D à C: mettons E à A, comme D à C. Si ſera, par la douzieme, E à A moindre que B à A. Partant, par la premiere partie de la dixieme, E ſera moindre que B: & par conſequent, par la ſeconde partie de la huictieme, il y aura plus grand' proportion de A à E, que de A à B. Et pource que, par la proportionalité conuerſe, A eſt à E, comme C à D: par la douzieme, la proportion de C à D ſera plus grande que de A à B. Mais elle eſtoit moindre. Donques, par ceſte repugnance la propoſition eſt affermie.

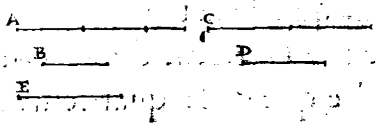
Nous la pouuons auſſi demonſtrer en affirmant. Mettons E à B comme C à D. Si ſera, au rebours, B à E comme D à C. Et pource que A eſt plus grande que E, par la premiere partie de la dixieme: par la ſeconde partie de la huictieme, B ſera moindre à A, que B à E. Partant, par la douzieme, B à A ſera moindre que D à C. Ce qu'il faloit prouuer.

II.

Si de quatre quantités il y a plus grand' proportion de la premiere à la ſeconde, que de la troiſieme à la quatrieme: en eſchangeant, il y aura auſſi plus grand' proportion de la premiere à la troiſieme, que de la ſeconde à la quatrieme.

Soit la proportion de A à B plus grande que de C à D. Ie dis, en permutant, qu'elle ſera plus grande de A à C, que de B à D.

 Car



Car elle ne sera pas semblable : car lors aussi, en eschangeant, A seroit à B comme C à D. Que si elle est moindre: mettons E à C comme B à D. Si sera, par la douzieme, E à C plus grande que A à C. Partant, par la premiere partie de la dixieme, E sera plus grande que A. Donques, par la premiere partie de la huictieme, E sera plus grande à B, que A à B. Et pource que nous auons mis E à C, comme B à D: par eschange, E sera à B comme C à D. Partant, par la douzieme, il y aura plus grande proportion de C à D, que de A à B. Qui est contre l'hypothese.

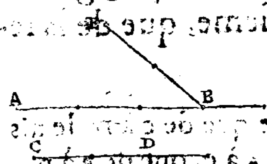
Le mesme par affirmation. Soit prise E à B comme C à D. Si sera, par la premiere partie de la dixieme, E moindre que A: pource que, par la premiere partie de la huictieme, A est plus grand à C, que E à C. Mais, par la proportionalité permutee, E est à C, comme B à D. Donques par la douzieme, A à C sera plus grand que B à D. Ce qu'il faloit monstrer.

III.

S'il y a quatre quantités, desquelles la proportion de la premiere à la seconde soit plus grande que de la troisieme à la quatrieme : les conioignant, la proportion aussi de la premiere & de la seconde à la seconde, sera plus grande que des troisieme & quatrieme à la quatrieme.

Soit la proportion de A à B, plus grande que de C à D. Ie dis qu'il y aura aussi plus grande proportion de la toute A B à B, que de la toute C D à D.

Car elle ne pourra pas estre semblable : pource que aussi, en les desioignant, A seroit à B comme C à D.



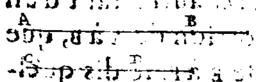
Que si elle est moindre, soit E B à B comme C D à D. Si sera, par la douzieme du present, E B à B plus grande que A B à B. Partant, par la premiere partie de la dixieme, E B sera plus grande que la la toute A B. Et, par la commune notion, E plus grande que A. Partant, par la premiere partie de la huictieme, il y a plus grand' proportion de E à B, que de A à B. Mais E à B est comme C à D, par proportionalité desioincte: car E B estoit à B, comme C D à D. Partant, par la douzieme, C à D est plus grande que A à B Qui est contre l'hypothese.

Le mesme affirmatiuement. Puis que nous auons posé la proportion de A à B, plus grande que de C à D: posons E à B comme C à D. Si sera, par la premiere partie de la dixieme, E moindre que A. Partant, par la notion commune, E B sera moindre que A B. Donques, par la premiere partie de la huictieme, il y aura plus grande proportion de A B à A, que de E B à B. Mais la proportion de E B à B, par la proportionalité conioincte, est comme de C D à D. Car E à B a esté posee comme C à D. Partant, par la douzieme, plus grande est A B à B, que C D à D. Ce qu'il faloit monstrer.

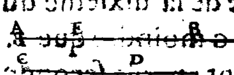
IIII.

S'il y a quatre quantités, desquelles la proportion de la premiere & de la seconde à la seconde, soit plus grande, que de la troisieme & quatrieme à la quatrieme: aussi, disionctiuement, la proportion de la premiere à la seconde sera plus grande, que de la troisieme à la quatrieme.

Soit la proportion de A B à B, plus grande que de C D à D. Ie dis, en les separāt, qu'elle est plus grande de A à B, que de C à D.



Car elle ne pourroit estre egale, d'autant que, par la proportionalité conioincte, A B seroit à B comme C D à D. Que si elle peut estre moindre, comme si de C à D elle estoit plus grande que de A à B: par l'antecedente, elle sera plus grande de C D à D, que de A B à B. Ce qui ne peut pas estre, veu qu'elle a esté posee moindre.

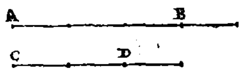


Le mesme en affirmant. Soit posee E B à B, comme C D à D. Si sera, par la premiere partie de la dixieme, E B moindre que A B: & partant, par la notion commune, E moindre que A.

Donques, par la premiere partie de la huictieme, la proportion de E à B est moindre que de A à B. Ce qu'il faloit monstrer.

V.

S'il y a quatre quantités, la proportion desquelles soit de la premiere & de la seconde à la seconde, plus grande que de la troisieme & quatrieme à la quatrieme : au rebours aussi, la proportion de la premiere & de la seconde à la premiere, sera moindre que celle de la troisieme & de la quatrieme à la troisieme.



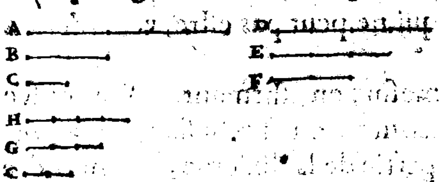
Soit la proportion de A B à B plus grande que de C D à D. Ie dis au rebours, qu'elle sera moindre de A B à A, que de C D à C.

Car en les desioignant, & par l'antecedente, il y aura plus grande proportion de A à B, que de C à D. Donques, au rebours, par la premiere de ces adjoustees, elle sera moindre de B à A, que de D à C. Partant, par la troisieme des mesmes, en les assemblant, elle sera moindre de A B à A, que de C D à C. Ce qu'il faloit demonstrer.

VI.

S'il y a trois quantités d'un ordre, & trois d'un autre: & que la proportion de la premiere des premieres à la seconde, soit plus grande que de la premiere des dernieres à la seconde: aussi la proportion de la premiere des premieres à la troisieme, sera plus grande que de la premiere des dernieres à la troisieme.

Soyent trois quantités d'un ordre A, B, C : & autrestant d'un autre, D, E, F. & qu'il y ayt plus grand' proportion de A à B, que de D a E : Et aussi plus grande de B à C, que de E à F. Ie dis qu'elle est plus grande de A à C, que de D à F.



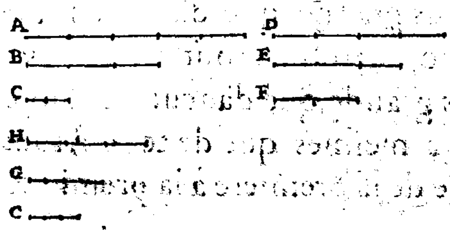
Car, soit G à C comme E à F. Si sera, par la premiere partie de la dixieme du present, G moindre que B. Et partant, par la seconde partie de la huictieme, la raison

raiſon ſera plus grande de A à G, que de A à B. Beaucoup plus grande donc ſera elle de A à G, que de D à E. Soit donques H à G, comme D à E. Si ſera, par la premiere partie de la dixieme, A plus grand que H. Et partant, par la premiere partie de la huictieme, il y aura plus grand'raiſon de A à C, que de H à C. Mais, par la proportionalité egale, H eſt à C, comme D à F: car H eſt à G, comme D à E: & G à C comme E à F. Donques, par la douzieme, elle ſera plus grande de A à C, que de D à F. Ce qu'il faloit demonſtrer.

VII.

S'il y a trois quantités d'un ordre, & autreſtant d'un autre, & que la proportion de la ſeconde des premieres à la troiſieme, ſoit plus grande que de la premiere des dernieres à la ſeconde: & auſsi de la premiere des premieres à la ſeconde, que de la ſeconde des dernieres à la troiſieme: il y aura auſsi plus grand'proportion de la premiere des premieres à la troiſieme, que de la premiere des dernieres à la troiſieme.

Soyent trois quantités d'un ordre, A, B, C: & autreſtant d'un autre, D, E, F: & qu'il y ayt plus grande proportion de B à C, que de D à E: & plus grande de A à B, que de E à F. Ie dis qu'elle eſt plus grande de A à C, que de D à F. Ceſte-cy appartient à la proportionalité egale.



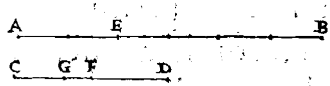
Car, ſoit G à C, comme D à E: par la premiere partie de la dixieme du preſent, G ſera moindre que B: & partant, par la ſeconde partie de la huictieme, il y aura plus grand' proportion de A à G, qu'à B: & donques beaucoup plus grande de A à G, que de E à F. Soit donc H à G comme E à F: Si ſera, par la premiere partie de la dixieme, A plus grand que H: &, par conſequent, la proportion de A à C plus grande que de H à C, par la premiere partie de la huictieme. Mais, par la vingttroiſieme,

sieme, la proportion de H à C est comme de D à F; veu que G à C est comme D à E: & H à G, comme E à F. Partant, par la douzieme, la proportion de A à C est plus grande, que de D à F. Ce qu'il faloit demonstrer.

VIII.

Si la proportion du tout au tout, est plus grande que de l'osté à l'osté: la proportion aussi du reste au reste sera plus grande que du tout au tout.

Soyent deux quantités, A B & C D: desquelles soyent retranchees A E & C F: & que les restes soyent E B & F D: & soit la proportion plus grande de A B à C D, que de A E à C F. Ie dis aussi que la proportion sera plus grãde de E B à F D, que de A B à C D.

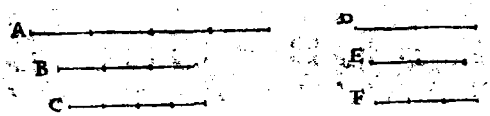


Car, eschangeant, par la seconde des adjoustees, la proportion sera plus grande de A B à A E, que de C D à C F. Et partant par la cinquieme des mesmes, & au rebours la proportion de A B à E B sera moindre, que de C D à C F. Derechef donques, par eschange, la proportion de A B à C D sera moindre, que de E B à F D. Ce qu'il faloit demonstrer.

IX.

S'il y a trois quantités d'un ordre, & trois d'un autre: & que la proportion de quelque antecedent que ce soit à sa pareille soit plus grande que d'aucun subsequent à la sienne: la proportion de toutes celles-cy à toutes celles là sera plus grande, que d'aucun des subsequents à sa pareille, ou mesmes que de tous à tous: moindre toutesfois que de la premiere à la premiere.

Soyent trois magnitudes d'un ordre, A, B, C: & autres tant d'un autre, D, E, F: & soit la proportion de A à D, plus grande, que de B à E: & de B à F, que de C à F. Ie dis que la proportion de A B C prinses ensemble, à D E F prinses ensemble, est plus grande que de B à E, & que de C à F: mesmes plus grande que de



de B & C prinses ensemble, à E & F prinses ensemble: moindre toutesfois, que de A à D.

Car, puis que A à D est plus grande que B, à E: en eschangeant, A à B sera plus grande que D à E: & en les conjoignant, plus grande de A B à B, que de D E à E. Et derechef en eschangeant, A B à D E plus grande, que B à E. Partant, par l'antecedente, A à D est plus grande, que A B à D E. Et par mesme raison se prouuera, qu'il y a plus grande raison de B à E, que de B C à E F. Donques elle sera plus grande de A à D, que de B C à E F. Partant, en eschangeant, plus grande de A à B C, que de D à E F. Et en les conjoignant, plus grande de A B C à B C, que de D E F à E F. Et derechef, en eschangeant, plus grande de A B C à D E F, que de C B à E F. Donques, par l'antecedente, elle est plus grande de A à D, que de A B D à D E F. Ce qu'il faloit demonstrer.

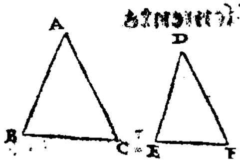
Fin du cinquieme liure des Elements d'Euclide.

SIXIEME LIVRE DES

ELEMENTS GEOMETRIQVES D'EVCLIDE, AVEC LES DEMONSTRAtions de Jaques Peletier, du Mans.

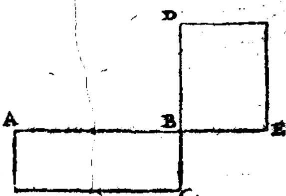
DEFINITIONS.

Les figures s'appellent semblables, qui ont les angles egaux vn chacun au sien, & les costés, qui contiennent lesdits angles egaux, proportionaux.



Comme si des deux triangles A B C & D E F, les angles sont mutuellemẽt egaux: sçauoir est l'angle A à l'angle D: & l'angle B à l'angle E: & que le costé A B soit au costé D E, comme A C à D F: & B C à E F: ces deux triangles seront semblables.

2 Les figures reciproques sont celles, de chacune desquelles les costés mutuels sont proportionaux.



Comme si, par exemple, il y auoit deux figures quadrilateres A B C & D B E: & que le costé A B soit au costé B D, comme le costé B E au costé B C. Ces deux figures s'appellent Reciproques. Car la proportionalité va de telle façon, que deux costés de l'un sont antecedents, & deux costés de l'autre consequents. Et pour

pour ceste raison, quelques vns les appellent assez propremēt, Figures de costés mutuels.

3 Vne droite ligne se dit estre diuisee par moyenne & extreme raison, quand la toute est au plus grand segment, comme le plus grand segment est au moindre.

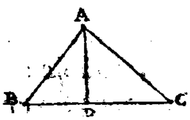
C'est à dire, comme on parle vulgairement, quand la ligne se diuise selon proportion qui ayt vn milieu & deux extremes.

Comme si la ligne A B estoit tellement diuisee au poinct C, que toute ladite A B soit au segment A C, comme ledit A C est à C B.

Ceste diuision l'onzieme du second nous là apprise, sans faire aucune mention des proportions. Ce que nommément nous enseignera la trentieme du present.

4 La hauteur de la figure, c'est la ligne tiree perpendiculairement de la poincte à la base.

La hauteur du triangle A B C, c'est la perpendiculaire A D. Car le droit, (comme nous l'auons cy deuant dit) mesure toutes choses. En quoy l'equidistance de deux lignes est presupposee : sçauoir est, qu'une ligne est tiree par le



poinct A, qui soit parallele à la base B C. Que si l'on prenoit pour base A B, on luy tireroit vne parallele par le poinct C : comme à A C, (si elle seruoit de base) par le poinct B. Et du poinct, où la poincte seroit, on descendroit vne parallele qui indiqueroit la hauteur.

5 La raison est dite estre composee de deux ou de plusieurs raisons, quand les raisons des quantités, multipliees entr'elles, font quelque raison.

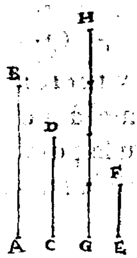
Les raisons des quantités sont icy appellees, les denominations desdites proportions. Partant il a employé le mot de quantité, plustost que de magnitude, pour donner à entendre que ce lieu ne se pouuoit pas passer sans la consideration des nombres.

Si donc il y a trois quantités, A B, C D, & E F, desquelles C D est la moyenne : la raison de la premiere A B à la derniere E F, sera composee de la multiplication de la raison que A B a à C D, auec la raison que C D a à E F.

Tout cecy donc est pris de ce, que l'office du milieu, c'est de conjoindre & lier les extremes : ce que nous declarerons à l'aide des nombres.

Soit posee la raison de A B premiere, à C D moyenne, sescuple, ou sesquiautre : mais double de C D moyenne à E F extreme. A sçauoir, puis que A B est sesquiautre à C D : de quelles parties A B est de trois, de telles C D est de deux. Et puis que C D est double à E F : de quelles C D est deux, de telles E F est vne. Tu as donc deux denominateurs de proportions, sçauoir est $\frac{3}{2}$ & $\frac{2}{1}$, lesquelles si tu multiplies entr'eux, prouiendra la denomination de la premiere A B à la derniere E F : à sçauoir triple.

Maintenant, s'il y a plusieurs milieux, la mesme raison se formera d'iceux, que s'il n'y en auoit qu'un. Comme si entre A B & E F, de mesmes parts que nous les venons de poser, se met vn autre milieu G H : demeurera la mesme raison de A B à E F, composee de trois raisons, qu'elle estoit n'estant composee que de deux, quelque grande que soit G H.



Car soit, comme au parauant, la raison de A B à C D sesquiautre, & de C D à G H, sousdouble : de G H à E F, elle sera quadruple. Maintenant soyent multipliés trois denominateurs entr'eux : à sçauoir, $\frac{3}{2}$, en $\frac{1}{2}$, prouiennent $\frac{3}{4}$: Et $\frac{3}{4}$ en $\frac{4}{1}$ prouiennent $\frac{12}{4}$, c'est à dire, la denomination triple. Partant, comme au parauant, la raison de A B à E F sera triple, mais composee de trois raisons. Autant donc qu'il y aura de termes, qu'on appelle, en autant de parts se diuisera la raison de la premiere quantité à la derniere, en ostant vne vnité : ou bien, si tu aimes mieux, autant de termes milieux qu'il y aura, en autant de parts se diuisera la raison, & vne dauantage. Et, pour le dire en vn mot, disposer des autres quantités moyennes entre deux quantités, n'est autre chose, que diuiser la proportion des deux en parties telles que l'on voudra. Et cecy estimons nous suffire pour ce present traicté : Qui en voudra dauant uantage, qu'il laiſſe peſcher de l'Arithmetique. Or auons nous traicté fort amplement la matiere des proportions, au troiſieme liure de noſtre Arithmetique.

Ie m'aſſeure qu'il y en aura qui n'approuueront pas, que j'aye appellé les raiſons des quantités, ce qu'Euclide nomme les quantités des raiſons : auſquels je reſpondray en deux mots, que j'ay celà faict, à fin de faciliter l'enſeignement. Car, par exemple, ſi je dis que la quantité 4 a double raiſon à la quantité 2, je parleray auec ſcience, & me rendray aisé à eſtre entendu : Mais ſi je dis que la quantité eſt à la raiſon double, je me rendray obſcur & enueloppé. Car, puis que la raiſon eſt en la quantité, & derechef la quantité en la raiſon, celà apporte circuïtion, laquelle on doit fuïr traictant les diſciplines. Donques la raiſon nous eſt celle là, qui a deuant ſoy ſa denomination : comme, double, triple, & ſemblables. Et celles-cy ſe multiplient entr'elles : ſçauoir eſt, la raiſon double en la triple, d'où s'engendre la ſextuple, & ainſi des autres. Mais icy la quantité n'eſt pas menee en la quantité, comme la ligne en la ligne. Car ainſi ſe feroit vn parallelogramme. Ce qui n'eſt pas de ce lieu cy. Mais, dira-on, il n'y a que la quantité qui ſe multiplie. Ie l'aduouë : & confeſſe que les raiſons tiennent de la quantité. Mais j'ay voulu euiter ce circuït. Ie n'empeſche pas toutesfois, que qui voudra dire quantités de raiſons, ne le die. Car il n'eſt pas icy queſtion des mots, & de parler : il eſt queſtion d'enſeigner.

Nous diſons auſſi cecy en paſſant, que ceſte compoſition de raiſons, n'eſt pas vne addition de proportions, comme quelques vns ont penſé. Car autre choſe eſt, de compoſer des raiſons des autres raiſons, & autre, d'adjouſter raiſons à raiſons. Ce que nous auons auſſi enſeigné en noſtre Arithmetique. Venons aux Propoſitions.

I 3. THEOR

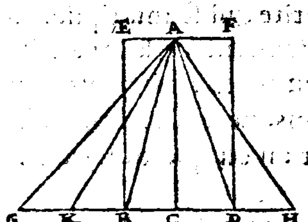
THEOREME PREMIER,

PROPOSITION PREMIERE.

Les triangles de mesme hauteur, comme aussi les parallelogrammes, sont entr'eux comme leurs bases.

Soyent deux triangles A B C & A C D, de mesme hauteur. Ie dis, que comme la base B C est à la base C D, ainsi est le triangle A B C au triangle A C D. Soyent aussi les parallelogrammes C E & C F de mesme hauteur. Ie dis aussi, que comme la base B C est à la base C D, ainsi est le parallelogramme C E au parallelogramme E F C.

Ie prolongeray B D de costé & d'autre, jusques aux poincts G & H. Et mettray les deux, B K & K G egales à C B: & D H aussi à C D. Lors je conjoindray A G, A K, & A H. Si seront les triangles A B C, A K B, & A G K egaux entr'eux, par la trentehuictieme du premier: & de mesmes les triangles A C D & A D H, par la mesme, egaux aussi entr'eux. Et partant, le triangle A G C autant multiple du triangle A B C, que la base G C est multiple de la base B C. Et aussi le triangle A C H autant multiple du triangle A C D, que la base C H l'est de la base C D. Et, par la mesme du premier, si la base G C est egale à la base C H: aussi le triangle A G C sera egal au triangle A C H: & si plus grand, plus grand: & si moindre, moindre. Donques, par la sixieme definition du cinquieme, comme la base B C est à la base C D, ainsi est le triangle A B C au triangle A C D. Qui est pour le premier.



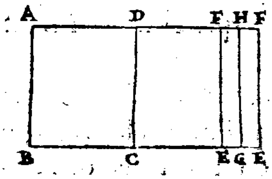
Et puis que le parallelogramme E C est double du triangle A B C, par la quaranteunieme du premier: & le parallelogramme F C, double du triangle A C D, par la mesme: par la quinzieme du cinquieme, comme le triagle A B C est au triangle A C D, ainsi est le parallelogramme E C au parallelogramme F C. Ce

quil

qu'il faloit demonstrer.

Or cecy est remis au jugement commun : que toutesfois nous prouuerons de façon, qu'il puisse estre au lieu de demonstration : & par mesme moyen monstrerons, pourquoy la trentehuictieme du premier a esté employee pour la preuue de l'exces & diminution des equemultiples, veu qu'elle ne parle que de l'egalité seule.

Soit le parallelogramme A B C D, de mesme hauteur que le parallelogramme D C E F. Ie dis, que comme la base B C est à la base C E, ainsi est le parallelogramme A B C D au parallelogramme D C E F.

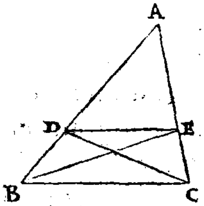


Car premierement, si les bases sont egales, il n'y a nul doute qu'il y aura mesme raison des parallelogrammes, que des bases, veu que les parallelogrammes sont egaux, par ladite trentehuictieme du premier. Que si les bases sont inegales, les parallelogrammes ne peuuent estre egaux, par la mesme. Soit donques B C plus grande que C E, & qu'elle l'excede de la quantité de E G : si que C G soit egal à ladite B C. Et soit tiree la parallele G H, & le parallelogramme D C G H parfaict. Si sera, par la proposition que nous auons ja allegué, le parallelogramme A B C D egal au parallelogramme D C G H. Partant, par la commune notion, comme D C G H est plus grand que D C E F, ainsi est A B C D plus grand aussi que ledit D C E F. Et partant, puis que B C est plus grande que C E, de mesmes A B C D sera plus grand que D C E F. Par mesme discours se prouuera, que si B C est moindre que C E, aussi A B C D sera moindre que D C E F. D'où lon recueille, que comme la base B C est à la base C E, ainsi le parallelogramme A B C D est au parallelogramme D C E F. Car il n'importe pas si lon dit que le premier ne peut estre plus grand que le second, que le troisieme ne soit aussi plus grand que le quart : ny egal, qu'il ne soit egal : ny moindre, qu'il ne soit moindre. ou bien, si on dit, comme le premier au second, ainsi le troisieme au quatrieme : combien que nommement cela soit mis par Euclide, à cause des equemultiples, comme il est aisé à prendre du cinquieme. Et cecy ay-je bien voulu dire, afin d'aduertir partout, que l'Egalité est la guide & la source de toutes les proportions.

THEOREME 2, PROPOSITION II.

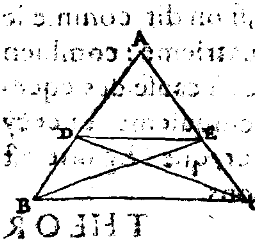
Si vne droite ligne coppe de telle façon les deux costés d'un triangle, qu'elle soit parallele au troisieme, elle coppera lesdits deux costés proportionnellement: & si elle coppe lesdits deux costés proportionnellement, elle sera parallele au troisieme.

Soit le triãgle A B C, duquel les deux costés A B & A C soyent tellement coppés par la droite ligne D E, que ladite D E soit parallele au costé B C. Ie dis premierement, que comme B D est à D A, ainsi est C E à E A.



Soyent conjoinctes B E & C D. Si sera, par la trenteseptieme du premier, le triangle B E D egal au triangle C E D. Car ils sont entre deux paralleles, D E & B C, & ont vne mesme base, E D. Donques l'un & l'autre ont vn mesme rapport au triangle A E D, par la septieme du cinquieme. Partant, par l'antecedente, comme B E D est à A E D, ainsi sera B D à D A: puis qu'ils ont mesme poincte, à sçauoir E. Semblablement par la mesme, comme C E D est à A E D, ainsi C E est à E A: Car ils ont mesme poincte D. B D donc est à D A, comme C E à E A, par l'onzieme du cinquieme. Ce qui est pour le premier.

Maintenant soit B D à D A, comme C E à E A. Ie dis que D E est parallele à B C. Car, par l'antecedente, & par l'onzieme du cinquieme, le triangle A E D aura mesme proportion à B E D, qu'à C E D. Donques, par la seconde partie de la neufieme du cinquieme, les deux triangles, B E D & C E D seront egaux. Partant, puis qu'ils ont vne mesme base D E, & qu'ils sont de mesme part: par la trenteneufieme du premier, ils seront entre deux paralleles. Ce qu'il faloit demonstrer.



Il est assez manifeste que la raison de ce theoreme est tiree de l'egal. Car soit le triangle A B C de deux costés egaux, A B & A C, lesquels soyent coppés par la ligne droite D E, qui soit parallele à B C. Or confis-il, par la vingtneufieme du prem premier, que les quatre angles B, C, D, E, sont egaux: donques, par la cinquieme du mesme, les deux costés A D & A E, du triangle A E D, sont egaux. Partant, par la commune notion, D B sera egal à E C. Donques A D à D B est comme A E à E C. Qui est pour le premier.

Conjoignons maintenant B E & C D. Et pource que A D est mise estre à D B, comme A E à E C: par l'antecedente, & par l'onzieme du cinquieme, il y aura vne mesme proportion du triangle A D E, à chacun des deux B D E & C E D. L'un & l'autre donc sont egaux, par l'autre partie de la neufieme du cinquieme. Partant, par la trenteneufieme du premier, ils consisteront entre deux paralleles. Ce qu'il faloit monstrer.

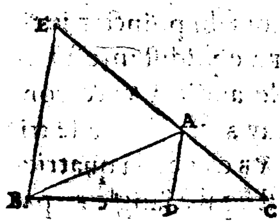
Tu vois que le droit de l'egalité se conserue par le moyen des paralleles, non seulement comme il se void en ceste proposition, mais aussi bien souuent aux autres demonstrations geometriques.

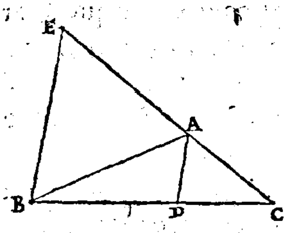
THEOREME 3, PROPOSITION III.

Si vne droite ligne, coppant en deux moitiés l'angle d'un triangle, coppe aussi la base, les deux segments seront entr'eux, comme les deux autres costés du triangle. Et si les segments sont comme les deux autres costés du triangle, la ligne qui coppe la base coppera aussi egalement l'angle opposé.

Soit le triangle A B C, duquel la ligne A D, coppe par le milieu l'angle A. Ie dis que B D est à D C, comme A B à A C. Et si B D est à D C, comme A B à A C: l'angle est diuisé par le milieu.

Ie tireray B E equidistante à D A: & allongeray C A, jusqu'à ce qu'il se rencontre auec B E, au poinct E. Si sera, par la premiere partie de la vingtneufieme du premier, l'angle E B A egal à l'angle B A D. Et, par l'autre partie de la mesme, l'angle E sera egal à l'angle D A C. Partant, par la notion de l'esprit, l'angle E sera egal à l'angle A B E. Donques, par la sixieme du premier, A B & A E seront egaux: & par consequent,





par la premiere partie de la septieme du cinquieme, E A sera à A C, comme A B à A C. Mais, par l'antecedente, E A est à A C, comme B D à D C. Donques A B est à A C, comme B D à D C. Qui est pour le premier.

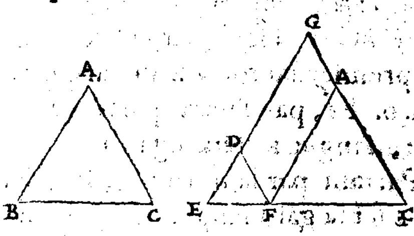
Soit maintenant, demeurant la mesme construction, A B à A C, comme B D à D C. Et d'autant que, par l'antecedente, E A est à A C, comme B D à D C : E A sera à A C, comme A B à A C. Donques, par la premiere partie de la neufieme du cinquieme, E A & A B sont egaux, & par la cinquieme du premier, les deux angles E & E B A aussi egaux. Partant, par la vingtneufieme du premier, & par la notion de l'esprit, l'angle B A D est egal à l'angle C A D. Ce qu'il faloit prouuer.

Or est ceste construction la moitié de celle figure gnomonique, que nous auons dit à la quarantetroisieme du premier, estre tresriche pour aider à toutes demonstrations geometriques : & laquelle s'accommode à presque toutes les propositions de ce sixieme, comme le congnoistront cy apres ceux qui diligemment considereront les compositions des figures.

THEOREME 4, PROPOSITION IIII.

Des triangles equiangles, les costés, qui contiennent les angles egaux, sont proportionaux: & les costés, qui soustendent angles egaux, sont de mesme raison.

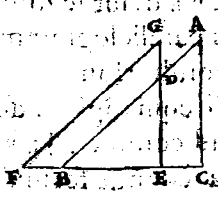
A B C & D E F soyent triangles equiangles : & soit l'angle A egal à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & l'angle C à l'angle F. Ie dis que D E est à A B, & D F à A C, comme E F à B C.



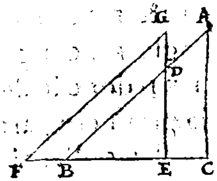
I'allongeray vn costé d'un des triangles, comme le costé E F : & feray F C egale à B C. Lors du poinct F je tireray F A equidistante à E D, & egale audit A B : & conjoindray A C. Si sera le triangle A F C egal & equilatere au triangle A B C, par la quatrieme du premier : pource que l'angle A F C est egal à l'angle E, par la la vingtneufieme dudit : & les deux costés A F & F C ont esté posés egaux aux deux A B & B C : Partant l'angle F A C egal à l'angle B A C : & par consequent à l'angle D. E F D donc le dernier, sera egal au dernier C. Donques, par la premiere partie de la vingthuictieme dudit, A C & D F sont paralleles. Par ainsi prolongeant C A & E D, je paracheue le parallelogramme F G. Si sera, par la trentequatrieme du premier, A G egal à D F : & D G egal à A F. Puis donc que, par la seconde du present, G A à A C est comme E F à F C : &, par la mesme, E F à F C, comme E D à D G : par la septieme du cinquieme, D F (pource qu'elle est egale à G A) sera à A C : & par la mesme, E D à F A, (egale à ladite D G) comme E F à F C. Ce qu'il faloit demonstrer.

Autrement, comme Theon. La mesme construction demeurant, par la seconde du present, comme E D à D G (& partant, par l'onzieme du cinquieme, comme E D à F A) ainsi sera E F à F C. Et donques en eschangeant, par la seizieme du cinquieme, comme E D à E F, ainsi F A à F C. Derechef, par la mesme du present, comme E F à F C, ainsi G A (& partant ainsi D F) à A C : Et en eschangeant, comme E F à D F, ainsi F C à A C. Mais on a prouué, que comme E D à E F, ainsi F A à A C. Selon l'egal donc, par la vingtdeuxieme du cinquieme, comme E D à D F, ainsi F A à A C. Partant les costés des triangles equiangles seront proportionaux. Ce qu'il faloit demonstrer.

Or, puis que ce Theoreme est tresvsité, & qu'à grand' peine s'en presente-il vn plus frequent és dimensions, j'ay voulu exposer la triple constitution des triangles equiangles : la premiere desquelles j'ay ja traicté, selon ce que l'enseignent les anciens : sçauoir est quand les triangles sont bastis sur vne mesme ligne droite : comme cy dessus E D F & F A C, sur la ligne E C : hors mis que j'ay vn peu diuersifié la composition, retenant toutesfois la mesme figure. La seconde constitution donc est de triangles equiangles, quand on en met l'un dans l'autre.

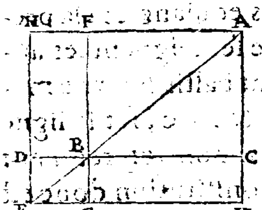


Soyent deux triangles equiangles, A B C & D B E : si que l'angle A soit egal à l'angle D : & l'angle B de l'un egal à l'angle B de l'autre : & l'angle C egal aussi à l'angle E. Je dis que B D est à B A, & B E à B C, cõme D E est à A C. Car, puis que l'angle D est egal à l'angle



A : A C & D E, par la vingthuictieme du premier, seront paralleles. l'allonge C B jusqu'au poinct F : & mets E F egale à C B. l'allonge aussi B D jusqu'au poinct G : & mets E G egale à C A : & conjoins F G. Et pource que l'angle G E F est egal à l'angle C : & les deux costés E F & E G sont egaux aux deux C B & C A : le triangle G E F sera egal & equilatere, (par la quatrieme du premier,) au triangle A B C : & , par la vingthuictieme dudit, F G sera parallele à B A. Nous acheminerons donc ainsi nostre argument. Puis que D E est parallele à A C : par la seconde du present, A D sera à D B, comme C E à E B : Et partant, en les conjoignant, par la dixhuictieme du cinquieme, comme A B à D B, ainsi sera C B à E B. Par mesme raison, puis que B D est parallele à F G : par la seconde de ce sixieme, F B sera à B E, comme G D à D E. Donques, en les conjoignant, F E, (& partant B C) sera à B E, comme G E (& partant comme A C) à D E. Mais nous avons prouvé, que comme A B est à D B, ainsi est C B à E B. Donques, par l'onzieme du cinquieme, comme A B est à D B, & C B à E B, ainsi est A C à D E. Ce qu'il faloit demonstrer. Et ceste cy est la seconde composition des triangles equiangles.

Mais la troisieme est en croisade ou decussation entre deux paralleles : tels que sont en ceste figure gnomonique les deux triangles A B C & B D E : desquels les deux bases, A C & D E, sont paralleles: & entre icelles sont les deux lignes A E & C D, se croisans au poinct B, & formans lesdits deux triangles A B C & B D E, avec leurs paralleles. Nous avons parachevé la figure gnomonique, à fin que par tout nous fissions voir sa fecondité. Car tu as en un seul aspect la triple position des triangles equiangles. Sçavoir est, au demi parallelogramme, celle des deux triangles A B C & B E G, sur le dimetient A E : & tout autant en l'autre moitié du parallelogramme. Laquelle position est pour la premiere demonstration. La seconde des deux triangles A E K & B E G, aussi equiangles, desquels le moindre est inseré dans le plus grand, comme est B E D en A E H. Ce que nous avons faict voir en la seconde formule.



La

La troisieme position tu l'as és deux triangles A B C & B D E, & aussi A B F & B E G. La preuue desquels est assez manifeste par ce que nous auons dit cy deuant.

Et icy encor, si tu y prens soigneusement garde, tu treuueras que de la preuue des triangles s'ensuit la preuue des parallelogrammes : veu qu'il conste, que comme A C est à C B, ainsi est B G à G E. Mais cecy n'a pas besoing qu'on en die dauantage.

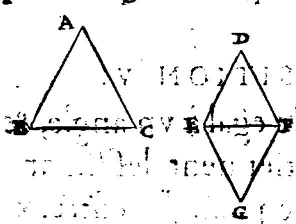
La quatrieme position des triangles equiangles, est à l'entour d'un mesme dimetient : tels que sont A B C & A B F : & aussi B E G & B E D. Lesquels, pource qu'ils sont egaux, n'ont besoing d'aucune demonstration : mais on les employe pour la preuue des autres.

THEOREME 5. PROPOSITION V.

Les triangles de costés proportionaux, ont les angles, qui soustendent lesdits costés proportionaux, egaux.

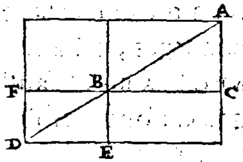
C'est la conuerse de l'antecedente. Soyent deux triangles, A B C & D E F : & soit A B à D E, & A C à D F, comme B C à E F. Je dis que l'angle A est egal à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & l'angle C à l'angle F.

Sur la ligne E F, à contrepoil du triangle D E F, je formeray, par la vingttroisieme du premier, l'angle F E G, qui soit egal à



l'angle B : & l'angle E F G, qui soit egal à l'angle C. Si seront les deux formés, moindres que deux droits, pource qu'ils sont egaux à deux moindres que deux droits, par la dixseptieme du premier. Donques E G & F G viendront à se rencontrer, comme au poinct G. Si sera l'angle G, par la trentedeuxieme du premier, egal à l'angle A. Partant, par l'antecedente, A B sera à E G, & A C à F G, comme B C à E F : & donques A B à D E, comme à E G : & A C à D F, comme à F G par l'onzieme du cinquieme. Donc, par la seconde partie de la neufieme dudit, D E sera egale à E G, & D F à F G. Partant, par la huictieme du premier, les deux triangles, D E F & G E F sont equiangles. Puis donc que le triangle G E F est equiangle au triangle A B C; D E F sera aussi equiãgle audit A B C. Ce qu'il faloit demonstrer.

Mais ceste preuue aussi se tire de la figure gnomonique. Car soyent les deux triangles A B C & D B E: & soit A B à A C, comme B D à B E: & A B à B C, comme B D à E D. Ie dis que les angles sont egaux, lesquels sont contenus par costés proportionaux.

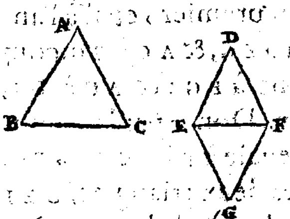


Ie mettray le costé A B de l'un en droite ligne auec le costé B D de l'autre, à ce que les triangles A B C, & B D E soyent sus vne mesme ligne A D. Et tireray D F parallele à C A, laquelle se rencontre au poinct F auec C B prolongé.

Puis donc que, par la quinzieme du premier, l'angle D B F est egal à l'angle A B C: & l'angle B D F, par la vingtneufieme dudit, egal à l'angle B A C: par la trentedeuxieme dudit, les deux triangles A B C & B F D seront equiangles. Partant, par l'antecedente, comme A B est à A C, ainsi est B D à D F. Mais comme A B est à A C, ainsi a-on posé B D estre à B E. Donques, par la neufieme du cinquieme, D F est egale à E B. Derechef, par l'antecedente, comme A B est à B C, ainsi est B D à B F. Mais comme A B est à B C, ainsi est B D, à D E. Donques, par la mesme du cinquieme, les costés B F & E D sont egaux. Partant, par la huictieme du premier, les deux triangles, B D F & B E D sont equiangles. Et donc A B C & B D E sont equiangles. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 6, PROPOSITION VI.

Deux triangles, qui ont vn angle egal à vn angle, & proportionaux les costés qui contiennent lesdits angles, ces deux triangles, dis-je, sont equiangles entr'eux.



Soyent deux triangles A B C & D E F: & soit l'angle B egal à l'angle E: & A B soit à D E, comme B C à E F. Ie dis que ces deux triangles sont equiangles.

Seruons-nous de la premiere figuration de l'antecedente; & bastissons le triangle E G F à contrepoil du triangle

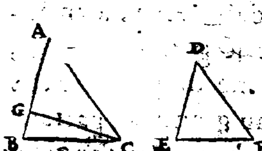
D E F, qui soit equiangle audit A B C. Si sera, par la quatrieme du present, A B à E G comme B C à E F : & partant, selon l'hypothese, & par l'onzieme du cinquieme, A B sera à D E comme A B à E G. Donques, par la seconde partie de la neufieme du cinquieme, D E est egale à E G. Puis donc que les deux costés, D E & E F, du triangle D E F, sont egaux aux deux E G & E F du triangle E G F : & l'angle E de l'un egal à l'angle E de l'autre, puis que l'un & l'autre sont egaux à l'angle B : par la quatrieme du premier, D E F & G E F seront equiangles. Veu donc que E G F est equiangle à A B C, D E F aussi sera equiangle audit A B C. Ce qu'il faloit demonstrer. Mais le mesme se peut prouuer par la figure gnomonique.

THEOREME 7, PROPOSITION VII.

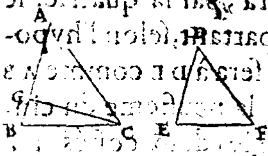
Si deux triangles ont vn angle egal à vn angle, & que les costés, qui sont autour de deux des autres angles, soyent proportionaux: & que des deux autres restans chacun, ou pas vn, soit moindre qu'un droit: ces triangles seront equiangles, & les angles egaux, lesquels sont contenus par costés proportionaux.

Soyent les deux triangles, A B C & D E F : & soit l'angle A egal à l'angle D, & la raison de A C à D F, comme de C B à F E : & que chacun des deux angles B & E, ou pas vn, soit moindre d'un droit. Ie dis que lesdits triangles sont equiangles, & que les angles, qui sont comprins par costés proportionaux, sont aussi egaux.

Car, si l'angle C est egal à l'angle F, il appert que les triangles sont equiangles, par l'antecedente. Que s'ils ne sont egaux, soit C plus grand : & soit posé, par la vingttroisieme du premier, l'angle A C G egal à l'angle F. Si sera, par la trentedeuxieme dudit, le triangle A G C equiangle au triangle D E F. Partant,



par la quatrieme de cestuy-cy, A C sera à D F comme G C à E F. Mais ainsi a esté B C à E F. Donc, par la neufieme du cinquieme, G C & B C sont egaux : & partant, par la cinquieme du premier, l'angle B sera egal



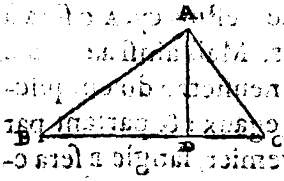
egal à l'angle B G C. Si donc pas vn des deux B & E n'est moindre d'un droit, les deux angles B & G du triangle B G C, ne seront pas moindres de deux droits, contre la dixseptieme du premier. Que si les deux sont moindres d'un droit, l'angle A G C sera plus grand qu'un droit, par la treizieme dudit, & partant l'angle E sera aussi plus grand qu'un droit, contre l'hypothese. Donques l'angle A C B est egal à l'angle F. Partant le triangle A B C est equiangle au triangle D E F, & les angles compris par costés proportionaux, sont aussi egaux. Ce qu'il faloit demonstrer.

Or auons nous posé que chacun des angles C & E fust moindre qu'un droit, ou ny l'un ny l'autre: à fin d'amener à l'absurde. Car, puis que les deux lignes G C & B C se trouuent egales, les deux angles B & C G B, par la cinquieme du premier, seront egaux. Si donc chacun des angles E & B est moindre qu'un droit, A G C se trouuera aussi moindre qu'un droit, puis qu'elle est egale à E. Partant, par la treizieme du premier, C G B sera plus grand qu'un droit: & donques B aussi, qui auoit esté posé moindre. Que si ny l'un ny l'autre des angles B & E se trouue moindre d'un droit, du moins chacun d'iceux sera droit. Et par consequent, par la cinquieme du premier, C G B se trouuera aussi droit: qui est contre la dixseptieme dudit.

THEOREME 8. PROPOSITION VIII.

Si de l'angle droit d'un triangle, on tire vne perpendiculaire à la base d'iceluy, icelle coppera ledit triangle en deux triangles semblables entr'eux & au grand.

Soit le triangle A B C, duquel l'angle A soit droit: & soit A D la perpendiculaire sur la base B C. Ie dis que les deux triangles, A B D & A D C, sont semblables entr'eux, & à l'entier A B C.



Car puis que chacun d'iceux est rectangle, & que chacun d'iceux a vn angle commun auec le grand triangle, par la trentedeuxieme du premier, ils seront equiangles au grand, & partant equiangles aussi entr'eux. Car l'angle B

sera

fera egal à l'angle E A D : & l'angle C à l'angle B A D : & les deux angles, qui sont à D, sont droits ; comme est aussi l'angle B A C. Ce que nous auons aussi demonstré cy dessus à la quarantesepti eme du premier. Partant, par la quatrieme du present, les costés qui contiennent les angles egaux, sont proportionaux. Donques les triangles sont semblables & entr'eux & à l'entier. Ce qu'il faloit monstrer.

Corrolaire.

La perpendiculaire tiree de l'angle droit d'un triangle à sa base, est proportionnelle entre les deux segments de la base : & chacun des costés est aussi proportionnel entre la base & le segment qui luy touche.

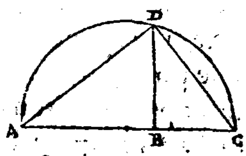
Comme icy, la perpendiculaire A D est moyenne proportionnelle entre les segments B D & D C : & le costé A B proportionnel entre la base B C & le segment B D : & le costé A C aussi proportionnel entre ladite base B C & le segment D C.

PROBLEME I, PROPOSITION IX.

à Theon 13.

Trouuer vne moyenne proportionnelle entre deux lignes droites.

Soyent les deux lignes droites A B & B C, entre lesquelles il fale trouuer vne moyenne proportionnelle.



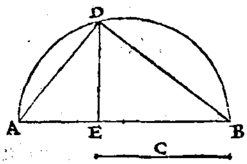
Ie mettray B C de droit fil auec A B, si que A C ne soit qu'vne ligne. Sur laquelle je descriray le demicercle A D C. Et du poinct B je dresseray la perpendiculaire B D, laquelle je dis estre moyenne entre A B & B C.

Soyent conjoinctes D A & D C. Si sera, par la trentieme du troisieme, l'angle A D C droit. Donc, par le correlaire de l'antecedente, A B sera à B D, comme B D à B C. Ce qu'il faloit faire.

Autrement. Soyent deux lignes A B & C, desquelles A B soit la plus grande. (car entre egales la moyenne est aussi egale.) le

L veuil

veuil trouuer vne proportionnelle entre icelles.



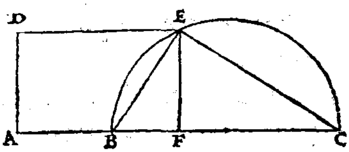
Sur A B je descri le demicercle A D B: & fais E B egale à C. Lors du poinct E je dresse la perpendiculaire E D: & cõjoins A D & B D. Ie dis que B D est la moyenne proportionnelle entre A B & E B: c'est à dire, entre A B & C.

Car il appert, par la trétieme du troisieme, que l'angle A D B est droit: & par l'antecedente, que les deux triangles A E D & B E D sont semblables entr'eux & au tout A D B. Donc, par la quatrieme de cestuy-cy, A B est à B D, comme B D à E B: & partant comme B D à C. Ce qu'il faloit faire.

En ceste construction se void de plein saut triple proportionalité. Car B D est moyenne entre A B & E B, comme nous auõs ja prouué: mais aussi A D est moyenne entre A B & A E: & en troisieme lieu, E D est aussi moyenne entre les segments A E & E B.

Vn moyen proportional estant donné, trouuer deux extremes en vne ligne donnee. Or ne faut-il pas que ce moyen donné soit plus grand que la moitié de la ligne donnee.

Soit A B le moyen donné, & B C soit la ligne donnee. Ie veuil en ladite B C trouuer deux extremes proportionaux, entre lesquels A B soit moyen proportional. Moyennant toutesfois que A B ne soit pas plus grand que la moitié de B C. Car autrement ne pourroit-il estre moyen.



Ie joins A B & B C, si que A C ne soit qu'une ligne. Lors sur B C je descris le demicercle B E C. Et du poinct A, je dresse la perpendiculaire A D, laquelle je rens egale à A B. Et par le poinct D je tire D E parallele à ladite A C: laquelle, sans doute, coppera ou touchera le demicercle, comme elle fait au poinct E: veu que A D n'est pas plus grande que le demidiametre. Puis du poinct E je tire E F perpendiculaire à ladite B C. Ie dis que B C est tellement diuisee au poinct F, que A B est moyenne proportionnelle entre B F & F C.

Or est cecy assez manifeste par la trenteieme du troisieme, & par le corollaire de l'antecedente. Car puis que E est egale

à A

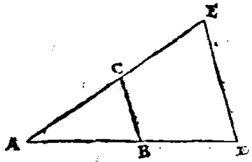
à A D, par la trentequatrieme du premier, & par mesme moyen egale aussi à A B: tirant les lignes B E & C E, se fera le triangle rectangle B E C. Donques, par ledit correlaire, B F sera à F E, (& partant à ladite A B,) comme F E à F C. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 2, PROPOSITION X. à Theon II.

Deux lignes estans proposees, leur en adjouster vne troisieme, qui continue à leur estre proportionnelle.

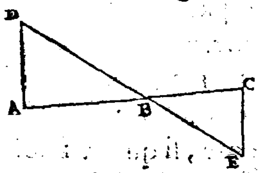
Soyent les deux lignes A B & A C, ausquelles il en fale adjouster vne, qui continue à leur estre proportionnelle.

Ie conjoins A C & A B, si qu'elles facent vn angle tel qu'il me plaira B A C. Lors allongeant A B je fais B D egale à A C. Et conjoignant B C, je tire D E qui soit parallele à ladite B C: & allonge A C, jusqu'à ce qu'elle se rencontre auec D E au poinct E. Ie dis que la ligne C E est la troisieme continuement proportionnelle aux deux A B & A C.

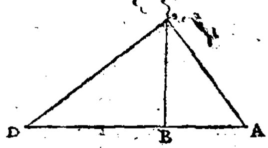


Car, par la seconde du present, A B est à B D, comme A C à C E: mais A B est à B D, comme A B à A C, par la seconde partie de la septieme du cinquieme. Donques A B sera à A C comme A C à C E. Ce qu'il faloit faire.

Autrement. Ie mets de droit fil A B & B C. Lors sur le poinct A je dresse la ligne A D, à angle tel qu'il se rencontrera: laquelle A D je fais egale à B C. Et du poinct D, par le poinct B, je tire la trauerse D E: à laquelle je tire C E qui la rencontre, & qui soit parallele à A D. Ie dis que C E est la troisieme proportionnelle à A B & B C. Car puis que, par la quinzieme du premier, l'angle B du triangle A B D, est egal à l'angle B, du triangle C B E: & par la vingtneufieme dudit l'angle A est egal à l'angle C, & l'angle D à l'angle E: par la quatrieme de cestuy cy A B sera à D A comme D C à C E. Donques, par l'onzieme du cinquieme, A B est à B C, comme B C est à C E. Ce qu'il faloit faire.



Derechef autrement. I'assemble lesdits A B & B C à angle



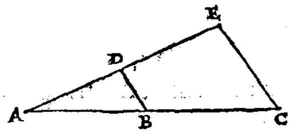
droit A B C. Et en conjoignant A C, je tire du poinct C la perpendiculaire C D: laquelle je prolonge jusqu'à ce qu'elle se rencõtre auec A B prolongee au poinct D. Ie dis que B D est la troisieme proportionnelle à A B & B C. Or cecy est assez manifeste par le correlaire de la huictieme du present.

PROBLEME 3, PROPOSITION XI.
selon Theon Probleme 4, Proposition 12.

Trois lignes estans proposees, leur en joindre vne quatrieme proportionnelle.

Soyent les trois lignes, A B, B C, & A D, Ie veuil à ces trois en adjouster vne quatrieme proportionnelle.

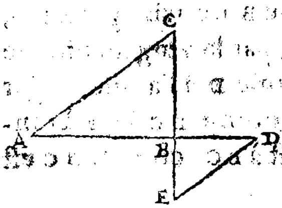
De A B & B C je fais vne seule ligne A C: & joins A D auec A C à angle fortuit C A D: puis conjoins D B: à laquelle je tire la parallele C E. En apres je prolonge A D jusqu'à ce qu'elle se rencontre auec C E au poinct E. Ie dis que D E est la quatrieme proportionnelle à A B, B C, & A D.



Car, par la seconde du present, comme A B est à B C, ainsi sera A D à D E. Ce qu'il faloit faire. Ce qui aussi estoit manifeste par l'antecedente. Toutesfois il nous faut prendre garde que les deux proportionalités, continue & discrete, sont icy prouuees, lesquelles aussi Euclide ne traicte pas separément, comme nous auons dit aux definitions du cinquieme.

Autrement. Soyent les trois lignes, A B, B C, & B D. Ausquelles je veux adjouster vne quatrieme proportionale.

Ie conjoins A B premiere auec B D troisieme, si que A D soit vne seule ligne. Et sur icelle je dresse la seconde B C, à angle fortuit A B C: Et conjoins A C. Lors, par le poinct D je tire D E parallele à ladite A C: laquelle je prolonge, jusqu'à ce qu'elle se rencontre auec C B aussi prolongee, au poinct E. Ie dis que B E est la quatrieme proportionnelle



nelle

nelle ausdits A B, B C, & B D : sçauoir est, que comme A B est à B C, ainsi B D est à B E.

Car puis que, par la quinzieme & vingtneufieme du premier, les deux triangles A B C & D B E sont equiangles : par la quatrieme du present, A B sera à B C, comme B D à B E. Ce qu'il faloit faire.

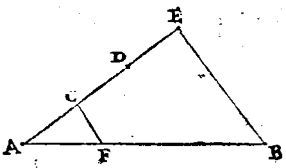
Champagne a joinct ceste-cy à la precedente, comme vn appendice.

PROBLEME 4, PROPOSITION XII.

selon Theon Probleme 1, Proposition 9.

D'une ligne donnee oster vne certaine partie.

Soit la ligne donnee A B, de laquelle, par exemple, il fale retrancher le tiers.

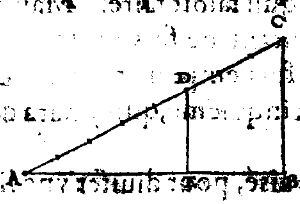


Ie tire la ligne A C, laquelle, auec A B face l'angle fortuit C A B. Et à droit fil de A C, je continue C D & D E, qui soyent egales à ladite A C : tellement que A E soit diuisee en trois parties egales aux poincts C & D. Puis conjoins E B. En apres, du poinct C je tire C F parallele à ladite B E, qui coppera A B au poinct F. Ie dis que A F est la troisieme partie de la ligne A B.

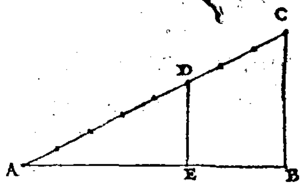
Car puis que, par la seconde de ce liure, E C est à C A, comme B F à F A : en les conjoignant, E A sera à C A, comme B A à F A. Mais A E est triple de C A. Donques B A sera aussi triple de F A. Partant A F sera la tierce partie de A B. Ce qu'il faloit faire.

Mais pource que ces menues denominations, (comme sont les superpartientes, & les superparticulieres,) ne se laissent pas si facilement entendre, nous expliquerons cest affaire en passant.

Soit la ligne A B, de laquelle il fale retrancher vne partie soussupertripartiente quintes.



Puis qu'au quinaire l'octonaire est supertripartient quintes, de huict petites lignes egales j'en feray vne seule, telle qu'est icy la ligne A C : laquelle je coioindray à angle fortuit auec



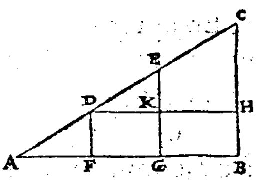
la ligne A B, que nous voulons diuiser. Et ayant conioinct B C, je tireray, par le poinct de la cinquieme sectiõ, (qui est D,) la ligne D E parallele à ladite B C. Si sera A E la partie que nous cerchons de la ligne A B, à sçauoir soussupertripartiente quintes. Ce que donne assez à entendre la figure. Car puis que A D est à A C soussupertripartiente quintes: & que, par ce que nous auons cy dessus prouué, comme A D est a A C, ainsi est A E a A B: A E aussi sera à A B soussupertripartiente quintes. Ce qu'il faloit monstrer.

PROBLEME 5, PROPOSITION XIII.

selon Theon Probleme 2, Proposition 10.

Copper vne ligne donnee non coppee, à la façon qu'est coppee vne autre ligne donnee.

Soit la ligne donnee non coppee A B: & la coppee soit A C, diuisee, par exemple, en trois telles parties qu'on voudra, A D, D E, & E C. Ie veuil diuiser la ligne A B en autant de semblables parties.



Ie conioins A B & A C à angle fortuit, à sçauoir B A C. Et conioins B C. A laquelle, par les poincts D & E je tire les paralleles D F & E G. Ie dis que ces paralleles diuisent la ligne A B en semblables parties qu'est diuisee la ligne A C.

Ie tire D H parallele à ladite A B, qui coppera B C au poinct H: & G E au poinct K. Et prenant les deux triangles A B C & D H C, E D, par la seconde du present, sera à D A, comme G F à F A: semblablement C E à E D, comme H K à K D: & partant comme B G à G F, par la trentequatrieme du premier, & par la seconde partie de la septieme du cinquieme. Ce qu'il faloit faire. Mais il faut employer la seconde du present autant de fois qu'il y aura de paralleles à ladite B C: & autant de fois employer la trentequatrieme du premier & septieme du cinquieme, qu'il y aura de paralleles à ladite A B.

De ceste-cy on recueille vn moyen aisé, pour diuiser vne ligne

gne en autant de certaines parts que l'on voudra. Comme s'il la faut partir en trois, on fera D E egale à A D, & E C egale à la mesme, par la troisieme du premier. Et lors, par le mesme moyen, dont nous auons ja vsé, A B sera coppee en trois parties egales.

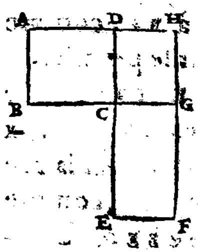
Le mesmes se peut dire & faire de toutes telles parties que l'on voudra.

THEOREME 8. PROPOSITION XIIII.
selon Champaigne 13.

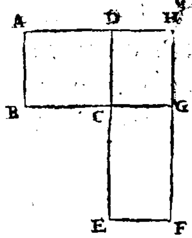
Les costés de parallelogrammes egaux, qui ont vn angle egal à vn autre angle : ces costés, dis-je, qui contiennent angles egaux, sont reciproques : Et les parallelogrammes, qui ont vn angle egal à vn autre angle, & desquels les costés, qui entourent angles egaux, sont reciproques, ces Parallelogrammes, dis-je, sont egaux.

Soyent deux parallelogrammes egaux A B C D & C E F G : & soit l'angle C de l'un egal à l'angle C de l'autre : Ie dis que B C est à C G, comme E C est à C D. Que si B C est à C G comme E C à C D, & que les deux angles comprins par eux soyent egaux : le dis que les deux parallelogrammes sont egaux.

Ie mettray de droit fil les deux costés B C & C G, si que B G ne soit qu'une ligne. Et E D aussi ne sera qu'une ligne, par ce que nous auons demonstré à la quinzieme du premier. Ie prolonge donc les costés A D & F G, jusqu'à ce qu'ils se rencontrent au poinct H. Si sera, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, vne mesme raison de chacun des parallelogrammes A C & C F au parallelogramme C H. Et pource que, par la premiere de ce liure, le parallelogramme A C est au parallelogramme C H, comme la base B C est à la base C G : & le parallelogramme C F audit C H, comme la base E C à la base C D : par l'onzieme du cinquieme, B C sera à C G, comme E C à C D. Qui est pour le premier.



Maintenant soit B C à C G comme E C à C D. Si sera, par la premiere du present, la base B C à la



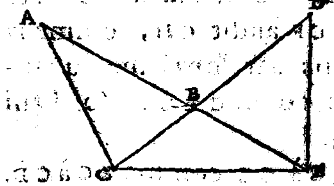
à la base C G, comme le parallelogramme A C au parallelogramme C H: & la base B C à la base C D, comme le parallelogramme C F audit parallelogramme C H. Donques, par l'onzieme du cinquieme, A C sera à C H, comme C F audit C H. Partant, par la premiere partie de la neufieme dudit, le parallelogramme A C est egal au parallelogramme C F. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 10, PROPOSITION XV.
selon Champaigne 14.

Les costés de triangles egaux, ayãs vn angle egal à vn angle: ces costés, dis-je, estans entour angles egaux, sont reciproques. Et si les costés, qui forment angles egaux, sont reciproques, leurs triangles, ayans vn angle egal à vn angle, sont egaux.

Soyent deux triangles egaux A B C & B D E: & soit l'angle B de l'un, egal à l'angle B de l'autre. Ie dis que A B est à B E, comme D B à B C. Que si A B est à B E, comme D B à B C, & que les deux angles qui sont à B soyent egaux, je dis que lesdits triangles sont egaux.

I'assemble les deux costés A B & B E, si que A E ne soit qu'une ligne. Et D C aussi ne sera qu'une ligne, par la mesme raison qu'en l'antecedente: à sçavoir, par la converse de la quinzieme du premier. Si conjoindray C E. Lors sera, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, vne mesme raison de chacun des deux triangles A B C & B D E, au triangle C B E. Et pource que, par la premiere du present, A B C est à B E C, comme A B à B E: & B D E au mesme B E C, comme D B à B C: par l'onzieme du cinquieme, A B sera à B E, comme D B à B C. Qui est pour le premier.



Maintenant soit A B à B E comme D B à B C, & soyent egaux les deux angles qui sont à B. Si sera, par la premiere du present, A B à B E, comme A B C à B E C: & D B à B C comme D B E, au mesme B E C. Donques,

ques, par l'onzieme du cinquieme, A B C & D E B auront vne mesme raison l'un que l'autre à B E C. Partant, par la premiere partie de la neufieme du mesme, lesdits A B C & D E B sont egaux. Ce qu'il faloit demonstrer.

Si nous conjoignons A D, ceste figure seroit quadrilatere auec deux dimetients. Mais il n'a pas esté besoing qu'on la fist de costés equidistans, puis qu'il ne s'agit que de seuls triangles, & encor non equiangles. Car ainsi A C & D E seroyent paralleles.

Au demeurant, ceste comparaison de costés mutuels des triangles, se recueille en ceste façon, que A B superieure soit à sa directe B E, comme D B aussi superieure à sa directe B C. Car si on disoit, A B superieure à B E, comme C B inferieure à B D : les vns ne respondroyent pas aux autres, & la comparaison ne seroit pas mutuelle. I'enten le mesme de la permutation ou conuersion.

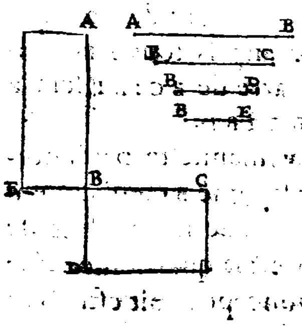
Et cecy est notable pour entendre la reciprocation. Or tout cecy depend des deux dimetients du quadrilatere qui se croisent.

THEOREME 11, PROPOSITION XVI.

selon Champaigne 15.

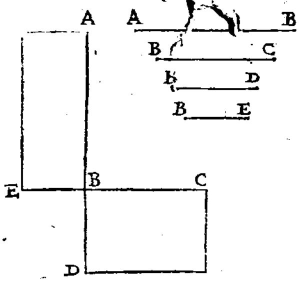
Si quatre lignes sont proportionnelles, le rectangle qui prouient des extremes, est egal à celuy qui prouient de celles du milieu. Et si le rectangle prouenant des extremes, est egal à celuy qui prouient de celles du milieu, les quatre lignes seront proportionnelles.

Soyent quatre lignes proportionnelles, A B, B C, B D, & B E: comme A B à B C, ainsi B D à B E. Ie dis que le rectangle compris



sous A B & B E, est egal au rectangle compris sous B C & B D. Et si le rectangle compris sous A B & E B, est egal au rectangle comprins sous B C & B D, je dis que A B est à B C comme B D à B E.

Soit faict le rectangle A E de A B & de B E, & le rectangle C D, de B C & B D. Et soyent bastis à angles contreposés, à sçauoir les angles B : à fin qu'on voye



plus clairement que le tout depend de la figure gnomonique.

Puis donc que A B est à B C, comme B D à B E : en eschangeant A B sera à B D, comme B C à B E. Partant, en quelque façon que soyent situés les rectangles, puis que de toutes parts les angles sont egaux, les costés aussi seront reciproquemẽt proportionaux. Donques, par la seconde partie de la quatorzieme du present, les parallelogrammes seront egaux. Qui est pour le premier.

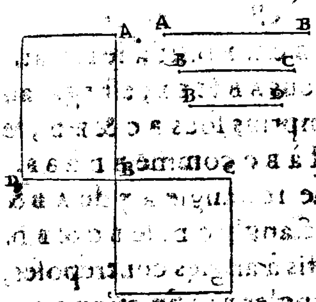
Le second est clair par la premiere partie de la susdite. Car si les parallelogrãmes sont egaux, puis que tous les angles sont egaux, les costés seront reciproques. Partant en ceste position, où A D est vne seule ligne, A B sera à B D, comme B C à B E : c'est à dire, en eschangeant, A B à B C, comme B D à B E. Ce qu'il faloit demonstrer.

THEOREME 12, PROPOSITION XVII.

selon Champaigne 16.

Si trois lignes sont proportionnelles, le rectangle qui est faict des extremes, est egal au quarré qui est faict de celle du milieu : Et si le rectangle compris sous les extremes, est egal au quarré qui est faict de celle du milieu, lesdites trois lignes, seront proportionnelles.

Soit la ligne A B, à la ligne B C, comme ladite B C à la troisieme B D. Ie dis que le rectangle compris sous A B & B D, est egal au quarré qui prouient de B C. Et si le rectangle compris sous A B & B D est egal au quarré de B C : A B sera à B C, comme B C à B D.



Or est cecy manifeste par l'antecedente. Car la ligne B C, en cest endroit, tient lieu de seconde & de tierce : & B D est la quatrieme. Ce Theoreme donc pouuoit estre vni auec

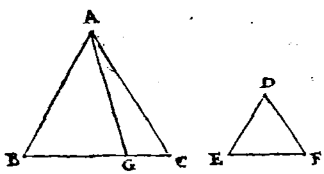
M

auec le precedent, comme correlaire.

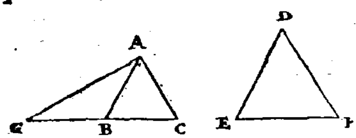
THEOREME 13, PROPOSITION XVIII.
Selon Theon 19, selon Champaigne 17.

La raison des triangles semblables, est double de celle de leurs costés de semblable raison.

Soyent deux triangles semblables, A B C & D E F : c'est à dire, par la premiere definition de ce liure, qui soyent equiangles, & de costés proportionaux : Et soit l'angle A egal à l'angle D : & l'angle B à l'angle E : & l'angle C à l'angle F : & soit A B à D E, & A C à D F, comme B C à E F. Ie dis que la raison du triangle A B C au triangle D E F est double de celle de B C à E F.



Aux deux lignes, B C & E F, j'adjouste la troisieme C G, par la dixieme de ce liure, qui soit continuement proportionnelle: retranchant B C, ou bien la prolongeant, selon qu'elle sera plus grande ou moindre que E F (comme nous l'auons icy figuree en deux façons.) Puis



je conjoins G A. Si sera, par la seconde partie de la quinzieme du present, le triangle A G C, egal au triangle D E F : puis que A C a esté posé à D F, comme E F à G C, & que l'angle C est egal à l'angle F. Donc, par la seconde partie de la septieme du cinquieme, le triangle A B C aura mesme raison à A G C, qu'à D E F. Mais le triangle B A C, par la premiere de cestuy-cy, est au triangle A G C, comme B C est à G C : & la raison de B C à G C, est comme celle de B C à E F doublee, par la dixieme definition du cinquieme. Donques la raison du triangle A B C au triangle D E F, est comme celle de B C à D F doublee. Ce qu'il faloit demonstrer.

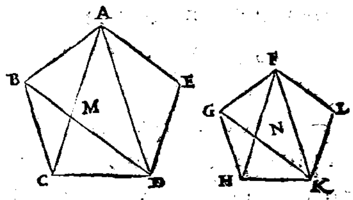
Maintenant, si C G est egale à B C, le triangle A B C, par la seconde partie de la quinzieme du present, sera egal au triangle D E F Or la proportion egale, en quelque façon qu'on la multiplie, demeure tousiours vne : veu qu'elle prend sa denomination de l'unité, laquelle est son quarré & son cube: & multipliee sans fin en soymesme, est tousiours egale à soymesme.

THEOREME 14. PROPOSITION XIX.

Selon Theon 20, selon Champaigne 18.

Les Polygones ſemblables, ſe diuiſent en autant de ſemblables triangles l'un que l'autre. Et la raiſon du polygone à ſon ſemblable polygone, eſt double de celle du coſté au coſté de ſemblable raiſon.

Soyent ſemblables polygones (pour maintenant nous les prendrons pentagones,) A B C D E & F G H K L. Ie dis que ces polygones ſe diuiſent en triangles ſemblables entr'eux, & egaux en nombre. Et d'auantage, que chacun d'iceux eſt à l'autre, comme la proportion doublee du coſté A B à ſon ſemblable coſté F G.



Soyent conioinctes A C & A D: & auſſi F H & F K. Si ſera, par la reſemblance des Polygones, & par la ſixieme du preſent, le triangle A B C equiangle au triangle F G H: & le triangle A E D au triãgle F L K. Partant, puis que les pentagones ſont, par leur poſition, equiangles, & de coſtés proportionaux: le triangle A C D ſera auſſi equiangle au triangle F H K. Et ainſi chacun ſemblable à l'autre, par la quatrieme du preſent, & par la definition des ſuperfices ſemblables. Donques, puis qu'ils ſont egaux en nombre, la premiere partie eſt manifeſte.

L'autre ſe demonſtrera ainſi. Soit tiree B D, laquelle coppe A C au poinct M: & G K, qui coppe F H au poinct N. Si ſera, par la ſemblance des polygones, & par la ſixieme du preſent, le triangle B C D equiangle au triangle G H K: d'où s'enſuit auſſi que le triangle A B M eſt equiangle à F G N: car les angles B A M & G F N ſont egaux: & A B M & F G N ſont oſtés d'egaux: & partant, par la trentedeuxieme du premier, ils ſont equiangles.

Par meſme raiſon A M D eſt equiangle à F N K. Donques, par la quatrieme, B M eſt à G N comme A M à F N: & de meſmes A M à F N, comme M D à N K: donc, par l'onzieme du cinquieme du preſent, B M eſt à G N, comme M D à N K: & en eſchangeant, B M à M D, comme G N à N K. Mais, par la premiere du preſent,

A B M

ABM est à AMD, & BCM à CMD, comme BM à MD : &, par la mesme, FGN à FNK, & GNH à HNK, comme GN à NK. Donques, par la treizieme du cinquieme, ABC est à ACD, comme FGH à FHK: & en eschange, ABC à FGH, comme ACD à FHK. Par mesme raison, si nous presupposons que les lignes EC & LH soyent tirees, il se prouuera aussi que de mesmes est ACD à FLK. Partant, par la treizieme du cinquieme, la raison de tout le pentagone à tout le pentagone, sera comme ABC à FGH: & par mesme raison, par l'antecedente, comme AB à FG doublee. Ce qu'il faloit demonstrer.

Mais ce dernier chef gist en la commune notion. Car, puis que les triangles, esquels se resoluent les pentagones, sont egaux en nombre, & semblables entr'eux : par l'antecedente, la raison de ABC à FGH, sera comme de BC à GH doublee : & de AED à FLK, cõme de DE à KL doublee. Mais toutes ces raisons doublees sont egales, puis que leurs simples sont egales : Donques, par la treizieme du cinquieme, la raison de tout le pentagone à tout le pentagone, est comme celle d'un des costés à son semblable doublee. Ce qu'il faloit prouuer.

Correlaire.

Si donc trois lignes sont proportionales, autant grande qu'est la premiere à la troisieme: autant grande sera la superfice dressee sur la premiere, à la superfice dressee sur la seconde, puis que l'une & l'autre sont semblables, & semblablement descrites.

Cecy sera manifeste par la deduction cy deuant faicte.

Quelques vns adjoustent encor à ce theoreme vn autre correlaire des parallelogrammes semblables, à sçauoir qu'ils sont en double raison à celle de leurs costés semblablement prise. Mais cecy est euident par semblance des triangles. Car les triangles, comme nous auons souuent dit, sont la moitié des quadrilateres. Voire si le theoreme eust parlé des rectilignes en general, il y eust eu la mesme preuue qu'il y a eu des polygones.

PROBLEME 6, PROPOSITION XX.

Selon Theon 19, selon Campaigne 18.

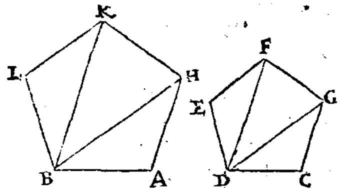
Sur vne ligne donnee dresser vne superfice sembla-

 ble,

ble, & semblablement descrite, à vne superfice rectiligne donnee.

Soit A B la ligne donnee, & la superfice donnee soit pour le present pentagone, C D E F G. Ie veux sur A B tracer vne superfice semblable à ladite C D E F G, & semblablement dressee.

Ie reduis en triangles la superficie donnee, en tirant les lignes D F & D G. Puis sur le poinct A, je dresse l'angle B A H, qui soit egal à l'angle C. Derechef, sur le poinct B, je dresse l'angle A B H, qui soit egal à l'angle C D G, en tirant B H, qui se vienne à rencontrer auec A H au poinct H.



Si sera, par la trentedeuxieme du premier, l'angle A H B egal à l'angle C D G: & partant, par la quatrieme de cestuy-cy, les costés des deux triangles G C D & H A B, seront proportionaux. Ie mets aussi l'angle H B K egal à l'angle G D F: & l'angle B H K, egal à l'angle D G F: puis l'angle K B L, egal à l'angle F D E: & en fin l'angle B K L, egal à l'angle D F E. Et lors sera complet le pentagone sur la ligne A B tel que nous le demandions. Car il est diuisé en triangles egaux en nombre, & equiangles, comme le pentagone C D E F G. Et partant luy est-il semblable. Ce qu'il faloit faire.

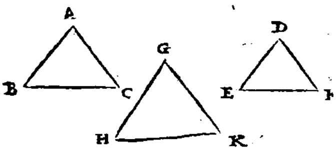
Mais à fin qu'en passant, nous declarions icy, que veut dire, Estre semblablement dresfé, lors qu'on parle des superfices: C'est, que s'il se presente vne superfice, telle qu'est icy le pentagone C D E F G, auquel sur la ligne A B, il fale construire vne superfice semblable, & semblablement dressee, il nous faut prendre garde si ladite A B est comparee au costé D C, ou bien au costé D E, ou bien à quelque autre des costés de la figure proposee: & que nous accommodions ceste ligne selon sa comparaison. Car il se pourroit faire que B A H fust egal à l'angle C D E, & celà commencé la figure se parferoit: laquelle toutesfois, quoy qu'elle fust semblable, ne seroit pas pourtant semblablement descrite. Ce qui appert euidemment, quand la figure, qui se presente, n'est pas de costés egaux.

THEOREME 15, PROPOSITION XXI.
A Champaigne 20.

Les rectilignes, qui ſont ſemblables à vn meſme rectiligne, ſont auſſi ſemblables entr'eux.

Soyent deux rectilignes, A B C & D E F: & que le triangle G H K ſoit ſemblable à chacun d'iceux : tellement que A B ſoit à A C, & D E à D F, comme B C & E F à H K : & les angles de chacun, qui ſont comprins par coſtés proportionaux, egaux aux angles du triangle G H K. Ie dis que les deux ſont ſemblables.

Car, par l'onzieme du cinquieme, A B ſera à A C, & D E à D F, comme B C à E F. Et partant, par la cinquieme de ceſtuy-cy, les angles qui ſouſtendent coſtés proportionaux, ſont auſſi egaux.

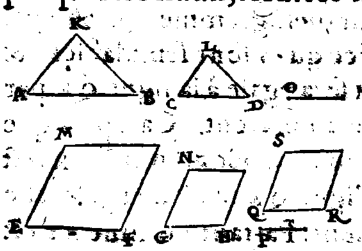


Les deux triangles donc ſont equiangles. Et partant, par la definition des ſuperfices ſemblables, ils ſeront auſſi ſemblables entr'eux. Ce qu'il faloit demonſtrer.

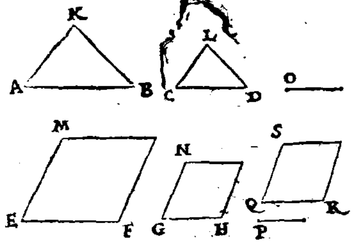
Ce Theoreme eſtoit de ſoymeſme clair, comme notion de l'eſprit. Car, comme nous l'auons enſeigné cy deuant, la ſemblance des ſuperfices eſt comme vne certaine egalité.

THEOREME 16, PROPOSITION XXII.
ſelon Theon 21.

Si quatre lignes ſont proportionnelles, les rectilignes baſtis ſemblables ſur icelles, & ſemblablement dreſſés, ſeront proportionaux. Et ſi les rectilignes ſemblables, baſtis ſur icelles, & ſemblablement dreſſés, ſont proportionaux, leſdites lignes auſſi ſeront proportionnelles.



Soyent quatre lignes proportionales, A B, C D, E F, & G H : comme A B à C D, ainſi E F à G H : & ſoyent deſdites A B & C D, deſcrits des rectilignes ſemblables & ſemblablement dreſſés, leſquels ſoyent les triang



triangles, A B K, & C D L: Et desdites E F & G H, soyent descrits M F & N H, parallelogrāmes semblables, & semblablement dressés. Ie dis que, comme est le triangle A B K au triangle C D L, ainsi est le parallelogramme M F au parallelogramme N H.

Soit mise, par la dixieme du present, à A B & C D, vne troisieme proportionnelle O: & à E F & G H aussi vne troisieme proportionnelle P. Et pource que, comme A B est à C D, ainsi est E F à G H: mais aussi comme C D est à O, ainsi est G H à P: donques, par l'egale proportion, & par la vingtdeuxieme du cinquieme, comme A B est à O, ainsi est E F à P. Mais comme A B est à O, ainsi est le triangle A B K au triangle C D L, par le correlaire de la dixneufieme du present: Et par le mesme, comme E F est à P, ainsi est le parallelogramme M F au parallelogramme N H. Partant, par l'onzieme du cinquieme, comme le triangle A B K est au triangle C D L, ainsi le parallelogramme M F est au parallelogramme N H. Qui est pour le premier.

Or soyent les deux triangles A B K & C D L semblables, & semblablement dressés: & les deux parallelogrammes M F & N H, de mesmes. Ie dis que A B est à C D, comme E F à G H.

Mettons, par la douzieme du present, comme la ligne A B à la ligne C D, ainsi E F à Q R: & par la vingtieme du mesme, soit descrit sur Q R, le parallelogramme Q R S semblable & semblablement dressé à chacun desdits M F & N H. Si sera, par la premiere partie de la presente, comme le triangle A B K au triangle C D L, ainsi le parallelogramme M F, au parallelogramme S R. Mais ainsi a esté M F à N H. Donques, par la seconde partie de la neufieme du cinquieme, le parallelogramme S R est egal au parallelogramme N H. Et pource qu'ils sont semblables, & semblablement dressés, la ligne G H sera egale à la ligne Q R, par la seconde partie de la dixneufieme du present. Car, puis que la raison du parallelogramme N H au parallelogramme S R, est double de celle de la ligne G H à la ligne Q R, & icelle egale: elle ne peut estre prolongee qu'egalement. Partant, comme A B est à C D, ainsi est E F à G H. Ce qu'il faloit demonstrer.

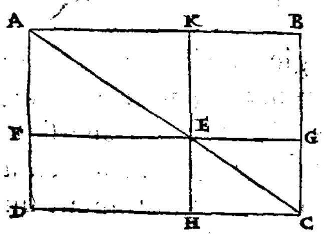
THEOR

THEOREME 17, PROPOSITION XXIII.

A Champaigne 22, à Theon 24.

En tout parallelogramme, les parallelogrammes, qui ſont entour le dimetient, ſont ſemblables entr'eux, & au tout.

Soyent au parallelogramme A B C D, les deux complements G H & F K, entour le dimetient A C. Ie dis que ces complements ſont ſemblables entr'eux, & ſemblables auſſi à tout le parallelogramme B D.



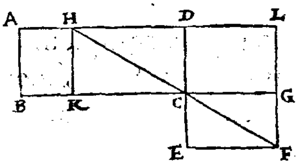
Car, par la ſeconde du preſent, B G à G C, & D H à H C, eſt comme A E à E C: & partant, en conjoignant B C à C G & D C à C H, comme A C à C E. Dõques, par l'onzieme du cinquieme, B C à C G comme D C à C H: &, par conſequent, comme A B à E G, puis que A B eſt egale à D C, & E G egale à H C.

Par le meſme diſcours A D ſera à E H, comme A B à E G, & cõme D C à H C. Puis donc que les parallelogrammes ſont equiangles, par la definition des ſuperfices ſemblables, G H ſera ſemblable à tout B D. Par meſme raiſon ſe prouuera que F K eſt egal au total B D: puis que B A eſt à A K, & D A à A F, comme C A à A E, par la ſeconde du preſent, & par la proportionalité conjoincte. Partant, par la vingtieme du preſent, F K ſera auſſi ſemblable à G H. Et ainſi la propoſition demeure ferme.

Mais cecy ſe voyoit auſſi par les triangles, par ce que nous auons prouué à la quatrieme du preſent. Car puis que les deux triangles A B C & E G C ſont equiãgles, & que les coſtés ſouſtendus par les angles egaux, ſont proportionaux: A B ſera à B C, cõme E G à G C. Derechef, puis que A D C & E H C ſont ſemblables, A D ſera à D C comme E H à H C. Ce qui auſſi, par meſme diſcours, ſe prouuera des deux triangles A E F & A E K, qui compoſent le parallelogramme F K. Donques, les parallelogrammes F K & H G, ſont ſemblables entr'eux, & au total parallelogramme B D. Ce qu'il faloit demonſtrer.

En ſuite de ce theoreme, il ne ſera pas impertinent de placer icy ce probleme, combien qu'on l'eust peu proposer ja au parauant.

Deux parallelogrammes equiangles nous estans proposés, mais non semblables, retrancher de l'un d'iceux vn parallelogramme qui soit semblable à l'autre.

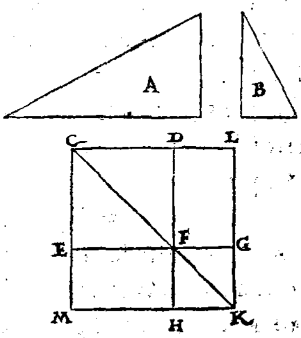


Soyent les deux parallelogrammes A B C D & C E F G, equiãgles, mais dissemblables. Ie veuil dudit A B C D retrãcher vne portion semblable audit C E F G.

Soit donc l'angle C de l'un egal à l'angle C de l'autre: Et soyẽt tellement dressés ces deux parallelogrammes, que B G ne soit qu'une ligne, & D E vne autre. Lors soit tiree la trauersiere F C H: qui coppera A D au poinct H: Et soit tiree H K parallele à ladite C D. Ie dis que le parallelogramme C D H K, retranché du parallelogramme A C, est semblable au parallelogramme E G.

Or cecy est assez clair par ceste vingttroisieme: puis que tous les deux sont entour vn mesme dimetient. Et, pour le donner mieux à entendre, j'ay parfaict le parallelogramme A B G L. Icy aussi trouuera sa place ce Probleme:

Trouuer vne moyenne superfice proportionnelle entre deux superfices rectilignes.

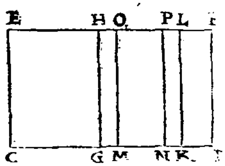


Soyent les deux superfices rectilignes A & B, entre lesquelles il fale placer vne moyenne superfice proportionnelle.

Ie redui lesdites superfices à deux parallelogrammes semblables, par ce qu'enseigne la dixhuictieme du present: (ou, si tu aimes mieux, chacune au quarré, par la derniere du second.) Et soyent les deux parallelogrammes C D E F, & F G H K, semblables entr'eux, & mutuellement egaux aux deux superfices A & B. Lors je mets egaux les angles qui sont à F, l'un contre l'autre: si que les deux parallelogrammes E D & H G soyent à l'entour d'un mesme diametre

metre C K. Et paracheue le parallelogramme C L K M. Ie dis que l'un ou l'autre des supplements, F L & F M, est vn milieu proportional entre C F & F K : c'est à dire, entre A & B : sçauoir est, que comme la superfice H G est à la superfice F L, ainsi est ladite F L à la superfice E D. Car, par ceste vingttroisieme proposition, la ligne H F est à la ligne F D, comme la ligne G F est à la ligne F E. Mais, par la premiere du present, comme H F est à F D, ainsi la superfice H G est à la superfice F L : & encor, comme G F est à F E, ainsi est la superfice F L, à la superfice E D. Partant, par l'onzieme du cinquieme, comme la superfice H G est à la superfice F L, ainsi est la mesme superfice F L à la superfice E D. Ce qu'il faloit faire.

Autrement, & plus brief. Entre deux paralleles interminees



C D & E F je constitue le parallelogramme C G E H : lequel prenons qu'il soit rectangle, & d'abondant egal au rectiligne A. Par ce que nous auons enseigné à la quarantequatrieme du premier, & suyuant la mesme instruction, entre lesdites paralleles je constitue vn autre parallelogramme K D L F, equiangle au parallelogramme C H, & egal au rectiligne B. Maintenant, en la ligne E F, entre les bases C H & L D, je mets la ligne M N, proportionnelle en moyenne raison, par la neufieme du present. Et ayant tiré M O & N P, paralleles ausdites G H & D F, je bastis la superfice M P, de costés equidistans. Laquelle je dis estre proportionnelle en moyenne raison entre les deux C H & K F : & partant entre les rectilignes A & B.

Car, par la premiere du present, comme la base C G est à la base M N, ainsi est le parallelogramme C H à M P. Et, par la mesme, comme la base M N est à la base K D, ainsi est M P à K F. Partant, par l'onzieme du cinquieme, comme C H à M P, ainsi M P à K F. Ce qu'il faloit prouuer.

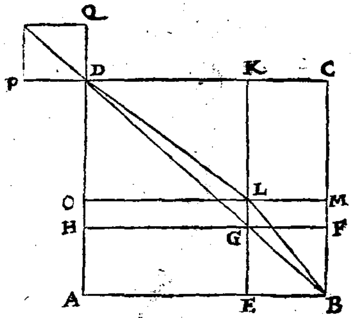
Mais nous auons asseuré la premiere demonstration, pour rendre illustre par tout nostre figure gnomonique.

THEOREME 18. PROPOSITION XXIIII.

A Champagne 23. à Theon 26.

Si deux parallelogrammes semblables, & semblablement dressés, sont vn angle commun : ou bien ont vn angle egal contreposé à vn angle egal, tous les deux sont situés à l'entour d'un mesme dimetient.

Soyent A B C D & E B F G, deux parallelogrammes semblables & semblablement dresśés : ayans vn angle commun, qui est à B. Ie dis que l'un & l'autre sont entour vn mesme dimetiēt. Soyent aussi deux parallelogrammes E F & H K, semblables & semblablement dressés, & soit l'angle G de l'un, egal à l'angle G de l'autre: & que l'un soit contreposé à l'autre. Ie dis aussi que les deux parallelogrammes, E F & H K consistent entour vn mesme dimetient.



Le premier se preuue en ceste façon. Ie conjoindray B G & G D. S'ils ne sont qu'une ligne, nostre Proposition est claire. Que si nō, soit B L D le dimetiēt: & soit tiree M L O parallele à ladite E B, laquelle coppe B C & A D és poincts M & O.

Si sera, par l'antecedente, le parallelogramme E M semblable au total A C: & partant C B sera à M B, comme A B à E B. Mais, par l'hypothese, C B est à F B, comme A B à E B. Donques, par l'onzieme du cinquieme, C B sera à F B comme C B à M B. (Partant, par la seconde partie de la neusieme du mesme, F B sera egale à M B, la partie au tout. Ce qui ne peut pas estre.

Le second se prouuera ainsi. En tirant, comme au parauant, le dimetient par le poinct L, M B, (par l'antecedente,) sera à E B, comme K L à L O: (c'est à dire, comme K L à G H.) Mais, par l'hypothese, F B est à E B, comme K G à G H. Partant, par ladite onzieme du cinquieme, F B sera egale à M B: & dauantage K L à K G : contre le sens commun.

Autrement, & plus brieuement. Le parallelogramme E M est semblable au total A C, par l'antecedente; partant & au moindre E F, par la vingtunieme du present, & par l'hypothese: & par ainsi les costés proportionaux. Si sera L M à M B, comme G F à F B. Puis donc que G F est egale à ladite L M: par la septieme

ptieme du cinquieme, G F ſera à M B, comme G F à F B. Donques F B ſera egale à M B, la partie au tout. Ce qui eſt abſurde.

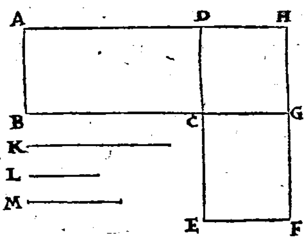
I'ay amplifié le ſens de ceſte Propoſition, à celle fin qu'elle s'eſtendiſt auſſi aux parallelogrammes cõnexes, tels qu'on void eſtre A C & P Q en la conſtruction. Car le dimetient ſe peut infiniment prolonger, & ſemblables parallelogrammes peuuent eſtre dreſſés à l'entour d'iceluy. Bref, j'ay voulu que de toutes parts elle fuſt la conuerſe de l'antecedente.

THEOREME 19, PROPOSITION XXV.

A Theon 23, à Champaigne 24.

Les parallelogrammes equiangles, ont leur raiſon compoſee de la raiſon des coſtés alternes.

Soit A B C D & C E F G, deux parallelogrammes equiangles: & ſoit l'angle C de l'un egal à l'angle C de l'autre. Ie dis que la raiſon de l'un à l'autre, eſt compoſee de la raiſon qui eſt de B C à C G, & de celle qui eſt de D C à C E.



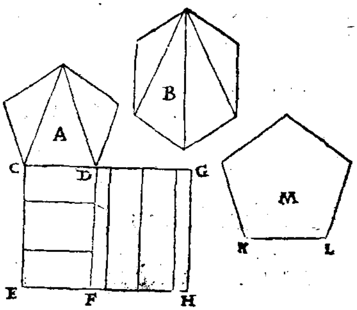
Ie mettray les deux parallelogrammes l'un contre l'autre, ſi que B G ne ſoit qu'une ligne, & D E vne autre: puis parferay le parallelogramme A B G H. En apres je mettray, que la ligne K ſoit à la ligne L, comme B C à C G: & la meſme L à la ligne M, comme D C à C E, ſuyuant le contenu en la douzieme du preſent.

Si ſera, par la premiere du preſent, & par l'onzieme du cinquieme, le parallelogramme B D au parallelogramme C H, comme K à L: & le parallelogramme D G au parallelogramme C F, comme L à M. Donques, par l'egale, B D ſera à C F, comme K à M. Mais la raiſon de K à M, eſt prolongee de K à L & de L à M, comme il appert par la cinquieme definition du preſent. Partant, par le commun jugement, la raiſon de B D à C F ſe prolongera de la raiſon de B C à C G, & de D C à C E. Ce qu'il faloit demonſtrer.

PROBLEME 7, PROPOSITION XXVI.

à Theon et à Champaigne 25.

Dresser vn rectiligne semblable à vn rectiligne donné, & egal à vn autre rectiligne donné.



Soyent deux rectilignes A & B. Ie veuil dresser vn rectiligne qui soit semblable à A, & egal à B.

Ayant reduit l'un & l'autre en ses triangles, sur l'un des costés dudit A, lequel soit C D, je dresse le parallelogramme rectangle C D E F, qui soit egal audit rectiligne A : par la quarantequatrieme du premier aussi souuent reprise, qu'il y aura de triangles. Lors, par la mesme, sur la ligne D F, je dresse le parallelogramme D F G H, qui soit egal audit rectiligne B. Si sera, par la vingtneufieme du premier, & par la quatorzieme du mesme, toute C H vne superfice de costés equidistans. En apres je mets, par la neufieme du present, la ligne K L, qui soit moyenne proportionale entre les lignes C D & D G: & sur K L, par la dixneufieme de ce liure, je dresse le rectiligne M, qui soit semblable au rectiligne A, lequel je dis estre egal au rectiligne B. Car, puis que C D, K L, & D G, sont continuement proportionnelles, par le correlaire de la dixneufieme du present, le rectiligne dresé sur la premiere C D, sera au rectiligne M, dresé sur la seconde K L, comme la ligne C D premiere à la troisieme D G. Et partant, par la premiere du present, comme C F à F G: Et donques, par la premiere partie de la septieme du cinquieme, comme A à F G: & par consequent, par la seconde partie de la mesme, comme A à B. Donques, par la seconde partie de la neufieme dudit, M sera egale à B. Ce qu'il faloit faire.

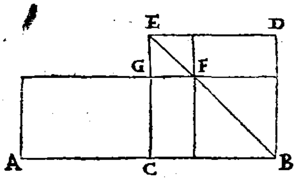
Mais il sera plus court par la proportionalité permutee. Car puis que A est à M, comme C F à F G, en eschangeant, A sera à C F, comme M à F G. Puis donc que A est egal à C F, M sera egal à F G: & partant aussi egal à B. Ce que nous auions deliberé de faire.

THEOR

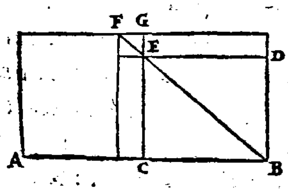
THEOREME 20, PROPOSITION XXVII.
selon Champaigne 26.

Le parallelogramme descrit sur la moitié d'une ligne, est plus grand que le parallelogramme, qui, estant estendu & auancé sur la mesme ligne, defaut en forme à vn autre qui a esté posé semblable & semblablement dressé que le premier.

Soit la ligne A B, sur la moitié de laquelle, sçauoir est sur C B, soit descrit le parallelogramme C B D E, duquel le dimetient est B E : & sur la mesme A B soit estendu le parallelogramme A F, l'un des costés duquel coppe le costé C E au poinct G : & qu'il defaille en la forme au parallelogramme F B, qui est semblable, & semblablement dresé, à C B D E. Ie dis que le parallelogramme C D est plus grand, que le parallelogramme A F.



Car, par la premiere du present, A G est egal à C B : &, par la quarante-troisieme du premier, C F egal à F D. Donques, par la commune notion, tout le gnomon C B D F est egal au parallelogramme A F. Mais C D est plus grand que ledit gnomon : donc aussi plus grand que ledit parallelogramme A F. Ce qu'il faloit demonstrer. Or est-il plus grand, de tout le parallelogramme E F.

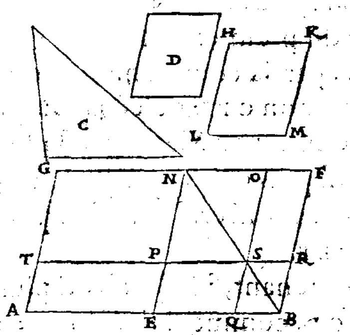


Or maintenant, si A F est basti plus haut que C D, comme il se void en ceste seconde figure : C D sera aussi plus grand que A F. Car, par la premiere du present, A G est egal à G B. Ayant donc osté de costé & d'autre les deux supplements du parallelogramme E B, qui sont egaux entr'eux, C D se trouuera plus grand que A F de tout le parallelogramme E F.

PROBLEME 8, PROPOSITION XXVIII.
Selon Champaigne 27.

Sur vne droite ligne donnee accommoder vn parallelog rallelogramme egal à vn rectiligne donné, qui defaille en forme au parallelogramme qui est semblable au donné. Moyennant toutesfois que le rectiligne donné ne soit point plus grand que le parallelogramme, qui, estant dressé sur la moitié de la ligne donnee, est semblable au parallelogramme donné.

Soit la ligne donnee A B : le rectiligne donné C : & le parallelogramme donné D. Ie veux, sur la ligne A B tellement designer vn parallelogramme egal au rectiligne C, qui neantmoins soit defaillant en sa forme au parallelogramme qui est semblable au parallelogramme D. Or faut-il que le rectiligne C ne soit pas plus grand que le parallelogramme basti sur la moitié de la ligne donnee A B, & semblable audit parallelogramme D. Autrement nous combattrions contre ce que nous a enseigné la precedente Proposition.



Ie diuise A B egalement au poinct E : &, par la dixneufieme du present, sur la demie B E je dresse le parallelogramme E F, semblable audit D. Puis, sur la toute A B je paracheue le parallelogramme A B F G. Puis donc que le rectiligne C n'est pas plus grād que le parallelogramme E F : s'ils sont egaux, le parallelogramme E G, par la vingtieme du present, est tel que nous le voulions. Car il est semblable à E F, veu quil luy est egal & equilatere. Que si C est moindre, le surplus soit osté de E F, par ce que nous auons demonstré à la quarantecinquieme du premier : & soit dressé le parallelogramme H K L M, par la vingtsixieme du present, qui soit egal audit surplus, & semblable à D. Ie tireray donc, dans le parallelogrāme E F, le dimetient B N : & retrācheray de F N, la partie N O, qui soit egale au costé H K : Et retrācheray aussi de E N, la partie N P, qui soit egale au costé H L. Puis tireray O Q & R P, qui s'entrecoppent au poinct S : & qui mutuellement soyent equidistantes des costés de tout le parallelogram

gram

gramme A F. Si sera l'intersection d'icelles au dimetient B N, par la vingtquatrieme du present : d'autant que N S est egal & semblable à H M. En fin, allongeant R P vers A G au poinct T, je dis que le parallelogramme A S est tel que nous le proposons. Car il defaut en forme, du parallelogramme Q R, qui est semblable au parallelogramme N S, par la vingttroisieme du present : &, par consequent, à H M : & encor à D. Mais aussi est il egal au rectiligne C. Car puis que A P, par la premiere du present, est egal à E R : &, par la quarantetroisieme du premier, E F egal à S F : par la commune notion, A S sera egal au gnomon. Mais le gnomon est egal à C : Car N S est l'exces de tout E F sur le rectiligne C. Partant A S aussi est egal au rectiligne C. Et le mesme A S, estant basti sur la ligne A B, defaut en forme du parallelogramme Q R (qui est semblable à D qui a esté donné.) Ce qu'il faloit faire.

Or faut-il traicter ce Theoreme auec jugement, comme aussi l'a remarqué en cest endroit Nicolas Tartalea de Bresse, personnage fort versé en la Geometrie.

Car, (comme il l'ameine pour exemple) soit la superfice du rectiligne C de vingtdeux pieds: & la lõgueur de la ligne A B de douze : mais la longueur du parallelogramme D soit deux fois plus grande que sa largeur. Lors, si nous mettons B E pour la longueur, veu qu'elle est de six, B F sera de trois : & lors A S ne se pourra pas dresser en parallelogramme tel que nous demandons, sçauoir est qu'il ne soit plus grand que E F : car E F est de huict pieds. Mais si on met B E pour largeur, la longueur B F sera de douze, & le parallelogramme B F septantedeux. Et lors le probleme sera estabi. Parquoy il faudra prendre garde, que la longueur ne soit posee au milieu de la ligne B E.

Ce Probleme donc, pour ne le pas dissimuler, est moins geometrique, pource qu'il est moins vniuersel. Et mesmes pourroit faire errer les mieux exercés. Sur quoy toutesfois je ne m'estendray pas d'auantage. Ce m'est assez d'auoir aduerti que on ne s'y mesconte pas.

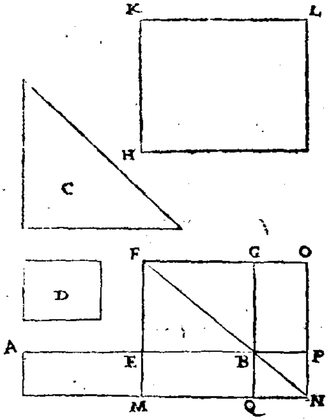
PROBLEME 9. PROPOSITION XXIX.

Selon Champaigne 28.

Sur vne droite ligne dresser vn parallelogramme

egal à vn rectiligne donné, qui excedera en forme vn parallelogramme semblable à vn donné.

Soit A B la ligne donnee, & le rectiligne donné C, & le parallelogramme donné D. Ie veuil, sur la ligne A B dresser vn parallelogramme egal au rectiligne C, & qui excedera en forme le parallelogramme D.



Ie diuise egalement A B au poinct E: Et, par la dixneufieme du present, sur la demie B E je dresse le parallelogramme B E F G semblable au parallelogramme D. Lors, par la vingtsixieme du present, je fay le parallelogramme H K L, egal aux deux C & B E F G, & semblable à D, & partant audit B E F G.

Et pource que H K L est plus grãd que B E F G, & semblable à iceluy: les costés aussi K H & K L seront plus grands que les costés F E & F G. Soyent donques prolongees F E & F G à l'egal desdits K H & K L: & soit paracheué le parallelogramme F M N O, semblable & egal audit H K L, & partant egal à chacun des deux, C & E G: & d'abondant semblable à E G, par la vingtieme du present: & par consequent, entour vn mesme dimetient, par la vingtquatrieme du mesme. Lequel dimetient soit F N, tiree par le poinct B. Et soit prolongee A B, jusqu'à ce qu'elle coppe O N au poinct P: & soit paracheué le parallelogramme A N: lequel nous disons estre tel que nous le voulions: sçauoir est, qui excede le parallelogramme D, du parallelogrãmme Q P, lequel est semblable à D.

Or cecy se verra prolongeant G B, jusqu'à ce qu'elle coppe M N au poinct Q. Car, par la premiere du present, A M est egale à M B: & par la quarantetroisieme du premier, & par la commune notion, egale audit G P. Si donques à chacun est adjousté E N: par la cõmune notion, A N sera egal au gnomon E N G. Mais le gnomon est egal au rectiligne C: puis que tout le parallelogramme F M N O a esté posé egal à chacun, sçauoir est à C

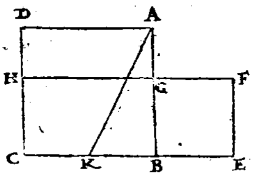
& à E G. Donques A N est egal à C. Mais il est aussi semblable à E G, par la vingttroisieme du present : & partant à D, par la vingtieme dudit. Ce qu'il faloit faire.

PROBLEME 10, PROPOSITION XXX. selon Champaigne 29.

Partir vne droite ligne donnee selon l'extreme & moyenne raison.

La troisieme definition de ce sixieme enseigne, comme on doit partir vne ligne selon l'extreme & moyenne raison.

Soit la ligne dõnee A B laquelle il fale partir selon la moyenne & extreme raison. De ladite A B je descris le quarré A B C D: &, par l'antecedente, j'applique au costé B C, le parallelogramme C E F, egal au quarré A C, excedant en forme le parallelogramme semblable au mesme A C : & le costé F H equidistant de C E, coppe la ligne A B au poinct G. Ie dis que la ligne A B est diuisee selon la moyenne & extreme raison, au poinct G : sçauoir est, que A B est à B G, comme B G à G A.

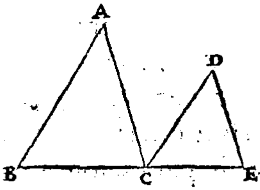


Car puis que B F est quarré, veu qu'il est semblable à A C: les deux lignes B G & G F sont egales. Mais G H est aussi egale à A B, veu qu'elle est egale à A D, par la trentequatrieme du premier. Et puis que A G & H E sont egaux, ostans de l'un & de l'autre C G, resteront D G & G E egaux. Et puis que l'angle G de l'un est egal à l'angle G de l'autre, leurs costés seront en raison reciproque, par la quatorzieme de ce liure. Donques H G à G F est comme B G à G A. Et pource que A B est egal à H G, & G F à B G: A B sera à B G comme B G à G A. Ce que nous auions entreprins. Autrement, se prouue-il par la seconde partie de la dixseptieme du present. Car il appert que D G est ce qui est faict de A B en A G : & que B F est le quarré de B G. Partant les trois lignes, A B, B G & G A sont proportionnelles. Ce qu'il faloit faire.

THEOREME 21, PROPOSITION XXXI. A Champaigne 30, à Theon 32.

Si deux triangles sont tellement dressés à vn angle, que deux costés de l'un soyent mutuellement equidistans de deux costés de l'autre, & proportionaux entr'eux, le costé restant de l'un, & le costé restant de l'autre, seront de droit fil, & ne seront qu'une ligne.

Soyent les deux triangles A B C & C D E tellement dressés à l'angle A C D, que le costé A B soit equidistant du costé D C, & le costé A C du costé D E: & soit A B à D C, comme A C à D E. Ie dis que leurs deux bases B C & C E sont de droit fil, & ne sont qu'une ligne.



Car, à cause de l'equidistance des costés, chacun des angles A & D est egal à l'angle A C D, par la premiere partie de la vingtneufieme du premier: & partant egaux entr'eux. Puis donc que les costés, qui contiennent lesdits angles, sont proportionaux, les triangles, par la sixieme du present, seront equiangles: & l'angle B egal à l'angle D C E: & l'angle A C B egal à l'angle E. Partant, par la trentedeuxieme du premier, les trois angles, qui sont à C, sont egaux à deux droits. Donques, par la quatorzieme du premier, les deux lignes, B C & C E, sont de droit fil, & vne seule ligne. Ce qu'il faloit demonstrer.

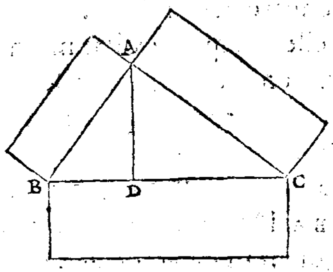
THEOREME 22, PROPOSITION XXXII.

A Champaigne 31.

Es triangles rectangles, la figure qui est produite du plus grand des costés, est egale à celles qui sont produites des deux autres costés, moyennant qu'elles soyent semblables & semblablement posees.

Soit le triangle A B C, duquel l'angle A soit droit. Ie dis que la figure qui prouient de B C le plus grand costé, est egale à celles qui prouiennent des deux costés A B & A C, moyennant qu'elles soyent semblables, & semblablement dressees.

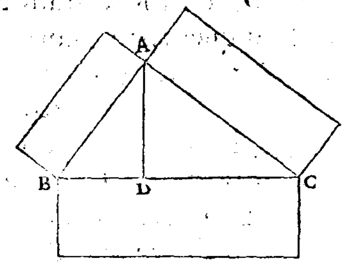
De l'angle A je tire la perpendiculaire A D sur le costé B C. Si seront les deux triangles, A B D & A D C, semblables au total A B C & entr'eux, par la huictieme du present. Partant, par le correlaire de la mesme, naissent deux proportionaux de trois lignes:



gnes : sçauoir est B C à C A, comme C A à C D : & C B à B A, comme B A à B D. Donques, par le correlaire de la dixneufieme du present, la figure qui est descrite de B C premiere, à celle qui est pareillement descrite de C A seconde, est cõme B C premiere à C D troisieme: & aussi la figure, qui est descrite de C B premiere, est à celle qui est pareillement descrite de B A seconde, comme C B premiere est à B D troisieme. Donques la figure qui est de B C, est à celles qui sont de C A & B A ensemble, comme la ligne B C est à B D & D C ensemble. Mais B C est egale ausdites B D & D C. Donques la figure qui est de B C, est egale aux deux qui sont semblablement descrites de C A & B A. Ce quil faloit demonstrer.

La conclusion de ceste demonstration est simple & ouuerte, & sans obscurité : aussi n'a elle aucun tesmoignage ny autorité. Que si quelcun en veut recercher la raison, quil l'espeluche en ceste façon : La figure qui est descrite de A C, est à la figure qui est semblablement descrite de C B, comme D C à C B, par le mesme correlaire de la dixneufieme, & par la conuerse proportionalité : Et aussi la figure qui est de A B, est à celle qui est semblablement descrite de B C, comme B D est à la mesme B C. Maintenant soit posee la figure A C premiere, & la figure B C seconde, & la ligne D C troisieme, & la ligne B C quatrieme. Et d'abondant, la figure A B cinquieme, & la ligne B D sixieme. Lors, par la vingtquatrieme du cinquieme, les figures A C premiere & A B cinquieme joinctes, seront à la figure qui est de B C seconde, comme la ligne D C troisieme & B D sixieme, à B C quatrieme. Mais la ligne B C est egale aux deux B D & D C. Donques la figure qui vient de B C, est egale aux deux qui viennent de A C & A B. Ce quil faloit demonstrer.

Autrement. Les figures semblables ont entr'elles double raison à celle qu'ont les costés de semblable raison, par la vingtieme du present. Donques la figure qui vient de B C, est à la figure qui vient de C A semblablement descrite, comme le quarré qui vient de B C, au quarré qui vient de C A : puis que de co-



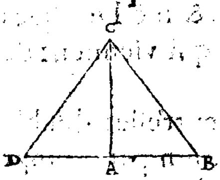
ſté & d'autre leur raiſon eſt double à celle des quarrés. Par meſme moyen la figure qui vient de B C, eſt à celle qui vient de B A ſemblablemẽt deſcrite, comme le quarré de ladite B C eſt au quarré de ladite B A. Donques, comme la figure, qui vient de BC, eſt aux deux qui viennent de C A & B A, ainſi eſt le quarré, qui vient de ladite B C, aux deux quarrés qui viennent de C A & B A. Mais le quarré qui vient de B C, eſt egal aux quarrés qui viennent de C A & B A, par la quaranteſeptieme du premier. Partant, la figure qui vient de B C, eſt egale aux deux qui viennent de C A & B A ſemblablement deſcrites. Ce qu'il faloit demonſtrer.

Ceſte-cy donc, comme generale, comprend la Pythagorique, ſçauoir eſt, la quaranteſeptieme du premier, & ſe preuue par icelle (toutesfois par vne façon prepoſtere). Car celle là deuoit prendre clarté par ceſte cy. Car la Geometrie, tant qu'elle peut, propoſe generalement & en gros. Mais la dignité du quarré a peu prendre pour ſoy vne demonſtration ſeparee & peculiere.

La conuerſe de ceſte-cy eſt telle que s'enſuit, ſelon la demonſtration de Campaigne.

Si la figure qui ſe fait d'un des coſtés du triangle, eſt egale aux figures qui ſe font des deux autres coſtés, ſemblables & ſemblablement deſcrites, ce triangle là eſt rectangle.

Soit le triangle A B C : & ſoit la figure qui vient de B C, egale aux deux qui ſont ſemblablement deſcrites de A B & de A C. Ie dis que l'angle A eſt droit.



Ie mettray l'angle C A D droit: & conioindray D C: ſi ſera, par ceſte trentedeuxieme, la figure qui vient de C D, egale aux deux qui viennent de A C & A D ſemblablement deſcrites: partant egale auſſi au ſemblable qui vient de B C: veu que celle-cy auſſi, par la poſition, ſoit egale aux deux qui vienent de A C & A D. Donques la ligne D C ſera egale à B C. Et partant,

tant, par la huictieme du premier, l'angle B A C sera droit. Ce qu'il faloit monstrer.

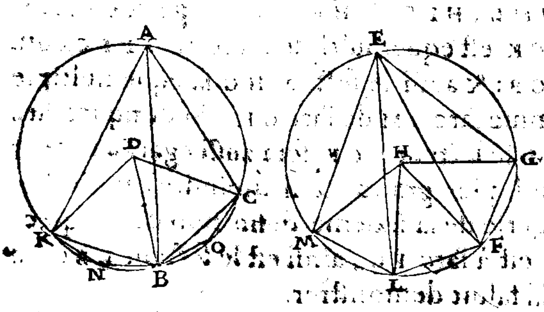
Il se pourra aussi demonstrer par l'impossible, comme nous auons prouué la derniere du premier : comme le comprendra assez, celuy qui voudra considerer la façon de demonstrer, que nous auons là employé.

THEOREME 23, PROPOSITION XXXIII.
A Champaigne 32.

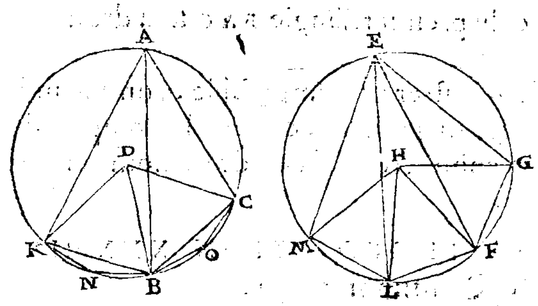
Aux cercles egaux, les angles, tant ceux qui sont aux centres, que ceux qui sont aux circonferences, sont entr'eux tout de mesmes, que sont les arcs qui les soustendent. & les secteurs aussi sont entr'eux de mesmes.

Soyent cercles egaux, A B C, duquel le centre est D : & E F G, duquel le centre est H : Et soyent aux centres les deux angles B D C & F H G, & deux aussi aux circonferences, B A C & F E G. Ie dis premierement, que lesdits angles B D C & F H G entr'eux, & les deux B A C & F E G entr'eux, ont la mesme raison que l'arc B C a à l'arc F G.

Ie conjoindray les droites lignes B C & F G. Ie continueray ausdits deux arcs autres arcs egaux, soit en mesme nombre, soit en dissemblable : Et soit l'arc B K, par la vingtseptieme du troisieme, egal audit B C : & les deux F L & L M, par la mesme, egaux à l'arc F G : sçauoir est, en tirant la ligne B K, qui soit egale à la ligne B C, par la premiere du quatrieme : &, par la mesme, F L & L M, qui soyent egales à F G. Et d'icy je conjoindray K D & K A : & de là L H & M H : & puis L E & M E.



Si seront, par la vingtsixieme du troisieme, egaux entr'eux les angles qui sont à D : & ceux qui sont à H, aussi egaux entr'eux : & ceux qui sont à A, aussi egaux entre eux :



eux : & encor ceux qui sont à B, aussi egaux entr'eux. Dõques, de quãt multiple est l'arc K C de l'arc B C, de tãt multiple est l'angle K D C de l'angle B D C, & l'angle K A C de l'angle B A C. Et aussi, de quant multiple est l'arc M G de l'arc F G, de tant multiple est l'angle M H G de l'angle F H G : & l'angle M E G, de l'angle F E G. Partant, si l'arc K C est egal à l'arc M G, l'angle K D C est aussi egal à l'angle M H G : & l'angle K A C, à l'angle M E G : & si plus grand, plus grand : & si moindre, moindre. Donques, par la sixieme definition du cinquieme, l'arc B C sera à l'arc F G, comme l'angle B D C à l'angle F H G, & l'angle B A C, à l'angle F E G. Qui est pour l'autre poinct.

Ie dis dauantage, que le secteur D B C est au secteur H F G, comme l'arc B C à l'arc F G. Aux arcs B G & B K, soyent prins deux poincts N & O : & soyent conioinctes B N, & K N : B O, & C O. Si sera le triangle B D C egal au triangle B D K, par la definition du cercle, & par la quatrieme proposition du premier ; veu que les angles, qui sont à D, sont egaux. Et pource que l'arc B C est egal à l'arc B K, le restant B G K sera egal au restant B K C. Partant l'angle B O C egal à l'angle B N K, par la vingtsixieme du troisieme. Donques les deux segmẽts, B N K & B O C, sont semblables, par la dixieme definition du troisieme : & par consequent egaux, par la vingttroisieme proposition dudit. Donques, tout le secteur D B C est egal à tout le secteur D B K. Par le mesme discours, les secteurs H M L, H L F, & H F G, sont egaux entr'eux. Partant, le secteur D C K est equemultiple du secteur D B C, comme l'arc C K de l'arc C B : & aussi le secteur H G M equemultiple du secteur H G F, comme l'arc G M de l'arc G F. Si donques l'arc C K est egal à l'arc G M, le secteur D C K sera aussi egal au secteur H G M : & si plus grand, plus grand : & si moindre, moindre. Partant, par la conuerse de la sixieme definition du cinquieme, comme l'arc B C est à l'arc F G, ainsi est le secteur D B C au secteur H F G. Ce qu'il faloit demonstrer.

De

De cecy s'ensuit, que comme le secteur est au secteur, ainsi est l'angle à l'angle.

Fin du sixieme liure des Elements d'Euclide.

INDICE SVR LES SIX PREmiers liures d'Euclide.

NESCIT LABI VIRTUS