

Notes du mont Royal

www.notesdumontroyal.com

Cette œuvre est hébergée sur « *Notes du mont Royal* » dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres



EVCLIDIS MEGA-

RENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORUM facile principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

Ex Campano, triplex principiorum genus.

Primum, Diffinitiones.



Vinctus est, cuius pars non est. 2 Linea, est longitudo sine latitudine: 3 Cuius quidem extremitates, sunt duo puncta. 4 Linea recta, est ab uno pūcto ad alium breuissima extensio, in extremitates suas eam recipiens.

5 Superficies est, quæ longitudinem & latitudinem tantum habet: 6 Cuius quidem termini, sunt lineæ. 7 Superficies plana, est ab una linea ad aliam breuissima extensio, in

extremitates suas eam recipiens.

Punctus, aut signum. Linea,

Su-

per

fi

ci

es.



8 Angulus planus, est duarum linearum alternus contactus, quarum expansio est super superficiem, applicatioq; non directa. 9 Quando autem angulum continent duæ lineæ rectæ, rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea super rectam steterit, duoq; anguli utrobique fuerint æquales, eorum uterq; rectus erit, lineaq; lineæ superstant, ei cui superstat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uero qui recto maior est, obtusus dicitur. 12 Angulus uero minor recto, acutus appellatur.

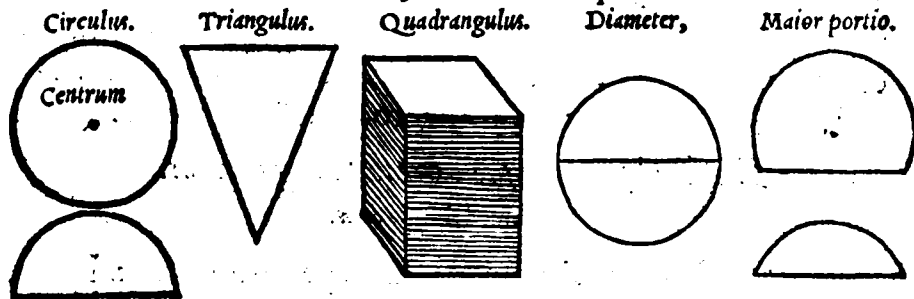
Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtusus. Linea perpend. c Rectus.



13 Terminus est, quod uniuscuiusq; finis est. 14 Figura est, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, est figura plana, una quidem linea contenta, quæ circūferentia nominatur: in cuius medio punctus est, à quo omnes lineæ rectæ & ad circūferentiā exeūtes, sibi inuicē

sunt æquales. 16 Et hic quidem punctus, centrum circuli dicitur.

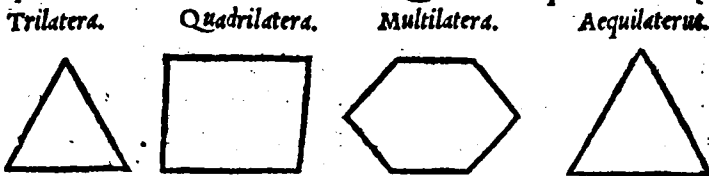
17 Diameter circuli, est linea recta, quæ super eius centrum transiens, extremitatesq; suas circumferentiæ applicans, circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus, est figura plana diametro circuli, & medietate circumferentiæ contenta. 19 Portio circuli, est figura plana, recta linea & parte circumferentiæ contenta, semicirculo quidē aut maior aut minor.



Semicirculus.

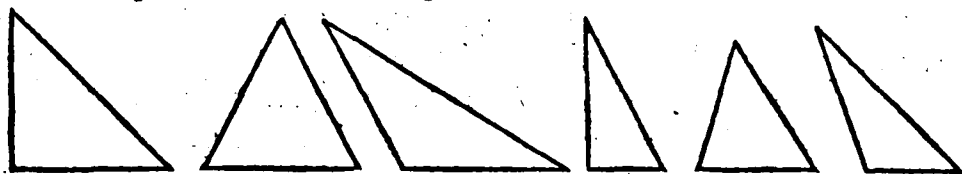
Minor portio.

20 Rectilineæ figuræ sunt, quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ, quæ tribus rectis lineis: 22 Quædam quadrilateræ, quæ quatuor rectis lineis: 23 Quædam multilateræ, quæ pluribus q̃ quatuor rectis lineis continentur.

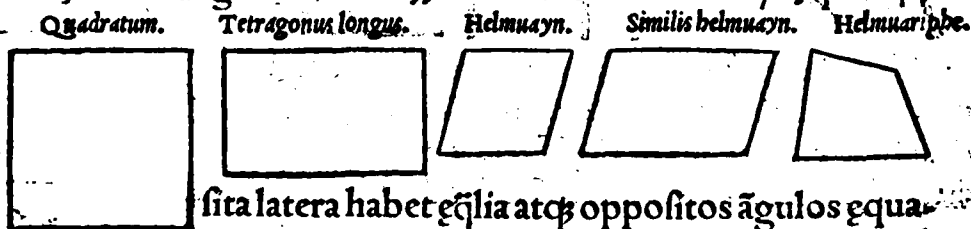


24 Figurarū trilaterarum, alia est triangulus, habens tria latera æqualia: 25 Alia triangulus, duo habens æqualia latera: 26 Alia triangulus trium inæqualium laterum. 27 Harum iterum alia est orthogonium, unum scilicet rectum angulum habens. 28 Alia est amblygonium, aliquem obtusum angulum habens. 29 Alia est oxygonium, in qua tres anguli sunt acuti.

Duum æqualium laterum. Trium inæqualium laterum. Orthogoniū. Oxygoniū. Amblygoniū.



30 Figurarum autē quadrilaterarū, alia est quadratū, quod est æquila-
terum rectangulum: 31 Alia est tetragonus longus, quæ est figura re-
ctangula, sed æquilatera non est: 32 Alia est helmuayn, quæ est æqui-
latera, sed rectangula non est: 33 Alia est similis helmuayn, quæ oppo-



sita latera habet æq̃lia atq; oppositos āgulos æqua-
les, idē tñ nec rectis āgulis nec æq̃s laterib; cōtinet̃.

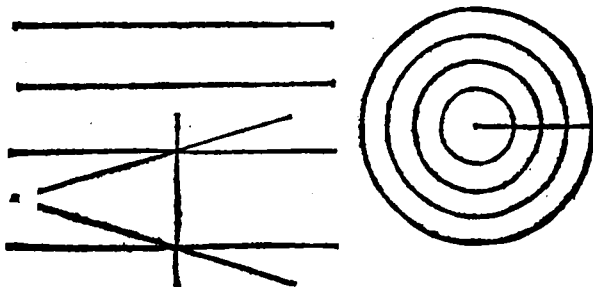
Præter

34 Præter has autē omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

53 Æquidistantes lineæ sunt, quæ in eadem superficie collocatæ atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam si in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctū, rectam lineam ducere, atq; lineā definitam, in continuū rectumq; quantumlibet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando spatium, circulū designare. 3 Omnes rectos angulos sibi inuicem esse æquales. 4 Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, istas duas lineas in eandem partē protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, superficiem nullam concludere.



Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem sunt æqualia, & sibi inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erunt æqualia. 4 Et si ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia. 5 Et si inæqualibus æqualia addas, ipsa quoq; fiet inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipsæ sibi inuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidiū, utraq; erit æqualis alteri. 8 Si aliqua res alicui superponatur, appliceturq; ei, nec excedat altera alteram, illæ sibi inuicem erunt æquales. 9 Omne totum, est maius sua parte.

CAMPANVS. Sciendum est autem, quod præter has cōmunes animi conceptiones, siue communes sententias, multas alias, quæ numero sunt incomprehensibiles, prætermisit Euclides: quarum hæc est una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiā eiusdem generis comparentur, simul erunt ambæ illa tertia, aut æquæ maiores, aut æquæ minores, aut simul æquales.

Item alia. Quanta est aliqua quātitas ad quamlibet aliam eiusdem generis, tantam esse quamlibet tertiā ad aliquam quartam eiusdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuersaliter uerum est, siue antecedentes maiores fuerint consequentibus, siue minores: magnitudo enim decrescit in infinitum: in numeris autem non sic. Sed si fuerit primus submultiplex secundi, erit quilibet tertius æquæ submultiplex alicuius quarti: quoniam numerus crescit in infinitum, sicut magnitudo in infinitum minuitur.



EVCLIDIS MEGARENSIS GRAE-

CI PHILOSOPHI, BARTOLOMAEO ZAMBERTO VE-

neto interprete. *Triplex principiorum genus.*

Primum, Diffinitiones.



Ignis, est cuius pars nulla. 2 Linea uero, longitudo illatabilis. 3 Lineae autem limites, sunt signa. 4 Recta linea, est quae ex aequali, sua interiacet signa. 5 Superficies, est quae longitudinem latitudinemque tantum habet.

6 Superficie extrema, sunt lineae. 7 Plana superficies, est quae ex aequali, suas interiacet lineas. 8 Planus angulus, est duarum linearum in plano sese tangentium & non in directo

iacentium, ad alterutram inclinationem.

punctus, aut signum. Linea.

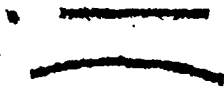
Super-

per

fi

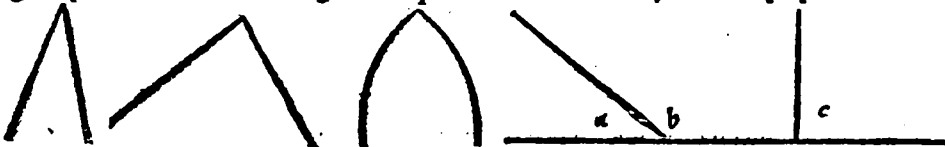
ci

es.



9 Quando autem quae angulum continent, rectae lineae fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cum uero recta linea super rectam consistens lineam, utrobique angulos aequales adinuicem fecerit, rectus est uterque aequalium angulorum: aequae superstat recta linea, perpendicularis uocatur, super quam steterit. 11 Obtusus angulus maior est recto. 12 Acutus uero, minor est recto. 13 Terminus est, quod cuiusque finis est.

Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtusus. Linea perpend. c Rectus.



14 Figura est, quae sub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur. 15 Circulus, est figura plana una linea contenta, quae circumferentia appellatur, ad quam ab uno signo introrsum medio existente omnes prodeuntes lineae, in ipsiusque circuli circumferentiam incidetes, adinuicem sunt aequales. 16 Centrum uero ipsius circuli id signum appellatur. 17 Dimetiens circuli, est recta quaedam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circumferentiam terminata, quae circulum bifariam dispescit. 18 Semicirculus, est figura quae sub dimetiēte & ea quae ex ipsa circuli circumferentia

ferētia sublata est, cōtinetur. 19 Sectio circuli, est figura quæ sub recta li
nea & circuli circūferētia aut maiore aut minore semicirculo cōtinetur.

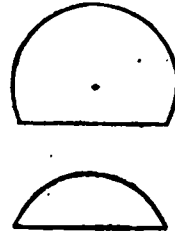
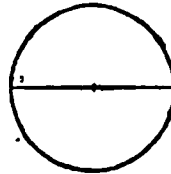
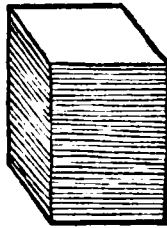
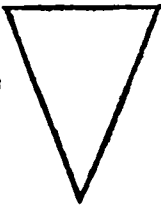
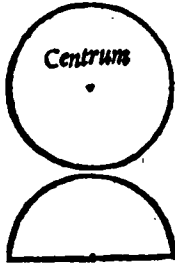
Circulus.

Triangulus.

Quadrangulus.

Diameter.

Maior portio.



Semicirculus.

Minor portio.

20 Rectilīnæ figuræ sunt, quæ sub rectis lineis continētur. 21 Tri
lateræ figuræ sunt, quæ sub tribus rectis cōtinentur lineis. 22 Quadri
lateræ figuræ sunt, quæ sub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ sunt, quæ sub plurib. q̃ quatuor rectis lineis
cōprehendūtur.

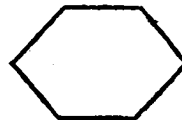
Trilatera.

Quadrilatera.

Multilatera.

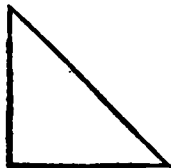
Æquilaterus.

24 Trilaterarū
porrò figurarū, æ
quilaterū est trian
gulum, quod sub tribus æqualibus lateribus continetur.



25 Isosceles autē, est quod sub binis tantum æqualibus lateribus con
tinetur. 26 Scalenum uerò, est quod sub tribus inæqualibus lateribus
continetur. 27 Amplius trilaterarū figurarum, rectangulum trian
gulum est, quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem,
quod obtusum angulum habet. 29 Oxygonium uerò, quod tres ha
bet acutos angulos.

Duum æqualium laterū. Trium inæqualiū laterum. Orthogoniū. Oxygoniū. Amblygonium.



30 Quadrilaterarum autem figurarū, quadratum quidem est, quod
& æquilaterū ac rectangulum est. 31 Altera parte longius est, quod
rectangulum quidem, at æquilaterū non est. 32 Rhombus, est quæ
æquilatera, sed rectāgula nō est. 33 Rhomboides uerò est, quæ ex op
posito latera & angulos habēs æquales, neq̃ æquilatera neq̃ rectāgula
est. 34 Præter hæc autē, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.

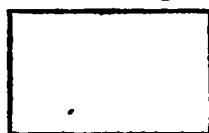
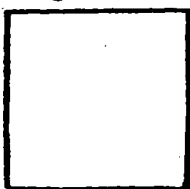
Quadratum.

Tetragonus longus.

Rhombus.

Rhomboides.

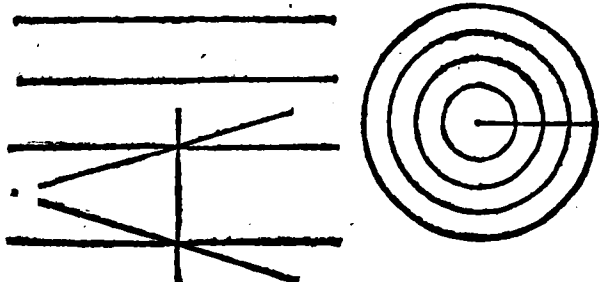
Trapezium.



35 Parallele, rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectā lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq̃ producere. 3 Omni centro & interuallo, circulū describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicē æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores existunt.



Tertium, Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adiçiātur, omnia erūt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquūtur, æqualia erūt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiūgantur, omnia erūt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erūt. 6 Quæ eiusdē duplicia sunt, ad inuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibi metipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ, *superficiem non concludunt.

κωεισ.

EVCLIDIS MEGARENSIS

GEOMETRICA ELEMENTA,

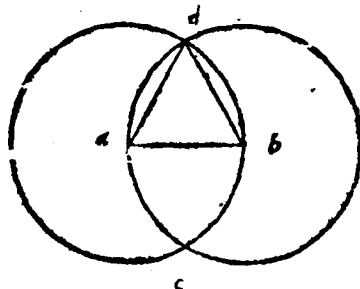
EX CAMPANO.

Primi libri propositio prima.

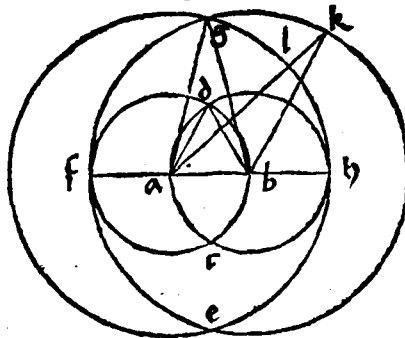


Triangulum æquilaterum, supra datam lineam rectam collocare.

Est data linea recta $a b$. uolo super ipsam, triangulū æquilaterum constituere: super alteram eius extremitatem, scilicet in puncto a , ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam usq; ad b : & describam secundum quantitatem ipsius lineæ datæ, per secundam petitionem circulum $c b d f$. Rursus alteram eius extremitatem, scilicet punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & secundum eiusdem quantitatem, lineabo circulum $c a d h$. qui circuli interfecabunt se in duobus punctis, quæ sint $c d$. Et alteram duarū sectionū, sicut sectionem d , continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis $d a$, $d b$ per primam petitionem. Quia ergo a puncto a , quod est centrū circuli $c b d f$, protractæ sunt lineæ $a d$ & $a b$ usq; ad eius circumferentiam: ipsæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoque, quia a puncto b , quod est centrum circuli $c a d h$, protractæ sunt lineæ $b a$ & $b d$ usque ad eius circumferentiā, ipsæ erunt etiā æquales. Quia ergo utraque duarum linearum $a d$, $b d$, æqualis est lineæ $a b$, ut probatum est: ipsæ erunt æquales inter se, per primam cōmunem animi conceptionem. Ergo super datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod est propositum.



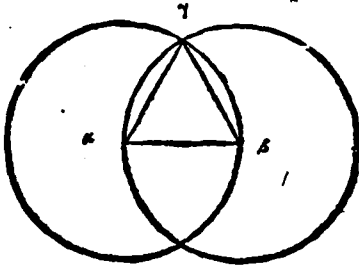
CAMPANI additio. Si autem super eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum species, scilicet triangulum duum æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea $a b$, in utranque partem, usque quo occurreret circumferentijs amborum circulorum super duo puncta f & h . Et posito centro in puncto a , lineetur circulus $e h g$, secundum quantitatem lineæ $a h$. Item posito centro in puncto b , lineetur circulus $e f g$, secundum quantitatem lineæ $b f$. Hi autē circuli interfecabunt se in duobus punctis, quæ sunt $e g$. Coniungantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarum sectionum, per duas lineas rectas, quæ sint $a g$, $b g$. Et quia hæ lineæ $a b$, & $a f$, exeunt a centro circuli $c d f$, ad eius circumferentiā, ipsæ erunt æquales. Similiter quoque $a b$ & $a h$, quia exeunt a centro circuli $c a d h$, usque ad ipsius circumferentiā ipsæ, erunt æquales. Quia ergo utraque duarum linearum $a f$ & $b h$ æqualis est lineæ $a b$, ipsæ erunt inter se æquales: ergo posita $a b$ communi, erit $b f$ æqualis $a h$. sed $b f$ æqualis ipsi $b g$: quia ambæ exeunt a centro circuli $e f g$, ad eius circumferentiā. Similiter quoque $a h$, est æqualis ipsi $a g$. & utraque earum est maior $a b$: eo quod utraque duarum linearum $b f$ & $a h$ maior est $a b$. Quare super datam lineam collocauimus triangulum duorum æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualium laterum super eandem lineam collocabimus: si aliquod punctum existens in circumferentia alterutrius duorum maiorum circulorū quod non sit in altera duarum sectionum, & cui non obuiet $f h$ cum in utramlibet partem producta fuerit in continuū & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus K signatus in circumferentia circuli $e f g$: & non sit in altera sectionum, nec occurrat ei $f h$, cum protraheretur in continuū & directum eius usque ad circumferentiā: protrahat ergo lineas $a K$ & $b K$: & secabit linea $a K$ circumferentiā circuli $e h g$: secet ergo in puncto l , eritq; $b K$ per cōmunem animi conceptionem æqualis $a l$, quia $b K$ per diffinitionem circuli est æqualis $b g$, & $a l$ æqualis $a g$: quare $a K$, est maior $b K$. Sed & $b K$, est maior $a b$: triangulus ergo $a b K$, est trium inæqualium laterum. Sic igitur super datam lineam rectam, omnes triangulorum species collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

THEON ex Zamberto. Sit data recta terminata linea $\alpha\beta$. Oportet super $\alpha\beta$, triangulū æquilaterū constituere. Centro quidē α , spatio uerō $\alpha\beta$, circulus describatur $\beta\gamma\delta$ (per 3 postulātū) & rursus (per idē) centro quidē β , spatio uerō $\beta\alpha$, alter circulus describatur $\alpha\gamma\delta$. Et (per 1 postulātum) a signo γ , in quo se circuli adinuicem secant, ad $\alpha\beta$, signa connectantur rectæ lineæ $\gamma\alpha, \gamma\beta$. Et quoniam α signum, centrū est circuli $\beta\gamma\delta$, æqualis est (per 15 diffinitionem) $\alpha\gamma$ ipsi $\alpha\beta$. Rursus quoniam β signum, centrum est circuli $\alpha\gamma\delta$, æqualis est $\beta\gamma$ ipsi $\beta\alpha$ (per 15 diffinitionem). At ostensa est linea $\alpha\gamma$, ipsi $\alpha\beta$ æqualis: utraque igitur $\gamma\alpha, \gamma\beta$, ipsi $\alpha\beta$ est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia (per 1 communem sententiam) & igitur, ipsi γ est æqualis. Tres igitur lineæ $\gamma\alpha, \alpha\beta, \beta\gamma$, æquales adinuicem sunt. Æquilaterum igitur est triangulum $\alpha\beta\gamma$, & constitutum super data recta linea terminata $\alpha\beta$, quod fecisse oportuit.

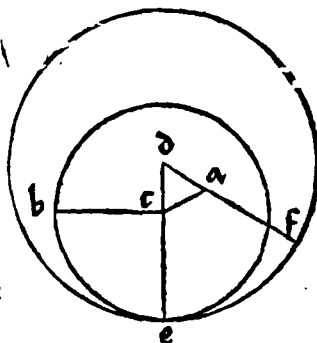


Euclides ex Campano. Propositio 2.



Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propositæ æquā rectam lineam ducere.

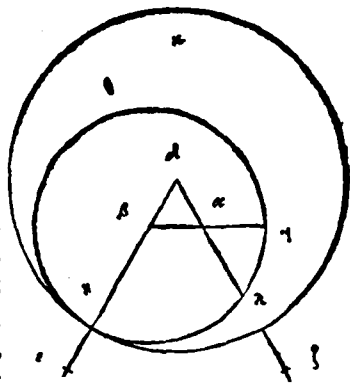
CAMPANVS. Sit a , punctus datus: & $b\epsilon$, linea recta data. uolo à puncto a , ducere unam lineā æqualem lineæ $b\epsilon$: in quācunq; partem contingat. Coniungā ergo punctū a , cum altera extremitate lineæ $b\epsilon$: cum qua uolueris: & coniungā ipsum a , cum extremitate ϵ , per lineam $a\epsilon$: super quam constituam triangulum æquilaterum secundum doctrinā præcedentis, quæ sita $c\delta$. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate ϵ , ponam pedē circini immobilem, describamq; super ipsum (per 3 petitionem) circulum secundum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus $e\delta$. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, scilicet latus $d\epsilon$ protraham per centrum circuli descripti usque ad eius circumferentiam: & sit tota linea sic protracta $d\epsilon$. secundum cuius quantitatem, lineabo circulum, posito centro in d : qui sit circulus $e\delta$. Postea protraham latus $d\alpha$ usque ad circumferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circumferentiæ ipsius in puncto f . Dico igitur quod $a\epsilon$, est æqualis $b\epsilon$. nam $b\epsilon$, & $c\epsilon$ sunt æquales: quia exeunt à centro circuli $e\delta$, ad eius circumferentiam. Similiter quoque $d\epsilon$ & $d\delta$ sunt æquales: quia exeunt à centro circuli $e\delta$, ad circumferentiam. sed $d\alpha$ & $d\epsilon$ sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si $d\alpha$ & $d\epsilon$ demātur de $d\epsilon$ & $d\delta$ quæ sunt æquales: erūt residua, quæ sunt $a\epsilon$ & $c\epsilon$, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum $a\epsilon$ & $b\epsilon$ est æqualis $c\epsilon$: ipsæ per 1 communem animi conceptionem, ad inuicem sunt æquales. Quare à puncto a , protraximus lineam $a\epsilon$ æqualem $b\epsilon$: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datū signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON ex Zamb. Sit datum signū α : data autē recta linea, $\beta\gamma$ oportet ad ipsum α : ipsi $\beta\gamma$ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α signo, in β signum, recta linea $\alpha\beta$ (per 1 postulātum) & constituatur super ea (per 1 propositionē) triangulum æquilaterum: sitq; illud $\alpha\beta\gamma$, & producātur (per 2 postulātum) in rectum ipsis $\alpha\beta$, linea $\alpha\delta$, & (per 3 postulātum) centro β , spatio uerō $\beta\gamma$, circulus describatur $\gamma\delta\epsilon$, & rursus (per idē) centro α , spatio uerō $\alpha\gamma$, circulus describatur $\gamma\delta\zeta$. Quoniam igitur β signum, centrū est circuli $\gamma\delta\epsilon$, æqualis est (per 15 diffinitionem) $\beta\gamma$ ipsi $\beta\alpha$: & quoniam α signum, centrum est circuli $\gamma\delta\zeta$: æqualis est (per eandem) $\alpha\gamma$ ipsi $\alpha\beta$, quarum $\alpha\beta$, ipsi $\alpha\gamma$ est æqualis (per præcedentem): reliqua igitur $\alpha\delta$, reliquæ $\beta\delta$ (per 3 communem sententiam) est æqualis.



Osten-

Ostensum est autem, quod $\angle \gamma$ ipsi $\angle \beta$ est æqualis, utraq; igitur $\angle \alpha$ & $\angle \gamma$, ipsi $\angle \beta$ est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, (per primam communem sententiam) & ad inuicem sunt æqualia, & linea α igitur, ipsi $\angle \gamma$ est æqualis. Ad datum igitur signum α , datæ rectæ lineæ β , æqua recta linea collocata est α , quod fecisse oportuit.

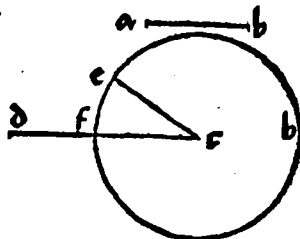
Euclid. ex Camp.

Propositio 3.



Ropositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a & c , & sita b minor: uolo ex c abscindere unam, quæ sit æqualis a . Ducto primò à puncto c , unam lineam æqualem a , secundum quod docuit præcedens, quæ sit e : posito ergo centro in puncto c , describam circulum secundum quantitatem c , qui secabit lineam c d : sit ergo ut fecet eam in puncto f , eritq; linea c f , æqualis lineæ a e , quia amba exeunt à centro eiusdem circuli ad circumferentiã, & quia utraq; duarum linearum a b & c f est æqualis c e , ipsæ per communem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



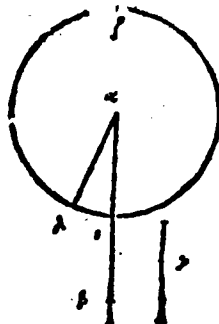
Euclid. ex Zamb.

Problema 3.

Propositio 3.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abscindere.

THEON ex Zamberto. Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales α & β , quarum maior sit α : oportet ab ipsa α maiore, ipsi β minori æqualẽ rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionem) ad signum α , lineæ uerò rectæ β , æqualis α γ , & centro quidem α , intervallo uerò α γ , (per 3 postulatum) circulus describatur α δ . Et quoniã α signum, centrum est circuli α δ , æqualis est α ipsi α γ . At lineæ β , ipsi α γ est æqualis: utraq; igitur et α & β , ipsi α γ est æqualis: quare & lineæ α γ , ipsi β est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus α & β , ab ipsa α maiore, ipsi β minori æqualis abscissa est α , quod facere oportebat.



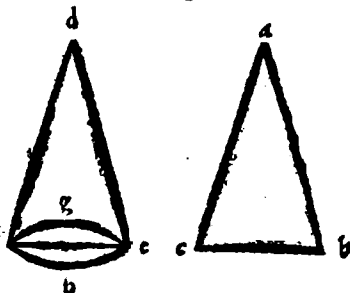
Euclid. ex Camp.

Propositio 4.



Mniūm duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c , d e f , sitq; latus a b , æquale lateri d e , & latus a c , æquale lateri d f , & angulus a , æqualis angulo d . Tunc dico, quod basis b c , est æqualis basi e f , & angulus b , æqualis angulo e . Item angulus c , æqualis angulo f , & totus triangulus a b c , toti triangulo d e f , quod probatur. Superponā triangulū a b c , triangulo d e f , ita quod angulus a , cadat super angulū d , et latus a b super latus d e , & latus a c super latus d f . Patet autē per penultimā conceptionē, quod nec anguli nec latera sese excedent, eò quod angulus a , est æqualis angulo d , & latera superposita ijs, quibus superponuntur, per hypothesin: puncta ergo b c , cadēt super puncta e f . Si ergo linea b c cadit super lineam e f , patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f , non excedat eā, nec excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ conceptionis. Eadem ratione erit angulus b , æqualis angulo e , & angulus c æqualis angulo f . Si autē linea b c non cadit super lineam e f , sed cadit intra triangulum sicut linea e g f , aut extrā, sicut linea e h f , tunc duæ lineæ recte concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.

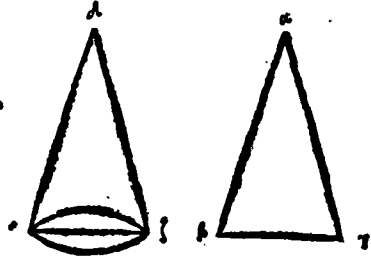


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema primum. Propositio 4.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualē sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualē habebūt, & triangulum triangulo æquū erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula $\alpha \beta \gamma$, $\alpha \delta \epsilon$, duo latera, uidelicet $\alpha \beta$, $\alpha \delta$, duobus lateribus, hoc est, $\alpha \delta$, $\alpha \beta$, æqualia habentia, alterum alteri, scilicet $\alpha \beta$, ipsi δ : & $\alpha \gamma$, ipsi ϵ , & angulum $\beta \alpha \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$ æqualem. Dico quod & basis $\beta \gamma$, basi $\delta \epsilon$, est æqualis : & triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \epsilon$, æquum erit : & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, $\alpha \beta \gamma$, ipsi $\delta \alpha \epsilon$: & $\alpha \gamma \beta$, ipsi $\epsilon \alpha \delta$. Congruente nanque triangulo $\alpha \beta \gamma$, ipsi $\delta \alpha \epsilon$ triangulo, ac posito signo α super δ , & $\alpha \beta$, recta linea super δ , congruit & signum β signo δ , ex eo quia linea $\alpha \beta$, ipsi $\delta \alpha$, est æqualis (per hypothesin). Et congruente linea $\alpha \beta$ ipsi lineæ $\delta \alpha$, congruit & linea recta $\alpha \gamma$, ipsi lineæ $\epsilon \alpha$: quoniam angulus $\beta \alpha \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta $\alpha \gamma$, ipsi $\epsilon \alpha$ est æqualis (per hypothesin) : signum igitur γ , ipsi signo ϵ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi δ signo congruit, at β signū ipsi δ signo congruit : basis igitur $\beta \gamma$, basi $\delta \epsilon$ congruit. Si enim congruente β ipsi δ , & γ ipsi ϵ , basis $\beta \gamma$, basi $\delta \epsilon$ non congruit : due recte lineæ se perficiem cōcludunt, quod (per 10 cōmunem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis $\beta \gamma$, basi $\delta \epsilon$, & ei est æqualis. Quare totum triangulum $\alpha \beta \gamma$, toti triangulo $\alpha \delta \epsilon$, congruit (per 8 communem sententiam), & ei est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$, & angulus $\alpha \gamma \beta$, angulo $\epsilon \alpha \delta$. Cū igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquū sub æqualibus rectis lineis contentum : basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur : quod oportuit demonstrasse.

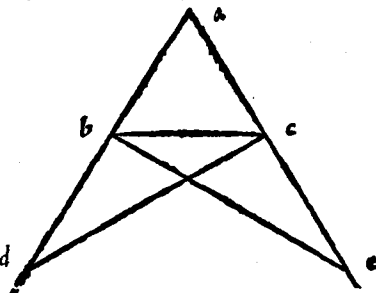


Euclid. ex Camp. Propositio 5.



Mnis trianguli duum æqualiū laterum angulos, qui super basin sunt, æquales esse necesse est. Quod si eius duo latera directē protrahantur, fient quoque sub basi duo anguli inuicem æquales.

CAMPANVS. Sit triāgulus abc , cuius latus ab sit æquali lateri ac . Dico quod angulus abc , est æqualis angulo acb . Quod si protrahantur ab & ac , usque ad d & e , fiet angulus $d b c$ æqualis angulo $e c b$. quod sic probatur: Protractis ab & ac , ponam per tertiam propositionē, lineam $a d$ æqualem lineæ $a e$, & protraham lineas eb , & dc . Et intel ligam duos triangulos abe & acd , quos probabo esse æquales, & adinuicem æquiláteros & æquiángulos. Sunt enim duo latera ab & ac , trianguli abe , æqualia duobus lateribus ac & ad , trianguli acd , & angulus a , communis utrique: ergo per præmissam, basis be , est æqualis basi dc , & angulus e , æqualis angulo d : & angulus abc , & æqualis angulo acb . Item intelligo duos triangulos dbc & ecb , quos similiter probabo esse æquiláteros & æquiángulos. Nam duo latera bd & dc trianguli dbc , sunt æqualia duobus lateribus ec & eb , trianguli ecb , & angulus d , angulo e : ergo per præmissam basis bc , & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus dbc est æqualis angulo ecb (Et est secundū propositū, scilicet, quod anguli sub basi sunt æquales) & angulus dcb , est æqualis angulo ecb . Sed totus angulus abc est æqualis toti acb , ut probatū fuit supra: ergo angulus abc residuus est (per 3 cōmunem animi conceptionē) æqualis angulo acb residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primū propositum.

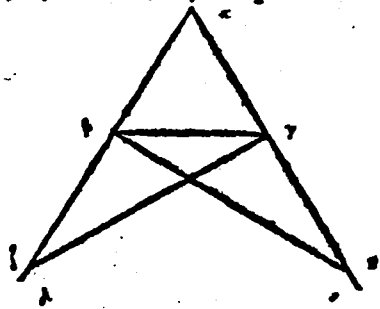


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5.

Iſoſceliũ triangulorũ qui ad baſin ſunt anguli, adinuicẽ ſunt æquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicẽ æquales erunt.

THEON ex Zamb. Sit triangulum iſoſceles $\alpha\beta\gamma$, æquum habens latus $\alpha\beta$, lateri $\alpha\gamma$, & producantur (per 2 poſtulatũ) in rectũ iſiſ $\alpha\beta$, & rectæ lineæ $\alpha\delta$, $\gamma\delta$. Dico quod angulus $\alpha\beta\gamma$, angulo $\alpha\gamma\delta$ eſt æqualis: & angulus $\gamma\delta\beta$, angulo $\beta\gamma\delta$. Capiatur in linea $\beta\delta$, contingens ſignum, ſitq; illud ϵ , & auferatur (per 3 propoſitionem) à linea $\alpha\epsilon$ maiore, ipſi $\alpha\epsilon$ minori æqualis, ſitq; illa $\alpha\epsilon$, & connectantur $\epsilon\gamma$ & $\beta\epsilon$. Quoniam $\alpha\epsilon$, ipſi $\alpha\epsilon$: & $\alpha\beta$, ipſi $\alpha\gamma$, ſunt æquales: due igitur $\epsilon\alpha$, $\alpha\gamma$, duabus $\alpha\beta$, $\alpha\epsilon$ ſunt æquales altera alteri, & communem angulũ concludũt, qui ſub ϵ continetur. Baſis igitur $\epsilon\gamma$, baſi $\beta\epsilon$ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & triangulum $\alpha\epsilon\gamma$, triangulo $\alpha\beta\epsilon$ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt, angulus $\alpha\epsilon\gamma$, angulo $\alpha\beta\epsilon$, & angulus $\alpha\beta\gamma$, angulo $\alpha\gamma\delta$. Et quoniam tota $\alpha\epsilon$, toti $\alpha\beta$ eſt æqualis, quarum linea $\alpha\beta$, linea $\alpha\gamma$ eſt æqualis: reliqua igitur $\beta\delta$ reliquæ $\gamma\delta$ (per 3 communẽ ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quod $\delta\gamma$ ipſi $\beta\epsilon$ eſt æqualis. Due autẽ $\beta\delta$, $\gamma\delta$, duabus $\gamma\epsilon$, $\beta\epsilon$ æquales ſunt altera alteri: & angulus $\beta\delta\gamma$, angulo $\gamma\delta\epsilon$ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & $\beta\gamma$, baſis eorum communis eſt. Triangulum igitur $\beta\delta\gamma$, triangulo $\gamma\delta\epsilon$ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur (per eandem). Angulus igitur $\beta\delta\gamma$, angulo $\alpha\beta\gamma$, & angulus $\gamma\delta\epsilon$, angulo $\alpha\gamma\delta$ ſunt æquales. Quoniam igitur totus angulus $\alpha\beta\gamma$, toti angulo $\alpha\gamma\delta$ (ut oſteſum eſt) æqualis eſt, quorũ $\alpha\gamma\delta$, angulo $\beta\gamma\delta$ eſt æqualis: reliquis igitur angulus $\alpha\beta\gamma$, reliquo angulo $\alpha\gamma\delta$ (per 3 communẽ ſententiam) eſt æqualis, & ad baſin ſunt trianguli $\alpha\beta\gamma$. Oſtenſum eſt autem, quod angulus $\beta\delta\gamma$, angulo $\alpha\gamma\delta$ eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorum, qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuit.



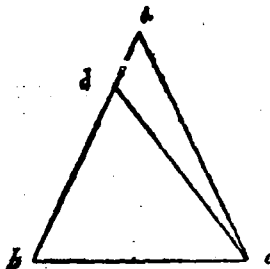
Euclid. ex Camp.

Propoſitio 6.



Si duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duo quoque latera eius illos angulos reſpicientia, æqualia erunt.

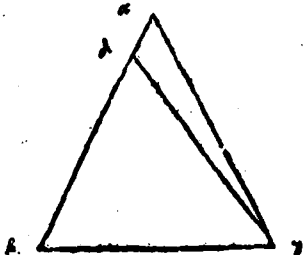
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſa, quantũ ad primam partẽ ipſius. Sit enim trianguſ a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quod latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterũ maius: ſitq; a b maius, quod reſecetur ad æqualitatẽ a c per 3 propoſitionẽ, ut ſuperflũũ ſit a d, ad partem a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c, quos probabo eſſe æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b æqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b, per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c, per hypotheſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6.

Si trianguſ duo anguli æquales adinuicẽ fuerint, æquales quoque angulos ſubtendẽtia latera æqualia adinuicẽ erũt.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ $\alpha\beta\gamma$, æquũ habens angulũ $\alpha\beta\gamma$, angulo $\alpha\gamma\delta$. Dico quod & latus $\alpha\beta$, æquũ eſt lateri $\alpha\gamma$. Si enim æquale nõ eſt latus $\alpha\beta$ ipſi lateri $\alpha\gamma$, alterũ eorũ erit maius. Sit maius $\alpha\beta$, et auferatur (per 3 propoſitionẽ) ab ipſo $\alpha\beta$ maiore, ipſi $\alpha\gamma$ minori linea æqualis: ſitq; illa $\delta\beta$, protrahatur linea $\delta\gamma$, (per 3 poſtulatũ). Igitur quoniam latus $\delta\beta$ eſt æquale lateri $\alpha\gamma$, communis uerò linea $\beta\gamma$: duo igitur $\delta\beta\gamma$, $\alpha\beta\gamma$, latera duobus lateribus $\alpha\gamma$ & $\delta\beta$ ſunt æqualia alterum alteri, & angulus $\delta\beta\gamma$, angulo $\alpha\beta\gamma$ (per hypotheſin). Baſis igitur $\delta\gamma$ (per 4 propo-



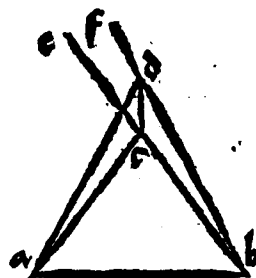
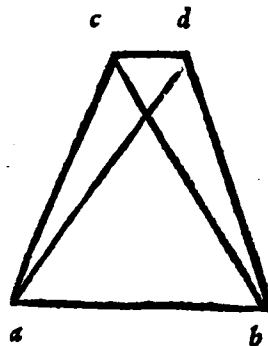
sitionem) $\alpha \beta$ est æqualis: & triangulum $\alpha \beta \gamma$, (per eandem) triangulo $\alpha \gamma \beta$ æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur $\alpha \beta$, lateri $\alpha \gamma$ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinvicem fuerint, æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia adinvicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 7.



Si à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis cõterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci est impossibile.

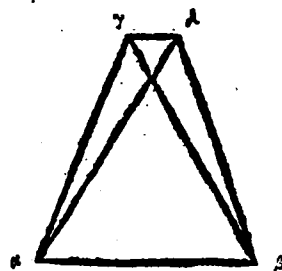
CAMPANVS. Sit linea $a b$, à cuius extremitatibus a & b protrahantur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut sint lineæ $a c$ & $b c$, quæ concurrant in puncto c . Dico quod in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ $a b$, quæ concurrant ad alium punctũ, ita quod illa quæ egredietur à puncto a , sit æqualis $a c$, & quæ egredietur à puncto b sit simul æqualis lineæ $b c$: quod si fuerit possibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrant in puncto d , & sit $a d$ æqualis lineæ $a c$, & simul linea $b d$ æqualis lineæ $b c$. Aut ergo punctus d cadet intra triangulũ $a b c$, aut extrã: nam in alterum laterum nõ cadet, quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extrã, aut altera linearum $a d$, & $b d$ secabit alterã linearum $a c$ & $b c$, aut neutra neutram. Et secet primò altera alteram, & protrahatur linea $c d$. Quia ergo trianguli $a c d$ duo latera $a c$ & $a d$ sunt æqualia: erit angulus $a c d$ æqualis angulo $a d c$ (per 5. propositionem). Similiter quia in triangulo $b c d$ duo latera $b c$ & $b d$ sunt æqualia, erunt anguli $b c d$ & $b d c$ per eandẽ æquales. Et quia angulus $b d c$ est maior angulo $a d c$, sequitur angulum $b c d$ esse maiorem angulo $a c d$, partem scilicet toto, quod est impossibile. Si autem d cadat extra triangulum $a b c$, ita quod lineæ se non secant, protraham lineam $d c$, & producam $b d$ & $b c$ sub basi usque ad e & f . Et quia lineæ $a c$ & $a d$ sunt æquales, erunt anguli $a c d$ & $a d c$ æquales per 5. similiter quia $b c$ & $b d$ sunt æquales, erunt anguli sub basi, qui sunt $c d f$ & $c d e$, æquales per 2. partem eiusdem. Quia ergo angulus $e c d$ minor est angulo $a c d$, sequitur angulum $f d c$ esse minorem angulo $a d c$, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens, si d punctus cadat intra triangulum $a b c$.



Euclides ex Zamberto. Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri non constituẽtur, ad aliud atq; aliud signum ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

THEON ex Zamb. Si enim est possibile, super eadem recta linea $\alpha \beta$, duabus rectis lineis $\alpha \gamma$, $\beta \gamma$, aliæ duæ rectæ lineæ $\alpha \delta$, $\beta \delta$, æquales altera alteri constituantur ad aliud atque aliud signum, hoc est γ & δ , ad easdem partes scilicet γ & δ eosdem fines, hoc est $\alpha \beta$, possidentes: ut æqualis sit γ , ipsi $\alpha \alpha$, eundem finem habens, hoc est $\alpha \gamma$, ipsi $\beta \beta$, eundem finem habens, hoc est $\beta \gamma$, connectatur $\gamma \delta$ (per 1. postulatum). Quoniam igitur $\alpha \gamma$ æqualis est ipsi $\alpha \delta$, æqualis erit quoq; angulus $\alpha \gamma \delta$, angulo $\alpha \delta \gamma$. Minor igitur est angulus $\alpha \gamma \delta$, angulo $\beta \gamma \delta$: multo minor igitur est angulus $\beta \gamma \delta$, angulo $\beta \delta \gamma$. Rursus quoniã $\beta \gamma$, ipsi $\beta \delta$ est æqualis, æquus est igitur & angulus $\beta \gamma \delta$, angulo $\beta \delta \gamma$. Ostensum est autẽ quod admodum minor, quod impossibile. Super igitur eadẽ recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non constituentur ad aliud atque aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.



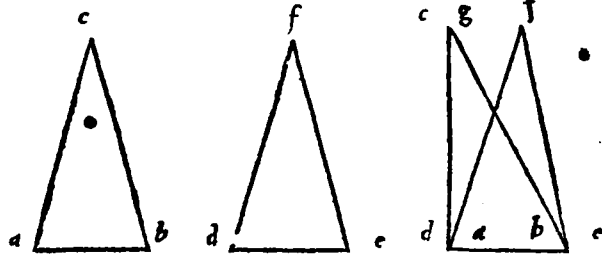
Euclid.



Euclid. ex Camp. Propositio 8.

Conm duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basisq; unius basi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo trianguli $a b c$, $d e f$ sitq; $a c$ æqualis $d f$, & $b c$ æqualis $e f$, & $a b$ æqualis $d e$. Dico ergo quod angulus c est æqualis angulo f , & angulus a , angulo d , & angulus b , angulo e . Superponā basin $a b$, basi $d e$, quæ cum sint æquales, neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctū f : aut non. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f , & neuter excedit alterum, eo quod $a c$ super $d f$ & $b c$ super $e f$ cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f : cadat super quemlibet alium qui sit punctus g , quia $e g$ est æqualis $b c$, imò eadem: itemq; quia $d g$ est æqualis $a c$ erit $d g$ æqualis $d f$, & $e g$ æqualis $e f$, quod est impossibile per præcedentem.

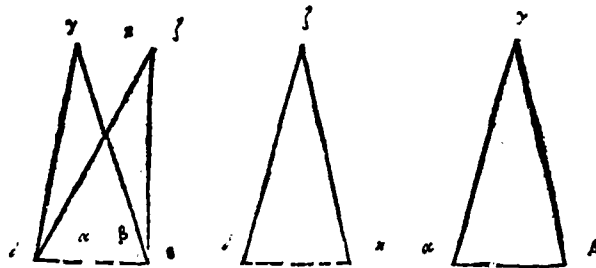


Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 8.

Si bina triagula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualem: angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint bina triagula $a b c$, $d e f$, duo latera $a c$, $d f$, duobus lateribus $b c$, $e f$, æqualia habentia alterum alteri, hoc est $a c$ ipsi $d f$, & $b c$ ipsi $e f$: habeantq; basin $a b$, basi $d e$ æquale. Dico quod angulus a æqualis angulo d est.

æqualis. Congruente enim triangulo $a b c$, ipsi triangulo $d e f$, superposito quidem $b c$ signo, super $e f$ signum, et recta linea $a b$ super $d e$: congruit quoque signū a ipsi d signo, quoniam $b c$ æqualis est ipsi $e f$: Congruente uero $b c$ ipsi $e f$: congruunt quoque $a c$, $d f$ ipsis $a c$, $d f$. Si enim basis $a b$ basi $d e$ congruit, at $a c$, $d f$ lateribus,



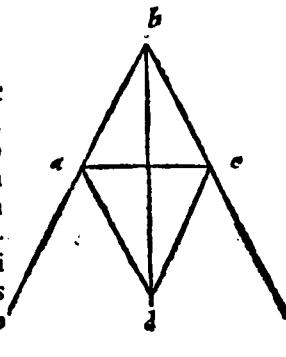
ra, lateribus $a c$, $d f$, non congruent, sed different, sicut $a c$, $d f$: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signum, ad easdem partes eisdemq; fines possidentes. Non constituuntur autem (per 7 propositionem.) Non igitur congruente basi $b c$ basi $e f$, non congruunt quoque $a c$, $d f$, latera. ipsis $a c$, $d f$ lateribus, congruunt igitur. Quare & angulus a æqualis angulo d congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triagula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq; basi æqualem: angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 9.



Atum angulum, per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus, quem oportet diuidere: angulus $a b c$. Lineas ipsum continentis, quæ sunt $a b$ & $b c$, ponam æquales, per 3 propositionem, & producam lineā $a c$: super quam constituam triangulum æquilaterum $a d c$ per 1 propositionem, & protraham lineam $b d$. Dico quod ipsa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos $a b d$ & $c b d$, duo latera $a b$ & $b c$ trianguli $a b d$ sunt æqualia duobus lateribus $c b$ & $b d$ trianguli $c b d$: & basis $a b$ & basis $c d$, ergo per præcedentem angulus $a b d$ est æqualis angulo



bcd, quod oportebat efficere.

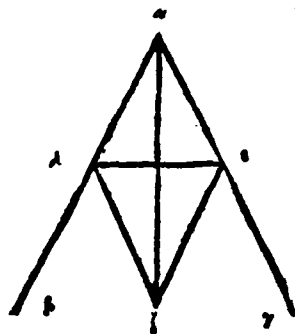
Euclid. ex Zamb.

Problema 4.

Propositio 9.

Datum angulum rectilineum, bifariam secare.

THEON ex Zamberto. Sit datus rectilineus angulus $\alpha \gamma$. Oportet ipsum bifariam secare. Suscipiatur super linea $\alpha \beta$ contingens signum, sitq; illud δ . Et à linea $\alpha \gamma$ (per 3 propositionem) auferatur $\alpha \gamma$: ipsi $\alpha \delta$ equalis. Et per 1 postulatam connectatur linea $\delta \gamma$: constituaturq; (per 1 propositionem) super δ , triangulum æquilaterum, sitq; illud $\delta \epsilon$, et connectatur (per primum postulatam) linea $\epsilon \gamma$. Dico quod angulus $\alpha \gamma$: à linea $\alpha \gamma$ bifariam secatur. Quoniam $\alpha \delta$ est equalis ipsi $\alpha \gamma$, communis uero $\alpha \delta$: binæ igitur $\delta \alpha$, $\delta \gamma$ duabus $\alpha \gamma$, sunt altera alteri æquales. At basis $\delta \gamma$, basis $\epsilon \gamma$ (per 1 propositionem) est equalis: angulus igitur $\delta \alpha \gamma$, angulo $\gamma \alpha \epsilon$ (per 8 propositionem) est equalis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub $\alpha \gamma$, bifariam sectus est à recta linea $\alpha \gamma$, quod fecisse oportuit.



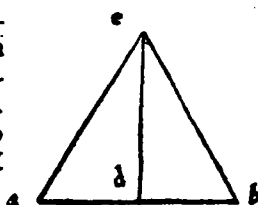
Euclid. ex Camp.

Propositio 10.



Proposita recta linea, eam per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit proposita linea quam oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam constituam triangulum æquilaterum a b c. & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam præcedentis, per lineam c d. Dico quod linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) basis a d, basi b d: quod est propositum.



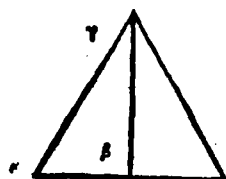
Euclid. ex Zamb.

Problema 5.

Propositio 10.

Datum rectam lineam terminatam, bifariam secare.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea terminata $\alpha \beta$, oportet lineam $\alpha \beta$ bifariam secare. Constituitur (per 1 propositionem) super ea, triangulum æquilaterum $\alpha \beta \gamma$. Et (per 9 propositionem) secetur angulus $\alpha \gamma$ bifariam: à recta linea $\gamma \delta$. Dico quod linea recta $\alpha \beta$, bifariam secatur in signo δ . Quoniam enim (per 1 propositionem) $\alpha \gamma$ ipsi $\beta \gamma$ est equalis, communis uero $\gamma \delta$: due igitur $\alpha \gamma$, $\beta \gamma$ duabus $\gamma \delta$ sunt æquales altera alteri. Et angulus $\alpha \gamma \delta$ angulo $\beta \gamma \delta$ æquus est, basis igitur $\alpha \delta$, (per 4 propositionem) $\beta \delta$ est equalis. Data igitur recta linea terminata $\alpha \beta$, bifariam secta est in signo δ , quod faciendum fuerat.



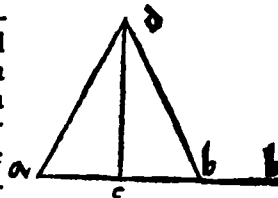
Euclid. ex Camp.

Propositio 11.



À recta linea, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere, duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque subnixam.

CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem, lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituam triangulum æquilaterum a b d. & protraho lineam c d, de qua dico quod ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus b c & c d, trianguli b c d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

Problema 6. Propositio 11.

Data recta linea, à signo in ea dato rectam lineam ad angulos rectos excitare.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea $\alpha \beta$: datum uero in ea signum sit γ . Oportet ab ipso signo γ , ipsius rectæ lineæ $\alpha \beta$: ad angulos rectos rectam lineam excitare. Suscipiatur in ipsa $\alpha \gamma$ contingens signum, sitq; illud δ : et ponatur ipsi $\alpha \gamma$ (per 3 propositionem) equalis linea $\gamma \epsilon$, et super δ , (per 1 propositionem) construa-

construatur triangulum equilaterum $\triangle ABC$, & connectatur linea AD . Dico q. data recta linea AB , a dato in ipsa signo quod est γ , ad rectos angulos, γ recta linea excitatur. Quonia enim $\angle A$ & $\angle B$ aequalis est ipsi γ , communis uero linea AD duae igitur $\angle A$ & $\angle B$ duabus $\angle A$ & $\angle B$ altera alteri sunt aequales: et basis BC (per 1. propositionem) basi BC est aequalis. Angulus igitur $\angle A$ & $\angle B$ (per 8. propositionem) est aequalis, & sunt utrobique. Cum autem recta linea super recta linea consistens, utrobique angulos ad inuicem aequales fecerit, uterque equalium angulorum rectus est (per 10. definitionem). Igitur angulus $\angle A$ & $\angle B$, & angulus $\angle C$ sunt recti. Data igitur recta linea AB , a dato in ea signo γ , ad rectos angulos recta linea AD excitata est, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 12.

11. **Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitae quantitate, perpendicularem deducere.**



CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineam b c, a quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utramque partem, quantum libuerit: & super punctum a, describam circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulum b a c per aequalia, per lineam a d (per 9. propositionem) Dico quod a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a c, trianguli a b d, sunt aequalia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d aequalis angulo c a d, erit per 4. propositionem basis b d aequalis basi d c, & angulus a d b aequalis angulo a d c: quare uterque eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per definitionem anguli recti & lineae perpendicularis, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 7.

Propositio 12.

12. **Super datam rectam lineam infinitam, a dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.**

THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitq. illa AB , datum uero signum quod in ea non est, sit γ . Oportet super datam rectam lineam infinitam AB , a dato signo γ quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius AB rectae lineae contingens signum, sitq. illud δ , centro quidem γ , intervallo uero $\gamma\delta$ (per 3. postulatam) circulus describatur $\gamma\delta$. Seceturq. (per 10. propositionem) $\gamma\delta$ bisariam, in signo δ , & connectatur (per 1. postulatam) rectae lineae $\gamma\delta$, $\gamma\delta$. Dico quod super datam rectam lineam infinitam AB , a dato signo quod in ea non est, uidelicet γ , perpendicularis, ducta est recta linea $\gamma\delta$. Quonia $\gamma\delta$ ipsi $\gamma\delta$ est aequalis, communis uero $\gamma\delta$ duae igitur $\angle A$ & $\angle B$ duabus $\angle A$ & $\angle B$ sunt altera alteri aequales, & basis $\gamma\delta$ basi $\gamma\delta$ (per 10. definitionem) est aequalis. Angulus igitur $\angle A$ & $\angle B$ (per 8. propositionem) est aequalis, suntq. utrobique. Cum recta linea super rectam consistens lineam, angulos utrobique ad inuicem aequales fecerit, uterque equalium angulorum rectus erit (per 10. definitionem) & superflans recta linea perpendicularis uocatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam AB , a dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est $\gamma\delta$, quod fecisse oportuit.

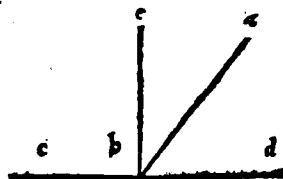
Euclid. ex Camp.

Propositio 13.

13. **Minis rectae lineae super rectam lineam stantis, duo utrobique anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis aequales.**



CAMPANVS. Sit ut linea a b, superfler lineae c d, quae si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per conuersionem definitionis lineae perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpendicularis, a puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11. eruntq. duo anguli e b c & e b d recti per conuersionem dictae definitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adaequatur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erunt aequales duobus rectis: quare tres anguli, qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt aequales duobus rectis, sed angulus c b a, est aequalis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo an-



guli $c b a$ & $a b d$ sunt æquales duobus rectis, quod est propositum. Ex quo patet totum spatium quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circumstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 6.

Propositio 13.

Cum recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam $a b$, super rectam lineam $c d$ consistens, angulos efficit $c b a$ & $a b d$. Dico quod $c b a$ & $a b d$ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quod si angulus $c b a$ est æqualis angulo $a b d$, iam duo recti sunt. At si non excutitur (per 11 propositionem) a dato signo $a b$ lineæ $c d$, ad angulos rectos linea $a b$, anguli igitur $c b a$ & $a b d$, (per 10 definitionem) sunt recti. At quoniam angulus $c b a$, duobus $c b a$, $a b d$, angulis est æqualis, communis ponatur angulus $a b d$: igitur anguli $c b a$, $a b d$, tribus angulis, hoc est $c b a$, $a b d$, $a b d$, sunt æquales. Rursus quoniam angulus $a b d$ a duobus angulis $a b d$, $c b a$ est æqualis, communis ponatur angulus $a b d$. Igitur anguli $c b a$, $a b d$, tribus angulis $a b d$, $a b d$, $a b d$ sunt æquales. Ostensum est autem quod anguli $c b a$, $a b d$, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 communem sententiam) sibi inuicem sunt æqualia: anguli igitur $c b a$, $a b d$, angulis $a b d$, $a b d$ sunt æquales. At anguli $c b a$, $a b d$ sunt duo recti, & anguli igitur $c b a$, $a b d$, duobus rectis sunt æquales. Cum igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 14.



Si duæ lineæ a puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosque circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duæ lineæ sibi directe coniunctæ sunt, & linea una.

CAMPANVS. Sit ut a puncto b lineæ $a b$, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint $b c$ & $b d$, & faciant duos angulos qui sint $c b a$ & $d b a$, æquales duobus rectis: tunc dico quod duæ lineæ $c b$ & $d b$ sunt sibi inuicem directe coniunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quod si non fuerint linea una, tunc protrahatur $c b$ in continuū & directum, quæ quia non est linea una cum $d b$, transibit super eam ut $b e$, aut sub ea ut $b f$. Quia ergo super lineam rectam quæ est $c b e$, cadit linea $a b$, erunt anguli $c b a$ & $e b a$ æquales duobus rectis per præcedentem: & quia omnes recti sunt adinuicem æquales per 3 petitionem, anguli quoque $c b a$ & $d b a$ sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erunt duo anguli $c b a$ & $e b a$ æquales duobus angulis $c b a$ & $d b a$: ergo dempto communi angulo $c b a$, erit angulus $e b a$ æqualis angulo $d b a$, pars toti, quod est impossibile. Similiter linea $c b$ protracta, probabis angulum $d b a$ esse æqualem angulo $f b a$, si forte diceret aduersarius lineam $c b$ protractam cadere infra $b d$.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 7.

Propositio 14.

Si ad aliquam rectam lineam atque ad eius signum duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineam $a b$, signumque in ea b , duæ rectæ lineæ $c b$ & $d b$ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos $c b a$ & $d b a$ duobus rectis æquos efficiant. Dico quod ipsæ $c b$ & $d b$ rectæ lineæ in directum est constituta. Si enim ipsæ $c b$ & $d b$ rectæ lineæ non est in directum, sit ipsæ $c b$ recta linea in directum constituta. Quoniam igitur recta linea $a b$ super rectam lineam $c b$ stetit, anguli igitur $c b a$ & $d b a$ duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionem). At anguli $c b a$ & $d b a$ duobus rectis sunt æquales: anguli ergo $c b a$ & $d b a$ angulis $c b a$ & $d b a$ sunt æquales. Communis auferatur angulus $c b a$, reliquus igitur angulus $d b a$, reliquo angulo $c b a$ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur $c b$ ipsæ $a b$ in directum minimè est. Similiter quoque ostendimus, quod nec aliqua præter lineam $a b$. In directum igitur est ipsæ $a b$ linea $a b$. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumque eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobique angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ subiunctæ erunt: quod demonstrasse oportuit.

Euclides

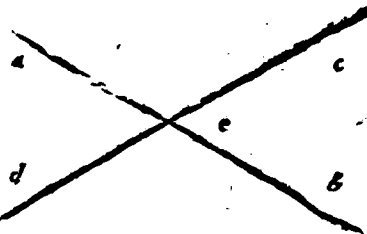
Euclid. ex Camp.

Propositio 15.



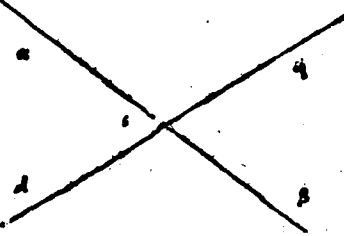
Mniū duarū linearū se inuicē secantiū, omnes anguli contra se positi sunt æquales. Vnde manifestū est, cū duæ lineæ rectæ se inuicē secant, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis esse æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ $a b$ & $c d$, se inuicem secantes in puncto e . Dico quod angulus $d e b$ est æqualis angulo $a e c$, & angulus $b e c$ est æqualis angulo $a e d$. Erunt enim (per 13) duo anguli $a e c$ & $c e b$ æquales duobus rectis itemq; duo anguli $c e b$ & $d e b$ æquales duobus rectis, per eandem, quare duo primi sunt æquales duobus postremis, eo quod omnes recti sunt adinuicem æquales (per 4 petitionem) dempto ergo cōmuni angulo qui est $c e b$, erit angulus $a e c$ æqualis angulo $d e b$. Eodem modo probabitur, angulum $c e b$ esse æqualem angulo $a e d$, quod est propositum. **Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 15.**



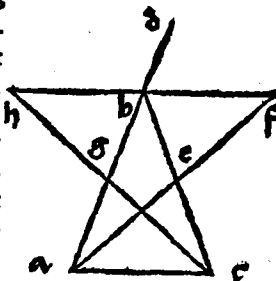
Si duæ rectę lineę se adinuicē secuerint, āgulos qui circa uerticē sunt æquos adinuicē efficiēt.

THEON ex Zamb. Duæ rectę lineę $a b$ & $c d$, se adinuicē secant in signo e . Dico quod angulus $a e c$, æqualis est angulo $d e b$. Quoniam enim recta linea $a b$ super rectam lineam $c d$ stetit, angulos efficiens $a e c$ & $c e b$, igitur anguli $a e c$ & $c e b$ duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionē). Rursus quoniam recta linea $c d$ super rectam lineam $a b$ stetit, angulos efficiens $a e c$ & $d e b$, igitur anguli $a e c$ & $d e b$ duobus rectis sunt æquales (per eandem 13 propositionē). Ostensum autem est, quod anguli $a e c$ & $c e b$ duobus rectis sunt æquales: anguli igitur $a e c$ & $d e b$ sunt æquales. Cōmunis auferatur $a e c$, reliquus igitur angulus $c e b$, reliquo angulo $d e b$, est æqualis. Similiterq; ostendetur quod $c e b$ & $a e d$ sunt æquales. Si duæ igitur rectę lineę se adinuicem secuerint, angulos qui circa uerticē sunt, adinuicē æquales efficient, quod oportuit demonstrasse. **Euclid. ex Camp. Propositio 16.**



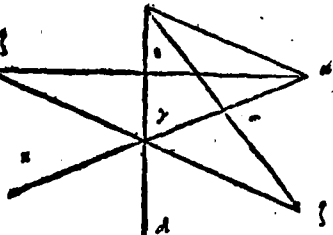
I quodlibet laterū triāguli directē protrahat, faciet angulū extrinsecū utroq; āgulo triāguli sibi intrīsecus opposito maiore.

CAMPANVS. Sit ut triāguli $a b c$, latus $a b$ protrahatur usq; ad d , dico quod angulus $d b c$, maior est utroq; duorum angulorū intrinsecorū sibi oppositorum, qui sunt $b a c$ & $b c a$. Diuidam enim (per 10 propositionē) lineam $c b$ per æqualia in puncto e , & protrahā $a e$ usq; ad f , ita ut $e f$ fiat æqualis $a e$, & protrahā lineam $f b$. Intellego duos triāgulos, $c e a$ & $b e f$, & quia duo latera $a e$ & $e f$ triāguli $a e c$ sunt æqualia duobus lateribus $f e$ & $e b$ triāguli $f e b$, & angulus e unius est æqualis angulo e alterius per præmissam, quia sunt anguli contra se positi, erit (per 4 propositionē) angulus $e c a$, æqualis angulo $e b f$, et ideo angulus $e b d$, maior erit angulo $b c a$. Similiter quoq; probabitur quod $b d$ est maior angulo $b a c$. Nam diuidā $a b$ per æqualia in puncto g , (per 10 propositionē) & protrahā lineam $g h$, æqualē lineæ $c g$ (per 3 propositionē) postea protrahā $h b$, erūtq; duorū triāgulorū qui sunt $a g c$ & $b g h$, duo latera $a g$ & $g c$ primi, æqualia duobus lateribus $b g$ & $g h$ secundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergo (per 4) angulus $g c a$, est æqualis angulo $g b h$, quare (per 15) & angulus $b d$. Et quia angulus $c b d$ est maior angulo $K b d$, erit etiā maior angulo $b a c$ quod est propositū. **Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 16.**



Omnis triāguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore et ex opposito maior est.

THEON ex Zamb. Sit triāguli $a b c$, & producatur ipsius latus unum (sit illud $a b$) usque in d . Dico quod exterior angulus $a b d$, maior est utroq; interiore & ex opposito constituto, hoc est angulo $b a c$ & $b c a$. Secetur linea $a c$, bisariā (per 10 propositionē) in signo e , & protrahā lineam $a e$ (per 2 postulātū) extēdatur in signū f , colloceturq; ipsi $a e$ (per 2 propositionē) æqualis linea $e f$, & cōnectatur (per 1 postulātū) $f b$, & extēdatur (per 2 postulātū) linea $a f$ usq; in g . Quoniam igitur $a e$ æqualis est ipsi $e f$, & ipsi $e f$, duæ igitur $a e$ & $e f$, duabus $e f$ & $f b$ sunt æquales altera alteri, & angulus $a e f$ (per 15 propositionē) angulo $e f b$ est æqua



lis, circa uerticē enim. Basi igitur $\alpha \beta$, basi $\gamma \delta$ (p 4 propositionē) est æqualis, & triangulū $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\gamma \delta \epsilon$ est æquale, et reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera sub tenduntur. Angulus igitur $\beta \alpha \gamma$ angulo $\delta \gamma \epsilon$ est æqualis. At angulus $\gamma \delta \epsilon$ angulo $\gamma \delta \alpha$ maior est: maior igitur est angulus $\alpha \gamma \delta$ angulo $\beta \alpha \gamma$. Similiter quoque si secetur bisariā linea $\beta \gamma$, ostēdetur et angulus $\beta \gamma \delta$ hoc est $\alpha \gamma \delta$ maior angulo $\alpha \beta \gamma$. Omnis igitur triāguli unus latere producto, exterior angulus utroque interiore & ex opposito maior est: quod fuerat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 17.



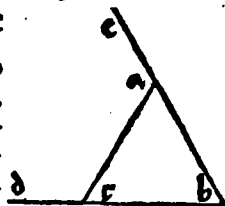
Mnis triāguli duo quilibet anguli, duobus re

ctis sunt minores. CAMP. Sit triangulus $a b c$, dico quod duo quilibet ei⁹ anguli, duobus rectis sunt minores, protrahatur enim unū lat⁹ eius, ut $b c$, usq; ad d , erit $\angle p$ præcedentē, angul⁹ c extrinsec⁹, maior a & maior b , sed c extrinsec⁹ cū cintrinsec⁹, est æqualis duob⁹ rectis p 13, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus $b a$, probabitur quod duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 10.

Propositio 17.



Omnis triāguli duo anguli duob. rectis sunt minores, omnifariā sumpti.

THEON ex Zāb. Sit triāgulū $\alpha \beta \gamma$, dico q. ipsius $\alpha \beta \gamma$, triāguli duo anguli, duob. rectis omnifariā sumpti, sunt minores. Producatur enim (p 2 postulātū) $\beta \gamma$ usq; in δ . Et quoniā triāguli $\alpha \beta \gamma$ (p præcedentē) exterior angulus q est $\alpha \gamma \delta$ maior est angulo $\alpha \beta \gamma$, interiore & ex aduerso cōmunis admittatur angulus $\alpha \gamma \beta$. Anguli igitur $\alpha \gamma \delta$, $\alpha \gamma \beta$, angulis $\alpha \beta \gamma$, $\beta \gamma \alpha$ sunt maiores, sed anguli $\alpha \gamma \delta$, $\alpha \gamma \beta$ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur $\alpha \beta \gamma$, $\beta \gamma \alpha$, duobus rectis sunt minores. Similiter quoque ostendemus quod anguli $\beta \alpha \gamma$, $\alpha \gamma \beta$, duobus rectis sunt minores, & etiam anguli $\alpha \gamma \beta$, $\alpha \beta \gamma$. Omnis igitur triāguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocumq; assumpti: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 18.



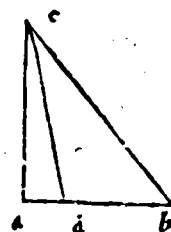
Mnis triāguli lōgius latus, maiori angulo oppositum est.

CAMPANVS. Sit ut in triāgulo $a b c$, angulus a sit maior angulo c , dico quod latus $c b$, maius erit latere $a b$. Si enim sit æquale, erit (per 5) angulus a æqualis angulo c , quod est contra hypothesin. Si autem $a b$ sit maius, resecetur ad æqualitatem $a b$, (per 3) sitq; $d b$ æquale $c b$, erit ergo (per 5) angulus $d c b$, æqualis angulo $b d c$, sed $b d c$ est maior angulo $b a c$ (per 16) ergo $b c d$, est maior $b a c$, quare multo fortius maior angulo $a c b$, pars toto, quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 11.

Propositio 18.

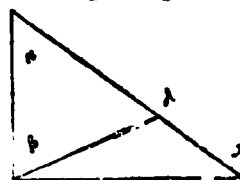


Omnis triāguli maius latus, maiori angulo subtrēditur.

THEON ex Zāb. Sit enim triāgulū $\alpha \beta \gamma$, habēs latus $\alpha \gamma$, maius latere $\alpha \beta$. Dico q. & angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\beta \alpha \gamma$, maior est. Quoniā $\alpha \gamma$ maius est $\alpha \beta$, ponatur ipsi $\alpha \beta$ (p 3 propositionē) æqualis linea $\alpha \delta$, & cōnectatur (p 1 postulātū) linea $\beta \delta$. Et quoniā triāguli $\beta \delta \gamma$ angulus exterior $\alpha \delta \epsilon$ (p 16 propositionē) maior est interiore & opposito angulo $\alpha \delta \beta$, æqualis autē est (p 3 proposit.) angulus $\alpha \delta \beta$ angulo $\alpha \beta \delta$, quoniā latus $\alpha \delta$ ipsi $\alpha \beta$ est æquale, maior est igitur angulus $\alpha \delta \epsilon$ angulo $\alpha \beta \delta$, multo maior est igitur angulus $\alpha \delta \epsilon$, angulo $\alpha \gamma \delta$. Omnis igitur triāguli maius latus, maiori subtrēditur angulo: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp.

Propositio 19.

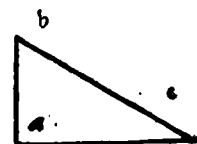


Mnis triāguli maior angulus, lōgiori lateri oppositus est.

CAMPANVS. Sit ut in triāgulo $a b c$, latus $b c$ sit maius latere $a b$, dico quod angulus a , erit maior angulo c . Hęc est cōuersa præcedentis. Si enim sit æqualis, tunc (per 6) latus $a b$ est æquale lateri $b c$, quod est cōtra hypothesin. Si autē c sit maior, tūc per præcedētē latus $a b$ est maius latere $b c$, quod est cōtra hypothesin: quare astruitur propositū. Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

Omnis triāguli sub maiorem angulum, maius latus subtrēditur.

THEON ex Zāb. Sit triāgulū $\alpha \beta \gamma$, maiore habēs angulū $\alpha \beta \gamma$ angulo $\beta \alpha \gamma$. Dico q. latus $\alpha \gamma$ maius est latere $\alpha \beta$. Si autē nō, aut est æquale latus $\alpha \gamma$, lateri $\alpha \beta$, aut eo minus, æquale quidē minimē est latus $\alpha \gamma$, ipsi $\alpha \beta$: æqualis nāq; esset (p 5 propositionē) angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\alpha \gamma \beta$, nō est autē: latus igitur $\alpha \gamma$, lateri $\alpha \beta$ minimē est æquale. At latus $\alpha \gamma$, latere $\alpha \beta$ minus non est, nā angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\alpha \gamma \beta$ mi-



nor esset; at non est: latus igitur $\alpha\gamma$ latere $\alpha\delta$ minus minime est. Maius igitur est latus $\alpha\gamma$, latere $\alpha\delta$. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 10.

20



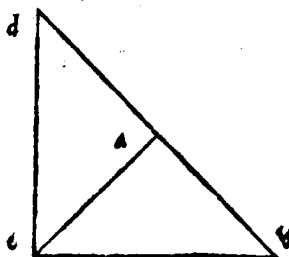
Mnis triāguli duo quaelibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.

CAMPANVS. Sit triāgulus abc , dico quod duo latera $a b$ & $a c$, sunt longiora latere $b c$. Protrahatur linea $b a$ usque ad d , ita ut $a d$ sit æqualis $a c$, & protrahatur $c d$, (per 5 propositionē) erit angulus $a c d$, æqualis angulo d , quare angulus $b c d$ est maior angulo d , ergo (per 18) latus $b d$, est maius latere $b c$, sed $b d$, est æquale $a b$ & $a c$, quare $a b$ & $a c$ simul iuncta, sunt maiora $b c$.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 13.

Propositio 10.



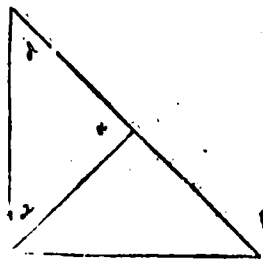
20

Omnis triāguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocūq; assūpta.

THEON ex Zamb. Sit triāgulus $\alpha\beta\gamma$. Aio ipsius $\alpha\beta\gamma$ triāguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocūq; suscepta, hoc est $\alpha\beta$, & γ , ipso $\alpha\beta$ & γ , ipso $\alpha\gamma$ & β , ipso $\alpha\gamma$ & β , ipso $\alpha\beta$. Producatnr nanq; (per 2 postulatū) $\alpha\delta$ ad d signū: et ponatur (per 2 propositionē) ipsi $\alpha\gamma$ æqualis αd , connectaturq; $\delta\gamma$. Quoniā igitur $\alpha\delta$ ipsi $\alpha\gamma$ est æquale, angulus igitur $\alpha\delta\gamma$ (per 5 propositionē) angulo $\alpha\gamma\delta$ est æqualis. Sed angulus $\beta\gamma\delta$, angulo $\alpha\delta\gamma$ maior est: igitur angulus $\beta\gamma\delta$, angulo $\alpha\delta\gamma$ maior est. Et quoniā triāgulus est $\alpha\delta\gamma$, maiore habens angulū $\beta\gamma\delta$ angulo $\alpha\delta\gamma$, atq; maiore angulū maius latus subtendit (per 18 propositionē) ergo β ipso $\beta\gamma$ maius est. Aequale autē est $\delta\beta$ ipsis $\alpha\beta$, & γ : maiora igitur sunt latera $\alpha\beta$ & γ , latere $\beta\gamma$, æquale autē est $\alpha\delta$ ipsi $\alpha\gamma$: maiora igitur sunt latera $\alpha\beta$ & γ , ipso $\beta\gamma$. Similiter uerò demonstrabimus quod etiā latera $\alpha\beta$ & γ , ipso $\alpha\gamma$ sunt maiora. Sed $\beta\gamma$, & α , ipso $\alpha\delta$. Omnis igitur triāguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 21.



21



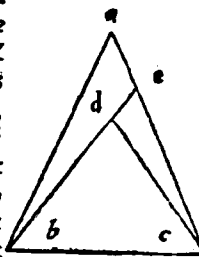
Ide duobus punctis terminalibus unius lateris triāguli duæ lineæ exeuntes, intra triāgulus ipsum ad punctum unum cōueniant, eadem duabus quidem reliquis triāguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit ut in triāgulo abc , ab extremitatibus lateris $b c$ concurrāt duæ lineæ $b d$ & $c d$, ad punctū d , intra triāgulus $a b c$. Dico quod ipsæ lineæ $b d$ & $c d$ simul iunctæ, sunt breuiores duabus lineis $a b$ & $a c$ simul iunctis, & quod angulus d est maior angulo a . Protrahā enim $b d$, usquequo secet latus $a c$ in pūcto e , erūtq; (per 20 propositionē) $b a$ & $a e$ simul iunctæ, maiores $b e$, ergo $b a$ & $a c$, sunt maiores $b e$ & $e c$. At uero $d e$ & $e c$ simul iunctæ, per eandē sunt maiores $d c$, quare $b e$ & $e c$ sunt maiores $b d$ & $d c$, & quia $b a$ & $a c$ sunt maiores $b e$ & $e c$, ut probatū est prius, erūt multo fortius $b a$ & $a c$ maiores $b d$ & $d c$, quod est 1 propositū. At quoniā angulus $b d c$ est maior angulo $d e c$ (per 16 propositionē) & angulus $d e c$ est maior angulo $c a b$ (per eandē) erit angulus $b d c$ multo fortius maior angulo $b a c$, quod est 2 propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 14.

Propositio 21.



21

Si triāguli à limitibus unius lateris binę rectæ lineæ introrsum cōstituantur, quæ constituuntur, reliquis triāguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt.

THEON ex Zamb. Triāguli enim $\alpha\beta\gamma$ super latere $\beta\gamma$, à terminis ipsius $\beta\gamma$, duæ rectæ lineæ interiori constituantur $\delta\epsilon$ & $\zeta\eta$. Dico quod $\delta\epsilon$ & $\zeta\eta$, reliquis triāguli lateribus $\alpha\beta$ & $\alpha\gamma$ sunt minores, angulū uerò $\beta\delta\epsilon$ maiore, ipso $\alpha\beta\gamma$ comprehendunt. Producatnr enim (per 2 postulatū) linea $\delta\alpha$ ad α . Et (per 20 propositionē) quoniā omnis triāguli bina latera reliquo sunt maiora: triāguli, $\alpha\delta\epsilon$ (per 20 propositionē) duo latera $\alpha\delta$ & $\alpha\epsilon$ ipso $\beta\gamma$ sunt maiora. Cōmunis ponatur linea $\gamma\delta$, lineæ igitur $\beta\alpha$ & $\alpha\epsilon$, lineis $\beta\gamma$ & $\gamma\delta$, sunt maiores. Rursum quoniā (per eandē) triāguli $\gamma\delta\epsilon$ bina latera $\gamma\delta$ & $\gamma\epsilon$ ipso $\alpha\beta$ sunt maiora, cōmunis ponatur $\delta\alpha$, lineæ igitur $\gamma\alpha$ & $\alpha\epsilon$, lineis $\gamma\delta$ & $\delta\alpha$ sunt maiores. Sed ostensum est quod $\beta\alpha$ & $\alpha\gamma$, sunt maiores ipsis $\beta\delta$ & $\gamma\epsilon$: lōge igitur maiores sunt $\beta\alpha$ & $\alpha\gamma$, lineæ, ipsis $\delta\alpha$ & $\alpha\epsilon$. Rursum quoniā (per 16 proposit.) omnis triāguli exterior angulus interiore et opposito maior est, triāguli ergo $\gamma\delta\epsilon$, angulus $\beta\delta\epsilon$ exterior, maior est.



angulo γ , quare & trianguli $\alpha \beta \gamma$, angulus γ exterior, maior est angulo β $\alpha \gamma$. Sed ostensum est quod angulus β γ , eo qui sub γ , est maior: longe igitur maior est angulus β γ , angulo β $\alpha \gamma$. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituentur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uero angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb.

Propositio 22.



Propositis tribus lineis rectis, quarum duæ quælibet simul iunctæ reliqua sint longiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulū cōstituere. CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ, a, b, c,

& sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus non posset cōstitui (per 20 propositionem). Cum ergo ex illis tribus prædictis uolo cōstituere triangulum, sumo lineam rectam quæ sit d e, cui non pono à parte e determinatum finem, de qua sumo (per 3 propositionem) d f æqualem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, facto igitur puncto f centro, describo secundum quantitatem lineæ f d, circulū d K, item igitur facto g centro, describo secundum quantitatem lineæ g h, circulū K h, qui circuli interfecabunt se in duobus punctis, quorum unum sit K: alioquin sequeretur, unam dictarum linearum esse æqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod est contrarium positioni. Duco ergo lineam K f & K g, erit igitur triangulus K f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a, b, c, sunt enim f d & f K æquales, quoniam sunt à centro ad circumferentiā, quare f K, est æqualis a. Similiter igitur g h & g K sunt æquales, quia exeunt à centro ad circumferentiā, quare g K, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositum manifestè.

Euclid. ex Zamb.

Problema 8.

Propositio 22.

Ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulū cōstruere. Oportet autē duas lineas reliqua esse maiores quomodocūq; assumptas, quoniā omnis triaguli bina latera quomodocūq; assumpta, reliquo sunt maiora. THEON ex Zam. Sint datæ tres rectæ lineæ a, b, c, quarum duæ reliqua sint maiores quomodocūq; assumptæ,

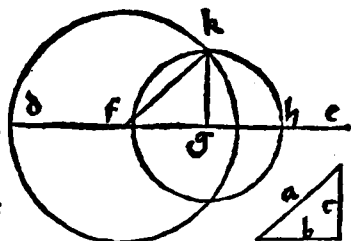
hoc est a, b, ipsa γ , & a, r, ipsam β , & b, r, ipsa α : oportet iā ex tribus lineis rectis, ipsis a, b, c æqualibus, triangulū cōstruere. Proponatur recta linea finita quidē ex parte d infinita uero ex parte e, ponaturq; (per 3 propositionem) ipsi a æqualis linea d f, ipsi uero b, linea f g, ipsi uero c, linea g h. Et centro quidē f, spacio uero f d (p 3 postulātū) circulus describatur d k. rursus cetro quidē g, spacio uero g h (per idē) circulus describatur g h, & cōnectantur (p 1 postulātum) f g & g h. Dico g, ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis a, b, c, triangulū f g h cōstitutū est. Quo niā enim f signū, centrū est circuli d k, æqualis est (p 15 diffinitionē) f d ipsi f. Sed a, ipsi f d est æqualis, & a f igitur (per communē sententiā) est ipsi a æqualis. Rursus quoniā f signū, centrū est circuli g h, æqualis est (per eandem diffinitionē) f g ipsi f. Sed b, ipsi f g est æqualis, & b f igitur (per 1 communē sententiā) ipsi b est æqualis. At f g ipsi g h est æqualis (p hypothesis) xres igitur rectæ lineæ a, b, c, ipsis tribus a, b, c, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis hoc est a, b, c, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est a, b, c, sunt æquales, triangulū f g h cōstructū est, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 23.



Ata recta linea, super terminū eius cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. CAMP. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineæ b, a, cōtinentes angulū datum, cui subtrēndā basin e. Sup punctū f lineæ e f, iuberē facere æqualē angulū angulo dato. Ad lineā e f adiūgo f d æqualem lineæ a, & ex f e sumo f g æqualē b, & ex g e sumo g h æqualē c, & super puncta f & g describo duos circulos d K & K h, secundum quantitatem



tatem duarum linearum $f d$ & $g h$, intersecantes se in puncto k sicut docuit præcedens, ductisq; lineis $K f$ & $K g$, erunt æqualia duo latera $K f$ & $g h$ trianguli $K g$ duobus lateribus a & b trianguli $a b c$, & basis $g K$ æqualis basi c : ergo (per 8) angulus $K f g$, æqualis erit angulo contento sub a & b quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

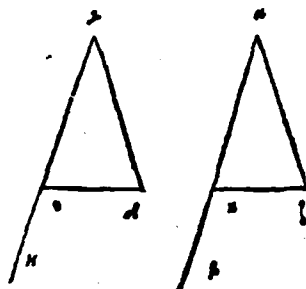
Problema 9.

Propositio 23.

23

Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea $a b$, datumq; in ea signum sit α : datus autem angulus rectilineus, sit $d e f$. Oportet ad datam rectam lineam $a b$, ad datumq; in ea signum α , dato angulo rectilineo $d e f$, æqualem angulum rectilineum collocare. Sint in utrisq; lineis $a b$ & $d e f$, contingetia signa, sintq; illa δ , & connectatur (per 1 postulatam) $d \delta$. Et ex tribus rectis lineis $a b$, $d e f$, & $d \delta$, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est γ , δ , & ϵ , sunt æquales, (per præcedentem) triangulum construatur, sitq; illud $\alpha \beta \gamma$. Ita ut linea $a b$ æqualis sit $\alpha \beta$, & $d e f$ ipsi $\alpha \beta$, & insuper $d \delta$ ipsi γ . Et quoniam due lineæ $d e$ & $f e$ duabus lineis, hoc est δ & ϵ sunt æquales altera alteri, & basis $d f$ (per hypothesin) basi γ , angulus igitur $d e f$, angulo $\alpha \beta \gamma$ (per 8 propositionem) est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam $a b$, ad datumq; in ea signum α dato angulo rectilineo $d e f$, æqualis angulus rectilineus $\alpha \beta \gamma$ collocatus est: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp.

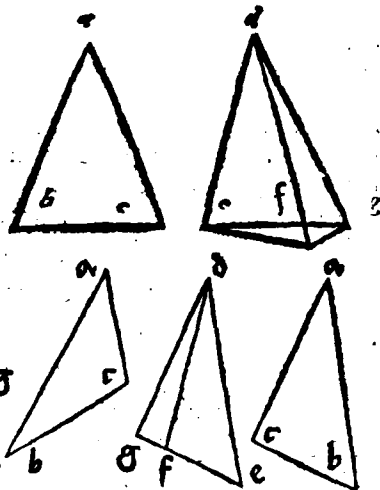
Propositio 24.

24



Mnium duorum triangulorū, quorū duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, si fuerit angulorū sub illis æquis lateribus contentorū alter altero maior, basis quoque eiusdem, basi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trianguli $a b c$, & $d e f$, sintq; duo latera $a b$ & $a c$, æqualia duobus lateribus $d e$ & $d f$: & unumquodque suo correlatiuo, dextrum scilicet, dextro, sinistrumq; sinistro, sitq; angulus a , maior angulo d dato. Dico quod basis $b c$, maior erit basi $e f$. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum $e d g$ æqualem angulo a , eritq; angulus $e d f$, pars anguli $e d g$, & ponam $d g$ æqualem $a c$, protraham $e g$, quæ aut transibit supra $e f$, ut secet lineam $d f$, aut super $e f$, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primò supra. Et quia $a b$ & $a c$ latera trianguli $a b c$ sunt æqualia $d e$, & $d g$ lateribus trianguli $e d g$, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propositionem) basis $b c$ æqualis basi $e g$. At uero quia $d g$ & $d f$ sunt æquales (nā utraque est æqualis $a c$) erit (per 5 propositionem) angulus $d f g$ æqualis angulo $d g f$, quare $d f g$, maior erit $f g e$, ergo $e f g$ multo fortius maior est eodem $f g e$: ergo (per 18 propositionem) latus $e g$ maius est latere $e f$, quare & $b c$ maior est $e f$: quod est propositum. Si uero $e g$ transeat super $e f$ & sit secum linea una, tunc $e f$ erit pars $e g$: per ultimam ergo conceptionem patet propositum. Si uero $e g$ transeat infra $e f$, protrahantur duæ lineæ $d f$ & $d g$, quæ sunt æquales, ut probatum est, usque ad K & ad h : fientq; per secundā partem 5 propositionis sub basi $f g$, anguli $K f g$ & $g h f$ æquales: quare angulus $e f g$ maior erit angulo $f g e$: ergo (per 18 propositionem) latus $e g$ maius est latere $e f$, quare & $b c$ maior est $e f$: quod est 5 propositum. Istud ultimum membrum posset etiam probari (per 21 propositionem) per ipsam enim erunt in dispositione tertia duæ lineæ $d g$ & $e g$, maiore duabus lineis $d f$ & $f e$, & quia $d g$ est æqualis $d f$, propter hoc quod ambæ sunt æquales $a c$, erit $e g$ maior $e f$, quare & $b c$ maior $e f$, quod est propositum. Melius tamen est demonstrare priori modo, ut in omni dispositione arguatur per quintam.



Euclid. ex Zamb.

Problema 15.

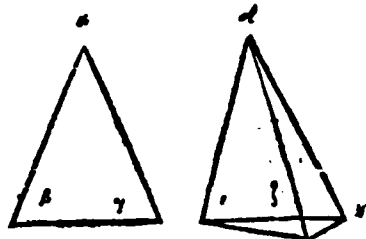
Propositio 24.

24

Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoque basi maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula $\alpha \beta \gamma$, $\alpha \delta \epsilon$, duo latera, hoc est $\alpha \beta$, $\alpha \delta$, duobus lateribus, hoc est $\alpha \delta$, $\alpha \epsilon$, equalia habentia, alterum alteri, hoc est latus $\alpha \gamma$ lateri $\alpha \delta$, et latus $\alpha \gamma$ lateri $\alpha \delta$: angulus uerò qui sub $\beta \alpha \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$ esto maior. Dico quòd $\epsilon \gamma$ basis $\beta \gamma$, basi $\delta \epsilon$ maior est. Quoniam enim angulus $\beta \alpha \gamma$ maior est angulo $\delta \alpha \epsilon$, collocetur (per 23 propositionem) ad rectam lineam $\alpha \delta$, ad datumque in ea signum δ , dato angulo $\beta \alpha \gamma$ æquus angulus $\delta \alpha \epsilon$. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ $\alpha \gamma$ uel $\delta \epsilon$, equalis ipsa $\delta \epsilon$: et conectatur (per 1 postulatū) $\epsilon \gamma$. Quoniam igitur $\alpha \beta$ equalis est ipsi $\delta \alpha$, et $\alpha \gamma$ ipsi $\delta \epsilon$, binæ lineæ $\alpha \beta$ et $\alpha \gamma$ duabus lineis $\delta \alpha$ et $\delta \epsilon$ sunt equaliter altera alteri, et angulus $\beta \alpha \gamma$ (per 23 propositionem) angulo $\delta \alpha \epsilon$ est equalis: basis igitur $\beta \gamma$ (per 4 propositionem) basi $\delta \epsilon$ est equalis. Rursus quoniam equalis est $\delta \alpha$ ipsi $\delta \epsilon$, angulus igitur $\delta \alpha \epsilon$, angulo $\delta \alpha \epsilon$ est equalis. Angulus igitur $\delta \alpha \epsilon$, angulo $\delta \alpha \epsilon$ maior est: longè maior igitur est angulus $\delta \alpha \epsilon$, angulo $\delta \alpha \epsilon$. At quoniam triangulum est $\delta \alpha \epsilon$ habens angulum $\delta \alpha \epsilon$ maiorem angulo $\delta \alpha \epsilon$, maiorem autem angulum (per 18 propositionem) latus maius subtendit: maius igitur est latus $\epsilon \gamma$ latere $\delta \epsilon$. Aequale autem est latus $\epsilon \gamma$ lateri $\beta \gamma$: latus igitur $\beta \gamma$, maius est latere $\delta \epsilon$. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus equalia habuerint, et quæ sequuntur reliqua ut in propositione, quod ostendere oportuit.

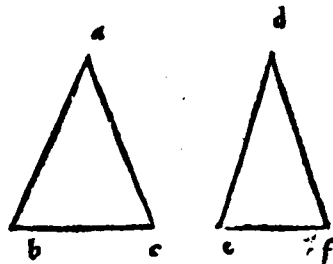


Euclid. ex Camp. Propositio 25.



Mnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uerò unius basi alterius fuerit maior, erit quoque angulus trianguli maioris basis illis æquis lateribus contentus, angulo alterius se respiciente maior.

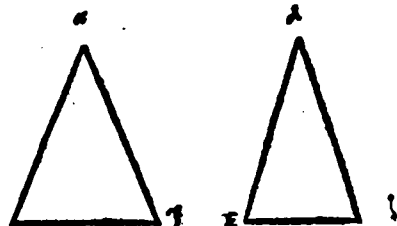
CAMPANVS. Sint duo triangula $a b c$, $d e f$: sintque duo latera $a b$ & $a c$ primi, æqualia duobus lateribus $d e$ & $d f$ secundi, unumquodque suo correlatiuo: sitque basis $b c$, maior basi $e f$: dico quòd angulus a , maior erit angulo d . Hæc est conuersa præcedentis. Aequalis quidē non erit. Sic enim esset (per 4) basis, $b c$ æqualis basi $e f$: quod est contra hypothesin. Sed nec minor, quia sic esset d maior: & ita per præcedentem basis $e f$, erit maior basi $b c$, quod est contrarium positioni, quare maior erit. Sicque propositum astruitur.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basin uerò basi maiorem, angulum quoque sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint duo triangula $\alpha \beta \gamma$, $\alpha \delta \epsilon$, duo latera, hoc est $\alpha \beta$, $\alpha \delta$, duobus lateribus, hoc est $\alpha \delta$, $\alpha \epsilon$, equalia habentia alterum alteri, $\alpha \beta$ scilicet, ipsi $\alpha \delta$, et $\alpha \gamma$ ipsi $\alpha \epsilon$: basis autem $\beta \gamma$, basi $\delta \epsilon$ maior esto: dico quòd angulus $\beta \alpha \gamma$, maior est angulo $\delta \alpha \epsilon$. Si autem non, aut ei est equalis, aut eo minor. Aequalis autem non est angulus $\beta \alpha \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$: si enim equalis esset, basis quoque $\beta \gamma$ (per 4 propositionem) basi $\delta \epsilon$ esset equalis: at non est: angulus igitur $\beta \alpha \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$ equalis minime est. Neque etiā minor est angulus $\beta \alpha \gamma$ eo qui sub $\delta \alpha \epsilon$ nā $\beta \gamma$ basis $\delta \epsilon$, basi $\delta \epsilon$ minor esset: at non est: minor igitur non est angulus $\beta \alpha \gamma$, eo qui sub $\delta \alpha \epsilon$: ostensum autem est quòd neque equalis: maior igitur est angulus $\beta \alpha \gamma$, angulo $\delta \alpha \epsilon$. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, et quæ sequuntur reliqua, ut theoremate: quod ostendere oportuit.



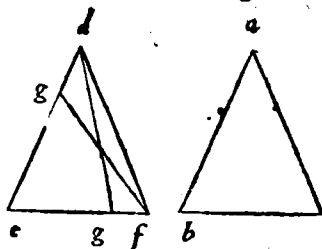
Euclid. ex Camp. Propositio 26.



Mnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritque latus illud

Ilud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoque duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodque se respicienti æqualia, angulusque reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli $a b c$ & $d e f$, sitque angulus b , æqualis angulo e , & angulus c , æqualis angulo f , sitque latus $b c$ æquale lateri $e f$, aut alterum duorum laterum $a b$ & $a c$, æquale alteri duorum laterum $d e$ & $d f$, ita quod $a b$ sit æquale $d e$, aut $a c$, $d f$. Dico quod reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a , angulo d . Ponam ergo primo ut latus $b c$, super quod iacent anguli $b c$, sit æquale lateri $e f$, super quod iacent anguli e, f , qui positi sunt æquales angulis $b c$. Tunc dico, quod latus $a b$ est æquale lateri $d e$, & latus $a c$ lateri $d f$, & angulus a angulo d . Si enim latus $a b$ non sit æquale lateri $d e$, alterum erit maius: sit ergo maius $d e$, quod refecabo ad æqualitatem $a b$, sitque g æquale $a b$. Producam lineam $g f$, eritque per 4 propositionem angulus $g f e$ æqualis angulo $a c b$, quare & angulo $d f e$, pars totius, quod est impossibile. Erit ergo $d e$, æquale $a b$, ergo (per 4) $d f$ æquale $a c$, & angulus d æqualis angulo a : quod est primum membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c , æquales duobus angulis e & f : sitque latus $a b$ quod opponitur angulo c , æquale lateri $d e$ quod opponitur angulo f , cui positis est æqualis angulus c . Dico, quod latus $b c$ erit æquale lateri $e f$, & latus $a c$ lateri $d f$, & angulus a angulo d . Si enim latus $e f$ non fuerit æquale lateri $b c$, erit alterum maius: sit ergo $e f$, maius: ponatur itaque g æquale $b c$, producā lineam $d g$: eritque per 4 propositionem angulus $d g e$, æqualis angulo $a c b$: quare & angulo $d f e$, extrinsecus uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo $e f$ æquale $b c$: ergo per 4 propositionem, latus $d f$ æquale lateri $a c$, & angulus d totalis angulo a : quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifestè patet.



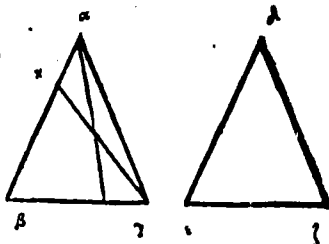
Euclid. ex Zamb.

Theorema 17.

Propositio 16.

Si bina triāgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumque latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod ab uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoque latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. Sint bina triāgula $a b c$ & $d e f$, duos angulos, hoc est, $a b c$ & $d e f$ æquales habentia duobus angulis, hoc est $a b c$ & $d e f$, alterum alteri, hoc est angulum $a b c$, angulo $d e f$, & angulum $b c a$, angulo $f e d$, unumque latus uni lateri æquum: est primū id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus $b c$ lateri $e f$. Aio quod & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus $a b$ lateri $d e$: & latus $a c$ lateri $d f$: & reliquū angulum reliquo angulo æqualem, hoc est a ipsi d . Si enim $a b$ ipsi $d e$ est non æqualis, earum altera maior est: esto maior $a b$, & collocetur (per 3 propositionem) ipsi $d e$ æqualis linea g , & connectatur $g f$. Quoniam igitur $a b$ æqualis est ipsi $d e$, & $b c$ ipsi $e f$ natur. sit. due igitur lineæ $a b$ & g , duabus $d e$ & g , altera alteri sunt æquales: & angulus $a b c$, angulo $d e f$ æquus est: basis igitur $a c$ (per 4 propositionem) basi $d f$ est æqualis, & triāgulum $a b c$ & $d e f$ triāgulo $d e f$ æquum est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur: æqualis igitur est angulus $a b c$, angulo $d e f$. Sed angulus $d e f$ ipsi $a b c$ supponitur æqualis: angulus igitur $a b c$ (per primam communē sententiam) angulo $d e f$ est æqualis minor maiori: quod est impossibile. Inæqualis igitur non est $a b$, ipsi $d e$, æqualis igitur. Est autē & $b c$ ipsi $e f$ æqualis: due iam $a b$ & $b c$, duabus $d e$ & $e f$ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub $a b c$, angulo qui sub $d e f$ est æqualis. Basis igitur $a c$ (per 4 propositionē) basi $d f$ est æqualis: & reliquus angulus a , reliquo angulo d est æqualis.



Rursus

Rurſus ſint ad angulos æquos latera ſubtenſa, æqualia, ſintq; $\alpha \beta$ & $\alpha \delta$. Dico rurſus quòd reliqua latera reliquis lateribus æqualia erunt, hoc eſt latus $\alpha \gamma$ lateri $\alpha \delta$, & latus $\beta \gamma$ lateri $\delta \gamma$: & inſuper reliquus angulus $\beta \alpha \gamma$, reliquo angulo $\delta \alpha \gamma$ æqualis erit. Si enim $\beta \gamma$ ipſi $\delta \gamma$ æquale non eſt, alterũ eorum maius erit: ſit igitur (ſi poſſibile eſt) maius latus $\beta \gamma$: & ponatur (per 3 propoſitionẽ) ipſi $\delta \gamma$ æqualis linea $\beta \delta$: & connectatur (per 1 poſtulatũ) $\alpha \delta$. Et quoniam æqualis eſt $\beta \delta$ ipſi $\delta \gamma$, & $\alpha \beta$ ipſi $\alpha \delta$: duæ igitur $\alpha \beta$ & $\alpha \delta$, duabus $\delta \gamma$ & $\delta \gamma$ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur $\alpha \delta$, (per 4 propoſitionem) baſi $\delta \gamma$ eſt æqualis: et triangulũ $\alpha \beta \delta$, triangulo $\alpha \delta \gamma$ eſt æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales, ſub quibus æqualia ſubtenduntur latera: angulus igitur $\beta \delta \alpha$, angulo $\delta \gamma \alpha$ eſt æqualis. Sed angulus $\delta \gamma \alpha$, angulo $\beta \gamma \alpha$ eſt æqualis. Angulus igitur $\beta \delta \alpha$, angulo $\beta \gamma \alpha$ eſt æqualis: trianguli igitur $\alpha \beta \gamma$ angulus exterior $\beta \delta \alpha$, interiori angulo $\beta \gamma \alpha$ eſt æqualis & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoſſibile. Latus igitur $\delta \gamma$ ipſi $\beta \gamma$ inæquale non eſt, æquale igitur. Eſt autẽ $\alpha \beta$ ipſi $\delta \gamma$ æqualis: duæ igitur $\alpha \beta$ & $\beta \gamma$, duabus $\delta \gamma$ & $\delta \gamma$ ſunt æquales altera alteri, & angulos æquos continent. Baſis igitur $\alpha \gamma$ (per 4 propoſitionem) baſi $\delta \gamma$ eſt æqualis: & triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \gamma$ eſt æquale: & reliquus angulus $\beta \alpha \gamma$, reliquo angulo $\delta \alpha \gamma$ eſt æqualis. Si duo igitur trianguſa duos angulos duobus angulis, & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oſtendere oportebat.

Euclid. ex Camp.

Propoſitio 27.



Si recta linea ſuper duas lineas rectas ceciderit, duosq; angulos coalternos ſibi inuicem æquales fecerit, illæ duæ lineæ erunt æquidistantes.

CAMPANVS. Sit ut linea $a b$ cadat ſuper duas lineas $c d$, $e f$, & ſecet lineam $c d$ in puncto g , & lineam $e f$ in puncto h : ſintq; angulus $d g h$ æqualis angulo $e h g$: dico quòd lineæ $c d$ & $e f$, ſunt æquidistantes. Si enim non, cõcurrant aut ad partem c , e , ſuper punctum k , aut ad partem d , f , ſuper punctum l : & qualitercunq; fuerit, accidet impoſſibile per 16. uidelicet angulum extrinſecum, eſſe æqualem intrinſeco & oppoſito: nam unus dictorum angulorum coalternorũ, qui poſiti ſunt æquales, erit extrinſecus, & reliquus intrinſecus & oppoſitus. Quia igitur impoſſibile eſt eas cõcurrere, in alterutram partem protractas, ipſæ per ultimam diffinitionem erunt æquidistantes, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 18.

Propoſitio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidẽs linea, alternatim angulos adinuicem fecerit, parallelæ adinuicem ipſæ rectæ lineæ erunt.

THEON ex Zamberto. In binas enim rectas lineas $\alpha \beta$, $\gamma \delta$ recta incidens linea ϵ , alternatim angulos $\alpha \epsilon \gamma$ & $\delta \epsilon \beta$ æquales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus eſt $\alpha \beta$ ipſi $\gamma \delta$. Si autem non, productæ concurrunt aut ad partes β , δ aut ad α , γ : productæ igitur & concurrant ad partes β , δ , in ſigno ϵ , ſi eſt poſſibile. Trianguli ergo $\alpha \epsilon \gamma$, angulus $\alpha \epsilon \gamma$ exterior, æqualis eſt angulo $\delta \epsilon \beta$ interiori & oppoſito: quod (per 16 propoſitionem) eſt impoſſibile. Igitur $\alpha \beta$ & $\gamma \delta$ productæ, ad partes β , δ , minime cõcurrunt: ſimiliter quoque oſtendetur, quòd neque ad partes α , γ . Quæ autem in nulla parte concurrunt, parallelæ ſunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur eſt $\alpha \beta$ ipſi $\gamma \delta$. Si in binas igitur rectas lineas & quæ ſequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat oſtendendum.

Euclid. ex Camp.

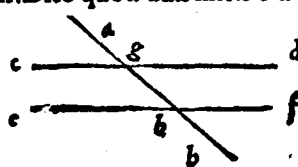
Propoſitio 28.



Si linea recta duabus lineis rectis ſuperuenerit, fueritq; angulus eius intrinſecus angulo extrinſeco ſibi oppoſito æqualis, aut duo anguli intrinſeci ex una parte duobus angulis rectis æquales, illæ duæ lineæ æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Sit ut linea $a b$, ſecet duas lineas $c d$ & $e f$, in punctis g & h : ſintq; angulus

h_us g extrinsecus, æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto, aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti, sint æquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineæ c d & e f sunt æquidistantes. Sit ergo primò angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propositionem angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f g h: quare per præmissam, c d & e f, sunt æquidistantes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propositionem duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f, erunt æquidistantes, quod est propositum.



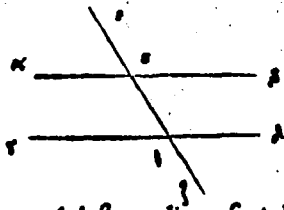
Euclid. ex Zamb.

Theorema 19.

Propositio 28.

- 28 Si in binas rectas lineas, recta incidens linea exteriorẽ angulũ interiori & opposito ad easdẽ partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad easdem partes duob. rectis æquales, parallelæ erũt adinuicẽ ipsæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. In binas enim rectas lineas $a b$ & $c d$, recta linea incidens $e f$, angulum exteriorẽ a , angulo interiori d opposito, æqualem efficiat, aut interiores c & ad easdem partes, hoc est b & d , duobus rectis æquales. Dico quòd parallelus est $a b$, ipsi $c d$. Quoniam angulus a (per hypothefin) æqualis est angulo d , & angulus a (per 15) æqualis est angulo c : angulus igitur c æqualis est angulo d , et sunt alterni, (per 27 propositionem) parallelus est igitur $a b$ ipsi $c d$. Rursus quoniam anguli b & d (per hypothefin) duobus rectis sunt æquales, & anguli a & c (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli ergo a & b & c & d , anguli b & d & c & a sunt æquales. Communis auferatur angulus a : reliquis igitur b , reliquo c est æqualis, & sunt alterni. Parallelus igitur est $a b$, ipsi $c d$. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ sequuntur reliqua, quod ostendendum fuerat.



29

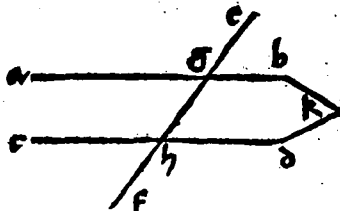


Euclid. ex Camp.

Propositio 29.

- I duabus lineis æquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni æquales erunt, angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito æqualis, itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni sunt æquales, & quòd angulus g extrinsecus est æqualis angulo intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & quòd anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum præcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis, ergo per 15 propositionem erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionem, duæ lineæ a b & c d si promouantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctum aliquẽ, ut ad k: nõ ergo sunt æquidistantes per ultimã diffinitionem, quod est cõtra hypothefin, & quia hoc est impossibile, erũt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod est primũ propositum. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinsecus, uidelicet intrinseco, quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertium. Sunt enim per 13 propositionem duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti, quod est 3 propositum.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 20.

Propositio 29.

- 29 In parallelas rectas lineas recta incidens linea, et alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & opposito & ad easdẽ partes æqualẽ, & interiores & ad easdẽ partes duobus rectis æquales efficit.

THEON ex Zamb. In parallelas enim rectas lineas $a b$ & $c d$, recta incidat linea $e f$. Dico quòd & alternos angulos a & d & b & c æquos efficit, & exteriorẽ angulũ a interiori & opposito & ad

eadē partes, hoc est ipsi $\alpha \beta$ equalē, & interiores et ad eadē partes, hoc est $\beta \gamma$ & $\gamma \delta$ duobus rectis
 equales. Si enim equalis non est $\alpha \beta$ ipsi $\beta \gamma$, alter eorum maior est. Sit maior $\alpha \beta$. Quoniam igitur $\alpha \beta$
 maior est ipso $\gamma \delta$, cōmunis ponatur angulus $\beta \gamma \delta$: anguli ergo $\alpha \beta \gamma$ & $\beta \gamma \delta$, maiores sunt ipsis $\beta \gamma \delta$ &
 $\gamma \delta \alpha$. Sed anguli $\alpha \beta \gamma$ & $\gamma \delta \alpha$ (per 13 propositionem) duobus
 rectis sunt equales, anguli igitur $\beta \gamma \delta$ & $\gamma \delta \alpha$ duobus rectis sunt
 minores: quæ autem a minoribus duobus rectis producuntur in infi-
 nitum, concurrunt (per 1 postulatum.) Rectæ igitur lineæ $\alpha \beta$ &
 $\gamma \delta$, in infinitum productæ, concurrunt: non concurrunt autem, quo-
 niam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur $\alpha \beta \gamma$, angulo $\gamma \delta \alpha$ in
 equalis non est: equalis igitur. Sed angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\gamma \delta \alpha$ (per 13 propositionem) est equalis, angu-
 lus igitur $\beta \gamma \delta$ & $\gamma \delta \alpha$ (per 1 communem sententiam) angulo $\gamma \delta \alpha$ est equalis, communis ponatur $\beta \gamma \delta$, anguli
 $\beta \gamma \delta$ & $\gamma \delta \alpha$ igitur, angulis $\beta \gamma \delta$ & $\gamma \delta \alpha$ sunt equales. Sed anguli $\alpha \beta \gamma$ & $\gamma \delta \alpha$, duobus rectis sunt equa-
 les (per 13 propositionem) & anguli $\beta \gamma \delta$ & $\gamma \delta \alpha$, duobus rectis sunt equales. In parallelos igitur rectas
 lineas & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp.

Propositio 30.



**I fuerint duæ lineæ uni æquidistantes, eadem sibi inuicem
 distantes erunt.**

CAMPANVS. Sint duæ lineæ $a b$ & $c d$, quarum utraq; æquidistet lineæ $e f$.
 Dico illas duas, uidelicet $a b$ & $c d$, esse æquidistantes. Hoc autem est uniuersali-
 ter uerum, siue duæ lineæ $a b$ & $c d$ sint in una superficie cum lineæ $e f$, siue nom-
 hic tamen non intelligitur, nisi secundum quod omnes sunt in
 superficie una, secundum enim quod sunt in diuersis superficie-
 bus, probatur in 9 undecimi libri, quod sunt æquidistantes. Sint
 igitur omnes in superficie una: protraham autem lineam $g h$,
 secantem lineas $a b$, $e f$, & $c d$, in punctis K, l, m . Et quia $a b$ æqui-
 distat $e f$, erit angulus $b K l$ equalis angulo $e l K$ per primam par-
 tem præcedētis, cum illi sint coalterni: at quia $a b$ æquidistat $e f$,
 erit angulus $K l e$ extrinsecus equalis angulo $l m c$ intrinseco,
 per secundam partē præcedentis, ergo angulus $b K l$ est equalis
 angulo $c m l$, qui cū sint coalterni, erūt (per 27) lineæ $a b$ & $c d$ æquidistantes: quod est propositū.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 21.

Propositio 31.

Quæ eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem sunt paralleli.

THEON ex Zamb. Sint $\alpha \beta$ & $\gamma \delta$, ipsi $\gamma \delta$ paralleli, dico quod $\alpha \beta$, ipsi $\gamma \delta$ est parallelus. Incidat
 enim in eas recta lineæ $\epsilon \zeta$, & quoniam in parallelos rectas lineas
 $\alpha \beta$ & $\gamma \delta$, recta lineæ $\epsilon \zeta$ incidit: equalis est igitur angulus $\alpha \beta \epsilon$ ipsi
 $\gamma \delta \zeta$ (per 29 propositionem.) Rursus quoniam in parallelos rectas
 lineas $\alpha \beta$ & $\gamma \delta$, recta lineæ $\epsilon \zeta$ incidit (per eandem) equalis est
 $\epsilon \zeta \alpha$ ipsi $\gamma \delta$. patuit autem quod $\alpha \beta \epsilon$ ipsi $\gamma \delta \zeta$ est equalis, & quod
 $\epsilon \zeta \alpha$ est equalis $\gamma \delta \zeta$, & igitur, ipsi $\gamma \delta$ est equalis, et sunt alterni,
 parallelus igitur est $\alpha \beta$ ipsi $\gamma \delta$, quod ostendendum erat.

Euclid. ex Camp.

Propositio 31.



Puncto extra lineā dato, lineæ propositæ æquidistantē ducere.

CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea utriusq; pro-
 tracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus
 a , datus extra lineā $b c$, ab eodē puncto a , a quo
 oportet protrahere lineam æquidistantē ipsi $b c$,
 protraho lineam $a d$ lineæ $b c$ superstantem qualitercunq; contin-
 gat, & super punctum a , qui est extremitas lineæ $a d$, cōstituo an-
 gulum $e a d$, per doctrinam 23 propositionis, æqualem angulo
 $b c d$ a sibi coalterno, eritq; $a e$ æquidistans $b c$ per 27 propositionem: quod est propositum.

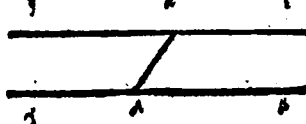
Euclid. ex Zamb.

Problema 10.

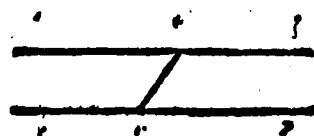
Propositio 31.

Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere.

THEON ex Zamb. Sit quidem datum signum α , data uero
 recta lineæ sit $\beta \gamma$. Oportet iam per datum signum α ipsi $\beta \gamma$ rectæ
 lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suscipiatur in ipsa $\beta \gamma$,
 contingens



contingens signum, sitq; illud α , & connectatur (per 1 postulatam) α β , & constitutur (per 23 propositionem) ad datam rectam lineam α β , ad datumq; in ea signum α , dato angulo α β , æqualis angulus α γ , & producatur (per 14 propositionē) in rectum ipsius α γ , linea α δ . Et quoniam in rectis lineis β γ & γ δ , recta linea incidens α δ , alternos angulos α β & α γ , æquales ad inuicem fecit, parallelus est igitur β γ (per 27 propositionē.) Per datū ergo signū α , data recta linea β γ , parallelus recta linea α δ ducta est, quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp.

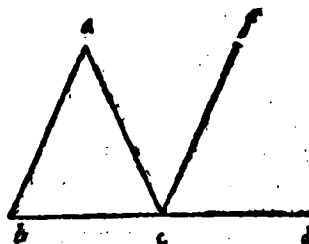
Propositio 32.

32

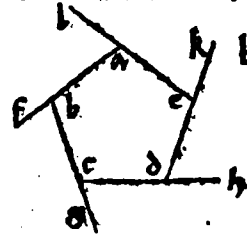
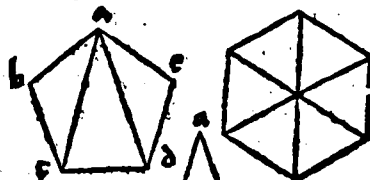
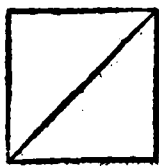


Omnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est æqualis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit triangulus $a b c$, cuius latus $b c$ protrahatur usq; ad d , dico quod angulus c extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & quod tres anguli trianguli $a b c$ simul iuncti, sunt æquales duobus rectis. A puncto c protraham $c f$ æquidistantem $a b$, secundum doctrinam præcedentis, eritq; angulus $f c a$ æqualis angulo a , quia sunt coalterni per primam partem 29 propositionis, & angulus $f c d$ extrinsecus, æqualis angulo b intrinseco per secundam partem eiusdem, quare totus $a c d$ extrinsecus, est æqualis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primum. Et quia duo anguli $a c b$ & $a c d$ sunt æquales duobus rectis per 19 propositionem, erunt tres anguli $a, b, & c$ intrinseci æquales duobus rectis, quod est secundum propositum.



CAMPANI additio. Ex hac autem patet, quod omnis figuræ polygonæ omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt æquales, quotus est numerus quo a prima defuerit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearum, cum figura sit clausio linearum, tunc duæ lineæ rectæ includerent superficiē, quod est impossibile per ultimam petitionem. Quadrilatera, secunda: pentagona, tertia. Similiter autem quælibet tora erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quod triangula (quæ est prima) omnes anguli sunt æquales duobus rectis: quadrilateræ (quæ est secunda) erunt æquales quatuor rectis: & pentagonæ (quæ est tertia) erunt æquales sex rectis. Hoc autē manifestum est, quoniā cum quælibet talis figura sit in tot triangulos resolvable, quora ipsa fuerit a prima, ductus rectis lineis, a quouis angulorum eius ad omnes angulos oppositos, sintq; omnes anguli omnis trianguli duobus rectis æquales, erunt omnis lateratæ figuræ omnes anguli bis tot rectis æquales, quora ipsa fuerit a prima, quod est propositum. Sit enim exempli gratia, pentagonus $a b c d e$, a cuius angulo a , ductæ lineas ad angulos c & d , ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triāgulos $a b c$, $a c d$, & $a d e$, quorū cum cuiuslibet sint anguli æquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli æquales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo a prima distat, siue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoq; & sic idem proponere, dicentes quod omnis figuræ polygonæ omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis æquales, quantus est numerus quem eius anguli duplicat, inde dempris quatuor: puncto enim quouis intra figurā signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figurā in tot triangulos resoluta quoti fuerint eius anguli: ideoq; omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt æquales, quantus est numerus quem duplicant anguli propositæ figuræ. Cum itaq; sint omnes anguli triangulorum, in quos ipsa resoluta est, punctum medium circumstantes, quatuor rectis æquales per 13 propositionem, manifestum constat propositum. Similiter quoq; patet, quod omnis figuræ polygonæ



anguli omnes extrinseci, quatuor rectis angulis sunt æquales: sunt enim intrinseci & extrinseci bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, per 13 propositionem. Intrinseci autem sunt bis tot rectis æquales, quot habuerit angulos, demptis inde quatuor: ergo extrinseci sunt quatuor rectis æquales, quod est propositum. Exempli gratia, propositi pentagoni latera protrahantur, ut fiant anguli extrinseci, a b quidem protrahatur usq; ad f, b c usq; ad g, c d usq; ad h, d e usq; ad K, e a usq; ad l: eruntq; per 13 propositionem duo anguli, a intrinsecus & a extrinsecus, æquales duobus rectis: eadem autē ratione, duo anguli b intrinsecus & b extrinsecus: sic & ceteri: quare a, b, c, d, e, anguli intrinseci & extrinseci, decem rectis æquantur, demptis igitur intrinsecis qui sunt æquales sex rectis, erunt extrinseci, uidelicet b a l, c b f, d c g, e d h, & a e K, æquales quatuor rectis. Patet etiam quod omnis pentagonus, cuius unumquodq; latus duo secat, ex reliquis habet quinque angulos duobus rectis æquales. Sit qualis proponitur pentagonus a b c d e, & secet latus a c, latus b e in puncto g, & latus a d idē latus b e in puncto f, erit angulus a f g æqualis duobus angulis b & d, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo f d b. Itemq; angulus f g a erit æqualis duobus angulis c & e, cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo g c e, sed duo anguli a f g & f g a cum angulo a, sunt æquales duobus rectis: ergo quatuor anguli b d & c e, sunt cum angulo a æquales duobus rectis, quod est propositum.

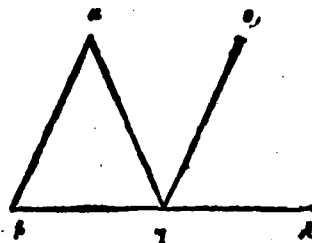
Euclid. ex Zamb.

Theorema 22.

Propositio 32.

Omnis trianguli uno latere producto, exterior angulus binis interioribus ex opposito est æqualis. Et trianguli tres interiores anguli, binis sunt rectis æquales.

THEON ex Zamb. Sit triangulum a b γ, & producat unum illius latus (sit q; β γ) usq; in δ. Dico quod exterior angulus a γ δ ipsi γ a β & γ a b, duobus interioribus ex opposito, est æqualis, & trianguli tres anguli interiores, hoc est a b γ, β γ α, & γ a β, duobus rectis sunt æquales. Excitetur enim (per precedentem) per signum γ, ipsi α β recta lineæ parallelæ γ δ. Et quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in ipsius incidit lineæ α γ, alterni anguli β a γ & γ a δ, æquales sunt adinuicē. Rursus quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit recta lineæ β δ, exterior angulus γ δ β (per 27, 28, 29 propositiones) æqualis est angulo α β, interiori & opposito: patuit autem quod α γ ipsi β α, est æqualis. Totus igitur exterior angulus α γ δ, æqualis est duobus interioribus & oppositis, hoc est ipsi β α, & γ a β. Communis ponatur, α γ β angulus: igitur α γ δ & γ a β, tribus angulis α β γ, β γ α & γ a β, sunt æquales. Sed α γ δ & γ a β, duobus rectis (per 13 propositionem) sunt æquales, anguli α β γ & γ a β igitur duobus rectis sunt æquales. Omnis igitur trianguli & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod oportuit ostendere.



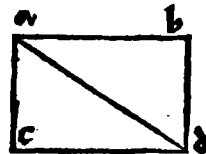
Euclid. ex Camp.

Propositio 33.



In summitatibus duarum linearum æquidistantium & æqualis quantitatis, aliæ duæ lineæ coniugantur, ipsæ quoque æquales & æquidistantes erunt.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, æquales & æquidistantes, quarum extremitates coniungam per lineas a c & b d. Quas dico esse æquales & æquidistantes: protraham enim lineam a d. Et quia lineæ a b & c d sunt æquidistantes, erit angulus b a d æqualis angulo a d c, per primam partem uicesimæ nonę propositionis. Quare erunt duo latera a b & a d trianguli a b d, æqualia duobus lateribus d c & d a trianguli d c a, & angulus a primi, æqualis angulo d secundi: ergo per quartam propositionem basis b d primi, est æqualis basi a c secundi, & anguli a d b primi, æqualis angulo

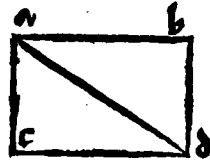


gulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrunq.

Euclid. ex Zamb.

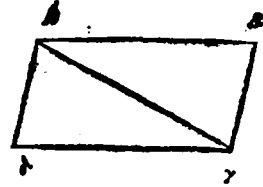
Theorema 23.

Propositio 33.



- 33 **Æquas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.**

THEON ex Zamb. Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, $\alpha \beta$ & $\gamma \delta$, & ipsas cōiungant ad easdē partes, rectæ lineæ $\alpha \gamma$ & $\beta \delta$, dico quod $\alpha \gamma$ & $\beta \delta$, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) $\beta \gamma$. Quoniam parallelus est $\alpha \beta$ ipsi $\gamma \delta$, & in eas incidit $\beta \gamma$, alterni anguli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \gamma \beta$ adinui cem sunt æquales, (per uicesimam nonam propositionem. Et quoniam æqualis est $\alpha \beta$ ipsi $\gamma \delta$, communis autem $\beta \gamma$, due igitur $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \gamma \beta$, duobus $\beta \gamma$ & $\gamma \delta$ sunt æquales, & angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\delta \gamma \beta$ est æqualis. Basis igitur $\beta \delta$ (per quartam propositionem) basi $\alpha \gamma$ est æqualis, & triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo (ei quod sub) $\delta \gamma \beta$, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus equalia latera subtenduntur. Angulus igitur $\alpha \gamma \beta$, æqualis est ei qui sub $\gamma \beta \delta$, & angulus $\beta \alpha \gamma$, ei qui sub $\beta \delta \gamma$. Et quoniam in duas rectas lineas $\alpha \gamma$ & $\beta \delta$, recta linea incidit $\beta \gamma$, alternos angulos, hoc est $\alpha \gamma \beta$ & $\delta \gamma \beta$ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur est $\alpha \gamma$ ipsi $\beta \delta$, (per uicesimam septimam propositionem.) Ostensum autem est, quod & ei æqualis est. Æquales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt, quod oportuit demonstrasse.



Euclid. ex Camp.

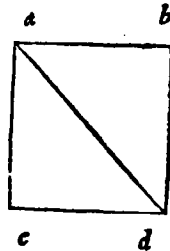
Propositio 34.

34



Mnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.

CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiū laterum, ita quod linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cum a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimam nonam. At quia etiā a c & b d sunt æquidistantes, erunt anguli c a d & d b a, qui sunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est commune, erit per uicesimam sextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem pater esse æqualem angulo d totali, per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.



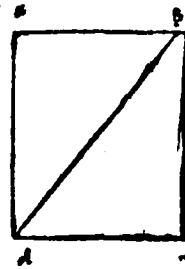
Euclid. ex Zamb.

Theorema 24.

Propositio 34.

- 34 **Parallelogrammorum* locorum latera quæ ex opposito, & anguli, $\chi\alpha\rho\iota\sigma\mu\epsilon\upsilon$ æqualia sunt adinui cem, & dimetiens ea bifariam secat.**

THEON ex Zamberto. Sit parallelogrammus locus $\alpha \gamma \delta \epsilon$, dimetiensq; illi us $\beta \gamma$ esto. Dico quod parallelogrammi $\alpha \gamma \delta \epsilon$ latera & anguli ex opposito, ad inuicem sunt æqualia, & illud $\beta \gamma$ dimetiens bifariam secat. Quoniam enim parallelus est $\alpha \beta$ ipsi $\gamma \delta$, & in eas incidit recta linea $\beta \gamma$ (per 29 propositionem) alterni anguli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \gamma \beta$, sunt adinui cem æquales. Rursus quoniam parallelus est $\alpha \gamma$ ipsi $\beta \delta$, & in eas incidit recta linea $\beta \gamma$, anguli alterni, hoc est $\alpha \gamma \beta$ & $\delta \gamma \beta$ æquales sunt ad inuicem. Bina igitur triangula sunt $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \gamma \beta$, duos angulos qui sub $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \gamma \beta$, duobus angulis $\beta \gamma \delta$ & $\gamma \beta \alpha$ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum $\beta \gamma$, & reliqua latera: igitur (per 27 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-



rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo equalis: latus igitur $\alpha\beta$ est æquale lateri $\gamma\delta$, & $\alpha\gamma$ ipsi $\beta\delta$, & angulus $\beta\alpha\gamma$ angulo $\beta\delta\gamma$ est equalis. Et quoniam angulus $\alpha\beta\gamma$ equalis est angulo $\beta\gamma\delta$, & angulus $\gamma\beta\delta$ ei qui sub $\alpha\gamma\delta$: totus igitur angulus $\alpha\beta\delta$, toti angulo $\alpha\gamma\delta$ (per 2. cōmunem sententiam) est equalis. Ostensum est autem, quod angulus $\beta\alpha\gamma$ angulo $\gamma\delta\epsilon$ est equalis. Parallelogrammorum igitur $\alpha\beta\gamma\delta$ & $\alpha\gamma\delta\epsilon$ locorum anguli & latera ex opposito, adinvicem sunt equalia. Dico etiam, quod dimetiens ea bifariam secat. Quoniam enim $\alpha\beta$ æquum est ipsi $\gamma\delta$, & $\alpha\gamma$ communis est, duæ igitur $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$, duabus $\beta\gamma$ & $\delta\epsilon$ sunt altera alteri æquales: & angulus $\alpha\beta\gamma$ angulo $\gamma\delta\epsilon$ est equalis: basis igitur $\alpha\gamma$ (per 4. propositionē) basi $\gamma\delta$ est equalis, & triangulū $\alpha\beta\gamma$ triangulo $\gamma\delta\epsilon$ est æquale. Dimetiens igitur $\beta\gamma$, bifariam secat parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 35.



Mnes superficies æquidistantium laterū super unā basim atq; in eisdem alternis lineis constitutæ, æquales esse probātur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ $a b$ & $c d$ æquidistantes, inter quas fiat $a c f e$ superficies æquidistantium laterū super basim $c e$, & super eādem basim, & inter easdem lineas fiat alia superficies $g c h e$, similiter æquidistantium laterum: dico duas prædictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea $c g$ secabit lineā $a b$ in aliquo puncto lineæ $a f$, aut in puncto f , aut in aliquo puncto lineæ $b f$. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ $a f$, ut in primafiguratione apparet. Et quia utraq; duarū linearum $a f$ & $g h$ est æqualis lineæ $c e$ per præcedentem, una earum erit æqualis alteri: dempta ergo linea $f g$ communi, remanebit $a g$ æqualis $f h$. Et quia per præcedentem iterum est $a c$ æqualis $f e$, & angulus $h f e$ angulo $g a c$ per secundam partem 29, uidelicet extrinsecus intrinseco, erit per 4, triangulus $a c g$ æqualis triangulo $f e h$. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ est $g c f e$, addita utriq; erit superficies $a c f e$ æqualis superfici ei $g c h e$, quod est propositū. Secet secundo modo linea $c g$ lineam $a b$ in puncto f , ut in secundafiguratione apparet, erūtq; simili argumentatione priori, duo trianguli $a c f$ & $f c h$, æquales, quare utrobique addito triangulo $f c e$, patet propositum. Secet tertio modo linea $c g$ lineam $a b$ inter duo puncta f, b , ut in tertiafiguratione apparet, secabitq; lineam $f e$, sit ut in puncto K , & quia simili argumentatione priori, linea $a f$ est æqualis lineæ $g h$, facta communi linea $g f$, erit $h g$ æqualis $f h$, & triangulus $a g c$ æqualis triangulo $f e h$. Addito ergo utrique triangulo $c h e$, & detracto ab utroq; triangulo $f k g$, erit superficies $a c f e$ æqualis superfici ei $g c h e$, quod est oppositū.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 25.

Propositio 35.

Parallelogramma in eadem basi & in eisdē parallelis existentia, adinvicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint parallelogramma $\alpha\beta\gamma\delta$ & $\alpha\epsilon\zeta\eta$, in eadem basi existentia, hoc est $\alpha\beta$, & in eisdem parallelis hoc est, $\alpha\epsilon$ & $\beta\gamma$. Dico quod parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$, æquale est parallelogrammo $\alpha\epsilon\zeta\eta$. Quoniam enim parallelogrammū est $\alpha\beta\gamma\delta$, æqualis est $\alpha\delta$ ipsi $\beta\gamma$, (per 34. propositionem,) & id propterea etiam $\delta\epsilon$ ipsi $\beta\gamma$ est equalis: quare & $\alpha\delta$ ipsi $\delta\epsilon$ est equalis, & communis $\delta\epsilon$: tota igitur $\alpha\delta$, toti $\delta\epsilon$ est equalis. At $\alpha\delta$ ipsi $\beta\gamma$ est equalis, duæ igitur $\alpha\delta$ & $\beta\gamma$, duabus $\delta\epsilon$ & $\beta\gamma$ sunt altera alteri æquales, & angulus $\delta\alpha\beta$ angulo $\delta\epsilon\zeta$ est equalis, exterior interiori. Basis igitur $\alpha\delta$ (per quartam propositionem) basi $\beta\gamma$ est equalis, & triangulū $\alpha\delta\epsilon$ triangulo $\beta\gamma\zeta$ est æquale. Commune auferatur triangulū $\alpha\delta\epsilon$, reliquum igitur trapezium $\alpha\beta\gamma\delta$, trapezio $\alpha\epsilon\zeta\eta$ est æquale. Cōmune autem ponatur triangulū $\alpha\delta\epsilon$: totum igitur parallelogrammū $\alpha\beta\gamma\delta$, toti parallelogrammo $\alpha\epsilon\zeta\eta$ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 36.



Mniaparallelogrāma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est.

CAMPANVS. Parallelogrammū, dicitur superficies æquidistantiū laterū. Sint duę superficies $a b c d$ & $e f g h$, æquidistantiū laterū constitutę inter duas lineas æquidistantes quę sunt $a f$ & $c h$, & super æquales bases quę sunt $c d$ & $g h$, dico eas esse æquales: nam protrahā duas lineas $c e$ & $d f$, erūtq; per 33, superficies $c d e f$, æquidistantiū laterum, propter hoc quod $e f$ est æqualis & æquidistās $c d$, nam utraq; earum est æqualis $g h$. Quia ergo per præmissam utraq; duarum superficierum $a b c d$ & $e f g h$ est æqualis superficiei $c d e f$, ipsę erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 16.

Propositio 36.

36 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint parallelogramma $a b c d$ & $e f g h$, in æqualibus basibus constituta, hoc est $a b c d$ & $e f g h$, & in eisdem parallelis, hoc est $a d$ & $e h$. Dico quod parallelogrammum $a b c d$ est æquale parallelogrammo $e f g h$. Cōnectantur enim $a e$ & $d h$. Quoniam æqualis est $a b$ ipsi $e f$, sed $e f$ æqualis est ipsi $d h$, & $a b$ igitur ipsi $d h$ est æqualis: sunt autem paralleli, & coniungunt eas $a e$ & $d h$: æquales autem & parallelos, coniungentes lineas, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionē.) Igitur $a e d h$ æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est $a b c d$, & est æquale parallelogrammo $a b c d$: basin enim eandem habet, hoc est $a b$, & in eisdem est parallelis, hoc est $e h$, ac per hoc etiam $e f g h$ est æquale. Quare parallelogrammum $a b c d$ parallelogrammo $e f g h$ est æquale. Parallelogramma igitur & quę sequuntur reliqua ut theoremate: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 37.

37 Equales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atq; inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.



CAMPANVS. Sint duo trianguli $a b c$ & $d b c$, constituti super basin $b c$, inter duas lineas $a e$ & $b f$, quę sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protrahā enim $c g$ æquidistantē $a b$, & $c h$ æquidistantē $d b$ per 31, erūtq; duę superficies $a b c g$ & $d b c h$ æquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earū dimidia per correlariū 34 propositionis, ipsi erūt æquales per cōmunē scientiā quę est, quorum tota sunt æqualia & dimidia, sicq; patet propositū.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 27.

Propositio 37.

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicē sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint triangula $a b c$ & $d b c$, in eadem basi $b c$, & in eisdem parallelis $a e$ & $b f$, cōstituta. Dico quod triangulum $a b c$ est æquale triangulo $d b c$. Producatur (per 2 postulātū) $a d$ ex utraq; parte, in $e f$, & per 31, ipsi $a d$ & $e f$ (per 31 propositionē) excite tur parallelus $b c$, & per 31, ipsi $b c$ (per eandem) parallelus excitetur $a f$. Parallelogramma igitur sunt $a b c d$ & $d b c e$, & parallelogrammū $a b c d$ (per 35 propositionē) æquale est ipsi $d b c e$ parallelogrammo: in eadem enim sunt basi $b c$, & in eisdem parallelis $a e$ & $b f$. At parallelogrammi $a b c d$ dimidium est (per 34 propositionē) nam $a d$ dimetiens, illud bisariam secat, parallelogrammi uero $d b c e$ (per eandem) triangulum $d b c$ dimidium est, nam $b c$ dimetiens illud bisariam secat: at quę equalium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam communem sententiam) triangulum igitur $a b c$ æquale triangulo $d b c$ est æquale. Triangula igitur & quę sequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp.

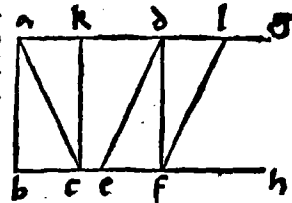
Propositio 38.

38 I duo trianguli super bases æquales atq; inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo triāguli $a b c$ & $d e f$, cōstituti sup bases $b c$ & $e f$ æquales, et inter lineas

a g & b h æquidistantes, dico eos esse æquales. Protraham enim c K æquidistantem a b, & f l æquidistantem e d, eruntq; duæ superficies a b c K & d e f l æquales (per 36) & quia dicti trianguli sunt earum dimidia per correlarium 34 propositionis, ipsi erunt æquales per antedictam communem sententiam.

Euclid. ex Zamb. Theorema 28 Propositio 38.



Triangula in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, ad inuicem sunt æqualia. 38

THEON ex Zamb. Sint trianguli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, in æqualibus basibus constituta, hoc est $\beta \gamma$ & $\epsilon \zeta$ in eisdem parallelis, hoc est $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$. Dico quod triangulum $\alpha \beta \gamma$ æquum est triangulo $\delta \epsilon \zeta$. Producat enim (per secundum postulatam) $\alpha \delta$, ex utraq; parte in ν , & per ϵ , ipsi $\nu \epsilon$ (per 31 propositionem) paralleli excutetur $\beta \gamma$, & per ζ , ipsi $\nu \zeta$ paralleli excutetur $\epsilon \zeta$ (per eandem) Parallelogrammum igitur est, $\nu \beta \gamma \nu$ & $\nu \epsilon \zeta \nu$. At Parallelogrammum $\nu \beta \gamma \nu$ (per 36) æquum est ipsi $\delta \epsilon \zeta$ parallelogrammo, in æqualibus enim sunt basibus, hoc est $\beta \gamma$ & $\epsilon \zeta$, & in eisdem parallelis, hoc est $\alpha \delta$ & $\nu \zeta$. At parallelogrammi $\nu \beta \gamma \nu$ (per 34 propositionem) triangulum $\alpha \beta \gamma$ medietas est, $\alpha \delta$ enim dimetiens, illud bisariam secat: & triangulum $\delta \epsilon \zeta$ parallelogrammi $\nu \epsilon \zeta \nu$ medietas est (per eandem), nam dimetiens $\nu \zeta$, illud secat bisariam. Aequalium uero ea quæ sunt dimidium, sibi inuicem sunt æqualia, (per 7 communem sententiam.) Triangulum igitur $\alpha \beta \gamma$ æquale est triangulo $\delta \epsilon \zeta$. Triangula igitur in æqualibus basibus & in eisdem parallelis constituta, sibi inuicem sunt æqualia. quod oportuit demonstrasse.

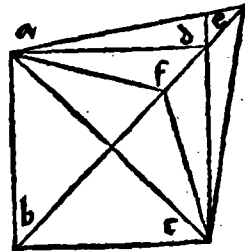
Euclid. ex Camp.

Propositio 39.



Mnes duo trianguli æquales, si in eandem basin & ex eadem parte ceciderint, inter duas lineas æquidistantes erunt. 39

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c ex una eademq; parte, sintq; æquales: dico eos esse inter lineas æquidistantes. Et hæc est cōuersa 37. A puncto a, protraham lineam æquidistantem lineæ b c, quæ si pertransierit per punctum d, liquet propositum. Sin autem, pertransibit supra aut infra. Transeat primò supra, & sit a e, producam b d, usquequo secet lineam a e in puncto e, & protraham lineam e c. Et quia triangulus e b c est æqualis triangulo a b c per 37, & triangulus d b c positus est æqualis triangulo a b c, erit triagulus d b c æqualis triagulo e b c, pars totius, quod est impossibile. Non igitur pertransibit linea quæ à puncto a ducitur æquidistanter b c, supra d. Transeat ergo infra, & sit a f, secans lineam d b in puncto f. Protraham ergo lineam f c, & quia (per 37) triangulus f b c est æqualis triangulo a b c, ipse etiam erit æqualis triangulo d b c, pars totius, quod est impossibile. Quia ergo à puncto a, æquidistans b c non transit nisi per punctum d, patet propositum.



CAMPANI additio. Ex hac autem & præmissa, nota quod si aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera per æqua secet uel secuerit, ipsa erit tertio æquidistans, quod sic probatur. Sit triangulus a b c, cuius duo latera quæ sunt a b & b c, secet linea d e per æqualia, a b quidem in puncto d, & b c in puncto e, dico quod linea d e est æquidistans a c. Protraham enim in quadrilatero a c e d, diametros a e & d c. Ductaq; per 31 à puncto e ipsi a b æquidistantes, erit per 38 triangulus a e d æqualis triangulo d e b, propter id quod linea a d basis trianguli a e d posita est æqualis lineæ d b basi trianguli d e b. Rursus quia ducta à puncto d per 31 ipsi b c æquidistantes, per eandem triangulus c e d erit æqualis eidem triangulo d e b, propter id quod linea c e posita est æqualis lineæ e b, triangulus a e d est æqualis triagulo c e d. Quia ergo ipsi sunt constituti super eandem basin, uidelicet lineam d e, & ex eadē parte, ipsi erūt per hanc 39 inter lineas æquidistantes, ergo linea d e, est æquidistans lineæ a c. Quod quidem propositū ad quintam quarti tibi ualebit.

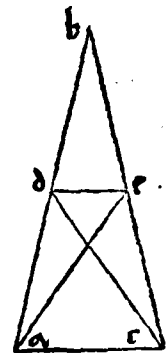
Euclid. ex Zamb.

Theorema 29.

Propositio 39.

Triangula æqualia in eadem basi & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis. 39

THEON



THEON ex Zamb. Sint bina triangula $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$, constituta in eadē basi $\delta \gamma$, & ad easdem partes, dico quod $\epsilon \gamma$ in eisdem sunt parallelis. Conne-
ctatur $\alpha \delta$. Dico quod $\alpha \delta$ ipsi $\delta \gamma$ est parallelus. Si autem non, excitetur (per
31 propositionem) per α signum, ipsi $\beta \gamma$ recte lineæ parallelus $\alpha \epsilon$, & con-
nectatur $\epsilon \gamma$. Triangulum igitur $\alpha \delta \gamma$ (per 37 propositionem) æquale est tri-
angulo $\alpha \epsilon \gamma$; in eadem enim sunt basi $\delta \gamma$ in eisdemq; parallelis $\alpha \delta$ & $\beta \gamma$. At
triangulum igitur $\alpha \delta \gamma$, ipsi triāgulo $\alpha \epsilon \gamma$ est æquale per hypothēsin. Trian-
gulum igitur $\alpha \delta \gamma$, triangulo $\alpha \epsilon \gamma$ est æquale, maius, uidelicet minori quod est impossibile: parallelus igi-
tur minimè est $\alpha \delta$ ipsi $\delta \gamma$. Similiterq; ostendemus, quod nulla alia præter $\alpha \delta$ parallelus igitur est $\alpha \delta$ ipsi $\beta \gamma$.
Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 40.

40



I duo trianguli æquales super æquales bases unius eius-
demq; lineæ ex eadem parte fuerint constituti, eos inter du-
as lineas æquidistantes necesse est contineri.

CAMPANVS. Sint duo triangula $a b c$, $d e f$
æquales constituti super duas bases, quæ sunt
 $b c$ & $e f$, ex eadē parte: dico eos esse inter duas lineas æquidistātes,
& hæc est conuersa 38. Et probatur per ipsam, sicut præcedens per
37. A puncto a , ducatur linea æquidistans lineæ $b f$, quæ si transie-
rit per punctum d , patet propositum: sin autem, pertrāseat supra
ura g , & producatue d usq; ad ipsum g , ut sit $e g$, & ducatur li-
nea $g f$. Erat per 38 triangulus $a b c$, æqualis triangulo $g e f$, qua-
re & triangulus $d e f$ ferit æqualis triangulo $g e f$, pars toti, quod
est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, secetq; lineam $d e$ in puncto h , & du-
catur linea $h f$, erit per 38 triangulus $h e f$, æqualis triangulo $a b c$, quare & triangulo $d e f$, pars to-
ti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit, nisi per punctum d , patet propositum.

Euclid. ex Zamb.

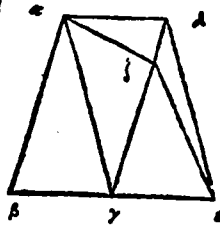
Theorema 30.

Propositio 40.

40

**Triangula æqualia in æqualibus basibus existentia, & ad easdem par-
tes constituta, in eisdem sunt parallelis.**

THEON ex Zamb. Sint triangula æqualia $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$, in æqualibus basi-
bus constituta, hoc est $\beta \gamma$ & $\delta \epsilon$, & ad easdem partes α . Dico quod $\epsilon \gamma$ in eisdem
sunt parallelis. Connectatur (per primum postulatū) $\alpha \delta$. Dico quod $\alpha \delta$ ipsi $\delta \epsilon$
est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionem) per α ipsi $\beta \gamma$ paral-
lelus $\alpha \epsilon$, & connectatur $\epsilon \gamma$. Triangulum igitur $\alpha \delta \gamma$, triangulo $\alpha \epsilon \gamma$ est æquale:
(per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta $\beta \gamma$ & $\delta \epsilon$, & in eisdem paral-
lelis $\alpha \delta$ & $\beta \gamma$, sed triangulum $\alpha \delta \gamma$, triangulo $\alpha \epsilon \gamma$ est æquale. Triangulum igi-
tur $\alpha \delta \gamma$, æquum est triangulo $\alpha \epsilon \gamma$, maius minori, quod est impossibile: parallelus
igitur minimè est $\alpha \delta$ ipsi $\beta \gamma$. Similiterq; ostendemus quod nulla præter $\alpha \delta$. Parallelus igitur est $\alpha \delta$ ipsi
 $\beta \gamma$, quod ostendere oportebat.



Euclid. ex Camp.

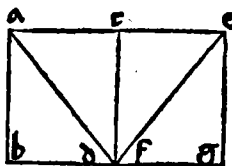
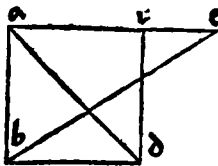
Propositio 41.

41



I parallelogrammū triangulusq; in eadem basi atq; in eisdem
alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammum trian-
gulo duplum esse conueniet.

CAMPANVS. Sit parallelogram-
mū $a b c d$, & triāgulus $e b d$ super basin $b d$, & in
ter lineas $a e$ & $c b d$, quæ sint æquidistātes. Dico pa-
rallelogrammū, duplū esse triāgulo. Protrahā in
parallelogramo diametrū $a d$, erit triāgulus $a b d$
& $d e c$, dimidiū parallelogrami per correlariū 34, &
qa triāgulus $e b d$ est æqualis triāgulo $a b d$ per
37, patet triāgulus $e b d$, esse dimidiū parallelogrami $a b c d$, quod est propositū. Similiter quoq;
potest probari, quod si parallelogrammū triangulusq; in æqualibus basibus atq; inter lineas æ-
quidistātes fuerint constituta, parallelogrammū duplū erit triāgulo. Quod ideo nō posuit Eucli-
des



des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlarium, & 38, diuiso parallelogrammo per diametrum in duos triangulos, uel super basin parallelogrammi inter easdem lineas æquè distantes triangulo constituto, ad quem dupli erit parallelogrammum per hanc præcedentem, et ipse æqualis alteri dato triangulo, per 38.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 31.

Propositio 41.

Si parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eis demq; fuerint parallelis, trianguli parallelogrammum duplum erit.

THEON ex Zamberto. Parallelogrammum enim $\alpha\beta\gamma\delta$, & triangulum $\alpha\beta\gamma$, eandem habeant basin $\alpha\beta$, in eisdemq; sint parallelis $\alpha\gamma$ & $\delta\gamma$. Dico quod parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$, trianguli $\alpha\beta\gamma$ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatum) $\alpha\delta$. Triangulum igitur $\alpha\beta\gamma$ (per 37) æquale est triangulo $\alpha\delta\gamma$: in eadem sunt basi $\alpha\beta$, & in eisdem parallelis $\alpha\gamma$ & $\delta\gamma$. Sed parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$, duplum est ipsius trianguli $\alpha\beta\gamma$ (per 34 propositionem) etenim dimetiens $\alpha\delta$, illud bifariam secat. Quare parallelogrammum $\alpha\beta\gamma\delta$, ipsius trianguli $\alpha\beta\gamma$ duplum est. Si parallelogrammum, & triangulum igitur, & quod sequitur reliquum, quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 43.



Equidistantium laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uerò superficies triangulo assignato æqualis.

CAMPANVS. Sit assignatus angulus a , & assignatus triangulus bcd , uolo describere superficiem æquidistantium laterum æqualem triangulo bcd , cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum sit æqualis a . Diuido basin cd per dimidium in puncto e , & protraho lineam be , & a puncto b duco bf æquidistantem cd , eritq; (per 38) triangulus bcd æqualis triangulo bce , quare triangulus bcd , est dimidium totalis trianguli bcd . Igitur super punctum e lineæ de , constituo (per 23) angulum $d e g$, æqualem angulo a , & perficio parallelogrammum $gedf$, quod etiam quia per præcedentem est duplum ad triangulum bcd , erit etiam æquale triangulo bcd , per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus bcd , cuius uterq; dimidium. Quare descriptum parallelogrammum $gedf$ æquale triangulo bcd , cuius uterq; duorum angulorum $g e d$ & $d f g$ ex aduerso positorum est æqualis angulo a , quod fuit propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 11.

Propositio 42.

Dato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. Sit datum triangulum $\alpha\beta\gamma$, datus uerò angulus rectilineus sit δ , oportet iam ipsi triangulo $\alpha\beta\gamma$ æquale parallelogrammum construere in angulo rectilineo equali ipsi δ . Secetur (per 10 propositionem) linea $\alpha\beta$ bifariam, in signo ϵ , & connectatur (per 1 postulatum) $\epsilon\gamma$. Constituanturq; (per 23 propositionem) ad datam rectam lineam $\epsilon\gamma$, ad datumq; in ea signum, ipsi angulo δ , æqualis angulus $\gamma\epsilon\zeta$. Et (per 31 propositionem) per α , ipsi $\gamma\epsilon$ excitetur parallelus $\alpha\zeta$, & (per eandem) per β ipsi $\epsilon\gamma$, parallelus excitetur $\beta\zeta$: parallelogrammum igitur est $\alpha\zeta\beta\gamma$. Et quoniam æqualis est $\alpha\beta$ ipsi $\gamma\epsilon$, triangulum $\alpha\beta\gamma$ (per 38) triangulo $\alpha\zeta\beta$ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus $\alpha\beta$ & $\alpha\zeta$, & in eisdem parallelis $\beta\gamma$ & $\zeta\gamma$. Duplum igitur est triangulum $\alpha\beta\gamma$, trianguli $\alpha\zeta\beta$: basin enim eandem habet, in eisdemq; parallelis est parallelogrammum igitur $\alpha\zeta\beta\gamma$ æquum est ipsi triangulo $\alpha\beta\gamma$, & habet angulum $\gamma\epsilon\zeta$ æqualem dato angulo δ . Dato igitur triangulo $\alpha\beta\gamma$, æquale constitutum est parallelogrammum $\alpha\zeta\beta\gamma$, in angulo $\gamma\epsilon\zeta$ qui æqualis ipsi δ , quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

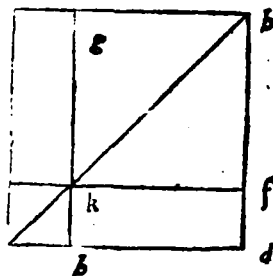
Propositio 43.



Minis parallelogrami spatij, eorū que circa diametrum sunt parallelogramorū supplementa, æqua libi inuicē esse necesse est.

CAMPANVS. Sit parallelogrammum $abcd$, in quo protrahā diametrum bc , & protrahā ef æquidistantē utriq; duorū laterū $a b$ & $c d$, quæ secet diametrum in puncto K a quo ducam Kg æquidistantem utriq; duorum laterum $a c$ & $b d$, & producam eam quousque secet

a b & c d, sitq; tota g K h. Erunt itaq; parallelogrammū a b c d diuisum in quatuor parallelogramma, quorum duo, scilicet e c k h & g K b f dicuntur consistere circa c b, eo quod diameter transit per medium eorum, & ideo sunt circa diametrum: reliqua duo, scilicet, a e g K & K h f d, dicuntur supplementa. Hæc duo supplementa dicuntur esse æqualia: sunt enim duo trianguli a b c & d c b, æquales per coroll. 34 propositionis: similiter quoq; duo trianguli g K b & f K b, sunt æquales per idem correlariū: at duo trianguli c e K & K h c, similiter sunt æquales per idem correlariū. Demptis igitur duobus triangulis b f K & K c e de totali triangulo a b c, ac duobus c triangulis reliquis b K & K c h de totali triangulo reliquo c d b, erunt per 3 communem animi conceptionem residua, quæ sunt duo dicta supplementa, æqualia: quod est propositum.



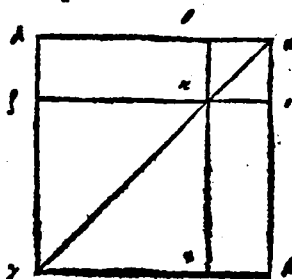
Euclid. ex Zamb.

Theorema 31.

Propositio 43.

- 43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sit parallelogrammum a b γ δ, dimetiens uero illius sit α γ, circa uero α γ parallelogramma δ ε γ ζ, supplementa uero sint β α ε γ & α γ η δ. Dico quod supplementum β α ε γ æquale est supplemento α γ η δ. Quoniam enim parallelogrammum est a b γ δ dimetiens uero illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionem) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammum est α γ η δ, dimetiens uero illius est α γ, triangulum igitur α γ η (per eandem) æquum est triangulo α δ γ, ac per hoc etiam triangulum β γ ε æquum est triangulo α δ γ. At quoniam triangulum α γ η triangulo α δ γ est æquale, & triangulum β γ ε triangulo α δ γ est æquale, triangula igitur α γ η & β γ ε, triangulis α δ γ & α δ γ sunt æqualia: est autem totum triangulum α β γ, totū triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur supplementū β α ε γ (per 3 communem sententiam) reliquo supplemento α γ η δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.



Euclid. ex Camp.

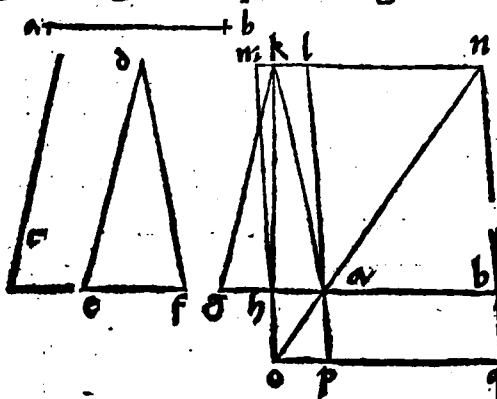
Propositio 44.

44



Proposita linea recta, super eam superficiem æquidistantiū laterum, cuius angulus sit angulo adsignato æqualis, ipsa uero superficies triangulo adsignato æqualis designare.

CAMPANVS. Designare superficiem æquidistantium laterum super lineam aliquam, est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus e, & datus triangulus d e f. Super lineā a b uolo designare superficiem unam æquidistantium laterum, ita quod linea a b sit unū ex lateribus eius, cuius uterq; duorū angulorum ex aduerso positorū sit æqualis angulo e, & ipsa totalis superficies sit æqualis triagulo d e f. Differt autē hæc à 42, quia hic datur latus unius superficiei describēdæ, scilicet linea a b, ibi autē nullū. Cum ergo hoc uoluerō facere, adiungo lineā a g lineæ a b secundū rectitudinē, quam pono æquale lineæ e f basi triaguli dati, super quam constituo triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulū a K g æquale angulo e, & angulū g a K æquale angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a K æqualis & æquilaterus triangulo c f d. Diuidam ergo g a per æqualia in puncto h, & protraham K h, & producam à puncto K lineā m K n æquidistantē lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h K, æqualis triangulo g h k. Tunc super punctū lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo e dato, & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistantes, superficiē æquidistantiū laterū m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h K a: æqualis igitur totali triangulo K g a, quare & triangulo d e f proposito. Protraham



Protraham ergo $b n$ æquidistantē $a l$, & producā diametrum $n a$, quam protrahā quousq; concurrat cum $m h$ producta in puncto o , & complebo superficiem æquidistantiū laterum $m o n q$, & protraham $l a$ usq; ad p punctum lineæ $o q$, eritq; per præcedentem, supplementum $a b p q$, æquale supplemento $m l h a$, quare & triāgulo $d e f$, & quia (per 15) angulus $l a h$ est æqualis angulo $b a p$, & ideo angulus $b a p$ est æqualis angulo c , patet super datā lineam $a b$ descriptam esse superficiem æquidistantiū laterum $a b p q$ æqualem dato triāgulo $d e f$, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorū, qui sunt a & q , est æqualis dato angulo c , quod fuit propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 12.

Propositio 44.

Ad datam rectam lineam, dato triāgulo æquale parallelogrāmum 44
*construere in dato angulo rectilineo.

παράβα
λαῖν
παράβα
λαῖν

THEON ex Zamb. Sit quidem data recta lineam $a b$, datum uerò triāgulum, sit γ ; datus autem angulus rectilineus sit δ : oportet iam ad datam rectam lineam $a b$, dato triāgulo γ æquale parallelogrāmum *prætere in angulo qui æqualis δ . Constituatur (per 42) ipsi γ triāgulo æquale parallelogrāmum β δ ϵ in angulo δ , qui ipsi δ est æqualis. Et (per 2 postulatum) ponatur, ut β sit in rectam ipsi $a b$, & extendatur δ in ζ , & per a (per 31 propositionem) utrisque ϵ β & ϵ δ parallelus excitetur α ζ , & connectatur (per primum postulatum) δ β . Et quoniam in parallelos δ ζ & α ζ recta lineam incidit δ ζ , anguli ergo α δ ζ , & δ ζ ϵ (per 29 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli uerò β δ ϵ & δ ζ ϵ , duobus rectis sunt minores, quæ autem à minoribus duobus rectis in infinitum producuntur, (per 5 postulatum) concurrunt. Lineæ igitur δ β & α ζ , in infinitum productæ concurrunt: producantur igitur, & concurrant in ν . Et (per 31 propositionem) per ν signum utrisque ϵ β & ϵ δ parallelus excitetur λ , & producantur (per 2 postulatum) lineæ δ α & α ζ ad λ , signa. Parallelogrāmum igitur est δ λ ν , illiusq; dimetiens est δ α , circa uerò ipsum dimetientem δ α parallelogrāmum sunt α β & α ζ , supplementa uerò λ β & λ ζ . Igitur (per 43) λ β ipsi β est æquale, sed β (per 42) ipsi triāgulo γ est æquale, igitur ϵ λ β , ipsi γ est æquale. Et quoniam angulus ν β (per 15) angulo α β est æqualis, sed angulus ν β , ipsi δ est æqualis, angulus igitur ν β ipsi δ est æqualis. Ad datā igitur rectā lineam $a b$, dato triāgulo γ æquale parallelogrāmum *prætere datur λ β , in angulo α β , qui ipsi δ est æqualis, quod fecisse oportuit.

παράβα
ελαττου

Euclid. ex Zamb.

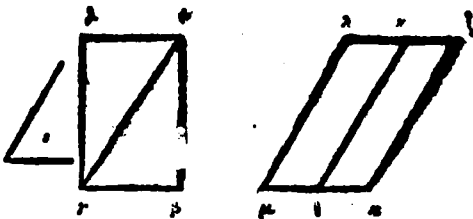
Problema 13.

Propositio 45.

Ad rectilineo, æquale parallelogrāmum construere in dato 45
angulo rectilineo.

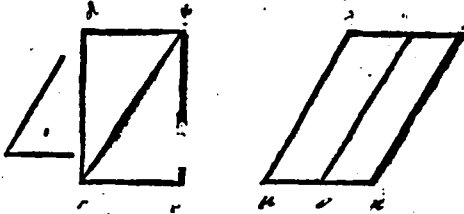
THEON ex Zamberto. Sit datam rectilineum α β γ , datus uerò angulus rectilineus sit δ , oportet iam ipsi α β γ rectilineo æquale construere parallelogrāmum in dato angulo rectilineo. Connectatur enim (per 1 postulatum) δ γ & constituatur (per 42) triāgulo α β γ æquale parallelogrāmum δ ϵ ζ in angulo δ ν ζ , qui ipsi δ est æqualis, & *prætere datur (per 44) ad rectam lineam α β triāgulo α β γ æquale parallelogrāmum ν μ , in angulo ν μ , qui ipsi δ est æqualis. Et quoniam angulo ν , angulus δ ν ζ , &

παράβα
ελαττου



angulus

angulus γ μ est equalis, angulus igitur δ ν , angulo ν δ μ equalis. Communis ponatur angulus κ δ ν , anguli ergo ν δ ϵ κ ν , angulis κ δ ν , ϵ γ δ μ sunt equales. Sed anguli ν δ ϵ κ ν (per 29 propositionē) duobus rectis sunt equales: anguli igitur ν δ ϵ κ ν δ μ , duobus rectis sunt equales. Ad aliquā igitur rectā lineā ν δ (per 14 propositionē) ad aliquodq; in ea signū δ , binæ rectæ lineæ κ δ ϵ γ δ μ nō in eisdē partibus existentes, utrobique angulos binis rectis equales efficiētes. In rectū igitur est ν δ ipsi μ δ . At quoniā in parallelos ν μ ϵ γ ν recta linea incidit δ ν , alterni anguli μ δ ν ϵ γ δ ν (per 29 propositionē) sibi inuicē sunt equales. Communis ponatur angulus δ ν λ . Anguli ergo μ δ ν ϵ γ δ ν λ , angulis δ ν λ ϵ γ δ ν λ sunt equales. Sed anguli μ δ ν λ (per eandē) duobus rectis sunt equales. In rectū est igitur linea ν λ , lineæ ν λ . At quoniā ν δ ipsi δ ν (per 34) equalis est ϵ γ parallelus, ϵ γ ipsi δ ν ipsa μ λ , igitur (per 1 cōmunē sententiā) ν λ ipsi μ λ equalis est ϵ γ parallelus (per 30 propositionē.) Sed eas cōiungūt rectæ lineæ ν μ ϵ γ λ , lineæ igitur ν μ ϵ γ λ (quæ per 33 propositionē) equales ϵ γ paralleli sunt: parallelogramū igitur est ν μ ϵ γ λ . Et quoniam (per 42) triangulum ν μ δ parallelogrammo ν δ est equalē, ϵ γ triangulū ν μ δ parallelogrammo ν μ , totum igitur ν μ δ rectilineum, toti ν μ δ parallelogrammo est equalē. Dato igitur rectilineo ν μ δ , æquum parallelogramum constitutum est ν μ λ , in angulo ν μ ipsi δ dato equali, quod fecisse oportuit.

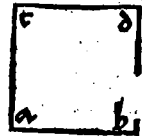


Euclid. ex Camp. Propositio 45.

45 X data linea, quadratum describere.



CAMPANVS. Sit data linea a b , ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineæ a b educo, per 11, lineas a c & b d perpendiculares ad lineā a b , quæ erunt æquidistantes, per ultimā partē 28, & pono utrāq; earū, eidem a b per 3 æqualem, & protraho lineā c d , eritq; ipsa æqualis & æquidistans lineæ a b , per 23. Et quia uterque duorum angulorū a & b est rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimā partem 29, ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.



Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit c d æqualis ut prius, & a puncto c per 31 ducatur c d æquidistans a b , & ponatur æqualis ei, & ducatur linea d b , quæ per 33 erit æqualis & æquidistans a c , & omnes anguli, recti, per ultimā partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 14.

Propositio 46.

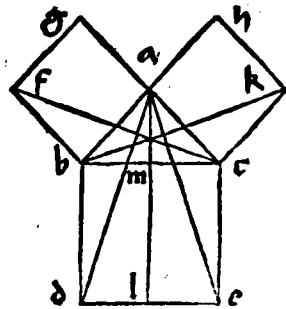
46 Ex data recta linea quadratum describere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea a β , oportet ex a β recta linea quadratum describere. Ex citetur (per 11 propositionem) ipsi, rectæ lineæ a β , a dato signo α , ad angulos rectos. α γ , & ponatur (per 3 propositionē) ipsi α β equalis α δ . Et (per 31 propositionē) per signum δ , ipsi α β parallelus excutetur δ ϵ , & (per eandē) per signum β , ipsi α δ excutetur parallelus β γ : parallelogramum igitur est ipsum α δ β γ , æqualis igitur est α γ , ipsi δ ϵ , & α δ ipsi β γ . Sed α β ipsi α δ est equalis: quatuor igitur β α , α δ , δ ϵ , & ϵ β , sibi inuicem sunt equales: æquilaterū igitur est α δ β γ parallelogramum. Dico etiam quod ϵ γ rectangulū est. Quoniā enim in parallelos α β & δ ϵ , recta linea incidit α δ , anguli igitur β α δ & ϵ α δ , (per 29 propositionē) duobus rectis sunt equales: angulus autē β α δ est rectus, angulus igitur α δ ϵ est etiam rectus, parallelogramorum α δ β γ locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicē sunt equalia (per 34 propositionem) Ex opposito igitur ambo ϵ α β & ϵ β δ anguli: sunt recti. Rectangulū igitur est α δ β γ , ostensum autem est, quod ϵ γ æquilaterum. Quadratum igitur est, atque ex data recta linea a β descriptum, quod facere oportebat.

Euclid. ex Camp.

Propositio 46.

46 N omni triangulo rectangulo, quadratū quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describit, æquū est duobus quadratis, quæ ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.



CAMPANVS. Sit triangulus abc , cuius angulus a sit rectus. Dico quod quadratum lateris bc , æquum est quadrato lateris ab & quadrato lateris ac simul sumptis. Quadrabo ergo hæc tria latera, secundum doctrinam præcedentis, sitq; quadratū $b c$, superficies $b c d e$, & quadratū $b a$, superficies $b f g a$, & quadratum $a c$, superficies $a c h K$. Ab angulo a recto, ducā ad basin $d e$ basin maximum quadrati, tres lineas, scilicet $a l$ æquidistantem utriq; lateri $b d$ & $c e$, quæ secet $b c$ in puncto m , & hypothenusas $a d$ & $a e$. Itemq; a duobus reliquis angulis trianguli, qui sunt b & c , ducam ad duos angulos duorum quadratorum minorū, duas lineas se intersectantes intra ipsum triangulum, quæ sunt $b K$ & $c f$. Et quia uterq; duorum angulorum $b a c$ & $b a g$, est rectus, per 14 erit $g c$ linea una: eadem ratione erit $b h$, linea una, quia uterque duorum angulorum $c a b$ & $c a h$ est rectus. Quia ergo super basin $b f$, & inter duas lineas æquidistantes, quæ sunt $c g$ & $b f$, constituta sunt, parallelogrammū $b f g a$ & triangulo $b f c$, erit per 41 parallelogrammum $b f g a$, duplum triangulo $b f c$, sed triangulus $b f c$ est æqualis triangulo $b a d$ per 4, quia $f b$ & $b c$ latera primi sunt æqualia $a b$ & $b d$ lateribus postremi, & angulus b primi est æqualis angulo b postremi, eo quod uterq; constet ex angulo recto & angulo $a b c$ communi: ergo parallelogrammum $b f g a$, est duplum ad triangulum $a b d$. Sed parallelogrammum $b d l m$ est duplum ad eundem triangulum per 41, quia constituti sunt super eandem basin, scilicet $b d$, & inter lineas æquidistantes quæ sunt $b d$ & $a l$: ergo per communem scientiam quadratum $a b f g$, & parallelogrammū $b d l m$ sunt æqualia, quia eorum dimidia, uidelicet prædicti trianguli sunt æqualia. Eodem modo & per easdem propositiones medianibus triangulis $K b c$ & $a c$, probabimus quadratū $a c h K$ esse æquale parallelogrammo $c e l m$: quare patet propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 33

Propositio 47.

In rectangulis triangulis quadratum quod à latere rectum angulum subtendente fit, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus rectū angulum continentibus. 47

THEON ex Zamb. Sit triangulum rectangulum abc , rectum habens qui sub ba angulum. Dico quod quadratum quod fit ex bc , æquum est quadratis quæ fiunt ex ba & ac . Describatur enim (per 46) ex ba , quadratum $baef$, & (per eandem) ex ac & ar , quadrata $acfg$ & $acrh$. Et per a , ipsi bc & ef , (per 31 propositionē) paralleli excitentur ad , & connectantur (per 1 postulatu) ae & af . Et quoniam anguli bae & caf sunt recti, ad aliquam igitur rectam lineam ba , ad datumq; in ea signum a , due rectæ lineæ ae & af non in easdem partes proiectæ, angulos * utrobique duobus rectis æquos efficiunt (per 14 propositionem) in rectum igitur est ae ipsi af . Ac per hoc ae & af ipsi ad est in rectum. Et quoniam angulus abc æqualis est angulo bae , rectus enim uterque est, communis ponatur angulus abc : totus igitur bae , toti bae est æqualis. Et quoniam due ae & af duabus ba & ac sunt altera alteri æquales, & angulus bae angulo bae est æqualis, basis igitur ae basi af (per 4 propositionem) est æqualis, & triangulum bae triangulo bae est æquale. Trianguli uero bae (per 41) parallelogrammum $baef$ duplum est: basin enim habet eandē, hoc est ba , in eisdemq; est parallelis, hoc est ae & af . Et trianguli quoq; bae (per eandem) quadratum $baef$ duplum est, basin namq; eandem habet, hoc est ba , & in eisdem est parallelis, hoc est ae & af , quæ autem æqualium dupla sunt (per 6 communem sententiam) adinuicem sunt æqualia: parallelogrammum igitur $baef$ æquum est quadrato bae . Similiterq; si connectantur (per 1 postulatum) ae & af , ostendetur parallelogrammum $acfh$ æquale esse quadrato acg . Totum igitur quadratū $baef$, duobus bae & acg quadratis æquum est. Et quadratum $baef$, est descriptū ex bc , at quadrata bae & acg , sunt descripta ex ba & ac . Quadratum igitur quod ex bc latere, æquum est quadratis quæ fiunt ex lateribus ba & ac . In rectangulis igitur triangulis, quadratum quod ex rectum angulum subtendente latere fit, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 47.



Quod ab uno trianguli latere in seipsum ducto produci-
tur, æquum fuerit duobus quadratis quæ à duobus reli-
quis lateribus describuntur, rectus est angulus, cui latus
illud opponitur. 47

CAMPANVS. Lineam in seipsam ducere, est eius quadratū describere. Sit triangulus abc , sitq; quadratum lateris $a c$, æquale quadratis duorum laterum $a b$ & $b c$ simul iunctis, dico angulum b cui latus $a c$ opponitur, esse rectum. Et hæc est conuersa prioris. A puncto extraho lineam $b d$ per a

b d per 11 perpendicularem super lineam b c, quam pono æquale a b; & produco lineam d c, erit per præcedentem, quadratū d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d posita est æqualis b a, erūt per communē scientiam, quæ est linearum æqualium equalia esse quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem scientiam quæ est cōuersa prioris, scilicet lineas, quarum quadrata sunt æqualia esse æquales, erit d c æqualis a c: quare per 8. angulus b, trianguli a b c, est rectus: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 34.

Propositio 48.

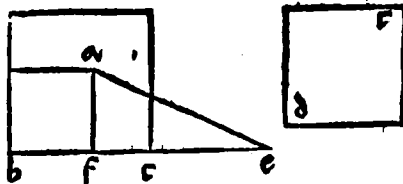
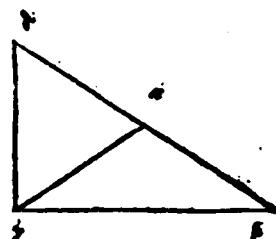
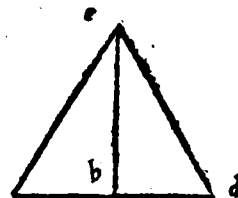
- 48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratū, æquale fuerit eis quæ reliquis triāguli lateribus, quadratis: angulus cōprehēsus sub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

THEON ex Zamb. Trianguli namq; $\alpha \beta \gamma$, quod ex uno latere $\beta \gamma$ quadratum, æquum sit eis quæ ex $\alpha \alpha \gamma$ lateribus, quadratis. Dico quod angulus $\beta \alpha \gamma$, rectus est. Excitetur enim (per 11. propositionem) ab α signo, ipsi $\alpha \gamma$ rectæ lineæ ad angulos rectos $\alpha \delta$. Et (per 3. propositionē) ponatur ipsi $\alpha \beta$ æqualis $\alpha \delta$, & (per 1. postulātū) cōnectatur $\delta \gamma$. Et quoniā æqualis est $\delta \alpha$ ipsi $\alpha \beta$, quadratū quod ex $\delta \alpha$, æquum est quadrato quod ex $\alpha \beta$. Commune apponatur quadratum quod ex $\alpha \gamma$, quadrata igitur quæ ex $\delta \alpha$ & $\alpha \gamma$, equalia sunt eis quæ ex $\alpha \beta$ & $\alpha \gamma$, quadratis. At (per præcedentē) quadratis quæ ex $\delta \alpha$ & $\alpha \gamma$, æquum est quadratum quod ex $\delta \gamma$. Rectus enim est angulus $\delta \alpha \gamma$. Quadratis autem ex $\alpha \beta$ & $\alpha \gamma$, (per hypothefin) æquum est quadratum quod ex $\beta \gamma$, nam id receptum est. Quadratū igitur quod ex $\delta \gamma$, æquum est quadrato quod ex $\beta \gamma$. Quare latus $\delta \gamma$, lateri $\beta \gamma$ est æquale: & quoniam $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \beta$ est æquale, communis autem $\alpha \gamma$, duæ igitur $\delta \alpha$ & $\alpha \gamma$, duabus $\alpha \beta$ & $\alpha \gamma$, sunt æquales, & basis $\delta \gamma$, basi $\beta \gamma$ æqualis. Angulus igitur $\delta \alpha \gamma$, angulo $\beta \alpha \gamma$ (per 8. propositionem) est æqualis. At angulus $\delta \alpha \gamma$, rectus est: rectus igitur est & angulus $\beta \alpha \gamma$. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ a reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehensus sub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat ostendendum.

CAMPANI additio.

Propositis quibuscunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem describere.

Proponantur ergo duo quadrata, scilicet a b & c d, & sit propositum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unū latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & sit f e, ita quod f e sit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam rectam ad a: fit ergo triangulus orthogonius, quia f e est angulus rectus. Nectatur ergo sic argumentum, secundum penultimam primi: quadratū e a est tantū, quantum quadratum e f & quadratum f a, sed quadratum e f est æquale quadrato c d, & quadratum f a est æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, est æquale quadratis a b & c d. Item e f a, est triangulus, ergo e f & f a latera, sunt longiora a e latere, secundum 20. primi, sed f a est æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b sunt longiora a e: ergo illa totalis linea, scilicet e b, est maior a e: resecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quod b c sit æquale a e, ergo quadratum b c est æquale quadrato a e: sed quadratum a e (ut prius probatum fuit) est æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c est æquale eisdem. Sed quadratū b c addit supra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomon ille, est quadrato c d æqualis: quod erat probandum.



EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM
elementorum, Liber secundus.

Euclides ex Campano.

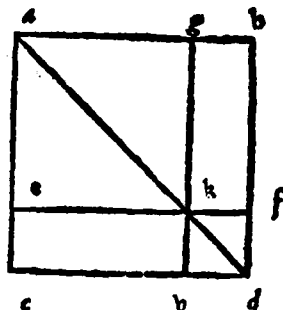


Mne parallelogrammum rectangulum, sub duabus lineis angulum rectum ambiētibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, est superficies æquidistantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, est superficies æquidistantium laterum habens omnes angulos rectos, & producit ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex suis angulis, ducto in reliquum, & ideo sub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrāmi spatij, ea quidem quæ diameter secat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum consistere dicuntur. Eorū uerò parallelogrammorum quæ circa eandem diametrum consistunt, quodlibet una cum supplementis duobus, gnomon nominatur.

CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur consistere circa diametrum, & quæ sunt supplementa, expositum est supra in demonstratione 43 primi. Sit enim parallelogrammū $a b c d$, cuius diametrum $a d$ diuidant duæ $e f, g h$, ductæ lineæ æquidistantes lateribus oppositis dicti parallelogrammi, secantes se super diametrum $a d$, in puncto K , erit ipsum parallelogrammū diuisum in 4 parallelogramma. Et unumquodq; duorū parallelogrammorum quæ sunt $a g e k$ & $k f h d$, quæ diameter secat per mediū, dicitur consistere circa diametrum. Reliqua duo quæ diameter non secat, dicuntur supplementa: quæ duo supplementa, cum utroq; dictorum parallelogrammorum consistentiū circa diametrum, componūt figuram quandā, qui gnomon appellatur, cui deest ad completum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum consistens, quod si addatur, supra diametrum totalis compositi consistet, eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quamuis crescat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Aristoteles in Prædicamentis.



Euclid. ex Zamb.

Parallelogrammum rectangulum.



Mne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendētibz, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

Omnis parallelogrammi * loci eorum, quæ circa dimetiētem illius sunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis supplementis, gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp.

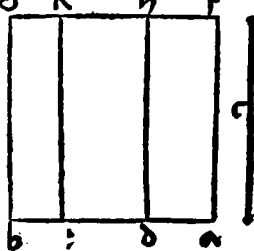
Propositio 1.



I fuerint duæ lineæ, quarū una in quolibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquū erit ijs quæ ex ductu lineæ indiuisæ in unamquāq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

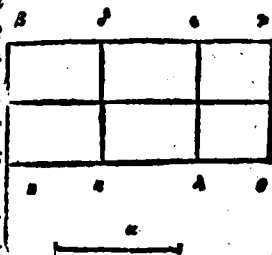
CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, est supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & superficiem æquidistantium laterum rectangulam complere, quæ sub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duæ lineæ $a b$ & c , quarum una

rum una scilicet a b, in quolibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b: dico quod illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum est illis parallelogrammis rectangulis simul iunctis, quæ iūne ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b, quarum utraq; sit æqualis lineæ c, & complebo rectangulam superficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producit ex c in a b, & sub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi a punctis d & e, lineas d h & e k æquidistantes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum æqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum est æqualis a f per diffinitionem igitur rectangulū a d h f producit ex c in a d, & sub illis dicitur contineri, & rectangulū d h e k, ex c in d e, & rectangulū e k b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectangulo a f b g, patet uerum esse propositum. Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.



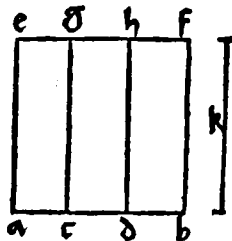
2. Si fuerint binæ rectę lineę, seceturq; ipsarū altera in quocūq; segmenta, rectangulū cōprehensum sub duabus rectis lineis, æquū est eis quæ ab infecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

THEON ex Zamb. Sint binę rectę lineę α & β , seceturq; earū altera β utcuq; in δ scilicet, ϵ signis. Dico quod rectangulū cōprehensum sub α & β , æquum est rectangulo comprehenso sub α et β , & ei quod sub α & δ , & ei quod sub α & ϵ . Excitetur nāq; (per 11 propositionem primi) ex β , ipsi β , ad angulos rectos β : ponatur quoque (per 31 primi) ipsi α æqualis γ , & per γ ipsi β (per 31 primi) parallelus excitetur γ , et (per eandē) per α , ipsi β excitentur paralleli δ , ϵ , & γ . Acquū est itā δ ipsi β , δ , & ϵ ei quod sub α & β : cōprehēditur enim sub γ et δ , æqualis autē est β ipsi α . At δ ei quod ex α et β : cōprehēditur nāq; sub γ et β , æqualis autē est β ipsi α . At ϵ , ei quod ex α & β cōprehēditur nāq; sub γ et β , æqualis autem est β ipsi α . At δ ei quod sub α & δ : æqualis nāq; δ , hoc est β ipsi α . Et insuper similiter ϵ ei quod sub α & ϵ , quod igitur sub α et β cōprehēditur, æquū est ei quod sub α & β , & ei quod sub α & δ , & ei insuper quod sub α & ϵ . Si fuerint ergo binę rectę lineę, seceturq; earū altera, & quæ sequūtur reliquæ: quod erat ostēdēdū. Eucl. ex Camp. Propos. 2.



3. Si fuerit linea in partes diuisa, illud quod ex ductu totius lineę in ipsam fit, æquū erit ijs quę ex ductu eiusdē in oēs suas partes.

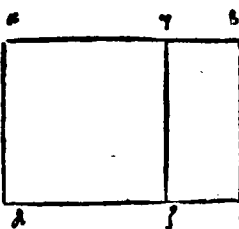
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & c d & d b dico quod illud quod fit ex ductu totius a b in se quod fit a e b f, æquū est ijs quæ fiūt ex ipsa totā in unāquāq; ictarū partiū, quod palām patebit, ductis e g et d h æquidistantes a c et b f. Aliter. Sumatur k æqualis a b, eritq; per p̄missam quod fit ex ductu k in totā a b, æquū ei quod fit ex ductu K in omnes partes a b. Et quia ex K in a b tantū fit quātū ex a b in se, & ex K in omnes partes a b quantū ex a b in omnes partes eiusdē, propter id quod K & a b sunt æquales: patet uerum esse propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

2. Si recta linea secetur utcuq; quę sub tota & quolibet segmentorū rectangula cōprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex toto est quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea α secetur utcuq; in signo γ . Dico quod rectangulū cōprehensum sub α et β , cum rectangulo comprehenso sub β & ϵ , æquum est quadrato quod ex α & β . Describatur enim (per 46 primi) ex β , quadratum α d β , exciteturq; (per 31 primi) per γ , utriq; ϵ & δ parallelus γ , æquum est igitur α ipsi α & ϵ , est autem α ex α quadratum. Et δ sub β & ϵ , rectangulum contentum, comprehenditur enim sub δ & ϵ , æqualis autem est α ipsi α . Et γ ei quod sub α & β , β : æqualis enim est δ ipsi α . Quod igitur sub β & ϵ cum eo quod sub α & β , æquū est quadrato quod ex α & β . Si recta igitur linea, et quæ sequūtur reliquæ: ut in theoremate: quod ostēdere oportuit. Euclid. ex Camp. Propositio 3.



3. Si fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiusdem partis in

seipsam & alterius in alteram.

CAMPANVS. Sit linea $a b$ diuisa in $a c$ & $b c$, dico quod illud quod fit ex tota $a b$ in eius parte $a c$, æquum est quadrato eiusdem $a c$ partis, et ei quod fit ex eadē parte $a c$ in $b c$. Fiat quadratū lineæ $a c$ quod sit $c d f$, & perficiatur superficies $a b d e$, patebitq; propositū. Aliter. Sumatur g æqualis $a c$. Et quia $b a$ in $a c$ tantū est quātū $a c$ in $a b$, et e cōuerso, & $a c$ in $a b$, itē et in $c b$ & in seipsam quantū g in eadē, at g in totā $a b$ quantū in $a c$ & in $c b$ per primā huius, patet propositū, scilicet quod tantū erit $a c$ in $a b$, quantum in se & in $c b$. Quare e cōuerso $a b$ in $a c$ quantum $a c$ in se & in $c b$. Quod uolumus demonstrare.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 3.

Propositio 3.

Si recta linea secetur utcūq; rectangulū sub tota & uno segmento-
rum cōprehensum, æquum est ei quod sub segmentis cōprehēditur
rectangulo, & ei quod ex prædicto segmento fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea $a b$, secetur utcūq; in signo γ . Dico quod rectangulū cōprehensum sub $a \gamma$ & γb , æquū est rectangulo cōprehensum sub $a \gamma$ & γb , cum quadrato quod ex γb . Describatur enim (per 46 primi) ex γb , quadratum $\gamma d e$, et extēdatur a in f , (per 2 postulātū.) Et per a , utriq; γd & e (per 31 primi) parallelus excitetur $a f$. Aequum id est $a \gamma$, ipsis $a d$ & $e \gamma$, estq; rectangulū cōprehensum sub $a \gamma$ & γb , cōprehēditur etenim sub $a d$ & $e \gamma$, et æqualis est $a \gamma$ ipsis γb . Et $a d$ est quod sub $a \gamma$ & γb , æqualis enim est $a \gamma$ ipsis γb , at $a b$ quadratū est quod fit ex γb . Rectangulū igitur contentū sub $a \gamma$ & γb , æquum est rectangulo cōprehensum sub $a \gamma$ & γb cum quadrato quod ex γb . Si recta igitur linea secetur γ quæ sequitur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 4.

Si fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod ex ductu totius in seipsam fit, æquū est hīs quæ ex ductu utriusq; partis in seipsam & alterius in alterā bis: ex hoc manifestū est, quod in omni quadrato due superficies quas dīameter secat per mediū, sunt abq; quadrate.

CAMPANVS. Sit linea $a b$ diuisa in $a c$ & $b c$, dico quod quadratū totius $a b$, æquū est duob. quadratis duarū linearū $a c$ & $b c$ & duplo eius quod fit ex ductu unius earū in alterā. Describā quadratū alterius partiū, sitq; $c d e$, quadratū lineæ $c b$, cui adiungam gnomē secundū ductū directiū lineæ alterius, scilicet $a c$, quæ faciā hoc modo. In quadrato descripto protraham dīametrū $b d$, & a puncto a e ducam perpēdiculārē super lineam $a b$, quæ sit $a k$, quā $a k$ & dīametrū $b d$, producā usque quo per penultimā petitionē concurrāt in puncto f , & a pūcto f producā $f h$ æquidistantē lineæ $a b$, quam $f h$ & $b e$, producā usque quo concurrant in pūcto g , & producā $c d$ usque ad h , & $e d$ usque ad K . Et quia duo latera $d e$ & $c b$, trianguli $d e b$ sunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli $e d b$ & $c b d$ æquales, & quia angulus e est rectus, erit per 32 primi uterq; eorū medietas recti, eadē ratione uterq; duorū angularū $c d b$ & $c b d$, erit medietas recti. Quare per secundā partē 29 primi, et 15 eiusdē, erit unusquisq; quatuor angularū qui sunt $h f d$ & $h d f$ & $K f d$ & $K d f$, medietas recti: ergo per 6 primi, $f g$ & $g b$ sunt squales, similiter quoq; $f a$ & $a b$, pari ratione $f h$ & $h d$, itemq; $f K$ & $K d$, quare utraq; duarū superficierū $a b g f$ & $K d h f$, est quadrata. Et quia totale quadratū $a b f g$ quod est quadratū lineæ $a b$, consistat ex duobus quadratis quæ cōsistunt circa dīametrū quæ sunt quadrata duarū linearū $a c$ & $c b$, & ex duobus supplementis quorū unūquodq; producitur ex $a c$ in $b c$, patet propositū nostrū. Aliter. Sit linea $a b$, ut prius diuisa in $a c$ & $b c$, eritq; p 2 huius, quod fit ex tota $a b$ in se, æquū ei quod fit ex ipsa in $a c$ & $c b$, sed ex ipsa in $a c$ tantū fit quantū ex $a c$ in se & ex $a c$ in $b c$, per 3 huius. Itēq; ex ipsa $a b$ tota in $b c$ tantū fit quantū ex $c b$ in se & ex $c b$ in $a c$ per eandē, ergo quod fit ex tota $a b$ in se, æquū est ei quod fit ex $a c$ in se & in $c b$, & ex $c b$ in se & in $a c$, quod est propositū. Sed hac uia non patet correlarium, sicut uia præcedenti patet, unde prima est auctori magis consona.

Euclid. ex Zamb.

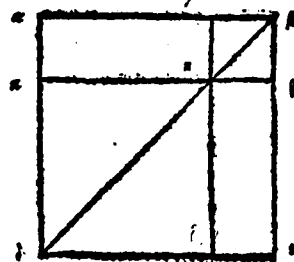
Theorema 4.

Propositio 4.

Si recta linea secetur utcūq; quadratū quod fit ex tota, æquū est quadratis quæ sūt ex segmētis, & ei quod bis sub segmētis cōprehēdit rectangulo.

THEON

THEON ex Zamb. Recta enim linea $\alpha\beta$ secetur utcuq; in signo γ . Dico quod quadratū $\alpha\beta$ æquū est quadratis quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$, & bis sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ contento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex $\alpha\beta$ quadratū $\alpha\delta\beta$, & connectatur $\delta\gamma$ (per 31 primi) per γ , utrisq; $\alpha\delta$ & $\gamma\beta$ parallelus excitetur $\delta\epsilon$, dispescens diametru $\beta\delta$ in γ signo, (per eandem) per γ , utrisq; $\alpha\delta$ et $\delta\epsilon$ parallelus excitetur $\delta\epsilon$. Et quoniā parallelus est $\gamma\delta$ ipsi $\alpha\delta$, & in eas incidit $\delta\epsilon$ (per 28 & 29 primi) angulus exterior $\gamma\delta\epsilon$ æqualis est interiori & opposito $\alpha\delta\beta$. Sed angulus $\alpha\delta\beta$, ei qui sub $\alpha\beta\delta$ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus $\beta\alpha$, lateri $\alpha\delta$ est æquale. Igitur angulus $\gamma\delta\epsilon$, angulo $\alpha\beta\delta$ est æqualis: quare (per 6 primi) latus $\beta\gamma$, lateri $\gamma\delta$ est æquale. Sed β ipsi α est æquale, & γ ipsi δ igitur α ipsi β est æquale: æquilaterū igitur est $\alpha\beta\delta$. Dico etiā q; rectāgulū, quoniā parallelus est $\gamma\delta$ ipsi $\beta\gamma$, & in eas incidit linea $\alpha\delta$, anguli igitur $\alpha\beta\gamma$ & $\gamma\delta\epsilon$ (per 29 primi) duob; rectis sunt æquales, angulus autē $\alpha\delta\epsilon$ rectus est: rectus igitur est et angulus $\beta\gamma\delta$. Quare (per 34 primi) et ex opposito anguli $\alpha\gamma\delta$ & $\gamma\delta\epsilon$ sunt recti. Rectāgulū igitur est $\alpha\gamma\delta\epsilon$. Ostensū autē est q; et æquilaterū, quadratū igitur est, estq; ex $\alpha\beta$, ac p hoc etiā q; quadratū est, et est ex $\alpha\gamma$, hoc est $\alpha\gamma$. Quadrata enim $\delta\gamma\epsilon$ & $\gamma\delta\epsilon$ sunt ex lineis $\alpha\gamma$ et $\gamma\beta$. Et quoniā $\alpha\gamma$ æquū est ipsi $\alpha\beta$, estq; $\alpha\gamma$ id quod sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ æqualis nāq; est $\alpha\gamma$ ipsi $\beta\gamma$, igitur $\alpha\gamma$ (per 43 primi) æquū est ei quod sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$. Igitur $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ æqualia sunt ei quod bis est sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$. Quadrata autē $\delta\gamma\epsilon$ & $\gamma\delta\epsilon$ sunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$. Quatuor enim $\alpha\gamma\delta\epsilon$, $\beta\gamma\delta\epsilon$, & $\alpha\gamma\delta\epsilon$ & $\beta\gamma\delta\epsilon$ sunt eis æqualia quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ quadratis, et ei quod fit bis sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ rectāgulo. Sed $\delta\gamma\epsilon$ & $\gamma\delta\epsilon$ sunt totū $\alpha\delta\beta$, quod est quadratū quod ex $\alpha\beta$. Quadratū igitur quod fit ex $\alpha\beta$ æquū est eis quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ quadratis, & ei quod bis sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ cōprehenditur rectāgulo. Si recta igitur linea secetur utcuq; quadratū quod fit ex tota, æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectāgulo: quod demonstrasse oportuit.



ALITER idē ostēdere. Dico q; quadratū $\alpha\beta$ æquū est eis quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ quadratis ei quod bis sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ cōprehenditur rectāgulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est $\alpha\beta$ ipsi $\alpha\delta$, æqualis est angulus $\alpha\beta\delta$ ei qui sub $\alpha\beta\delta$ (per 5 primi.) Et quoniā omnis triāguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) triāguli $\alpha\beta\delta$ tres anguli $\alpha\beta\delta$, $\beta\alpha\delta$, & $\alpha\delta\beta$, duobus rectis sunt æquales (per eandē) Rectus autē est angulus $\beta\alpha\delta$, reliqui ergo anguli $\alpha\beta\delta$ & $\alpha\delta\beta$, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterq; igitur $\alpha\beta\delta$ & $\alpha\delta\beta$, dimidiū est recti. Angulus autē $\beta\gamma\delta$ rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus $\gamma\delta\epsilon$, dimidiū est recti. Angulus igitur $\gamma\delta\epsilon$, angulo $\beta\gamma\delta$ est æqualis, quare & latus $\beta\gamma$, æquale est ipsi $\gamma\delta$, sed β ipsi α est æquale, & γ ipsi δ est æquale. Æquilaterū igitur est $\alpha\beta\delta$, habet autem & angulū $\gamma\beta\delta$ rectū: quadratū est igitur $\alpha\beta\delta$, & est ex $\alpha\beta$, & ob id etiā q; quadratū est, & æquū est ei quod ex $\alpha\gamma$ igitur $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ fiunt quadratis. Et quoniā æquū est $\alpha\gamma$ ipsi $\alpha\beta$, estq; $\alpha\gamma$ id quod sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ æqualis enim est $\alpha\gamma$ ipsi $\beta\gamma$, & igitur æquū est ei quod fit sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ igitur $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ sunt æqualia ei quod bis fit sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$. Sūt autē $\delta\gamma\epsilon$ & $\gamma\delta\epsilon$ æqualia eis quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ quadratis. Igitur $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ & $\delta\gamma\epsilon$ & $\gamma\delta\epsilon$ sunt æqualia eis quæ ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ & ei quod bis fit sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$ sed $\delta\gamma\epsilon$ & $\gamma\delta\epsilon$ totū sunt $\alpha\delta\beta$ quadratū quod fit ex $\alpha\beta$. Quadratū igitur quod fit ex $\alpha\beta$ æquū est quadratis quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$, & ei rectāgulo quod bis comprehenditur sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\beta$: quod ostendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifestū est, quod in quadratis $\alpha\beta$ areis parallelogramma quæ circa $\alpha\beta$ dimetientē, quadrata sunt.

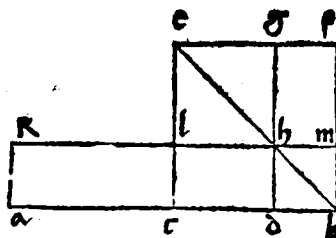
Euclid. ex Camp

Propositio 5.



I linea recta per duo æqualia duoq; inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectāgulū cōtinetur cū eo quadrato quod ab ea quæ inter utraq; est sectiones describitur, æquum est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.

CAMP. Sit linea ab diuisa per æqualia in puncto c , & per inæqualia in puncto d , dico quadratū cb , esse æquale ei quod fit ex ad in d , & quadrato cd . Describam quadratum cb , quod fit $cbfe$, in quo protraham diametru e & b , & ducam d g æquidistantē bf , quæ secet diametru e in puncto h , & à puncto h educā æquidistantē lineæ ab , quæ sit hk secans lineā b fin puncto m , & lineā ce in puncto l , & protrahā a k , æquidistantē ce . Eritq; per correlariū præmissæ, utraq; duarū superficierū l g & d m , quadrata, & per 43 primi, duo supplementa e h & h f , æqualia. Ergo addito quadrato d m , utriq; erit parallelogrammū c m æquale parallelogrammo d f , et quia a l est æquale c m per 26 primi, erit a h æquale gnomoni qui circumstat quadrato l g , ergo addito utriq; quadrato l g erit a h cum quadrato l g æquale quadrato e f , quod est propositum.



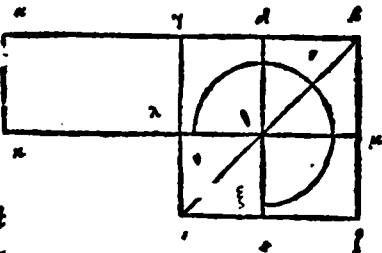
Euclid. ex Zamb.

Theorema 5.

Propositio 5.

Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, rectangulū comprehensum sub inæqualibus segmentis totius, unā cū quadrato eius quæ media est sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædā $\alpha\beta$ secetur quidem in æqualia in γ , & in non æqualia in δ . Dico quod rectangulū comprehensum sub $\alpha\delta$ & $\delta\beta$ unā cum quadrato quod ex $\gamma\delta$, æquū est ei quod fit ex $\alpha\beta$ quadrato. Describatur enim (per 4.6 primi) ex $\gamma\delta$ quadratū $\gamma\delta\epsilon\zeta$, & (per primū postulātū) connectatur $\beta\epsilon$, & (per 31 primi) per δ , utriq; γ & ϵ $\beta\delta$ parallelus excitetur $\delta\lambda$, secans $\beta\epsilon$ in puncto ν , & rursus (per eandē) per δ , utriq; $\alpha\beta$ & $\epsilon\zeta$ parallelus excitetur $\mu\mu$ equalis ipsi $\alpha\beta$: & rursus (per eandē) per α , utriq; $\gamma\delta$ & $\beta\mu$ parallelus excitetur $\alpha\kappa$. Et quoniā (per 4.3 primi) supplementū $\gamma\delta$ æquum est supplemento $\delta\zeta$, commune ponatur $\delta\mu$: totū igitur $\gamma\mu$, totū $\delta\zeta$ est æquale. Sed $\gamma\mu$ ipsi $\alpha\lambda$ est æquale, quoniā $\alpha\gamma$ ipsi $\beta\zeta$ est æqualis, & $\alpha\lambda$ igitur ipsi $\delta\zeta$ est æquale. Commune ponatur $\delta\mu$, totū igitur $\alpha\delta$ ipsi $\delta\beta$ & $\delta\zeta$ est æquale. Sed $\alpha\delta$ æquū est ei quod sub $\alpha\delta$ & $\delta\beta$, æqualis enim est $\delta\beta$ ipsi $\delta\beta$, & $\delta\zeta$ est $\mu\epsilon$ gnomon. Gnomon igitur $\mu\epsilon$ æqualis est ei quod sub $\alpha\delta$ & $\delta\beta$. Commune ponatur $\lambda\mu$, quod æquū est ei quod fit sub $\gamma\delta$: gnomon igitur $\mu\epsilon$ & $\lambda\mu$ sunt æqualia rectangulo comprehenso sub $\alpha\delta$ & $\delta\beta$, & ei quod fit ex $\gamma\delta$ quadrato (per 3.6 primi.) Sed gnomon $\mu\epsilon$ & $\lambda\mu$, totū sunt quadratū $\gamma\delta\epsilon\zeta$ quod est ex $\gamma\delta$. Rectangulū igitur comprehensum sub $\alpha\delta$ & $\delta\beta$ unā cum quadrato quod ex $\gamma\delta$ fit, æquū est ei quadrato quod fit ex $\alpha\beta$. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonstrasse.



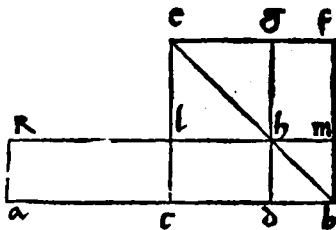
Euclid. ex Camp.

Propositio 6.



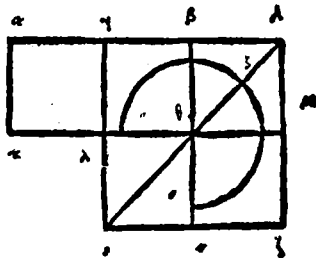
I recta linea in duo æqualia diuidat, alia uerò ei linea in longū addat, quod ex ductu totius iā cōpositæ, in eā quæ iam adiecta est, cū eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquū est ei quadrato quod ab ea quæ cōstat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur.

CAMPANVS. Sit linea $a b$ diuisa per æqualia in puncto c , eiq; addatur linea $b d$: dico quod quadratū $c d$, quod fit $c d$ & $c f$, æquale est ei quod fit ex tota $a d$ in $b d$ & quadrato $c b$. Producam in quadrato predicto $e d$, diametru $d e$, & ducā lineam $b g$ æquidistantem $d f$, quæ secet diametru $d e$ in puncto h , a quo h , producā æquidistantem lineæ $a b$, quæ sit $h k$, secans $d f$ in puncto m , & c in puncto l , & producā $a k$, æquidistantem $e l$, eritq; per 3.6 primi, $a l$ æquale $c h$. At $c h$ erit æquale $h f$, per 4.2 primi, quare $a l$ est æquale $h f$. Ergo addito $c m$ utrobique, erit $a m$ æquale toti gnomoni circumstanti $l g$, quare $l g$ addito utrobique, erit $a m$ cū $l g$, æquale toti quadrato $d c$. Et quia utraq; duarū superficierū $l g$ & $b m$ est quadrata per correl. 4 huius: patet propositū. Eucl. ex Zamb. Theor. 6. Prop. 6.

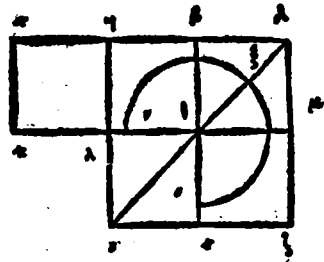


Si recta linea bifariā secetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, rectangulū cōprehensum sub tota cum apposita & apposita, unā cum quadrato quod fit à dimidia, æquū est ei quod fit ex cōiuncta ex dimidia & apposita, tanquam ex una descripto quadrato.

THEON ex Zam. Recta enim linea $\alpha\beta$ secetur bifariā in signo γ , apponaturq; ei aliqua recta linea in rectū $\beta\delta$. Dico quod rectangulū comprehensum sub $\alpha\delta$ & $\delta\beta$ unā cū quadrato quod fit ex $\beta\gamma$, æquū est ei quod fit ex $\alpha\gamma$ quadrato. Describatur (per 4.6 primi) ex $\gamma\delta$ quadratū $\gamma\delta\epsilon\zeta$, & (per 1. postulātū) connectatur $\delta\epsilon$, & (per 31 primi) per β signū, utriq; earū γ & δ , parallelus excitetur $\beta\lambda$, secans $\delta\epsilon$ in puncto ν , & (per eandē) per δ signū, utriq; ipsarū $\alpha\delta$ & $\epsilon\zeta$, parallelus excitetur $\mu\mu$ & in super (per eandē) per α , utriq; earū $\gamma\delta$ & $\beta\mu$, parallelus excitetur $\alpha\kappa$. Quoniā igitur (per 3.6 primi) æqualis est $\alpha\gamma$ ipsi $\beta\zeta$, æquū est $\alpha\lambda$ ipsi $\delta\zeta$. Sed (per 3.4 primi) $\gamma\delta$ æquum est ipsi $\delta\zeta$, igitur $\alpha\lambda$ ipsi $\delta\zeta$ (per eandē) est æquale, commune apponatur $\delta\mu$: totum igitur $\alpha\delta$ gnomoni $\mu\epsilon$ est æquale.



Sed $\alpha\mu$ est id quod fit sub $\alpha\delta$ & $\alpha\beta$, equalis enim est $\delta\mu$ ipsi $\alpha\beta$: & gnomon igitur $\nu\delta$, equalis est rectangulo comprehenso sub $\alpha\delta$ & $\alpha\beta$. Commune apponatur $\alpha\lambda$, quod æquū est quadrato quod fit ex $\gamma\beta$. Rectangulū igitur comprehensum sub $\alpha\delta$ & $\alpha\beta$, unā cū eo quod ex β quadrato, æquū est ipsi $\nu\delta$ gnomoni, & ipsi $\alpha\lambda$, sed gnomō $\nu\delta$ & $\alpha\lambda$, totū sunt $\gamma\delta$ quadratū, quod fit ex $\gamma\delta$. Rectangulum igitur comprehensum sub $\alpha\delta$ & $\alpha\beta$, unā cum quadrato, quod ex β , æquū est quadrato quod ex $\gamma\delta$. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.



Euclid. ex Camp. Propositio 7.



Si linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam, cum eo quod est ex ductu alterius partis in se ipsam, æquum est eis quæ ex ductu totius lineæ in eandem partem bis, & ex ductu alterius partis in seipsam.

CAMPANVS. Sit linea $a b$ diuisa in duas partes in pūcto c , dico quod quadratum totius $a b$ cum quadrato $b c$, æquū est ei quod fit ex $a b$ in $b c$ bis cum quadrato $a c$. Describatur quadratum totius, quod fit $a b d e$, & ducatur diameter $b d$, & $c f$ æquidistans, $b e$ secans diametrum in puncto g , & ducatur $K g h$ æquidistans $a b$. Et quia quadratū $a c$ cum quadrato $c h$ tantum sunt, quātum quadratum $K f$ cum duabus superficibus $a h$ & $c e$: patet propositū.

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 7.

Si recta linea secetur utcūq; & quod ex tota & quod ex uno segmentorū utraq; fiūt quadrata, æqualia sunt, rectangulo comprehenso bis sub tota & dicto segmēto, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.

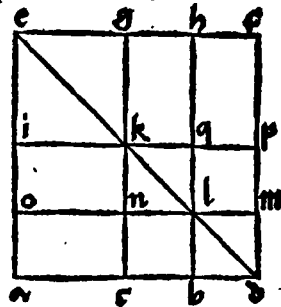
THEON ex Zāb. Recta enim linea $\alpha\beta$ secetur utcūq; in signo γ , dico q quadrata ex $\alpha\beta$ & $\gamma\beta$, æqua sunt rectangulo cōtento bis sub $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$, et ei quod fit ex $\alpha\gamma$ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex $\alpha\beta$ quadratū $\alpha\delta\epsilon$, describaturq; figura, quoniā (per 43 primi) æquū est $\alpha\mu$ ipsi ν , cōmune apponatur $\gamma\delta$, totū enim $\alpha\delta$ totū ν est æquale. Igitur $\alpha\delta$ et $\gamma\delta$, duplū est ipsius $\alpha\delta$: sed $\alpha\delta$ et $\gamma\delta$ sunt $\alpha\lambda\mu$ gnomō, et $\gamma\delta$ quadratū, et $\alpha\lambda$ igitur gnomon et $\gamma\delta$ duplū est ipsius $\alpha\delta$. Est autē ipsius $\alpha\delta$ duplū, etiā id quod bis sub $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$ fit, equalis enim est $\beta\delta$ ipsi $\beta\gamma$, ergo $\alpha\lambda\mu$ gnomō, et quadratū $\gamma\delta$, æquū est rectangulo cōtento bis sub $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$, cōmune apponatur $\alpha\lambda$, quod est quadratū ex $\alpha\gamma$: gnomon igitur $\alpha\lambda\mu$, & $\beta\gamma$ & $\alpha\delta$ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub $\alpha\beta$ & $\beta\gamma$ rectangulo continetur, & ei quod ex $\alpha\gamma$ fit quadrato. Sed $\alpha\lambda\mu$ gnomō, & quadrata $\beta\gamma$ & $\alpha\delta$, totū sunt $\beta\alpha\delta$: & $\gamma\delta$, quæ sunt ex $\alpha\beta$ & $\beta\gamma$ quadrata: quadrata igitur ex $\alpha\beta$, & $\beta\gamma$, æqualia sunt rectangulo bis sub $\alpha\beta$ & $\beta\gamma$ comprehenso, cū eo quod fit ex $\alpha\gamma$ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 8.



Si linea in duas partes diuidatur, eiq; in longū æqualis uni diuidentū adiūgatur, quod ex ductu totius iam cōpositæ in seipsam fiet, æquū erit ijs quæ ex ductu prioris lineæ in eā adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

CAMPANVS. Sit $a b$ diuisa in pūcto c , qualitercūq; cōtingat, cui addatur $b d$ æqualis $c b$, dico quod quadratū totius $a d$ quod fit $a d e f$, est æquale ei quod fit ex $a b$ in $b d$ quater cū quadrato $a c$. Hoc autē patebit, ducta diametro $d e$, & lineis $c g$ & $b h$ æquidistantibus lineæ $d f$, & secantibus diametrum in punctis $K L$, per quæ puncta ducatur $p q K r$, & $m l n o$, æquidistantes $a d$. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæq; superficier $r g$, $n q$ & $b m$, quadrata. Et quia $c b$ posita est



ta est æqualis b d, erit utraq; superficierū c l & l p, quadrata. Eruntq; quatuor quadrata diuidentia quadratū c p, æqualia, & quia totus gnomon circumstans quadrato r g, est per 36 & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l: patet propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 8. Propositio 8.

Si recta linea secet utcūq; rectangulū cōprehensum quater sub tota & uno segmētōrū cū eo quod ex reliquo segmēto est quadrato, æquū est ei quod fit ex tota et predicto segmēto tanq; ab una descripto quadrato.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quedā $\alpha\beta$ secetur utcūq; in signo γ , dico quod quater sub $\alpha\beta$ & γ cōprehensum rectangulū, unā cū eo quod ex $\alpha\gamma$ quadrato, æquū est ei quod fit ex $\alpha\beta$ et $\beta\gamma$, tanquā ab una descripto quadrato. Producatur enim (per 6 secūdi) in rectā lineā ipsi $\alpha\beta$ recta linea $\beta\delta$, et pōatur ipsi γ β æqualis $\beta\delta$ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex $\alpha\delta$ describatur quadratū $\alpha\delta\epsilon\zeta$, et describatur dupla figura. Quoniā igitur æqualis est γ β ipsi $\beta\delta$, sed γ ipsi $\alpha\alpha$, est æqualis, & $\beta\delta$ (per 34 primi) ipsi $\alpha\alpha$ est æqualis, et $\alpha\alpha$ igitur ipsi $\alpha\alpha$ est æqualis. et perinde $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$ est æqualis. Et quoniā æqualis est $\beta\gamma$ ipsi $\beta\delta$, & $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$, æquū est igitur γ $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$, & $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$ est æquale: supplementa enim sunt parallelogrāmi $\alpha\gamma\delta$, & $\alpha\alpha\delta$, igitur ipsi $\alpha\alpha$ est æquale. Igitur $\alpha\alpha$, γ , & $\alpha\alpha$, sibi inuicē sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius $\alpha\alpha$. Rursus quoniā æqualis est γ β ipsi $\beta\delta$, sed $\beta\delta$ quidē ipsi $\beta\alpha$, hoc est ipsi γ est æqualis: & γ igitur, hoc est $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$ est æqualis: et γ igitur ipsi $\alpha\alpha$ est æqualis. Et quoniā æqualis est γ $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$, æquū est $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$, & $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$, sed $\alpha\alpha$ ipsi $\alpha\alpha$ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt parallelogrāmi $\alpha\gamma\delta$, & $\alpha\alpha\delta$ igitur ipsi $\alpha\alpha$ (per 43 eiusdē) est æquale. Quatuor igitur $\alpha\alpha$, γ , $\alpha\alpha$, & $\alpha\alpha$, sibi inuicē sunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius $\alpha\alpha$. Ostensum autē est quod quatuor $\alpha\alpha$, γ , $\alpha\alpha$, & $\alpha\alpha$ ipsius $\alpha\alpha$ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonē $\sigma\tau\nu$ cōplectūtur, quadruplicata sunt ipsius $\alpha\alpha$. Et quoniā $\alpha\alpha$ est quod sub $\alpha\beta$ & $\beta\delta$, æqualis enim est $\beta\alpha$ ipsi $\beta\delta$ quod igitur quater est sub $\alpha\beta$ & $\beta\delta$, quadruplicatū est ipsius $\alpha\alpha$: ostensum est autē quod ipsius $\alpha\alpha$ quadruplicatū, est gnomon $\sigma\tau\nu$. Igitur id quod quater est sub $\alpha\beta$ & $\beta\delta$, gnomoni $\sigma\tau\nu$ æquū est. Cōmune apponatur $\epsilon\delta$, quod æquū est quadrato quod ex $\alpha\gamma$. Rectangulū igitur quater sub $\alpha\beta$ & $\beta\delta$ comprehensum, cū quadrato quod ex $\alpha\gamma$, æquū est gnomoni $\sigma\tau\nu$ & $\epsilon\delta$ (ei quod est) $\epsilon\delta$. Sed $\sigma\tau\nu$ gnomon & $\epsilon\delta$, totum sunt $\alpha\delta\epsilon\zeta$ quadratū, quod est ex $\alpha\delta$: quod igitur quater sub $\alpha\beta$ & $\beta\delta$, unā cū eo quod fit ex $\alpha\gamma$, æquū est ei quod fit ex $\alpha\delta$ quadrato: æqualis autē est $\beta\delta$ ipsi $\beta\gamma$. Rectangulū igitur comprehensum quater sub $\alpha\beta$ & $\beta\gamma$, unā cum eo quod fit ex $\alpha\gamma$ quadrato, æquū est ei quod fit ex $\alpha\delta$, hoc est ei quod ex $\alpha\beta$ & $\beta\gamma$, tanquam ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

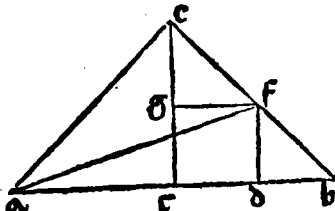
Euclid. ex Camp.

Propositio 9.



I linea in duo æqualia duoq; inæqualia diuiditur, quæ sunt ex ductu utriusq; inæqualium sectionū in seipsam pariter accepta, duplū sunt utrisq; pariter acceptis, quæ quidē ex dimidia, eaq; quæ utriq; sectioni interia cet quadratis, describūt.

CAMP. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quod quadratū a d & quadratū d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineā a b, erigo lineā c e, perpendicularē & æqualē utriq; earū linearū a c & c b, & produco e a & e b, eritq; per 32 primi, uterq; angulorū a & b, & uterq; angulorū partialiū qui sunt ad e, medietas recti, torusq; e, rectus. Et produco d f, æquidistantē c e, & perpendicularē super lineā a b, eritq; uterq; angulorū d, rectus, & angulus d f b, medietas recti per 32 primi, siue 2 partē 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f ducō f g, æquidistantē a b, eritq; per 2 partē 29 primi, & per 32 eiusdē, uterq; angulorū g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdē, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimam eiusdē, quadratum e f est æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratum g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratum e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadratum a c: & quia quadratum a f est æquale quadrato e f & a c per eandem, ipsum erit duplum ad quadra-



rum $a c$ & ad quadratum $c d$. Sed quadratū $a f$, est iterū æquale per eandem quadrato $a d$ & quadrato $d f$, ergo quadratum d & quadratum $d f$, dupla sunt ad quadratum $a c$ & ad quadratum $c d$. Et quia quadratum $d f$ est æquale quadrato $d b$, erunt quadrata duarum linearum $a d$ & $d b$, dupla quadratis duarū linearū quæ sunt $a c$ & $c d$, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 9. Propositio 9.

- 9 Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionū fit, quadratorū.

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam $a b$, secetur in æqualia in signo γ , & in non æqualia in d . Dico quod quadrata quæ ex $a \gamma$ & γb , dupla sunt eorum quæ ex $a \gamma$ & γd sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsius $a b$, ad angulos rectos γ , & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum $a \gamma$ & γb , & (per 1 postulatū) connectantur $a \gamma$ & $b \gamma$. Et (per 31 primi) per d ipsi γ , parallelus excitetur $d \gamma$, & (per eandem) per γ ipsi $a b$, parallelus excitetur γd , & (per 1 postulatū) connectatur $a \gamma$. Et quoniam æqualis est $a \gamma$ ipsi γ , æqualis est (per 5 primi) angulus $a \gamma d$ angulo $\gamma d b$. Et quoniam rectus est angulus qui ad γ , reliqui igitur anguli $a \gamma d$ & $\gamma d b$, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub $a \gamma$ & γd , recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum $a \gamma$ & γb , recti dimidius est. Totus igitur $a \gamma b$, rectus est. Et quoniam qui sub $a \gamma$ & γd recti dimidius est, rectus autē qui sub γd & $d b$, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi $a \gamma$, reliquus igitur qui sub $a \gamma$ & $d b$, recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmūne sententiā) qui sub $a \gamma$ & $d b$, ei qui sub γd & $d b$: quare (per 6 primi) et latus $a \gamma$, lateri γd est æquale. Rursus quoniam angulus qui ad b , recti dimidius est, rectus autē est qui sub γd & $d b$, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi $a \gamma$ (per 29 primi) reliquus igitur qui sub $a \gamma$ & $d b$, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad a ipsi $d \gamma$. Quare (per 6 primi) & latus $a \gamma$, lateri $d \gamma$ est æquale. Et quoniam $a \gamma$ æqualis est ipsi γ , & æquum est quod ex $a \gamma$ ei quod ex γ : quadrata igitur quæ sunt ex $a \gamma$ & γ , eius sunt dupla quod est ex $a \gamma$. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex $a \gamma$ & γ , æquum est quod ex $a \gamma$ fit quadratum: angulus enim qui sub $a \gamma$, rectus est. Igitur quod ex $a \gamma$ fit, eius quod est ex $a \gamma$, duplum est. Rursus quoniam æqualis est $a \gamma$ ipsi γ , æquum est id quod ex $a \gamma$, ei quod ex γ : quadrata igitur quæ sunt ex $a \gamma$ & γ , dupla sunt quadrati quod ex γ . Quadratis autem quæ fiunt ex $a \gamma$ & γ , æquum est id quod ex $a \gamma$ fit quadratum igitur quod ex γ , duplum est eius quod ex γ . Aequalis autem est $a \gamma$ ipsi d : igitur quod ex $a \gamma$ duplum est eius quod ex d . Est autem & id quod ex $a \gamma$, duplum eius quod fit ex $a \gamma$. Quadrata igitur, quæ ex $a \gamma$ & γ , quadratorum quæ fiunt ex $a \gamma$ & d , dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex $a \gamma$ & d , æquum est id quod ex $a \gamma$ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub $a \gamma$. Quadratum igitur ex $a \gamma$, eorum quæ ex $a \gamma$ & d fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex $a \gamma$, æqualia sunt ea quæ fiunt ex $a \gamma$ & d (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad a . Ea igitur quæ ex $a \gamma$ & d , dupla sunt eorū quæ ex $a \gamma$ & γ fiunt quadratorū. Aequalis autē est $d \gamma$ ipsi d , quadrata igitur quæ ex $a \gamma$ & d fiunt, dupla sunt eorum quæ ex $a \gamma$ & γ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & ex medio segmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonstrare.

Euclid. ex Camp.

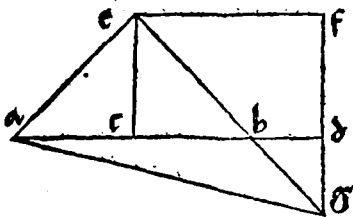
Propositio 10.

10



10 In linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratū quod ab ea quæ addita est utraq; quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; cōsistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea $a b$ diuisa per æqualia in c , & addita sibi linea $b d$, dico quod duo quadrata duarū linearum $a c$ & $b d$, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum $a c$ & $c d$, pariter acceptis. Erigo $c e$ perpendiculare super lineā $a b$, & æquale utriq; linearū $a c$ & $c b$, & perficio triangulum $a e b$, ductis lineis $a e$ & $e b$, eritq; ut in præmissa uterque angulorum a & b , & uterque eorum, qui sunt ad e , medietas recti per 32 primi,



totusq;

torusq; e est rectus. A puncto e, produco e f, æqualem & æquidistantem c d, & produco f d & e b, quousque concurrat in puncto g. & produco lineā a g. Eritq; per ultimā partē 29 primi, angulus e f, rectus, sed angulus c e b, est medieta recti, ergo angulus b e f, est similiter medieta recti, & quia per 33 primi, f d est æquidistās c e, erit per 34 eiusdē, angulus frectus, ergo per 32 eiusdē, erit angulus e g f medieta recti: item per eandē, angulus d b g similiter medieta recti, propter id quod angulus b d g est rectus, ergo per 6 eiusdē, duo latera e f & f g sunt æqualia, item duo latera d b & d g sunt æqualia. Ergo per penultimā eiusdē, quadratum e g, duplum est ad quadratum e f: quare ad quadratum c d. Itemq; per eandē, quadratum a e, duplum est ad quadratum a c. Et quia quadratum a g est per eandē æquale quadratis a e & e g, similiter quoque & quadratis a d & d g, at quia quadratum d g est æquale quadrato b d, erunt duo quadrata duarū linearum a d & b d pariter accepta, dupla duobus quadratis duarum linearū a c & c d pariter acceptis, quod est propositū. Hæc autē & omnes præmissæ, ueritatē habent in numeris sicut & in lineis.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 10.

Propositio 10.

Si recta linea secetur bifariam, apponatur autem ei quæpiam recta li¹⁰nea in rectum, quod ex tota cum apposita & quod ex apposita utraque quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia & eius quod ex adiacente dimidia & adiuncta, tanquam ex una descriptorum quadratorum.

THEON ex Zamb. Recta enim quedam linea $\alpha\beta$, secetur bifariam in γ , apponaturq; ei quæpiam recta linea in rectum, $\beta\delta$. Dico quod quadrata quæ ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$, dupla sunt quadratorū quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$. Excitetur (per 11 primi) æqualis ab ipso γ signo, ipsi $\alpha\beta$ ad angulos rectos γ , & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarū $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$, et (per 1 postulatum) connectantur $\alpha\epsilon$ & $\beta\epsilon$. Et (per 31 primi) per γ , ipsi $\alpha\delta$ parallelus excitetur $\epsilon\zeta$, (& per eandē) per δ , ipsi $\gamma\delta$ parallelus excitetur $\delta\zeta$. Et quoniam in parallelos rectas lineas $\gamma\epsilon$ & $\delta\zeta$, recta quedam linea incidit $\epsilon\zeta$, anguli igitur $\gamma\epsilon\zeta$ & $\delta\zeta\epsilon$, (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur $\zeta\epsilon\gamma$ & $\zeta\epsilon\delta$, duobus rectis sunt minores, (per eandē.) Quæ autē à minoribus duobus rectis producuntur (per 5 postulatum) coincidunt: igitur $\beta\epsilon\zeta$ productæ ad partes β & δ coincidunt, producantur, & coincident in ϵ , & (per 1 postulatum) cōnectantur $\alpha\epsilon$. Et quoniam æqualis est $\alpha\gamma$ ipsi $\gamma\epsilon$, angulus quoque $\alpha\gamma\epsilon$, angulo $\alpha\epsilon\zeta$ est æqualis (per 5 primi) & rectus est qui ad γ , dimidiū ergo recti, est uterq; qui sub $\alpha\gamma$ & $\gamma\epsilon$. Et propterea uterq; etiā qui sub $\gamma\delta$ & $\gamma\epsilon$, recti dimidiū est: rectus igitur est qui sub $\alpha\beta$. Et quoniam angulus $\beta\gamma\delta$ recti dimidiū est, & (per 15 primi) angulus igitur $\delta\beta\epsilon$ recti dimidiū est. Angulus autem $\beta\delta\epsilon$, rectus est, æqualis enim est ei qui sub $\delta\gamma$, alterni enim: reliquus igitur angulus $\epsilon\delta\beta$, recti dimidiū est. Igitur (per 6 communem sententiam primi) angulus $\alpha\delta\beta$, recti dimidiū est. Igitur (per 6 communem sententiam primi) angulus $\alpha\delta\beta$, ei qui sub $\alpha\beta$ est æqualis. Quare (per 6 primi) & latus $\beta\delta$, lateri $\alpha\delta$ æquum est. Rursus quoniam angulus $\alpha\delta\beta$, recti dimidiū est, rectus autē qui ad δ , æqualis enim (per 34 primi) ex opposito ei qui $\alpha\delta\gamma$: reliquus igitur angulus $\gamma\delta\epsilon$, recti dimidiū est. Angulus igitur $\alpha\delta\epsilon$, angulo $\gamma\delta\epsilon$ est æqualis. Quare (per 6 primi) & latus $\gamma\delta$, lateri $\epsilon\delta$ est æquale. Et quoniam æqualis est $\gamma\epsilon$ ipsi $\gamma\alpha$, quadratū quoq; quod ex $\gamma\epsilon$, ei quod est ex $\gamma\alpha$ quadrato, æquum est: quadrata igitur sunt ex $\gamma\epsilon$ & $\gamma\alpha$, dupla sunt eius quod fit ex $\alpha\gamma$, quadrati. Eis autē quæ fiunt ex $\gamma\delta$ & $\gamma\epsilon$ (per 47 quæ primi) æquū est id quod ex $\alpha\delta$. Quadratū igitur quod ex $\alpha\delta$, duplū est eius quod fit ex $\alpha\gamma$. Rursus quoniam æqualis est $\delta\epsilon$ ipsi $\gamma\delta$, quadratū quod fit ex $\delta\epsilon$, æquū est ei quod fit ex $\gamma\delta$ quadrato: quadrata igitur quæ ex $\delta\epsilon$ & $\gamma\delta$ fiunt, eius quod fit ex $\gamma\delta$, dupla sunt. Eis autē quæ fiunt ex $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$ (per 47 primi) æquū est id quadratum quod fit ex $\alpha\delta$: id igitur quod fit ex $\alpha\delta$, duplum est eius quod fit ex $\gamma\delta$. Æqualis autem est $\alpha\delta$ ipsi $\alpha\gamma$, id igitur quod fit ex $\alpha\delta$, duplum est eius quod fit ex $\alpha\gamma$. Patuit autem quod & id quod fit ex $\alpha\delta$, duplum est eius quod fit ex $\alpha\gamma$. Quadrata igitur quæ fiunt ex $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$, eorum quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$ quadratorum, dupla sunt. Quadratis autem quæ fiunt ex $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$, æquum est id quod fit ex $\alpha\delta$ quadratū (per 47 primi) Quadratum igitur quod fit ex $\alpha\delta$, eorum quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$, duplum est. Ei autem quod fit ex $\alpha\delta$, æqualia sunt quadrata quæ fiunt ex $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$. Quadrata igitur quæ fiunt ex $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$, dupla sunt eorum quæ ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$ fiunt, quadratorum: æqualis autem est $\alpha\delta$ ipsi $\alpha\beta$. Quadrata igitur quæ fiunt ex $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$, dupla sunt eorum quæ fiunt ex $\alpha\gamma$ & $\gamma\delta$ quadratorū. Si recta igitur linea secetur bifariam, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod ostendere oportebat.

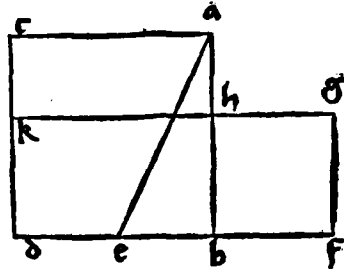
Euclid. ex Camp.

Propositio 11.



Datam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione re-
ctangulum cōtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sec-
tione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione produci-
tur, æquum sit quadrato alterius. Describo quadratum ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & b produco usq; ad f ita quod e f sit æqualis a e. Et ex b f portioe extrinseca, describo qua-
dratum quod ex latere a b resecat portionem æqualem b f, quæ sit b h: & quadratum descriptum sit b h g. Dico quod a b sic est diuisa in puncto h, quod illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b. Produco g h usque ad k, quæ erit æquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cū quadrato e b, æquale quadrato e f: quare per penultimā primi, qua-
dratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipsum est superficies d g, æquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisq; parallelogrammo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f est quadratum li-
næ h b, & parallelogrammum h c produciatur ex c a, quæ est æqualis a b, in a h, pater factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendū in numeris, non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 26 te docente.



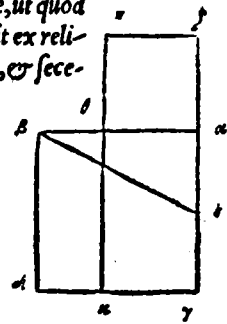
Euclid. ex Zamb.

Problema 1.

Propositio 11.

Datam rectam lineam secare, ut quod sub tota & altero segmento
comprehensum rectangulū, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmen-
to quadrato.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea a b: oportet autem ipsam a b secare, ut quod
sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reli-
quo segmento, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex a b, quadratum a b γ δ, & sece-
tur (per 10 primi) a γ bisariam, in ε, signo, & connectatur ε δ. Et extendatur
(per 2 postulatum) γ ε, in ζ, & ponatur (per 3 primi) ipsi ε δ, æqualis ε ζ. Et (per
46 primi) ex ε ζ describatur quadratū ε ζ η θ, & extendatur (per 2 postulatum)
ε θ, in α. Dico quod a b, secatur in ε, ut quod ex a b, & ε δ, comprehensum re-
ctangulum, æquum sit ei quod fit ex a ε, quadrato. Quoniam enim recta linea
a γ secata est bisariam in ε, adiacet autem ei ε δ, igitur (per 6 secundi) rectangulū
comprehensum sub γ ε, & ε δ, unā cum eo quod fit ex a ε, quadrato, æquū est
ei quod fit ex ε ζ quadrato, æqualis autē est ε ζ, ipsi ε δ: rectangulum igitur com-
prehensum sub γ ε, & ε δ, unā cum eo quod fit ex a ε, quadrato, æquum est ei quod fit ex ε δ quadrato. Sed
ei quod fit ex ε δ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex ε δ, & ε α, quadrata: rectus enim est angu-
lus qui ad ε. Quod igitur est sub γ ε, & ε δ, cum eo quod fit ex a ε, æquum est eis quæ fiunt ex ε δ, & ε α.
Commune auferatur id quod ex a ε, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub γ ε, & ε δ: æquum
est ei quod fit ex ε δ, quadrato. Et id quidē quod fit sub γ ε, & ε δ, est ipsum ε δ: æqualis enim est ε δ, ipsi ε δ.
Id autem quod fit ex ε δ, est ipsum ε δ. Igitur ε δ æquum est ipsi ε δ. Commune auferatur a ε, reliquum igi-
tur ε δ, ipsi ε δ, est æquale. Est autem ε δ, id quod sub a b, & ε δ, æqualis enim est a b, ipsi a b. At ε δ, id est
quod ex a ε. Rectangulum igitur comprehensum sub a b, & ε δ, æquum est ei quod fit ex ε δ, quadrato.
Data igitur recta linea a b, in ε, dissecta est, ut rectangulum sub a b, & ε δ comprehensum, æquum sit ei
quod ex a ε fit quadrato: quod fecisse oportuit.

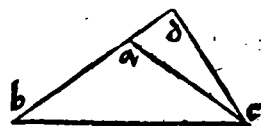


Euclid. ex Camp.

Propositio 12.

In his triangulis qui obtusum habent angulū, tanto ea quæ
obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus
quæ obtusum cōtinent angulum amplius potest, quantum
est quod continetur bis sub uno eorum, atq; ea quæ ei dire-
ctè iuncta ad obtusum angulū, à perpendiculari extrā deprehenditur.

CAMPANVS. Sit triangulus abc , habens angulum a , obtusum. A puncto c , ducatur linea perpendicularis ad lineam ba , quæ necessariò cadet extra triangulum abc : alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: fit ergo cd perpendicularis super lineam $a b$ productam usque ad d . Dico quòd quadratum lateris bc quod subtenditur angulo obtuso, tanto maius est duobus quadratis duarum linearum $a b$ & $a c$ ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex $b a$ in $a d$ bis. (Potentia enim linearum, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum bd , æquale duobus quadratis duarum linearum ba & ad , & duplo eius quod fit ex ba in $a d$. Et quia quadratum bc per penultimam primi est æquale quadrato bd & quadrato dc : ipsum erit æquale quadratis trium linearum ba , ad , & dc , & duplo eius quod fit ex ba in $a d$. Sed per eandem, quadratum ac , est æquale quadratis ad & dc , ergo quadratum bc , est æquale quadratis duarum linearum ba & ac : & duplo eius, quod fit ex ba in $a d$. Quare bc tanto amplius potest duabus lineis ba , ac , quantum est duplum eius quod fit ex ba in $a d$. Iam enim diximus quòd tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta, producit: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 11.

Propositio 12.

In obtusi angulis triangulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum qui sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum.

THEON ex Zamb. Sit obtusi anguli triangulum abc , obtusum habens angulum a , & ducatur ex b signo, in a , productam (per 12 primi) perpendicularis bd . Dico quòd quadratum quod ex bc , maius est eis quæ fiunt ex ba , & ac , quadratis: bis sub a , & $a d$, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea bd , secta est utcumque in a , signo: igitur (per 4 secundum) quod fit ex $a d$ æquum est eis quæ fiunt ex a , & ad , quadratis, & bis sub a & $a d$ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex $a d$. Ea igitur quæ fiunt ex $a d$, & $a d$, æqua sunt eis quæ fiunt ex a , & $a d$, & $a d$, quadratis, & bis sub a & $a d$, comprehenso rectangulo. Sed eis quæ fiunt ex a , & $a d$, æquum est id quod ex a , (per 4.7 primi) rectus enim est angulus qui ad d . Eis autem quæ fiunt ex $a d$, & $a d$, (per eandem) æquum est id quod fit ex a . Quadratum igitur quod fit ex bc , æquum est eis quæ fiunt ex a & $a d$, quadratis (per eandem) & bis sub a , & $a d$, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex bc , eis quæ fiunt ex a , & $a d$, maius est: bis sub a , & $a d$, comprehenso rectangulo. In amblygonijs igitur triangulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.

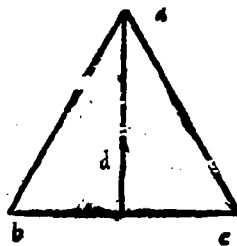
Euclid. ex Camp.

Propositio 13.



Mnis oxygonij tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum, cui perpendicularis intra superstat, eaq; sui parte quæ perpendiculari anguloq; acuto interiacet.

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue fiat orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo abc , quicumque triangulus fuerit, angulus c acutus: qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b , ad quamuis ba sin b uel $a c$: quia cum sic fuerit, semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestum est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicā, cum in omni triangulo sint duo acuti anguli, necessariò erit alter



reliquorum angulorum qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam que duobus acutis interiacer. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaq; quod quadratum lateris a b quod subtrahitur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtrahitur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Etenim per 7 huius, quadratū b c cū quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet b d, quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratū b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearū a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratum a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimā primi, quadratū a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtrahitur angulo b acuto, posse rāto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandū autem per hanc & præcedentem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli, cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoscitur omnis eius angulus.

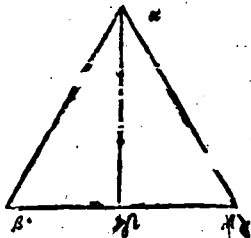
Euclid. ex Zamb.

Theorema 12.

Propositio 13.

In oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acutum angulū, in quod perpendicularis cadit, & sumpto in tus sub perpendiculari ad acutum angulum.

THEON ex Zamb. Sit oxygonium triangulum a b c, acutum habens angulum qui ad a, & (per 12 primi) ducatur ab a signo, in b, perpendicularis a d. Dico quod quadratum ex a b, minus est quadratis quæ fiunt ex a b & c a, comprehenso bis rectangulo sub b c, & a d. Quoniam enim recta linea b c, dissecta est utcumq; in d, igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex a b, & c a, æqualia sunt bis sub b c, & a d, comprehenso rectangulo, & ei quod fit ex b c quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex a d. Igitur quadrata quæ ex a b, & c a, & a d, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub b c, & a d, & eis quæ fiunt ex a d, & c a, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex a d, & c a, æquum est id quod fit ex a b, angulus enim qui ad a, rectus est. Eis autem quæ fiunt ex a d, & c a, æquum est id quod fit ex a c, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex a b, & c a, æqualia sunt ei quod fit ex a c, & ei quod bis fit sub b c, & a d. Quare solum quod fit ex a b, minus est eis quæ fiunt ex a b, & c a, quadratis: eo quod est bis sub b c, & a d, comprehenso rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.



Euclid. ex Camp.

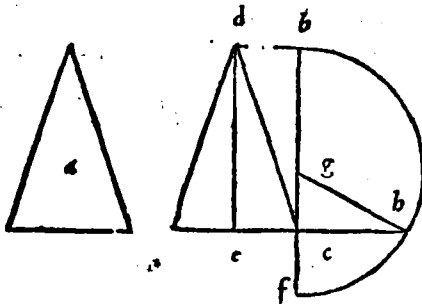
Propositio 14.

Aut trigono, æquum quadratum describere.



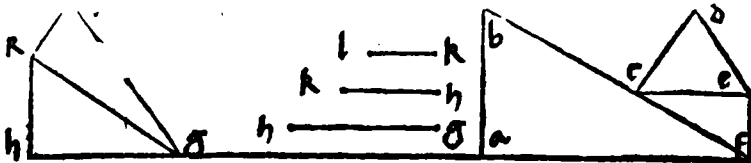
CAMPANVS. Si datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum describere. Designabo superficiē æquidistantium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato,

secundum quod docet 42 primi: sitq; superficies illa d e: cuius si latera fuerint æqualia, habemus quod erimus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera sint inæqualia, tunc adiungam minus eorum laterum maiori, secundū rectitudinem: sitq; a c f, æqualis minori duorum laterum, quod est c d iuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, super lineam b f secundum quantitatem lineæ g b: describam semicirculum b h, & latus e c producam, usquequo secet circumferentiam in puncto h. Dico quod quadratum



rum lineæ ch , est æquale trigono dato. Producam lineam gh . Et quia linea $b f$ diuisa est per æqualia in g , & per inæqualia in c : erit per 5 huius, quod fit ex ductu $b c$ in c cum quadrato $c g$, æquale quadrato $g f$, quare & quadrato gh , quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum $g c$ & ch . Ergo dempto utrinque quadrato $c g$, erit quod fit ex $b c$ in c , quod est æquale superfici ei $b e$, eo quod $c f$ est æquale quadrato lineæ ch , quare quadratum lineæ ch , est æquale trigono a , quod est propositum.

CAMPANI additio. Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonum cuiuslibet altera parte longioris, & simpliciter omnis si guræ rectis lineis contentæ: quæcunque fuerit, quoniam omnem figuram talem in triangulos resol-



uemus: & cuiuslibet illorum triangulorum inueniemus tetragonum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonum rectilinearæ figuræ irregularis $a b c d e f$. Resoluo eam in tres triangulos qui sunt $a b f$, & $c d e$, & $f c e$. Inuenio quoque secundum doctrinam istius: tria latera tetragonica istorum trium triangulorum, quæ sunt $g h$, $h k$, & $k l$: & erigo $h k$, perpendiculariter super $g h$, & produco $g k$, eritque per penultimam primi, quadratum $g k$, æquale quadratis duarum linearum $g h$, & $h k$: & tertium latus $k l$, erigo perpendiculariter super lineam $g k$, & produco lineam $g l$, eritque per penultimam primi, $g l$ latus tetragonum totius figuræ rectilinearæ propositæ.

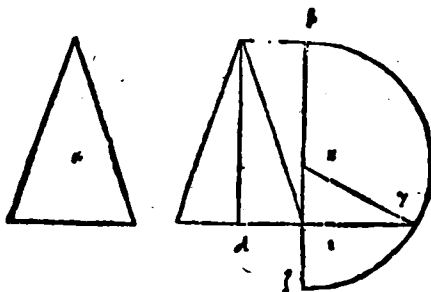
Euclid. ex Zamb.

Problema 2.

Propositio 14.

Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

THEON ex Zamb. Sit datum rectilineum a , oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituitur (per 45 primi) ipsi a , rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum $\beta \gamma \delta \epsilon$. Si æqualis est $\beta \gamma$, ipsi $\gamma \delta$, factum iam est problema: constituitur enim ipsi a , rectilineo, æquum quadratum $\beta \gamma \delta \epsilon$. Si autem non, ipsarum $\beta \gamma$, & $\gamma \delta$, altera maior est. Sit maior $\beta \gamma$, & producat in δ , & ponatur ipsi $\gamma \delta$, æqualis $\gamma \zeta$, (per 3 primi,) & (per 10 primi) secetur $\beta \zeta$, bisariam in ν . Et centro quidem ν , spatio uero aut $\nu \beta$, aut $\nu \zeta$, semicirculus describatur $\beta \delta \zeta$, & (per 2 postulatum) producat $\delta \nu$ in δ , & (per 1 postulatum) connectatur $\nu \delta$. Quoniam igitur recta linea $\beta \delta$, secta est in æqualia in ν , & in inæqualia in ν , igitur (per 5 secundi) rectangulum comprehensum sub $\beta \nu$, & $\nu \delta$, cum quadrato quod fit ex $\nu \delta$, æquum est ei quod ex $\nu \beta$, quadrato. Aequalis autem est $\nu \beta$, ipsi $\gamma \delta$: rectangulū igitur comprehensum sub $\beta \nu$, & $\nu \delta$, (per 5 secundi) cum eo quod ex $\nu \delta$, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex $\nu \delta$, ei autem quod fit ex $\nu \delta$, æqualia sunt ea quæ ex $\delta \nu$, & $\nu \delta$, fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub $\beta \nu$, & $\nu \delta$, cum eo quod fit ex $\nu \delta$: æquum est eis quæ fiunt ex $\delta \nu$, & $\nu \delta$, commune auferatur quadratum quod ex $\nu \delta$: reliquum igitur rectangulum comprehensum sub $\beta \nu$, & $\nu \delta$, æquū est ei quod fit ex $\delta \nu$, quadrato. Sed id quod sub $\beta \nu$, & $\nu \delta$ est, quod ipsum $\beta \gamma \delta \epsilon$, æqualis enim est $\beta \gamma$, ipsi $\gamma \delta$, parallelogrammum igitur $\beta \gamma \delta \epsilon$, æquum est ei quod fit ex $\delta \nu$, quadrato. Sed $\beta \gamma \delta \epsilon$, æquum est ipsi a , rectilineo: & a igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex $\delta \nu$. Dato igitur rectilineo a , æquum quadratum constitutum est sub $\delta \nu$, descriptum: quod fecisse oportuit.



EVCLIDIS MEGARENSIS

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEM-
 entorum, *Liber tertius.*

Ex Campano.

Diffinitiones.



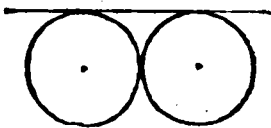
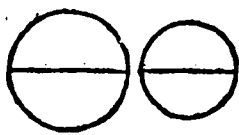
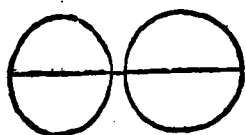
Vorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales
 esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quo-
 rum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ
 cum circum tangat, in utranq; partem eiecta circum
 non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur, qui se tan-
 gentes, se inuicem non secant.

Circuli æquales.

Maior.

Minor.

Linea circum contingens.



Circuli se contingentes.

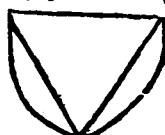
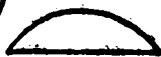
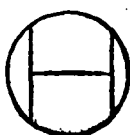
4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicuntur à centro, cum à
 centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò
 distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Re-
 cta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio ue-
 rò circumferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis di-
 citur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consi-
 stere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordæ terminos duabus
 rectis lineis
 exeuntibus
 continetur.

In circulo rectæ lineæ.

Ang. portionis.

Arcus.

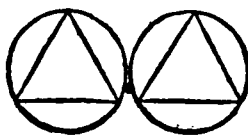
Angulus super arcum consistens.



Chorda.

10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à centro ductis lineis, &
 sub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem
 qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes
 circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt
 anguli, sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt, qui
 quos angulos prædicto modo suscipiunt.

Sector circuli. Angulus super centrum consistens. Similes circuli portiones & similes arcus.



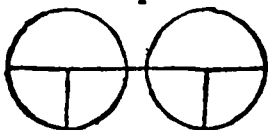
Ex Zamberto.

Diffinitiones.



Equales circuli sunt, quorum dimetientes sunt æquales, uel quorum quæ ex centris sunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & ei-
cta, circulum non secat. 3 Circuli sese tangere adinuicem dicuntur, qui sese inuicẽ tangentes, se non inuicem secant.

Circuli æquales.



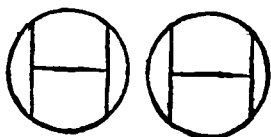
Linea circulum tangens.



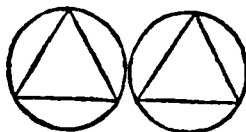
Circuli se tangentes.



4 In circulo æqualiter distare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm à cen-
tro in eas perpendiculares ductæ sunt æquales. Magis autem distare
dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum cir-
culi, est figura comprehensa sub recta linea, & circuli circumferentia.
6 Segmenti angulus est, qui sub recta linea & circuli circumferentia
comprehenditur. 7 In segmento autem angulus est, cùm in circunfe-
rentia segmenti sumitur aliquod signum, & ab eo in rectæ lineæ fines
quæ basis est segmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui conti-
netur, sub coniunctis rectis lineis est.



8 Cùm uerò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam susci-
piunt circumferentiam, in illa angulus esse dicitur. 9 Sector autem cir-
culi, est cùm ad centrum circuli steterit angulus, comprehēsa figura sub
angulum comprehendentibus rectis lineis, & assumpta sub eis circun-
ferentia. 10 Similia segmenta circuli, sunt quæ angulos æquos susci-
piunt: uel in quibus anguli sibi inuicem sunt æquales.



Euclid. ex Camp.

Propositio 1.



Circuli propositi, centrum inuenire. Vnde manifestum est
quòd duabus rectis lineis in eodem circulo apud circunfe-
rentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia or-
thogonaliter secat: nisi ipsa super centrum transierit.

CAMPANVS. Sit circulus propositus a b c, cuius uolumus centrum inuenire. Ducto in ipso cir-
culo lineam a c, qualitercunque contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco
perpendicularem ad lineam a c, quam applico circumferentiæ ex utraque parte: sit quæ e d b,
quam rursus diuido per æqualia in puncto f, quem dico esse centrum circuli. Si enim non est,
erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit in ea ut in pun-
cto

Atq. erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod est impossibile. Quod si fuerit extra linea e b, ut in puncto h, ducatur linea h a, h d, h c. Et quia latera h d, et d a trianguli h d a sunt equalia laterib. h d & d c trianguli h d c, & basis h a basi h c, erit (p 8 primi) angulus a d h equalis angulo c d h, quare uterq. rectus, & quia angulus a d b fuit etiam rectus, erit a d h equalis a d b (per 3 petitionem) primi, pars uidelicet toti, quod est impossibile. Non est ergo centrum dati circuli alicubi, quam in puncto f, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 1.

Propositio 1.

Dati circuli, centrum inuenire.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha \beta \gamma$, oportet ipsius circuli $\alpha \beta \gamma$, centrum inuenire. Excitetur in eo linea quaedam recta ut cūq. sitq. $\alpha \beta$. Et (p 10 primi) secetur bisaria in δ , & (p 11 eiusdē) ab ipso δ , ipsi $\alpha \beta$, excutetur $\delta \gamma$ ad angulos rectos, et (per postulatū secundū) extēdatur in ϵ , seceturq. (per 10 primi) $\epsilon \delta$ bisaria in ζ . Dico quod ζ centrum est circuli $\alpha \beta \gamma$. Non enim, sed si possibile est, sit η , & (p 1 postulatū) connectatur $\alpha \eta$, $\beta \eta$. Et quoniam equalis est $\alpha \delta$, ipsi $\beta \delta$, cōmunis autē $\delta \eta$, due igitur $\alpha \eta$, et $\beta \eta$, duabus $\delta \eta$, & $\delta \beta$ sunt equales altera alteri, et (p 15 diffinitionē primi) basis $\alpha \delta$, basi $\beta \delta$, est equalis: ex centro enim igitur (p 8 primi), angulus $\alpha \delta \eta$, angulo $\beta \delta \eta$, est equalis. Cū autē recta linea sup rectā cōsistens lineā, utrobique angulos equos adinuicē fecerit, eorū angulorū uterq. (p 10 primi diffinitionē) rectus erit. Angulus igitur $\beta \delta \eta$, rectus est: at angulus $\delta \alpha \beta$, nō rectus est. Angulus igitur $\delta \alpha \beta$, angulo $\beta \delta \eta$ (p 4 postulatū) equalis, maior minori, quod est impossibile. Igitur nō est centrū circuli $\alpha \beta \gamma$. Similiter ostendimus, quod nullū aliud prater ζ . Igitur ζ , centrū est circuli $\alpha \beta \gamma$, quod fecisse oportuit.

CORREL. Hinc est manifestū, quod si in circulo recta linea aliqua aliquā rectā lineam bisaria, & ad angulos rectos dissecit in disseciente est centrum circuli. Euclid. ex Camp. Propositio 2.



V per circuli circumferentiā duobus punctis signatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterū circulū secare necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circumferentiā circuli $\alpha \beta$, cuius centrum sit ϵ , figurata sunt duo puncta, quæ sunt α & β . Dico quod linea recta coniūgens unū cum altero, secabit circulū. Alioqui cadet extra circulū, sitq. $\alpha \beta$, linea recta: si possibile est. Produca lineas $\alpha \epsilon$ & $\beta \epsilon$, erūtq. (per 5 primi) angulus $\alpha \epsilon \beta$ & $\beta \epsilon \alpha$ aequales: protrahe item lineā $\epsilon \gamma$, quæ secet circumferentiā in puncto δ , erūtq. (per 16 primi) angulus $\alpha \epsilon \gamma$ maior angulo $\beta \epsilon \gamma$, quare maior angulo $\alpha \epsilon \gamma$, quare per (per 18 eiusdē) atus $\alpha \epsilon$, maius latere $\epsilon \gamma$, & quia est equalis $\alpha \epsilon$, erit $\epsilon \delta$, maior $\epsilon \gamma$, pars toto, quod est impossibile. Quia ergo linea cōiūgens duo puncta α & β , nō trāsibit extra circulū, secabit ipsum: quod est propositū.

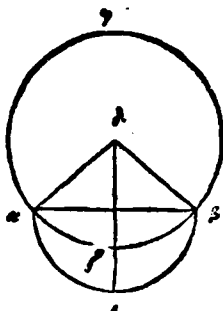
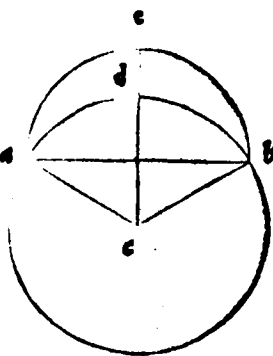
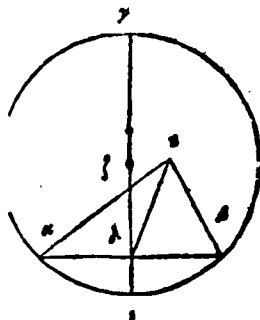
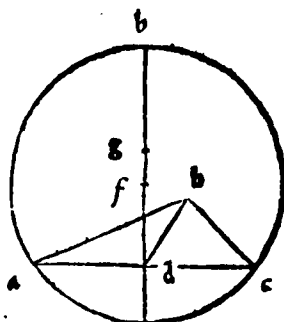
Euclid. ex Zamb.

Theorema 1.

Propositio 2.

In circuli circumferentiā duo fuerint signa utcūq. mpta, ea signa cōnectēs recta linea intra ipsum

culum cadit. THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha \beta \gamma$, & in eius circumferentiā sint utcūq. bina signa $\alpha \beta$. Dico quod recta linea applicata ex α in β intra circulum $\alpha \beta \gamma$, cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra $\alpha \beta$. Et igitur siue accipiatur centrum circuli, sitq. illud (per precedentem) δ , & (p 1 postulatū) connectatur $\delta \alpha$, $\delta \beta$. & extendatur $\delta \gamma$, ad ϵ . Quoniam equalis est (per 15 diffinitionē) primi, $\delta \alpha$, ipsi $\delta \beta$, equalis est angulus $\delta \alpha \gamma$ & $\delta \beta \gamma$. Et quoniam trianguli $\delta \alpha \gamma$, & $\delta \beta \gamma$, unum latus producit $\delta \gamma$, igitur (p 5 primi) angulus $\delta \alpha \gamma$, angulo $\delta \beta \gamma$, maior est. Aequalis autem est angulus qui sub $\alpha \beta \gamma$, Maior igitur est angulus $\delta \alpha \gamma$, angulo $\delta \beta \gamma$: maiori autem, maius latus subtenditur (per 18 primi), maior igitur est $\delta \alpha$, quā $\delta \beta$, equalis autem est (per 15 diffinitionē primi) $\delta \alpha$, quā $\delta \beta$, maior est $\delta \alpha$, quā $\delta \beta$, minor maiore, quod est impossibile. Recta igitur extensa linea ex α , in β ,



extra ipsum circulū non cadit. Similiter etiā demonstrabimus quod neq; in ipsam circumfrentiā intra igitur. Si in circuli circumfrentiā igitur, et quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonstrasse oportuit.

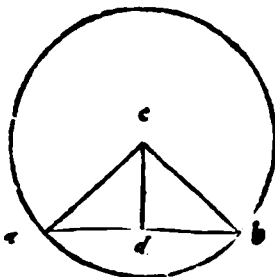
Euclid. ex Camp.

Propositio 3.



Si lineam intra circulum præter centrum collocatam aliā à centro ueniens per æqua secet, orthogonaliter super eam in sistere: & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere, necesse est.

CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quod diuidit eam orthogonaliter, & econuerso, uidelicet si diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per æqualia. Producam lineas c a & c b, & ponā primò quod diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & basis c a basi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpendicularis super a b, quod est propositum. Ponam iterum quod c d sit perpendicularis super a b, & ostendam quod ipsa diuidit a b, per æqualia: erit enim propter hanc positionem, uterque angulorum qui sunt ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia (per 5) primi angulus c a d, est æqualis: angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.



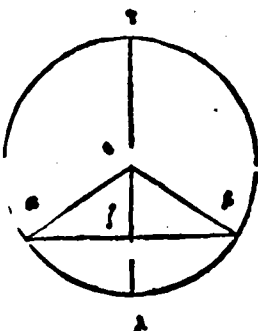
Euclid. ex Zamb.

Theorema 2.

Propositio 3.

Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariā secuerit, ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secuerit, bifariā quoque ipsam secabit.

THEON ex Zamb. Sit circulus a b, & in eo recta quædam linea per centrum extensa γ δ, rectam lineam quædam non extensam per centrum α β, bifariā secet in signo ζ. Dico quod γ δ ad angulos rectos eam secat. Continuat siue accipiat centrum circuli α β, (per primam tertij) sit q; illud, & (per 1 postulatum) connectatur α q; & β q;. Et quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, communis autem ζ, due igitur ζ q; & α ζ, duabus ζ q; & ζ β, sunt æquales. Et basis α q;, basi β q;, (per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ q;, angulo ζ β q;, est æqualis. Cum autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobique angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub α ζ q;, & ζ β q; rectus est. Igitur γ δ, quæ per centrum secans, ipsam α β, non per centrum extensam bifariā, & ad angulos rectos secat.



Sed secet γ δ, ipsam α β, ad angulos rectos. Aio quod et bifariā ipsam secat, hoc est quod æqualis est α ζ, ipsi ζ β. Eisdem namque dispositis & constructis, quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulus α ζ q; angulo ζ β q;. Et angulus α ζ q; rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est ubi β ζ. Duo igitur triângula sunt α ζ q;, & ζ β q;, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ζ q;, scilicet quod (per 26 primi,) commune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur est α ζ ipsi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

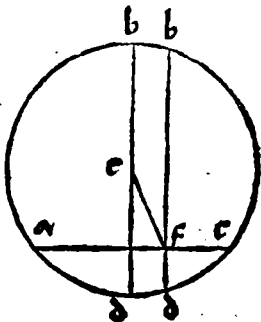
Propositio 4.



Si intra circulum duæ lineæ se inuicem secant, & super centrū non transeant, non per æqualia eas secari necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secant se in puncto f, & utraque earum uel altera non transeat per centrum. Dico quod ipse non diuidunt sese per æqualia: ita quod utraque per æqualia diuidatur ab utraque

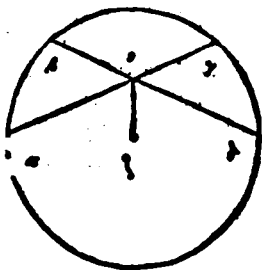
utraque. Quòd si fuerit hoc possibile, ponatur: & sit primò, ut neutra transeat per centrum. A centro e producā lineam e f, eritq; per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum transeat per centrum, adhuc dico quòd non diuidunt sese per æqualia. Quòd si sic, tunc per primam partem præmissæ, cum b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduariarius: ipsa transibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centrum extensæ, sese inuicem bifariam non secabunt.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, & in eo binæ rectæ lineæ $\alpha \gamma$ & $\beta \delta$ sese inuicem secent in ϵ , non per centrū extensæ. Dico quòd se bifariam non secant. Si enim est possibile, sese inuicem secēt bifariam, ita ut $\alpha \epsilon$ qualis sit ipsi $\gamma \epsilon$, & $\beta \epsilon$ ipsi $\delta \epsilon$. Sumatur centrum circuli $\alpha \beta \gamma \delta$, sitq; illud (per primam tertij) ζ , & (per primum postulatum) connectatur $\zeta \epsilon$. Quoniam igitur recta lineæ quædam per centrum extensa $\zeta \epsilon$, rectam aliam lineam non per cētrum extensam $\alpha \gamma$, bifariam secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus $\zeta \alpha \epsilon$ rectus est. Rursus quoniam recta lineæ quædam $\zeta \epsilon$, rectam quædam lineam non per centrum extensam $\beta \delta$, etiam bifariam secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur $\zeta \beta \epsilon$ rectus est: patuit autē quòd angulus $\zeta \alpha \epsilon$ rectus est. Angulus igitur $\zeta \alpha \epsilon$ (per quartum postulatum) angulo $\zeta \beta \epsilon$ est equalis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ $\alpha \gamma$ & $\beta \delta$ sese inuicem bifariam minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.

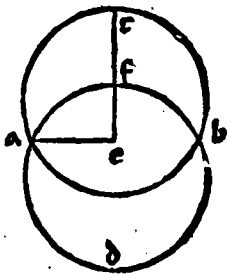


Euclid. ex Camp.

Propositio 5.

 Ircculorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.

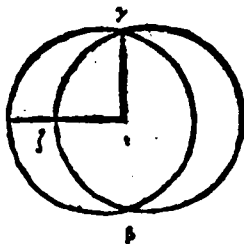
CAMPANVS. Sint duo circuli $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$, secantes se super duo puncta α & β . Dico quòd eorum sunt diuersa centra. Si enim haberent idem centrum, ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, illud ϵ , & ducantur lineæ $\epsilon \alpha$ & $\epsilon \beta$, eruntq; per diffinitionem circuli lineæ $\epsilon \alpha$ & $\epsilon \beta$, æquales. Itemq; per eandem diffinitionem duæ lineæ $\epsilon \alpha$ & $\epsilon \beta$, æquales, quare ϵ est æqualis ϵ , cum utraq; earū sit æqualis, pars uidelicet toti, quod est impossibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamb. Duo inquam circuli $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$, sese inuicem secant in signis α & β . Dico quòd eorum non est idem centrum. Si possibile: esto ζ , & (per primum postulatum) connectatur $\zeta \alpha$, & $\zeta \beta$, utcunque. Et quoniam ζ signum, centrum est circuli $\alpha \beta \gamma$, $\zeta \alpha$ est $\gamma \alpha$, ipsi $\zeta \beta$ (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ζ cētrum est circuli $\alpha \delta \epsilon$, æqualis est (per eandem diffinitionem) $\zeta \alpha$ ostensum est autem, quòd $\gamma \alpha$ ipsi $\zeta \beta$ est æqualis: & igitur $\zeta \alpha$ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ζ signum, non est circulorum $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur: quod demonstrare oportebat.



Euclid. ex Camp.

Propositio 6.

 Ircculorū sese contingentium, nō idem cētrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$, contingentes se in puncto α . Dico

Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cum minor positus fuerit intra maiorem, sitq; ipsum d , & ducantur lineę $d a$ & $d b c$, eritq; (per diffinitionē circuli, utraque duarū linearū) $d b$ & $d c$, æqualis $a d$, quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra, quorum scilicet unus est extra alterum, manifestum est per diffinitionem centri, quod ipsi non habent idem centrum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 6.

Si duo circuli se adinuicem tetigerint, eorum non est idem centrum.

THEON ex Zam. Duo enim circuli $a b \gamma$, & $\epsilon \delta \zeta$, se inuicem tangent in γ signo. Dico quod eorum non est idem centrum. Si enim possibile, sit ι , & (per primum postulātū) connectatur $\iota \gamma$, & ducatur utcumq; $\iota \delta$. Quoniam igitur ι signum, cētrum est circuli $a b \gamma$, æqualis est (per 15 primi diffinitionē) $\iota \gamma$ ipsi $\iota \delta$. Rursus quoniam ι signum, centrum est circuli $\epsilon \delta \zeta$, æqualis est $\iota \gamma$ ipsi $\iota \delta$, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod $\iota \gamma$ ipsi $\iota \delta$, est æqualis. igitur $\iota \gamma$ ipsi $\iota \delta$, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ι signū, non est centrum orbū $a b \gamma$, & $\epsilon \delta \zeta$. Si bini igitur circuli se adinuicē tetigerint, & que sequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat ostendendum.

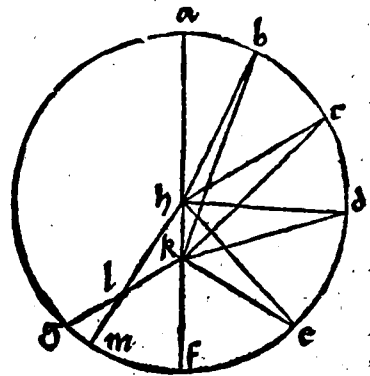
Euclid. ex Camp.

Propositio 7.



I in diametro circuli punctus præter centrum signetur, & ab eo ad circumferentiam lineæ plurimæ ducantur, quę super centrum transierit, omnium erit longissima. Quę uerò diametrū perficiet, omnium erit breuissima. Quę autem centro proxima, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores esse conueniet. Duas quoq; æquidistantes lineæ breuissimæ collaterales: æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in diametro $a f$, circuli $a b c$, cuius centrū sit h : sit signatus punctus K præter centrum, à quo ducantur plurimæ lineæ quę sunt $K a$, $K b$, $K c$, $K d$, $K e$, $K f$, $K g$, ad circumferentiā, & transeat $a K$ per centrū h : & $k f$ sit complementū diametri, sitq; ut $K e$ & $K g$ æquidistēt $K f$: hoc est dicere, ut angulus $e K f$, sit æqualis angulo $f K g$. Dico quod $K a$, est omnium longissima: & $K f$, omniū breuissima. Alię uero tanto longiores, quanto centro propinquiores, ut $K b$, est longior $K c$: & $K c$, est longior $K d$: & $K d$, longior $K e$. Et $K e$ & $K g$, sunt æquales. Quia enim in triangulo $b K h$, duo latera $b h$ & $h k$ (per 10 primi) sunt maiora latere $b k$, & ipsa sunt æqualia lineę $a k$: erit $a k$ maior $b k$, & eadem ratione, maior omnibus alijs, & hoc est primum. Item quia in triangulo $e K h$, duo latera $h k$ & $k e$ per eandē sunt maiora latere $h e$, quod est æquale lineę $h f$: ipsa erunt maiora lineę $h f$: ergo dempta communi lineę, quę est $h k$: remanebit $k e$ maior $k f$: eadem ratione, quęlibet aliarum erit maior ipsa, & hoc est secundū. Itemq; quia duo latera $b h$ & $h k$, trianguli $b K h$ sunt æqualia duobus lateribus $c h$ & $h k$, trianguli $c K h$, & angulus $b h k$ est maior angulo $c h k$: erit per uicesimam quartam primi, basis $b k$ maior basi $c k$: eadem ratione, $k e$ maior erit $k d$, & $k d$, maior $k e$: & hoc est tertium. Quod si duę lineę $k g$ & $k e$ non sunt æquales, erit altera maior, sitq; $k g$, de qua sumam $k l$: æqualem $k e$: & producam $h l$, quousq; secet circumferentiā in puncto m . Et quia per hypothesin angulus $g k f$ est æqualis angulo $f k e$: erit (per decimam tertiam primi) angulus $l k h$ æqualis angulo $e k h$, & duo latera $l k$ & $k h$, trianguli $l K h$, sunt æqualia duobus lateribus $e k$ & $k h$, trianguli $e K h$: ergo (per 4) primi, basis $h l$, est æqualis basi $h e$: & quia $h m$ est æqualis $h e$, erit $h m$ æqualis $h l$, quod est impossibile. Sunt ergo



lineæ kg & ke, æquales: quod est nostrum propositum quartum.

Euclid. ex Zamb.

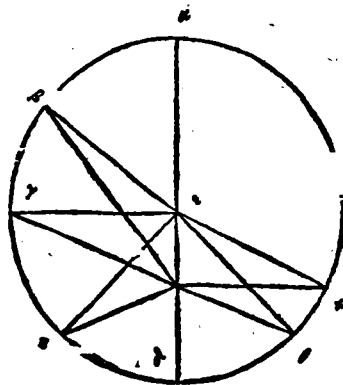
Theorema 6.

Propositio 7.

Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minimè circuli intrum sit, ab eoq; signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum uerò semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Quæ autem solum rectæ lineæ æquales, ab eodem signo in circulum cadunt ad utraq; partes minimæ.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, cuiusq; dimetiens sit $\alpha\delta$, & in ipso $\alpha\delta$ suscipiatur signum ali-

quod sit ϵ , quod ipsius circuli centrū non sit. Centrū autem circuli sit (per primam tertij) ζ . Et ab ϵ in ipsum $\alpha\beta\gamma\delta$ circulum procidant quædam rectæ lineæ $\epsilon\beta$, $\epsilon\gamma$, $\epsilon\delta$. Dico quod $\alpha\delta$ maxima est: minima uerò $\epsilon\beta$, aliarum autem $\epsilon\gamma$, $\epsilon\delta$, maior est, & $\gamma\delta$ quàm $\epsilon\beta$. Connectatur (per primum postulatū) $\alpha\zeta$, $\beta\zeta$, $\gamma\zeta$, $\delta\zeta$. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli latera reliquo sunt maiora: igitur $\alpha\zeta$, $\beta\zeta$, reliquo $\epsilon\beta$ sunt maiora. Aequalis autem est $\alpha\zeta$ ipsi $\beta\zeta$ (per 15 diffinitionē primi) igitur $\beta\zeta$ ipsi $\alpha\zeta$ sunt æquales. maior igitur est $\alpha\delta$ quàm $\epsilon\beta$. Quoniam aequalis est $\beta\zeta$ ipsi $\gamma\zeta$ (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζ , duæ igitur $\beta\zeta$, $\gamma\zeta$ duabus $\gamma\delta$, $\epsilon\beta$ sunt æquales. Sed angulus $\beta\zeta\gamma$ angulo $\gamma\zeta\delta$ maior est: basis igitur $\beta\delta$ basi $\gamma\delta$ maior est: & ob id $\gamma\delta$ maior est quàm $\epsilon\beta$. Quoniam $\epsilon\beta$ ipsa $\alpha\delta$ (per 20 primi) sunt maiores, æqualis est (per 15 diffinitionē primi) $\alpha\delta$ ipsi $\epsilon\delta$, igitur $\alpha\delta$ ipsa $\epsilon\delta$ maiores, communis auferatur $\epsilon\delta$, reliqua igitur $\alpha\delta$ reliqua $\epsilon\beta$ maior est. Maxima igitur est $\alpha\delta$, minima uerò $\epsilon\beta$, maior est autem $\epsilon\gamma$ quàm $\epsilon\beta$, & $\gamma\delta$ quàm $\epsilon\beta$: dico etiam quod à signo ϵ duæ tantum rectæ lineæ æquales, in ipsum circulum $\alpha\beta\gamma\delta$ cadunt ad utraq; partes ipsius ϵ minimæ. Cōstituatur enim (per 11m) ad datam rectam lineam $\alpha\delta$ ad datumq; in ea signum ϵ , ei qui sub α angulo æqualis angulus $\epsilon\beta\alpha$ (per primum postulatū) connectatur $\epsilon\beta$. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) $\alpha\delta$ communis autem $\epsilon\delta$, duæ igitur $\alpha\delta$, $\epsilon\delta$ duabus $\epsilon\beta$, $\gamma\delta$ sunt æquales, & (per 8 primi) angulus $\beta\epsilon\delta$ æst æqualis. Igitur (per 4 primi) basis $\beta\delta$ basi $\gamma\delta$ est æqualis. Dico insuper quod ipsi nullæ æqualis, cadit in ipsum circulum à signo ϵ . Si enim possibile, cadat $\epsilon\gamma$. Et quoniam $\epsilon\gamma$ ipsi $\epsilon\delta$ sunt æquales, sed $\epsilon\delta$ ipsi $\alpha\delta$ est æqualis: igitur $\epsilon\gamma$ ipsi $\alpha\delta$ est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrum extenditur, remotiori est æqualis, quod per prius ostensum est impossibile. Vel etiam sic, (per postulatū) connectatur $\epsilon\gamma$, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est $\alpha\delta$ ipsi $\epsilon\delta$, communis autem $\epsilon\delta$, basis $\alpha\delta$ basi $\epsilon\delta$ est æqualis: igitur (per 8 primi) angulus $\alpha\delta\epsilon$ angulo $\epsilon\delta\gamma$ est æqualis. Igitur (per primam communem sententiam) angulus $\alpha\delta\epsilon$ ei qui sub α angulo æst æqualis. Igitur (per primam communem sententiam) angulus $\epsilon\delta\gamma$ ei qui sub α angulo æst æqualis, minor maiori: quod est impossibile. Igitur ab ipso ϵ signo, nulla alia cadit in circulum ipsi $\alpha\delta$ æqualis: una igitur sola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ sequitur reliqua remaneat: quod erat ostendendum.

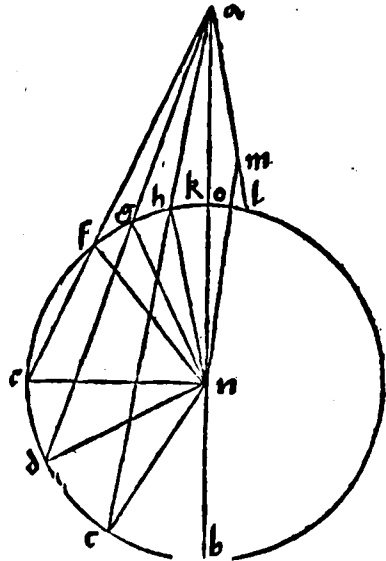


Euclid. ex Camp. Propositio 8.

¶ I extra circulum puncto signato, ab eo ad circumferentiam lineæ plurimæ ducantur circulū secando: quæ super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearū uerò parallelarum ad circumferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ o in directum adiacet, omnium est minima. Eiq; propinquioribus breuiores. Duæ uerò quæ lineæ breuissimæ utrinq; propinquant, æquales sunt.

¶ v s. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum bcd, cuius centrum sit n, ducantur plures ad circumferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quod a per centrum, omnium erit longissima. Et quod a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et omnium breuissima extrinsecarum. Et quod a h, est minor a g, & a g, minor a f. Et dico

dico quòd si ducatur a l, ita quòd ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quòd angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erunt æquales. Producam enim à centro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq; per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quòd est primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quòd est secundum. Itemq; quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & h n est æqualis n k, erit per communem scientiam, a h maior a k: eadem ratione quælibet extrinsecus applicatarū, maior erit a k, quòd est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineæ a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per communem scientiam, a g maior a h: eadem ratione erit a f, maior a g, quòd est quartum. Quòd si a l non sit æqualis a h, cum ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, scilicet a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producā n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quòd est impossibile, & hoc est quintum.



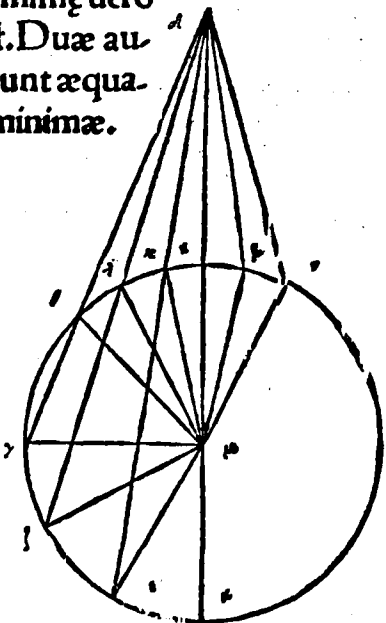
Euclid. ex Zamb.

Theorema 7.

Propositio 8.

Si extra circulū suscipiatur aliquod signum, ab eoq; signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrū extendatur, reliquæ uerò utcunq; in conuexā circumferentiā cadentium rectarum linearū, maxima est quæ per centrū ducta est: aliarum autē semper ei quæ per centrum transit propinquior, remotiore maior est. In curuam uerò circumferentiā cadentium rectarum linearum minima est, quæ inter signum & dimetientem iacet: minime uerò propinquior, semper remotiore minor est. Duæ autem tantum rectæ lineæ, ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ.

THEON ex Zamb. Sit circulus a b γ, & extra ipsum a b γ, suscipiatur signum δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulū, sintq; δ α, δ β, δ γ, δ δ: sit autem δ α, per centrum extensa. Dico quòd in a b γ, conuexam circumferentiā cadentium rectarum linearum maxima est, quæ per centrum transit, hoc est δ α: minima uerò, quæ inter δ signum, & diametrum α β, iacet: maior uerò est δ β, quàm δ γ, & δ γ, quàm δ δ. Cadentium uerò rectarum linearum in β λ α, curuam circumferentiā semper ipsi δ γ, minime propinquior, remotiore minor est, hoc est δ β uiam δ γ, & δ λ quàm δ β. Suscipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq; illud μ, & (per 1 postulatū) connectantur μ β, μ γ, μ δ, μ λ, & μ α. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi μ, communis apponatur μ δ. Igitur α δ, ipsi μ & μ δ, est æqualis, sed μ & μ δ, ipsa α δ (per 20 primi) sunt maiores: & α δ, igitur, maior est quàm μ δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ β, ipsi μ β, com-



minis apponatur μd . Igitur μ , et μd : ipsis μ , et μd , sunt æquales, et $\angle$ sub μd , angulo qui sub μd , maior est. Igitur (p 24 primi) basis μd , basi μd , maior est. Similiter quoque ostendemus, quod μd , maior est quam μd . Maxima quidē igitur est μd , maior autē est μd , quam μd , et μd , quam μd . Et quoniam (p 20 primi) μ , et μd , sunt maiores quam μd , equalis autē est (p 15 diffinitionē primi) μ , ipsi μ , reliqua igitur μd , quam reliqua μd , maior est. quare μd , minor est quam μd . Et quoniam μd triāguli μd , in uno latere μd , due rectæ lineæ introrim constituerūt μ , et μd , igitur (p 21 primi) μ , et μd , ipsis μ , et μd , sunt minores, quatuor μ , et μd , equalis est ipsi μ , reliqua igitur μd , minor est quam reliqua μd . Similiter ostendemus, quod μd , minor est quam μd , minima igitur est μ : ipsa uerō μ , quam μd , et μd , quam μd , minor est. Dico etiā quod due tantū æquales à signo μ , in ipsum circulū cadunt: ad utraq; partes ipsius μ , minimæ. Cōstitatur (p 23 primi) ad rectam lineā μd , et ad signū in ea angulo μd , equalis angulus μd , et (per 1 postulātū) neclatur μd . Et quoniam (per 15 diffinitionē primi) æqualis est μ , ipsi μ , cōmunis autē μ , due igitur μ , et μ duabus μ , et μ , sunt æquales altera alteri. et angulo μd (per 23 primi) angulo μd , est equalis. Igitur (p 24 primi) basis μd , basi μd , est equalis. Dico iā quod rectæ μd , alia equalis non cadit in ipsum circulū, à signo μ enim possibile: cadat, et sit μd . Quoniam igitur ipsi μ , et μd , est equalis, sed ipsi μ , et μd , est equalis: igitur (p 1 communē sententiā) ipsi μ , et μd , est equalis: propinquior igitur ipsi μ minimæ: remotiori equalis. quod iā ostēsum est impossibile. Vel etiā aliter. Cōnectatur (per 1 postulātum) μ . Quoniam (p 15 diffinitionem primi) equalis est μ , ipsi μ , cōmunis autem μ , et basis μ , basi μ , est equalis r hypothesin igitur (per 8 primi) angulus μ , angulo μ , est equalis. Sed angulus qui sub μ , et μ , qui sub μ , et μ , est equalis, et qui sub μ , et μ , est equalis, minor scilicet maiori, quod est possibile. Igitur plures duabus rectis lineis, æquales in circulum μ , ab ipso μ signo ad utraq; partes μ , minimæ non cadunt, si extra circulum igitur suscipiatur signum, et quæ sequuntur reliqua ut theoremate: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 9.



Intra circulum puncto signato, ab eo plures quam duæ lineæ ductæ ad circumferentiā, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli esse necesse est.

CAMPANVS. Situr à pūcto a , signato intra circulum ductæ sint tres lineæ ab , ac , ad , ad circumferentiā: quas pono esse æquales. Dico punctū a , esse centrū circuli. Producā enim duas lineas cd & cd diuidā utraq; earū per æqualia, c b quidē in pūcto e , & d fūcto f . Et producā ea & fa , quas applico circūferentiæ ex utraq; eritq; per 8 primi uterq; angulorū qui sunt ad e , æqualis alteri: per diffinitionē anguli recti, uterq; erit rectus. Similiter quoque ostendē uterq; angulorū qui sunt ad f , rectus: ergo per correlarium huius, quia a e diuidit cb per æqualia & orthogonaliter, ipsa ae per centrum: similiter quoque a f transit per centrum, quia diuidit cd per æqualia & orthogonaliter, quare a est centrum: quod est propositum.

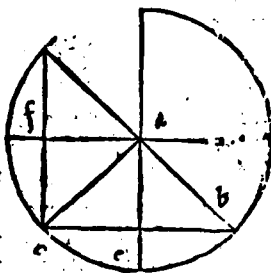
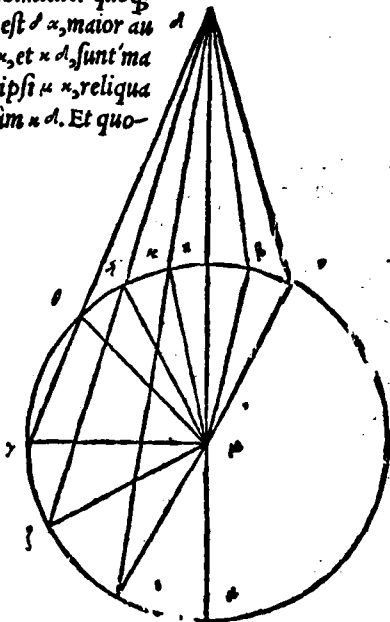
Euclid. ex Zamb.

Theorema 8.

Propositio 9.

In circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum caplures quam duæ rectæ lineæ æquales: susceptū signum, centrum est circuli.

EO N ex Zamb. Sit circulus $\alpha \beta$, intra ipsum: signū sit α , et ab ipso α , in ipsum $\alpha \beta$, circulum, plures quam duæ rectæ lineæ æquales, hoc est $\alpha \alpha$, $\alpha \beta$, $\alpha \gamma$. Aio quod α signum, centrū est circuli α iungantur enim (per primum postulātum) $\alpha \beta$, et $\alpha \gamma$, secēturg; (per 10 primi) bisariam in signis $\alpha \beta$ per α , et $\alpha \gamma$, per α , et coniūctæ $\alpha \beta$, et $\alpha \gamma$ (per 2 postulātum) extendantur utrobique



in α , ϵ δ λ signa. Quoniam igitur equalis est α , ipsi ϵ , communis uero δ , duo igitur latera α , ϵ , duobus lateribus β , δ sunt equalia, ϵ (p hypothefin) basis δ , basi β , est equalis. Angulus igitur α , δ , angulo β , δ , est equalis (per 8 primi,) uterq; igitur angulorum α , δ , ϵ , β , δ , rectus est. Igitur α , ipsam ϵ , bisariam secat, ϵ ad angulos rectos (p 3 tertij). Et quoniam si in circulo recta linea quaedam, rectam lineam quandam bisariam ϵ ad angulos rectos secet, (per correlariū primæ tertij) in secante est cētū circuli: igitur in α , (per idē correlariū) est cētū ipsius circuli α , β . Ac per hoc etiā in δ , est cētū circuli α , β , ϵ nullū aliud habent commune α , ϵ δ λ , rectæ lineæ præter δ , signum. Igitur δ signum, cētum est circuli α , β . Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum, cētum est circuli: quod ostendere oportebat.

ALITER idē ostendere. Intra circulū enim α , β , suscipiatur signū δ , ϵ ab ipso δ , in circulū cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ , ϵ , β , δ . Dico quod assumptū signū δ cētū est circuli α , β . Nō enim: sed si possibile est: sit ϵ , ϵ connexa δ , extēdatur in δ , signa. Igitur δ , dimetiens est ipsius α , β , circuli. Quoniam igitur circuli α , β , in dimetiēte δ , assumptū est signū δ , quod ipsius circuli cētū nō est, maxima quidē est δ , (per 7 tertij) maior autē est δ , ipsa δ , β , ϵ , ipsa δ , α . Sed ϵ equalis (per hypothefin) quod est impossibile. Igitur ϵ , non est cētum circuli α , β . Similiter ostendemus quod aliud nullum præter δ , Igitur δ signum, cētum est circuli α , β .

Euclid. ex Camp.

Propositio 10.



Incirculus circulum secet, in duobus tantum locis secare necesse est.

CAMPANVS. Sint, si possibile est, duo circuli, secantes se in pluribus quàm in duobus locis, super tria pūcta a b c, producā lineas a b & a c, quas diuidā p æqualia in pūctis d & e. & producā à pūcto e, lineā e f perpendicularē, super lineā a c, & à pūcto d, lineā d f, perpendicularē super lineam a b, & secant se duæ lineæ e f, d f, in pūcto f, eritq; per correlariū primæ huius, pūctum f, cētum circuli utriusq; quod est impossibile, per 5 huius.

Euclid. ex Zamb.

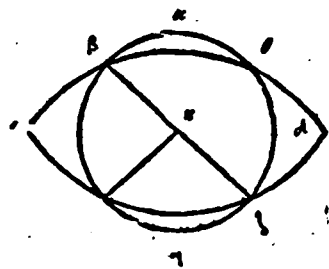
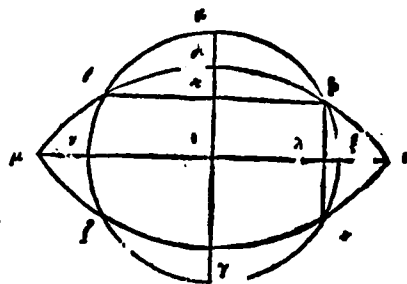
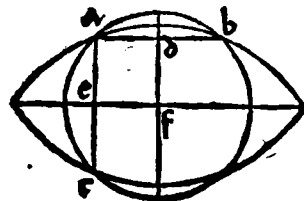
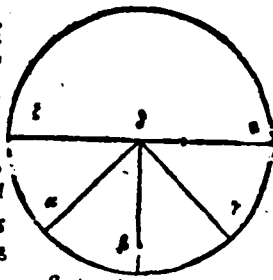
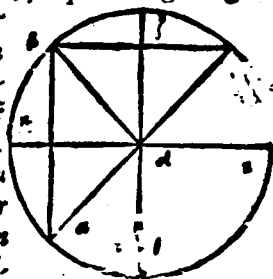
Theorema 9.

Propositio 10.

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat.

THEON ex Zamb. Si enim possibile, circulus α , β , circuli δ , ϵ , in pluribus signis quàm duobus secet, hoc est in δ , ϵ , δ , ϵ coniuētæ δ , ϵ , bisariam (p 10 primi) secetur in α , β signis. Et (p 11 primi,) ab ipsis α , β , ipsis δ , ϵ , ad angulos rectos excitatæ α , β , δ , ϵ , extēdatur in α , β , δ , ϵ signa. Quoniam igitur in circulo α , β , recta linea quaedam, rectam lineam quādam δ , bisariam ϵ ad angulos rectos secat (p 3 tertij) in ipsa igitur α , cētū est circuli α , β . Rursus quoniam in eodē circulo α , β , recta linea δ , ϵ , hoc est α , recta lineā quādam δ , bisariam ϵ ad angulos rectos (p 3 tertij) secat: igitur in ipsa δ , cētū est circuli α , β (p eandē.) Ostensum autē est quod ϵ in α . Et circa nullū aliud concurrūt rectæ lineæ α , β , δ , ϵ , inuicem, nisi circa α . Igitur α , cētū est circuli α , β . Similiter quoq; ostendemus quod δ circuli δ , ϵ , cētū est ipsum δ . Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α , β , δ , ϵ , idem est cētum: quod (per 5 tertij) est impossibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus signis non secat: quod erat ostendendum.

ALITER idē ostendere. Circulus enim rursus α , β , circuli δ , ϵ , secet in pluribus quàm in duobus signis, hoc est in δ , ϵ , δ , ϵ (per 1 tertij) suscipiatur cētū circuli α , β , sitq; illud α . Et connectatur α , β , δ , ϵ . Quoniam igitur intra circulū δ , ϵ , suscipitur signū quoddā α , in ipsumq;



Euclid. ex Camp.

Propositio 11.



THEON ex Zamb. Bini inquam circuli $\alpha \beta \gamma$, $\epsilon \alpha \delta$, sese adinvicē tangant introrsum in signo α ,
 recipiaturq; (per primam tertij) centrū circuli $\alpha \beta \gamma$, sitq; illud δ , circuli autē $\epsilon \alpha \delta$, sit ϵ . Dico quod recta
 $\alpha \delta$ ducta ex δ , in ϵ , et eiecta in ipsum α , signū cadit. Nō enim, sed si possibile est, cadat sicut δ $\alpha \beta \gamma$, et cō
 dātur $\alpha \delta$ et $\alpha \epsilon$. Quonia igitur $\alpha \epsilon$, et δ , ipsa δ α , hoc est ipsa δ (per 23 primi) sunt maiores, cōmunis
 eratur δ , reliqua igitur $\alpha \epsilon$, maior est quā reliqua $\alpha \delta$. Aequalis autē est δ α , ipsi ϵ α (per 15 diffinitio
 primi) et δ α , ipsa δ , igitur maior est, minor maiore, quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 12.

THEON ex Zamb. Duo enim circuli $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta$, sese adin-
 terius tangunt in signo α . Sumaturq; (per 1 tertij) centrum
 $\alpha \beta \gamma$, sitq; illud δ , & circuli $\alpha \delta$ sit ϵ . Dico quod ex δ , in ϵ ,
 recta linea, p ipsum α contactu transsit. Nō enim, sed si possibi-
 le esset sicut $\delta \epsilon$, & $\alpha \epsilon$. Et cōiungatur $\alpha \epsilon$. Quoniā igitur δ
 centrū est circuli $\alpha \beta \gamma$, equalis est $\delta \epsilon$, ipsi $\delta \gamma$. Rursus quoniā
 ϵ centrū est circuli $\alpha \delta$, equalis est $\alpha \epsilon$, ipsi $\alpha \delta$. Ostensum

Euclid. ex Camp.

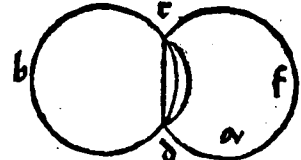
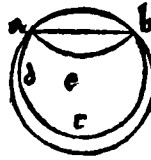
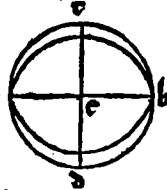
Propositio 12.



Si circulus circulum contingat, siue intrinsecus, siue extrinsecus, in uno tantum loco contingere necesse est.

CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulum contingat in duobus locis intra uel extra, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cum ergo ducemus

lineam rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulum a b e, interiore, accidet contrarium secundæ huius. Quod si ipsa cadat intra ipsum, cum diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq; applicata circumferentiæ ex utraq; parte, ipsa transibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmissæ. In circulo uero contingente exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, necesse est accidere contrarium secundæ huius. Quare utrunq; impossibile.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 12.

Propositio 13.

Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat.

THEON ex Zā. Si enim possibile, circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, circulum $\alpha \beta \gamma \delta$ tangat primū introrsum in pluribus quā uno signis, hoc est in $\delta \epsilon$, & sumatur quidē centrū ipsius circuli $\alpha \beta \gamma \delta$, sitq; illud ϵ , (per primam tertij), circuli autē $\alpha \beta \gamma \delta$, sit θ . Igitur (per 11 eiusdē) recta linea ducta ex ϵ , in δ , cadit in signū $\alpha \beta$, cadat sicut $\alpha \beta \theta \delta$. Et quoniam ϵ , signū centrū est circuli $\alpha \beta \gamma \delta$, æqualis (per 15 diffinitionē primi) est $\alpha \epsilon$, ipsi $\delta \epsilon$. Maior igitur est $\alpha \theta$, quā $\delta \epsilon$, multo maior igitur $\alpha \theta$, quā $\delta \epsilon$. Rursus quoniam θ signū, centrū est circuli $\alpha \beta \gamma \delta$, æqualis est (per eandē) $\beta \theta$, ipsi $\delta \epsilon$. patuit autem quod ea multo maior, quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quā uno signis. Dico etiam quod nec exterius. Si enim est possibile: circulus $\alpha \gamma \delta$, circulum $\alpha \beta \gamma \delta$, tangat exterius in pluribus quā uno signis, uidelicet in $\alpha \gamma$. & coniugatur (per 1 postulatum) $\alpha \gamma$. Quoniam igitur in circumferentiā utrorumq; circulorū $\alpha \beta \gamma \delta$, & $\alpha \gamma \delta$, suscepta sunt duo contingentia signa $\alpha \epsilon$ & $\gamma \theta$, cōiungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utruq; cadit. Sed cadit intra ipsam circulum $\alpha \beta \gamma \delta$, & extra circulum $\alpha \gamma \delta$, quod absurdum est. Circulus igitur circulum exterius non tanget in pluribus signis quā uno, ostensum autem est quod neq; introrsum. Circulus igitur circulum non tanget in pluribus signis quā uno, etsi exterius, etsi interius tangat: quod demonstrasse oportuit.

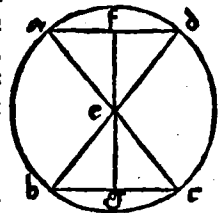
Euclid. ex Camp.

Propositio 13.



Rectæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à cetro æquidistiterint, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quod ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq; per 2 partem tertie huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit (per 8 primi) angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, est æqualis c g, eo quod tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem siue quartam propositionem huius, ipsas æqualiter distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimam primi, ualeat quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g & c g: & quia quadratum d e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato



quadrato $g c$, erit quadratum $e f$, æquale quadrato $e g$, quare $e f$, est æquale $e g$, sicq; patet idem. Sit ergo $e f$, æqualis $e g$, quod est eas a d , scilicet $\& b c$, æqualiter distare à centro. Dico tunc quòd $a d$, est æqualis $b c$. Quadratis enim duarū linearū $e d$, $\& e c$ æqualibus, demptisq; quadratis duarum linearum $e f$, $\& e g$, æqualibus, remanent per penultimam primi, quadrata duarū linearum $f d$, $\& g c$, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare $f d$, est æqualis $g c$, ergo duplum $f d$, quod est $a d$, est æquale duplo $g c$, quod est $b c$. Et hæc est secunda pars propositi.

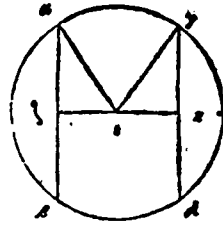
Euclid. ex Zamb.

Theorema 13.

Propositio 14.

In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, et in ea sint æquales rectæ lineæ $\alpha \beta$, $\gamma \delta$. Dico quòd æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per 1. tertij) centrum circuli $\alpha \beta \gamma \delta$, sitq; illud ϵ . Et ab ipso in ipsas $\alpha \beta$, $\gamma \delta$ (per duodecimam primi) perpēdiculares excitentur $\epsilon \zeta$, $\epsilon \eta$, et coniungantur (per primum postulatum) $\alpha \epsilon$, $\beta \epsilon$, $\gamma \epsilon$, $\delta \epsilon$. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa $\epsilon \zeta$, rectam lineam quamdam non extensam per centrum $\epsilon \eta$, ad angulos rectos $\epsilon \zeta$ bisariam dissecit, æqualis est igitur $\alpha \zeta$ ipsi $\beta \zeta$; dupla igitur est $\alpha \zeta$ ipsius $\alpha \zeta$, et ob id etiam $\gamma \eta$ ipsius $\delta \eta$, dupla est. Et est æqualis $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$; æqualis igitur est $\alpha \zeta$ ipsi $\delta \eta$. Et quoniam æqualis est $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quòd fit ex $\gamma \eta$, ei quòd fit ex $\alpha \zeta$ quadrato. Sed ei quòd fit ex $\alpha \zeta$ quadrato (per 4.7 primi) æqua sunt ea quæ fiunt ex $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$; quadrata rectus enim est angulus qui ad ζ . Ei autem quòd fit ex $\gamma \eta$, (per eandem) æqua sunt ea quæ fiunt ex $\gamma \eta$, $\epsilon \eta$, rectus enim est angulus qui ad η . Ea igitur quæ fiunt ex $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$ quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex $\gamma \eta$, $\epsilon \eta$ quadratis, quorum id quòd fit ex $\alpha \zeta$, æquum est ei quòd fit ex $\gamma \eta$, æqualis enim est $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$. Reliquum igitur quòd fit ex $\alpha \zeta$, reliquo quòd fit ex $\gamma \eta$ (per tertiam communē sententiam) est æquale. Æqualis igitur est $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro, quando à centris ipsas perpēdiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4. tertij) igitur $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$ æqualiter distant à centro. Sed iam $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$ rectæ lineæ æqualiter distant à centro, hoc est æqualis sit $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$. Dico quòd æqualis est $\alpha \beta$ ipsi $\gamma \delta$. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quòd $\alpha \beta$ dupla est ipsius $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$ ipsius $\gamma \eta$. Et quoniam æqualis est $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$, ex centro enim in circunferentiam, æquum est, quadratum quòd fit ex $\alpha \zeta$, ei quòd fit ex $\gamma \eta$ quadrato. Sed ei quòd fit ex $\alpha \zeta$ quadrato: æqualia sunt (per primi) quæ fiunt ex $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$ quadrata. Ei autem quòd fit ex $\gamma \eta$ quadrato: æqualia sunt (per eandem) ea quæ fiunt ex $\gamma \eta$, $\epsilon \eta$ quadratis. Ea igitur quæ fiunt ex $\alpha \zeta$, $\epsilon \zeta$ quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex $\gamma \eta$, $\epsilon \eta$ quadratis, quorum quòd fit ex $\alpha \zeta$, ei quòd fit ex $\gamma \eta$ est æquale: æqualis enim est $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$. Reliquum igitur quòd fit ex $\alpha \zeta$, (per 3. communem sententiam) æquum est ei quòd fit ex $\gamma \eta$, æqualis igitur est $\alpha \zeta$ ipsi $\gamma \eta$. At ipsius dupla est ipsa $\alpha \beta$ ipsius uerò $\gamma \delta$, dupla est ipsa $\gamma \delta$. Æqualis igitur est $\alpha \beta$ ipsi $\gamma \delta$. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro: et quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales: quod erat demonstrandum.

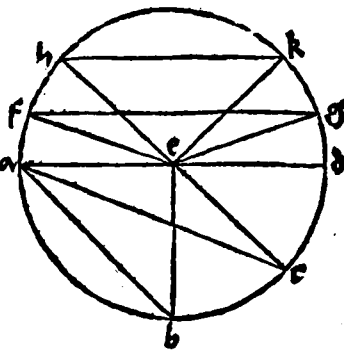


Euclid. ex Camp.

Propositio 14.

Intra circulū plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrū eius omnium longissimā, eiq; propinquoires remotiorib. lōgiores esse necesse est.

CAMPANVS. Sit utin circulo $a b$ euius centrum e cadant plurimæ lineæ quæ sint $a b$, $a c$, $a d$, $f g$, $h k$, sitq; $a d$, diameter. ipsam esse longissimam, & alias tanto maiores, quanto ipsi propinquoires. Ducantur enim à centro e , lineæ ad imitates omnium, quæ sint $e b$, $e c$, $e f$, $e g$, $e h$, $\& e k$, eruntq; primi, duo latera $e f$, $\& e g$, trianguli $e f g$, longiora $f g$, ipsa sunt æqualia $a d$, erit $a d$ maior $f g$. Eadem ratione erit quàm $a c$, quia $a e$ $\& e c$, sunt maiora $a c$, $\& æqualia ergo $a d$ maior est $a c$. Sic quoq; est maior $h k$, $\& maior etiam $a b$. Quod autem $f g$ sit maior $h k$, $\& a c$ quàm $a b$, patet,$$



quia cum duo latera $f e$, & $e g$, trianguli $f e g$, sint æqualia duobus lateribus $h e$ & $e k$ trianguli $h e k$, & angulus $f e g$, maior angulo $h e k$, erit per 24 primi basis $f g$ maior basi $h k$. Similiter quoque quia $a e$, & $e c$, sunt æqualia $a e$ & $e b$, & angulus $a e c$, maior angulo $a e b$, erit basis $a c$, per eandem maior basi $a b$, & sic est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 15.

In circulo, maxima quidem est dimetiēs, aliarum autem semper propinquior cētro, remotiore maior.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, dimetiens uero illius sit $\alpha \delta$, centrum autem sit ϵ . Et propinquior ipsi $\alpha \delta$, dimetienti sit $\beta \gamma$, remotior autem sit $\epsilon \delta$. Dico quod $\alpha \delta$, maxima est, maior autem $\beta \gamma$, quam $\epsilon \delta$. Excitetur (per 12 primi) ab ϵ , centro in ipsas $\beta \gamma$, & $\epsilon \delta$, perpendiculares $\epsilon \delta$, & $\epsilon \gamma$. Et quoniam propinquior quidem centro est $\beta \gamma$, remotior autem $\epsilon \delta$, maior est (per 4 diffinitionē) igitur $\epsilon \gamma$, ipsa $\epsilon \delta$. Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis $\epsilon \gamma$, ipsi $\epsilon \delta$, & (per undecimam primi) per ϵ , ipsi $\epsilon \gamma$ ad rectos angulos excitata $\epsilon \mu$, extendatur in ν . Et (per primū postulātū) coniungantur $\mu \nu$, & $\epsilon \gamma$. Et quoniam æqualis est $\epsilon \gamma$, ipsi $\epsilon \delta$, æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem) $\beta \gamma$, ipsi $\mu \nu$. Rursus quoniam æqualis est $\alpha \epsilon$, ipsi $\epsilon \mu$, & $\epsilon \delta$, ipsi $\epsilon \nu$: igitur $\alpha \delta$, ipsis $\mu \nu$, & $\epsilon \nu$, est æqualis. Sed $\mu \nu$, & $\epsilon \nu$, (per 20 primi) ipsa $\mu \nu$, maiores sunt. Igitur $\alpha \delta$, maior est quam $\mu \nu$. Et quoniam due $\mu \nu$, & $\epsilon \nu$, duabus $\epsilon \gamma$, & $\epsilon \delta$, sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circumferentiam, & angulus qui sub $\mu \nu$, angulo qui sub $\epsilon \nu$, maior est, basis igitur $\mu \nu$, (per 24 primi) basi $\epsilon \nu$, maior est. Sed $\mu \nu$, ipsi $\beta \gamma$, ostensa est æqualis, & $\beta \gamma$, igitur, quam $\epsilon \delta$, maior est. Maxima igitur est $\alpha \delta$, dimetiens, maior autem $\beta \gamma$ ipsa $\epsilon \delta$. In circulo igitur dimetiens maxima est: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior est: quod demonstrasse oportuit.

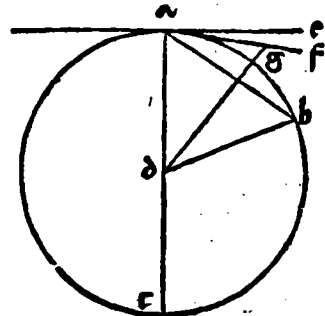
Euclid. ex Camp.

Propositio 15.



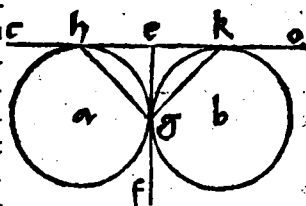
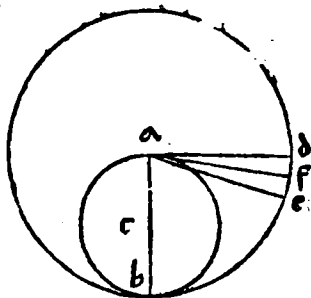
Ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducat, extra circulū eā cadere necesse est. Atque inter illā & circulū, aliam lineā rectā capi impossibile est. Angulū autē ab illa & circumferentia contentū, omnium acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uero intrinsecū à diametro & circumferentia contentum, omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipsum contingere.

CAMPANVS. Sit ut à termino a diametri $a c$, circuli $a b c$, cuius centrum d , ducatur linea orthogonaliter, dico quod ipsa cadit extra circulum, et quod inter lineam illam & circumferentiā, nulla alia recta linea intercipitur, & quod angulus quem ipsa & circumferentia continet, est minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duobus rectis lineis continetur, & quod angulus contentus à diametro & circumferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a , orthogonaliter super $a c$ lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea $a b$, & ducatur linea $d b$, eritque per 5 primi, angulus $d a b$, æqualis angulo $d b a$, & quia



& quia angulus dab , est rectus per hypothesin, habebit triangulus abd , duos angulos rectos, quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra, sitque a , quod si inter ipsam & circumferentiam potest linea recta intercipi, sit illa a , ad quam ducatur perpendicularis d g ; & quia angulus dga , est rectus, erit per 18 primi linea a , d , longior linea d g , quod est impossibile: quare inter ipsam, & circumferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quod angulus contentus ab a , & circumferentia, qui dicitur angulus contingentiae, est minor omni angulo a duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiae aequalis, aut eo minor: cum omnis talis possit per aequalia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a , & circumferentiam, posset linea recta intercipi, quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum a diametro & circumferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorem, quia non differt a recto, nisi in angulo contingentiae quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cum enim linea a , e , in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a , ipsa est contingens per definitionem.

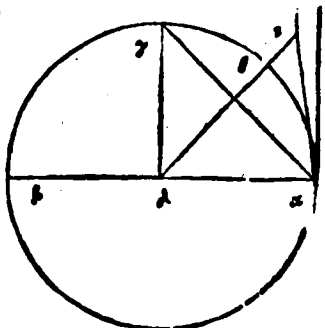
CAMPANI additio. Ex hoc notandum, quod non ualeat ista argumētatio, hoc transit a minori ad maius & per omnia media: ergo per aequale. Nec ista. Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire aequale, hoc autem sic patet. Sit circulus ab , super centrum c , cuius diameter a b , & ducatur ab eius termino a , linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterum super punctum a secundum quantitatem diametri a b , circulus b d , & imaginetur linea b , moueri super punctum a , per circumferentiam arcus b d , ita ut quod punctum b numeret omnia puncta arcus b d , quousque peruenerit ad lineam a d , & cooperiat ipsam. Et quia angulus ba est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui qualem non fecerit linea a b , cum diametro a b , minoris circuli, quia transfuit ad angulum rectum, dinumerans situm omnium angulorum acutorum, quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi, contento a semicircumferentia a b , & diametro a b , & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quod nullus in transitu ab acutis minoribus rectum maiorem intermedius: fuit ei aequalis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a cum puncto b , fuit in puncto e , arcus b e d . Quia ergo angulus e a b est aequalis angulo semicirculi praedicti, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorum per ultimam partem huius, erit angulus e a b , amplissimus omnium acutorum. Dilatur ergo angulus e a d , sicut proposuit 9 primi, per aequalia, ducatur linea a f , eritque (per 9 conceptionem) angulus fa b , amplior angulo e a b , quare erit aliquid, amplius amplissimo: quod est impossibile. Vel sic. Cum angulus e a b , sit aequalis angulo semicirculi si ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiae est talis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d aequalis uni recto, erit angulus e a d , aequalis angulo contingentiae & quia angulus contingentiae est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit iterum angulus e a d , ei aequalis, angustissimus omnium acutorum, sed angulus e a f , est eo maior per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non erit angulus rectilineus, aequalis angulo semicirculi. Et quia transitur a minori ad maius, & per aequale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque mentationem praedictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum. Probatur quod angulus contingentiae est diuisibilis secundum lineam rectam, ut constat per demonstrationem hic a latere positam. Certum est quod angulus qui causatur ex contactu duorum corporum uel sphaerarum, est angulus contingentiae: & talis diuidatur per lineam e g , quia hic utriusque triangulus h g k , cuius basis h k , diuidatur per aequalia in puncto e : & protrahatur e g , contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uicesimam sextam huius, & propositum.



Quae a diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circum-

ferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha\beta$, circa centrum Δ , & dimetientem $\alpha\beta$. Dico quod quæ ex α ipsi $\alpha\beta$, ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat interius sicut $\gamma\alpha$, & coniungatur $\Delta\gamma$. Et quoniam æqualis est $\Delta\alpha$, ipsi $\Delta\gamma$ (per 15 diffinitio- nem primi) ex centro enim in circumferentiam, æqualis est & angulus $\Delta\alpha\gamma$, angulo $\alpha\gamma\Delta$. Angulus autem $\Delta\alpha\gamma$, rectus est: rectus igitur est & qui sub $\alpha\gamma\Delta$. Anguli igitur qui sub $\Delta\alpha\gamma$, & $\alpha\gamma\Delta$, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab α si signo, ipsi $\alpha\beta$, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoque ostendemus, quod neque in ipsam circumferentiam, extra igitur cadit sicut $\alpha\gamma$. Dico quod in locum inter $\alpha\gamma$, rectam lineam, & $\beta\alpha$, circumferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim possibile est, cadat sicut $\delta\alpha$, & excitetur (per 12 primi) ab δ signo, in ipsam $\delta\alpha$, perpendicularis $\Delta\delta$. Et quoniam rectus est angulus $\alpha\delta\Delta$, minor recto autem qui sub $\delta\alpha\beta$, maior igitur est $\alpha\delta$, quam $\Delta\delta$.



Æqualis autem est $\delta\alpha$ ipsi $\delta\Delta$, ex centro enim in circumferentiam, maior (per 19 primi) igitur est $\Delta\delta$, ipsa $\delta\delta$, minor maiore, quod est impossibile. In locum igitur inter rectam lineam & circumferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quod & semicirculi angulus contentus sub $\alpha\beta$, recta linea & $\beta\alpha$, circumferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub $\gamma\alpha$, circumferentia & $\alpha\gamma$, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub $\alpha\beta$, recta linea & $\beta\alpha$, circumferentia continetur, minor uero eo qui sub $\gamma\alpha$, circumferentia & $\alpha\gamma$, recta linea continetur, in locum inter $\gamma\alpha$, circumferentiam & $\alpha\gamma$, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis, eo qui sub $\alpha\beta$, recta linea & $\beta\alpha$, circumferentia continetur, minorem autem eo qui sub $\gamma\alpha$, circumferentia & $\alpha\gamma$, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præostensam possibilitatem angulo contento sub $\alpha\beta$ recta linea, & $\beta\alpha$, circumferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neque etiam minor contento sub $\gamma\alpha$, circumferentia & $\alpha\gamma$, recta linea.

CORRELARIUM. Hinc manifestum est, quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta: ipsum circulum tangit, & quod recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij) quod quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

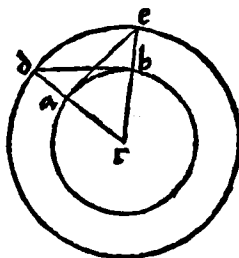
Propositio 16.

16



Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere.

CAMPANVS. Sit circulus datus $a\beta$, cuius centrum c , punctusque datus d , uolo ergo à puncto d , ducere lineam contingentem circulo $a\beta$. Produco lineam $d\epsilon$, secantem circumferentiam circuli $a\beta$, in puncto ϵ , super quam describo circulum $d\epsilon$, secundum quantitatem lineæ $d\epsilon$, concentricum circulo $a\beta$, & à puncto a , produco lineam $a\epsilon$, perpendicularem ad lineam $d\epsilon$, quæ secet circumferentiam circuli $d\epsilon$, in puncto e , & produco lineam ec , secantem circumferentiam circuli $a\beta$ in puncto b . Deinde produco lineam db , quæ erit contingens circulo $a\beta$. Quia enim duo latera $a\epsilon$ & $c\epsilon$, trianguli $a\epsilon\epsilon$ sunt æqualia duobus lateribus $b\epsilon$ & $c\epsilon$ d trianguli $b\epsilon\epsilon$, & angulus $c\epsilon\epsilon$ communis utriusque, erit per 4 primi angulus $e\alpha c$, æqualis angulo $d\beta c$, angulus autem $e\alpha c$, est rectus, quare angulus $d\beta c$, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea db , contingens circulo $a\beta$: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

Problema 2.

Propositio 17.

A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere.

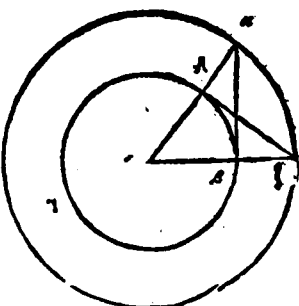
17

THEON ex Zamb. Sit quidem datum signum α , datus autem circulus sit $\beta\gamma$, oportet iam à dato signo α , dato circulo $\beta\gamma$, contingentem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, sitque illud δ , & coniungatur (per 1 postulatum) $\alpha\delta$. Et centro quidem δ , spatio uero $\alpha\delta$ (per 3 postulatum) circulus describatur $\delta\epsilon$, & ab ipso δ , ipsi $\alpha\delta$, ad angulos rectos excitetur $\delta\zeta$ (per 11 primi) & coniungantur (per 1 postulatum) $\delta\epsilon$, & $\alpha\beta$. Dico quod ab α signo, circulo $\beta\gamma$, contingens ducta est $\alpha\beta$. Quoniam enim signum, centrum

centrum est circulorum $\beta \gamma \delta$, & $\alpha \beta \gamma$, equalis est α , ipsi $\beta \gamma \delta$, ipsi $\alpha \beta \gamma$. Ex centro enim in circumferentiam. Due igitur $\alpha \beta \gamma$, $\alpha \beta \gamma$, duabus $\beta \gamma \delta$, & $\alpha \beta \gamma$, sunt equales, & angulum communem habent qui ad β basis igitur $\beta \gamma \delta$ (per 4 primi) basi $\alpha \beta \gamma$, est equalis, & triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \beta \gamma$, est equalis, & reliqui anguli reliquis angulis: equalis igitur est angulus $\beta \gamma \delta$, angulo $\alpha \beta \gamma$, rectus est autem qui sub $\beta \gamma \delta$, rectus igitur est & qui sub $\alpha \beta \gamma$, & est α , ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circum (per correlariū 6 tertij) igitur $\alpha \beta \gamma$, ipsum circum $\beta \gamma \delta$, tangit. A dato igitur signo α , dato circulo $\beta \gamma \delta$, contingens recta linea ducta est $\alpha \beta \gamma$, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 17.



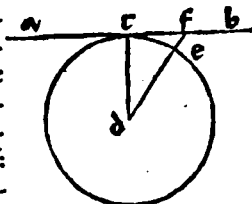
Si circum lineam rectam contingat, à contactu uero ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

CAMPANVS. Sit linea $a b$, contingens circum $c e$, cuius centrum sit d , in puncto c , qui iungatur cum centro per lineam $c d$. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo $d f$ perpendicularis ad eandem, quæ secet circumferentiam circuli in puncto e , eritque uterque angulorum qui sunt ad f & e igitur per 18 primi, linea $c d$, est maior linea $d f$, quod est impossibile. Constat itaque $d c$ esse perpendicularem super $a b$: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 16.

Propositio 18.

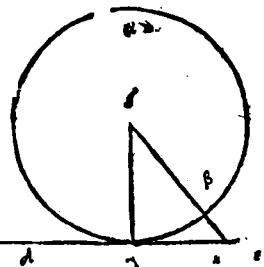


Si circum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpendicularis erit contingenti.

THEON ex Zamb. Circulū enim $\alpha \beta \gamma$, tangat recta linea quædam $\alpha \beta \gamma$, signo, & sumatur (per 1 tertij) centrum circuli $\alpha \beta \gamma$, sitque illud δ . Et ab δ , ducatur (per primum postulatum) $\delta \gamma$. Dico quod $\delta \gamma$, perpendicularis in $\alpha \beta \gamma$. Si enim non, excitetur (p 12 primi) ab δ in ipsam $\alpha \beta \gamma$, perpendicularis in $\alpha \beta \gamma$. Noniam igitur angulus $\delta \gamma \alpha$, rectus est, angulus igitur qui sub $\delta \gamma \beta$, est $\delta \gamma \beta$, maior igitur est angulus $\delta \gamma \alpha$, angulo $\delta \gamma \beta$, sub maiori autē angulo (p 18 primi) maius latus subtenditur, maior igitur est $\delta \gamma \alpha$, quam $\delta \gamma \beta$. Aequalis autem est $\delta \gamma \alpha$, ipsi $\delta \gamma \beta$: ex centro enim in circumferentiā: maior igitur est $\delta \gamma \alpha$, quæ $\delta \gamma \beta$, non maiore, quod est impossibile. Igitur $\delta \gamma$, ipsi $\delta \gamma$, non est perpendicularis: similiter quoque ostendemus, quod nulla alia præter $\delta \gamma$. Igitur $\delta \gamma$, perpendicularis est ipsi $\alpha \beta \gamma$. Si circum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ se tangitur reliqua: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 18.

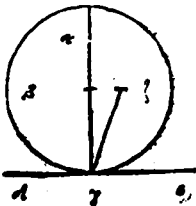


Si circum lineam rectam contingat, & à contactu in circum lineam quædam orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut prius linea $a b$ contingens circum $c e$ in puncto c , & à contactu ducatur linea intra circum $c e$, perpendicularis ad lineam $a b$. Dico quod centrum est in linea $c e$. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in $c e$, sit alibi ubicunque contingat, sitque d , & producat $d c$, eritque $d c$, per ipsam perpendicularis ad lineam $a b$, quod est impossibile, cum $c e$, posita sit perpendicularis ad ipsam. Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

Si circum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangenti angulos rectos recta linea quædam excitetur, in excitata centrum circuli.

THEON ex Zamb. Circulū enim $\alpha \beta \gamma$, tangat recta linea quædam $\alpha \beta \gamma$, in signo γ , ipso δ (p 11 primi) excitetur ad angulos rectos $\gamma \alpha$. Dico quod in ipsa $\gamma \alpha$, centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit δ , & (per 1 postulatum) coniungatur $\delta \gamma$. Noniam igitur igitur $\alpha \beta \gamma$, recta linea quædam $\alpha \beta \gamma$, tangit, à centro autē in cōta ducta est $\delta \gamma$ igitur (p 18 perpendicularis) est ipsi $\alpha \beta \gamma$. Rectus igitur est angulus $\gamma \alpha \delta$.



at angulus $\alpha \gamma$, rectus est, æqualis igitur est angulus $\beta \gamma$, ei qui sub $\alpha \gamma$, minor maiori, quod est impossibi-
le. Igitur β , centrum circuli $\alpha \beta \gamma$ non est. Similiter quoque ostendemus, quod nec alibi præter quam in $\alpha \gamma$.
Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangenti ad angulos rectos recta linea
excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 19.

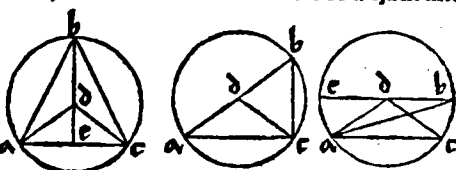


Sintra circulum angulus supra centrum consistat, alius uerò angulus supra circumferentiam cōsistens eandem basin habeat, interior superiori duplex erit.

CAMPANVS. Sit ut in circulo $a b c$, cuius centrum d , fiat angulus $a d c$, supra centrum, & angulus $a b c$ super circumferentiam, sitq; utriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus $a c$. Dico angulum $a d c$, duplum esse ad angulū $a b c$. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ $a b$ & $c b$, includunt duas lineas $a d$ & $d c$, aut alte-

ra earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarū.

Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figura tione apparet, & producat lineam $b d e$, eritq; per 32 primi, angulus $a d e$ extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis, qui sunt $b a d$ & $a b d$, anguli. Et



quia ipsi sunt æquales per quintā eiusdem, erit angulus $a d e$, duplus ad angulū $a b d$. Simili quoque modo erit angulus $e d c$, duplus ad angulum $d b c$, quare totus angulus $a d c$, duplus erit ad totum angulum $a b c$, quod est propositum. Quod si altera duarum linearum $a b$ & $b a$, fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt $a d$ & $b d$, ut in secundafiguratione apparet, per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quod si altera duarum linearum primarum secet alteram duarum postremarū, ut in tertiafiguratione apparet, ubi linea $a b$ secat lineam $d c$, producat lineam $b d e$. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo $e d a$, duplus ad angulum $d b a$, & totus angulus $e d c$, duplus ad totum angulum $d b c$, quare angulus $a d c$, duplus est ad angulum $a b c$: quod est propositum.

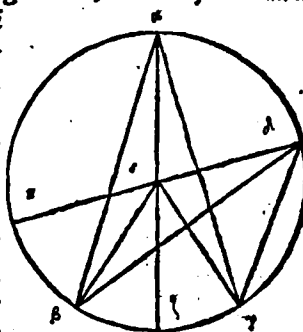
Euclid. ex Zamb.

Theorema 18.

Propositio 20.

In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circumferentiam, quando anguli eandem circumferentiam habuerint.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha \beta \gamma$, & ad eius centrum sit angulus $\epsilon \gamma$, ad circumferentiam uerò angulus $\beta \alpha \gamma$, habeant autem eandem basin, circumferentiam $\beta \gamma$. Dico quod duplus est angulus $\beta \alpha \gamma$, anguli $\beta \alpha \epsilon$. Ducta enim $\alpha \epsilon$ (per secundum postulatū) extendatur in δ . Quoniam enim æqualis est $\alpha \epsilon$, ipsi $\beta \epsilon$, ex centro enim in circumferentiam, æqualis est angulus $\alpha \beta \epsilon$, ei qui sub $\beta \alpha \epsilon$. Anguli igitur $\alpha \beta \epsilon$, & $\beta \alpha \epsilon$ (per 3 primi) eius qui est sub $\beta \alpha \epsilon$, dupli sunt: æqualis autem est qui sub $\epsilon \gamma \delta$ (per 32 eiusdem) eis qui sub $\beta \alpha \epsilon$ & $\beta \alpha \epsilon$. Angulus igitur $\beta \alpha \delta$, ipsius $\alpha \beta \epsilon$, duplus est. Et perinde angulus $\delta \gamma$, eius qui sub $\alpha \gamma$ (per eandem) duplus est. Totus igitur $\beta \gamma$, totus qui sub $\beta \alpha \gamma$, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus $\beta \alpha \gamma$, & ducatur (per 1 postulatū) δ , extendaturq; (per 2 postulatū) in ν . Similiter quoq; ostendemus quod duplus est $\nu \gamma$, angulus eius qui sub $\delta \gamma$, est anguli. Quorum qui sub $\nu \gamma$, duplus est eius qui sub $\delta \gamma$. Reliquos igitur qui sub $\beta \gamma$, eius qui est sub $\beta \delta \gamma$, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circumferentiam, quando eandem circumferentiam basin habuerint ipsi anguli: quod oportuit demonstrasse.



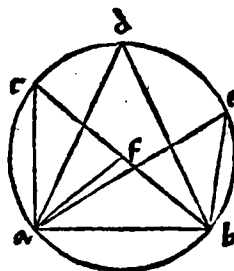
Euclid. ex Camp.

Propositio 20.



Si in una circuli portione, anguli super arcum consistent, angulos quoslibet æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in portione $a d b$, circuli $a b c$, cuius centrum sit f , consistent quotlibet anguli super arcum $a d b$, qui sunt $e d c$. Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda $a b$, & ab eius extremitatibus ducantur in centrum lineæ $a f$, & $b f$, eritq; per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquemque eorum



um duplus, quare ipsi sunt æquales: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 19.

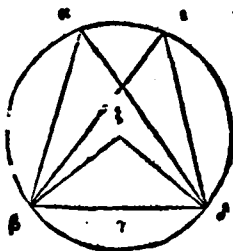
Propositio 21.

In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.

THEON ex Zamb. Sint in segmento $\alpha\beta\gamma\delta$, circuli $\alpha\beta\gamma\delta$, anguli qui sub $\alpha\beta\delta$, & $\beta\gamma\delta$. Dico quod anguli $\alpha\beta\delta$, & $\beta\gamma\delta$, sibi inuicem sunt æquales. Descripiatur enim (per primam tertij) centrum circuli $\alpha\beta\gamma\delta$, sitq; illud ϵ . Et circantur (per primum postulatam) $\alpha\epsilon\delta$, & $\beta\epsilon\delta$. Et quoniam angulus $\beta\epsilon\delta$, est ad centrum, angulus autem qui sub $\alpha\beta\delta$, ad circumferentiam, & eandem habent sin circumferentiam $\alpha\beta\gamma$, angulus igitur $\beta\epsilon\delta$ (per præcedentem) duplus eius qui sub $\alpha\beta\delta$, & per hoc angulus $\beta\epsilon\delta$, duplus est etiam eius qui sub $\alpha\beta\delta$. Aequalis igitur est (per communem sententiam dicentem, quæ eiusdem est dimidium, adinuicem sunt æqualia) angulus $\alpha\beta\delta$, angulo $\beta\gamma\delta$. In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales: quod demonstraſſe oportuit.

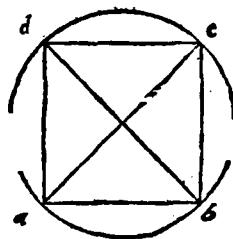
Euclid. ex Camp.

Propositio 21.



Intra circulum quadrilaterū describatur, quolibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum $abcd$, inscriptum circulo $abcd$. Dico quosq; eius duos angulos oppositos esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri ad , & bc , eritq; per præmissam, angulus cbd æqualis angulo cad , & angulus abd æqualis angulo acd , quare totus abc , æqualis erit duobus angulis qui sunt acd & cad . Et quia ipsi cū angulo adc sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erūt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod est propositum. Similiter quoq; probabo angulos c & a totales, esse æquales duobus rectis.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 20.

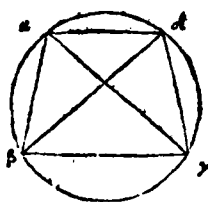
Propositio 22.

In circulis quadrilaterorum existentium, anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.

THEON ex Zamb. Sit circulus $\alpha\beta\gamma\delta$, & in eo quadrilaterum sit $abcd$. Dico quod anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatam) ac , & bd . Quoniam igitur (per 32 primi) trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur abc anguli $\gamma\alpha\beta$, $\alpha\beta\gamma$, & $\beta\gamma\alpha$, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem $\gamma\alpha\beta$, angulo $\alpha\delta\gamma$ est æqualis (per 21 tertij) in eodem segmento $\alpha\beta\delta$. Angulus uero $\alpha\gamma\beta$ (per eandem) angulo $\alpha\delta\beta$, in eodem segmento $\alpha\beta\delta$. Totus igitur qui sub $\alpha\delta\gamma$, eis qui sub $\alpha\delta\beta$ est æqualis, communis apponatur angulus $\alpha\beta\gamma$. Anguli igitur qui sub $\alpha\beta\gamma$, $\beta\alpha\gamma$, & $\alpha\gamma\beta$, sunt duobus rectis sunt æquales: sed qui sub $\alpha\beta\gamma$, $\gamma\alpha\beta$, & $\alpha\gamma\beta$, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quod etiam anguli c & a , & d & b , duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales: quod demonstraſſe oportebat.

Euclid. ex Camp.

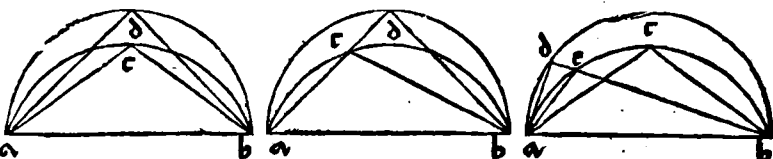
Propositio 22.



Vas similes circuli portiones inæquales, supra unā rectam lineam assignatam, ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea ab , super quā fiat portio circuli, acb . Dico quod super eandem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quod si fuerit possibile, fiat ergo portio adb , maior ea, sit similis ei, fiat ergo angulus a adb in portione minori, & angulus a acb in maiori, ut lineæ ad , & db , includant lineas ac & cb , ut in figuratione prima apparet. Si primarū, una fiat cum altera postremarum, ut in secunda. Aut ut altera secet alteram, quod si fuerit primo modo, erit per uicesimam primā primi, angulus c maior angulo d , non

d, non ergo portiones similes per diffinitionē. Quod si secundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimā sextam primi: non igitur erunt portiones similes. Si autem tertio modo, sit ut linea b d, secet lineam a c, & secet circumferentiam portio- nis minoris in puncto e, & ducatur linea e a.



a. Erity per eandem decimā sextam primi, angulus a e b, consistens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo sunt portiones similes. ¶ Simili quoque modo probabis, quod super eandem lineam non fiet portio similis portioni a c b, minor ea: posito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per præmissas & per 21 primi, & per 16 eiusdem & præmissis modo, angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt similes. Et nota, quod licet proponatur super lineam unam non posse fieri portiones similes in æquales ex eadem parte: uerum est tamen, quod neq; ex diuersis partibus. Quodlibet probare, minore quæ est ex una parte, superposita maiori quæ est ex altera. Necessè enim erit per communem scientiam, ipsam a maiori excedi, non ergo sunt similes per hanc 22.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 21.

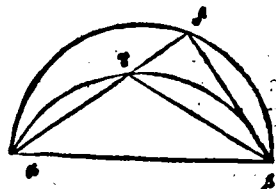
Propositio 23.

Super eadem recta linea, duo segmenta circulorum similia, & inæqualia, non constituentur ad easdem partes.

THEON ex Zamb. Si enim possibile, super eadem recta linea a b, duo circulorum segmenta similia & inæqualia constituentur ad easdem partes a, & b, & a d, & b, & ducatur (per primum postulatum) a c, & coniungantur (per 2 postulatum) c d, & a b. Quoniam igitur segmentum a c b, simile est segmento a d b, similiaq; circulorum segmenta sunt quæ æquales angulos suscipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur a c b, angulo a d b, est æqualis, exteriori interiori: quod (per 16 primi) est impossibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum segmenta similia & inæqualia non constituentur ad easdem partes: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp.

Propositio 23.



Si circulorum similes portiones supra lineas æquas fuerint, ipsas portiones æquas esse oportet.

CAMPANUS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, super quas sunt duæ portiones circulorum a c b, c d, quæ sunt similes. Dico quod ipsæ sunt æquales. Si enim non sunt æquales, altera earum superposita alteri, excedet maior minorem. Sed linea a b, non excedet lineam c d, nec excedetur ab ea: cum sint æquales. Quare accidet contrarium præmissæ, quod est impossibile. Erit enim a b & c d linea una.



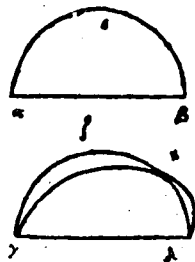
Euclid. ex Zamb.

Theorema 22.

Propositio 24.

Super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta constituta, sibi inuicem sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Super æqualibus, inquam, rectis lineis a b, & c d, similia circulorum segmenta a c b, & c d, constituentur. Dico quod æquum est segmentum a c b, segmento c d. Congruente namq; segmento a c b, ipsi c d, segmento, & posito signo a, super signo c, recta uero linea a b, ipsi recte linea c d congruente, & b signum congruet ipsi d signo, quoniam æqualis est a b, ipsi c d. Congruente autem a b, recta linea ipsi c d, congruit a b, segmentum ipsi c d. Si enim a b, recta linea ipsi c d congruit, segmentum autem a c b, ipsi c d, non congruit, sed differt sicut c d, circulus autem circulum (per uicesimam tertij) non secatur in pluribus signis duobus. Sed c d, ipsum c d, in pluribus quàm duobus signis, hoc est c d, secatur, quod (per eandem) est impossibile. Non igitur, congruente a b, recta linea ipsi c d, non congruit quoque & segmentum a c b, segmento c d. Congruunt igitur & ei est æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis similia circulorum segmenta constituta, sibi inuicem sunt æqualia: quod erat demonstrandum.



Euclid.

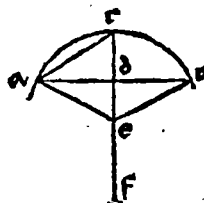
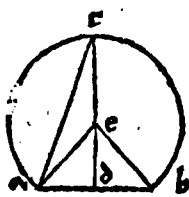
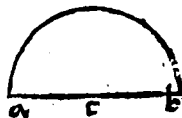
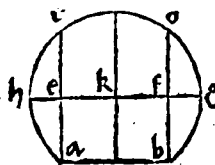
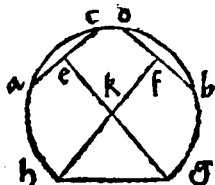
Euclid. ex Camp.

Propositio 14.



Ati semicirculi, siue semicirculo maioris siue minoris portionis, circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc conclusionem, est ex omni arcu dato, siue ex omni circuli porzione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunque coniungat, quæ sint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in puncto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ secant se in puncto k. Erity per correlarium primum huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare centrum est punctum k. Si autem g non secet f h, sed sint linea una, quemadmodum erit si duæ lineæ a c & b d sint æquidistantes: incipia applicabitur circumferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipsa igitur diuisa per medium in puncto k, eritibi centrū circuli per idem correlarium. Si æquidistantes autem non erunt e g & f h, quia cum in utraq; sit centrū circuli per dictū correlarium, essent idem circuli duo centra. Sic potest de omni arcu, siue omni portione communiter demonstrari, qualiter circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc conclusionem uariare secundum diuersas species arcuum, omnium portionū enumerando species: demonstramus diuisim per species, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū portio data, semicirculus: erity per diffinitionem semicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuisa per medium in puncto c, erit c centrū circuli. Sit rursus portio a c b semicirculo maior, cuius chorda sit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipsam, transibit per centrum, per correlarium primū huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a c minor diametro, cum sit a c b portio maior semicirculo, erit a d minor semidiametro, sed d c maior semidiametro, ergo d c est maior quam a d: ergo per 19 primi angulus e a d est maior angulus c a d. Fiar itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ secet m c d in puncto e, erity per 6 primi, linea a e æqualis lineæ c e: producatur igitur linea e b, per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c sunt æquales, ergo per 6 primi e c est centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor semicirculo: cuius chorda sit a c, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quæ circumferentiam in puncto c: hanc manifestum est transire per centrum per correlarium primum huius. Produco iterum lineam a c, erity angulus a c d maior angulo c a d. Si est æqualis, a c b semicirculus: & si minor, erit maior semicirculo: positum est autem quod sit minor. Protrahitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & secet lineam c f in puncto e: & manifestū est quod punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b quia angulus a totalis est æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & per 4 primi, linea e b est æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quod propositum, secundum omnes species portionum circuli.



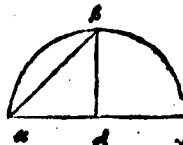
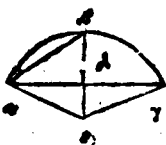
Euclid. ex Zamb.

Problema 3.

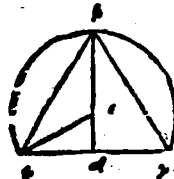
Propositio 25.

circuli segmento dato, describere circulum cuius est segmentum.

NON ex Zamb. Sit datum segmentum circuli a b c. Et iam segmenti a b c, circulum cuius est segmentum. Secetur enim (per 10 primi) a c, bisariam in d. Et (per 11 eiusdem) à signo d, ipsi a c, ad angulos a d c & c d a coniungatur (per primum postulatū) a b. Erity a b c, angulo b a d comparatus, aut eo est ei æqualis, aut eo minor. Sit prius maior, & constituatur (per 23 eiusdem) ad ipsam c a, rectam c d, in ea a, ipsi angulo a b d, æqualis angulus b a c. Et extendatur (per 2 postulatū) c d, coniungatur (per 1 postulatū) a c, quoniam igitur angulus a b c, æqualis est angulo b a c, æqualis erit 6 primi) recta linea a b, ipsi a c. Et quoniam æqualis est a d, ipsi d c, communis autem d c,



due igitur $\alpha\delta$, & $\beta\gamma$, duabus $\gamma\delta$, & $\delta\epsilon$, sunt æquales altera alteri. Et angulus $\alpha\delta\epsilon$ (per 4 postulatam) angulo $\gamma\delta\epsilon$ est æqualis, rectius enim uterq. Et basis igitur $\alpha\epsilon$ (per 4 primi) basi $\gamma\epsilon$, est æqualis. Sed α ipsi ϵ , ostensa æqualis est. Igitur β ipsi γ , est æqualis. Tres igitur α , β , & γ , sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur γ , spatio autem (per 3 postulatam) aut α , aut β , aut ϵ , circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quod segmentum $\alpha\beta\gamma$, minus est semicirculo, quoniam ϵ , centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus $\alpha\beta\delta$, æqualis fuerit angulo $\beta\alpha\delta$. Si $\alpha\delta$, æquali existente utriusq. ipsarum $\epsilon\delta$, & $\delta\gamma$, tres igitur α , β , & γ , sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrū δ , completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus $\alpha\beta\gamma$. Si autem $\alpha\beta\delta$, minor fuerit $\beta\alpha\delta$, constituemus (per 23 primi) ad $\beta\alpha$ rectam lineam, & ad signum in ea α , angulo $\alpha\beta\delta$, æqualem intra $\alpha\beta$ segmentum. Segmenti centrum cadet super $\delta\beta$, ut ϵ , & erit, uidelicet segmentū $\alpha\beta\epsilon$, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum: quod fecisse oportuit.



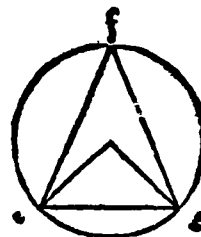
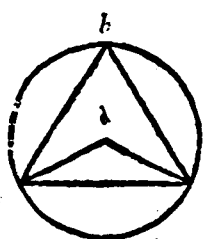
Euclid. ex Camp.

Propositio 25.



In æquis circulis seu super centra, seu super circumferētiis, æquales anguli consistent, super æquos arcus eos cadere necesse est.

CAMPANUS. Sint duod circuli æquales abc , cuius centrum d , & efg , cuius centrum h , & fiant supra centra eorū, duo anguli adc & ehg , qui ponantur æquales. Dico duos arcus abc , & efg , esse æquales. Prolongantur duæ lineæ ac & eg , & fiant duo anguli in circumferētijs ipsorum, consistentes supra prædictos arcus, qui sint angulus abc & angulus efg . Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorū semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, & nea a æqualis lineæ e g , & per 19 huius, erit angulus b , æqualis angulo f , cum d angulus sit æqualis angulo h . Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones abc & efg , sunt similes: & quia ipsæ sunt super lineas ac & eg æquales, ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus abc & efg , sunt æquales. Quod si anguli b & f qui sunt in circumferētia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones similes, & anguli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ ac & eg æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cum sint similes, & super æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod est propositum.



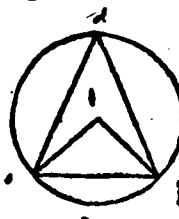
Euclid. ex Zamb.

Theorema 23.

Propositio 26.

In æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circumferētijs insistent, siue si ad centra, siue si ad circumferētiis consistent.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli, $\alpha\beta\gamma$, & $\delta\epsilon\zeta$, & in eis sint anguli æquales ad centra qui dem, qui sub $\alpha\beta\gamma$, & $\delta\epsilon\zeta$, ad circumferētiis autem, qui sub $\beta\alpha\gamma$, & $\epsilon\delta\zeta$. Dico quod circumferētia $\beta\alpha\gamma$, æqualis est circumferētie $\epsilon\delta\zeta$. Coniungantur (per primum postulatam) $\beta\gamma$, & $\epsilon\zeta$. Et quoniam circuli $\alpha\beta\gamma$, & $\delta\epsilon\zeta$, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij) Due igitur $\beta\gamma$, & $\epsilon\zeta$, duabus $\gamma\delta$, & $\delta\epsilon$, sunt æquales. Et angulus qui ad α , angulo qui ad δ est æqualis. Et quoniam angulus qui ad α , æqualis est angulo qui ad δ , segmentum igitur $\beta\alpha\gamma$ (per 24 tertij) simile est segmento $\epsilon\delta\zeta$, & sunt in æqualibus rectis lineis $\beta\gamma$, & $\epsilon\zeta$. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentum igitur $\beta\alpha\gamma$, æquale est ipsi $\epsilon\delta\zeta$ segmento. Est autem totus circulus $\alpha\beta\gamma$, æqualis toti circulo $\delta\epsilon\zeta$. Reliqua igitur $\gamma\alpha\beta$ circumferētia (per 3 communem sententiam) reliquæ $\epsilon\zeta\delta$, circumferētie est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circumferētijs insistent, siue si ad circumferētiis, siue si ad centra consistent: quod demonstrasse oportuit.



Euclid.

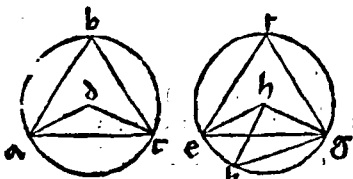
Euclid. ex Camp.

Propositio 26.

In æquis circulis æqui sumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui supra centra eorū, seu supra circumferentias constituentur, æquos esse necesse est.



CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales abc , cuius centrum d , & efg cuius centrum h : sintq; duo arcus abc & efg æquales: fiantq; super ipsos arcus, duo anguli in cetro qui sint d & h : ductis $a d, c d, e h, g h$. Itemq; super eodēdem arcus fiant duo alij anguli in circumferentia, qui sint b & f : ductis lineis $a b, c b, e f$ & $g f$. Dico duos angulos d & h , ad inuicem esse æquales: itemq; duos b & f , ad inuicem esse æquales. Et est hæc conuersa prioris. Si enim non sunt d & h anguli ad inuicem æquales: sit ergo h maior, à quo abscindatur angulus $k h g$, qui sit æqualis angulo d , eritq; per præmissam, arcus $k e f g$, æqualis arcui $a b c$. Sed duo arcus $a b c$ & efg positi, sunt æquales: accidet ergo partem esse æqualem toti: quod est impossibile. Quare anguli d & h totales, sunt æquales. Simili quoq; modo probabis angulos b & f , esse æquales: uel si mauis, probato quod anguli d & h sint æquales: sequitur b & f esse æquales per 19 huius, & conuerso.



Euclid. ex Zamb.

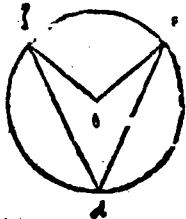
Theorema 23.

Propositio 26.

Conuersa præcedentis.

In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circumferentijs insunt, ubi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circumferentias fuerint constituti.

THEON ex Zamb. In æqualibus enim circulis $a b c$, & $d e f$, super æqualibus circumferentijs abc & def , ad centra d & e , anguli consistant B & E : ad circumferentias autem B & E . Dico quod angulus B , æqualis est angulo E : angulus B , æquus est angulo E . Siquidem angulus B , æquus est angulo E : manifestum est quod angulus etiam B , æquus est angulo E per 20 tertij. Si uero non, alter eorum maior est: sit maior angulus B , & constitutur per 23 primi, rectam lineam g , ad datumq; in ea signum h : angulo E æqualis angulus $B h g$. Anguli autem æquales super æqualibus circumferentijs consistunt, per 20 tertij, unde ad centra fuerint: æqualis igitur est circumferentia B , circumferentia E . Ipsi B & E est æqualis: & B igitur, ipsi B est æqualis: minor maiori, quod impossibile. Angulus igitur B , angulo E in æqualis non est: æqualis igitur est ipsius quidem anguli B , dimidiatus angulus qui ad a , per 20 tertij. Ipsius E dimidiatus angulus qui ad d per eandem. Aequalis igitur est angulus qui ad a , angulo qui ad d : in æqualibus igitur circulis anguli super æqualibus circumferentijs consistentes, sibi inuicem sunt æquales: siue si ad centra, siue si ad circumferentias fuerint constituti: quod demonstrasse oportuit.



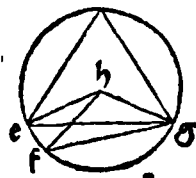
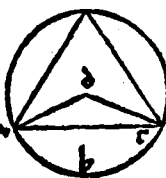
Euclid. ex Camp.

Propositio 27.



In circulis æqualibus æquæ lineæ arcus refecent, arcus quoque æquos esse: si autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abscindi necessarium est.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales abc , cuius centrum d , & efg cuius centrum h : sintq; corda $a c$ æqualis $e g$. Dico duos arcus abc & efg , quos prædictæ $a c$ ex prædictis circulis refecant, esse æquales. Quod si $a c$ & $e g$ ponatur maior chorda $a c$: dico arcum $e f g$ esse maiorem arcu abc . Primum quidem sic probatur. Du à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ sint $h e, h g$: & quia circuli positi sunt fore æquales, erunt



hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicq; patet primum.

Secundum sic. Sit e g maior a c: eritq; per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritq; per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcui a b c: quod est secundum propositum.

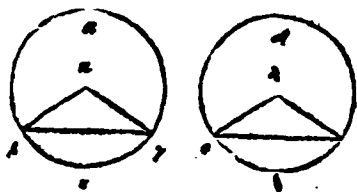
Euclid. ex Zamb.

Theorema 25.

Propositio 28.

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circumferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, & in eis sint æquales rectæ lineæ $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$: circumferentias $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$ maiores auferentes, circumferentias autem $\beta \gamma \delta$ & $\epsilon \zeta \eta$ minores. Dico quod circumferentia $\alpha \beta \gamma$ maior, æqualis est circumferentiæ $\delta \epsilon \zeta$ maiori: circumferentia uero $\beta \gamma \delta$ minor, æqualis est circumferentiæ $\epsilon \zeta \eta$ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) sintq; $\kappa \lambda$, & coniungantur $\kappa \beta$, $\kappa \gamma$, $\lambda \epsilon$, $\lambda \zeta$. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoq; sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Due igitur $\kappa \beta$ & $\lambda \epsilon$, duabus $\kappa \gamma$ & $\lambda \zeta$ sunt æquales. Et basis $\beta \gamma$ (per hypothesin) basi $\epsilon \zeta$ est æqualis: angulus igitur $\kappa \beta \gamma$ (per 8 primi) angulo $\lambda \epsilon \zeta$ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circumferentijs insistant: etiam quando ad centra fuerint constituti. Circumferentia igitur $\alpha \beta \gamma$, æqualis est circumferentiæ $\delta \epsilon \zeta$: est autem totus circulus $\alpha \beta \gamma$, toti circulo $\delta \epsilon \zeta$ æqualis. Reliqua igitur circumferentia $\beta \gamma \delta$ (per 3 communem sententiam) reliquæ circumferentiæ $\epsilon \zeta \eta$ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circumferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori: quod demonstrasse oportuit.



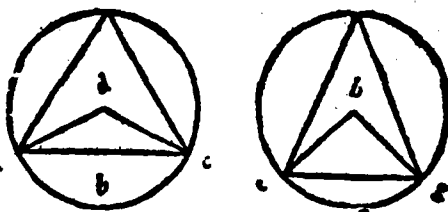
Euclid. ex Camp.

Propositio 28.



In æqualibus circulis æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius cætrum d, & e f g, cuius centrum h: sitq; arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quod chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est hæc conuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntq; per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositum. Quæcunq; autem probatæ sunt passionis de diuersis circulis æqualibus, intellige multo fortius ueras esse de eodem.



Euclid. ex Zamb.

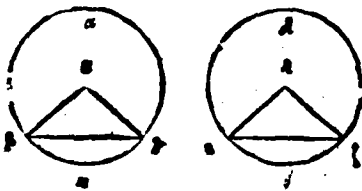
Theorema 26.

Propositio 29.

Conuersa præcedentis.

In æqualibus circulis, sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, & in eis æquales sumantur circumferentiæ $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, coniunganturq; $\beta \gamma$ & $\epsilon \zeta$ rectæ lineæ. Dico quod æqualis est recta linea $\beta \gamma$ ipsi $\epsilon \zeta$ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra: sintq; $\kappa \lambda$, & coniungantur $\kappa \beta$ & $\lambda \epsilon$, $\kappa \gamma$ & $\lambda \zeta$. Et quoniam circumferentia $\alpha \beta \gamma$, æqualis est ipsi $\delta \epsilon \zeta$ circumferentiæ: æqualis est angulus $\kappa \beta \gamma$ angulo $\lambda \epsilon \zeta$ (per decimam diffinitionem tertij) Et quoniam circuli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$ sunt æquales: & quæ ex centris quoque sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem) Due igitur $\kappa \beta$ & $\lambda \epsilon$, duabus $\kappa \gamma$ & $\lambda \zeta$ sunt æquales, & angulos comprehendunt æquales. Basis igitur $\beta \gamma$ (per 4 primi) basi $\epsilon \zeta$ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur: quod demonstrasse oportuit.



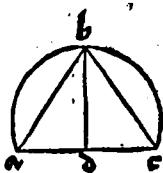
Euclid.

Euclid. ex Camp.

Propositio 29.

Arcum arcum per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit datus arcus $a b c$, cui subtrahatur chorda $a c$, quæ diuidatur per æqualia in puncto d , à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit $d b$: secans circumferentiam dati arcus in puncto b , quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducatur enim linea $b a, b c$, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus $a b$, erit æqualis arcui $b c$: quod est propositum.



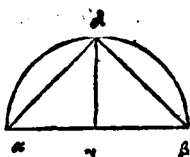
Euclid. ex Zamb.

Problema 4.

Propositio 30.

Datam circumferentiam, bifariam secare.

THEON ex Zamb. Sit data circumferentia $a d \beta$, oportet iam ipsam circumferentiam $a d \beta$, bifariam secare. Coniungatur $a \beta$, seceturq; (per 10 primi) bifariam in γ signo: ex ab ipso γ , ipsi $a \beta$ rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γd , ex coniungantur $a d$ & $d \beta$. Et quoniam æqualis est $a \gamma$, ipsi $\beta \gamma$, communis autem γd : due igitur $a \gamma$ & $\beta \gamma$, duobus $\beta \gamma$ & γd sunt æquales: ex angulus $a \gamma d$ (per 4 postulatam) angulo $\beta \gamma d$ est æqualis: rectus enim uterque est.



Basis igitur $a d$ (per 4 primi) basi $d \beta$ est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ, æquales circumferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipsarum circumferentiarum $a d$ & $d \beta$, semicirculo minor est: æqualis igitur est circumferentia $a d$, ipsi $d \beta$ circumferentia. Data igitur circumferentia, bifariam secta est: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

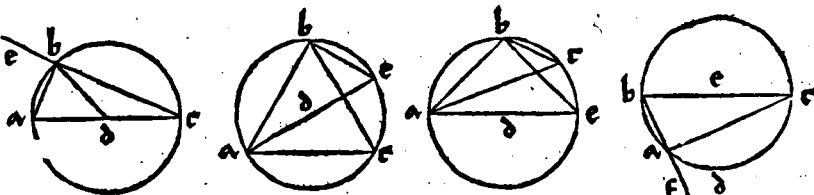
Propositio 30.



I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum constituitur, rectus est. Si uero in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemq; omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uero, recto minor de

necessitate erit.

CAMPANVS. Sit in circulo $a b c$ cuius centrum d & diameter $a c$, semicirculus $a b c$ cuius semicirculi circumferentia fiat angulus $a b c$, ductis lineis $a b$ & $b c$. Dico illum angulum esse rectum.



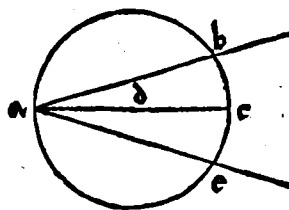
Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea $b d$: eritq; per 5 primi, angulus $a b d$, æqualis angulo $a c b$: & angulus $b d c$, æqualis angulo $c d b$. Et quia angulus $c d b$ est æqualis duobus angulis $d b a$, & $a d b$ (per 31 primi): ipse erit duplus ad angulum $d b a$. Eadem ratione angulus $a d b$, duplus erit ad angulum $d b c$: ergo duo anguli $c d b$ & $a d b$, dupli sunt ad totalem angulum $a b c$: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus $a b c$ totalis, medietas duorum rectorum, quare rectus: quod est primum propositum.

IDEM aliter. Protrahatur $c b$ usq; ad e , eritq; per 32 primi, angulus $a b e$, æqualis duobus angulis $a \beta c$, & quia angulus a est æqualis $a b d$, & angulus c angulo $c b d$: erit angulus $a b e$ æqualis toti angulo $a b c$: ergo uterq; eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo $a b c$ cuius centrum d , portio $a b c$ cuius chorda $a c$, maior semicirculo: & fiat super eius circumferentiam angulus $a b c$, ductis lineis $b a$ & $b c$. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter $a d e$ & linea $b e$: eritq; per primam partem huius b totalis, rectus: ut angulus $a b c$, erit minor recto per 9 communem scientiam, cum sit pars eius, sicq; patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo $a b c$ cuius centrum d , portio $a b c$ cuius chorda $a c$ sit semicirculo minor, & fiat super eius circumferentiam angulus $a b c$, ductis lineis $b a$ & $b c$. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producantur enim diameter $a d e$ & linea $b e$, eritq; per primam partem huius, angulus $a b e$ rectus, quare angulus $a b c$ erit maior recto, quod est

tertium propositum. Quartum & quintum sic. Sint in circulo $a b c d$ cuius centrum e , portio $a b c$, cuius chorda $a c$ maior semicirculo: & portio $a d c$ cuius eadem chorda $a c$ minor semicirculo. Dico angulum contentum ab arcu $c b a$ & chorda $a c$, esse maiorem recto: & angulum contentum ab arcu $c d a$ & chorda $a c$, esse minorem recto. Producat diametrum $c e b$, & linea $b a$, usque ad f , eritque per primam partem huius, angulus $b a c$ rectus, quare per 13 primi, angulus $f a c$, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrumque, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio.

Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumentationes: ad quas nullimus instantiam in 15 huius. Transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris, qui est minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cum enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15, quam angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uero maioris sit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circumferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo $a b c$ cuius centrum d , linea $a b$ cui non sit determinatus finis ex parte b , secans ex ipso b portionem semicirculo minorem: eritque per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli sit diametrum $a d c$, & imaginetur linea $a b$, moueri ad partem c super punctum a : quæ quoad fuerit citra c , uel in ipso c , cooperiens diametrum $a d c$ faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c , uelut in e : faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Transitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & minorem, non tamen æqualem, ut demonstratum est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex ista demonstratione.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 27.

Propositio 31.

In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui uero in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto.

THEON ex Zamb. Sit circulus $a b$, d : dimetiens autem eius sit e , centrum uero i . Sumaturque in semicirculo signum ut cunq, sitque illud d & coniungantur $a d$, $a e$, $d e$. Dico quod angulus in $a b$ semicirculo, rectus est. Angulus autem in $a b$ segmento maiore semicirculo, qui est sub $a b$, recto minor est. Angulus uero in $a d$ minore semicirculo segmento, qui est sub $a d$, recto maior est. Coniungatur $a e$, & extendatur $a d$ in f . Et quoniam æqualis est $a d$ ipsi $a e$, ex centro enim in circumferentiam: æqualis est angulus $i a d$ angulo $i a e$ (per 5 primi). Rursus quoniam æqualis est $a e$ ipsi $d e$, æqualis est per eandem, angulus qui sub $a e$ ei qui sub $d e$. Totus igitur angulus $a d e$ duobus angulis $a d i$ & $i a e$ est æqualis. Angulus autem qui sub $a d$, extra ipsum triangulum $a d e$: duobus angulis $a d i$ & $i a e$ est æqualis, per 32 primi. Æqualis igitur est angulus $a d e$ angulo $i a e$: rectus igitur uterque est. In semicirculo igitur $a b$, angulus qui sub $a b$, rectus est. Et quoniam trianguli $a d e$, duo anguli $a d i$ & $i a e$ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus autem $a d e$ rectus est: angulus igitur qui sub $a b$, recto minor est, & est in segmento $a d$, maiore semicirculo. Et quoniam in circulo inest quadrilaterum $a b d e$, in circulis autem quadrilaterorum consistentium (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur $a b d$ & $d e b$, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus $a b d$ recto minor est. Reliquus igitur angulus $a d e$ maior est recto, & in segmento minore semicirculo est. Dico iam etiam quod angulus segmenti maioris, comprehensus sub $a b$, circumferentia $a b$, recta linea, recto maior est: angulus autem minoris segmenti comprehensus sub $a d$, circumferentia $a d$, recta linea, recto est minor, manifestumque illinc est. Quoniam enim angulus comprehensus sub $a b$ & $a d$, rectis lineis, rectus est: angulus igitur comprehensus sub $a b$, circumferentia $a b$, recta linea, maior est recto: quoniam totum sua parte maius est (per 9 communem sententiam). Rursus quoniam angulus comprehensus sub $a d$, et $a b$ rectis lineis, rectus est: angulus igitur sub $a d$ recta linea et $a b$ circumferentia comprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existens, rectus est: qui uero in maiore segmento, recto est minor: in minori autem, recto est maior.

Et insuper

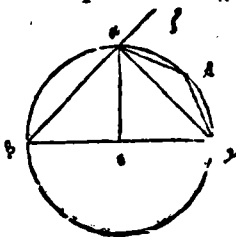
Et insuper angulus maioris segmenti, maior est recto: minoris autem segmenti, recto minor: quod demonstrasse oportuit. ALIA ostensio, quod angulus qui sub $\beta \alpha \gamma$, rectus est. Quoniam angulus $\alpha \gamma \beta$, eius qui sub $\beta \alpha \gamma$, duplus est (per 12 primi) æqualis namque est duobus interioribus ex opposito: interiores autem (per 5) sunt æquales: angulus autem $\beta \alpha \gamma$ eius qui sub $\beta \alpha \gamma$, duplus est: anguli igitur $\alpha \gamma \beta$ & $\alpha \gamma \beta$, ipsius $\beta \alpha \gamma$, dupli sunt. Sed anguli $\alpha \gamma \beta$ & $\alpha \gamma \beta$, duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub $\beta \alpha \gamma$, rectus est: quod erat demonstrandum. CORREL. Hinc manifestum est, quod si trianguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulum fit) eisdem est æqualis, sed quando utrobique æquales fuerint, recti sunt.

Euclid. ex Camp.

Propositio 31.



Circulum linea recta contingat, & à contactu in circulum quendam circulum secans recta linea, præter centrum ducatur, quousque duos angulos cum contingere facit, duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus æquales sunt.



CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d à quo d ducatur in circulum præter centrum, linea d f, secans ipsum: fiantque angulus, d c f consistens super arcum portionis d c f, & angulus d e f consistens super arcum portionis d e f. Dico angulo c, esse æqualem angulo b d f: & angulo e, angulo a d f. Ducatur enim, diameter d g h & linea f h: eritque per huius, d h, perpendicularis aris super a b: & per primam partem præmissarum, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito quoque communi angulo h d f: erit angulus a d f, æqualis duobus angulis, qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt æquales duobus rectis, per 31 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquivaleret duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis, per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundum sic. Angulus a d f cum angulo h æquivaleret duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cum angulo h, æquivaleret duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 28.

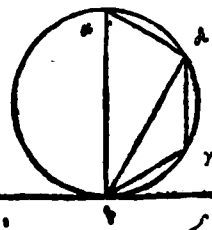
Propositio 32.

Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentem, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

THEON ex Zamb. Circulum enim $\alpha \beta \gamma \delta$, tangat recta linea quædam $\epsilon \zeta$: & à signo α , ducatur recta linea quædam in circulum $\alpha \beta \gamma \delta$, eum secans, $\alpha \beta \delta$. Aio quod anguli quos $\beta \delta$ simul cum $\epsilon \zeta$ tangente cõficit angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales, hoc est quod angulus $\epsilon \beta \delta$, æqualis est angulo existenti in $\alpha \beta \delta$ segmento: & angulus $\delta \beta \epsilon$, æqualis est angulo existenti in $\alpha \beta \delta$ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso ϵ , ipsi δ ad rectos angulos $\epsilon \delta \beta$ & $\delta \beta \epsilon$. Et quoniam circulum $\alpha \beta \gamma \delta$, quædam recta linea tangit $\epsilon \zeta$ in β , & à contactu ducta est ipsi cõtingenti ad angulos rectos $\beta \alpha \epsilon$: in ipsa $\beta \alpha$ igitur centrum est circuli $\alpha \beta \gamma \delta$ (per 11.ij.) Angulus igitur $\alpha \beta \epsilon$ in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli $\beta \alpha \delta$, uni recto sunt æquales. Angulus autem $\alpha \beta \delta$, rectus est. Angulus igitur qui sub $\alpha \beta \delta$, est æqualis eis qui sub $\beta \alpha \epsilon$ & $\delta \beta \epsilon$ angulis. Communis auferatur angulus $\alpha \beta \delta$. Reliquus igitur angulus $\delta \beta \epsilon$, æqualis angulo $\beta \alpha \delta$ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum est $\alpha \beta \gamma \delta$, ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur $\delta \beta \epsilon$ & $\beta \alpha \delta$, eis qui sunt sub $\beta \alpha \epsilon$ & $\delta \beta \epsilon$ anguli sunt æquales. Quorum angulus $\beta \alpha \delta$, ostensum est quod æqualis est ipsi $\delta \beta \epsilon$ angulo. Revertitur angulus qui sub $\delta \beta \epsilon$, angulo $\delta \beta \gamma$, in alterno segmento $\alpha \beta \delta$ existenti est æqualis. Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans: anguli quos efficit ad tangentem, ipsi qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales: ut demonstrandum.

Euclid. ex Camp.

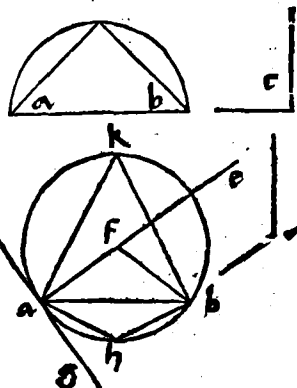
Propositio 32.





Vper datam lineam, circuli portionē describere: capientem angulum dato angulo æqualem, seu rectum, seu maiorem, seu minorem recto.

CAMPANVS. Sit $a b$ linea data, & c datus angulus. Super lineam $a b$ uolo describere unam circuli portionem, recipientem in circumferentiā rectilineum angulum æqualem angulo c . Si igitur fuerit angulus c , rectus: diuisa $a b$ per medium, describam super eam semicirculum, factumq; erit propositum, per primam partem 30 huius. Si autē sit obtusus, ducam lineam $d a$ cum linea $b a$, continentē æqualem angulum angulo c : & à puncto a ducam lineam $a e$ perpendicularem, super lineam $a d$. Et super punctum b faciam angulum per 23 primi æquale angulo $e a b$, in quo obtusus excedit rectū, ducta linea $b f$ usq; ad perpendicularem $a e$: eruntq; per 6 primilinetæ $f a$ & $f b$ æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ $f a$ circulum $a h$: eritq; per correlarium 15 huius linea $a d$, contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione $a h b$, est æqualis $d a b$, quare & angulo c , quod est propositum. Si autem angulus c sit acutus: producam lineam $a g$, continentem cum linea $a b$, angulum æqualem angulo c , & à puncto a ducam $a e$, perpendicularem ad lineam $a g$: & super punctum b faciam angulum æqualem angulo $e a b$, in quo rectus excedit acutum, ducta linea $b f$ usq; ad perpendicularem $a e$, eruntq; per 6 primi, lineæ $f a$ & $f b$ æquales. Facto itaq; puncto f , centro circuli, describam secundum quantitatem lineæ $f a$, circulum $a k b$: eritq; per correlarium 15 huius, linea $a g$ contingens circulum: quare per præmissam, angulus qui fit in portione $a k b$, est æqualis angulo $g a b$, quare & angulo c , quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

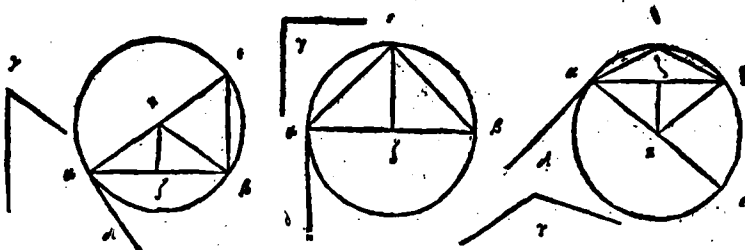
Problema 5.

Propositio 33.

Super data recta linea, describere segmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb.

Sit data recta linea $a b$, datus uero angulus rectilineus sit γ : oportet iam super data recta linea $a b$, describere segmentum circuli suscipiens angulum æqualem ipsi angulo



qui ad γ . Angulus igitur qui ad γ , aut est acutus, aut rectus, aut obtusus. Sit primum acutus, sicut in prima descriptione, & constituatur (per 23 primi) ad $a b$ recta lineā, & in ea signū α , ipsi angulo γ equalis angulus $d a b$. Angulus igitur $d a b$, acutus est. Excitetur (per 11 eiusdē) igitur ipsi $a d$ ad angulos rectos α , seceturq; (per 10 primi) bifaria αe , in signo f . Et à signo f , ipsi $a b$ ad angulos rectos excitetur $f a$ & $f b$ (per 11 eiusdē) & connectatur $a e$. Et quoniā æqualis est $a f$ ipsi $f b$ igitur cōmunis autē f : due $a f$ & $f b$, duab. $f a$ & $f b$ iunt æquales, & angulus qui sub $a f b$ (per 4 postulātū) æqualis est ei qui sub $f a b$. Basis igitur $a b$ (per 4 eiusdē) basi $a b$ est æqualis. Centro igitur f , spatio uero $f a$ (per 3 postulātū) circulus descriptus: ueniet etiam per b , describatur, & sit $a b$, & connectatur $a b$. Quoniam igitur $a b$ extremitate ipsius $a b$ diametri, $a b$ signo ipsi a ad angulos rectos est $a d$, igitur $a d$ tangit circulum $a b$ (per correlariū 16 tertij). Et quoniam circulū $a b$ tangit quedā recta linea $a d$, & $a b$ contactū in ipsum circulū $a b$, ducta est recta linea $a d$ quedam $a d$: angulus igitur $d a b$ (per 32 eiusdē) angulo γ existenti in alterno circuli segmento est æqualis. Sed angulus $d a b$, ei qui est ad γ , angulo est æqualis. Angulus igitur qui ad γ , æqualis est ei qui sub $a b$ est angulo. Sup data igitur recta linea $a b$, segmentū circuli descriptū est, suscipiens angulū $a b$ æquale dato angulo qui ad γ . Sed iā rectus sit angulus qui ad γ , & oportū sit: rursus super $a b$ describere segmentū circuli suscipiens angulū æquale ei qui est ad γ recto. Cōstituatur enim rursus ad ipsam $a b$ recta lineā, ad signūq; in ea α : dato angulo rectilineo γ æqualis angulus q sub $a b$ (per 23 primi) sicut in secūda habetur descriptione. Seceturq; (per 10 primi) $a b$, bifaria in f , & cētro f , spatio uero $f a$ aut $f b$: circulus describatur $a b$ (per 3 postulātū) Tangit igitur recta linea $a d$, circulū $a b$: quoniā angulus q ad a , rectus est. Et angulus $b a d$ æqualis

The three diagrams show the construction of a circle tangent to a line and passing through a point. In the first diagram, a circle is tangent to a line at point 'a' and passes through point 'b'. A line segment connects 'a' and 'b', and its perpendicular bisector is shown. In the second diagram, a circle is tangent to a line at point 'a' and passes through point 'b'. A line segment connects 'a' and 'b', and its perpendicular bisector is shown. In the third diagram, a circle is tangent to a line at point 'a' and passes through point 'b'. A line segment connects 'a' and 'b', and its perpendicular bisector is shown.

Euclid.ex Camp.

Propositio 33.

Euclid.ex Zamb.

A dato circulo, segmentum abscindere capiens an-
gulum æqualem dato angulo rectilineo.

HEON ex Zamb. Esto datus circulus $\alpha \beta \gamma$: datus uero angulus rectili-

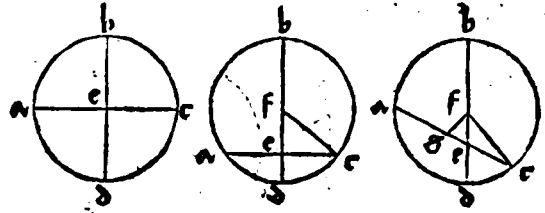
Euclid.ex Camp.

Propositio 34.

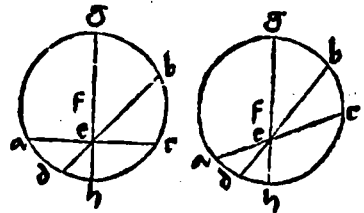
Intra circuli duæ rectæ lineæ sese inuicem secēt, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquū est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

CAMPANUS. Sint duæ lineæ a c & b d, secantes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quod illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum sit ex b e in e d. Autem ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrum circuli altera tantum, aut neutra. Quod si ambæ transeant per centrum, erit e centrum circuli, & quatuor lineæ æquales: quare liquet propositum. Quod si altera earum tantum per centrum, sit illa b d, centrumq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia, aut

aut per Inæqualia. Secet ergo primò per æqualia: eritq; per primam partem tertij huius, secans eam orthogonaliter. Ducatur itaq; linea fc , eritq; per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cū quadrato e f : æquale quadrato lineæ f d : quare & quadrato lineæ f c : ergo per penultimā primi, & quadratis duarum linearum f e



& e c . Dempto ergo utrinq; quadrato è ferit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c : & quia e c est æqualis a e , per 46 primi patet propositum. Quod si b d transiens per centrum, secat a c per inæqualia, à centro f ducatur fg perpendicularis ad a c : eritq; per secundam partem tertij huius, a g , æqualis g c : & ducatur linea f c . Eratq; per 5 secundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum fg & g e , propter id quod angulus f g e est rectus) æquale quadrato lineæ d f , & ideo lineæ fc , propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum fg & g c . Dempto ergo utrinque quadrato lineæ fg , erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e , æquale quadrato lineæ g c : sed per 5 secundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e : est æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinque quadrato lineæ g e , erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod est propositum. Quod si neutra earum transierit per centrum, siue altera diuidat alteram per æqualia siue per inæqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum. Et si altera diuidat alteram per æqualia, ut b d ipsam a c , tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per secundum modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h : æquum est ei quod fit ex a e in e c : & per tertium modum huius quod fit ex g e in e h , æquum est ei quod fit ex b e in e d : ergo quod fit ex a e in e c , æquum est ei quod fit ex b e in e d , quod est propositum. At si neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius conclusionis, quod fit ex g e in e h , æquale utrique eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d . Quare unum eorum erit æquale alteri, quod est propositum.



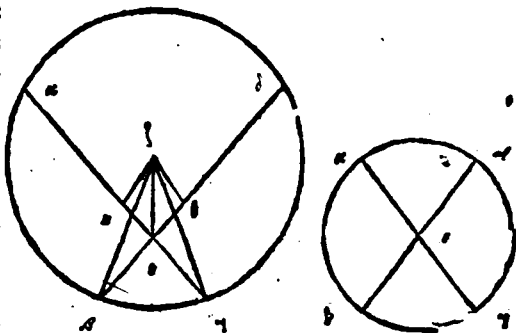
Euclid. ex Zamb.

Theorema 29.

Propositio 35.

Si in circulo duæ rectæ lineæ se ad inuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est ei quod sub segmentis alterius comprehenditur rectangulo.

THEON ex Zamb. In circulo enim $\alpha\beta\gamma\delta$: duæ rectæ lineæ $\alpha\gamma$ & $\beta\delta$ sese inuicem secant in signo ϵ . Dico quod rectangulum comprehensum sub $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$: æquum est rectangulo comprehenso sub $\delta\epsilon$ & $\beta\epsilon$. Si enim $\alpha\gamma$ & $\beta\delta$ per centrum sunt, ut centrum sit circuli $\alpha\beta\gamma\delta$: manifestum est quod cum $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$ sunt æquales, rectangulum comprehensum sub $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$, æquum est ei quod comprehenditur sub $\delta\epsilon$ & $\beta\epsilon$ rectangulo. Sint iam $\alpha\gamma$ & $\beta\delta$ non extensa per centrum: sumatur centrum circuli $\alpha\beta\gamma\delta$: sitq; illud ζ (per primam tertij) et ab ζ in $\alpha\gamma$ & $\beta\delta$ rectis lineis: ducantur (per duodecimum primi) perpendiculares $\zeta\eta$ & $\zeta\theta$: & connectantur $\beta\zeta$, $\gamma\zeta$, & $\delta\zeta$. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa $\zeta\eta$, quamdam rectam lineam non per centrum transeuntem $\alpha\gamma$ ad angulos rectos secat: etiam bisariam eam secabit: æqualis igitur est $\alpha\zeta$ ipsi $\gamma\zeta$. Et quoniam recta linea $\alpha\gamma$ dissecta est in æqualia in ζ , in inæqualia autem in ϵ : rectangulum igitur comprehensum sub $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$ una cum eo quod fit ex $\alpha\epsilon$ (per 5 secundi) quadrato, æquum est ei quod fit ex $\gamma\epsilon$. Commune apponatur id quod fit ex $\zeta\eta$. Quod fit igitur sub $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$ una cum $\eta\zeta$ quæ fiunt ex $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$, æquum est eis quæ fiunt ex $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$. Sed eis quæ fiunt ex $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$, æquum est id quod fit ex $\delta\epsilon$ & $\beta\epsilon$ (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex $\delta\epsilon$ & $\beta\epsilon$, æquum est id quod fit ex $\delta\epsilon$ & $\beta\epsilon$ (per eandem.) Quod igitur continetur sub $\alpha\epsilon$ & $\gamma\epsilon$ una cum eo quod



quod fit ex f , æquum est ei quod fit ex f . Acqualis autem est f , ipsi f . Et centro enim in circumferentiā. Quod continetur igitur sub a & e , una cum eo quod fit ex f , æquum est ei quod fit ex f . Et per hoc quod continetur sub d & e , una cum eo quod fit ex f , æquum est ei quod fit ex f . Quod continetur igitur sub a & e , una cum eo quod fit ex f , æquum est ei quod fit ex f . Quod fit igitur sub a & e , una cum eo quod fit ex f , æquum est ei quod continetur sub d & e , una cum eo quod fit ex f . Commune auferatur id quod fit ex f . Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub a & e , æquum est rectangulo comprehenso sub d & e . Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehensum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehenso sub segmentis alterius, quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 35.

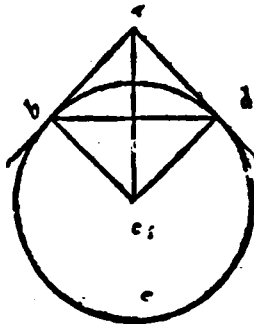
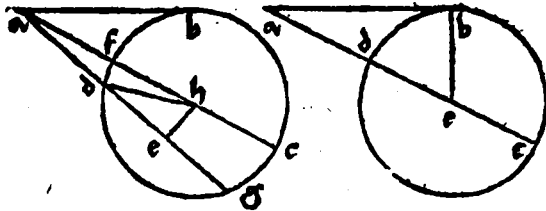


Sextra circumulum punctus signetur, ab eo autem ad circumulum alia linea secans, alia cōtingens, duæ rectæ lineæ du cantur: quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquum est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circumulum b c d, cuius centrum e, a quo ducantur ad circumulum, duæ rectæ lineæ a b contingens, & a d c secans. Dico quod illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, transit per centrum, aut non. Transeat ergo primò per centrum, quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius, perpendicularis erit super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ a b: & ideo per penultimam primi, æquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinque quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineæ a b: quod est propositum. Quod si linea a d c non transit per centrum, sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritque per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineæ a h. Ergo addito utrinque quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadrato duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearum a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineæ a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrinque eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, posita erunt inter se æqualia. Dēpto ergo utrinque quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g a in a f, Sed id quod fit ex g a in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum motum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b: quod est propositum.

CAMPANI additio. Et ex hac nota, quod puncto extra circumulum signato, si ab ipso ad circumulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum porcionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingenti. Nota etiam quod quolibet puncto extra circumulum signato duæ lineæ contingentes ad circumulum ipsum ducantur, ipsæ erunt adinuicem æquales. Erit enim quadratum utriusque earum, æquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto, ducta in circumulum in partem extrinsecam. Hoc autem euidentius paret per penultimam primi.

Sic



Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipso a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipsas esse æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d, eritq; per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, similiter quoq; & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, sunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ sunt b e & e d sunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ sunt a b & a d, æqualia: ergo est a b, æqualis a d: quod est propositum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq; per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, est æqualis lineæ e d. Et quia uterq; duorum angulorum b & d est rectus, erit per communem scientiam angulus a b d residuus, æqualis angulo a d b residuo: per sextam ergo primi, est linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 30.

Propositio 36.

Si extra circulum sumatur signum aliquod, ab eoq; in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum dispescat, altera uerò tangat, quod sub tota dispescente & extrinsecus sumpta inter signū & curuam circumferentiam comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod fit ex tangente quadrato.

THEON ex Zamb. Extra circulum igitur a b, sumatur signū aliquod, sitq; illud a, & ab ipso a in circulum a b, cadant duæ rectæ lineæ a d, & a e, et a b, secet autem circulum a b, recta linea d e, & a, & e d, tangat. Dico quod rectangulum comprehensum sub a d & a e, æquū est ei quod fit ex e d, quadrato. Recta linea a d, aut est per centrum extensa, aut non. Sit primū extensa per centrū, sitq; (per 1 tertij) centrū circuli a b, & cōiungatur f b. Angulus igitur f b d, rectus est. Et quoniam recta linea a d, bifariam dissecta est in e, adiacetq; ei recta linea d e, quod cōtinetur igitur (per 6 secundi) sub a d & a e, unā cum eo quod fit ex e d, æquum est ei quod fit ex e d. Aequalis autem est f b, ipsi f b, ex centro enim in circumferentiam. Quod continetur igitur sub a d, & a e, unā cum eo quod fit ex e d, æquum est ei quod fit ex e d. Aequum autem est id quod fit ex e d, eis quæ fiunt ex f b, & e d, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui est sub f b d. Quod igitur continetur sub a d, & a e, unā cum eo quod fit ex e d, æquum est eis quæ fiunt ex f b, & e d. Commune auferatur id quod fit ex f b. Reliquū igitur quod sub a d, & a e, æquum est ei quod fit ex e d, tangente. Sed recta linea a d, non sit extensa per centrum circuli a b. Sitq; (per primam tertij) centrū circuli a b, & ab a, in a, (per 12 primi) perpendicularis ducatur f b, & e d, & a, rectus igitur est angulus f b d. Et quoniam recta linea quædam per centrum extensa f b, (per 3 tertij) rectam lineam quandā non extensam per centrū a b, ad angulos rectos secat, etiam bifariam eam secat. Igitur a b, ipsi f b, est æqualis. Et quoniam recta linea a d, bifariam diuiditur in e, adiacet autem ei d e, quod igitur continetur sub a d, & a e, unā cum eo quod fit sub f b, æquum est ei quod fit ex e d, (per 6 secundi.) Cōmune apponatur quod fit ex f b. Quod igitur continetur sub a d, & a e, unā cum eis quæ fiunt ex f b, & e d, æqualia sunt eis quæ fiunt ex f b, & e d. Eis autem quæ fiunt ex f b, & e d, æquū est id quod fit ex e d, (per 47 primi) angulus nāq; qui est sub f b d, rectus est. Eis uerò quæ fiunt ex e d, & e d, (per eandem) æquum est id quod fit ex e d. Quod igitur cōtinetur sub a d, & a e, unā cum eo quod fit ex e d, æquum est ei quod fit ex e d. Aequalis autem est f b, ipsi f b, ex centro enim in circumferentiam. Quod igitur continetur sub a d, & a e, unā cum eo quod fit ex e d, æquum est ei quod fit ex e d. Ei autem quod fit ex e d, (per 47 primi) æqualia sunt quæ fiunt ex f b, & e d: angulus enim qui sub f b d, rectus est. Quod igitur continetur sub a d, & a e, unā cum eo quod fit ex e d, æquum est eis quæ fiunt ex f b, & e d. Commune auferatur quod fit ex f b: reliquum igitur quod continetur sub a d, & a e, æquum est ei quod fit ex e d. Si extra circulum igitur sumatur signum aliquod, et quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

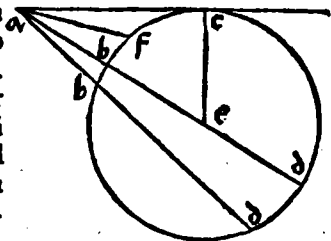
Propositio 36.



36
Ifuerit punctus extra circulum signatus, à quo duæ lineæ ad circumferentiam ducantur, altera secans, altera circumferentie applicata, fueritq; quod ex ductu totius secantis in partem sui extrinsecam

extrinsecū æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

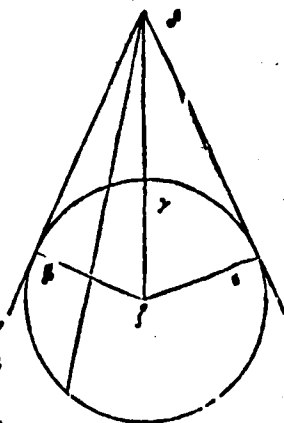
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulū b c d, cuius centrū e, a quo ducātur ad circulum linea a b d, secans ipsum, & linea a c, applicata circumferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, sit æquale quadrato a c. Dico lineā a c, esse cōtingentē. Et est hæc cōuersa prioris. Si enim nō est cōtingens, sit ergo cōtingens linea a f, eritq; per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f, quare quadratū lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c est æqualis f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositū. Idem ostensiuē probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesi. Et si linea a b d transir per centrū, ducatur linea c e, erit per 6 secūdi, quod fit ex d a in a b, cū quadrato e b, & ideo cum quadrato e c, æquale quadrato a c. Sed quod fit ex d a in a, positum est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato c e, est æquale quadrato a c: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlariū 15 huius, linea a c est contingens circulū, quod est propositum. Si autem a b d, non transir per centrū, ducatur a puncto a, linea transiens per centrū. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam, ipsum erit æquale quadrato lineæ a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 37. Conuersa precedentis.

37 Si extra circulum sumatur signū aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera uerò cadat: sit autem quod fit sub tota secante, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circumferentiā æquale ei quod fit ex incidēte, incidens circulum tanget.

THEON ex Zamb. Extra circulum igitur $\alpha \beta \gamma$, sumatur signum, sitq; illud δ , & ab ipso δ , in circulum $\alpha \beta \gamma$, incidant due rectæ lineæ $\delta \gamma \alpha$, & $\delta \beta$, & $\delta \gamma \alpha$, quidem circulum secet, & $\delta \beta$ incidat. Sit autem quod continetur sub $\delta \gamma$, & $\delta \alpha$, æquum ei quod fit ex $\delta \beta$. Dico quod $\delta \beta$, ipsum tangit circulum $\alpha \beta \gamma$: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea cōtingens circulum $\alpha \beta \gamma$, sitq; illa $\delta \epsilon$. Sitq; (per primam eiusdem) ζ centrū circuli $\alpha \beta \gamma$, & connectantur $\zeta \delta$, $\zeta \beta$, & $\zeta \alpha$. Angulus igitur $\delta \zeta \alpha$, rectus est. Et quoniam recta linea $\delta \epsilon$, ipsum circulum $\alpha \beta \gamma$ tangit, & recta linea $\delta \gamma \alpha$, secat: quod continetur igitur sub $\delta \gamma$, & $\delta \alpha$, æquum est ei quod fit ex $\delta \alpha$. Ponitur autem quod id quod continetur sub $\delta \gamma$, & $\delta \alpha$, æquū sit ei quod fit ex $\delta \beta$. Quod igitur fit ex $\delta \alpha$, æquum est ei quod fit ex $\delta \beta$. Aequalis igitur est $\delta \alpha$, ipsi $\delta \beta$. Est autē & $\zeta \delta$, æqualis ipsi $\zeta \beta$, ex cētro enim in circumferentiā. Due iam $\delta \alpha$, & $\zeta \delta$, duabus $\delta \beta$, & $\zeta \beta$, sunt æquales, & basis earū cōmunis est $\delta \beta$. Angulus igitur $\delta \zeta \beta$, (per 8 primi) angulo $\delta \zeta \alpha$, est æqualis. Rectus autem est angulus $\delta \zeta \alpha$, rectus igitur est, & qui sub $\delta \beta \zeta$. Et $\delta \epsilon$, erecta dime-
dens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur $\delta \beta$, circulum $\alpha \beta \gamma$, tangit. Similiter ostendetur, si $\delta \alpha$ super $\alpha \gamma$ fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signū aliquod, & reliquæ quæ sequuntur: quod monstrasse oportuit.



EVCLIDIS MEGARENSIS

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM

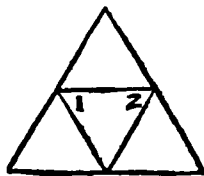
elementorum, Liber quartus.

Ex Campano.

Diffinitiones.



Igura intra figuram dicitur inscribi, quando ea quæ inscribitur, eius in qua inscribitur, latera uno quoque suorum angulorū ab interiore parte contingit. 2 Circūscribi uerò si figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circūscribitur, omnibus omnes angulos contingit.

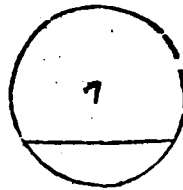
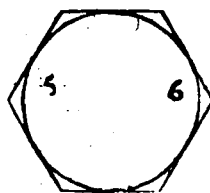
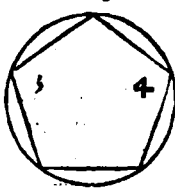
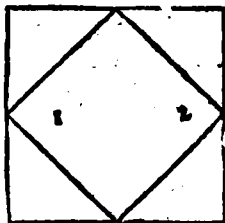


Ex Zamberto

Diffinitiones.



Igura rectilinea in figura rectilinea describi dicitur, quando unusquisque in scriptæ figuræ angulus, unumquodque latus eius in qua describitur, tangit. 2 Figura autem similiter circa figuram describi dicitur, quando unumquodque latus circūscriptæ, unumquemque angulum eius circum quem describitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo describi dicitur, quando unusquisque angulus in scriptæ circuli circumferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figuram rectilineam describi dicitur, quando circuli circumferentia unumquemque eius circum quā describitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea describi dicitur, quando circuli circumferentia unumquodque latus eius, in qua describitur, tangit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum describi dicitur, quando unumquodque latus circūscriptæ circuli circumferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circumferentiam cadunt.



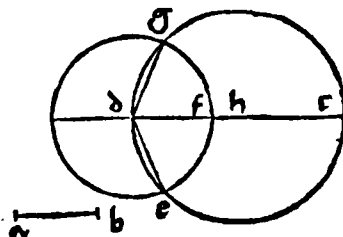
Euclid. ex Camp.

Propositio 1.



Intra datum circulū, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minime maior existat, æquam rectam lineam coaptare.

CAMPANVS. Sit linea data a b, circulusque datus c d e, cuius diameter c d, quæ non est maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ si fuerit æqualis diametro, constat propositum. Si autem minor ex diametro sumatur d f, ei æqualis, & super punctum d, secundum quantitatē lineæ d f, describatur circulus e f g, secans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritque qualibet earum æqualis lineæ a b, eo quod utraque earum est æqualis lineæ d f, per diffinitionem



tionem circuli, quare habemus propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 1.

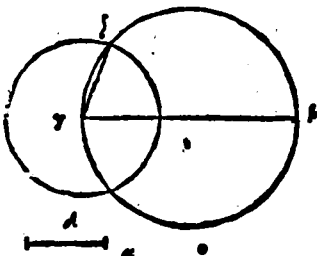
Propositio 1.

In datum circulum, datæ rectæ lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.

THEON ex Zamb. Est datum circulus $\alpha\beta\gamma$, data uero recta linea non maior circuli diametro, esto δ , oportet iam in datum circulum $\alpha\beta\gamma$, ipsi δ , rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli $\alpha\beta\gamma$ dimetiens, sit $\zeta\eta$. Si $\beta\gamma$, æqualis est ipsi δ , iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum $\alpha\beta\gamma$, coaptata est recta linea $\beta\gamma$, æqualis ipsi δ . Si autem non: maior est $\beta\gamma$, quàm δ , ponatur (per 2 primi) ipsi δ , æqualis $\gamma\iota$. Et centro quidem γ , spatio uero $\gamma\iota$, (per 3 postulatum) circulus describatur $\iota\alpha\iota$, et cōnectatur $\gamma\alpha$. Quoniam igitur centrum circuli $\iota\alpha\iota$ est signum γ , (per 13 definitionem primi) æqualis est $\gamma\alpha$, ipsi $\gamma\iota$. Sed ipsi δ , æqualis est ipsa $\gamma\iota$. Igitur (per primam communem sententiam et δ , æqualis est ipsi δ). In datum circulum igitur $\alpha\beta\gamma$, data rectæ lineæ δ , æqualis aptata est $\gamma\iota$, quod oportebat facere.

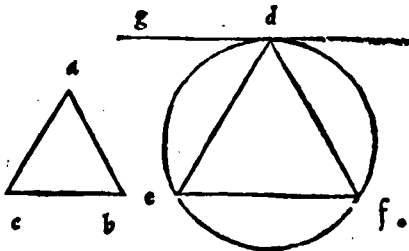
Euclid. ex Camp.

Propositio 2.



Ntra assignatum circulum, triāgulum triangulo assignato æquiangulum collocare.

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus abc , assignatusq; circulus def . Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triangulo abc , æquilaterum enim nō est necessariū esse, sed est possibile. Produco gd , contingentem circulum in pūcto d , super quem facio angulum hd , ducta linea df , æqualem angulo c , & angulum gde , ducta linea de , æqualem angulo b , & protraho lineam e , eritq; per 31 tertij, angulus e , æqualis angulo c , quia uterque est æqualis angulo hd , quidem, per positionem, et uero per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f , æqualis angulo b : quare per primi, d tertius, erit æqualis a , tertio, quare habemus propositum.



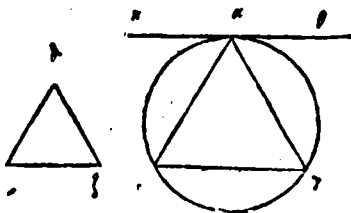
Euclid. ex Zamb.

Problema 2.

Propositio 2.

In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulū describere.

THEON ex Zamb. Sit datum circulus $\alpha\beta\gamma$, datum autem triangulum $\delta\epsilon\zeta$, oportet iam in dato circulo $\alpha\beta\gamma$, ipsi $\delta\epsilon\zeta$, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum $\alpha\beta\gamma$, sit $\eta\theta$. Et tangat in α , et constituantur (per 23 primi,) ad rectam lineam $\eta\theta$, et ad signum in ea α , angulo qui est sub δ , æqualis angulus $\theta\alpha\gamma$, ad rectam uero lineam $\eta\theta$, et ad signum in ea α , ei qui sub ϵ angulo, æqualis angulus $\alpha\beta\gamma$, (per eandem,) et cōnectantur $\beta\gamma$. Quoniam igitur circulus $\alpha\beta\gamma$, tangit quedam rectam $\eta\theta$, et ab α contactu in circulum ducitur recta linea $\alpha\gamma$, angulus igitur qui est sub δ , (per 31 tertij,) æqualis est angulo qui interno est circuli segmento, $\alpha\beta\gamma$. Sed angulus $\theta\alpha\gamma$, ei qui sub ϵ , est æqualis: angulus igitur $\alpha\beta\gamma$, ei qui sub δ est angulo, est æqualis. Et per hoc, angulus $\alpha\beta\gamma$, ei qui est sub ζ , angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus $\beta\gamma\zeta$, reliquo $\delta\epsilon\zeta$, est æqualis. Aequiangulum igitur est triāgulum $\alpha\beta\gamma$, $\delta\epsilon\zeta$, triangulo, et descriptum est in dato circulo $\alpha\beta\gamma$. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulari triangulum descriptum est, quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp.

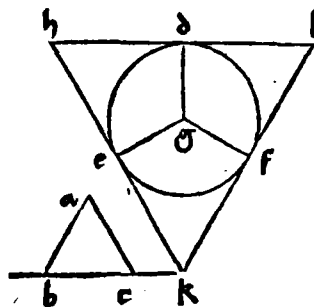
Propositio 3.



Irca assignatum circulum, assignato triangulo triangulum æquiangulum describere.

CAMPANVS. Sint ut prius, assignatus triangulus abc assignatusq; circulus def , cuius centrum g : circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum

equiangulum, triangulo abc , æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile. Producam basin bc , in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producā lineam gd ad circumferentiam, & constituam angulum dge , ducta linea ge , æqualem angulo b , extrinseci, & dgf , ducta linea gf , æqualem c extrinseci: & à punctis d & f , producā in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15. tertiæ erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h & l . Necesse est enim ipsas concurrere, cum enim uterque angulorum qui sunt ad d , & uterque eorum qui sunt ad e , sit rectus, si intelligatur protrahi linea de , erunt duo anguli qui sunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ ld & h , & eh . Eadem ratione concurrent duæ lineæ hd & l , & fl : cum uterque angulorum qui sunt ad f , sit etiā rectus. Quia ergo in quadrilatero hde duo anguli d & e sunt recti: erunt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, sunt æquales quatuor rectis: ut monstratū est supra 32. primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter æquales duobus rectis per 13. primi, at uero b , extrinsecus positus est æqualis dge , erit intrinsecus b , æqualis h . Simili quoque ratione erit c intrinsecus, æqualis l . Et quia duo anguli b & c , intrinseci sunt minores duobus rectis per 17. primi: erunt similiter duo anguli h & l , minores duobus rectis: quare per penultimā petitionē, duæ lineæ he & lf protractæ, concurrent in puncto K , fietque triangulus hkl : & quia angulus h est æqualis angulo b intrinseci, & angulus l , angulo c intrinseci, erit per 32. primi, angulus K æqualis angulo a : quare habemus propositum.



Euclid. ex Zamb.

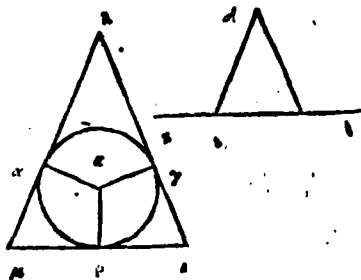
Problema 3.

Propositio 3.

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum, describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha\beta\gamma$, datum autem triangulum sit Δ , oportet circa $\alpha\beta\gamma$, circulum, ipsi Δ æquiangulo æquiangulum triangulum describere. Extendatur Δ , ex utraque parte, in δ , signa. Et sumatur (per 1. tertiæ) cetrū circuli $\alpha\beta\gamma$, sitque illud κ . Et ducatur utcunque recta linea $\kappa\beta$.

- Et constituatur (per 23. primi), ad $\kappa\beta$, recta lineam, ad signūque in ea α , angulo qui est sub Δ , æqualis angulus $\beta\kappa\alpha$, angulo autem δ , æqualis angulus $\beta\kappa\gamma$. Et per signa $\alpha\beta\gamma$, (per 17. tertiæ) excidentur rectæ lineæ tangentes circulum $\alpha\beta\gamma$, sintque $\alpha\mu\mu\beta\mu\gamma\lambda$. Et quoniam rectæ lineæ $\lambda\mu$, $\mu\beta$, et $\mu\gamma$, tangunt circulum $\alpha\beta\gamma$, in signis $\alpha\beta\gamma$, & à centro κ , in $\alpha\beta\gamma$, signa coniuncte sunt $\kappa\alpha$, $\kappa\beta$, & $\kappa\gamma$, anguli igitur qui sunt ad signa $\alpha\beta\gamma$, recti sunt. Et quoniam quadrilateri $\alpha\mu\beta\kappa$, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales, & quoniam quadrilaterum $\alpha\mu\mu\beta$, in duo triangula diuiditur, quorum anguli $\alpha\mu\mu$ & $\beta\mu\mu$, duo recti sunt: reliqui igitur anguli $\alpha\kappa\mu$, & $\mu\kappa\beta$, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem Δ , & δ , (per 13. primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur $\alpha\kappa\beta$, & $\alpha\mu\beta$, anguli Δ , & δ , sunt æquales, quorum angulus $\alpha\kappa\beta$, angulo Δ , est æqualis: reliquus igitur angulus $\alpha\mu\beta$, reliquo angulo δ , est æqualis. Similiter quæque ostendetur, quod & angulus $\lambda\mu\gamma$, angulo δ , est æqualis: & reliquus igitur angulus $\mu\lambda\mu$, reliquo angulo Δ , est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum $\lambda\mu\mu$ ipsi Δ , triangulo: & describitur circa circulum $\alpha\beta\gamma$. Circa circulum igitur datum, dato triangulo æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp.

Propositio 4.



Ntra datum triangulum, circulum describere.

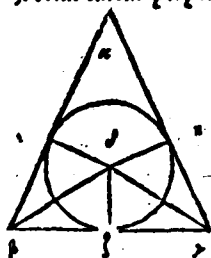
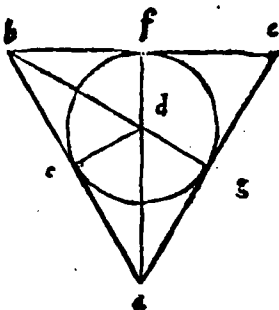
CAMPANVS. Sit assignatus triangulus abc . Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b , per æqualia: a quidem, ducta linea ad , b uero ducta linea bd , quæ concurrent in puncto d , à quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli: dc quidem ad a , df ad bc , & dg ad ac . Et quia duorum triangulorum ead , & gad , angulus a unius, est æqualis

æqualis angulo a alterius, & uterque angulorū e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cū duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterque angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d æqualis lineæ d f, quare tres lineæ d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo centro in d, descriptus circulus secundum quantitatem unius earum, transibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquæque linearum a b, b c, c a, erit cōtingens circulum: patet perfectum esse propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 4.

In dato triangulo, circulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datum triangulum $\alpha \beta \gamma$, oportet iam in triangulo $\alpha \beta \gamma$, circulum describere. Secentur (per 9 primi,) anguli $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \gamma \beta$, bisariam, per rectas lineas βd , & $\gamma \delta$, quæ concurrant adinuicem in signo d. Excitenturq; (per 12 primi) ab ipso d, in ipsas $\alpha \beta$, $\beta \gamma$, & $\gamma \alpha$, rectas lineas perpendiculares $d \iota$, $d \epsilon$, & $d \zeta$. Et quoniam æqualis est angulus $\alpha \beta d$, angulo $\gamma \beta d$, & angulus $\beta \gamma d$, rectus æqualis est angulo $\beta \delta d$, recto: duo iam triacula sunt $\beta d \iota$, & $\beta d \epsilon$, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale βd , scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorū subtendens, unū & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est $d \iota$, ipsi $d \epsilon$, & per hoc etiam $d \iota$, ipsi $d \zeta$, est æqualis, quare & $d \iota$, ipsi $d \zeta$, est æqualis: tres igitur $d \iota$, $d \epsilon$, & $d \zeta$, sibi inuicem sunt æquales (per communem sententiam.) Centro igitur d, spatio uero aut $d \iota$, aut $d \epsilon$, aut $d \zeta$, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas $\alpha \beta$, $\beta \gamma$, & $\gamma \alpha$, quoniam anguli ad ι , ϵ , signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod esse impossibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro d, spatio uero aut $d \iota$, aut $d \epsilon$, aut $d \zeta$, rectas lineas $\alpha \beta$, $\beta \gamma$, & $\gamma \alpha$, non secat, tanget igitur eas per correlarium eiusdem, & erit circulus descriptus in triangulo $\alpha \beta \gamma$. In dato triangulo igitur $\alpha \beta \gamma$, circulus descriptus est $\iota \epsilon \zeta$, quod facere oportebat.

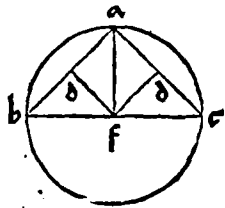
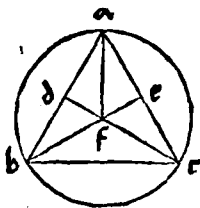


Euclid. ex Camp.

Propositio 5.

Ira trigonū assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium, circulum describere.

CAMPANVS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa tertæ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in puncto e, a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque concurrant in puncto f, sintq; d f, & e f, concurrant enim, quoniam cū uterque angulorum d & e, sit rectus, sit intelligatur protrahi linea d e, erit duo anguli ad partem in quam protrahū, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem, igitur a puncto f, i est punctus concursus, quem dico esse centrum circuli quæsit, protraho lineas ad singulos æ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, & b d f, latera a d & b d, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, et angulus d unius angulo d alterius, quia uterque rectus: erit per 4 mi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f, & b c f: ergo per 9 tertij, punctum f, erit centrum circuli quæsit. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distans inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. Sit ergo trigonus propositus orthogonius, sitq; angulus a rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, a quo puncto quem dico esse centrum circuli, medium punctum utriusque duorum reliquorum laterum, qui sit d, duco lineam f d. Et quia f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertio uidelicet a c, hoc enim demonstratum est, supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit



per secundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea fa, eritq; per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, h d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrū circuli quæriti. Sit rursus trigonus a b, amblygonius, sitq; angulus a obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ sunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq; d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est supra 39 primi, uidelicet quod linea secans duo latera alicuius trianguli per æqualia tertio est æquidistans, quare per secundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, æqualis angulo a, & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quousque concurrant in puncto f, quæ dico esse centrum circuli (manifestum est enim eas concurrere, propter causam prius dictam) secabit utraque earum, lineam b c quæ respicit obtusum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earum, produco lineas fa, fb, fc, quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales, comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f est centrum circuli quæriti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq; d h æquidistans a c, & e h ipsi a b, propter id quod demonstratum est super trigonam nonam primi, quare per secundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineam a c, manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c, sitq; punctus concursus f, quem dico esse centrum circuli, produco enim lineas fa, fb, fc: quæ per 4 primi bis assumptæ ut prius, erunt æquales: quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæriti.

CORRELARIUM. Per prædicta patet, quod si triangulus fuerit orthogonius, centrū circuli circūscribendi cader in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cader extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cader intra triangulum.

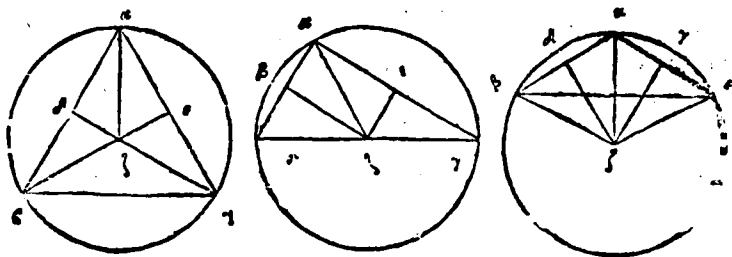
Euclid. ex Zamb.

Problema 5.

Propositio 5.

Circa datum triangulum, circulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datum triangulum $\alpha \beta \gamma$, oportet iam circa datum triangulum $\alpha \beta \gamma$, circulum describere. Secentur enim (per 10 primi) $\alpha \beta$, & $\alpha \gamma$, rectæ lineæ bifariam, in δ & ϵ , signis, & ab ipsis δ , & ϵ , signis, ipsi $\alpha \beta$, & $\alpha \gamma$, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur $\delta \zeta$, & $\epsilon \zeta$. Concurrunt autem, aut intra ipsum triangulum $\alpha \beta \gamma$, aut in ipsa recta linea $\beta \gamma$, aut extra rectam lineam $\beta \gamma$. Concurrant igitur primum intra ipsum triangulum, in ζ signo: connectanturq; (per 1 postulatū) $\delta \zeta$, & $\epsilon \zeta$. Et quoniam æqualis est $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \beta$, communis autē $\delta \zeta$, & ad angulos rectos, basis igitur $\alpha \zeta$, (per 4 primi) basi $\beta \zeta$, est æqualis. Similiter iā ostendemus quod etiam $\gamma \zeta$, ipsi $\alpha \zeta$, est æqualis: quare $\beta \zeta$, ipsi $\gamma \zeta$, est æqualis. Tres igitur $\delta \zeta$, $\epsilon \zeta$, & $\gamma \zeta$, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ζ , spatio uero aut δ , aut ϵ , aut γ , circulus descriptus, transibit per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum $\alpha \beta \gamma$, describatur iam sicut $\alpha \beta \gamma$. Sed rectæ lineæ $\delta \zeta$, & $\epsilon \zeta$, concurrant super $\beta \gamma$, recta linea in signo ζ , sicut secunda habet descriptio, & connectatur $\alpha \zeta$, similiter quoque ostendemus quod ζ signum, centrum est circuli descripti circa $\alpha \beta \gamma$, triangulum. Sed iam $\delta \zeta$, & $\epsilon \zeta$, rectæ lineæ, concurrant extra ipsum triangulum $\alpha \beta \gamma$, in signo ζ . Rursus sicut habet tertia descriptio, coniungantur $\delta \zeta$, & $\epsilon \zeta$, rectæ lineæ: & quoniam rursus æqualis est $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \beta$, communis autem $\delta \zeta$, & ad angulos rectos $\delta \zeta$, basis igitur $\alpha \zeta$, (per 4 primi) basi $\beta \zeta$, est æqualis. Similiter quoque ostendemus, quod $\epsilon \zeta$, ipsi $\alpha \zeta$, est æqualis. Centro rursus igitur ζ , spatio uero aut δ , aut ϵ , aut γ , circulus descriptus transibit per reliqua signa



que signa, et erit descriptus circa $\alpha \beta \gamma$ triangulum, describatur sicut $\alpha \beta \gamma$. Circa datum igitur triangulum descriptus circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIUM. Et manifestum est quod quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli angulus $\beta \alpha \gamma$, existens in maiore circuli segmento, rectus minor est. Quando autem in $\beta \gamma$, rectam lineam, in semicirculo existens angulus, rectus est. Quando uero extra ipsam $\beta \gamma$, rectam lineam centrum cadit, angulus $\beta \alpha \gamma$, existens in minore circuli segmento, rectus maior est. Quare et quando minor rectus fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrunt $\alpha \beta \gamma$, recte lineae. Quando autem rectus, super $\beta \gamma$. Quando uero maior rectus, extra ipsam $\beta \gamma$: quod fecisse oportuit.

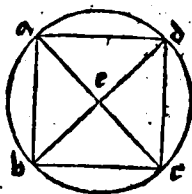
Euclid. ex Camp.

Propositio 6.



Ntra datum circulum, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus $a b c d$, cuius centrū e : uolo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros $a c$ & $b d$, secantes se orthogonaliter supra centrum e , quarum extremitates coniūgo, pro tractis lineis $a b, b c, c d, \& d a$, quas dico continere quadratū quæsitum, ipse enim erunt æquales adinuicem per 4. primi ter assumptam, propter id quod quatuor lineæ $e a, e b, e c, \& e d$, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e , recti: sed unusquisque quatuor angulorum $a b c$ & d , est rectus per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo: erit igitur $a b c d$ quadratum per diffinitionem. Quod est propositum.



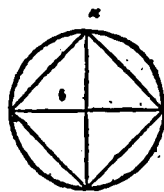
Euclid. ex Zamb.

Problema 6.

Propositio 6.

In dato circulo, quadratum describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, oportet iam in circulo $\alpha \beta \gamma \delta$ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli $\alpha \beta \gamma \delta$, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintque $\alpha \gamma$ & $\beta \delta$, & coniungantur $\alpha \beta, \beta \gamma, \gamma \delta, \& \delta \alpha$. Et quoniam equalis est $\beta \gamma$, ipsi $\alpha \delta$, (per diffinitionem 15 primi) centrum enim est, communis autem $\alpha \gamma$ ad angulos rectos, $\alpha \delta$, basis igitur $\alpha \beta$, (per 4. primi) basi $\alpha \delta$ est æqualis: & per hoc etiam utraq; ipsarum $\beta \gamma$, & $\gamma \delta$, utrique ipsarum $\alpha \beta$ & $\alpha \delta$ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum $\alpha \beta \gamma \delta$. Dico quod etiam rectangulum quoniam enim recta linea $\beta \delta$, dimetiēs est circuli $\alpha \beta \gamma \delta$: semicirculus igitur est angulus: rectus igitur est angulus $\beta \alpha \delta$ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisque angulorum contentorum sub $\alpha \beta \gamma, \beta \gamma \delta, \gamma \delta \alpha, \& \delta \alpha \beta$, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterū $\alpha \beta \gamma \delta$, ostensum autē est quod & æquilaterū: quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo $\alpha \beta \gamma \delta$: quod fecisse oportuit.

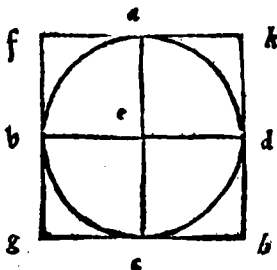


Euclid. ex Camp.

Propositio 7.

Ircā propositum circulum, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit propositus circulus $a b c d$, cuius centrū e : uolo circa ipsum, describere quadratū. Protraho in ipso duas diametros $a c$ & $b d$, secantes se orthogonaliter super centrum e , & quarum extremitatibus duco in utraq; partem lineas orthogonaliter, quousque quælibet earum concurrat cum duabus lateribus: sintque puncta concursus earū $f g h k$, eritque per correlarium 15 tertij, uterque angulorum qui sunt ad unumquemque quatuor punctorum $a b c d$, rectus: quia ergo in quadrilatero $a f b e$ tres anguli $a b$ & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f , rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum, quatuor angulos æquales quatuor rectis, ut demonstratum est supra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorum $g h$ & k , erit rectus: ergo per eandem partē 28 primi duæ lineæ $f g$ & $k h$, iteque duæ $f k$ & $g h$, sunt uidistantes, ergo per 34 primi $f k$ est æqualis $g h$, & $f g$, ipsi $k h$. quia per eandem $f k$ est æqualis $b d$, & $f g$ ipsi $a c$: at uero $b d$ est æqualis $a c$: erunt quatuor lineæ $f k, \& g h, \& f g$ & $k h$, æquales. & quatuor anguli $f g k h$ sunt recti: ut probatū est prius, ergo $f g h k$, est quadratum per diffinitionem: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

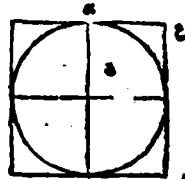
Problema 7.

Propositio 7.

Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha \beta \gamma \delta$. Oportet iam circa ipsum $\alpha \beta \gamma \delta$ circulū quadratum describere. Excitentur ipsius circuli $\alpha \beta \gamma \delta$ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, sintque $\alpha \gamma$ &

αd : et per signa $\alpha, \beta, \gamma, \delta$, excitetur (per 17 tertij) recta linea tangens circulum $\alpha \beta, \gamma, \delta$, sintq; $\gamma, \alpha, \delta, \beta$ et $\alpha \beta$. Quonia igitur recta linea $\alpha \beta$, ipsum circulum $\alpha \beta, \gamma, \delta$, tangit in signo α , et ab eentro in ipsum α , continetur coniungitur recta linea $\alpha \alpha$, anguli igitur qui sunt ad α , sunt recti (per 18 tertij) et ob id etiam anguli qui ad β, γ, δ , signa, sunt recti. Et quonia angulus $\alpha \alpha, \beta$, rectus est, et angulus qui sub $\alpha \beta, \gamma$, quoq; rectus est: parallelus igitur est $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \gamma$, (per 28 primi,) et ob id quoq; $\alpha \gamma$, ipsi $\beta \delta$, parallelus est. Similiter quoq; id ostendemus, quod et utraque ipsarum $\alpha \beta, \gamma, \delta$, ipsi $\beta \delta$, parallelus est: parallelograma igitur sunt $\alpha \delta, \alpha \gamma, \alpha \beta, \beta \delta$: equalis igitur est $\alpha \gamma$, ipsi $\beta \delta$, et $\alpha \beta$, ipsi $\gamma \delta$ (per 34 primi.) Et quoniam equalis est $\alpha \gamma$, ipsi $\beta \delta$, sed $\alpha \gamma$, utrique ipsarum $\alpha \delta$ et $\alpha \beta$, est equalis, et $\beta \delta$, utrique ipsarum $\alpha \beta$, et $\gamma \delta$, est equalis: utraque igitur ipsarum $\alpha \delta$, et $\gamma \delta$, utrique ipsarum $\alpha \beta$, et $\gamma \delta$, est equalis, equilaterum igitur est $\alpha \delta, \alpha \gamma, \alpha \beta, \beta \delta$, quadrilaterum. Dico quod et rectangulum. Quonia enim parallelogrammum est $\alpha \delta, \alpha \gamma, \alpha \beta, \beta \delta$, et angulus $\alpha \alpha, \beta$, rectus est: rectus igitur est et qui sub $\alpha \beta, \gamma$, est angulus, (per 34 primi) similiter quoq; ostendemus quod et qui ad $\delta \alpha, \beta$, anguli consistunt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum $\alpha \delta, \alpha \gamma, \alpha \beta, \beta \delta$ quadrilaterum, demonstratum uero quod et equilaterum, quadratum igitur est, et circa $\alpha \beta, \gamma, \delta$, circulum: descriptum est. Circa datu igitur circulum, quadratum descriptum est: quod oportebat facere.



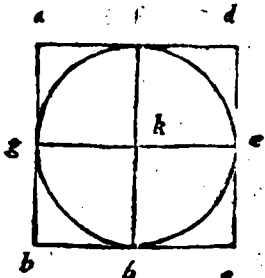
Euclid. ex Camp.

Propositio 8.



Intra quadratum assignatum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit quadratum assignatum $a b c d$. Volo intra ipsum, describere circulum. Hæc est quasi cõuersa 6. Diuido unūquodq; latus eius per equalia: $a d$ quidem in puncto f , $b a$ in puncto g , $c b$ in puncto h , & $d c$ in puncto e , & produco lineas $e g$ & $f h$, secantes se in puncto K : quem dico esse centrum circuli: erit enim $f h$ æquidistans & æqualis $a b$, per 33 primi. propter id quod $a f$, & $b h$ sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & $d c$, ipsi $a b$, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erunt per 34 primi quatuor lineæ $K e, K f, K g$, & $K h$, æquales: ergo per 9 tertij K , est centrum circuli quæsitū.



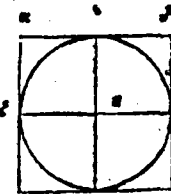
Euclid. ex Zamb.

Problema 8.

Propositio 9.

In dato quadrato, circulum describere.

THEON ex Zamb. Esto datum quadratum $\alpha \beta, \gamma, \delta$. Oportet iam in $\alpha \beta, \gamma, \delta$, quadrato, circulum describere, secetur (per 10 primi) utraque ipsarum $\alpha \beta$ et $\alpha \delta$, bisariam in β , signis, et per β , utrique ipsarum $\alpha \beta$ et $\alpha \delta$ (per 31 primi) parallelus excitetur $\gamma \delta$, et per β utrique ipsarum $\alpha \beta$ et $\alpha \delta$, et $\beta \gamma$ (per 31 primi,) parallelus excitetur $\gamma \delta$. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum $\alpha \beta, \gamma, \delta$, $\alpha \delta, \beta \gamma$, $\alpha \gamma, \beta \delta$, et eorum latera, uidelicet quæ ex opposito sunt equalia (per 34 primi,) et quoniam equalis est $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \beta$, et ipsius $\alpha \delta$, dimidium est $\alpha \beta$, et ipsius $\alpha \beta$, dimidium est $\alpha \delta$, equalis igitur est $\alpha \beta$, ipsi $\alpha \delta$, quare et quæ ex opposito (per eandem) sunt æquales, equalis igitur est $\beta \gamma$, ipsi $\alpha \delta$. Similiter quoque ostendemus quod et utraque ipsarum $\alpha \gamma$ et $\beta \delta$, utrique ipsarum $\alpha \beta$, et $\gamma \delta$, est equalis. Quatuor igitur $\alpha \beta, \gamma, \delta$, $\alpha \delta, \beta \gamma$, $\alpha \gamma, \beta \delta$, sibi inuicem sunt æquales, (per 1 cõmunem scientiam.) Centro igitur β , spatio uero aut α , aut γ , aut δ , aut β , circulus descriptus, transibit etiam per reliqua signa, et tanget $\alpha \beta, \gamma, \delta$, et $\alpha \delta$, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa $\alpha \delta$ et $\beta \gamma$ recti sunt. Si enim circulus rectas lineas $\alpha \beta, \gamma, \delta$, et $\alpha \delta$, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur β , spatio autem aut α , aut γ , aut δ , aut β , circulus descriptus, ipsas rectas lineas $\alpha \beta, \gamma, \delta$, et $\alpha \delta$ non secat: tangit igitur eas, et in quadrato $\alpha \beta, \gamma, \delta$, descriptus est. In dato quadrato igitur, et reliqua quæ sequuntur, quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp.

Propositio 9.



Intra assignatum quadratum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit quadratū $a b c d$. Volo circa ipsum, circulum describere. Hæc est quasi cõuersa 7. Protraho in ipso duas diametros $a c$ & $b d$, secantes se in puncto e , quæ dico esse cẽtrū circuli. Cũ enim lineæ $a d$, et $a b$, sint æquales: erunt per 5 primi anguli

anguli $a db$, & $ab d$, æquales: & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterq; eorum medietas recti: simili quoq; modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorum, esse medietatem recti. Quia igitur angulus $e a d$, est æqualis angulo $e d a$, erit per 6 primi, linea $e a$, æqualis lineæ $e d$. Eadem ratio ne erit $e a$ æqualis $e b$ & $e c$, æqualis $e d$, quare: quia quatuor lineæ $e a$, $e b$, $e c$, $e d$, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsi, quod est propositum.

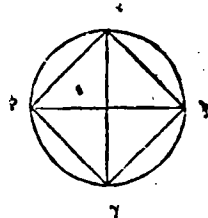
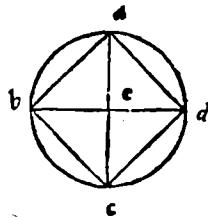
Euclid. ex Zamb.

Problema 9.

Propositio 9.

Circa datum quadratum, circulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datum quadratum $\alpha \beta \gamma \delta$, oportet iam circa $\alpha \beta \gamma \delta$ quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ $\alpha \gamma$, & $\delta \beta$, sese inuicem secant in ϵ . Et quoniam æqualis est $\delta \alpha$ ipsi $\alpha \beta$, communis autem $\alpha \gamma$, due igitur $\delta \alpha$, & $\alpha \gamma$, duabus $\beta \alpha$, et $\alpha \gamma$, sunt æquales, altera alteri, & basis $\delta \gamma$, (per 4 primi) basi $\beta \gamma$, est æqualis: angulus igitur $\delta \alpha \gamma$, (per 8 primi) ei qui sub $\beta \alpha \gamma$ est angulo æqualis est. Angulus igitur $\delta \alpha \beta$, bifariam diuisus est, per lineam $\alpha \gamma$. Similiter iam ostendemus quod & unusquisq; angulorum qui sunt sub $\alpha \beta \gamma$, $\beta \gamma \delta$, & $\delta \alpha \beta$, bifariam diuisus est per $\alpha \gamma$, & $\delta \beta$, rectas lineas. Et quoniam angulus $\delta \alpha \beta$, æqualis est angulo $\alpha \beta \gamma$, & anguli $\delta \alpha \beta$, angulus $\alpha \beta \gamma$, dimidium est, & anguli $\alpha \beta \gamma$, dimidium est angulus $\beta \alpha \gamma$: angulus igitur $\alpha \beta \gamma$, angulo $\beta \alpha \gamma$, est æqualis, quare (per 6 primi), & latus $\alpha \gamma$, lateri $\beta \gamma$, est æquale. Similiter iam ostendemus quod & utraq; ipsarum $\alpha \epsilon$, & $\beta \epsilon$, rectarum linearum, utriq; ipsarum $\alpha \epsilon$, & $\delta \epsilon$, est æqualis. Quatuor igitur $\alpha \epsilon$, $\beta \epsilon$, $\gamma \epsilon$, & $\delta \epsilon$, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ϵ , spatio uero aut α , aut β , aut γ , aut δ , circulus descriptus, transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa $\alpha \beta \gamma \delta$, quadrati describatur sicut $\alpha \beta \gamma \delta$. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp.

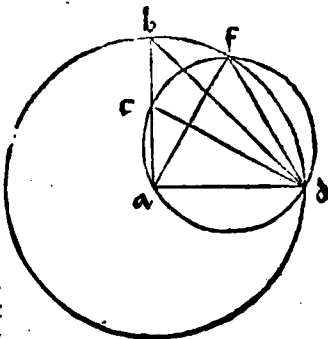
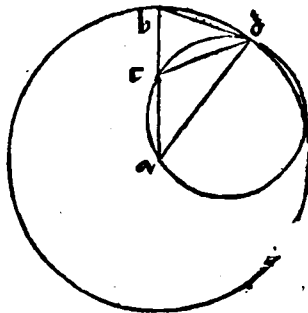
Propositio 10.

Vum æqualium laterum triangulum designare, cuius uterque duorum angulorum, quos basis obtinet, reliquo duplus existat.



CAMPANVS. Intentio est describere unū triangulum duum æqualiū laterum & tertij inæqualis, cuius uterq; angulorū qui superlatus quod est reliquis inæquale, existunt ad tertij, duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea quælibet quæ sit $a b$, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi, in pūcto c , ita quod illud quod sit ex $a b$, in $b c$ sit æquale quadrato $a c$. Factoq; pūcto a centro, secundū ipsius quantitātē describatur circulus $b d e$, intra quē per primā huius coaptetur linea $b d$, æqualis lineæ $a c$, & producantur duæ lineæ $d a$, $d c$. Dico triangulū $a b d$, esse qualis proponitur. Circumscribatur circulus qui sit $d c a$, per h huius: triangulo $d c a$. Quia ergo linea $b d$, est æqualis lineæ $a c$, erit quod sit ex $a b$, in $b c$, æquale quadrato lineæ $b d$, quare per ultimā tertij $b d$ linea, est contingens circulum $d c a$, & per 31 eiusdem, angulus $c d b$, est æqualis angulo $c a d$. Posito ergo communi angulo $c d a$, erit totus angulus $b d a$, æqualis duobus angulis $c a d$, $c d a$, sed per 32 primi, angulus $b c d$, est æqualis eisdem, quia extrinsecus ad ipsos, ergo $b d a$, est æqualis angulo $b c d$: & quia angulus $a d b$, est æqualis angulo $a b d$, per 5 primi, eo quod latera $a b$ & $a d$ sunt æqualia: erit angulus $b c d$, æqualis angulo $c b d$, ergo per 6 primi, linea $c d$, est æqualis lineæ $b d$, quare & lineæ $c a$, ergo per 5 primi, angulus $c a d$, est æqualis angulo $c d a$. Quia ergo uterq; angulorum $c d b$, & $c d a$, est æqualis angulo $c a d$, erit totus angulus $b d a$, duplus ad angulum $d a b$, & ideo angulus $a b d$, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum $b a d$: quod est propositum.

CAMPANI additio. Forſan dicit aduersarius circulū $d c a$, circūscriptū trigono partiali, ſecare circulū $b d e$ in aliquo pūcto arcus $b d$: ita quod ſimul ſecabit lineā $b d$, unde ipſa nō erit circulo applicata ſicut in demōſtratione ſupponitur, ſed ipſum ſecās. Sit ergo ſi poſſibile eſt, ut ponit aduerſarius, & à pūcto b , ducatur ad ipſum circulū minorē, cōtingēs $b f$, & ducātur lineæ $f a$, $f d$, eritq; p penultimā tertij, quod ſit ex $a b$, in $b c$, æquale quadrato, $b f$, ergo $b f$ eſt æqualis



(per 5 primi) est equalis, quoniam latus αA (per 15 diffinitionem primi) lateri αB est equale, quare α angulus $A B \alpha$ (per 1 cōmunem scientiā) angulo $\beta \gamma \delta$ est equalis. Tres igitur anguli $\beta A \alpha$, $\alpha B \alpha$ & $\beta \gamma \delta$, sibi inuicē sunt equales. Et quoniam equalis est angulus $A B \gamma$, angulo $\beta \gamma \delta$, equale est α latus βA , lateri $\alpha \delta$. Sed βA ipsi α est equalis per hypothesin, & $\alpha \gamma$, igitur ipsi $\gamma \delta$ est equalis. Quare α angulus $\gamma \delta \alpha$ (per 5 primi) angulo $A \alpha \gamma$ est equalis. Igitur anguli qui sunt sub $\gamma \delta \alpha$ & $A \alpha \gamma$, eius qui sunt sub $\gamma \alpha \delta$, dupli sunt. Angulus autē sub $\beta \gamma \delta$, angulis qui sunt sub $\gamma \delta \alpha$, & $A \alpha \gamma$ est equalis. Et angulus igitur $\beta \gamma \delta$, eius qui est sub $\gamma \alpha \delta$, anguli duplus est. Aequalis autē est angulus $\beta \gamma \delta$, utriq; ipsorū sub $\beta A \alpha$, & $\alpha B \alpha$ angulo rū. Et uterq; igitur eorū qui sunt sub $\beta A \alpha$, & $\alpha B \alpha$, angulorū, eius qui est sub $A \alpha \beta$, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est $\alpha \beta A$, habens unumquēque eorum qui ad basin $A B$ sunt angulorū, duplicem reliqui: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 11.



Ntra datum circulum, æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus $a b c$, uolo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulū unum qualem præmissa proponit, qui sit z , cui alium æquiangulum intra datum circulum describo, sicut docet z huius, qui sit $a b c$, sitq; uterque angulorum $a b c$ & $a c b$, duplus ad angulum $c a b$. Vtrunque eorum diuido per æqualia, ductis lineis $b e$, & $c d$, eruntq; per 15 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta $a d b c e$, diuidūt circulum, adinuicē æquales, propter id quod quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicē æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt $a d, d b, b c, c e, \& e a$, erit pētagonus $a d b c e$ inscriptus dato circulo, qualis proponitur. Est enim æquilaterus, per 28 tertij, cū quinque arcus, quorum eius quinque latera sunt, chordæ sint adinuicē æquales. Et etiā æquiangulus per 26 eiusdem, eo quod quinque arcus $d a e, a e c, e c b, c b d, \& b d a$, in quos anguli ipsius pentagoni cadūt, sunt adinuicem æquales. Sicq; constat propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 11.

Propositio 11.

In dato circulo pentagonum æquilaterū & æquiangulū describere.

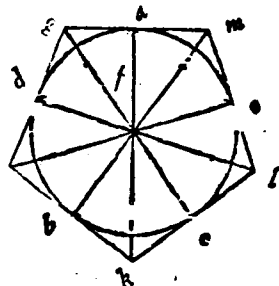
THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, oportet iam in $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, circulo, pentagonum æquilaterū & æquiangulū describere. Sumatur (per 14) triangulum isosceles, sitq; illud $\zeta \eta \theta$, duplum habens unumquēque eorum qui sunt ad $\zeta \theta$ angulorū, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ . Et describatur (per 2 quartij) in circulo $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, triangulo $\zeta \eta \theta$, æquiangulum triangulum $\alpha \gamma \delta$. Ita ut angulo qui ad ζ , angulus qui sub $\gamma \alpha \delta$, fiat equalis, & uterque eorum qui sub $\alpha \gamma \delta$ & $\alpha \delta \alpha$, sunt angulorum, utrique eorum angulorum qui ad ζ , & θ fiat equalis, & uterque igitur eorum qui sunt sub $\alpha \gamma \delta$, & $\alpha \delta \alpha$, eius qui est sub $\gamma \alpha \delta$, duplus est. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub $\alpha \gamma \delta$, & $\alpha \delta \alpha$, angulorum, bisariam per $\alpha \delta$, rectis lineis, & coniungantur $\alpha \beta, \beta \gamma, \gamma \delta, \delta \epsilon, \& \epsilon \alpha$. Quoniam igitur uterque angulorū qui sunt sub $\alpha \gamma \delta$, & $\alpha \delta \alpha$, eius qui sub $\gamma \alpha \delta$, est anguli duplus est, & dissecti sunt bisariam per rectas lineas $\alpha \delta$, & $\alpha \epsilon$, quinque igitur anguli qui sunt sub $\alpha \gamma \delta, \alpha \delta \alpha, \alpha \delta \epsilon, \alpha \epsilon \beta, \& \beta \gamma \delta$, sibi inuicē sunt equales. Sed anguli equales, in equalibus circumferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circumferentiæ $\alpha \beta, \beta \gamma, \gamma \delta, \delta \epsilon, \& \epsilon \alpha$, sibi inuicem sunt equales. Sed equalibus circumferentijs (per 29 eiusdem) equales recte lineæ subtenduntur: quinque igitur recte lineæ $\alpha \beta, \beta \gamma, \gamma \delta, \delta \epsilon, \& \epsilon \alpha$, sibi inuicem sunt equales: æquilaterū igitur est pentagonū $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$. Dico iam quod & æquiangulum. Quoniam enim circumferentiæ $\alpha \beta$, circumferentiæ $\delta \epsilon$, est equalis, cōmunis apponatur $\beta \gamma \delta$: tota igitur circumferentiæ $\alpha \beta \gamma \delta$, toti circumferentiæ $\delta \epsilon \beta \gamma$ est equalis, & consistit quidem super $\alpha \beta \gamma \delta$ circumferentiæ, angulus $\alpha \delta \epsilon$, & super $\delta \epsilon \beta \gamma$, circumferentiæ, consistit angulus $\beta \alpha \gamma$: & angulus igitur qui sub $\beta \alpha \gamma$, sub $\alpha \delta \epsilon$, est angulo, equalis est, & ob id unusquisque eorum qui sunt sub $\alpha \beta \gamma, \alpha \delta \epsilon, \& \gamma \delta \epsilon$, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub $\beta \alpha \gamma, \alpha \delta \epsilon, \& \alpha \delta \epsilon$, angulorum est equalis. Aequiangulum igitur pentagonum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$: ostensum autem est quod & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonū æquilaterū & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

Euclid.



Irca propositum circulum, pentagonum æquilaterum atq[ue] æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus $a b c$, cuius centrum f . Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circumferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinam præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint $a d b c e$, ad quæ à centro ducam lineas $f a, f d, f b, f c, f e$, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis $g h k l m$, eruntq[ue] hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas $f g, f h, f k, f l, f m$. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quod si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea $g a$ æqualis lineæ $g d$, & $h d$, ipsi $h b$, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta $a d b c e$, diuidunt circulū, sunt adinuicem æquales, erūt per 26 tertij, quinque anguli $a f d, d f b, b f c, c f e, e f a$, cōsistentes super hos arcus in centro f , sibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera $a g$, & $f a$, æqualia duobus lateribus $d g$ & $f d$, trianguli $f g d$, & latus $g f$ commune ergo per 8 primi, duo anguli eorū qui sunt ad f , itemq[ue] duo anguli qui sunt ad $a g$, sunt ad inuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui i sunt ad f , in triangulis $d f h$, & $h f b$, itemq[ue] duo qui sunt ad h , sunt adinuicem æquales. Similiter quoq[ue] singuli trium reliquorum angulorum qui sunt $b f c, c f e, e f a$: & singuli triū qui sunt $k l m$, diuidantur per æqualia, primi quidem per lineam $f k$, secundi per lineam $f l$, tertij uero per lineam $f m$. Et quia hi tres anguli qui sunt $b f c, c f e, e f a$, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt $a f d, d f b$, æquales: erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f , adinuicem æqualia. Quia igitur duo anguli a & f , sunt æquales duobus angulis a & f , trianguli $m a f$, & latus $a f$, commune erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius, & latus $g a$ æquale lateri $a m$. Eadem ratione erit angulus $g m$, triangulo $g f d$, æqualis angulo h , in triangulo $d f h$, & latus $g d$ æqualis lateri $d h$. Quare: quia $g a$ est dimidium $g m$, & $g d$ dimidium $g h$, & $g a$ & $g d$ sunt æqualia, erunt per communem scientiam $g m$ & $g h$, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus $g m$, esse æquale $m l$ & $m l$, ipsi $l k$, & $l k$, ipsi $k h$, quare pentagonus $g h k l m$ est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cum enim duo anguli qui sunt ad g , sint adinuicem æquales, & duo qui sunt ad m , similiter adinuicem æquales, & g partialis sit æqualis m partiali (utcuq[ue] enim probatum est prius) erit per eandē cōmunem scientiam g totalis, æqualis m totali, & eadē ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicq[ue] constat propositum.

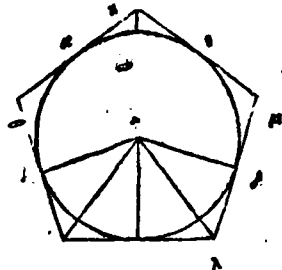


Euclid. ex Zamb.

Problema 12. Propositio 12.

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterū & æquiangulum describere. 12

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $a b \gamma d i$, oportet iam circa $a b \gamma d i$, circulū, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum signa $a b \gamma d i$, ita ut (per præcedentem) $a b \gamma d i$, & a , circumferentiæ sint æquales, & per $a b \gamma d i$, excitata sint (per 17 tertij) ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, $a d, d \gamma, \gamma i, i a$, & a . Sumatur centrum circuli $a b \gamma d i$, sitq[ue] (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ $f b, f \gamma, f i, f d$. Et quoniam a , recta linea circulum ipsum $a b \gamma d i$, tangit in signo γ , & à centro f , in ipsum γ , contactum ducta est $f \gamma$, igitur (per decimamoctauam tertij) $f \gamma$, super a , perpendicularis est, rectus igitur est uterque eorum qui ad γ sunt angulorum. Et per hoc, anguli qui sunt ad $d a$, signa recti sunt. Et quoniam angulus qui sub γ , rectus est, quod fit igitur ex f , æquum est eis quæ fiunt ex γ , & γ , (per quadragesimam septimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex f , & a , æquum est id quod fit ex f , (per eandem.) Quæ sunt igitur ex f , & γ , eis quæ fiunt ex f , & a , sunt æqualia, quorum quod fit ex f , æquum est ei quod fit ex f . Reliquum igitur quod fit ex γ , reliquo quod fit ex a est æquale, æqualis igitur est a , ipsi γ . Et quoniam æqualis est f , ipsi f , & communis f .
duo



Due igitur A, & S, duabus, & S sunt æquales. Et basis A, basi, & est æqualis. Angulus igitur S, (per 8 primi) angulo A, est æqualis: & angulus A, (per 4 primi) angulo S. Duplus igitur est angulus S, eius qui sub A, est anguli. & angulus A, eius qui est sub S. Et ob id iam & angulus, & A, eius qui est sub, & duplus est: & angulus, & A, eius qui sub, & A. Et quoniam circūferentia A, æqualis est circūferentia, & A, æqualis est (per 17 terti) angulus S, angulo, & A: & angulus quidem A, & A, eius qui est sub A, & duplus est: & qui sub A, & A, eius qui sub A, & A: angulus igitur A, & A, angulo, & A, est æqualis. Duo igitur iam trianguia sunt A, & S: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum: latus uni lateri æquale (per 16 primi) & eorum commune, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, & reliquis lateribus equalia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Æqualis igitur est A, & A, & linea ipsi, & A, & angulus S, & A, angulo, & A. Et quoniam æqualis est A, & A, ipsi, & A: dupla igitur est A, & A, ipsius A, & per hoc etiam ostendetur, quod A, ipsius A, & A, dupla est. Et quoniam ostensum est, quod A, & A, ipsi A, est æqualis, & A, & A, ipsius A, & A, dupla est, & A, & A, ipsius A, igitur A, & A, ipsi A, est æqualis. Similiter iam ostendetur, quod unaquæq; ipsarum, & A, & A, & A, unicuiq; ipsarum, & A, & A, est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum, & A, & A. Aio etiam quod et æquiangulum: quoniam æqualis est angulus S, & A, angulo, & A, & ostensum est ipsius quidem anguli S, & A, duplum eum esse qui est sub A, & A, eius autem qui est sub, & A, duplum eum esse qui est sub A, & A: angulus igitur qui est sub A, & A, angulo qui est sub A, & A, est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quod unusquisq; eorum qui sunt sub A, & A, & A, & A, unicuiq; eorum qui sunt sub A, & A, & A, & A, est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub A, & A, & A, & A, & A, sibi inuicem sunt æquales. Æquiangulum igitur est pentagonum, & A, & A: ostensum autem est quod & æquilaterum: & descriptum est circa circumulum, & A, & A: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp.

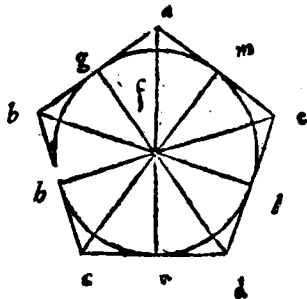
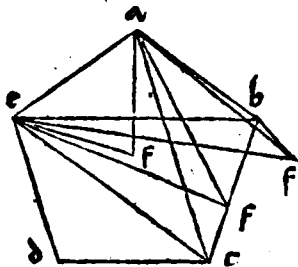
Propositio 13.

3



INTRA æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatum, circumulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium, hoc est possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circumulum. Hac est quasi conuersa. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrant in puncto fintra ipsum pentagonum, quem dico centrū esse circuli. Concurrent enim propter id quod dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipsum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriusq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrent ergo primò extra in puncto f: & ducatur linea b f. Et quia duo latera c a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Concurrent ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmissio modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quod si forsitan concurrent in angulo c: erit per eandem & eodem modo c b æqualis c a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia esse non potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonum: a quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos alterutro angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia, erit etiam b totalis diuisus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-



sum per æqualia, propter æqualitatem d partialis & a partialis: sumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b sunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: sumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinque lineæ f g, f h, f k, f l, & f m sunt æquales, erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum describemus secundum quãtãtatem unius earum: & tanget omnia latera pẽtagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum secabit, per primam partem 15 tertij: sicq; constat propositum.

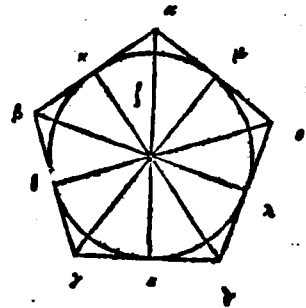
Euclid. ex Zamb.

Problema 13.

Propositio 13.

In dato pentagono æquilatero & æquiangolo, circulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$: oportet iam in pentagono $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, circulum describere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub $\epsilon \gamma \delta$ & $\alpha \beta \gamma$ angulorum bisariam, per rectas lineas $\gamma \delta$ & $\alpha \beta$: & ab δ signo in quo concurrunt ad invicem ipsæ rectæ lineæ $\gamma \delta$ & $\alpha \beta$ coniungantur rectæ lineæ $\delta \alpha$ & $\gamma \beta$. Et quoniam æqualis est ϵ , ipsi α , communis autem γ : due iam $\epsilon \gamma$ & $\delta \gamma$, duabus $\delta \gamma$ & $\epsilon \gamma$ sunt æquales: & angulus $\beta \gamma \delta$, angulo $\delta \gamma \epsilon$ est æqualis: basis igitur $\beta \delta$ (per 4 primi) basi $\delta \alpha$ est æqualis: & triangulum $\beta \gamma \delta$ triangulo $\delta \gamma \epsilon$ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales: sub quibus æqualia latera subtenduntur. Æqualis igitur est angulus $\gamma \delta \alpha$, angulo $\gamma \delta \beta$. Et quoniam angulus $\gamma \delta \alpha$ eius qui sub $\gamma \delta$ est anguli, duplus est: æqualis autem est angulus $\gamma \delta \beta$ ei qui sub $\alpha \beta$ est angulo, & angulus $\gamma \delta \alpha$ angulo $\gamma \delta \beta$: angulus igitur $\gamma \delta \alpha$ anguli $\gamma \delta \beta$ duplus est: æqualis igitur est angulus $\alpha \beta \gamma$, angulo $\beta \gamma \delta$. Angulus igitur $\alpha \beta \gamma$, bisariam diuisus est per $\beta \delta$ rectam lineam. Similiter quoq; ostendetur quod & uterque eorum qui sunt sub $\beta \alpha \epsilon$ & $\alpha \epsilon \delta$ angulorum, bisariam diuisus est per utranque rectarum linearum $\alpha \epsilon$ & $\delta \epsilon$. Excitentur (per 12 primi) ab δ signo in $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, & $\alpha \epsilon \delta$ rectæ lineæ perpendiculares $\delta \alpha$ & $\delta \epsilon$, & $\delta \beta$ & $\delta \gamma$. Et quoniam æqualis est angulus $\delta \gamma \alpha$, angulo $\delta \gamma \beta$: est autem angulus $\delta \gamma \alpha$ rectus, angulo $\delta \gamma \beta$ recto æqualis: duo iam sunt triangula $\delta \gamma \alpha$ & $\delta \gamma \beta$ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum commune enim eorum γ , subtensum sub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur est perpendicularis $\delta \alpha$ ipsi $\delta \epsilon$ perpendiculari. Similiter quoque ostendetur, quod & unaquæque ipsarum $\delta \beta$, $\delta \gamma$, & $\delta \epsilon$, unicuique ipsarum $\delta \alpha$ & $\delta \beta$ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ $\delta \alpha$, $\delta \beta$, $\delta \gamma$, $\delta \epsilon$, & $\delta \alpha$, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur δ , spatio uero aut α aut β aut γ aut δ aut ϵ , circulus descriptus: per reliqua quoque ueniet signa. Et tanget rectas lineas $\alpha \beta$, $\beta \gamma$, $\gamma \delta$, $\delta \epsilon$, & $\epsilon \alpha$ (per correlarium 16 tertij) quoniam anguli qui sunt ad α , β , γ , δ , & ϵ signa recti sunt. Si enim non tanget eas, sed secabit: continget quod à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipsum circulum cadet: quod esse impossibile ostensum est (per 16 tertij). Igitur centro δ , spatio uero uno ipsorum α , β , γ , δ , & ϵ , signorum descriptus circulus, rectas lineas $\alpha \beta$, $\beta \gamma$, $\gamma \delta$, $\delta \epsilon$, & $\epsilon \alpha$ minime secabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) describatur sicut $\delta \alpha \beta \gamma \delta \epsilon$. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangolo, circulus descriptus est: quod facere oportebat.



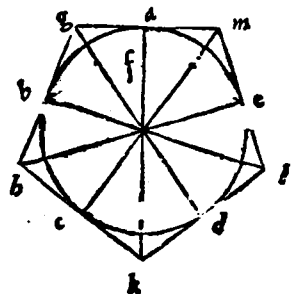
Euclid. ex Camp.

Propositio 14.



Irca datum pentagonum quod sit æquilaterum atq; æqui-
angulum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit ut prius, datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs nõ est necessariũ hoc esse possibile) a b c d e: uo lo circa ipsũ describere circulũ. Hæc est quasi cõuersa 12. Duos eius propinquos angulos, qui sunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & e quousq; concurrant intra ipsum pentagonum in puncto f: concurrent enim & intra pentagonum, ut probatum est in præmissa. Et à puncto concursus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ sint f h, f c, f d: & quia duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a



et & a trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f a æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis a totali, & e totalis diuifus est per æqualia: erit fimiliter b totalis diuifus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuifum efle per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, efle æquales: quare per 9 ter tñ erit centrum circuli. Sicq; patet propofitum.

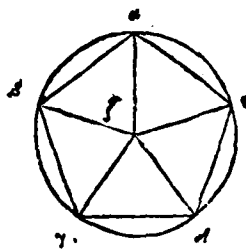
Euclid. ex Zamb.

Problema 14.

Propofitio 14.

24 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

THEON ex Zamberto. Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$: oportet iam circa pentagonum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui funt sub $\beta \gamma$ & $\delta \epsilon$, $\alpha \delta$ & angulorum bifariam, per utranq; ipfarum $\gamma \delta$ & $\epsilon \alpha$. Et δ signo in quo concurrunt ipse rectæ lineæ, ad figna β, α, γ , coniungantur rectæ lineæ $\delta \beta, \delta \alpha, \delta \gamma$. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisq; eorum qui funt sub $\gamma \delta, \delta \epsilon, \epsilon \alpha, \alpha \beta, \beta \gamma$ angulorum, bifariam secatur per unamquamq; ipfarum $\delta \beta, \delta \alpha, \delta \gamma, \epsilon \alpha, \alpha \beta, \beta \gamma$ rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus $\beta \gamma \delta$ angulo $\delta \epsilon \alpha$, & anguli $\beta \gamma \delta$ dimidium est angulus $\delta \alpha \gamma$: anguli autem $\gamma \delta \epsilon$ dimidiū est angulus $\delta \alpha \beta$: & angulus $\delta \alpha \gamma$ igitur angulo $\delta \alpha \beta$ est æqualis. Quare & latus $\gamma \delta$, lateris $\delta \alpha$ est æquale. Similiter iam ostendetur, quod & unaqueq; ipfarum $\delta \beta, \delta \alpha, \delta \gamma, \epsilon \alpha, \alpha \beta, \beta \gamma$, utriq; ipfarum $\delta \beta, \delta \alpha, \delta \gamma, \epsilon \alpha, \alpha \beta, \beta \gamma$ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ $\delta \beta, \delta \alpha, \delta \gamma, \epsilon \alpha, \alpha \beta, \beta \gamma$, fibi inuicem funt æquales. Centro igitur δ , & fpatio aut $\delta \alpha$ aut $\delta \beta$ aut $\delta \gamma$ aut $\epsilon \alpha$ aut $\alpha \beta$, circulus descriptus: ueniet per reliqua figna, & descriptus erit circa $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur, & fit $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$. Circa datum igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est: quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp.

Propofitio 15.

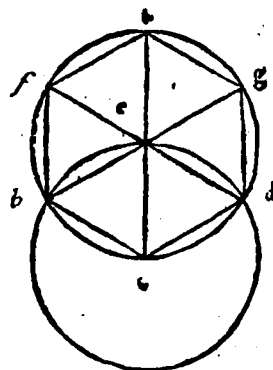
25 Ntra propofitum circulum, hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum describere.



Ex hoc itaq; manifestum est, quod latus hexagoni, æquū est dimidio diametri circuli cui inſcribitur.

CAMPANVS. Sit propofitus circulus a b c d: cuius centrum e, uolo ſibi inſcribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrum a e c, & ſecundum quantitatem ſemidiametri e c, facto centro puncto c, deſcribo circulum e b d, ſecantem priorem in duobus punctis b, d: a quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ ſint b c g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo ſex lineis quæ ſunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæſitum. Erit enim ut demonſtrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiangulus per 5 eiuſdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorū, ſunt æquales duobus rectis: propter id quod quiſque eorū eſt tertia duorum rectorum: ſed ipſi per 13 eiuſdem, cum angulo d e c, ſunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, eſt æqualis utriq; eorum: quare per 15 eiuſdem, ſex anguli qui ſunt ad e, ſunt adinuicē æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, ſunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiuſdem, quæ ſunt latera ipſius hexagoni. Aequilaterus igitur eſt. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod ſex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini ſumpti ſunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui conſiſtit in primo, eſt æqualis angulo b qui conſiſtit in ſecundo, idem in cæteris, quare conſtat propofitum.

Correlarium ex hoc patet, quod dimidiū diametri & latus hexagoni, ſunt latera eiuſdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.



CAMPANI additio. Et nota quod non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quemadmodum fecit de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atq; æquiangula quæcunq; fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intrâ & extrâ, iisdem medijs, per quæ hoc in pentagono fecimus, describemus. Nota etiam quod omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circumscripta est etiam necessario æquiangularis: de inscripta patet per 27 & 26 tertij sumptis arcibus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contractus, facile probabis, si plenè intellectæ demonstrationi: huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaq; quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicq; faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, tota quoq; esse æqualia.

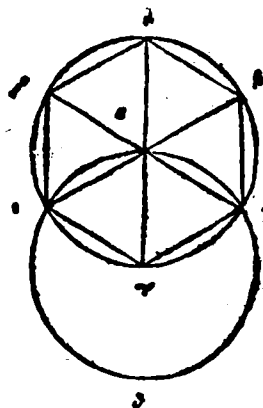
Euclid. ex Zamb.

Problema 15.

Propositio 15.

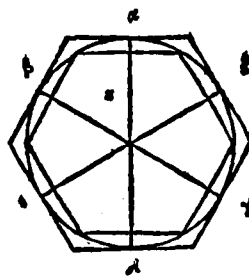
In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$: oportet iam in dato circulo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ hexagonum æquilaterum æquiangulumq; describere. Excitetur ipsius $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ circuli dimetiens, sitq; illud $\alpha\delta$. Sumaturq; (per 1 tertij) centrum circuli: sitq; illud Λ , & centro Λ spatium uero δ (per 3 postulatam) circulus describatur $\gamma\iota\kappa\lambda\mu$: & coniuñctæ rectæ $\alpha\gamma$ & $\alpha\iota$ extendatur in β & ζ , signa, et connectantur $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, $\zeta\alpha$. Dico quod $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim Λ signum, centrum est circuli $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$, equalis est (per diffinitionem 15 primi) Λ ipsi δ . Rursus quoniam Λ signum, centrum est circuli $\gamma\iota\kappa\lambda\mu$, equalis est (per eandem) Λ ipsi ι . Sed δ ipsi Λ ostensum est quod est equalis. Igitur ι ipsi δ est equalis (per 1 communem sententiam.) Æquilaterum igitur est $\alpha\delta$ triangulum: et tres igitur eius anguli, α & δ , scilicet, α & δ sibi inuicem sunt æquales. Quoniam (per 5 primi) isosceliū triangulorū anguli qui ad basin sibi inuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) angulus igitur α & δ , duorum rectorū tertium est. Similiter quoque ostēdemus, quod & angulus Λ & γ , duorū rectorū tertium est. Et quoniam rectæ lineæ $\gamma\iota$ & $\gamma\kappa$ super $\alpha\delta$ stans (per 13 primi) utrobique angulos $\gamma\iota\alpha$ & $\gamma\kappa\alpha$ duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γ & ι , tertium est duorū rectorum: anguli igitur α & γ , & α & ι , sibi inuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc est, β & ζ , & α & ϵ , & δ & μ , eiusdem $\alpha\delta$, & $\gamma\iota$ & $\gamma\kappa$ sunt æquales (per 13 primi.) Sex igitur anguli α & γ , & α & ι , & β & ζ , & α & ϵ , & δ & μ , sibi inuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circumferentijs consistunt (per 26 tertij.) Sex igitur circumferentiæ $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, $\zeta\alpha$, sibi inuicem sunt æquales. At sub æqualibus circumferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem.) Sex igitur rectæ lineæ $\alpha\beta$, $\beta\gamma$, $\gamma\delta$, $\delta\epsilon$, $\epsilon\zeta$, $\zeta\alpha$, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ hexagonum. Aio quoque quod & æquiangulum. Quoniam enim circumferentia $\alpha\delta$ equalis est circumferentiæ Λ : communis apponatur circumferentia $\alpha\delta$. Tota igitur $\alpha\beta\gamma\delta$, toti $\alpha\delta$ est equalis. Et super circumferentia $\alpha\delta$, consistit angulus δ super autem $\alpha\delta$ circumferentia, consistit angulus α . Aequalis igitur est angulus α & δ , angulo Λ . Similiter quoque ostendetur quod & reliqui anguli ipsius $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ hexagoni, hoc est, unusquisque eorum qui sunt sub $\alpha\delta$ & $\beta\gamma$, & $\alpha\delta$ & $\gamma\delta$, unicuique eorum qui sunt sub $\alpha\delta$ & $\epsilon\zeta$, & $\alpha\delta$ & $\zeta\alpha$ angulorum, sunt æquales. Æquiangulum igitur est hexagonum $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$. Ostensum autem est quod & æquilaterum, & descriptum est in circulo $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$. In dato circulo igitur $\alpha\beta\gamma\delta\epsilon\zeta$ hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.



CORRELA

CORRELARIVM. Hinc manifestum est quod hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa a, b, γ, d, e, f , circum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex predictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circum describemus & circumscribemus: quod facere oportebat.



Euclid. ex Camp.

Propositio 16.

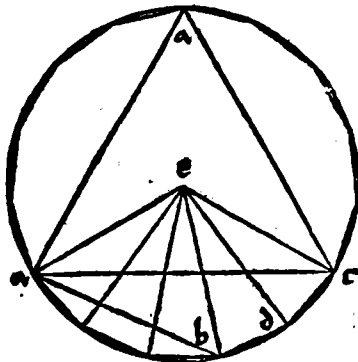
16



Intra datum circum, quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum designare.

Deinde circa quemlibet circum assignatum, qui decagonum æquilaterum atq; æquiangulum, atq; intra datum quindecagonum, circum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circumscribere, atq; intra talem quindecagonum propositum, circum describere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æquianguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circumferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta, erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circumferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam quæ est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totum. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circumferentiæ. Subtensis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatisq; continuè intra datum circum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cetera uero duo quæ proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circumscribere, ac circum quindecagono inscribere, ac etiam circumscribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis faciliè perficies.



CAMPANI additio. Et nota quod quæcumq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circumscribere, & ipsi circum. Diuisis enim arcibus, quibus latera eius quæ scitur inscribi subtenduntur, per æqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figuræ ductis lineis, fiet intra circum figura duplo plurium laterum quæ erit æquilatera per 28 tertijs: ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratū est, supra 15 huius, quod omnis figura æquilatera circulo inscripta est etiā æquiangula. Et quia hæc circulo scimus inscribere, scimus cetera tria per duodecimam, decimatertiam & decimaquartam huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum, scimus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonum, ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem, ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum, scimus per hoc inscribere omnem figuram, cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoq; scimus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continuè duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figuræ 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Ceterarum autem figurarum, de quibus ista non docet,

uel quę per has non habentur: difficilis est scientia & parum utilis, ut sunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quod si sciemus triangulum duum æqualium laterum designare, cuius uterque angulorum ad basin triplus esset ad reliquum, sciremus heptagonum, ut supra pentagonum circulo inscribere: quod si uterque quadruplus esset ad reliquum, sciremus nonagonum: & si quintuplus, hendecagonum. Idemque in cæteris figuris imparium laterum, posito utroque angulorum ad basin multiplici ad reliquum, per eum numerum qui est medietas maximi paris sub impari numero laterum ipsius figurę contenti.

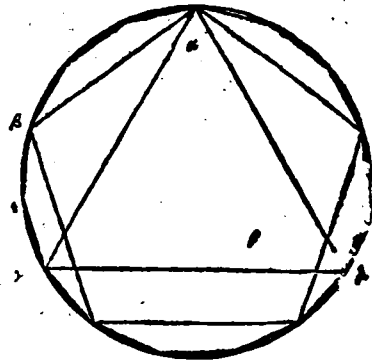
Euclid. ex Zamb.

Problema 16.

Propositio 16.

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum 16
describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus $\alpha \beta \gamma \delta$: oportet tam in $\alpha \beta \gamma \delta$ circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Describatur in circulo $\alpha \beta \gamma \delta$, trianguli æquilateri latus $\alpha \gamma$, pentagoni uero æquilateri latus $\alpha \beta$ in arcu $\alpha \gamma$. Qualium igitur est circulus $\alpha \beta \gamma \delta$, equalium segmentorum quindecim: talium quidem circumferentia $\alpha \beta$, tertium existens ipsius circuli, erit quinque. Circumferentia autem $\alpha \beta$, existens quintum circuli, erit trium: reliqua igitur $\beta \gamma$, duorum equalium. Secetur (per 30 tertij) $\alpha \gamma$, bisectionem in ϵ : utraq; igitur ipsarum $\alpha \epsilon$, & $\epsilon \gamma$, circumferentiarum, quindecimum erit ipsius $\alpha \beta \gamma \delta$, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas $\alpha \epsilon$, & $\epsilon \gamma$, ipsis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulo $\alpha \beta \gamma \delta$: erit in eo descriptum quindecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, si per circuli diuisionem, tangentes circulo ducemus: describetur circa circulum, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per ostensionem similiter in pentagonis, & in dato quindecagono æquilatero & æquiangulo, circulum describemus & circumscribemus.



QVARTI LIBRI FINIS.

803

EVCLIDIS MEGARENSIS

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM

elementorum, Liber quintus.

Euclid. ex Campano.

Diffinitiones.



sa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

Ars, est quantitas quantitatis minor maioris, cum minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur proprie: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcisè constituit, si ne diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum, secundum quem sumitur ad ipsius totius cōstitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quælibet quantitas minor, quæ quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quod cum alia quantitate diuer-

Multiplex, est maior minoris, quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiuè dicitur ad totum, & in istis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipsum, multiplex: propter hoc quod minus aliquoties sumptum, ipsum constituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex: ut patet per eius diffinitionem:

Proportio, est habitudo duarum quantæcunq; sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio, est habitudo duarū rerum eiusdem generis adinuicem, in eo quod earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Non enim solum in quantitibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elementorū numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boëtius in quarto) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur, erit ipsarum partium suorumq; sonorum, eadem cōuerso modo proportio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quod earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in Prædicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate, cum eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quod proportio est habitudo duarum quantitatū adinuicem, quæ attenditur in eo quod una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quod oportet eas esse eiusdē generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici in ea, maior aut minor superficie, aut corpore, nec tempus, loco: sed linea, linea, & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, comparabilia sunt. Quod autem dicit, certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata: ut sit sensus, Proportio est determinata habitudo duarum quantitatū: ita, in quam, determinata, quod hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatū sit scita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam est discretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa

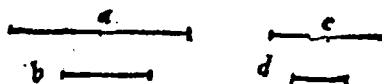
Plato.
Boëtius.

Aristoteles

& nota. At uerò in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris est proportio nota, quæ & rationalis dicitur. Dicunturq; omnes tales quantitates, cōmunicantes, quia eas una & eadem necessario metitur, unde & omnes numeri sunt cōmunicātes: omnes enim ipsos metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq; hæc proportio irrationalis, & hæc quantitates, incommunicantes: unde fit ut quæcunq; portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerso: infinitæ enim sunt proportionēs in continuis reperiuntur: quas numerorum natura non sustinet. Sed quæcunq; proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tempus: sed non sic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis est larga proportio in continuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis, quàm proportionem arithmetica: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uerò, rationales & irrationales æquilateras considerat.

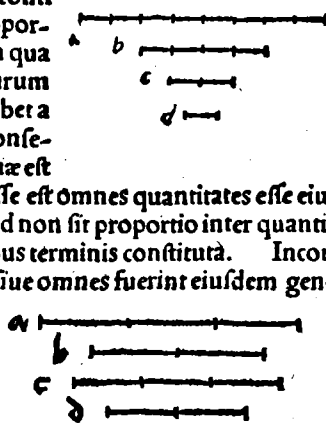
Proportionalitas, est similitudo proportionum.

CAMPANVS. Ut si dicamus quòd quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat, dicitur proportionalitas.



Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æquè sibi sine interruptione addunt aut minuunt.

CAMPANVS. Supposita diuisione proportionalitatis per continuam & discontinuam, diffinit membra diuidentia, & primò continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per continuæ proportionalia & incontinué: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continuæ proportionalia & incontinué: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinué, satis patet per diffinitionem continuæ proportionalium & incontinué. Continua autem proportionalitas, est cum quotlibet quantitatibus eiusdem generis, in qua proportionem prima antecedit secundam, in eadem quælibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cum dicimus, sicut se habet a ad d, ita b ad c: & c ad d: eritq; quælibet earum, antecedens & consequens: excepta prima quæ est solum antecedens, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuerforum: & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta. Incontinua autem proportionalitas, est cum quatuor quantitatibus siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportionem, prima antecedit secundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cum dicimus, sicut se habet a ad b, ita c ad d: eritq; earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantum consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis, sicut erat in proportionalitate continua: eo quòd consequens primæ proportionis non cōtinuatur antecedenti secundæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuerforum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerum ad numerum. Viso quid sit continua proportionalitas, & quid incontinua, explanemus diffinitionē cōtinuæ proportionaliū præmissam. Quantitates (inquit) proportionales cōtinuæ, sunt quarum æque multiplicia aut sibi sunt equalia, aut æque sibi sine interruptione addunt aut minuunt,



uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a, b, c : ad quas sumantur d, e, f : æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a , ita e sit multiplex ad b , & f ad c : eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq; ut d, e, f , aut sint æqualia adinuicem, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita quod sicut d addit super e aut minuit ab ipso, ita e addat super f aut minuatur ab ipso. Cum hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a, b, c , continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitarum eiusdem generis æquis se differentiis excedentium, æque multipla accepta æquis etiam differentiis se excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus: nec tamē priores quantitates sunt continuè proportionales, immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantum ad quantitatem excessus: est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentiis se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 2, 3, 4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2, 3, 4 continuè proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorum proportio sesquialtera, & maiorum sesquitercia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum, non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; inconcina. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis præmissæ. Continuè proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia, sunt continuè proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, aperta tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a, b, c , oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim a & b essent diuersorum generum, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quod multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e : nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.

Quantitates quę dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ, & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.

CAMPANVS. Posita superius diffinitione quantitarum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem inconcinuè proportionalium: & est quod quarumlibet 4. quantitarum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemq; secundæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionē aut æqualitatem, sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4. quantitates a, b, c, d : sumanturq; ad primā & ad tertiam quæ sunt a & c : æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f . Itemq; ad secundā & quartam quæ sunt b & d : sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h : sitq; ut hæc 4. multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarū 4. quantitarum: ita uidelicet, quod e comparatur ad g , & f ad h , non autem e ad f aut g ad h : sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quod si e addit supra g & similiter f addat supra h , aut si e minuit a g , & f similiter minuat ab h : aut si e est æqualis g , & similiter f sit æqualis h : tunc proportio a ad b est sicut c ad d : si similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptæ, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitarum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundū primum ordinem ipsarum 4. quantitarū, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ. Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Inconcinuè proportionales, sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque multipli-

multiplicibus ad secundam & quartam: erit proportio multiplicis primæ ad multiplex secundæ, sicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit sub hac forma, propter causam prædictam: licet à parte rei idem sit. Non est autem necessarium, ut quatuor quantitates a, b, c, d sint eiusdem generis, eo quod b non continuatur in proportionem cum c: sed possunt esse duæ primæ unius generis, & duæ sequentes alterius. Per quod patet quod necesse est referri multiplex primæ ad multiplex secundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ: quia non semper sunt eiusdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex secundæ & quartæ: fuit autem necesse sumere æque multiplices ad primam & tertiam, itemq; æque multiplices ad secundam & quartam, & nō æque multiplices ad primam & secundam, & item non æque ad tertiam & quartam: quia nisi per multiplicium summationem continuentur termini primæ proportionis cum terminis secundæ, non erit per quid sit proportio a ad b, sicut c ad d.

Quantitates quarum proportio est una, proportionales nominantur. ⁷

CAMPANVS. Postquàm diffiniuit quantitates continuè proportionales & incontinè: diffinit quantitates proportionales simpliciter, & patet diffinitio.

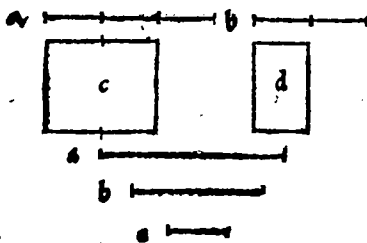
Cum fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq; secundæ & quartæ æquè multiplices, addetq; multiplex primæ super multiplicem secundæ, non addet autem multiplex tertiæ super multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad secundam, quàm tertia ad quartam.

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non est similitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior est proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: aut quia minor: & ideo eius sunt duæ species. Prima, quādo maior est proportio primi ad secundum, quàm tertiæ ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas.

Secunda uerò, quando minor est proportio primi ad secundum, quàm tertiæ ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: quæ est maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas est minor proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipsa patet ex alia. Cum igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam sumpta sint æque multiplicia, & ad secundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & secundæ relata adinuicem non se habebunt similiter multiplicibus tertiæ & quartæ relatis adinuicem in additione, diminutione & æqualitate: illæ quatuor quantitates erunt improportionales. Quod si ita fuerit quod multiplex primæ sit æquale multiplici secundæ, multiplex uerò tertiæ sit minus multiplici quartæ: aut quod multiplex primæ sit maius multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ mul-

		16	18				
	1	8	3	9			
1	2	4	4	6			
		16		24			
		18		16		24	8
	1	9	3	8		1	8
2	2	3	4	4		2	4
		12		16		16	20
		10		14			
	1	5	3	7			
3	2	3	4	4			
		9		12			
		16		14			
4	1	8	3	7			
	2	6	4	5			
		18		15			

tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secundæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum quatuor modorū maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinem habet ad istos quatuor modos prædictos, & ipsos cōprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac formā, propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur in præmissa diffinitione maioris impropotionalitatis, proprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prædictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorū sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est, cum sumptis sic multiplicibus, ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quòd multiplex tertiæ sit maior multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam quam tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperi: quæ cū relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperi, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates impropotionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinué proportionales, si intra eas fuerit incontinua impropotionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm c ad d. Si autem fuerit continua impropotionalitas, erunt omnes eiusdem generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est, dicatur maior est proportio a ad b, quàm b a d c.

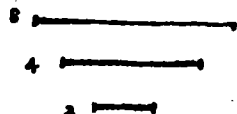


9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

CAMPANVS. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales: & impropotionales, ostendit quis sit minimus numerus terminorū, inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportionales similes, eo quòd proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & consequens: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum impropotionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

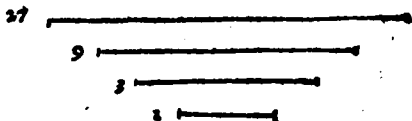
Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur proportio primæ ad tertiam, proportio primæ ad secundam duplicata. 10

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, & dicit quod si fuerit proportio primi ad secundum, sicut secundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, hoc est, ex duabus talibus composita: siue (quod idem est) erit proportio primi ad tertium sicut primi ad secundum duplicata, hoc est, in se multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, sintq; continuè dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit sicut proportio primi ad secundum in se multiplicata: proportio autem primi ad secundum est dupla: dupla uerò in se multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum est quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel secundum priorem expositionem, proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum duplicata, quia quadrupla constat ex duabus duplis.

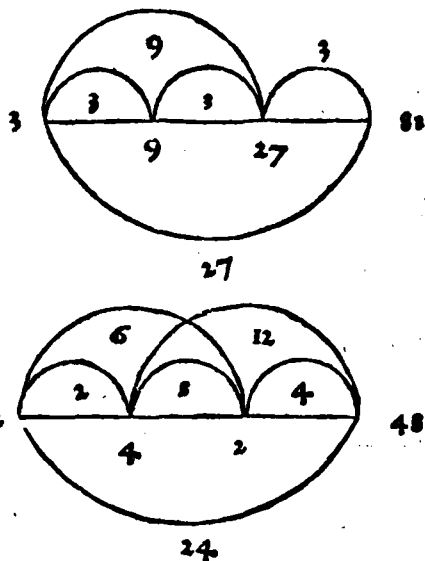


Cum fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, proportio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad secundam triplicata. 11

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ est inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis constitutæ: & dicit si fuerint quatuor quantitates continuè proportionales: erit proportio primæ ad quartam, sicut proportio primæ ad secundam triplicata, hoc est, ex tribus talibus composita, quoniam tres tales inveniuntur in ea: siue (quod idem est) erit proportio primæ ad quartam, sicut primæ ad secundam triplicata, hoc est in se, postea in productum multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, sintq; continuè tripli, ut sint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit sicut proportio primi ad secundum in se, postea in productum multiplicata: proportio autem primi ad secundum, est tripla: tripla uerò in se multiplicata: producit noncuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplam septuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincupla septupla, quod est triplum tripli. Vel secundum priorem expositionem, proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundum triplicata, quia uigincupla septupla constat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quam quatuor terminos constitutæ, propter id quod dimensiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitarum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturam superficiei, eo quod fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in se. Omne autem quod ex multiplicatione lineæ in lineam producit, naturam habet superficiei: si in se quidem, quadrati: si uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitarum denominatio quibus in continua proportionem duo media interponuntur, naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primo in se, ex qua multiplicatione producit superficies: de inde in productum, ex qua multiplicatione prouenit solidum siue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in superficiem producit, crescit in solidum. Est ergo ac si diceret: proportio duarum quantitarum, est simplex interuallum, & habens naturam simplicis dimensionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, est duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimensionis ut superficiei: proportionalitas autem quatuor, est triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinque terminis, aut pluribus constitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum constat ex proportionem primorum duplicata, & in quatuor terminis constat, ex eadem triplicata, in quinque terminis constat ex eadem quadruplicata, & in sex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: sic in quinque terminis continebit quater, & in sex quinquies, & ita deinceps: ut semper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot sunt omnes termini, minus uno.

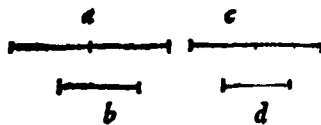


uno. Similiter quoque si proportio extremorum cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportionē primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportionē primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicatio nibus, siue ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate cōtinuæ extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus in termēdijs, ut ex prædictis apparet, & quod proportio extremorum cōtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uero terminis constitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri cōtinuè proportionales, qui sint cōtinuè tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, deno minatur à ternario, est enim tripla, primi uero ad ter tium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nam ip sa est nōcupla. At uero proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui est cubus denominationis pro portionis primi ad secundum, uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremo rum improporionalitatis cōtinuæ in tribus terminis constitutæ, denominatur à superficiali non quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarum proportio num, in quatuor uero terminis constitutæ: denomina tur à solido non cubo, cuius tria latera sunt denomi nationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri cōtinuæ impropor tionales, qui sint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio pri mi ad secundum est dupla, secundi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uero ad quar tum quadrupla. Senarius ergo qui est denomina tio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3, quæ sint denominatio nes duarum primarum proportionū, 24 uero qui est denominatio proportionis primi ad quar tum, est solidus, cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.



- Quantitates quæ sunt in proportionē una, antecedens ad cōsequen tem, & antecedens ad consequentem, dicitur econtrario sicut conse quens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itemq; per mutatim sicut antecedens ad antecedentē, sic etiam consequens ad con sequentem.

CAMPANVS. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex, uidelicet conuersa, permuta ta, diffiūcta, cōiuncta, euerfa, & æqua. Sunt autē species, quasi quidā modi arguēdi. Diffinit ergo primò conuersam proportionalitatem & permutaram, in qui bus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in diffiūcta, cōiuncta, aut euerfa) & in quibus nihil extra sumitur ut in æqua. Vocat autem ante cedens, primum extremum proportionis, consequens uero uocat secundum. Vult itaq; per hanc diffinitionem, quod si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas econ trario siue cōuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d, uidelicet ut am bo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in isto modo arguendi fit an tecedens secundæ proportionis, consequens primæ, & consequens primæ, antecedens secundæ.



- Coniuncta uero proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens k

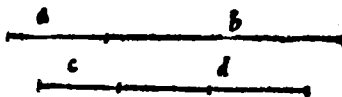
cum consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.

CAMPANVS. Diffinit coniunctam, disiunctam, & euerfam, in quibus etiam nihil extra sumitur, sed termini non manent in ipsis h̄dem secundum substantiam, & uult quod si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b, sicut totius c d ad d, quod iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.



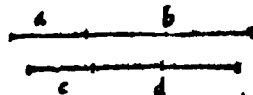
Disiuncta uero proportionalitas, dicitur augmentorum antecedentium supra consequentia æqua comparatio.

CAMPANVS. Vult quod si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d, & ex hoc ego cōcludam ergo a ad b sicut c ad d, quod iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.



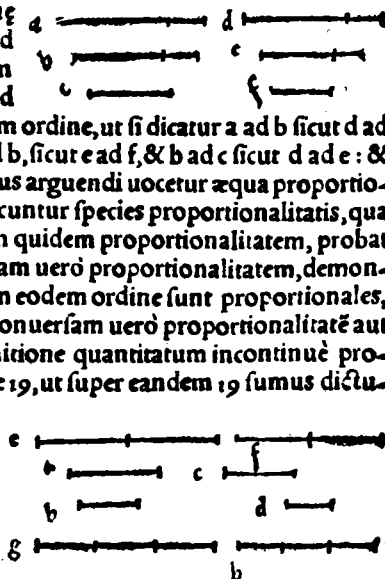
Euerfa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentium ad augmenta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.

CAMPANVS. Vult quod si fuerit a b ad b, sicut c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a b ad a sicut c d ad c, quod iste modus arguendi dicatur euerfa proportionalitas.



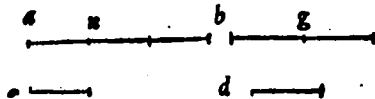
Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propositis, alijsq; secundum eundem numerum in una proportionē applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumq; summorum similitudo proportionum.

CAMPANVS. Diffinit æquam proportionalitatem, quæ ad probandum propositum ad extra sumitur, & uult quod si sumantur quotlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliz, siue sint eiusdem generis cum primis, siue alterius, ut d e f, fuerintq; secundæ in proportionē primarum, siue eodem ordine, ut si dicatur a ad b sicut d ad e, & b ad c sicut e ad f, siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad f, & b ad c sicut d ad e: & ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quod iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi, qui dicuntur species proportionalitatis, quæ tuor probat autor in litera infra in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, disiunctam uero, in 17, coniunctam in 18, æquam uero proportionalitatem, demonstrat in 22 & 23, sed in 22, cum quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales, in 23 uero: cum & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uero proportionalitatem aut euerfam non demonstrat, eo quod conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinue proportionalium. Euerfa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut super eandem 19 sumus dicturi. Qualiter autem conuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinue proportionalium manifesta sit, demonstremus nunc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d, uolo ergo demonstrare quod erit b ad a, sicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æque multiplicia, similiter quoq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia, eritq; per conuersionem diffinitionis quantitatum incontinue proportionalium, ut e & g, itemq; f & h similiter se habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a secundum, d tertium, c quartum, sumorq; sunt ad primum & tertium, g & h æque multiplicia. Itemq; ad secundum & quartum, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicibus tertijs, & quarti quæ sunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate, erit per dictam diffinitionem proportio b primi ad a secundum, sicut c tertijs ad d, quartum, quod est propositum. Constat itaque modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius autem



autem quinti libri principia plurimis difficillima esse videntur, & quibusdā conclusionibus quas ex ipsis demonstrat, magis ab intellectu distantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius ad hære, quàm quod duarum quarumlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una proportio, quod tamen huius quinti septima demonstrat, ex diffinitione incontinuarum proportionalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota. Quis enim non facilius duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam, eandem esse proportionem cõcedat: quàm quatuor quantitatum si multiplicia primæ & tertię æqualiter sumpta multiplicibus secundæ & quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione, diminutione & æqualitate, esse proportionem primæ ad secundā sicut tertię ad quartam? Verum si subtiliter intuemur, liquidò constabit non posse uniri intellectui quod proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam sit una, nisi per quid est esse proportionem unam: si enim quis ignoret quid est esse proportionem unam eandem proportionē alteri, quomodo cognosceret duarum quantitatum æqualium esse eandē proportionē ad tertiam? Indiget igitur proculdubio intellectus antequā illam quæ uidebatur concepitibilis propositio, apprehēdat, huius rei quæ per ipsius diffinitionē habebitur cognitione, post modū utrum ea diffinitio duabus quantitatum æqualibus ad tertiam cõparatis cõueniat pertrahantone, quod si diffinitio inuēta fuerit illis quantitatum cõuenire, concludetur propositū, sin autē oppositū. Non est igitur immediata propositio, quam superficialis apprehēso immediata iudicauit. Similiter quoq; immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quod duarum quantitatum inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliam, quàm minoris ad eandem, quam demonstrat 8 huius, quàm quod 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertię ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter sumptis, itemq; alijs ad secundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundę, & multiplex tertię non addit super multiplex quartę, ex quo quæ prædicta est propositio demonstratur, sed similiter nec ipsa potest intelligi, nisi per quid est esse proportionē maiorem. Igitur oportuit Euclidem, quæ quantitates dicuntur proportionales, & quæ impropportionales diffinire. Proportionales autem sunt, quarum proportio una est, & impropportionales, quarum proportionēs diuersæ. Itaq; diffiniuit quantitates quarum proportio una est, & eas in quibus connectuntur extrema non dissociatis medijs, quas uocauit continuè proportionales, & dixit hanc proportionalitatem, in tribus terminis ad minus existere, propter hoc quod unum saltem bis sumendum est medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum, & hæc sunt incontinuarum proportionales, & hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medijs sumptionem. Et diffiniuit etiam quantitates quæ sunt impropportionales, quarum est maior una proportio quàm sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis, tunc faciliè esset intellectu cognoscere quæ proportionēs essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationem, essent una: quæ autem diuersas, diuersæ, hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica, quoniā omnium numerorum proportio scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secundo Arithmetice suæ diffiniens quæ proportionēs sunt eadem & quæ diuersæ, dicit easdem esse quæ eandem denominationem recipiunt. Maiorem uerò, quæ maiorem, & minorem, quæ minorem. Sed infinite sunt proportionēs irrationales, quarum denominatio scibilis nō est: quare cū Euclides consideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irrationales, quoniam considerat proportionem repertam in continuis quę communis est ad istas, non potuit diffinire identitatem proportionū, per identitatem denominationū, sicut arithmeticus, eo quod multarum proportionum (ut dictum est) sunt denominationes simpliciter ignotæ, diffinitionem autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionum irrationalem, coëgit Euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportionalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum, siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum, coactus est refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad excessum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorum, per quod ad naturam irrationalitatis reducuntur, propositam diffinitionem uenetur: nihil enim in quocunq; inæqualitatis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia, nec terminorū habitudinibus, quàm multiplicium habitudo. Et quia proportio est duarum quantitatum eiusdem generis certa habitudo considerata in eo quod sunt æquales, aut altera maior, ideo identitas proportionum existentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas primæ ad secundam, & tertię ad quartam, aut similis maioritas, aut similis minoritas: hæc autem similis æqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas, tunc est inter quatuor quaslibet quantitates, cū est inter omnes earum æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffinitione, quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut quę sibi sine interruptione addūt aut minuunt: est ac si diceret, omnes

illas quantitates uoco continuè proportionales (quod est eas similiter esse æquales continuè, & similiter continuè esse maiores, & similiter continuè esse minores) quarum omnes æque multiples, aut sibi inuicem sunt, similiter continuè æquales, uel similiter continuè maiores, uel similiter continuè minores, quod est etiam ipsas multiples esse continuè proportionales: quod si hoc alicubi in multiplicibus dissonat, eas dico non esse continuè proportionales. Quod autem dicit in sexta diffinitione, Quantitates quæ dicuntur esse secundum proportionem unam prima ad secundam & tertia ad quartam, &c. est ac si diceret omnes 4 quantitates uoco incontinué proportionales, & se habere primam ad secundam, sicut tertia se habet ad quartam (quod est primam ad secundam, & tertiam ad quartam similiter se habere in æquando aut addendo aut minuendo) quarum omnes æque multiples primæ & tertix ad omnes æque multiples secundæ & quartæ similiter se habent aut in æquando aut addendo aut minuendo, quod est etiam multiples primæ in eadem proportionem se habere ad multiples secundæ, in qua multiples tertix se habent ad multiples quartæ: quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus, dico non esse proportionem primæ ad secundam sicut tertix ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione, est ac si diceret, maiorem proportionem uoco 4 quantitatibus, primæ ad secundam quàm tertix ad quartam (quod est primam magis excedere secundam quàm tertiam excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit super aliquam ex multiplicibus secundæ, aliqua ex multiplicibus tertix sumpta secundum numerationem multiplicis primæ, non addente super aliquam ex multiplicibus quartæ sumpta secundum numerationem multiplicis secundæ, quod est esse maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem secundæ, quàm multiplicis tertix ad multiplicem quartæ. Diffinitiones autem istas nisi sunt aliqui demonstrare, quorum Ametus filius Ioseph tenuit eas demonstrare in epistola sua, quam de proportionem & proportionabilitate composuit, & accepit tria per modum positionis tanquam principia, quæ dicit esse per se nota & probatione non indigere. Quorum primum est quod si fuerint 4 quantitates, quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertix ad quartam, erit e conuerso proportio secundæ ad primam sicut quartæ ad tertiam: & hic est modus arguendi, quem uocauit superius Euclides conuersam proportionabilitatem. Et errauit, quoniam dixit propositionem esse per se notam: cuius tamen antecedens & consequens sunt ignota. Ignoratum est enim quid sit esse proportionem primæ quantitatibus ad secundam sicut tertix ad quartam, quare hoc ignoto posito, impossibile est intelligere quid ex ipso sequatur. Similiter quoque quia consequens est ignotum, impossibile est intelligere quid ad ipsam antecedit. Secundum principium eius fuit, quod si fuerint 4 quantitates, quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertix ad quartam, si prima sit maior secunda, erit tertia maior quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Tertium fuit quod si fuerint 4 quantitates, quarum sit proportio primæ ad secundam sicut tertix ad quartam, erit primæ ad quodlibet multiplex secundæ, sicut tertix ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit sibi in istis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo: accepit enim in omnibus ignota similiter tanquam nota, quare non demõstrauit: peccauit etiam in secunda demonstratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuitatis proportionalitatis. Arguit enim sic, si proportio a b ad e est maior quàm g ad d, sit ergo ut n b partis a b ad e, sicut g ad d, per quod apparet ipsum supponere quod duarum quantitatibus a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipsam obtinet proportionem, uel quod quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quàm habeat a b, erit minor a b, quorum primum demonstrat 8 huius, & secundum 10. Nam cdm uultis sumere quantitatem quæ se habeat ad e in proportionem g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter sicut uolueris, quare aut non demonstrat aut accidit sibi circulus, & principia esse ignotiora conclusionibus. Supponenda sunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipsa ex conclusionibus, sed conclusiones ex ipsis demonstrandæ sunt.



EVCLIDIS MEGARENSIS

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELE-
mentorvm, Liber quintus.

Euclid. ex Zamberto.

Diffinitiones.



Ars, est magnitudo magnitudinis minor maioris, quādo minor metitur maiorem. 2 Multiplex autem, maior minori, quando eam metitur minor. 3 Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis *aliquatenus adinuicem quaedam habitudo. 4 Proportio uero, est rationum *identitas. 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicuntur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ tertiæ æquæ multiplices, secundæ & quartæ æquæ multiplices, iuxta quamvis multiplicationem utraque utranq; uel unā excedunt, uel unā æquales sunt, uel unā deficiunt, sumptæ adinuicē. 7 Eandem autē habentes rationē magnitudines, pportionales uocētur. 8 Quando uero æquæ multiplex primæ excesserit multiplicē secundæ, multiplex autē tertiæ nō excesserit multiplicē quartæ, tunc prima ad secundā maiorem rationem habere dicetur, q̄p tertia ad quartam. 9 Proportio autem in tribus terminis, *minima est. 10 Quādo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationem habere dicetur quā ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur quā ad secundā. Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens. 13 *Conuersa ratio, est acceptio consequentis ad antecedens, tanquam antecedentis ad consequens. 14 Compositio rationis, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut unius, ad ipsum consequens. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens. 16 Conuersio rationis, est acceptio *antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus magnitudinibus & alijs eis equalibus multitudinē, unā sumptis, & in eadem ratione quādo fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter. Acceptio extremarum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cum fuerit antecedēs ad cōsequens, sicut antecedens ad cōsequens, & consequens ad rem aliam, sicut consequens ad rem aliam. 19 Inor-

*κατὰ
πληρό-
τητα, id
est quo ad
quantitatē,
quod ad
quantitatem
pertinet.
*ὁμοιότης

*ad minus.

*ὁμόλογα

*ἀνὰ πρῶ-
τον λόγον
εὐθὺς ἀνὰ
τὸ αὐτὸν
ἀνὰ πρῶτον
ἀνὰ πρῶτον

*ἀνὰ πρῶ-
τον λόγον
ὡς δύο,
id est binis.

dinata pportio, est cum fuerit antecedens ad consequens, sicut antecedens ad consequens, & consequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedens. 20 Extensa pportio, est quando fuerit sicut antecedens ad consequens sicut antecedens ad consequens, fuerit autem & sicut consequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam. 21 Perturbata autem proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, sit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus consequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

Euclid. ex Camp.

Propositio 1.



Si fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æque multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

CAMPANVS. Sint quotlibet quantitates quæ sint a, b, c , aliarum totidem quæ sint d, e, f , æque multiplices, unaquæque ad sui comparem, aut singulæ singulis æquales, ita uidelicet quod sicut a est multiplex d , ita b est multiplex e , & c multiplex f uel si a est æqualis d , quod similiter b sit æqualis e , & c æqualis f , dico quod sicut se habet a ad d , ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a, b, c , ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d, e, f . Quod si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc communem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoque erunt æqualia. Si autem sint omnes suis comparibus æque multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b , & prima c , æquale aggregato ex d, e, f , per prædictam communem scientiam adiuuante hac, quæ eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Similiter quoque aggregatum ex secundis partibus quantitatum a, b, c , erit æquale aggregato ex d, e, f , sicque de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a , erit ut æquale aggregatum ex d, e, f , totiens contineatur in aggregato ex a, b, c , quotiens d continetur in a . Quia ergo quotiens d numerat a , totiens aggregatum ex d, e, f , numerat aggregatum ex a, b, c , patet quod sicut a est multiplex ad d , ita aggregatum ex a, b, c , aggregati ex d, e, f quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 1.

Propositio 1.

Si fuerint quocunque magnitudines quocunque magnitudinū æqualium numero singulæ singularū æque multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. Sint quocunque magnitudines a, b, c , quocunque magnitudinum d, e, f , æqualium numero, æque multiplices, singulæ singularum. Dico quod quotuplex est a ipsius d , totuplices erunt a, b, c ipsarum d, e, f . Quoniam enim æque multiplex est a ipsius d , & b ipsius e , quocunque igitur magnitudines sunt in a, b æquales ipsi, totidem & in d, e sunt æquales ipsi. Dirimatur quidem a in magnitudines æquales ipsi, hoc est $a = \alpha + \beta + \gamma$ in ipsi æquales magnitudines, hoc est $d = \delta + \epsilon + \zeta$. Erit nimirum multitudo ipsarum α, β, γ multitudini ipsarum δ, ϵ, ζ æqualis. Et quoniam æqualis est a ipsi d , & b ipsi e , & c ipsi f , sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est a ipsi d , & b ipsi e , & c ipsi f , sunt æquales ipsi. Quocunque igitur sunt in a, b, c æquales ipsi, tot & in ipsi d, e, f sunt æquales ipsi, quotuplex igitur est a ipsius d , totuplices sunt a, b, c ipsarum d, e, f . Si fuerint igitur quocunque magnitudines quocunque magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium: quod demonstrasse oportuit.

Euclid.

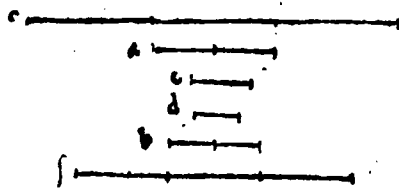
Euclid. ex Camp.

Propositio 1.



Si fuerint sex quantitates, quarum prima ad secundam atq; tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uerò ad secundam atq; sexta ad quartam æquè multiplices, totum primæ & quintæ ad secundam, totumq; tertiæ & sextæ ad quartam æquè multiplicia esse conueniet.

CAMPANUS. Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta. Sintq; a & c, æquè multiplices ad b, & d. Itemq; e, & f, sint æquè multiplices ad easdem. Dico quod sicut totum aggregatū ex a & e, est multiplex ad quantitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, est multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus secundum quem b continetur in a, est æqualis numero secundū quem d continetur in c, similiter quoq; numerus secundum quem b continetur in e, est æqualis numero secundum quem d continetur in f, erit per communem scientiam, quæ est, si æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erunt æqualia, numerus secundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero secundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare sicut aggregatum ex a & e, est multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, est multiplex ad d, quod est propositum.



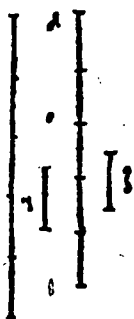
Euclid. ex Zamb.

Theorema 1.

Propositio 1.

Si prima secundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autē & quinta secundæ æquè multiplex & sexta quartæ, & composita prima & quinta, secundæ æquè multiplex erit, & tertia & sexta quartæ.

THEON ex Zamb. Prima enim a, secundæ, æquè multiplex esto, & tertia d, ipsius, quartæ, sit autem e quinta a, secundæ, æquè multiplex, & sexta b ipsius, quartæ. Dico quod composita prima & quinta a, ipsius, secundæ æquè multiplex erit, & tertia & sexta d, ipsius, quartæ. Quoniam enim æquè multiplex est a d, ipsius, & d, ipsius, quot magnitudines igitur sunt in a, æquales ipsi, totidem magnitudines sunt et in d, æquales ipsi, & per hoc, & quot sunt in a, æquales ipsi, tot etiam sunt in d, æquales ipsi. Quot igitur sunt in tota a, æquales ipsi, tot sunt in tota d, æquales ipsi. Quotuplex igitur est a, ipsius, totuplex est d, ipsius. Et composita igitur prima & quinta a, ipsius, secundæ æquè erit multiplex & tertia & sexta d, ipsius, quartæ. Si prima igitur secundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem e quinta secundæ æquè multiplex & sexta quartæ, etiam composita prima & quinta, secundæ æquè multiplex erit, & tertia sexta quartæ: quod demonstrasse oportuit.



Euclid. ex Camp.

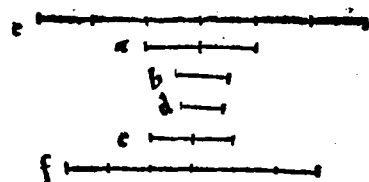
Propositio 3.



Si fuerint primum secundi & tertium quarti æquè multiplicia, ad primum uerò & tertium multiplices sumantur æquales, erunt multiplex primi ad secundum, atq; multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

CAMP. Sint sex quantitates, a prima, b secunda, c tertia, d quarta, e quinta, f sexta, sintq; a ad b & c ad d, itemq; e ad a & f ad c, æquè multiplices. Dico quod sicut e est multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim secundum quantitatem a sui multiplexis, & f secundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e sit ita multiplex ad b, sicut quælibet partium f ad d. Quia ergo sicut prima pars e est multiplex ad b, ita prima pars est multiplex ad d, itemq; sicut secunda pars e est multiplex ad b, ita secunda f ad d, ergo erit per præmissam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e sit ita multiplex ad b, sicut aggregatum ex

duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totum aggregatū ex tribus primis partibus c, sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam, quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq; patet propositum.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 3.

Propositio 3.

Si primum secundi æquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumantur autem æquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorū quæ sumpta sunt utrūque utriusque æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti.

THEON ex Zamberto. Primum enim a secundi b, æquè sit multiplex, & tertium c ipsius d, quarti, sumanturq; ipsorum a, æquè multiplicia e, & f. Dico quod æquè multiplex est e, ipsius b, & f, ipsius d. Quoniam enim æquè multiplex est e, ipsius a, & f, ipsius c, quot igitur sunt magnitudines æquales in e, ipsi a, tot etiam sunt magnitudines in f, æquales ipsi c. Dividatur quidem e, in magnitudines æquales ipsi a, hoc est n, & f, in æquales ipsi c, hoc est m, & n, erit utiq; æqualis multitudo ipsorum n, & m, multitudini ipsorum a, & c. Et quoniam æquè multiplex est e, ipsius b, & f, ipsius d, æqualis autē est n, ipsi a, & m, ipsi c, æquè igitur est multiplex e, ipsius b, & f, ipsius d. Ac per hoc id æquè multiplex est n, ipsius b, & m, ipsius d. Quoniam igitur primum a, secundi b, æquè sit multiplex, & tertium c, quarti, est autem e quintum a, & f sextum c, primum a, & quintum e, secundum b, & sextum f, æquè sit multiplex, & tertium c, quarti, sumanturq; primi a, & tertij c, æquè multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrūque, utriusq; æquè erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonstrare.



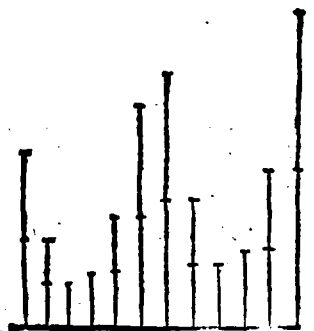
Euclid. ex Camp.

Propositio 4.



Ifuerit proportio primi ad secundum, sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia assignentur, itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales.

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundum, sicut c tertij ad d quartum, sumanturq; e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quod proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æquè multiplicia: itemq; m ad g, & n ad h, æquè multiplicia. Et quia e & f, sunt æquè multiplicia ad a & c, itemq; k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoq; erunt m & n, æquè multiplicia ad b & d. Quare per conuersionē diffinitionis incontinuae proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo k & l sunt æquè multiplicia ad e & f, itemq; m & n, æquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionē incontinuae proportionalitatis, proportio e ad g, sicut f ad h: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 4.

Propositio 4.

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad quartum,

quartum, etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti, iuxta quamvis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

THEON ex **Zamb.** Primum enim a , ad secundum b , eandem habeat rationem, quam tertium γ , ad quartum δ . Et sumatur quidem ipsorum a, γ , æquè multiplicia, λ, ϵ , ipsorum b, δ , alia utcumque multiplicia μ, ν . Dico quòd sicut se habet a , ad ipsum λ , sic se habebit γ , ad ipsum ϵ . Sumantur enim ipsorum λ, ϵ , æquè multiplicia κ, ι , ipsorum μ, ν , alia quomodocumq; æquè multiplicia, hoc est ρ, σ . Et quoniam æquè multiplex est λ , ipsius a , & ϵ , ipsius γ , & sumpta sunt ipsorum κ, ι , æquè multiplicia κ, ι , igitur κ (per 3 quinti) æquè multiplex est ipsius a , & γ , ipsius γ , & propterea, æquè multiplex est quoq; μ , ipsius b , & ν , ipsius δ . Et quoniam est ut a , ad b : sic γ , ad δ & sumpta sunt ipsorum μ, ν , æquè multiplicia α, β , ipsorum autem κ, ι , alia quomodocumq; æquè multiplicia, hoc est ρ, σ , si igitur excedit κ , ipsum μ , excedit ϵ , ipsum ν , & si æquale, æquale, & si minus, minus, (per 6 diffinitionē tertij) Sunt autem κ, ι , ipsorum λ, ϵ , æquè multiplicia, et μ, ν , ipsorum μ, ν , alia quomodocumq; æquè multiplicia sunt. Est igitur ut γ , ad δ , sic λ , ad ϵ . Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi et quarti, iuxta quamvis multiplicationē eandem rationē habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonstrare.

LEMMA siue assumptio. Quoniam igitur demonstratum est quòd si excedit κ , ipsum μ excedit quoq; ϵ , ipsum ν , & si æquale, æquale: & si minus, minus: manifestū autem est quòd si μ , ipsum κ , excedit, & ν excedit ipsum ρ : & si æquale, æquale: & si minus, minus: ac per hoc erit ut γ , ad δ , sic λ , ad ϵ .

CORRELARIUM. Hinc manifestum est quòd si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contrā quoq; proportionales erunt.

Euclid. ex Camp.

Propositio 5.



Si fuerint duæ quantitates quarū una sit pars alterius, minuaturq; ab utraq; ipsarū ipsa pars, erit reliquum reliquo atq; totum toti æquè multiplex.

Vel sic, minuaturq; ab utraque ipsarum ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq; a b ex quantitate c d, & sit residuum f c, eritq; f d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex quantitate a b, sitq; residuum e a. Dico quòd quota pars est quantitatis a b quantitatis c d, tota est quantitas a e quantitatis c f. Cum enim f d sit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b, ponam itaq; d g ita multiplicem a e, sicut f d, est multiplex e b eritq; ex prima huius quantitas fg , ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d, fuit multiplex e b, erit utraque duarum quantitarum c d fg , æquè multiplex quantitatis a b, quare per communem scientiam, c d & fg sunt æquales adinuicem, dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d, totius a b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 5.

Propositio 5.

Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablata, & reliqua reliqua, ita erit multiplex ut tota totius est.

THEON ex **Zab.** Magnitudo etenim a b, magnitudinis γ d, æquè multiplex esto, atq; & ablata α , ablata γ f. Dico quòd & reliqua ι , reliqua δ s, æquè erit multiplex: atq; tota α f, totius γ d, est multiplex. Quotuplex est α , ipsius γ s, totuplex fiat β , ipsius γ s. Et quoniam (per 1 huius) æquè multiplex est α , ipsius γ s, & β , ipsius γ s, ponitur autē æquè multiplex α , ipsius γ s et β , ipsius γ s, æquè igitur est multiplex α f, utriusq; ipsorum γ s, et γ d, æqualis igitur est α f, ipsi γ d. Communis auferatur γ s, reliqua igitur α f, reliqua δ s, est æqualis. Et quoniam æquè multiplex est α , ipsius γ s, & β , ipsius γ s, æqualis autem est γ s, ipsi δ s, æquè igitur est multiplex α , ipsius β s, & γ s, &

γ , ϵ α β , ipsius δ . Aequè autem ponitur multiplex α , ipsius γ , ϵ α β , ipsius δ : aequè igitur est multiplex α , ipsius δ , ϵ α β , ipsius γ . Et reliqua igitur β , reliqua δ , aequè multiplex erit: quotuplex est tota α β , totius γ . Si magnitudo igitur magnitudinis aequè fuerit multiplex ϵ ablata ablata: ϵ reliqua reliqua aequè multiplex erit, quotuplex est tota totius: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 6.



I fuerint duæ quantitates ad alias duas aequè multiplices, duarumque minores à duabus maioribus utraq; à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium aequè multiplicia, aut eis æqualia.

CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c , & d ad f , aequè multiplices, subtrahanturque c ex a b , & f ex d e , & sint residua ex a b quidem g , ex d e h , eritque g b , æqualis c , & h e æqualis f , dico quod duo residua g , & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f , aut eis aequè multiplicia. Sit ergo primo a g , æqualis c , dico quod d h est æqualis f . Summam enim quantitatem e k , æqualem f , eritque per præmissas hypothesas, ut toties f sit in h k , quoties c in a b , quare sicut a b est multiplex c , ita h k , est multiplex f , sed sic etiam d e , erat multiplex eiusdem f , erit igitur per communem scientiam, h k æqualis d e , dempta igitur communi earum quantitate h e , erit d h , æqualis f : quod est propositum. Si autem a g sit multiplex c , ponam ut e k sit æquè multiplex f , eritque ut prius, ut toties f sit in h k , quoties c in a b , sed toties erat etiam in d e : erit igitur ut prius, d e æqualis h k , & d h , e k : quare sicut a g est multiplex c , ita d h est multiplex f : quod est propositum. Aliter idem. Cum secundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c , secundum quem quantitas d e quantitatem f , demptaque ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g , continet c , & secundum quem d h , continet f , patet quantitates a g , & d h , esse æquales aut æquè multiplices quantitatibus c & f .

Euclid. ex Zamb.

Theorema 6.

Propositio 6.

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum aequè fuerint multiplices, & ablatae aliquæ earundem aequè fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales sunt, uel æquè ipsarum multiplices.

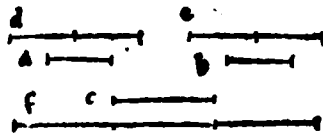
THEON ex Zab. Duæ enim magnitudines α β , γ , δ , duarum magnitudinum ϵ ζ , aequè sint multiplices, & ablatae aliquæ α γ , δ , earundem ϵ ζ , aequè sint etiam multiplices. Dico quod ϵ reliqua α γ , δ , eisdem ϵ , et ζ , aut sunt æquales, aut earum aequè multiplices. Sit enim primum, α β , ipsi ϵ , æquales. Dico quod ϵ ζ , ipsi ζ , est æquale. Ponatur enim ipsi ζ , æqualis γ . Et quoniam aequè multiplex est α β , ipsius ϵ , & γ δ , ipsius ζ , æqualis autem est α β , ipsi ϵ , & γ δ , ipsi ζ , aequè igitur est multiplex α β , ipsius ζ , & γ δ , ipsius ζ . Aequè autem ponitur multiplex α β , ipsius ϵ , & γ δ , ipsius ζ . Aequè igitur est multiplex α β , ipsius ζ , & γ δ , ipsius ζ . Quoniam igitur utraq; ipsarum α γ , δ , ipsius ζ , aequè est multiplex, æqualis igitur (per communem sententiam,) est α γ , δ , ipsi ζ . Communis auferatur ϵ , reliqua igitur α γ , reliqua ϵ ζ , est æqualis. Sed ζ , ipsi α γ , est et ipsi æqualis ϵ , igitur ζ est æqualis. Quare si α β , æqualis est ipsi ϵ , & γ δ , ipsi ζ , erit æqualis. Similiter quoque ostendemus quod ϵ si multiplex fuerit α β , ipsius ϵ , tam multiplex erit ϵ ζ , ipsius ζ . Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinum aequè fuerint multiplices, et ablatae aliquæ earundem aequè fuerint multiplices, ϵ reliqua eisdem aut æquales, aut earum aequè multiplices erunt: quod demonstrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 7.



I duæ quantitates inæquales ad quamlibet comparentur, earum ad illam erit una proportio, itemque ad illas proportio illius, una est.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a b , æquales, quæ comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c , dico quod eadem est proportio a ad c , & b ad c , itemque eadem c ad a , & c ad b . Primum sic probatur. Cum enim c sit consequens ad a primam & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundæ & quartæ. Summam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam aequè multiplices, & summam f , quamlibet ex multiplicibus c , quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt aequè multiplices d e , positæ sunt æquales, erit ut si d diuidatur

datur secundum quantitatem a, & e secundum quantitatem b, quod partes utrobique sunt numero & quantitate æquales: numero quidem, per hypothesin propter æqualitatem multiplicationis utrobique: quantitate autem, per hanc communem scientiam quoties oportuit repetitam, quæ eidem sunt æqualia, sibi inuicem sunt æqualia. Quia igitur prima ex partibus d est æqualis primæ ex partibus e, & secunda secundæ, & cæteræ cæteris, suntque tot partes in d quot sunt in e, erit per primam huius, d æqualis e. Quare per communem scientiam, si duæ quantitates æquales comparentur ad aliam tertiam, aut ambæ quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores, aut sibi æquales, igitur ex diffinitione cõtinuæ proportionalitatis, quæ est proportio a primæ ad c secundam, eadem est b tertiæ ad c, quartam, quod est propositum. Secundum eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia, a uerò secunda, b quarta. Cum uerò quantitas f, quæ est æquæ multiplex primæ & tertiæ, sit aut similiter maior quantitatibus d & e, quæ sunt æquæ multiplices secundæ & quartæ, aut similiter minor, aut eis æqualis: erit per eandem diffinitionem proportio c primæ ad a secundam, sicut c tertiæ ad b quartam: quod est propositum.



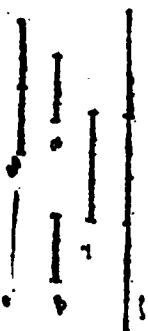
Euclid. ex Zamb.

Theorema 7.

Propositio 7.

Æquales, ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad æquales.

THEON ex Zamb. Sint æquales magnitudines a b, alia autem utcumque magnitudo γ. Dico quod utraq; ipsarum a b, ad ipsam γ, eandem habet rationem, & γ, ad utramque ipsarum α β. Sumantur (per 3 quinti) ipsarum α β, æquæ multiplices, sintque δ ε, ipsius autem γ, alia utcumque multiplex, sintque ζ. Quoniam igitur æquæ multiplex est δ ipsius α, & ε ipsius β, æqualis autem est α, ipsi β, æqualis igitur est (per primam communem sententiam) & δ, ipsi ε. Alia autem quæcumque ζ, multiplex ipsius γ, si excedit igitur δ ipsam ζ, excedit & ε, ipsum ζ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Et sunt quidem δ ε, ipsarum α β, æquæ multiplices, & ζ, ipsius γ, alia utcumque multiplex. Est igitur ut α ad γ, sic β, ad γ, dico iam quod & γ, ad utramque ipsarum α β, eandem habet rationem. Eisdem namque dispositis, similiter ostendemus, quod æqualis est δ ipsi ε, alia autem quædam est ζ. Si igitur excedit ζ, ipsum δ, excedit quoque ipsum ε, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. At δ, ipsius γ, multiplex est, & ε, ipsarum α β, alia quævis sunt æquæ multiplices. Est igitur sicut γ ad α, sic etiam γ ad β. Æquales igitur ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad æquales: quod fuerat demonstrandum.

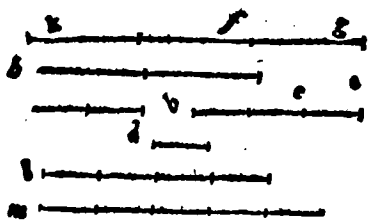


Euclid. ex Camp.

Propositio 8.

Iduæ quantitates inæquales ad unam quantitatem proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorem obtinebit proportionem. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, sitque maior b c, & proportionentur ad eandem quantitatem quæ sit d, dico quod maior est proportio b c ad d, quam a ad d, & quod e contrario maior est d ad a quam d ad b c. Primū sic probatur. Ponam c b, æqualem a, & multiplicabo toties e c, quod proueniat quantitas maior d, sitque f g, & sumam k f, ita multiplicem b e, & similiter h ita multiplicem a, sicut f g, est multiplex e c, eritque per primam huius, h ita multiplex a: sicut k g, est multiplex b c, erit etiam h æqualis k f propter hoc quod earum submultiplices, quæ sunt a & b c, positæ sunt æquales. Ponā quoque quod h non sit minor d, sed æqualis aut maior, toties enim multiplicabo unamquāque trium quantitarum e c, b c, & a, æqualiter, quod f g multiplex e c proueniat maior d, & quod h multiplex a non proueniat minor eadem, deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior h, sitque m prima quantitas multipliciū d, quæ sit maior h, sub qua sumā maximā multipliciū d, aut sibi equalē, si m est prima in ordine multipliciū d, quæ sit l: eritque ut l, nō sit maior h, & cōstat m ex d & l: propter id quod omne multiplex constat ex proximo præcedenti multiplici & simplo, ut triplum ex duplo & simplo, excepto primo multiplici, quod constat ex bis simplo. Quia ergo h est æqualis



K f, non

k f, non erit k f minor l, itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d, quare non efficient minus quàm m, & quia fg, est maior d, erit k g maior quàm m. Intellego igitur quantitatem b c primam, d secundam, a tertiam, d quartam, & quia ad primam & tertiam sumpta sunt æquæ multiplicia, uidelicet K g & h, similiter quoq; ad secundam & quartam æquæ multiplicia, immo idem in ratione duorum quod est m, & addit k g, multiplex primæ super m multiplex secundæ, non addit autem b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis, maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam, quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine, ut d sit prima & tertia, a secunda, b c quarta, addit enim m multiplex primæ, super b multiplicem secundæ, non addit autem m multiplex tertiæ super K g, multiplicem quartæ, quare maior est proportio d ad, a quàm d ad b c quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo, patet sufficientia diffinitionis maioris impropotionalitatis, quam posuit author in principio huius quintri. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam, quàm tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æquæ multiplicia ad primam & tertiam, & reperiri, quæ cum relata fuerint ad aliqua æquæ multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia sic reperiemus, sicut demonstrabitur infra supra 12 huius.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 8.

Propositio 8.

In æqualium magnitudinum maior, ad eandem, maiorem rationem habet, quàm minor, & eadem ad minorem, maiorem rationem habet, quàm ad maiorem.

THEON ex Zamb. Sint inæquales magnitudines, α , β , & γ , & sit maior α , quàm γ . Alia autem quæuis, sit ut δ . Dico quod α , ad δ , maiorem rationem habet, quàm γ ad δ , & α ad γ , maiorem rationem habet, quàm α ad β . Quoniam enim maior est α , quàm γ , ponatur ipsi, æqualis β , minor iam ipsarum α , & β , multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ . Sit primum ϵ , minor quàm β . Et multiplicetur ϵ , quoad quod fiet, maius sit ipso δ , & sit illius multiplex ζ , quod maius est quàm δ . Et quàm multiplex est ζ , ipsius α , tam multiplex esto η , ipsius β , & θ , ipsius γ , & sumatur ipsius δ duplum, sitq; ι , tripulum postmodum: sitq; illud κ , et deinceps uno plus, quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ , primo maius quàm α , sumaturq; θ , sit ν , quadruplum quidem ipsius δ , primo autem maius quàm α . Quoniam igitur α , ipso ν , primo est minor: α igitur ipso ν , non est minor. Et quoniā æquæ multiplex est ζ , ipsius α , atq; æquæ multiplex est ζ , ipsius α , æquæ igitur est multiplex, (per 1 quinti,) ζ ipsius β , & θ , ipsius γ . Igitur ζ , & θ , ipsarum α , & β , & γ , æquæ sunt multiplices, (per eandem.) Rursus quoniam æquæ est multiplex ν , ipsius β , & θ , ipsius γ , æqualis autem est β , ipsi γ , æqualis igitur est θ , ipsi α . At α , non est minor quàm ν : neq; igitur ν , est minor quàm α . Maior autem est ν , quàm δ , tota igitur ζ , simul ambabus δ & ν , maior est. Sed ambæ δ & ν , ipsi ν , sunt æquales: quandoquidem ν , ipsius δ triplū est: ambæ autē δ , et δ , ipsius δ quadruplices sunt: est autē ν , ipsius δ quadruplū: ambæ igitur δ , & ν , ipsius δ quadruplices sunt, est autē ν , ipsius δ , quadruplum: ambæ igitur δ , & ν , ipsi ν sunt æquales. Sed ζ , ipsius α , & δ maior est, igitur ζ , ipsius ν excedit. Sed α , ipsius ν , non excedit, & sunt quidē α & δ & ν & ζ & θ , æquæ multiplices ipsarum α , & β , & γ , & ν , ipsius δ , alia quæuis est multiplex. Igitur α , ad δ maiorem rationem habet, quàm γ ad δ . Dico iam quod θ , ad γ , maiorem rationem habet, quàm δ ad β . Nam illis sic descriptis similiter ostendemus quod ν , maior quidē est quàm α , nō uerò maior quàm δ : & θ est quidē ν ipsius δ , multiplex. Ipse uerò ζ , & θ ipsarū β & γ , aliæ quæuis æquæ multiplices. Igitur δ ad ν , maiorem rationem habet, quàm α ad β . Sed iam α : maior est quàm β , iam minor β multiplicata: maior aliquando fiet quàm δ . Multiplicetur, & esto ι , multiplex quidē ipsius δ , maior autem ipso δ . Et quàm multiplex est ι ipsius δ , tam multiplex fiat θ ipsius α , & θ ipsius γ , similiter ostendemus quod ζ , & θ ipsarum α , & β , & γ , æquæ sunt multiplices. Sumaturq; similiter multiplex quidē ipsius δ , primo autem maior quàm ζ , quare rursus ζ non est minor quàm ν , maior autē est ζ , quàm δ . Tota igitur ζ , ipsius δ , hoc est ipsam ν , excedit, & α ipsam ν , nō excedit. Quoniā θ ν , quæ maior est quàm α , hoc est quàm α ipsam ν , non excedit: pariterq; superiora consequuti demonstrationem conficiemus. In æqualium igitur magnitudinū maior ad eandē, maiorem rationem habet, quàm minor: & eadem ad minorem, maiorem rationem habet quàm ad maiorem: quod demonstrasse oportuit.

Euclid.

Euclid. ex Camp.

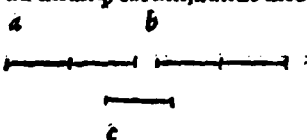
Propositio 9.

9



Si fuerit aliquarum quantitatum ad unam quantitatem proportio una, ipsas esse æquales: si uerò unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b , proportio una ad c , dico eas esse æquales, & si e conuerso fuerit eadem proportio c ad utranq; earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a , erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c , quam b ad c , quod est contra hypothesin. Secundum quoq; patet, quia si a est maior b , erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b , quam ad a , quod est etiam contra hypothesin.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 9.

Propositio 9.

Quæ ad eandem, eandem habent rationem, æquales adinuicem sunt, & ad quas eandem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales,

THEON ex Zamb. Habeat inquam utraq; ipsarum a & b , ad c , eandem rationem. Dico quod equalis est a , ipsi b . Si autem non, utraque ipsarum a & b , ad ipsam c , eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, equalis igitur est a , ipsi b . Habeat rursus c , ad utranq; ipsarum a & b , eandem rationem. Dico quod equalis est a , ipsi b . Si autem non, ipsa c , ad utranq; ipsarum a & b , non habet eandem rationem, habet autem, equalis igitur est a ipsi b . Quæ ad eandem igitur, eandem habet rationem, adinuicem sunt æquales, & ad quas eandem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales: quod demonstrandum fuerat.

Euclid. ex Camp.

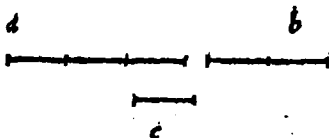
Propositio 10.

10



Si fuerit unius quantitatis ad quantitatem unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uerò unius ad eandem proportio maior, minorem esse necesse est.

CAMPANVS. Quod si fuerit maior proportio a ad c quam b ad c , dico a esse maiorem b , & si fuerit maior c ad b quam c ad a , adhuc dico a esse maiorem b . Hæc est conuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b , nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex secundis partibus earundem.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 10.

Propositio 10.

Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autem eandem maiorem rationem habet, illa minor est.

THEON ex Zamb. Habeat enim a , ad c , maiorem rationem, quam b , ad c . Dico quod a , maior est quam b . Si autem non, aut est a , ipsi b , equalis, aut ea minor æqualis autem minime est a , ipsi b , utraq; etenim ipsarum a & b , ad c , eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autem, igitur a , ipsi b minime equalis est. Neq; etiam minor est a , quam b , nam a , ad ipsam c , minorem rationem haberet, quam b , ad c , (per 8 quinti) non habet autem, igitur a , quam b minor non est. Oñsum autem est, quod neque est equalis, maior igitur est a , quam b . Habeat rursus c , ad a , maiorem rationem, quam c , ad b . Dico quod minor est b , quam a . Si autem non, aut est ei equalis aut ea minor æqualis quidem non est, b ipsi a : nam c , ad utranque ipsarum a & b , eandem haberet rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur a , ipsi b , minime est equalis. Neq; etiam maior est b , quam a , nam c , ad b , minorem rationem haberet, quam ad a , (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non est b quam a : patuit autem quod neque equalis est, minor igitur est b , quam a . Ad eandem igitur rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eandem maiorem rationem habet, ipsa minor est: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Camp.

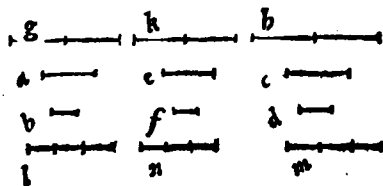
Propositio 11.

11



Si fuerint quantitatum proportionēs alicui uni æquales, ipsas quoq; proportionēs sibi inuicem æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumeravit inter communes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoque sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportionem quæ sunt a ad b & c ad d, sibi inuicem esse æquales. Summa enim g ad a, & h ad c, & k ad e, quæ multiplices, itemque l ad b, & m ad d, & n ad f, quæ multiplices. Et quia per hypothesein proportio c ad d, est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per conversionem diffinitionis incontinua proportionalitatis bis sumptam, si k addit super n, quod g addat super l, & h super m, & si k minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m, & si k est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantribus k & n, erit per diffinitionem incontinua proportionalitatis, a ad b sicut c ad d: quod est propositum.



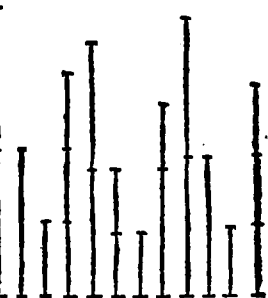
Euclid. ex Zamb.

Theorema 11.

Propositio 11.

Quæ eidem sunt eadem rationes, & ad inuicem sunt eadem.

THEON ex Zamb. Sint enim sicut a, ad b, sic g, ad d, sicut uero g, ad d, sic h, ad f. Dico quod est sicut a, ad b, sic h, ad f. Sumantur enim ipsarum a, g, æque multiplices, sintque l, n, ipsarum uero b, d, alie quæuis æque multiplices, sintque m, p. Et quoniam est sicut a, ad b, sic g, ad d, & sumptæ sunt ipsarum a, g, æque multiplices l, n, ipsarum autem b, d, alie quæuis æque multiplices m, p, si igitur excedit l, ipsum n, excedit & d, ipsum m, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionem & diffinitionis quinti.) Rursus quoniam sicut est h, ad f, sic g, ad d, & sumptæ sunt ipsarum g, h, æque multiplices d, n, & ipsarum d, f, alie quæuis æque multiplices n, p, si igitur excedit d, ipsum n, excedit quoque n, ipsum p, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per eandem.) Sed si excedit d, ipsum n, excedit quoque et p, ipsum n, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem conuersionem.) Quare si excedit n, ipsum d, excedit & p, ipsum n, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem l, n ipsarum a, g, æque multiplices, & m, p ipsarum b, d, alie quæuis æque multiplices. Est igitur sicut a, ad b, sic h, ad f. Quæ igitur eidem eadem sunt rationes, & ad inuicem sunt eadem (per & diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.



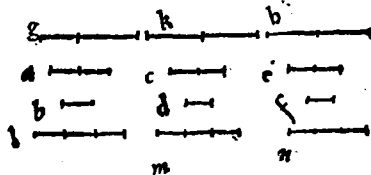
Euclid. ex Camp.

Propositio 12.



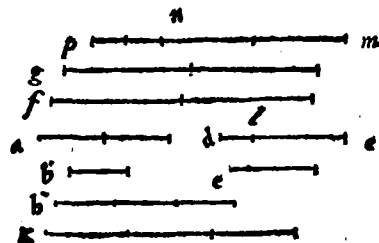
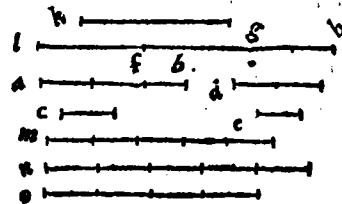
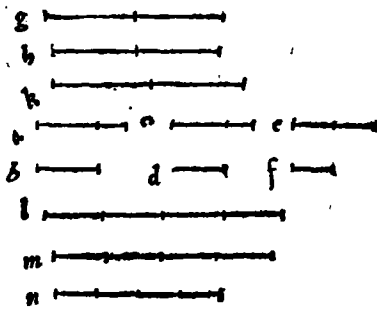
Si fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quartum, tertij uero ad quartum maior quam quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum, maior quam quinti ad sextum.

CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonstrat in proportionibus, conceptibile est in quantitatibus, uidelicet quod si duæ quantitates fuerint sibi inuicem æquales, quæcumque fuerit una earum maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uero ad d, sit maior quam e ad f, erit quoque a ad b, maior e quam a ad f. Summa enim g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplices, itemque l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplices. Et quia per hypothesein proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quam e, ad f erit per conuersionem diffinitionis incontinua proportionalitatis, si h addit super m, ut g addat super l, & per conuersionem diffinitionis maioris impropotionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantribus h & m si g addit super l, non est necesse k addere super n: erit per diffinitionem maioris impropotionalitatis, maior proportio a ad b quam e ad f quod est propositum.



CAMPANI additio. Simili quoque modo probabis, quod si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quam e, ab f, erit a ad b minor quam e ad f. Cum enim sit c ad d minor quam e ad f: erit e ad f, maior quam c ad d: per conuersionem igitur diffinitionis maioris impropotionalitatis, si k addit

si k addit super n, non est necesse quod h addat super m, sed si h non addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, non est necesse ut g addat super l: per diffinitionem igitur maioris impropotionalitatis, maior erit proportio e ad f, quam a ad b, ergo cōuerso minor erit a ad b quam e ad f, quod est propositū. Ex modo autē demonstratōis octauę huius, & hac fiet manifestum quod si fuerit primę quatuor quantitatū ad secundā maior proportio quam tertię ad quartā, continget reperi re aliqua æquę multiplicia primę & tertię, quę cū comparabuntur ad aliqua æquę multiplicia secundę & quartę, inuenietur multiplex primę addere super multiplex secundę, non autem multiplex tertię super multiplex quartę. Quod sic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quam d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritq; per hanc 12 & per 10, a f minor a b, & sit minor in quantitate f b, quā multiplicabo toties, quod proueniat quantitas maior c, quę sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quę sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut K d, eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut k d. Deinde ponam quod m sit prima quantitas multiplex c, quę sit maior k, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritq; per præmissas hypothesas & conuersionem diffinitionis incontinuz proportionalitatis quantitas n prima, multiplicium c, quę erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi æqualem, si forsitan n sit prima multipliciū eius, quę sit o, constabitq; n, ex o & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n, quare cū k sit minor m, patet propositum. Conuersam quoq; huius demonstrare possumus, uidelicet, quod si contingit reperire aliqua æquę multiplicia primę & tertię, quarum multiplex primę addat super aliquod multiplex secundę, & multiplex tertię non addat super multiplex quartę, maior erit proportio primę ad secundā quam tertię ad quartā, quod sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c tertia, e quarta, sintq; f ad a, & g ad c, æquę multiplicia, similiter h ad b, & k ad e, æquę multiplicia, & addat f super h, non addat autem g super k, dico quod maior est proportio a ad b quam c d ad e. Si enim dico æqualis, per conuersionem diffinitionis incontinuz proportionalitatis addet g, super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritq; per huius 10, c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a, eritq; per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a, utraq; igitur duarum quantitatū m p & g, est æquę multiplex quantitatis c d, ergo ipsę sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior K, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incontinuz proportionalitatis, m n est maior K, eo quod f est maior h, ergo m n, est maior m p, quod est impossibile: quare relinquitur propositum.



Euclid. ex Camp.

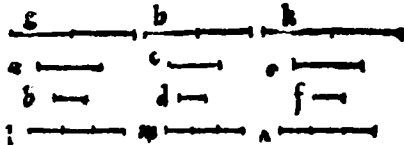
Propositio 13.



Ifuerint quodlibet quantatum ad totidem alias, proportio una erit quoq; quę proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hæc est communior illa, eo quod omnis multiplicitas est proportio, non autem

conuerso. Sit igitur a ad b , & c ad d , & e ad f , una proportio: dico quod quæ est proportio a ad b , eadem est compositi ex a & c , ad compositum ex b & d . Sumam g ad a , & h ad c , & k ad e , æque multiplicia, itemq; l ad b , & m ad d , & n ad f , æque multiplicia, eritq; per primam huius, compositum ex g h k , ita multiplex compositi ex a & c , sicut g est multiplex a , similiter per eandem, compositum ex l m n , erit ita multiplex compositi ex b & d , sicut l est multiplex b : & per conuersionem diffinitionis incontinuae proportionalitatis bis sumptam, si g addit super l , & h addit super m , & k super n , & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per communem scientiam, si g addit super l , compositum ex g h k , addit super compositum ex l m n , & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuae proportionalitatis, proportio a ad b , est sicut compositi ex a & c , ad compositum ex b & d : quod est propositum.



Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

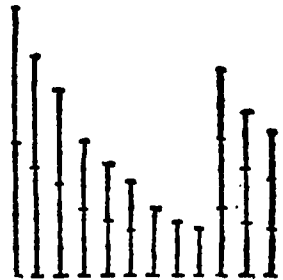
Euclid. ex Zamb.

Theorema 12.

Propositio 12.

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sic-
cut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes anteceden-
tes ad omnes consequentes.

THEON ex Zamb. Sint quotcunq; magnitudines proportionem habentes a ad b , sicut a , ad b , sic γ , ad δ , & ϵ , ad ζ . Dico quod est sicut a , ad b , sic est γ , ad δ . Sumantur enim æque multiplices ipsarum a & γ , sintq; μ & ν , & ipsarum b & δ , alie quæuis æque multiplices, sintq; λ & ρ . Et quoniam est sicut a ad b , sic γ ad δ , & ϵ ad ζ , sumptæ sunt ipsarum a & γ , æque multiplices μ & ν , & ipsarum b & δ , alie quæuis æque multiplices, hoc est λ & ρ : si igitur excedit μ , ipsum λ , excedit ϵ , ipsum ρ , & si μ , & ν , ipsum λ , & ρ , si æquale, æquale: & si minus, minus (per conuersionem & diffinitionis quinti) Quare & si excedit μ , ipsum λ , excedunt ϵ & ν , ipsas λ & ρ , & si æquales, æquales: & si minores, minores (per eandem) Et est μ , quidem, & ν & λ , ipsius a , & ipsarum γ , æque multiplices. Quoniam (per primam quinti) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum equalium numero, singule singularum æque multiplices, quam multiplex est una unius magnitudinũ, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam μ , & ν , ipsius a , & ϵ , & ζ , æque sunt multiplices. est igitur sicut a ad b , sic γ , ad δ (per & diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antedep-
tes ad omnes consequentes: quod demonstrandum fuerat.



Euclid. ex Zamb.

Theorema 13.

Propositio 13.

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoq; ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam.

THEON ex Zamb. Prima enim a , ad secundam b , eandem habeat rationem & tertia γ , ad quartam δ , tertia uerò γ , ad quartam δ , maiorem habeat rationem quàm quinta ϵ , ad sextam ζ . Dico quod & prima a , ad secundam b , maiorem rationem habebit, quàm quinta ϵ , ad sextam ζ . Quoniam γ ad δ maiorem rationem habet, quàm ϵ ad ζ , sunt enim ipsarum γ , quædã æque multiplices, & ipsarum δ , alie quæuis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ , excedit multiplicem ipsius δ , multiplex autem ipsius ϵ , non excedit multiplicem ipsius ζ , sumantur igitur, & sint ipsarum γ , æque multiplices



multiplices ν , ipsarum autem δ , alie quæuis æque multiplices α . Ita quidem ut ν , excedat ipsum α , & δ , ipsum α , non excedat, & quàm multiplex quidem est ν , ipsius γ , tam multiplex esto, & μ ipsius α , quàm multiplex autem est α , ipsius δ , tam multiplex esto & ν , ipsius β , & quoniam est sicut α , ad β , sic γ , ad δ , & sumptæ sunt ipsarum α , & æque multiplices μ , ipsarum β , alie quæuis æque multiplices ν : si excedit igitur μ , ipsam ν , excedit & ν , ipsam α , & si æqualis, æqualis, & si minor, minor (per conuersionem sextæ diffinitionis quinti) Excedit autem (per constructionem) γ , ipsam α , excedit igitur & μ ipsam ν , at δ ipsam α , non excedit: sunt autem μ , & æque multiplices ipsarum α , & ν , ipsarum β , alie quæuis æque multiplices. Igitur α , ad β , maiorem habet rationem, quàm γ , ad δ . Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam: prima ad secundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp.

Propositio 14.

14



I fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima maior tertia, necesse est secundam quarta esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem esse.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b , sicut c ad d . Dico quòd si a est maior c , b erit maior d , & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c , erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d . Quare maior erit a ad d , quàm c ad d , ergo per secundam partem 10 huius, b erit maior d : quod est propositum. Quòd si a sit minor c , erit per primam partem 8, minor proportio a ad d , quàm c ad d . Quare maior erit a ad b , quàm c ad d : per secundam ergo partem 10, b erit minor d . Si autem a sit æqualis c , erit per primam partem 7, a ad d sicut c ad d . Quare a ad d , sicut a ad b , itaq; per secundam partem 9, b erit æqualis d : sicut patet propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 14.

Propositio 14.

14

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima uerò tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON ex Zamb. Primum enim α , ad secundum β , eandem habeat rationem, & tertium γ , ad quartum δ , maius autem esto α , quàm γ . Dico quòd & β , maius est quàm δ . Quoniam enim α , est maior quàm γ , est autem alia quædam magnitudo β , igitur (per 8 quinti) α , ad β , maiorem rationem habet quàm γ , ad δ . Sicutq; α ad β , sic γ , ad δ , maiorem rationem habet, quàm γ , ad δ . Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus est (per 10 quinti) minus igitur est β , quàm δ , quare maior est β , quàm δ . Similiter quoq; ostendemus quòd & si æquale fuerit α , ipsi γ , æquale erit quoq; & β , ipsi δ , & si minus fuerit α , quàm γ , minus erit quoq; & β , quàm δ . Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp.

Propositio 15.

15



I fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una proportio.

CAMPANVS. Sint c ad a , & d ad b , æque multiplices. Dico quòd quæ est proportio a ad b , eadem est c ad d . Diuidatur c secundum quantitatem a , & d secundum quantitatem b , suntq; tot partes e , quot d , & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b , erit per 13 huius, c ad d , sicut a ad b : quod est propositum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 15.

Propositio 15.

15

Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamb. Sit igitur æque multiplex α^6 ipsius γ , & α^4 ipsius δ . Dico γ est sicut δ , sic est α^6 ad α^4 . Quoniam enim æque est multiplex α^6 ipsius γ , & α^4 ipsius δ . quot igitur magnitudines sunt in α^6 ipsi γ , æquales, tot sunt in α^4 æquales ipsi δ . Diuidatur α^6 in magnitudines æquales ipsi γ . hoc est $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$, ipsum autem α^4 in magnitudines æquales ipsi δ , hoc est $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$, erit iam magnitudo ipsorum $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$, & $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$, æqualis multitudini ipsorum $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$. Et quoniam $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$ sibi inuicem sunt æquales, & $\alpha^2, \alpha^2, \alpha^2$, sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut α^2 ad α^2 , sic est α^2 ad α^2 , & α^2 ad α^2 : erit igitur (per 11 quinti) sicut unum antecedentium ad unum consequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut α^2 ad α^2 , sic est α^6 ad α^4 , æqualis autem est α^2 ipsi γ , ipsum autem α^2 ipsi δ : est igitur sicut γ ad δ , sic est α^6 ad α^4 . Partes igitur eodē modo multipliciū, eandē habent rationem sumptæ ad inuicem: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 16.



Si fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoque proportionales erunt.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b , sicut c ad d . Dico quod erit a ad c sicut b ad d . Et iste est modus arguēdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonstratio sic patet. Sumam e ad a , & f ad b , æquē multiplices: itemque g ad c & h ad d , æquē multiplices eritque per præmissam e ad f , sicut g ad h : quare per 14, si e addit super g , & f addit super h : & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuae proportionalitatis erit a ad c , sicut b ad d : quod est propositum. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Eucl. ex Zab. Theor. 16. Prop. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α^6 ad γ , sicut α^4 ad δ , sic γ ad δ . Dico quod & uicissim proportionales erunt, sicut α^4 ad γ , sic α^6 ad δ . Sumatur quidem ipsarum α^6 , æquē multiplices γ , & ipsarum α^4 , æquē multiplices δ , & quoniam æquē multiplex est ipsius γ , & ipsius δ , partes autē eodē modo multipliciū eandē habēt rationē sumptæ ad inuicē (per præcedentē) est igitur sicut α^4 ad δ , sic α^6 ad δ . Sicut autē α^4 ad δ , sic γ ad δ , & sicut igitur γ ad δ , sic α^4 ad δ (per 11 quinti). Rursus quoniam γ ipsarum γ , æquē sunt multiplices, partes autē eodē modo multipliciū eandē habēt rationē sumptæ ad inuicē (per 15 quinti) est igitur sicut γ ad δ , sic est α^6 ad δ . Sicut autē γ ad δ , sic α^4 ad δ , & sicut igitur α^4 ad δ , sic α^6 ad δ (per 11 quinti). Si quatuor autē magnitudines proportionales fuerint, prima uero tertia maior sit, & secunda quarta maior erit: & si equalis, equalis: & si minor, minor (per 14 quinti). Si igitur excedit ipsum α^6 , excedit & ipsarum γ : & si æquale, æquale: & si minus, minus (per 6 diffinitionem quinti). Sunt autē ipsarum α^6 æquē multiplices: & ipsarum γ alie quæuis æquē multiplices. Est igitur sicut α^4 ad γ , sic est α^6 ad δ . Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.

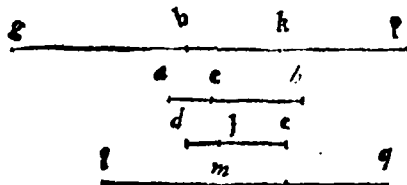
Euclid. ex Camp.

Propositio 17.



Si fuerint quantitates coniunctim proportionales, easdem disiunctim quoque proportionales esse.

CAMPANVS. Demonstrato modo arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata, demonstrat illū qui dicitur proportionalitas disiuncta. Sit itaque proportio a ad b ad b c, sicut d ad e ad e f. Dico quod erit a ad c ad c b, sicut d ad f ad f e. Sumam enim g ad a c, & h K ad c b, itēque l m ad d f, & n ad e f, æquē multiplices. Eruntque per primā huius g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c, & l m ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f. Et ideo per præmissas hypotheses g K est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponā iterū k p ad c b, & n q ad e f, æquē multiplices, eruntque per secundam, h p ad a c b, & n q ad e f, æquē multiplices, per conuersionem

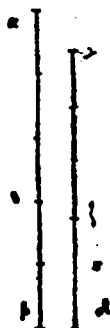


quia d h prima est maior d f, tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta, quod quia est impossibile: sequitur propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 18. Conuersa precedentis.

Si diuise magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint disiunctæ magnitudines proportionales a, b, c, d, e, f , & g, h, i, k, l, m , sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h . Dico quod & compositæ proportionales erunt, sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h . Si autem non est, sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h , erit sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h , ad minorem ipsa c, d , aut ad maiorem. Sit prius ad minorem c, d . Et quoniam est sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h , compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuise proportionales erunt (per 17 quinti). Est igitur sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h , supponitur autem sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h . Et sicut igitur (per 11 quinti) a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h , maior autem est prima a, b , tertia e, f , maior igitur est (per 14 quinti) secunda c, d , ipsa c, d , quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut a, b , ad c, d , sic e, f , ad g, h , ad minorem ipsa c, d . Similiter quoque ostendemus quod neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.



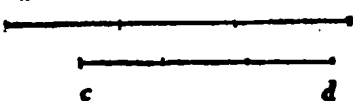
Euclid. ex Camp.

Propositio 19.



Sic ablatum ad ablatum, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.

CAMPANVS. Quod quinta proponit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus, unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ ad d f abscisam, dico quod eadem erit a residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cum enim sit a b ad c d sicut b e ad d f, erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterum permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d, & quia sic erat a b ad c d: patet propositum.



CAMPANI additio. Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euerfa, ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quod erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, sicut d c ad c f: quod est propositum. Conuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuarum proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principiis huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirecte ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quod erit b ad a sicut d ad c, sin autem sit d ad e, sicut b ad d, & quia iterum b ad a, sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e, sicut d ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9, si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c: quod est propositum.



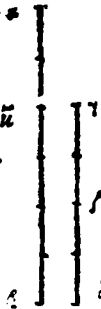
Euclid. ex Zamb.

Theorema 19.

Propositio 19.

Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum.

THEON ex Zā. Esto sicut totum a, b , ad totum c, d , sic ablatum a, b , ad ablatum c, d . Dico quod et reliquum a, b , ad reliquum c, d , erit sicut totum a, b , ad totum c, d . Quoniam enim est sicut totum a, b , ad totum c, d , sic a, b , ad c, d , et uicissim quoque (per 16 quinti) sicut a, b , ad c, d , sic a, b , ad c, d . Et quoniam compositæ magnitudines proportionales sunt (per 17 & 18 quinti) etiam disiunctæ proportionales erunt, sicut igitur a, b , ad c, d , sic a, b , ad c, d , & uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut a, b , ad c, d , sic a, b , ad c, d . Sicut autem a, b , ad c, d , sic supponitur totum a, b , ad totum c, d , & reliquum igitur a, b , ad reliquum c, d , erit sicut totum a, b , ad totum c, d . Si fuerit igitur sicut totum ad totum sic ablatum ad ablatum, et reliquum ad reliquum erit sicut totum ad totum, quod demonstrandum erat. Et quoniam ostensum est quod sicut est a, b , ad c, d , sic est a, b , ad c, d , & uicissim sicut a, b , ad c, d , sic a, b , ad c, d , compositæ igitur magnitudines proportionales sunt (per 18 propositionem quinti) ostensum est autem quod sicut a, b , ad c, d , sic a, b , ad c, d , & est conuertendo.



tendo. Hinc manifestum, quod si compositæ magnitudines propositionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonstrandum erat.

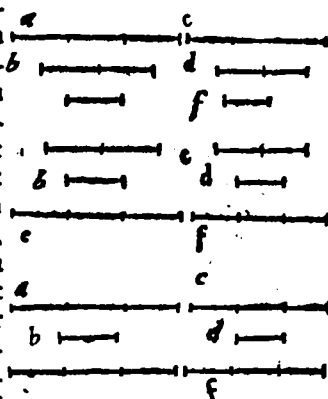
Euclid. ex Camp.

Propositio 20.



Si fuerint quolibet quantitates aliaque secundum earum numerum, quarum quæque duæ priorum secundum proportionem duarum postremarum, necesse est in proportionalitate quidem æqualitatis, ut si fuerit prima priorum ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quod si minor, & minorem: si uero æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Demonstraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur, præmittit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas, cum quantitates duorum ordinum directe proportionantur, secundum autem cum proportionantur peruersim: proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunque fuerint. Vniuersaliter enim sumpris utrobique quantitatibus secundum quemcunque numerum, ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum, de pluribus autem quibusque patebit per æquam proportionalitatem cum ipsa demonstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b c , sumanturque tres aliaque sint d e f , & sit proportio a ad b , sicut c ad d , & b ad e , sicut d ad f , dico quod si a est maior e , c erit maior f , & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b , quam e ad b , quare per 12, maior erit c ad d , quam e ad b , & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d , erit c ad d maior quam f ad d , itaque per primam partem 10, c est maior f , quod est propositum. Quod si a sit minor e , per easdem, & eodem modo probabitur c esse minorem f , erit enim minor proportio a ad b , quam e ad b , per primam partem 8, ideo per 12 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d , quam f ad d , & ideo per primam partem 10 erit c minor f , quod est propositum. Si autem a sit æqualis e , erit per primam partem 7 proportio a ad b sicut e ad b , & ideo per secundam partem 11, & conuersam proportionalitatem, erit c ad d , sicut f ad d , quare per primam partem 9, c est æqualis f : quod est propositum.



CAMPANI additio.

Quidam autem hanc conclusionem demonstrauerunt per proportionalitatem, permutatim, hoc modo, proportio a ad b , est sicut c ad d , ergo permutatim a ad c , sicut b ad d , & quia rursus b ad e sicut d ad f , erit permutatim b ad d sicut e ad f , sed erat b ad d , sicut a ad c , ergo per 11 erit a ad c , sicut e ad f , itaque per 14, si a prima est maior e tertia, erit c secunda maior f quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis: quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione, quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc conclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum est, quæ est esse a ad c sicut e ad f , sequitur quod sit a ad e sicut c ad f , & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur, nisi omnes quantitates amborum ordinum fuerint generis unius. Si enim a b e sint lineæ, & c d f superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportionem: peccant igitur, uniuersaliter dictum, particulariter demonstrantes.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 20.

Propositio 20.

Si fuerint tres magnitudines, & alia eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ , & alie eisdem æquales numero α β , binæ sumptæ & in eadem ratione, sicut quidem α ad β , sic α ad β , sicut β ad γ , sic α ad β . Ex æquali autem sit maior α , quàm γ . Dico quòd α , quàm β , maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Quoniam enim maior est α , quàm γ , alia autem quædam β , maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α , ad β , maiorem rationem habet, quàm γ , ad β : sed sicut est quidem α ad β , sic est α , ad β , sicut β , ad γ , & γ , ad β , rursus sic β , ad γ . Et α , igitur ad β , maiorem rationem habet quàm β , ad γ (per correlarium 4. quinti) Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior est (per 10 quinti) maior igitur est α , quàm β . Similiter quoq; ostendemus, quòd si æqualis est α ipsi γ , æqualis erit α , ipsi β , & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & alie eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod oportebat demonstrare.

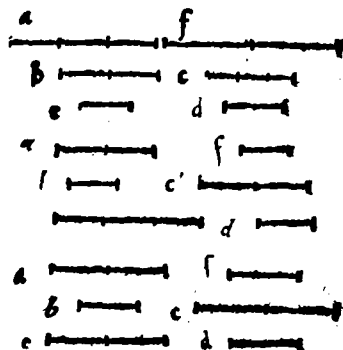
Euclid. ex Camp.

Propositio 21.



Si fuerint quolibet quantitates alie quæ secundum earum numerum, quarum quæquæ duæ ex prioribus quibusquæ duabus ex posterioribus peruersim comparatæ secundum proportionem earum fuerint, necesse quoque est ut si fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & posteriorum prima ultima esse maiorem: si autem minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Secundum antecedens, sint tres quantitates a b c , sumanturque alie tres quæ sunt f c d , & sit proportio a ad b , sicut c ad d , & b ad c , sicut f ad c , dico quòd si a est maior e , erit maior d , & si minor, minor: & si æqualis, æqualis, hoc autem probatur per easdem & eodem modo, quo præcedens, si enim a sit maior e , erit maior proportio a ad b quàm e ad b , quare maior c ad d , quàm e ad b , & ideo maior quàm c ad f , maior igitur f , quàm d , per secundam partem 10. quod est propositum. Quòd si a sit minor e , erit tandem minor c ad d , quàm a ad f , quare per eandem partem eiusdem f , erit minor d . Si autem a sit æqualis e , sequitur ut sit proportio c ad d , sicut c ad f , igitur per secundam partem nonam erit f æqualis d : quod est propositum.



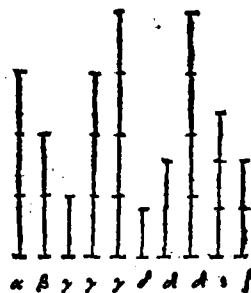
Euclid. ex Zamb.

Theorema 21.

Propositio 21.

Si fuerint tres magnitudines & alie eisdem æquales numero, binæ sumptæ & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, ex æquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor.

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α β γ , & alie eisdem numero æquales α β , binæ sumptæ, & in eadem ratione, sit autem earum proportio perturbata, sicut quidem α , ad β , sic α , ad β , sicut β , ad γ , sic α , ad β , ex æquali autem α , quàm γ , sit maior, dico quòd α , quàm β , maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Quoniam enim maior est α , quàm γ , & alia quædam β , igitur (per 8 quinti) α , ad β , maiorem habet rationem quàm γ , ad β . Sed sicut quidem α , ad β , sic α , ad β , sicut β , ad γ , & γ , ad β , rursus sic β , ad γ , & γ , ad β , igitur α , ad β , maiorem rationem habet, quàm β , ad γ (per correlarium quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorem rationem habet illa minor est (per 10 quinti) minor igitur est β , quàm γ , maior igitur est β , quàm γ . Similiter quoque ostendemus, quòd & si æqualis fuerit α ipsi γ , æqualis erit α , ipsi β , & si minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines & alie eisdem æquales numero binæ sumptæ & in eadem ratione, fueritque perturbata earum proportio, ex æquali



æquali

æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp.

Propositio 22.



Si fuerint quotlibet quantitates alięq; secundum earum numerum, quarum quęque duę secundum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonstratis antecedentibus ad æquam proportionem, hic demonstrat eam,

& primo, cum quantitates duorum ordinum sunt directę proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cum in utroq; duorum ordinu sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur, cum in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonstrari, nisi solum cum in utroq; ordine sunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, sumanturq; tres alię quę sunt c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quod erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, & que multiplicia. Itęq; k ad b, & l ad d, & que, & rursus m ad e, & n ad f, & que. eritq; per quartam, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n, quare per 20, si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis igitur: per diffinitionem incontinuae proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f, quod est propositum. Potest quoq; hoc demonstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, & que multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n. Cetera pertracta ut prius. Quod si fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita quod sit e ad p, sicut f ad q, erit iterum a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut c ad f: hoc enim demonstratum est: sublati igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & alię tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq; demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinę per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinę, sublatis tribus, & sic de ceteris.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 22.

Propositio 22.

Si fuerint quęlibet magnitudines & alię eisdem æquales numero binę sumptę in eadem ratione, etiā ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamb. Sint quęlibet magnitudines $\alpha \beta \gamma$, & alię eisdem æquales numero $\delta \epsilon \zeta$, binę sumptę in eadem ratione, sicut quidam α ad β , sic δ ad ϵ , sicutq; β ad γ , sic ϵ ad ζ . Dico quod etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α ad γ , sic δ ad ζ . Sumatur quidem ipsarum $\alpha \delta$, æque multiplices μ , ipsarum autem $\beta \epsilon$, alię quęvis æque multiplices ν , & insuper ipsarum $\gamma \zeta$, alię quęvis multiplices ρ . Et quoniam est sicut α ad β , sic δ ad ϵ , & sumptę sunt ipsarum $\alpha \delta$ æque multiplices μ , ipsarum autem $\beta \epsilon$, alię quęvis æque multiplices ν , est igitur (per 4 quinti) sicut μ ad ν , sic δ ad ϵ , & per hoc sicut μ ad μ , sic ν ad ν . Quoniam igitur tres magnitudines sunt $\mu \nu \rho$, & alię eisdem æquales numero $\delta \epsilon \zeta$, binę sumptę & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit ν , ipsam μ , excedit & ρ , ipsam μ , & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Sunt autem $\mu \delta$, ipsarum $\alpha \delta$, æque multiplices, & $\mu \nu$, ipsarum $\gamma \zeta$, alię quęvis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut μ ad ν , sic δ ad ζ . Si fuerint igitur quęlibet magnitudines & alię eisdem æquales numero binę sumptę in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonstrasse oportuit.

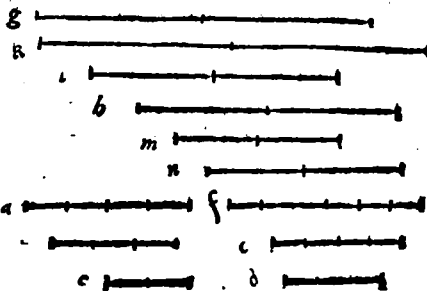
Euclid. ex Camp.

Propositio 23.



Si fuerint quotlibet quantitates alięq; secundum earum numerum, quarum ex prioribus quęq; duę secundum proportionem duarum ex prioribus indirectę proportionatę, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quòd demonstretur, nisi cum in utroque quorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directè proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates a, b, e , sumanturque aliæ tres quæ sint f, c, d , & sit proportio a ad b , sicut c ad d , & b ad e , sicut f ad c , dico quòd erit a ad e , sicut f ad d . Summa enim g ad a , & h ad c , & k ad f , æque multiplicia, itemque l ad b , & m ad e , & n ad d æque, eritque per 4, g ad l , sicut h ad n , & per 15, l ad m , sicut k ad h , quare per 21, si g addit super m , & k addit super n : & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuarum proportionalitatis, proportio a ad e , est sicut f ad d : quod est propositum.



Potest quoque & hoc demonstrari per decimateriam huius, sumptis g, l, m ad a, b, e , & k, h, n , ad f, c, d , æque multiplicibus, erit enim per decimam quintam g ad l , sicut h ad n : & l ad m , sicut k ad h , cætera pertracta ut prius. Conuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum. Quòd si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q , ita quòd sit a ad b sicut d ad q , & b ad e , sicut c ad d , & e ad p sicut f ad c , erit iterum a ad p sicut f ad q : erit enim per prædemonstrata a ad e , sicut c ad q . Sublatis igitur b & d , erunt tres quantitates a, e, p , & aliæ tres f, c, q , ut proponitur, quare a ad p , sicut f ad q . Sic igitur demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio. Eodem modo demonstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic in cæteris.

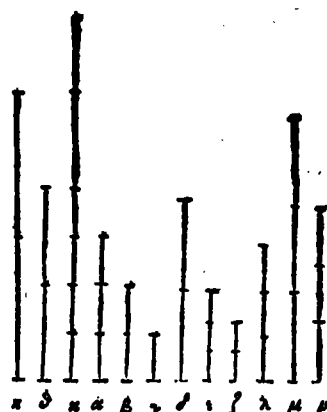
Euclid. ex Zamb.

Theorema 23.

Propositio 23.

Si fuerint tres magnitudines, aliæque eisdem æquales numero binæ, sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt.

THEON ex Zamb. Sint tres magnitudines α, β, γ , & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione δ, ϵ , sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad β , sic δ ad ϵ , sicut γ ad δ , sic α ad δ . Dico quòd est sicut α ad γ , sic est δ ad ϵ . Sumantur, inquam, ipsarum α, β , æque multiplices λ, μ , ipsarum autem γ, δ , aliæ quævis æque multiplices ν, ρ . Et quoniam æque sunt multiplices ν, ρ , ipsarum α, β , partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) est igitur sicut α ad β , sic ν ad ρ . Ac per hoc, etiam sicut γ ad δ , sic ν ad ρ , & est sicut α ad β , sic γ ad δ , & sicut igitur α ad δ , sic ν ad ρ (per 11 quinti) Et quoniam est sicut β ad γ , sic est δ ad ϵ , & sumptæ sunt ipsarum quidem β, γ , æque multiplices θ, κ , ipsarum autem γ, δ , aliæ quævis æque multiplices λ, μ , est igitur sicut δ ad γ , sic θ ad λ , & uicissim (per 16 quinti) sicut β ad δ , sic γ ad θ . Et quoniam δ, κ , ipsarum β, γ , æque sunt multiplices, partes autem æque multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) est igitur sicut δ ad γ , sic θ ad λ . Sed sicut β ad δ , sic γ ad θ , & sicut igitur δ ad γ , sic θ ad λ (per 11 quinti) Rursus quoniam λ, μ , ipsarum γ, δ , æque sunt multiplices, est igitur γ ad δ , sic λ ad μ . Sed sicut γ ad δ , sic δ ad ϵ , & sicut γ ad δ , sic λ ad μ , & uicissim (per 16 quinti) sicut δ ad ϵ , sic λ ad μ . Ostensum est autem quod sicut ν ad ρ , & sic μ ad ρ . Quoniam igitur tres magnitudines sunt proportionales ν, ρ, θ , & aliæ eisdem æquales numero α, β, γ , binæ sumptæ in eadem ratione, & est earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit ν , ipsum λ , & excedit μ , ipsum ρ , et si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem γ, κ , ipsarum α, β , æque multiplices, & λ, μ , ipsarum γ, δ , æque sunt multiplices: est igitur sicut α ad γ , sic δ ad ϵ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonstrasse oportuit.



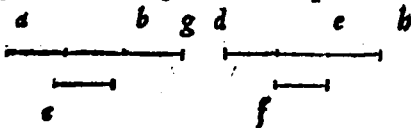
Euclid. ex Camp.

Propositio 24.



Si fuerit proportio primi ad secundum tanquam tertij ad quartum, proportio uero quinti ad secundum tanquam sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, tanquam sexti & tertij pariter acceptorum ad quartum.

CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicationibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodum 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c , sicut d e ad f : & item b g ad c , sicut e h ad f : dico quod proportio a g ad c , est sicut d h ad f . Erit enim per conuersam proportionalitatem, c ad b g , sicut f ad e h : quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g , sicut e d ad e h : ergo coniunctum per 18, a g ad g b , sicut d h ad h e itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c , sicut d h ad f : quod est propositum.



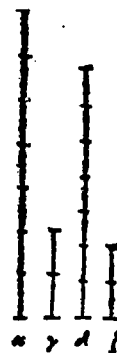
Euclid. ex Zamb.

Theorema 24.

Propositio 24.

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum, etiam composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextum ad quartum.

THEON ex Zamb. Primum etiam a b , ad secundum, eandem habeat rationem, & tertium d e ad quartum f , habeat autem & quintum h i , ad secundum g : eandem rationem & sextum k l ad quartum f . Dico quod etiam composita primum & quintum a h ad secundum g , eandem habebunt rationem: ac tertium & sextum d k ad ipsum f quartum. Quoniam enim est sicut a b ad g , sic est d e ad f : conuersim quoque sicut g h ad h , sic f i ad i . Quoniam igitur est sicut a b ad g , sic d e ad f , sicut autem g h ad h , sic f i ad i : ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut a h ad g , sic d i ad f . Et quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoque proportionales erunt (per 18 quinti) sicut igitur a h ad g , sic d i ad f : est autem & sicut a b ad g , sic d e ad f : ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut a h ad g , sic d i ad f . Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundum eandem habebunt rationem & tertium & sextum ad quartum: quod oportebat demonstrare.



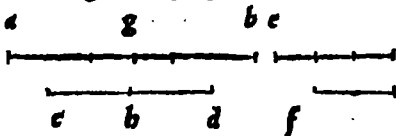
Euclid. ex Camp.

Propositio 25.



Si fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earum maxima, & ultima minima, primam & ultimam pariter acceptas ceteris duabus maius esse necessario comprobatur.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, non habet locum: nisi cum omnes quatuor quantitates sunt eiusdem generis. Sint igitur quatuor quantitates eiusdem generis, proportio a b ad c d , sicut e f ad g h , maxima. Neq; oportet ponere quod f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quod a b posita est maxima: unde non posuit hoc auctor in conclusione tanquam positionem, sed potius tanquam præcedentis positionis conclusionem. Dico quod cum ita fuerit, maius erit aggregatum ex a b & f , quam ex c d & e . Cum enim a b sit maior e , abscindam ex a b , g b æqualem e : similiter quoque quia c d est maior f , abscindam ex c d , h d æqualem f . Eritq; per hypothesin a b ad c b , sicut g b ad h d quare per 19, aggregatum ad c h residuum: sicut totum a b ad totum c d . Cum ergo a g se habet ad c h , sicut a b ad c d , sed a b est maior c d , quare a g maior est c h : additis igitur utriusque duabus quantitatibus g b & h d , erit per communem scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b : & quia d h posita est æqualis f , & g b , e maius erit aggregatum ex a b & f , quam aggregatum ex c d & e : quod est propositum.



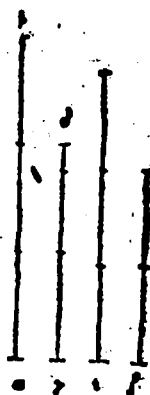
Euclid. ex Zamb.

Theorema 25.

Propositio 25.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales a, b, c, d , si scilicet a ad b sicut c ad d . Sit autem maxima earum a , minima uero d . Dico quod ipsae a et c ipsi b et d maiores sunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipsi a equalis e , et ipsi c equalis f . Quoniam igitur est sicut a ad b sicut c ad d , equalis autem est ipsi e , et ipsi f equalis g : est igitur sicut e ad b sicut f ad d , et quoniam est sicut totum e ad totum b sicut ablatum e ad ablatum g : et reliquum igitur f (per 19 quinti) ad reliquum d , erit sicut totum e ad totum b . Maior autem est e quam b : maior igitur est f ipsa d . Et quoniam equalis est e ipsi a , et f ipsi c : igitur a et c sunt aequales ipsis b et d . Et quoniam si inaequalibus equalia addantur, omnia inaequalia fiunt (per quartam communem sententiam): cum igitur e et f sint inaequales, et e maior sit, et ipsi quidem a addantur e et c : ipsi uero d addantur g et f , producentur a et c maiores ipsis b et d . Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima et minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonstrare oportebat.

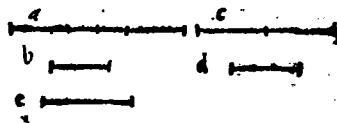


Nouem sequentes propositiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exemplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.



Si fuerit quatuor quantitatum proportio primae ad secundam maior quam tertiae ad quartam, erit conuersim e contrario secundae ad primam minor quam quartae ad tertiam.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b , maior quam c ad d , dico quod erit e conuerso, modo contrario minor proportio b ad a , quam d ad c . Si enim est eadem b ad a quae est d ad c , erit e conuerso a ad b ut c ad d : sed non est, immo maior. At uero si est b ad a maior quam d ad c , sit e ad a , ut d ad c : eritque ex duodecima, e ad a minor quam b ad a : quare ex prima parte decimae e est minor b . Ideoque ex secunda parte 8, maior erit proportio a ad e , quam a ad b : & quia per conuersam proportionalitatem, a ad e , sicut c ad d , erit ex duodecima proportio c ad d maior quam a ad b , sed erit minor, relinquitur ergo positum. Possumus quoque (si libet) asserere positum ostensum: manifestum enim est ex prima parte decimae, quod illa quantitas, cuius ad b est eadem proportio quae est c ad d , est minor a : eo quod ponitur maior proportio a ad b quam c ad d : illa ergo quantitas sit e , cum igitur proportio e ad b ut c ad d : erit e conuerso b ad e , ut d ad c . Constat autem ex secunda parte octauae, quod proportio b ad a , minor est quam proportio b ad e . Itaque per duodecimam, proportio b ad a : est minor quam d ad c : quod uoluimus.

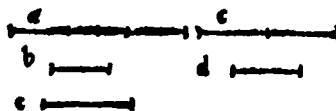


Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primae ad secundam quam tertiae ad quartam, erit permutatim maior proportio primae ad tertiam quam secundae ad quartam.

CAMPANVS. Sit hic quoque proportio a ad b maior, quam c ad d : dico quod erit permutatim maior proportio a ad c , quam b ad d . Eadem enim non erit, quia tunc quoque esset permutatim a ad b , sicut c ad d . Neque minor: nam si hoc ponatur, sit itaque e ad c , ut b ad d : eritque ex duodecima, maior proportio e ad c , quam a ad c : quare ex prima parte decimae, e est maior a . Itaque per primam partem octauae, proportio e ad b , est maior quam a ad b . Et quia positum est, ut sit e ad c , sicut b ad d : erit permutatim e ad b , sicut c ad d : ex duodecima igitur, maior erit proportio c ad d , quam a ad b , sed positum erat oppositum, uerum ergo est positum.

Ostensum

Ostendit quoque idem, quemadmodum in præmissa.
Sumpta enim e ad b , ut c ad d : erit ex prima parte decimæ,
 e minor a : quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c ,
quàm e ad c . Sed ex permutata proportionalitate, est e ad
 c , ut b ad d : igitur ex duodecima, a ad c est maior quàm
 b ad d : quod est propositum.



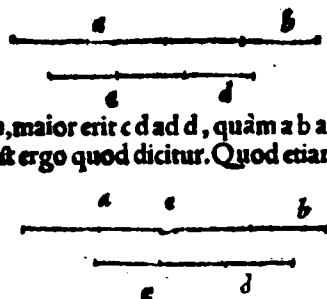
- 28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam, erit quoque coniunctim maior proportio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.

CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b , quàm c ad d : dico quòd maior erit totius a ad b ad d , quàm totius c ad d : quia ipsa neque erit æqualis, neque minor. Si enim æqualis, tunc erit disiunctim a ad b ut c ad d . Si autem est minor, sit e ad b , ut c ad d : erit ex duodecima, maior proportio e ad b , quàm a ad b , itaque ex prima parte decimæ e ad b , est maior quàm a ad b : & per conceptionem, e maior quàm a , quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b , quàm a ad b : sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem: eo quòd erat e ad b , ut c ad d : ergo per duodecimam c ad d , est maior quàm a ad b : hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostendit. Cum enim propositum sit quòd maior sit proportio a ad b , quàm c ad d : sit proportio e ad b , ut c ad d : erit ex prima parte decimæ, e minor a . Ideoque ex communi scientia, e erit minor quàm a ad b : quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a ad b , quàm e ad b . At uero proportio e ad b , est per coniunctam proportionalitatem, sicut c ad d : positum enim est, ut sit e ad b , tanquam c ad d : igitur ex duodecima, maior est a ad b , quàm c ad d : quod est propositum.



- 29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque disiunctim proportio primæ ad secundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

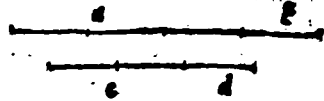
CAMPANVS. Sit proportio a ad b , maior quàm c ad d : dico quòd erit disiunctim, proportio a ad b , maior quàm c ad d : alioqui erit æqualis uel minor. Quòd si æqualis, erit per coniunctam proportionalitatem a ad b , ut c ad d . Si autem minor, erit maior c ad d , quàm a ad b : ergo per præmissam, maior erit c ad d , quàm a ad b : quod est inconueniens, quia positum est quòd minor, uerum est ergo quòd dicitur. Quod etiam ostendit æstruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e ad b , sit tanquam proportio c ad d : erit ex prima parte 10, e minor quàm a , quare ex communi scientia e est minor quàm a , minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b , quàm sit a ad b : sed proportio e ad b , est sicut c ad d , ex disiuncta proportionalitate: itaque ex 12, proportio a ad b , est maior quàm sit c ad d : quod est propositum.



- 30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit euerfim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

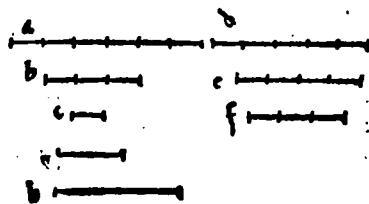
CAMPANVS. Sit maior proportio a ad b , quàm c ad d : dico quòd euerfim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim diffiſſimè ex præmiſſa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaq; per 26, erit e conuerſo minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmiſſam, coniunctum minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod eſt propoſitum.



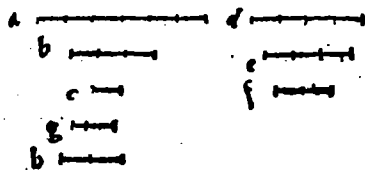
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itemque tres in alio, fueritq; primæ priorum ad ſecundam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad ſecundam, itemq; ſecundæ priorū ad tertiam maior quàm ſecundæ poſteriorū ad tertiam: erit quoque primæ priorū ad tertiam maior proportio, quàm primæ poſteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, itemq; aliæ tres, d, e, f: ſitq; maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq; ex prima parte 10, g minor b: quare ex ſecunda parte 8, proportio a ad g, eſt maior quàm a ad b, multo maior ergo eſt proportio a ad g, quàm d ad e: ſit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior eſt quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, eſt per æquam proportionalitatem, ſicut d ad f: eſt enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 12, proportio a ad c, eſt maior quàm d ad f: quare conſtat propoſitum.



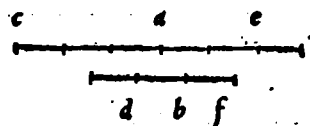
Si fuerint tres quātitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio ſecundæ priorum ad tertiam maior quàm primæ poſteriorū ad ſecundam, itemq; primæ priorum ad ſecundam maior quàm ſecundæ poſteriorū ad tertiam, erit maior proportio primæ priorū ad tertiam quàm primæ poſteriorum ad tertiam.

CAMPANVS. Sint enim tres quātitates in uno ordine, a, b, c: itemq; tres in alio, d, e, f, quæadmodū in præmiſſa: ſitq; maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quàm e ad f: dico quòd maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primam partem 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per ſecundam partem 8: igitur multo maior eſt a ad g, quàm e ad f. Sit itaq; h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior eſt quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, eſt tanquam d ad f: eo quòd eſt g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior eſt proportio a ad c, quàm d ad f: quod eſt propoſitum.



Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abſciſi ad abſciſum, erit reſidui ad reſiduum maior proportio, quàm totius ad totum.

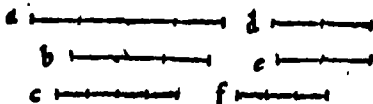
CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abſcindantur c & d: et reſidua ſunt e et f: ſitq; maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euerſim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod eſt propoſitum.



Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur, fueritq; cuiuslibet precedentis ad ſuam relatiuā maior proportio quàm alicuius ſubſequentis ad ſuam, erit omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius ſubſequentiū ad ſuam cōparem, aut

rem, aut etiam quàm omnium pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.

CAMPANVS. Sint tres quantitates a, b, c, relatæ ad totidē alias quæ sint d e f, sitq; maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a, b, c, pariter acceptarum ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm



b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cum enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e:quare per præmissam a ad d, est maior quàm a b ad d e. Eodemq; modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f:quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: et coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f:quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f: quod est propositum.

QVINTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELE-

mentorum, Liber sextus.

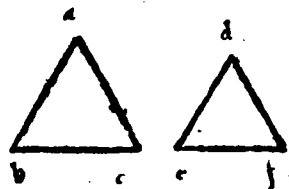
Euclid. ex Campano.

Diffinitiones.



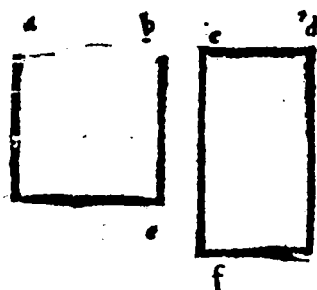
Vperficies similes dicuntur, quarum anguli unius angulis alterius æquales, latera quoque equos angulos continentia proportionalia.

CAMPANVS. Vt sit trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq; angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.



Superficies mutuatorum laterum, sunt inter quarum latera, incontinua proportionalitas retransitiue habetur.

CAMPANVS. Vt si duorum quadrilaterorum a b c d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secundi fuerit, sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mutuatorum laterum, siue mutesia.



Linea dicitur diuidi secundum proportionem habentem medium & duo extrema, quando eadē est proportio totius ad maiorem sui sectionem, quæ est maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb.

Diffinitiones.



Similes figuræ rectilinéæ sunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocae autem figuræ sunt, quando in utra

Κατὰ μὲν
αὐτὰς, σιγίλλαι
τιμ.

que figura antecedentes & consequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusque figuræ, est à uertice ad basin perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando ratio num quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

THEON ex Zamb. Sit enim $\alpha \beta$ ad γ rationem habens datam, ueluti duplā aut triplam aut quamlibet aliam, & γ ad δ eandem quoque datam. Dico quod ipsius $\alpha \beta$ ad γ ratio, constat ex $\alpha \beta$ ad γ , & γ ex γ ad δ . Vel quod ipsius $\alpha \beta$ ad γ rationis quantitas multiplicata in ipsius γ ad δ rationis quantitatem, efficit ipsius $\alpha \beta$ ad δ rationem. Sit enim primum $\alpha \beta$ quā γ maior, & γ ipsa δ . Sit quidem $\alpha \beta$, ipsius γ dupla, & γ ipsius δ tripla: quoniam igitur γ ipsius δ tripla est, ipsius autem γ dupla est $\alpha \beta$: igitur $\alpha \beta$ ipsius δ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicem auctas, fit sexicuplum, hoc enim est propriè compositio. Vel sic. Quoniam $\alpha \beta$ dupla est ipsius γ , diuidatur $\alpha \beta$ in ipsi γ æqualia, hoc est $\alpha \gamma$ & $\gamma \beta$. Et quoniam γ ipsius δ tripla est: æqualis autem est $\alpha \gamma$ ipsi δ : & $\gamma \beta$ igitur ipsius δ tripla est. Id propterea, & $\alpha \beta$ ipsius δ tripla est. Tota igitur $\alpha \beta$, ipsius δ sexicupla est. Ipsius igitur $\alpha \beta$ ad δ ratio connectitur per γ medium limitem, composita ex ipsius $\alpha \beta$ ad γ , & γ ad δ ratione. Similiter autem, & si minor fuerit γ , utraq; ipsarum $\alpha \beta$ & γ , id ipsum colligitur. Sit enim rursus $\alpha \beta$ ipsius γ tripla, at γ ipsius δ sit dimidia: & quoniam γ ipsius δ dimidia est, ipsius autem γ tripla est $\alpha \beta$: igitur $\alpha \beta$ sesquialtera est ipsius δ . Si enim alicuius dimidium triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam ab ipsius γ tripla est, & γ ipsius δ dimidia est, qualium est $\alpha \beta$ æqualium ipsi γ trium, talium est δ duorum. Quare sesquialterum est $\alpha \beta$ ipsius δ . Igitur ratio ipsius $\alpha \beta$ ad δ connectitur per γ medium limitem: composita ex ipsius $\alpha \beta$ ad γ , & γ ad δ ratione. Sed iam rursus sit γ utraq; ipsarum $\alpha \beta$ & γ maior, & sit quiddam $\alpha \beta$ ipsius γ dimidium, & γ ipsius δ sesquitercium. Quoniam igitur qualium est $\alpha \beta$ duorum, talium est δ quatuor, qualium autem γ quatuor, talium trium: & qualium igitur $\alpha \beta$ duorum, talium trium: connectitur igitur rursus ratio ipsius $\alpha \beta$ ad δ , per γ medium limitem, quæ duorum est ad tria: si militer quoque & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum $\alpha \beta$ ad δ est quod si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur, uno simplicium electo, reliqua compositarum assumetur.

Euclid. ex Camp.

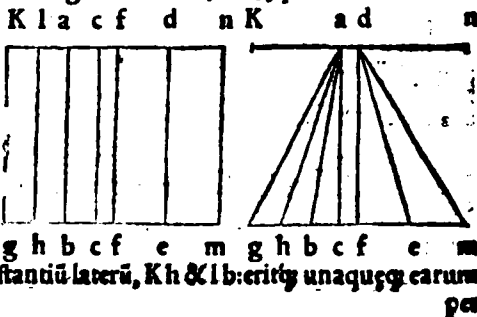
Propositio 1.



SI duarum rectilinearum superficierum, æquidistantium laterum siue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma $a b c, d e f$, equalis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut $b c$ ad $e f$.

ponam illa duo parallelogramma super lineam unā, quæ sit $g m$: eruntque propter hoc quod sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistantes, quarū sit altera $k n$, deinde ex linea $g m$, sumā $g c$ multiplicē secundū quæcūque numerū uoluerō, ad $b c$, & diuidā eam in partes æquales $b c$, in punctis h & b , à quibus & puncto g , ducā æquidistantes lineæ $a b$, quæ sunt $g k$ & $h l$: & complebo superficies æquidistantiū laterū, $K h$ & $l b$: eritque unaquæque earum per



per 36 primi, æqualis a c:quare sicut linea g c est multiplex lineæ b c ita superficies c k, superficies a c. Si similiter quoque ad lineam e f, sumam ex linea g m, lineam f m multiplicem secundum quemcunque numerum uolueris ad e f, & complebo superficiem æquidistantium laterum ducta linea m n æquidistans lineæ d e, eritque superficies n f ita multiplices superficiei d f, sicut linea m f lineæ e f. Et quia per 36 primi si linea g c est maior linea f m, superficies k c est maior superficiei f, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, erit per definitionem incontinuae proportionalitatis, eadem proportio basis b c ad basin e f, quæ est superficiei a c ad superficiem d f, quod est propositum. De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices, ad uertices triangulorum.

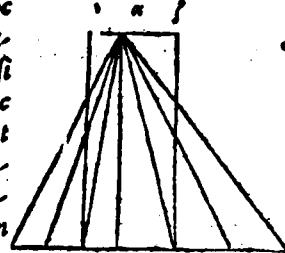
Euclid. ex Zamb.

Theorema 1.

Propositio 1.

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, ad se inuicem sunt ut bases.

THEON ex Zamb. Sint triangula quidem $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta \epsilon$, parallelogramma uero $\gamma \delta \epsilon \zeta$, & $\gamma \delta \eta$, sub eadem altitudine existentia perpendiculari scilicet ab α , in $\delta \epsilon$ ducta. Dico quod est sicut $\beta \gamma$, basis ad $\gamma \delta$, basin: sic est $\alpha \delta$, triangulum ad $\alpha \delta \epsilon$, triangulum, & $\gamma \delta \epsilon \zeta$, parallelogrammum ad $\gamma \delta \eta$, parallelogrammum. Producat in qua (per 2 postulatū) $\delta \epsilon$, ex utraque in $\delta \eta$, signa, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem $\beta \gamma$ basi, æquales, quotcunque $\beta \gamma$, & $\delta \epsilon$, ipsi autem $\gamma \delta$, basi æquales quotcunque $\delta \epsilon$, & $\eta \zeta$. Conectanturque $\alpha \delta$, $\alpha \eta$, & $\alpha \zeta$. Et quoniam $\beta \gamma$, $\delta \epsilon$, & $\eta \zeta$, sibi inuicem sunt æquales, & triangula quoque $\alpha \delta \epsilon$, $\alpha \delta \eta$, & $\alpha \eta \zeta$, sibi inuicem sunt æqualia (per 38 primi) Quod multiplex igitur est $\gamma \delta$ basis, ipsius $\beta \gamma$ basis, tam multiplex est & triangulū $\alpha \delta \epsilon$, triangulū $\alpha \delta \eta$. Id propterea, quā multiplex est $\gamma \delta$ basis, ipsius $\alpha \delta$ basis, tam multiplex est & triangulū, ipsius $\alpha \delta \epsilon$, trianguli, & si æqualis est $\gamma \delta$ basis, ipsi $\alpha \delta$ basi æquum est (per 38 primi) triangulū $\alpha \delta \epsilon$, triangulo $\alpha \delta \eta$, & si basis $\gamma \delta$, excedit basin $\eta \zeta$, excedit & triangulū $\alpha \delta \epsilon$, triangulum $\alpha \delta \eta$, & si minor, minus (per 6 definitionē quinti) Quatuor iam existentibus magnitudinibus duabus quidē basibus hoc est $\beta \gamma$, & $\delta \epsilon$, duobus autē triangulis hoc est $\alpha \delta \epsilon$, & $\alpha \delta \eta$, sumptæ sunt æquæ multiplices, ipsius quidem $\beta \gamma$ basis, & ipsius $\alpha \delta \epsilon$ trianguli, basis uidelicet $\gamma \delta$, & triangulū $\alpha \delta \epsilon$, ipsorum autem $\gamma \delta$ basis & $\alpha \delta \epsilon$ trianguli: alia quæuis æquæ multiplicia, hoc est basis $\eta \zeta$, & triangulum $\alpha \delta \eta$, & demonstratum est quod si excedit basis $\gamma \delta$, basin $\eta \zeta$, excedit quoque & triangulum $\alpha \delta \epsilon$, triangulum $\alpha \delta \eta$, & si æqualis, æquale: est si minor, minus. Est igitur sicut basis $\beta \gamma$ ad basin $\delta \epsilon$, sic triangulum $\alpha \delta \epsilon$ ad triangulū $\alpha \delta \eta$ (per sextam definitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi) ipsius quidem trianguli $\alpha \delta \epsilon$, duplum est parallelogrammum $\gamma \delta \epsilon \zeta$, ipsius autem $\alpha \delta \eta$ trianguli duplum est (per eandem) parallelogrammum $\gamma \delta \eta$, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: est igitur sicut triangulū $\alpha \delta \epsilon$ ad triangulū $\alpha \delta \eta$, sic parallelogrammū $\gamma \delta \epsilon \zeta$ ad parallelogrammū $\gamma \delta \eta$, Quoniam igitur patet sicut quidem basis $\beta \gamma$ ad basin $\delta \epsilon$, sic triangulum $\alpha \delta \epsilon$ ad triangulum $\alpha \delta \eta$, sic parallelogrammum $\gamma \delta \epsilon \zeta$ ad parallelogrammum $\gamma \delta \eta$, et sicut igitur (per 11 quinti) basis $\beta \gamma$ ad basin $\delta \epsilon$, sic parallelogrammum $\gamma \delta \epsilon \zeta$ ad parallelogrammū $\gamma \delta \eta$. Trianguli igitur & parallelogramma sub eadem altitudine existentia, ad se inuicem sunt sicut bases: quod demonstrare oportebat.



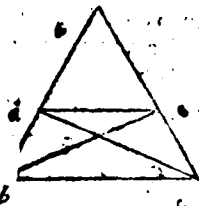
Euclid. ex Camp.

Propositio 2.



Si linea recta duo trianguli latera secans, reliquo fuerit æquidistans, eam duo illa latera proportionaliter secare. Si uero proportionaliter secet, eam reliquo lateri æquidistare necesse est.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b & a c secet linea d e, æquidistans tertio lateri quod est b c, dico quod erit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, & e converso, si fuerit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, linea d e erit æquæ distans lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triagulus e d b, æqualis triagulo d e c, propter id, quod ipsi sunt ambo super lineā d e, inter lineas æquidistantes, itaque per secundam partē 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrumque illorum, erit una, sed proportio eius, per præmissam ad triangulū e d b, est sicut lineæ a d ad lineā d b, & ad triagulū d e c, sicut lineæ a e ad lineā e c. Nā ipse cum utroque illorum est æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, sicut a e ad e c, quod est primū. Et si hoc fuerit, erit per præmissas ipsius a d e ad utrumque illorum proportio una, quare per secundā partē 9 quinti, ipsi sunt ad inuicem æquales, & quia ipsi sunt super eandē basin, uidelicet lineā d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi,



Linea d e æquidistans lineæ b c: quod est secundum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 2.

Propositio 2.

Si trianguli ad unum laterū ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus proportionaliter secat ipsius trianguli latera: & si triāguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones connectens recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

THEON ex Zamb. Trianguli enim $\alpha \beta \gamma$, parallelus ad latus $\beta \gamma$, agatur $\delta \epsilon$. Dico quod est sicut $\beta \delta$, ad $\delta \gamma$, sic est $\gamma \epsilon$, ad $\gamma \alpha$. Connectantur enim $\beta \epsilon$, et $\gamma \delta$, æquale igitur est (per 37 primi) triangulū $\beta \delta \epsilon$, triangulo $\gamma \delta \alpha$: in eadē enim sunt basi $\delta \epsilon$, et in eisdem parallelis $\delta \epsilon$, et $\beta \gamma$. Aliud autem quoddā triangulū $\alpha \delta \epsilon$, æqualia autē (per 7 quinti) ad idem eandē habet rationem. Est igitur sicut triangulū $\beta \delta \epsilon$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$, sic triangulū $\gamma \delta \alpha$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$. Sed sicut quidē triangulū $\beta \delta \epsilon$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$, sic est $\beta \delta$, ad $\alpha \delta$, sub eadem namq; altitudine perpendiculari, scilicet ab ϵ in $\alpha \delta$, ducta cum sint, ad se invicē sunt sicut bases (per 1 sexti.) Ac propterea sicut triangulū $\gamma \delta \alpha$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$, sic $\gamma \epsilon$, ad $\alpha \delta$, et sicut igitur (per 11 quinti) $\beta \delta$, ad $\delta \gamma$, sic $\gamma \epsilon$, ad $\gamma \alpha$. Sed iam ipsius $\alpha \beta \gamma$ trianguli, latera $\alpha \beta$, et $\alpha \gamma$, proportionaliter secantur, sicut $\beta \delta$, ad $\delta \gamma$, sic $\gamma \epsilon$, ad $\gamma \alpha$, et connectatur $\delta \epsilon$. Dico quod parallelus est $\delta \epsilon$, ipsi $\beta \gamma$. Eisdē namq; dispositis, quoniam est sicut $\beta \delta$, ad $\delta \gamma$, sic $\gamma \epsilon$, ad $\gamma \alpha$, sed sicut quidē $\delta \epsilon$, ad $\alpha \delta$, sic triangulū $\beta \delta \epsilon$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$, (per 1 sexti) sicut autē $\gamma \epsilon$, ad $\gamma \alpha$, sic triangulū $\gamma \delta \alpha$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$, (per eandē) et sicut igitur (per 11 quinti) triangulū $\beta \delta \epsilon$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$, sic triangulū $\gamma \delta \alpha$, ad triangulū $\alpha \delta \epsilon$. Vtrūq; igitur ipsorum $\beta \delta \epsilon$, et $\gamma \delta \alpha$, triangulorum, ad $\alpha \delta \epsilon$, eandem habet rationem (per 9 quinti.) Æquale igitur (per eandem) est triangulū $\beta \delta \epsilon$, triangulo $\gamma \delta \alpha$, et in eadem sunt basi $\delta \epsilon$, æqualia autem triāgula et in eadem basi existentia, etiam in eisdem sunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur est $\delta \epsilon$, ipsi $\beta \gamma$. Si triangulū ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter secat trianguli latera: et si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones coniungens recta linea, parallelus erit ad reliquum trianguli latus: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 3.



Ab aliquo angulorum triāguli linea recta ad basin ducta, angulum illum per æqualia setet, duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uerō duæ partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit, reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æqualia diuidere necessariò comprobatur.

CAMP. Sit trigonus $a b c$, cuius angulum a diuidat linea $a d$ per æqualia, dico quod proportio $b d$ ad $d c$, est sicut $b a$ ad $a c$, & e converso: protrahā enim $b e$, æquidistantem $a d$, & producam $c a$, quousq; concurrat cum $b e$, in puncto e , eritq; per primam partem 29 primi, angulus $e b c$, æqualis angulo $b a d$: & per secundam partem eiusdem, angulus c , angulo $d a c$: quare angulus e , est æqualis angulo $e b a$, ergo per sextam primi, $e a$ est æqualis $a b$: & ideo per primam partem septimi quinti, proportio $e a$ ad $a c$, est sicut $b a$ ad $a c$: sed per præmissam, $e a$, ad $a c$, est sicut $b d$ ad $d c$, ergo $b a$ ad $a c$, sicut $b d$ ad $d c$, quod est primum. Secunda pars quæ est conuersa primæ partis, probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione, si fuerit proportio $b a$ ad $a c$, sicut $b d$ ad $d c$, quia per præmissam $e a$ ad $a c$ est sicut $b d$ ad $d c$, erit eadem proportio $e a$ ad $a c$, quæ est $b a$ ad $a c$, ergo primam partem 9 quinti $e a$ & $a b$ sunt æquales, quare per 5 primi duo anguli e & $e b a$, sunt æquales: igitur per primam & secundam partem 29 primi, angulus $b a d$, est æqualis angulo $d a c$: quod est secundum.

Euclid. ex Zamb.

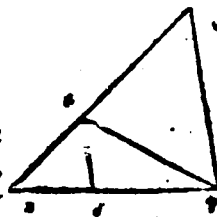
Theorema 3.

Propositio 3.

Si trianguli angulus bifariam secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin basis segmenta, eandem habebunt rationē reliquis ipsius trianguli lateribus: & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis ipsius triāguli lateribus, a uertice ad sectionē coniuncta

luncta recta linea bifariam dispescit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zab. Sit triangulū $\alpha \beta \gamma$, seceturq; (per 9 primi) angulus $\beta \alpha \gamma$, bifariam per rectam lineam $\alpha \delta$. Dico quod est sicut $\delta \alpha$, ad $\gamma \delta$, sic est $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$. Excitetur enim (per 31 primi) per γ , ipsi $\alpha \delta$, parallela $\epsilon \gamma$, & extensa $\epsilon \alpha$, ei concurrat in ϵ , & quoniam in parallelos $\alpha \delta$ & $\epsilon \gamma$, recta linea $\alpha \gamma$, cecidit, angulus igitur $\alpha \gamma \delta$, (per 29 primi,) æqualis est angulo $\alpha \delta \epsilon$. Sed angulo $\gamma \alpha \delta$, is qui est sub $\beta \alpha \delta$, supponitur æqualis, & angulus igitur $\beta \alpha \delta$, ei qui sub $\alpha \gamma \delta$, est angulo, est æqualis. Rursum quoniam in parallelos $\alpha \delta$, & $\epsilon \gamma$, recta linea cecidit $\epsilon \alpha$, (per 29 primi) angulus exterior $\beta \alpha \delta$, æqualis est angulo interiori $\alpha \delta \epsilon$; ostensum autē est quod angulus $\alpha \gamma \delta$, angulo $\epsilon \alpha \delta$, est æqualis, & angulus $\alpha \gamma \delta$ igitur, angulo $\alpha \delta \epsilon$, est æqualis, quare & latus $\alpha \delta$, lateri $\alpha \gamma$, (per 6 primi) est æquale. Et quoniam trianguli $\beta \gamma \delta$, ad unum latus $\gamma \delta$, parallela acta est $\alpha \delta$, proportionalis igitur est (per 2 sexti,) & (per 11 quinti) sicut $\beta \delta$, ad $\alpha \delta$, sic $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$. Aequalis autem est, $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \gamma$, est igitur sicut $\beta \delta$, ad $\alpha \delta$, sic $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$. Sed esto sicut $\delta \alpha$, ad $\gamma \delta$, sic $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$, & connectatur $\alpha \delta$. Dico quod bifariam secatur angulus $\beta \alpha \gamma$, per rectam lineam $\alpha \delta$. Eisdem namq; dispositis, quoniam est sicut $\beta \delta$, ad $\delta \gamma$, sic est $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$, sed sicut $\delta \alpha$, ad $\gamma \delta$, sic $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \gamma$, (per secundā sexti,) trianguli enim $\beta \gamma \delta$, ad unum latus $\gamma \delta$, acta est parallela $\alpha \delta$, & sicut igitur $\beta \delta$, ad $\alpha \gamma$, sic $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$, (per 9 quinti,) æqualis igitur est $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \gamma$, quare & angulus qui sub $\alpha \gamma \delta$, (per quintam primi,) ei qui est sub $\alpha \delta \epsilon$, est æqualis. Sed qui est sub $\alpha \gamma \delta$, (per 29 primi) exteriori qui est sub $\beta \alpha \delta$, est æqualis, angulus autem $\alpha \gamma \delta$, ei qui uicissim est sub $\epsilon \alpha \delta$, angulo est æqualis: igitur $\epsilon \alpha \delta$, æqualis est angulo $\gamma \alpha \delta$. Angulus igitur $\beta \alpha \gamma$, bifariam discinditur sub $\alpha \delta$, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariam secetur, eum autē dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, a uertice ad basin cōiuncta recta linea bifariam secat ipsius trianguli angulum: quod erat demonstrandum.



Euclid. ex Camp.

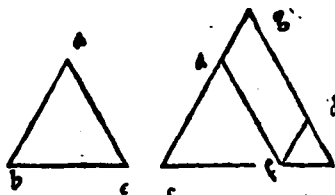
Propositio 4.

4



Minium duorum triangulorū, quorū anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo triangula $a b c$, $d e f$ æquianguli: sitq; angulus a æqualis angulo d : & angulus b , angulo e : & angulus c , angulo f : dico quod proportio $d e$ ad $a b$, & $d f$ ad $a c$: est sicut $e f$ ad $b c$: ponam enim ambos triangulos super lineam unam quæ sit $e c$, ita quod duo anguli unius qui erunt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius, qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq; $a f c$, ipse idem triangulus qui erat $a b c$: & quia angulus $a f c$ est æqualis angulo e , & angulus $d f e$ angulo c per hypothesin: erit per primā partem 28 primi, linea $a f$ æquidistans $d e$, & $d f$ æquidistans $a c$: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum, quæ sit $g f$ eritq; per 34 primi, $g a$ æqualis $d f$, & $g d$ æqualis $a f$. Quia ergo per secundam huius $g a$ ad $a c$, sicut $e f$ ad $f c$, & per eandem $e f$ ad $f c$ sicut $d e$ ad $d g$: erit per 7 quinti $d f$ ad $a c$: & per eandem $e d$ ad $f a$, sicut $e f$ ad $f c$: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb.

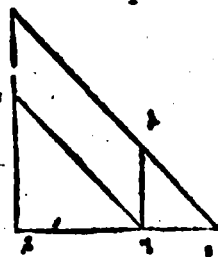
Theorema 3.

Propositio 4.

4

Æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. Sint triangula æquiangula $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, æquum habentia angulum qui sub $\alpha \beta \gamma$ ei qui sub $\delta \epsilon \zeta$ est angulo, & angulum qui sub $\beta \alpha \gamma$ ei qui sub $\epsilon \delta \zeta$ est insuper angulum qui sub $\alpha \gamma \beta$ ei qui sub $\delta \zeta \epsilon$. Dico quod triangulorum $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam $\beta \gamma$, ipsi $\gamma \delta$. Et quoniam anguli $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$ duobus rectis sunt minores (per decimaseptimam primi) æqualis



æqualis autem est angulus $\alpha \gamma \epsilon$, ei qui est sub $\alpha \gamma$, angulo: anguli igitur $\alpha \epsilon \gamma$ & $\alpha \delta \gamma$, duobus rectis sunt maiores. Igitur $\beta \alpha \epsilon \gamma$ productæ, in congressum ueniunt. Congrediatur, conueniantq; in δ : quoniam per hypothesein angulus $\delta \gamma \epsilon$, angulo $\alpha \beta \gamma$ est æqualis: parallelus est, per 28 primi, $\beta \delta$ ipsi $\gamma \epsilon$. Rursum quoniam per hypothesein, angulus $\alpha \gamma \beta$ æqualis est angulo $\delta \gamma \epsilon$: parallelus est, per 29 primi, $\alpha \gamma$ ipsi $\delta \epsilon$. Parallelogrammum igitur est, $\beta \alpha \delta \gamma$. Aequalis igitur est $\beta \alpha \delta$, ipsi $\delta \gamma \epsilon$, & $\alpha \gamma \beta$ ipsi $\delta \epsilon \gamma$. Et quoniam per 2 sexti, trianguli $\beta \delta \epsilon$ ad latus unum $\delta \epsilon$ parallelus acta est $\alpha \gamma$: est igitur sicut $\beta \alpha \delta$ ad $\alpha \delta$, sic $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$. Aequalis autem est $\alpha \delta$ ipsi $\gamma \epsilon$. Sicut igitur, per 11 quinti, $\beta \alpha \delta$ ad $\alpha \delta$, sic $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$: & uicissim, per 16 quinti, sicut $\alpha \beta$ ad $\beta \gamma$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \epsilon$. Rursum quoniam parallelus est $\gamma \delta$ ipsi $\delta \epsilon$: est igitur, per 2 sexti, sicut $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\delta \epsilon$ ad $\alpha \delta$. Aequalis autem est $\delta \epsilon$ ipsi $\gamma \epsilon$. Sicut igitur $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\alpha \delta$ ad $\alpha \delta$: uicissim igitur, per 16 quinti, sicut $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\alpha \delta$ ad $\alpha \delta$. Quoniam igitur demonstratum est, quod sicut $\alpha \beta$ ad $\beta \gamma$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \epsilon$: sicut autem $\delta \epsilon$ ad $\alpha \delta$: sic $\gamma \epsilon$ ad $\alpha \delta$: ex equali igitur, per 22 quinti, sicut $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$, sic $\gamma \epsilon$ ad $\alpha \delta$. Proinde æquiangulorum triangulorum proportionalia sunt, quæ circum æquales angulos sunt latera, eiusdemq; rationis, quæ equalibus angulis latera subtenduntur: quod fuit demonstrandum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 5.



Mnium duorum triangulorum, quorum cunctorum laterum se se respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibi inuicem esse probantur.

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in 2 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eisdem medijs demonstratur, quibus præcedens. Sint itaq; duo trianguli $a b c$, $d e f$, sitq; proportio $a b$ ad $d e$, & $a c$ ad $d f$, sicut $b c$ ad $e f$, dico quod angulus a , est æqualis angulo d , & angulus b angulo e , & angulus c angulo f . Constituam super lineam $e f$, in opposita parte trianguli $d e f$, angulum $f g$ æqualem angulo b , & angulum $e f g$ æqualem angulo c , eritq; per 32 primi, angulus g , æqualis angulo a : ergo per præmissam, proportio $a b$ ad $d e$, & $a c$ ad $d f$, sicut $b c$ ad $e f$, quare $a b$ ad $d e$, sicut $a d$ ad $e g$, & $a c$ ad $d f$, sicut $a d$ ad $f g$, igitur per secundam partem 9 quinti, $d e$, est æqualis $e g$, & per eandem $d f$, æqualis $f g$, quare per 8 primi, duo trianguli $d e f$, & $g e f$, sunt æquianguli, quia ergo triangulus $g e f$, est etiam æquiangulus triangulo $a b c$, constat propositum.

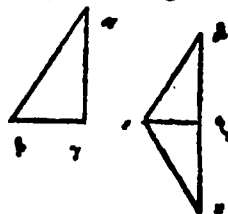
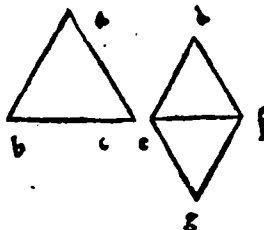
Euclid. ex Zamb.

Theorema 5.

Propositio 5.

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$, latera proportionalia habentia: sicut $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$, sic $\beta \gamma$ ad $\delta \epsilon$: sicutq; $\alpha \gamma$ ad $\alpha \epsilon$, sic $\gamma \delta$ ad $\delta \epsilon$. Et præterea sicut $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$, sic $\beta \gamma$ ad $\delta \epsilon$. Dico quod æquianguli est $\alpha \beta \gamma$ triangulum, triangulo $\alpha \delta \epsilon$: æqualesq; habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: hoc est, angulum $\alpha \beta \gamma$ angulo $\alpha \delta \epsilon$, & angulum $\beta \gamma \alpha$ angulo $\delta \epsilon \alpha$, & insuper angulum $\alpha \gamma \beta$ angulo $\alpha \delta \epsilon$. Constituatur per 13 primi, enim ad rectam lineam $\alpha \delta$, ad signaq; in ea $\delta \epsilon$, angulo quidem $\alpha \beta \gamma$ æqualis angulus $\delta \epsilon \alpha$, angulo autem $\alpha \gamma \beta$ æqualis qui est sub $\alpha \delta$. Reliquus igitur angulus qui sub $\alpha \gamma$, reliquus quæ sub $\alpha \delta$ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \epsilon$. Triangulorum igitur $\alpha \beta \gamma$ & $\alpha \delta \epsilon$ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos, per 4 sexti, eiusdemq; triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$, sic $\beta \gamma$ ad $\delta \epsilon$. Sed sicut $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$, sic supponitur $\alpha \delta$ ad $\alpha \delta$. Igitur sicut $\delta \epsilon$ ad $\alpha \delta$, sic $\beta \gamma$ ad $\alpha \delta$, utriq; igitur ipsorum $\alpha \delta$ & $\alpha \delta$, eandem habet rationem. Aequalis igitur, per 9 quinti, est $\alpha \delta$, ipsi $\alpha \delta$. Id propterea $\alpha \delta$ ipsi $\alpha \delta$ est æqualis. Quoniam igitur æqualis est $\alpha \delta$ ipsi $\alpha \delta$, communis autem $\alpha \delta$, due igitur $\alpha \delta$ & $\alpha \delta$ duabus $\alpha \delta$ sunt æquales, & basis $\alpha \delta$ basi $\delta \epsilon$ est æqualis. Angulus igitur $\alpha \delta \epsilon$, per 8 primi, angulo $\alpha \beta \gamma$ est æqualis, & triangulum $\alpha \delta \epsilon$ (per 4 primi) triangulo $\alpha \beta \gamma$ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus $\delta \epsilon \alpha$ angulo $\alpha \gamma \beta$, & angulus $\alpha \delta \epsilon$ angulo $\alpha \beta \gamma$. Et quoniam angulus $\delta \epsilon \alpha$ angulo $\alpha \gamma \beta$ est æqualis, sed angulus $\alpha \delta \epsilon$ angulo $\alpha \beta \gamma$, igitur ei qui sub $\alpha \delta$ angulo est æqualis. Id propterea $\alpha \delta$ angulus $\alpha \beta \gamma$ angulo $\alpha \delta \epsilon$ est æqualis: & insuper angulus qui ad $\alpha \delta$ qui ad $\delta \epsilon$. Aequiangulum igitur est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \epsilon$. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod erat demonstrandum.



Euclid. ex Camp.

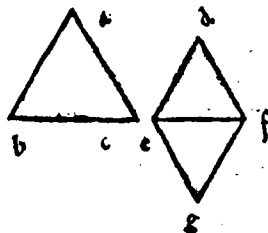
Propositio 6.



Mnes duo triāguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraꝑ illos duos æquos angulos contentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

CAMPANVS. Mancat prior dispositio, & sit solū

angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f. dico adhuc duos triangulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cū sit prima per 4 huius propter hypothesen præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f, sicut a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secundam partem non æquum d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartam primi, æquianguli: & quia e g f est etiam æquiangulus a b c, patet propositum.



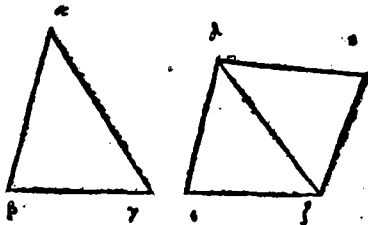
Euclid. ex Zamb.

Theorema 6.

Propositio 6.

Si bina triangula unum angulū uni angulo æqualem habuerint, & circum æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erūt triāgula, & æquales habebūt angulos, sub quibus eiusdē rationis latera subtendūtur.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula $\alpha \beta \gamma$, & $\delta \epsilon \zeta$, unum angulum qui sub $\epsilon \alpha \gamma$, uni angulo qui sub $\delta \delta \zeta$, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$, sic $\epsilon \delta$, ad $\delta \zeta$. Dico q. triangulum $\alpha \beta \gamma$, æquiangulū est ipsi triangulo $\delta \epsilon \zeta$, & æqualem habebit angulum $\alpha \beta \gamma$, angulo $\delta \epsilon \zeta$, & angulum $\alpha \gamma \beta$, angulo $\delta \zeta \epsilon$. Constituatur enim (per 23 primi,) ad rectā lineam $\delta \beta$, ad signaq; in ea $\delta \zeta$, utriq; ipsorum $\beta \alpha \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$, æqualis angulus $\delta \zeta \beta$, angulo autem $\alpha \beta \gamma$, æqualis angulus $\delta \zeta \epsilon$, reliquus igitur angulus qui ad β , reliquo angulo qui ad ϵ est æqualis.



Æquiangulum igitur est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\delta \epsilon \zeta$. Proportionaliter igitur est, sicut $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$, sic $\epsilon \delta$, ad $\delta \zeta$, (per 4 sexti.) Receptum autem est, quod sicut $\beta \alpha$, ad $\alpha \gamma$, sic $\epsilon \delta$, ad $\delta \zeta$, & sicut igitur (per 11 quinti) $\delta \zeta \beta$, ad $\delta \zeta \epsilon$, sic $\alpha \beta \gamma$, ad $\delta \epsilon \zeta$. Aequalis igitur est (per 9 quinti) $\delta \zeta \beta$, ipsi $\delta \zeta \epsilon$. Et communis $\delta \zeta$. Duæ iam $\delta \zeta$, & $\delta \zeta$, duabus $\alpha \beta$, & $\delta \epsilon$, sunt æquales, & angulus $\delta \zeta \beta$, (per hypothesin) angulo $\delta \zeta \epsilon$, est æqualis. Basis igitur $\beta \gamma$, (per 4 primi) basi $\epsilon \zeta$ est æqualis, & triangulum $\alpha \beta \gamma$, (per eandem) triangulo $\delta \epsilon \zeta$ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus $\delta \zeta \beta$, angulo $\delta \zeta \epsilon$, & qui ad α , ei qui ad δ . Sed angulus qui sub $\delta \zeta \beta$, ei qui sub $\alpha \beta \gamma$, est æqualis, & angulus $\alpha \gamma \beta$, igitur ei qui sub $\delta \zeta \epsilon$, est æqualis. Receptum autem est, quod angulus $\delta \zeta \epsilon$, ei qui sub $\delta \zeta \epsilon$, angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad δ , reliquo qui ad α , est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\delta \epsilon \zeta$. Si bina triangula igitur unum angulū uni angulo æqualem habuerint, circum uerò æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triāgula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdē rationis latera subtenduntur: quod demonstrasse oportuit.

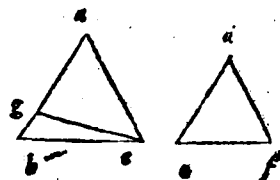
Euclid. ex Camp.

Propositio 7.



Ifuerint duo triāguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duoꝑ suorū reliquorū angulorum lateribus proportionalibus cōtenti, duorū uerò demum reliquorū uterq; aut neuter recto āgulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterq; duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiāgulos. Si enim angulus c unius, est æqualis angulo f alteri, patet propositū per præmissam. Sin autē, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidē, eritq; per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartā huius, proportio a c, ad f:



sicut

sicut $g c$, ad $d f$, sed sic fuit $b c$ ad $e f$, ergo per nonam quinti, $g c$ & $b c$, sunt æquales, ergo per quintam primi angulus b , est æqualis angulo $b g c$. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accideret duos angulos unius trianguli non esse minores duobus rectis, quod esse non potest per 17 primi. Quod si uterque fuerit minor recto, erit angulus $a g c$ maior recto per 13 primi: quare & angulus e sibi equalis, est etiam recto maior, quod est contra hypothesin: quare destructo opposito remanet propositum. Oportet autem utrumque angulorum reliquorum, aut neutrum, esse minorem recto: possibile enim est in eodem triangulo, ut in triangulo $a b c$, lineam $g c$ esse æqualem $b c$: & ideo erit $a c$ ad utramque earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli $a g c$ & $a b c$ æquianguli, quamvis unus angulus unius sit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a : & proportio linearum $a c$ prout est latus magni ad $a c$ prout est latus parvi: sicut $b c$ latus magni ad $g c$ latus parvi: utraq; enim æqualis, & hoc est, propter hoc quod angulus g minoris, est maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triangulo duum æqualium laterum uterque angulorum qui sunt ad basin, est minor recto.

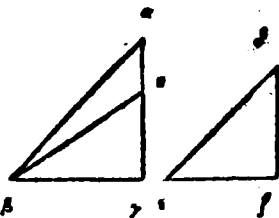
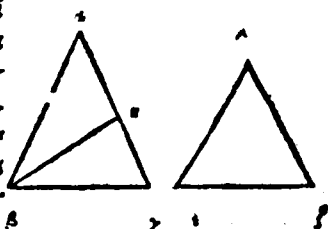
Euclid. ex Camp.

Theorema 7.

Propositio 7.

Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrumque simul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera.

THEON ex Zamb. Sint bina triangula $\triangle A B \gamma$ & $\triangle A \delta \zeta$, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum scilicet qui sub $\angle A$ ei qui est sub $\angle A$. Circum autem alios angulos $\angle B \gamma$ & $\angle \delta \zeta$, latera proportionalia sicut $\angle A \delta$ ad $\angle B \gamma$, sic $\angle A \delta$ ad $\angle \zeta$. Reliquorum uero qui ad $\angle \gamma$, primo utrumque simul maiorem recto. Dico quod æquiangulum est $\triangle A B \gamma$, triangulum, ipsi $\triangle A \delta \zeta$ triangulo: & æqualis erit angulus $\angle B \gamma$, angulo $\angle \delta \zeta$: & reliquus qui ad $\angle \gamma$, reliquo qui ad $\angle \zeta$. Si enim inæqualis est angulus $\angle B \gamma$, ei qui sub $\angle A$, est angulo, alter eorum maior est: sit maior angulus $\angle B \gamma$, & constituatur (per 23 primi) ad $\angle A$ rectam lineam, ad signumque in ea β , ipsi $\triangle A \delta \zeta$ angulo æqualis angulus $\angle \beta \gamma$. Et quoniam æqualis est angulus qui ad $\angle \gamma$ ei qui est ad $\angle \delta$, & angulus $\angle \beta \gamma$ ei qui sub $\angle A$: reliquus igitur angulus $\angle \beta \gamma$ reliquo angulo $\angle \delta \zeta$ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum $\triangle A \beta \gamma$, triangulo $\triangle A \delta \zeta$. Est igitur (per 4 sexti) sicut $\angle A \delta$ ad $\angle \beta \gamma$, sic $\angle A \delta$ ad $\angle \zeta$. Sicutque $\angle \delta \zeta$ ad $\angle \beta \gamma$ recipitur, sic $\angle A \delta$ ad $\angle \beta \gamma$. Et sicut igitur (per 11 quinti) $\angle A \delta$ ad $\angle \beta \gamma$, sic $\angle A \delta$ ad $\angle \zeta$. Igitur (per 9 quinti) $\angle \beta \gamma$ ad utrumque ipsorum $\angle \delta$ & $\angle \zeta$, eandem habet rationem, æqualis igitur est $\angle \beta \gamma$ ipsi $\angle \delta$. Quare per quintam primi, & angulus qui ad $\angle \gamma$, angulo qui sub $\angle A$ est æqualis: sed minor recto subiiciatur angulus qui ad $\angle \gamma$: minor igitur recto est angulus qui sub $\angle \gamma$. Quare (per 13 primi) & alitersecus ipsi angulus $\angle \beta \gamma$, maior est recto: & ostensum est quod æqualis est ei qui ad $\angle \delta$: & qui ad $\angle \zeta$ igitur, maior est recto. Subiicitur autem minor recto, quod est absurdum. Igitur inæqualis minime est angulus $\angle B \gamma$, angulo $\angle \delta \zeta$. Aequalis autem est & qui ad $\angle \gamma$ signum ei qui ad $\angle \delta$: & reliquus qui ad $\angle \gamma$ igitur, reliquo qui ad $\angle \zeta$ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum $\triangle A B \gamma$, triangulo $\triangle A \delta \zeta$. Sed rursus supponatur uterque eorum qui ad $\angle \gamma$, non minor recto. Dico rursus quod & sic est æquiangulum triangulum $\triangle A B \gamma$, triangulo $\triangle A \delta \zeta$. Eisdem nempe dispositis, similiter demonstrabimus quod æqualis est $\angle \beta \gamma$, ipsi $\angle \delta$: quare & angulus qui ad $\angle \gamma$, ei qui sub $\angle \delta$ est æqualis. At non minor recto est angulus qui ad γ : neque igitur minor recto est angulus qui est sub $\angle \beta \gamma$. Trianguli igitur $\triangle A B \gamma$, (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non sunt minores, quod est impossibile. Non igitur rursus inæqualis est angulus $\angle B \gamma$, angulo $\angle \delta \zeta$, æqualis igitur: est autem angulus qui ad $\angle \gamma$, ei qui ad $\angle \delta$ æqualis. Reliquus igitur qui ad $\angle \gamma$, reliquo qui ad $\angle \zeta$ est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum $\triangle A B \gamma$, triangulo $\triangle A \delta \zeta$. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uero utrumque simul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia sunt latera: quod oportuit demonstrasse. Euclid. ex Camp. Propositio 8.



Ab orthogoni angulo recto, ad basin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales toti triangulo & sibi invicem similes.

CORRELARIVM.

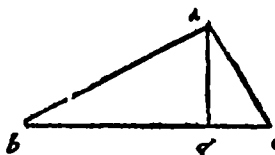
Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis: itemque utrumque latus inter totam basin atque sibi conterminalem basis portionem.

CAMPANVS. Sit trigonus abc , orthogonus, eiusque angulus a , rectus, a quo ducatur ad perpendicularis ad basin, dico quod uterque duorum triangulorum partium, qui sunt abd , adc , similis est totali triangulo abc , & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiangularis totali per 32 primi, eo quod uterque est orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquiangulari, ita quod angulus b est equalis angulo d ac , & angulus b a angulo c , & duo anguli qui sunt ad d , sibi inuicem, & angulo a totali æquales, quare per 4 huius, latera æquos eorum angulos respicientia, sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrumque correlarium ex his euidenter apparet.

Euclid. ex Zamb.

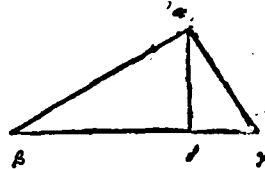
Theorema 8.

Propositio 8.



Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularẽ triangula, similia sunt toti & adinuicem.

THEON ex Zamb. Sit triangulũ rectangulũ abc , rectum habens cum qui sub ba , angulũ, & excutetur (per 12 primi) ab a in b , perpendicularis ad . Dico quod simile est utrumque ipsorum abd , & adc triangulorũ, toti abc , & insuper adinuicẽ. Quoniam enim (per 4 postulatu) equalis est angulus ba , angulo ad b , rectus enim uterque est, communis autẽ est ipsorũ duorũ triangulorũ abd , & adc , angulus qui ad d , reliquus igitur angulus a , b , reliquo ba , est equalis (per 32 primi.) Aequiangulũ igitur est triangulum abd , triangulo abc . Est igitur (per 4 sexti) sicut b , subtendens angulũ rectum a b , trianguli ad ba , subtendentem rectum angulũ ipsius abc trianguli: sic eadem ad , subtendens angulũ qui ad b , trianguli abd , ad ba , subtendentem equalem angulũ b a , ipsius abc trianguli, & insuper ad , ad a , subtendentẽ angulũ qui ad b , communẽ duorum triangulorũ. Triangulũ igitur abd , triangulo abc , æquiangularẽ est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulũ abd , triangulo abc , (per 1 diffinitionẽ sexti.) Similiter iam ostẽdemus quod & triangulo adc , simile est triangulũ abc , utrumque igitur ipsorũ abd , & adc , triangulorũ simile est toti abc . Dico etiam quod & adinuicem sunt similia triangula abd , & adc , Quoniam enim rectus angulus ba , recto angulo a d , est equalis (per 4 postulatum) sed et angulus ba a , ei qui ad b ostensum est, quod est equalis: reliquus igitur qui ad b , reliquo qui sub ba , est equalis. Aequiangulũ igitur est triangulũ abd , triangulo adc , est igitur sicut ba , ipsius abc trianguli subtendens angulũ qui sub ba , ad a ipsius abc , trianguli subtendentẽ angulum qui ad b , equalem ei qui sub b a , sic ipsa ad , trianguli abd , subtendens angulum qui ad b , ad a , subtendentem angulum qui sub ba , ipsius trianguli adc , equalem ei qui ad b , & insuper ba a , subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum abd , triangulo adc . Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularẽ similia sunt toti & adinuicem: quod demonstrasse oportuit.



CORRELARIVM. Ex hoc manifestum est, quod si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmentis media proportionalis. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusque segmentorũ, latus quod ad segmentum, medium proportionale est: quod erat demonstrandum.

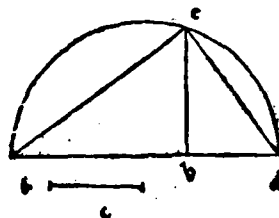
Euclid. ex Camp.

Propositio 9.



Vabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ ab & c , inter quas uolo unam lineam in proportionalitate cõtina collocare. Adiungã unam earum alteri, sitque tota ex eis cõposita a d , ita quod b d , sit æqualis c , & super totam describo semicirculum a e d , & produco b e usque ad circumferentiam perpendicularẽ ad lineam a d , dico lineam b e , esse quam quærimus: produco enim li-



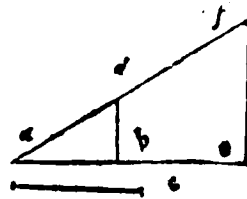
neas e a & d , eritq; per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partē correlatij præmissæ, proportio a b ad b e , sicut b e ad b d : quod est propositum.

Euclid. ex Camp.

Propositio 10.

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c : quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam angulariter ut contingit, cum lineam a b sitq; a d , ei æqualis, & produco lineam a b usq; ad e , donec fiat b e æqualis a d : & protracta lineam b d , à puncto e duco lineam sibi æquidistantem, quam & lineam a d : produco quousq; concurrant in puncto f , dico igitur lineam d f , esse quam quærimus: est enim per secundam huius, proportio a b ad b e , sicut a d ad d f : sed a b ad b e , est sicut a b ad a d , per 2 partem 7 quinti, quare a b ad a d , sicut a d ad d f : quod est propositum.



CAMPANI additio. Quod si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertie sicut primæ ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una, & toti composite tertia angulariter adiungatur, & à communi termino primæ & secundæ, ducatur linea ad extremitatem tertie: & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousq; concurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta, eritq; per secundam huius, linea quam hæc æquidistans abscondit, quæ quæritur, quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b , secunda b e , tertia a d , erit quarta d f .

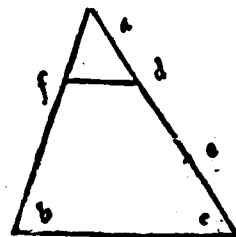
Euclid. ex Camp.

Propositio 11.



Assignata linea, quotamcūq; iubearis, partem abscindere.

CAMPANVS. Sita b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinite quantitatis, quæ sit a c : à qua rescico tres æquas portiones, quæ sunt a d , d e , & e c , & produco lineas c b & d f , sibi æquidistantes: dico a fesse tertiam a b : est enim per secundam huius, proportio c d ad d a , sicut b f ad f a , quare coniunctim c a ad d a , sicut b a ad f a . Cum igitur c a sit tripla ad d a , patet a fesse tertiam a b : quod est propositum.



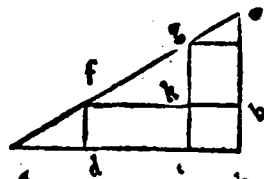
Euclid. ex Camp.

Propositio 12.



Pabus lineis propositis, altera indiuisa, altera per partes diuisa, indiuisam quidem admodum diuisæ diuidere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut, coninger coniungam a b & a c , sitq; a b diuisa in tres uel qualescunque portiones: signatus in ea punctis d & e , uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c : cum igitur ipsas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g , dico istas æquidistantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b , protraham enim f a æquidistantem a b , quæ secet e g in puncto k , eritq; per secundam huius, proportio g f ad f a : sicut e d ad d a , & c g ad g f : sicut h k ad k f , quare & sicut b e ad e d , per 34 primi & secundam partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundam huius roties repetere: quot erunt partes lineæ a b , minus una. At uero 34 primi & septimam quinti, minus duabus.



Quinque sequentes, ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cū additione, decimatertia nonæ.

Eudid.

Euclid. ex Zamb.

Problema 1.

Propositio 9.

Data recta linea, imperatam partem abscindere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea $\alpha\beta$, oportet iam ex ipsa α imperatam partem abscindere. Imperetur tertia, et ducatur ab α recta linea γ , faciens angulum cum $\alpha\beta$, et sumatur contingens signum super γ , sitque illud δ . Et ponatur ipsi $\alpha\delta$, (per 2 primi) equalis ϵ , et $\gamma\epsilon$ connectatur $\beta\epsilon$, et per δ , ipsi $\beta\epsilon$ (per 31 primi) parallelus excitetur ζ . Quoniam igitur trianguli $\alpha\beta\epsilon$ ad unum latus ϵ acta est ζ parallelus, proportionalis igitur est (per 2 sexti) sicut γ ad α , sic β ad ζ , dupla autem est γ ipsius α , dupla est igitur β ipsius ζ . Tripla enim est $\beta\epsilon$ ipsius $\alpha\delta$. Data igitur recta linea $\alpha\beta$, imperata tertia pars ablata est ζ : quod demonstrasse oportuit.



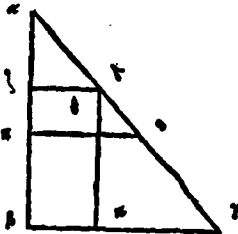
Euclid. ex Zamb.

Problema 2.

Propositio 10.

Data rectam lineam non sectam, datę rectę lineę sectę similiter secare.

THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea non secta $\alpha\beta$, secta uero sit $\gamma\delta$, oportet iam lineam $\alpha\beta$ non sectam, secare similiter lineę $\gamma\delta$ sectę. Sit linea $\alpha\beta$ secta in signis quidem ϵ , et sitę sint, ut angulum contingentem comprehendant, et connectatur $\beta\epsilon$, et per δ , ipsi $\beta\epsilon$ parallelus excitetur ζ , et $\alpha\zeta$ (per 31 primi) et per δ , ipsi $\alpha\zeta$ parallelus excitetur θ , (per eandem) parallelogrammum igitur est utrumque ipsorum $\beta\epsilon$ et $\theta\zeta$, equalis igitur est quidē $\delta\theta$ ipsi ζ , et θ ipsi δ , et quoniam trianguli $\alpha\delta\theta$ ad unum laterum θ recta linea acta est ζ proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γ ad δ , sic α ad ζ , equalis autem est α ipsi β , et δ ipsi ζ . Est igitur (per 2 quinti) sicut γ ad δ , sic β ad ζ . Rursus quoniam trianguli $\alpha\delta\theta$ ad unum latus θ parallelus acta est ζ proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut γ ad δ , sic α ad ζ , patuit autem quod sicut γ ad δ , sic β ad ζ , ad α sicut γ ad δ , sic β ad ζ , sicut autem α ad δ , sic α ad ζ , ad α sicut γ ad δ . Data igitur recta linea non secta $\alpha\beta$, data rectę lineę sectę $\gamma\delta$ similiter secta est: quod facere oportebat.



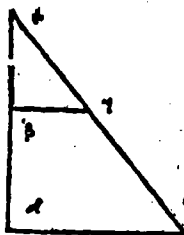
Euclid. ex Zamb.

Problema 3.

Propositio 11.

Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

THEON ex Zamb. Sint due datę rectę lineę $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$, et sitę sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ ad signa ϵ et ζ , et ponatur (per 2 primi) ipsi $\alpha\epsilon$ equalis $\beta\delta$, et connectatur $\beta\epsilon$, et per δ (per 31 primi) ipsi $\beta\epsilon$ parallelus excitetur ζ . Quoniam igitur trianguli $\alpha\delta\zeta$ ad unum latus ζ acta est parallelus $\beta\epsilon$ proportionaliter est (per 2 sexti) sicut α ad δ , sic β ad ζ , equalis autem est δ ipsi γ , est igitur sicut α ad γ , sic β ad ζ . Duabus igitur datis rectis lineis $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$ tertia proportionalis eis inuenta est ζ : quod oportebat facere.



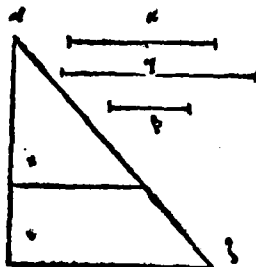
Euclid. ex Zamb.

Problema 4.

Propositio 12.

Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

THEON ex Zamb. Sint datę tres rectę lineę $\alpha\beta$, oportet ipsis $\alpha\beta$ quartam proportionalem inuenire. Ponatur due rectę lineę $\alpha\delta$ et $\gamma\epsilon$: angulum contingentem comprehendentes eum qui est sub α , et ponatur (per 2 primi) ipsi quidē α equalis δ , ipsi autem δ equalis ϵ , et insuper ipsi γ equalis θ , et coniuncta $\delta\theta$ parallelus ei excitetur (per 31 primi) per δ , sitque ζ . Quoniam igitur trianguli $\alpha\delta\zeta$ ad unum latus ζ acta est parallelus $\theta\epsilon$ igitur (per 2 sexti) est sicut α ad δ , sic γ ad ζ , equalis autem est δ ipsi α , et ϵ ipsi γ , et δ ipsi θ : est igitur sicut α ad β , sic γ ad ζ . Tribus igitur datis rectis lineis $\alpha\beta$, quarta proportionalis inuenta est ζ : quod oportebat facere.



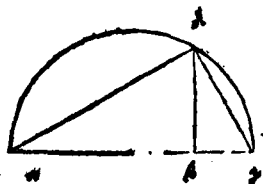
Euclid. ex Zamb.

Problema 5.

Propositio 13.

Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.

THEON ex Zamb. Sint due rectę lineę $\alpha\beta$ et $\gamma\delta$, oportet iam ipsarum



¶ $\angle$ α β γ , mediā proportionālē inuenire. Disponatur (per 14. primi) in rectas lineas, describaturq; super α γ semicirculus α δ γ , & excutetur (per 11. primi) a signo β , ipsi α γ , ad angulos rectos δ α , et connectantur α δ , & δ γ . Quoniam (per 31. tertij) in semicirculo angulus, qui est sub α δ γ , rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo α δ γ , a recto angulo in basin perpendicularis deducta est δ β , igitur (per correlarium octauæ sexti) δ β , ipsius basis segmentis α δ , & δ γ , mediā proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis α β & β γ , mediā proportionalis inuenta est δ β : quod fecisse oportuit.

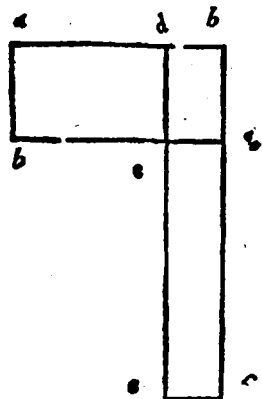
Euclid. ex Camp.

Propositio 13.



Si duæ superficies æquidistantiū laterum, quarū unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint latera duos æquos angulos continentia mutekesia esse. Si uerò latera duos æquos angulos cōtinentia, mutekesia fuerint, duas superficies æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ superficies $abed$ & $cefg$, æquidistantium laterum & æquales, sitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad c g fuerit sicut e c ad c d , & prædicti anguli fuerint adhuc æquales. dico illas duas superficies æquidistantiū laterum, esse æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulū c unius, cū angulo c alterius, ita quod duo latera earū quæ sunt b c & c g fiant linea una erūtq; similiter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui sequeretur per præsentē hypothesin, quæ est angulū c unius esse æqualē angulo c alterius, & per 15. primi, partem esse æqualē toti, complebo itaq; superficiē æquidistantiū laterum, productis lineis a d & f g , quousq; concurrant in h , erūtq; per primam partem 7. quinti, utriusq; superficiē ad c & c f ad superficiem ch proportio una, et quia per primam huius proportio superficiē a c ad superficiem ch , sicut lineæ b c ad lineam c g , & superficiē c f ad eandem superficiem ch , sicut e c ad c d , manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secūda pars sic patet, per primam enim huius, est proportio b c ad c g , sicut a c ad ch , & e c ad c d , sicut c f ad eandē ch , & quia positum est quod proportio b c est ad c g sicut e c ad d : erit utriusq; duarum superficiū a c & c g ad superficiem ch una proportio, ergo per primam partem 9. quinti, a c est æqualis c f : sicutq; patet secunda pars.



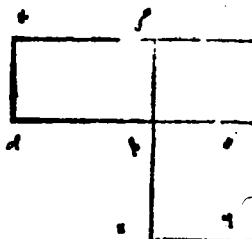
Euclid. ex Zamb.

Theorema 9.

Propositio 13.

Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circū æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint æqualia parallelogramma α β , & β γ , æquales habentia angulos qui ad δ , & constituantur (per decimanquartam primi) in rectas lineas α δ & β δ , in rectas lineas igitur sunt β δ , & β γ . Dico quod ipsorum α β , & β γ , reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc est quod sicut est β δ , ad β γ , sic est α δ , ad β δ . Compleatur namq; parallelogrammum δ α β γ . Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est α β , parallelogrammo ipsi δ α β γ , aliud autem quoddam δ α β γ , est igitur (per septimam quinti) sicut α δ , ad β γ , sic β δ , ad δ α . Sed sicut quidem α δ , ad β γ , sic β δ , ad δ α , sicutq; β γ , ad δ α , sic α δ , ad β δ , & sicut igitur (per 11. quinti) β δ , ad β γ , sic α δ , ad β δ . Ipsorum igitur α β , & β γ , parallelogrammum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos.



Verum sint latera reciproca quæ circū æquales sunt angulos, estoq; sicut α δ ad β γ , sic β δ ad δ α . Dico quod æquale est parallelogrammum α β ipsi β γ , parallelogrammo. Quoniam enim est sicut α δ , ad β γ , sic β δ , ad δ α , sed sicut quidem α δ , ad β γ , sic (per 1. sexti) α δ , parallelogrammum ad δ α , parallelogrammū, sicut autem β δ , ad β γ , sic β δ , parallelogrammum ad β γ , ut igitur (per 11. quinti) α δ , ad β γ , sic β δ , ad δ α , æquum igitur

igitur est $\alpha \beta$, parallelogrammum, ipsi $\beta \gamma$, parallelogrammo. Aequalium igitur & equiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum equiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt equalia: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 14.

14



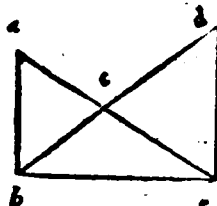
S I duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uero latera duos æquos angulos continentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

CAMPANVS. Sint duo trianguli abc , cde , æquales, scilicet angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a cad c , esse sicut d cad cb : & si fuerit proportio a c ad c , sicut d c ad c , & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quod latera a c & c , fiant linea una, eruntque similiter b c & c d , linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraheam lineam b e , eruntque per primam partem 7 quinti, utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b ce , proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c , & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c , manifesta est prima pars propositæ conclusionis. Secunda pars e converso probatur, quia a c ad c est sicut primi trianguli ad triangulum b ce & d c ad c , sicut secundi ad eundem, per primam huius, & quia positum est ut sit a c ad c , sicut d c ad c , erit utriusque dictorum triangulorum ad triangulum b ce una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales, sicut patet secunda pars.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 10.

Propositio 15.



15

Aequalium & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorum unum uni angulum æqualem habentium triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON ex Zamb. Sint equalia triangula $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta \epsilon$, unum uni æqualem habentia angulum, eum scilicet qui sub $\beta \alpha \gamma$: ei qui sub $\delta \alpha \epsilon$. Dico quod ipsorum $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta \epsilon$, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut $\gamma \alpha$, ad $\alpha \delta$, sic $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \beta$. Constituantur enim (per 14 primi) in rectis lineis $\gamma \alpha$, ipsi $\alpha \delta$. In directum igitur est $\gamma \alpha$, ipsi $\alpha \beta$, & connectatur $\beta \delta$. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \epsilon$, aliud autem quoddam $\epsilon \alpha \delta$, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulum $\beta \alpha \gamma$, ad ipsum $\beta \alpha \delta$ triangulum, sic triangulum $\epsilon \alpha \delta$, ad triangulum $\epsilon \alpha \beta$. Sed sicut quidem $\alpha \beta$, ad $\alpha \delta$, sic $\gamma \alpha$, ad $\alpha \delta$, sicut autem (per primam sexti) $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \delta$, sic $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \beta$, & sicut igitur (per 11 quinti) $\gamma \alpha$, ad $\alpha \delta$, sic $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \beta$. Triangulorum igitur $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta \epsilon$, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verum reciproca sint latera ipsorum $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta \epsilon$, triangulorum, estoque sicut $\gamma \alpha$, ad $\alpha \delta$, sic $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \beta$. Dico quod æquum est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \epsilon$. Connexa enim rursus $\epsilon \delta$, quoniam est sicut $\gamma \alpha$, ad $\alpha \delta$, sic $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \beta$, sed sicut quidem $\gamma \alpha$, ad $\alpha \delta$, sic triangulum $\alpha \beta \gamma$, ad triangulum $\beta \alpha \delta$: sicut autem $\epsilon \alpha$, ad $\alpha \beta$, sic triangulum $\epsilon \alpha \delta$, ad triangulum $\beta \alpha \delta$: sicut igitur triangulum $\alpha \beta \gamma$, ad triangulum $\beta \alpha \delta$, sic triangulum $\epsilon \alpha \delta$, ad triangulum $\beta \alpha \delta$. Vtrunque igitur ipsorum $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta \epsilon$, ad $\beta \alpha \delta$, eandem habet rationem. Aequum igitur est (per nonam quinti) triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \epsilon$. Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoque sunt equalia, quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

Propositio 15.

15



S I fuerint quatuor lineæ proportionales, quod sub prima & ultima rectangulum continetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uero quod sub prima & ultima continetur, æquum fue-

ritei quod duabus reliquis continetur rectangulū, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a, b, c, d proportionales, sitq; proportio a ad b , sicut c ad d , dico quod superficies contenta sub a & d , æqualis est superficiei contentæ sub b & c , & superficies cōtenta sub a & d , est æqualis superficiei contentæ sub b & c . Et superficies contenta sub a & d est æqualis superficiei contentæ sub b & c , dico quod proportio a ad b est sicut c ad d . Fiant enim superficies contenta sub a & d , & superficies contenta sub b & c . Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d , latera illarum superficierum erunt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorum, quare per secundam partem 13 huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secundū patet per primam partem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earum sunt recti, latera earum erunt mutekesia, quare proportio a ad b , sicut c ad d , quod est secundum.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 11.

Propositio 16.



Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulū æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a, b, c, d , sicut a ad b , sic c ad d . Dico quod sub ipsis a, b, c, d , comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub a, d , continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi) ab a, b , signis, ipsi a, b , et c, d , rectis lineis, ad angulos rectos a, b , et c, d , et ponatur (per secundam primi) ipsi a, b , æqualis a, b , ipsi autem c, d , æqualis c, d , compleanturq; a, b , et c, d , parallelogramma. Et quoniam est sicut a ad b , sic c ad d , sic est a ad b , æqualis autem est a ipsi b , et c ipsi d , est igitur sicut a ad b , sic c ad d , sic a ad b , æqualis autem est a ipsi b , et c ipsi d , parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrammorum æquiangularum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum a, b , ipsi c, d , parallelogrammo, et est a, b , id quod sub a, b , æqualis enim est a ipsi b . At a, d , id est quod sub a, d , æqualis enim est a ipsi d . Igitur quod sub a, b , et c, d , continetur rectangulū: æquum est ei quod sub a, d , continetur rectangulo. Sed iam quod sub a, b, c, d , comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod sub a, d, c, b , continetur rectangulo. Dico quod quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, sicut a ad b , sic c ad d , sic a ad b . Eisdem namq; constructis quoniam quod sub a, b, c, d , æquum est ei quod sub a, d, c, b , et est quidem quod sub a, b, c, d , ipsius a, b , æqualis enim est a ipsi b , quod autem sub a, d, c, b , est ipsum a, d , æqualis enim est a ipsi d , igitur a, b , æquum est ipsi c, d , et æquiangulara sunt. Ac qualium autem et æquiangularum parallelogrammorum (per 14 sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti) sicut a ad b , sic c ad d , sic a ad b , æqualis autem est a ipsi b , et c ipsi d , est igitur sicut a ad b , sic c ad d , sic a ad b . Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, et si quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.

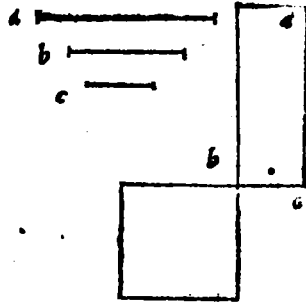
Euclid. ex Camp.

Propositio 16.



Si fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secūda quadrato describitur. Si uerò quod sub prima et tertia cōtinetur, æquum ei quadrato quod à secunda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt.

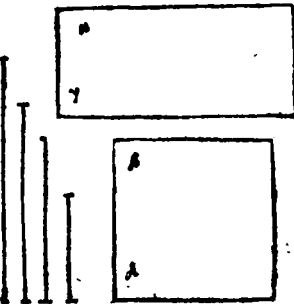
CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, sicut lineæ b ad lineam c, dico quod superficies contenta sub a & c, æqualis est quadrato b, & si superficies contenta sub a & c est æqualis quadrato b, dico quod proportio a ad b est sicut b ad c, hoc autem est euidens per præcedentem, posita alia linea quæ sit æqualis b, ita quod b sit in ratione secundæ & tertiæ.



Euclid. ex Zamb. Problema 12. Propositio 17.

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulū, æquū est ei quod à media quadrato. Et si quod sub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipsæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales $\alpha \beta \gamma$, sicut α ad β , sic β ad γ . Dico quod sub $\alpha \gamma$, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod ex β quadrato. Ponatur (per 2 primi) ipsi β , æqualis δ . Et quoniam est (per hypothesin) sicut α ad β , sic β ad γ , æqualis autē est β , ipsi δ , est igitur (per 7 quinti) sicut α ad β , sic δ ad γ . Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo (per 16 sexti.) Igitur quod sub $\alpha \gamma$, æquum est ei quod sub $\beta \delta$. Sed quod sub $\beta \delta$, id est quod fit ex β , æqualis enim est β , ipsi δ . Igitur quod sub $\alpha \gamma$, comprehenditur rectangulum, æquum est ei quod ex β , quadrato. Sed iam quod sub $\alpha \gamma$, esto æquale ei quod ex β . Dico quod est sicut α ad β , sic β ad γ . Eisdem namq; constructis, quoniam quod sub $\alpha \gamma$, æquum est ei quod ex β , sed quod ex β , id est quod sub $\beta \delta$, æqualis enim est β , ipsi δ , igitur quod sub $\alpha \gamma$, æquū est ei quod sub $\beta \delta$. Si autē quod sub extremis æquū fuerit ei quod sub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales sunt (per 16 sexti.) Est igitur sicut α ad β , sic δ ad γ . Æqualis autem est β , ipsi δ , sicut igitur α ad β , sic β ad γ . Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehenditur rectangulū, æquū fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.



Euclid. ex Camp.

Propositio 17.

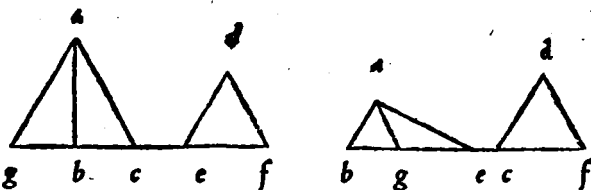


17 Si fuerint duo triāguli similes, proportio alterius ad alterū est tanquā proportio cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latūs alterius duplicata.

CORRELARIUM.

Manifestum etiam ex hoc, quia omnium trium lineærum continuè proportionalium quanta est prima ad tertiam, tanta erit superficies constituta super primam ad superficiem cōstitutam super secundam, cū fuerit ei similis in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c & d e f similes, eruntq; per primam diffinitionem, æquianguli, & laterū proportionaliū. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f, dico quod proportio triāguli a b c ad triāgulum d e f, est sicut proportio b c ad e f duplicata. Subiungatur enim secundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cōtinua proportionalitate: quæ sit c g, protracta aut refecata c b, si c g fuerit ea maior aut minor: & producat̃ur linea g a, eritq; per secundam partem 14 huius, triāgulus a g c, æqualis triāgulo d e f, propter id quod



proportio a e ad d f est sicut e f ad c g, et angulus c æqualis angulo f: quare per secundam partem 7 quinti, trianguli a b c ad utrumque illorum erit una proportio: sed per primam huius, proportio trianguli a b c ad triangulum a g c, est sicut b c ad g c. At uero proportio b c ad c g, sicut b c ad e f duplicata, per 10 descriptionem quinti: ergo proportio trianguli a b c ad triangulum d e f, est sicut proportio b c ad d f duplicata, quod est propositum. Si autem c g sit æqualis b c, erit per secundam partem 14 huius, triangulus a b c æqualis triangulo d e f: æqualis autem proportio componitur ex equali duplicata uel triplicata uel quotiescunque sumpta. Istam eandem passionem possemus eodem modo & per eadem media demonstrare de superficiebus æquidistantium laterum similibus, sumpta solum 13 presentis, loco 14. Non demonstrat autem eam, quia per sequentem demonstratur universaliter de omnibus superficiebus similibus. Quare per correlarium, quod universaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus, nondum patet nisi de triangulis, sed demonstrata sequente, patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic & non in sequente, quia est correlarium huius, non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius, sua ueritas manifestata est, non ex modo illius.

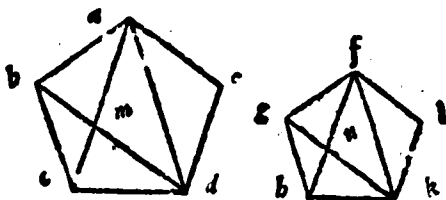
Euclid. ex Camp.

Propositio 18.



Mnes duæ superficies similes multiangulæ, sunt diuisibiles in triangulos similes atque numero æquales, estq; proportio alterius earum ad alteram, sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius, proportio duplicata.

CAMPANVS. Sint gratia exempli, duo pentagoni a b c d e, f g h k l similes, dico quod ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero æquales, & quod proportio alterius eorum ad alterum, est sicut a b ad f g proportio duplicata: ducantur enim lineæ duæ a c & a d, iteq; f h & f k, eritq; per præsentem hypothesein & per 6 huius, triangulus a b c, æquiangulus triangulo f g h, & triangulus a c d, triangulo f l k. Similiter quoq; per hanc communem scientiam. Si ab æqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur æqua sunt, erit triangulus a c d, æquiangulus triangulo f h k. Nam ipsi pentagoni, positi sunt æquianguli, & laterum proportionalium: & quia trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicem æquianguli, ut probatum est, erunt etiam & similes per 4 huius, & diffinitionem similium superficieum, quare cum ipsi sint numero æquales, patet primum. Secundum sic: protrahantur b d, quæ secet a c in puncto m, & g k quæ secet f h in puncto n, eritq; triangulus b c d, æquiangulus triangulo g h k per 6 huius & præsentem hypothesein, quare & triangulus a b m triangulo f g n, & a m d, f n k, ergo per 4 huius, proportio b m ad g n, est sicut a m ad f n: & a m ad f n, sicut m d ad n k: quare per 11 quinti, b m ad g n, sicut m d ad n k, ergo permutatim b m ad m d, sicut g n ad n k. Sed per 1 huius, a b m ad a m d & b c m ad c m d, sicut b m ad m d, & per eandem f g n ad f n k, et g n h ad h n k, sicut g n ad n k, ergo per 13 quinti, a b c ad a c d, sicut f g h ad f h k quare permutatim a b c ad f g h, sicut a c d ad f h k. Eadem ratione probabis, quod & sicut a c d ad f l k, ergo per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut a b c ad f g h, per præmissam igitur est proportio pentagoni a c d ad pentagonum f h k, sicut proportio a b ad f g duplicata: quod est propositum. Ex quo rursus patet correlariū præcedentis. Aliter potest demonstrari secundum: cum enim trianguli in quos pentagoni diuiduntur sint adinuicem similes, erit per præcedentē proportio a b c ad f g h sicut b c ad g h duplicata, et a c d ad f h k, sicut c d ad h k duplicata, et a d ad f l k: sicut d e ad k l duplicata, quia igitur omnes hæ proportionēs duplicatæ, sunt æquales, propter hoc quod positum est similes esse æquales: erit per 13 quinti totius pentagoni ad totum pentagonum, sicut lateris unius ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata.



Euclid. ex Camp.

Propositio 19.

Supra datam lineam, datæ superficiæ similem superficiem describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, supra quam uolo constituere superficiem similem datæ superficiæ, quæ sit pentagona, & sit c d e f g: diuido hunc pentagonum in triangulos ductis lineis d f, & d g, & super punctum a constituo angulum æqualem angulo c, ducta linea a h, & super punctum b, constituo alium angulum, qui sit a b h, æqualem angulo c d g, protrahæ lineam b h, quousque concurrat cum a h in puncto h, eritq; per 32 primi angulus a h b, æqualis angulo c g d, & ideo per 4 huius, latera duorum triangulorum g c d & h a b, proportionalia. Facio quoq; angulum h b k, ducta linea b k, æqualē angulo g d f: & angulum k b l, ducta linea b l, æqualem angulo

angulo d g f, & angulum b K l ducta linea K l, & qua-
lem angulo d f e, eritq; perfectus pentagonus qui
constituendus erat super lineam a b, est enim equia-
ngulus dato pentagono propter æqualem angu-
lorum triangulorum, in quos est uterq; diuisus, sed
& laterum proportionalium, propter proportiona-
litatem laterum ipsorum triangulorum, quæ ex 4
huius euidenter apparet, quare per definitionem si-
milium superficierum, pentagonus constitutus super lineam a b, est similis pẽtagono dato: quod
est propositum.

Tres ex Zamberto sequentes propositiones, tribus præcedentibus ex Campano, conuerso
ordine respondent prima ultimæ, media primæ, & ultima mediæ.

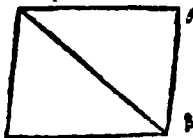
Euclid. ex Zamb.

Problema 6.

Propositio 18.

A data recta linea, dato rectilineo simile similiterque positum rectili-
neum describere.

THEON ex Zamb. Sit data quidem recta linea $\alpha \epsilon$, datum uero rectilineum γ , oportet iam à data $\alpha \epsilon$
recta linea, ipsi γ rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere. Connectatur $\Delta \zeta$, & consti-
tuatur (per 23 primi) ad $\Delta \beta$ rectam lineam, ad signaq; in ea $\alpha \beta$, ei qui ad γ , est angulo equalis angulus $\alpha \beta$,
ei autem qui est sub $\gamma \Delta \zeta$, equalis angulus $\alpha \beta$: reliquus igitur qui sub $\gamma \Delta \zeta$, ei qui sub $\alpha \beta$, est equalis, æ-
quiangulum igitur est $\zeta \gamma \Delta$ triangulum, ipsi $\alpha \beta$ triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut
 $\zeta \Delta$, ad $\alpha \beta$, sic $\zeta \gamma$, ad $\alpha \epsilon$, & $\gamma \Delta$, ad $\alpha \beta$. Rursus constituatur (per 23 primi) ad ϵ , rectam lineam, ad signaq;
in ea $\beta \delta$, ei qui sub $\Delta \zeta$, est angulo equalis angulus $\beta \delta$,
ipsi autem $\zeta \Delta$, qui est sub $\alpha \beta$. Reliquus igitur qui ad γ ,
reliquo qui ad δ est equalis, æquiangulū igitur est trian-
gulus $\zeta \Delta$ triangulo $\beta \delta$, proportionaliter igitur est (per
4 sexti) sicut $\zeta \Delta$, ad $\alpha \beta$, sic $\zeta \gamma$, ad $\alpha \epsilon$, & $\gamma \Delta$, ad $\beta \delta$: osten-
sum autem est quod sicut $\zeta \Delta$, ad $\alpha \beta$, sic $\zeta \gamma$, ad $\alpha \epsilon$, & $\gamma \Delta$, ad $\alpha \beta$, & sicut igitur (per 11 quinti) $\gamma \zeta \Delta$, ad $\alpha \epsilon$, sic
 $\gamma \Delta$, ad $\alpha \beta$, & $\zeta \Delta$, ad $\beta \delta$, & insuper $\gamma \Delta$, ad $\beta \delta$. Et quoniam equalis est angulus $\gamma \zeta \Delta$, angulo $\alpha \beta$, & angulus
 $\Delta \zeta \gamma$, angulo $\epsilon \delta \theta$, totus igitur qui sub $\gamma \zeta \Delta$, toti qui sub $\alpha \beta$, est equalis. Propterea & qui sub $\gamma \Delta$, ei qui
sub $\beta \delta$ equalis. Est autem & qui ad γ , ei qui ad α equalis, & qui ad ζ , ei qui ad δ , æquiangulum igitur est
 $\alpha \beta$ ipsi γ , & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per pri-
mam definitionem sexti) $\alpha \beta$ rectilineum, ipsi γ rectilineo. A data igitur recta linea $\alpha \beta$, dato rectilineo γ
simile similiterq; positum rectilineum descriptum est $\alpha \beta$: quod facere oportebat.



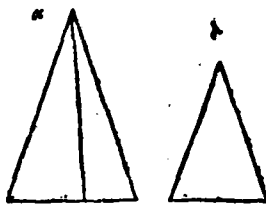
Euclid. ex Zamb.

Theorema 13.

Propositio 19.

Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis
rationis.

THEON ex Zamb. Sint similia triangula $\alpha \beta \gamma$, & $\Delta \epsilon \zeta$, æqualem habentia eum qui ad β angulum,
ei qui ad ζ sicutq; $\alpha \epsilon$, ad $\beta \gamma$, sic $\Delta \epsilon$, ad $\epsilon \zeta$, ita ut $\beta \gamma$, & $\epsilon \zeta$, similis rationis sint. Dico quod triangulum $\alpha \beta \gamma$,
ad triangulum $\Delta \epsilon \zeta$, duplicem habet rationem, quàm $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$. Sumatur namq; (per 10 sexti,) ipsorum $\beta \gamma$,
& $\epsilon \zeta$, tertia proportionalis $\beta \eta$, ut sit sicut $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$, sic $\beta \eta$, ad $\epsilon \zeta$. Connectaturq; $\alpha \eta$. Quoniam igitur est si-
cut $\alpha \epsilon$, ad $\beta \gamma$, sic $\Delta \epsilon$, ad $\epsilon \zeta$, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut $\alpha \epsilon$, ad $\Delta \epsilon$, sic
sic $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$. Sed sicut $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$, sic est $\beta \eta$, ad $\epsilon \zeta$, & sicut igitur (per 11 quin-
ti) $\alpha \epsilon$, ad $\beta \eta$, sic $\alpha \epsilon$, ad $\beta \eta$. Igitur (per 15 sexti) $\alpha \epsilon$, & $\Delta \epsilon$, triangulorū re-
ciprocā latera, quæ circum æquales angulos. Quorū autem unū uni equa-
lem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum
æquales angulos ea quoq; sunt equalia (per eandem). Aequale igitur est
triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\Delta \epsilon \zeta$: & quoniam est sicut $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$, sic $\beta \eta$, ad $\epsilon \zeta$,
si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiam du-
plicem habebit rationem, quàm ad secundam, igitur $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$, duplicem rationem habet, quàm ad $\epsilon \zeta$, (per
10 definitionem quinti. Sicut autem $\beta \gamma$, ad $\beta \eta$ sic (per 1 sexti) $\alpha \beta$ triangulum ad $\alpha \epsilon$ triangulum. Trian-
gulum igitur $\alpha \beta \gamma$ ad $\alpha \epsilon$ (per eandem definitionem) duplicem rationem habet, quàm $\beta \gamma$, ad $\beta \eta$. Aequale au-
tem est triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\Delta \epsilon \zeta$. Igitur & triangulum $\alpha \epsilon$, ad triangulum $\Delta \epsilon \zeta$ duplicem rationē
habet, quàm $\beta \gamma$, ad $\epsilon \zeta$. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum
quod oportebat demonstrare.



CORRELARIUM. Ex hoc utiq. manifestum est, quod si tres recte lineae proportionales fuerint, sicut prima ad tertiam, sic quod a prima triangulum ad id quod est a secunda simile similiterq. descriptum: quoniam ostensum est quod sicut γ ad β , sic triangulum $\alpha \beta \gamma$ ad triangulum $\alpha \delta \gamma$: quod oportebat demonstrare.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 14.

Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & inaequalia numero, & aequa ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicem rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus.

THEON ex Zamb. Sint similia polygona, $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ & $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$: similis autem rationis, esto $\alpha \beta$ ipsi $\alpha \delta$. Dico quod $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ & $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in equalia numero, & aequa ratione totis: & polygonum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ ad polygonum $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$, duplam rationem habet, quam $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$. Connectantur $\beta \delta$, $\gamma \epsilon$, & $\delta \zeta$: & quoniam polygonum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ (per hypothesin) simile est polygono $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$: equalis est angulus $\beta \alpha \delta$ ei qui sub α est angulo, & est sicut $\beta \alpha$ ad $\alpha \delta$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \zeta$. Quoniam igitur duo triangula sunt $\alpha \beta \delta$ & $\alpha \delta \zeta$ unum angulum uni angulo aequalem habentia: circum autem aequales angulos latera proportionalia, equiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum $\alpha \beta \delta$ triangulo $\alpha \delta \zeta$: quare et simile. Aequalis autem est & angulus $\alpha \beta \delta$, angulo $\alpha \delta \zeta$: est autem & totus $\alpha \beta \gamma$, toti $\alpha \delta \epsilon$ equalis, propter similitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus $\beta \gamma \delta$, reliquo angulo $\delta \zeta \eta$ est equalis: & quoniam ob similitudinem ipsorum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ & $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$ triangulorum, est sicut $\beta \alpha$ ad $\beta \gamma$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \zeta$, sed & propter similitudinem polygonorum est sicut $\alpha \beta$ ad $\delta \epsilon$, sic $\beta \gamma$ ad $\delta \zeta$: ex equali igitur (per 22 quinti) est sicut $\beta \alpha$ ad $\beta \gamma$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \zeta$: & circum aequales angulos $\beta \gamma \delta$ & $\delta \zeta \eta$, latera proportionalia sunt: equiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum $\beta \gamma \delta$ triangulo $\delta \zeta \eta$. Quare & triangulum $\beta \gamma \delta$, ipsi triangulo $\delta \zeta \eta$ est simile. Id propterea etiam (per 1 sexti diffinitionem) triangulum $\gamma \delta \epsilon$, simile est triangulo $\zeta \eta \theta$. Polygona igitur $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ & $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$, in similia triangula diuisa sunt, & equalia numero. Dico insuper quod similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia $\alpha \beta$, $\alpha \delta$ & $\gamma \delta$: sequentia autem illorum $\delta \epsilon$, $\zeta \eta$ & $\epsilon \theta$ & $\delta \zeta$, & quod polygonum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ ad polygonum $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$, duplam rationem habet, quam similis rationis latus, ad similis rationis latus, hoc est, $\alpha \beta$ ad $\alpha \delta$. Connectantur enim $\alpha \gamma$ & $\alpha \delta$: & quoniam propter similitudinem polygonorum, equalis est angulus $\alpha \beta \gamma$ angulo $\alpha \delta \epsilon$, & est sicut $\alpha \beta$ ad $\beta \gamma$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \epsilon$: equiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum $\alpha \beta \gamma$ triangulo $\alpha \delta \epsilon$: equalis igitur est angulus $\beta \gamma \delta$, angulo $\delta \epsilon \zeta$, & qui sub γ , ei qui sub δ : & quoniam equalis est angulus $\beta \alpha \mu$ angulo $\alpha \delta \nu$: patuit autem quod angulus $\alpha \beta \mu$ angulo $\alpha \delta \nu$ est equalis: & reliquus igitur angulus $\alpha \mu \beta$, reliquo $\alpha \nu \delta$ est equalis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum $\alpha \beta \mu$ triangulo $\alpha \delta \nu$. Similiter quoque ostendemus quod & triangulum $\beta \mu \gamma$, equiangulum est triangulo $\delta \nu \theta$, proportionaliter igitur est (per 3 sexti) sicut quidem $\alpha \mu$ ad $\mu \beta$, sicut $\alpha \nu$ ad $\nu \theta$. Sicut autem $\beta \mu$ ad $\mu \gamma$, sic $\delta \nu$ ad $\nu \theta$. Quare ex aequo (per 22 quinti) sicut $\alpha \mu$ ad $\mu \gamma$, sic $\alpha \nu$ ad $\nu \theta$. Sed sicut $\alpha \mu$ ad $\mu \gamma$, sic triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\mu \beta \gamma$, & $\alpha \mu$ ad $\mu \gamma$, ad se invicem enim sunt, sicut bases (per 1 sexti) Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium (per 12 quinti) sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Sicut igitur (per conversionem primae diffinitionis sexti) triangulum $\alpha \mu \beta$ ad triangulum $\beta \mu \gamma$, sic $\alpha \beta$ ad $\beta \gamma$. Sed sicut $\alpha \mu \beta$ ad $\beta \mu \gamma$, sic $\alpha \mu$ ad $\mu \gamma$: & sicut igitur (per 11 quinti) $\alpha \mu$ ad $\mu \gamma$: sic triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\mu \beta \gamma$. Propterea & sicut $\alpha \nu$ ad $\nu \theta$, sic triangulum $\alpha \delta \nu$ ad triangulum $\nu \theta \epsilon$. Estq. sicut $\alpha \mu$ ad $\mu \gamma$, sic $\alpha \nu$ ad $\nu \theta$, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\mu \beta \gamma$, sic triangulum $\alpha \delta \nu$ ad triangulum $\nu \theta \epsilon$ & vicissim (per 16 quinti) sicut triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\alpha \delta \nu$: sic triangulum $\mu \beta \gamma$ ad triangulum $\nu \theta \epsilon$. Similiter quoque ostendemus connexis $\beta \delta$ & $\delta \zeta$, quod & sicut triangulum $\beta \gamma \delta$ ad triangulum $\delta \zeta \eta$, sic triangulum $\gamma \delta \epsilon$ ad triangulum $\zeta \eta \theta$. Et quoniam est sicut triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\alpha \delta \nu$ sic triangulum $\beta \mu \gamma$ ad triangulum $\delta \nu \theta$, & etiam triangulum $\alpha \nu \delta$ ad triangulum $\alpha \mu \beta$, & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur sicut triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\alpha \delta \nu$, sic polygonum $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ ad polygonum $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$. Sed triangulum $\alpha \beta \mu$ ad triangulum $\alpha \delta \nu$, duplam rationem habet, quam $\alpha \beta$ similis rationis latus ad $\alpha \delta$ similis rationis latus. Similia enim triagula in duplici ratione sunt similis rationis laterum (per 19 sexti) & polygonum igitur $\alpha \beta \gamma \delta \epsilon$ ad polygonum $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta$, duplam habet rationem, quam $\alpha \beta$ similis rationis latus ad $\alpha \delta$ similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in similia trianacula diuiduntur, & inaequalia numero, & equa ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus: quod demonstrare oportebat.

PRIMUM CORRELARIUM. Proinde in uniuersum manifestum est, quod similes rectilineae figurae adinuicem in dupla sunt ratione similis rationis laterum, & si ipsarum $\alpha \beta$ & $\gamma \delta$ proportionalem accipiamus ϵ , ipsa $\alpha \beta$ ad ϵ duplam habet rationem, quam $\alpha \beta$ ad $\gamma \delta$: habet autem et polygonum siue quadrilaterum ad quadrilaterum duplam rationem, quam similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est $\alpha \beta$ ad $\gamma \delta$: patuit autem hoc in triangulis. Similiter autem & in similibus quadratis ostendetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterum, patuit autem & in triangulis.



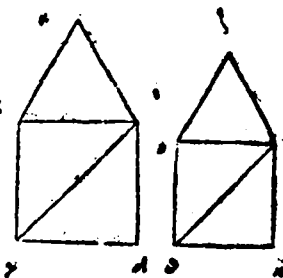
II CORR. Proinde etiam in uniuersum est manifestum, quod si tres rectae lineae proportionales fuerint, erit sicut prima ad tertiam: sic quae a prima specie ad eam quae a secunda similis & similiter descripta est.

ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, si

similis rationis esse trianacula. Instituantur enim rursus $\alpha \beta \gamma$ & $\delta \epsilon \zeta$ polygona: & connectantur $\epsilon \alpha \beta$ & $\zeta \delta \epsilon$. Dico quod est sicut trianaculum $\alpha \beta \gamma$ ad $\delta \epsilon \zeta$: sic $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$, & $\gamma \delta$ ad $\zeta \epsilon$. Quoniam enim simile est trianaculum $\alpha \beta \gamma$ trianaculo $\delta \epsilon \zeta$: igitur (per 19 sexti) trianaculum $\alpha \beta \gamma$ ad $\delta \epsilon \zeta$ duplam habet rationem quam $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$. Id propterea & trianaculum $\delta \epsilon \zeta$ ad trianaculum $\alpha \beta \gamma$ duplam habet rationem, quam $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$. Est igitur sicut trianaculum $\alpha \beta \gamma$ ad trianaculum $\delta \epsilon \zeta$, sic trianaculum $\beta \gamma \delta$ ad $\epsilon \zeta \delta$. Rursus quoniam trianaculum $\beta \gamma \delta$ simile est trianaculo $\epsilon \zeta \delta$: igitur $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$ duplam habet rationem quam $\gamma \delta$ ad $\zeta \delta$. Id propterea & trianaculum $\gamma \delta \epsilon$ ad trianaculum $\epsilon \zeta \delta$ duplam habet rationem quam $\gamma \delta$ ad $\zeta \delta$. Est igitur sicut trianaculum $\beta \gamma \delta$ ad $\epsilon \zeta \delta$, sic $\gamma \delta$ ad $\zeta \delta$. Patuit autem & sicut $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$: sic $\alpha \beta$ ad $\delta \epsilon$, & sicut igitur (per 11 quinti) $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$, sic $\beta \gamma$ ad $\epsilon \zeta$, & $\gamma \delta$ ad $\zeta \delta$: & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.

Euclid. ex Camp.

Propositio 20.

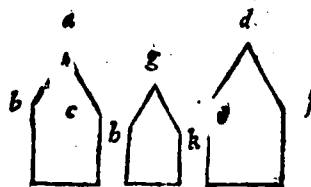


20. **I**fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibi inuicem similes esse est.



CAMPANVS. Sit uterque pentagonorum $abcde$ & ghk , similis pentagono ghk : dico eos esse similes sibi inuicem. Est enim uterque eorum æquiangulus pentagono ghk

K , per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffinitionis, proportio ab ad g h, sicut a ad g k, & gh ad e , sicut g k ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum $abcde$ & ghk , continentia æquos angulos, esse proportionalia. Per diffinitionem itaque similium superficierum, ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



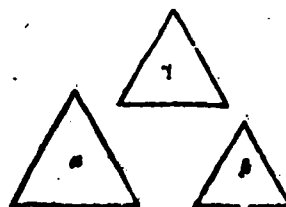
Euclid. ex Zamb.

Theorema 15.

Propositio 21.

21. **Q**uæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

THEON ex Zamb. Sit utrumque ipsorum $\alpha \beta$ rectilineorum, simile ipsi γ . Dico quod & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ , æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) et quæ circum æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ : æquiangulum igitur est & ei per eandem & quæ circum æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrumque igitur ipsorum $\alpha \beta$, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti) & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eandem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est α ipsi β : quod oportebat demonstrare.



Euclid.

Euclid. ex Camp.

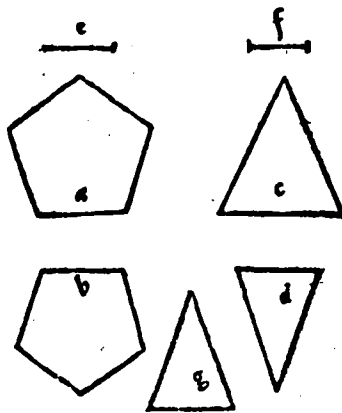
Propositio 21.



Si fuerint quotlibet lineę proportionales, atq; super binas & binas similes superficies designentur, ipsę quoque superficies erunt proportionales. Si uerò super binas & binas, similes superficies constitutę fuerint proportionales, ipsas quoq; lineas proportionales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint quatuor lineę proportionales, a, b, c, d , sitq; proportio a ad b , sicut c ad d : dico quòd si superficies similes constituantur super a & b , utpote duo pentagoni similes, & alię similes constituantur super c & d , utpote duo anguli similes, erit proportio pētagonorum sicut triāgulorum. Quòd si fuerint pentagoni similes & similiter trianguli similes, fueritq; proportio pentagoni ad pentagonū sicut trianguli ad triangulum: dico quòd erit proportio a ad b sicut c ad d .

Subiungantur enim lineis a & b , e , & lineis c & d , f , in cōtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritq; per 22 quinti, & per æquam proportionalitatē a ad e , sicut c ad f : quia ergo per correlariū 17 huius, proportio pentagonorum est sicut a ad e , & triangulorum sicut c ad f : erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. Secundum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitq; proportio pentagonorum, sicut triangulorum: dico quòd proportio a ad b , est sicut c ad d . Sit enim c ad g , sicut a ad b : hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quę est constituta super lineam c : eritq; per præmissam, similis ei quę constituta est super lineam d : eritq; etiam per primam partem huius 21, quę proportio pentagoni a ad pentagonum b : eadem trianguli c ad triangulum g : sed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d : ergo per secundam partem 9 quinti, triangulus d , est æqualis triangulo g . Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineę d , per primam partem 17 huius, cū super lineas c & d sint trianguli: uel secundum partem 18: cū fuerint quęlibet alię figurę multiangulę: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportionē duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaq; c ad d sicut a ad b : quod est propositum.



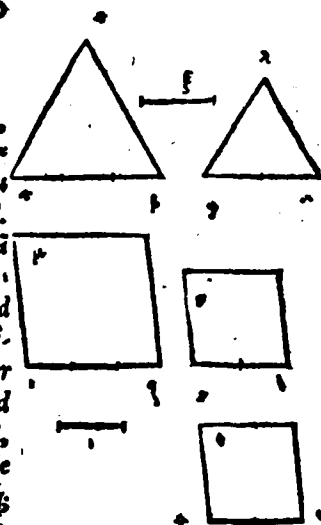
Euclid. ex Zamb.

Theorema 15.

Propositio 22.

Si quatuor rectę lineę proportionales fuerint, etiam quę ab eis rectilinea similia similiterque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsę quoque rectę lineę proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor rectę lineę a, b, γ, δ , sitq; a ad b sicut γ ad δ . Describanturq; (per 18 sexti) a & b ipsis a & b rectilinea similia similiterq; posita rectilinea μ & ν ipsis γ & δ . Ab ipsis autem μ & ν , per eandem similia similiterq; posita rectilinea ρ & σ . Dico quòd est sicut a ad b sicut μ ad ν . Sumatur enim inquit (per 12 sexti) ipsarum a & b tertia proportionalis ϵ : ipsarū autē μ & ν tertia proportionalis ζ , quoniam est sicut a ad b sicut μ ad ν , sicut autem ϵ ad δ sicut ϵ ad δ : ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut a ad ϵ sicut μ ad ζ . Sed sicut quidē a ad ϵ sicut γ ad δ (per correlariū secundum 20 sexti). Sicut autem γ ad δ sicut μ ad ν . Sed iam esto, sicut a ad b sicut μ ad ν . Dico quòd est sicut a ad b sicut μ ad ν . Fiat enim (per 22 sexti) sicut a ad γ sicut μ ad ρ , & describatur (per 8 sexti) ex ρ , utriq; ipsorum μ & ν simile, similiterq; posita σ . Quoniam igitur est sicut a ad γ sicut μ ad ρ , & de-



scripta

scripta sunt, ab ipsis quidem $\alpha \beta$, et $\gamma \delta$, similia similiterq; posita $\alpha \beta$, et $\gamma \delta$, ab ipsis autē $\epsilon \zeta$, et $\eta \theta$, similia similiterq; posita $\epsilon \zeta$, et $\eta \theta$, est igitur sicut $\alpha \beta$ ad $\gamma \delta$, sic $\epsilon \zeta$ ad $\eta \theta$, et sicut igitur (per 11 quinti) $\mu \nu$ ad $\sigma \rho$, sic $\mu \nu$ ad $\sigma \rho$. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; $\mu \nu$ ipsum $\nu \theta$, et $\sigma \rho$, eadem habet rationem, et quale igitur est $\nu \theta$, ipsi $\sigma \rho$. Est autem ei $\epsilon \zeta$ simile similiter positum: equalis igitur est $\nu \theta$, ipsi $\epsilon \zeta$. Et quoniam est sicut $\alpha \beta$ ad $\gamma \delta$, sic $\epsilon \zeta$ ad $\eta \theta$, equalis autem est $\nu \theta$, ipsi $\epsilon \zeta$, est igitur sicut $\alpha \beta$ ad $\gamma \delta$, sic $\epsilon \zeta$ ad $\eta \theta$. Si quatuor igitur recte lineae proportionales fuerint, et quae ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta, proportionalia erunt, et si ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta proportionalia fuerint, et ipse recte lineae proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.

LEMMA. Quod autem si rectilinea equalia et similia fuerint similis rationis latera ipsorum equalia inuicem sunt, sic demonstrabimus, sint equalia et similia rectilinea $\nu \theta$, et $\sigma \rho$, sitq; sicut $\nu \theta$ ad $\sigma \rho$, sic $\epsilon \zeta$ ad $\eta \theta$. Dico quod equalis est $\nu \theta$ ipsi $\sigma \rho$. Si autem inaequales sunt, earum altera maior est, sit maior $\epsilon \zeta$, quam $\nu \theta$, et quoniam est sicut $\epsilon \zeta$ ad $\eta \theta$, sic $\nu \theta$ ad $\sigma \rho$, et uicissim quoq; (per 16 quinti) sicut $\epsilon \zeta$ ad $\eta \theta$, sic $\nu \theta$ ad $\sigma \rho$, maior autem est $\epsilon \zeta$, ipsa $\nu \theta$, maior igitur $\epsilon \zeta$ est, quam $\nu \theta$. Quare $\epsilon \zeta$ est maius est ipso $\nu \theta$, sed et equalis (per hypothesin) quod est impossibile, inaequalis igitur minime est $\nu \theta$, ipsi $\sigma \rho$, equalis igitur: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

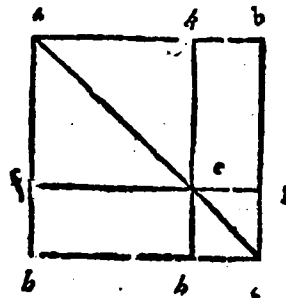
Propositio 22.

22



Vinctae superficies æquidistantium laterum, quæ circa diametrum consistunt, toti parallelogrammo atque sibi inuicem sunt similes.

CAMPANVS. Sit utin parallelogrammo $b d$ cuius diameter $a c$, consistant superficies $g h$ & $f k$ æquidistantium laterum circa diametrum, dico eas esse similes toti parallelogrammo & sibi inuicem, est enim per secundam huius, $b g$ ad $g c$, & $d h$ ad $h c$, sicut $a e$ ad $e c$, ergo coniunctum $b c$ ad $c g$, & $d c$ ad $c h$, sicut $a c$ ad $e c$, quare per 11 quinti, $b c$ ad $c g$: sicut $d c$ ad $c h$, sed etiam sicut $a b$ ad $e g$, cum $a b$ sit equalis $d c$, & $e g$, ad $h c$, eodem modo erit $a d$ ad $e h$, sicut $a b$ ad $e g$, & $d c$ ad $h c$: quia ergo ista parallelogramma sunt æquiangula, constat per diffinitionem similium superficierum $g h$ esse simile $b d$. Simili quoq; modo probatur $f k$ esse simile eidem, propter hoc quod $b a$ ad $a k$ & $d a$ ad $a f$, est sicut $c a$ ad $a e$ per secundam huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, $f k$ est etiam simile $d h$: sitq; patet totum.



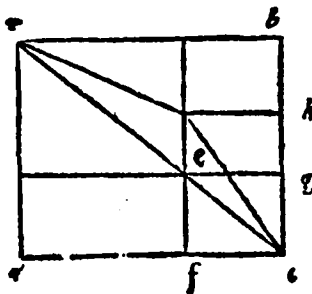
Euclid. ex Camp.

Propositio 23.

23

Si in suo spatio parallelogrammum partiale distinctum toti parallelogrammo simile atque secundum suum illius esse fuerit, circa eiusdem diametrum consistit.

CAMPANVS. Sit utin parallelogrammo $b d$ sit distinctum parallelogrammum $f g$, quod sit ei simile, & secundum suum esse id est participans cum eo in angulo c , dico quod parallelogrammum $f g$ consistit circa diametrum parallelogrammi $b d$, & est hæc conuersa præcedentis: producam enim $a e c$, quæ si fuerit diameter parallelogrammi $b d$, constat propositum. Sin autem sit $a h c$ diameter eius, & ducatur $h k$: æquidistans $f c$, eritq; per præmissam parallelogrammum $f k$, simile parallelogrammo $b d$, ergo per conuersionem diffinitionis similium superficierum proportio $b c$ ad $k c$, est sicut $d c$ ad $f c$: sed per eandem conuersionem dictæ diffinitionis, proportio $b c$ ad $g c$ est sicut $d c$ ad $f c$: propter id quod parallelogrammum $f g$, positum est simile parallelogrammo $b d$,



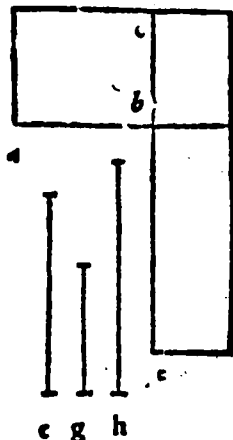
ergo per 11 quinti, proportio b c ad g e , est sicut b c ad k e , utraq; enim est sicut d c ad f e , quare per secundam partem nonæ quinti, g e est æqualis k e pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d , quod est propositum.

Euclid. ex Campano

Propositio 24.

Omniū duarum superficierum æquidistantium laterum, quarum 24
unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alteram, est quæ producitur ex duabus proportionibus suorū laterum duos æquos angulos continentium.

CAMPANVS. Sint duæ superficies æquidistantiū laterum a c & e d , sitq; angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quod proportio unius ad alteram producta est ex proportionibus a b ad b d , & c b ad b e , disponā enim has duas superficies penitus sicut disposui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d , & ponam ut proportio linearū f ad lineam g sit sicut a b ad b d , & g ad h sicut c b ad b e ; quæ iterum hoc fiat, dictum est super 10 huius, eritq; per primam huius & 11 quinti, a c ad e d , sicut f ad g , & c d ad d e , sicut g ad h , quare per 23 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e sicut f ad h : & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h , ut dictum est in fine expositionis 11 divisionis quinti: erit ut a c ad d e producat ex eisdem: quare constat propositum.

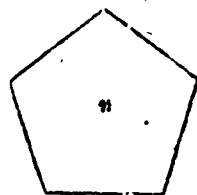
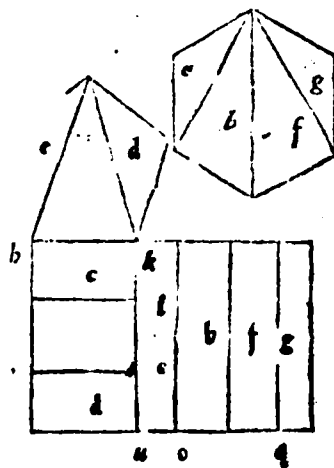


Euclid. ex Camp.

Propositio 25.

Datae superficiei similem, aliq; propositæ æqualem designare. 25

CAMPANVS. Sint propositæ duæ superficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam superficiem similem A, & æqualem B, utraq; propositarū superficierum resoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d . B uero in triangulos e b f g , & super basin trianguli a , quæ sit h k : constituo secundum doctrinam 44 primi, superficiē æquidistantiū laterū rectangulā æqualem c : quæ sit h i , & l m æquale a , & m n æquale d , ut sit tota superficies æquidistantiū laterū h n , constituta super basin k : æqualis pentagono h . Eodem modo super lineam k n quæ est secundum latus huius superficiei h n , constituo aliam superficiem rectangulā æqualem hexagono b : quia facio k o æqualem e , & o p æqualem l b , & p q æqualem f , & q r o æquale g : ut sit tota rectangula superficies n r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam s t , proportionalem inter lineam h k & lineam k r , & super eam secundū doctrinam 19 huius, constituo superficiem u similem superficiei A, dico ipsam esse quam querimus, & æqualem superficiei B. Cum enim tres lineæ h k s t & k r sint continuæ proportionales, & super primam & secundam sint constitutæ superficies similes, uidelicet a & u , erit per correlarium 17 huius, A ad u , sicut h k ad k r : quare (per primam huius) sicut h n ad n r , & ideo per primam partem 7 quinti, sicut A ad n r , & propter hoc per secundam partem eiusdem sicut A ad B: itaq; per secundā partem 9 quinti, u est æqualis B: quod est propositū. Hoc enim possumus ex permixta proportionalitate facile probare: quia cum sit A ad n sicut h n ad n r , & permutatim a ad h n , sicut u ad n r : & quia A est æqualis h n , erit u æqualis n r : quare u est etiam æqualis B per hanc communem scientiam: quæcunq; uni & eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Non est autē necessarium ut superficies h i , l m , & m n æquidistantium laterū æquales triangulis c a d , aut superficies k o , o p , p q , q r , æquales triangulis e b f g , sint rectangulæ: sed ut angulus extrinsecus superficiei l m , sit æqualis angulo intrinseco superficiei l h , & extrinsecus m n intrinseco m l . Similiter quoque ut extrinsecus superficiei



ficel K o, sit æqualis intrinseco superficiæ h n, & extrinsecus o p intrinseco k o, sicq; de ceteris. Cū enim sic fuerit, erit unaquaq; linearum K n & sibi opposita h m, itemq; h r, & sibi opposita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiusdem, quoties oportuerit æqualiter repetitas propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; K o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis: quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Quatuor ex Zamberto sequentes propositiones, præcedentibus quatuor ex Cpāno ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 17.

Propositio 23.

Aequiangula parallelogramma rationem adinuicem habent compositam ex lateribus.

THEON ex Zamb. Sint æquiangula parallelogramma $\alpha \gamma$, & $\epsilon \theta$, æqualem habentia angulum $\beta \gamma$, angulo $\epsilon \theta$. Dico quod parallelogrammū $\alpha \gamma$, ad parallelogrammū $\epsilon \theta$, rationē habet compositā ex lateribus, hoc est, ex ea, quam habet $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, & ex ea quam habet $\delta \gamma$ ad $\gamma \theta$. Ponatur enim (per 14 primi) ut sit in rectis lineis $\beta \gamma$, ipsi $\gamma \epsilon$, in rectis lineis igitur est (per eandē) $\delta \gamma$, ipsi $\gamma \theta$. Compleaturq; parallelogrammum $\delta \epsilon$, & ponatur quedā recta linea $\alpha \epsilon$, & fiat (per 12 sexti) sicut quidem $\delta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\alpha \delta$ ad $\delta \epsilon$; sicutq; $\delta \gamma$ ad $\gamma \theta$, sic $\alpha \delta$ ad μ ; proportionēs igitur ipsius $\alpha \delta$ ad $\gamma \epsilon$, & ipsius $\alpha \delta$ ad μ , eadē sunt ipsi rationibus laterū $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, & ipsius $\delta \gamma$ ad $\gamma \theta$. Sed ipsius $\alpha \delta$ ad μ ratio, componitur ex ratione ipsius $\alpha \delta$ ad $\gamma \epsilon$, & ipsius $\gamma \epsilon$ ad μ . Quare $\epsilon \theta$ ad μ rationem habet cōpositam ex lateribus. Et quintā est sicut $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\alpha \gamma$ parallelogrammū ad $\gamma \theta$ (per 1 sexti) sed sicut $\beta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\delta \gamma$ ad λ ; & sicut igitur (per 11 quinti) $\alpha \delta$ ad λ , sic $\alpha \gamma$ ad θ . Rursus quoniam est sicut $\delta \gamma$ ad $\gamma \theta$, sic $\gamma \delta$ parallelogrammū ad $\gamma \theta$ parallelogrammū: sed sicut $\delta \gamma$ ad $\gamma \theta$, sic λ ad μ ; & sicut igitur (per eandē) $\alpha \delta$ ad μ , sic $\gamma \delta$ parallelogrammū, ad $\gamma \theta$ parallelogrammū. Quoniam igitur ostensum est quod sicut quidem $\alpha \delta$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\alpha \gamma$ parallelogrammū ad $\gamma \theta$ parallelogrammū, sicut autē λ ad μ , sic $\gamma \delta$ parallelogrammū ad $\gamma \theta$ parallelogrammū: ex equo igitur (per 22 quinti) sicut λ ad μ , sic $\alpha \gamma$ parallelogrammū ad $\gamma \theta$ parallelogrammū. At λ ad μ rationē habet cōpositam ex lateribus, & $\alpha \delta$ parallelogrammū igitur ad $\gamma \theta$ rationē habet cōpositam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationē habent compositam ex lateribus: quod demonstrasse oportebat.

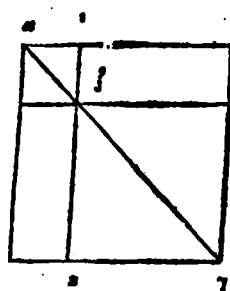
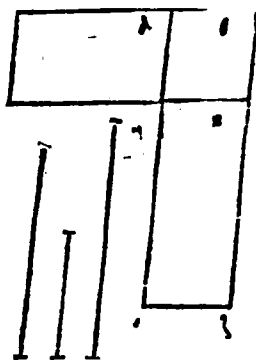
Euclid. ex Zamb.

Theorema 18.

Propositio 24.

Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma similia sunt toti & inuicem.

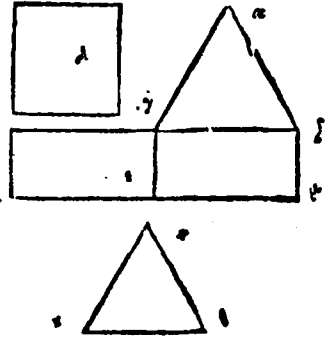
THEON ex Zamb. Sit parallelogrammum $\alpha \delta$, dimetiens uerō illius $\alpha \gamma$, circum autem $\alpha \gamma$, parallelogramma sint $\alpha \epsilon$ & $\delta \epsilon$. Dico quod utrunq; ipsorum $\alpha \epsilon$ & $\delta \epsilon$ parallelogrammorum simile est toti $\alpha \delta$ & ad inuicem. Quoniam enim trianguli $\alpha \delta$, ad unum latus $\beta \gamma$, ita est parallelus $\gamma \epsilon$, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut $\beta \gamma$ ad $\alpha \epsilon$, sic $\gamma \epsilon$ ad $\delta \epsilon$. Rursus per eandē, quoniam trianguli $\alpha \delta$, ad unum latus $\gamma \delta$, ita est parallelus $\beta \epsilon$: proportionale est per 2 sexti, sicut $\gamma \delta$ ad $\delta \epsilon$, sic $\beta \epsilon$ ad $\alpha \epsilon$. Sed sicut $\gamma \delta$ ad $\delta \epsilon$, sic ostensa est $\epsilon \theta$ ad $\alpha \epsilon$. Et sicut igitur (per 11 quinti) $\delta \epsilon$ ad $\alpha \epsilon$, sic $\delta \epsilon$ ad $\alpha \epsilon$: et cōpondeo igitur (per 13 quinti) $\delta \epsilon$ ad $\alpha \epsilon$, sic $\delta \epsilon$ ad $\alpha \epsilon$: & permutatim (per 16 quinti) sicut $\delta \epsilon$ ad $\alpha \epsilon$, sic $\alpha \epsilon$ ad $\delta \epsilon$: parallelogrammū igitur $\alpha \epsilon$, & $\delta \epsilon$, & $\alpha \delta$, proportionalia latera quæ circum cōmunē angulū $\beta \alpha \delta$ sunt: & quoniam parallelus est $\gamma \epsilon$ & equalis est (per 19 primi) angulus $\alpha \epsilon \gamma$, angulo $\alpha \delta \gamma$, & qui $\delta \epsilon \gamma$, ei qui sub $\delta \gamma \alpha$, & communis duorum triangulorum $\alpha \delta \gamma$ & $\delta \epsilon \gamma$ angulus qui sub $\delta \alpha \gamma$. Aequiangulū igitur est triangulū $\delta \epsilon \gamma$, triangulo $\alpha \delta \gamma$. Idq; propterea & triangulū $\alpha \beta \gamma$ æquiangulum est triangulo $\alpha \delta \gamma$, & totum $\alpha \delta$, & parallelogrammū $\alpha \epsilon$ simile est parallelogrammo $\alpha \delta$ æquiangulū est: proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut $\alpha \delta$ ad $\alpha \gamma$, sic $\alpha \epsilon$ ad $\alpha \delta$, sicutq; $\delta \epsilon$ ad $\gamma \delta$, sic $\delta \epsilon$ ad $\alpha \delta$. Sicut autē $\alpha \gamma$ ad $\gamma \delta$, sic $\alpha \gamma$ ad $\delta \epsilon$, & insuper sicut $\beta \gamma$ ad $\delta \epsilon$, sic $\beta \gamma$ ad $\alpha \epsilon$: quoniam ostensum est sicut quidē $\delta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\delta \gamma$ ad $\alpha \epsilon$: sicut uerō $\alpha \gamma$ ad $\delta \epsilon$, sic $\alpha \gamma$ ad $\alpha \epsilon$: ex quo igitur (per 22 quinti) sicut $\delta \gamma$ ad $\gamma \epsilon$, sic $\delta \gamma$ ad $\alpha \epsilon$. Parallelogrammū igitur $\alpha \beta \gamma$, & $\alpha \delta$, & $\alpha \epsilon$, proportionalia sunt latera



latera: quæ circum æquales angulos. Simile igitur est (per primam diffinitionem sexti) parallelogrammum $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$, parallelogrammum. Id propterea & parallelogrammum $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$, parallelogrammo $\alpha\delta$ est simile: utrunque igitur ipsorum $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$ parallelogrammorum, ipsi $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$ parallelogrammo simile est. Quæ autem eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 11 sexti) igitur & $\alpha\beta$ & $\gamma\delta$ parallelogrammum ipsi $\alpha\delta$ parallelogrammo simile est. Omnis igitur parallelogrami, quæ circa dimetientem parallelogramma, similia sunt toti & ad inuicem: quod erat demonstrandum. Euclid. ex Zāb. Probl. 7. Proposit. 35.

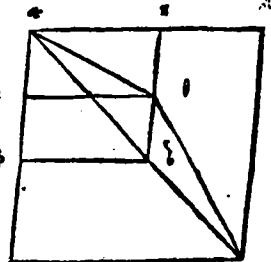
Dato rectilineo simile, & alij dato æquale idem constituere.

THEON ex Zamb. Sit quidam datum rectilineum cui oportet simile constituere $\alpha\beta$, cui autem oportet æquale $\gamma\delta$ oportet iam ipsi $\alpha\beta$ simile, ipsi autem $\gamma\delta$ æquale, idem constituere, prætentatur (per 44 primi) igitur ad β ipsi triangulo $\alpha\beta\gamma$ æquale: parallelogrammum $\beta\gamma\delta$ & ad γ ipsi $\gamma\delta$ æquale parallelogrammum $\gamma\delta\epsilon$ in angulo qui sub γ , qui æqualis est ei qui sub δ . In rectam lineam igitur est (per 14 primi) $\beta\gamma$ ipsi $\gamma\delta$ & $\alpha\beta$ ipsi $\gamma\delta$. Sumaturque (per 13 sexti) ipsarum $\beta\gamma$ & $\gamma\delta$ media proportionalis $\eta\theta$, describaturque (per 18 sexti) ex η & θ ipsi $\alpha\beta$ simile, similiterque positum $\eta\theta$. Et quoniam est si cut β , ad η , sic η ad θ , sic autem tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiam, si quæ à prima est species ad eam quæ à secunda similis similiterque descripta est: igitur (per correlariū secundum 20 sexti) sicut β ad η , sic triangulum $\alpha\beta\gamma$ ad triangulum $\eta\theta\delta$. Sed sicut β ad η , sic η ad θ , sic parallelogrammum ad β parallelogrammum. Et sicut igitur (per 1 sexti) triangulum $\alpha\beta\gamma$ ad $\eta\theta\delta$, sic β parallelogrammum ad β parallelogrammum, uicissim quoque igitur (per 16 quinti) sicut triangulum $\alpha\beta\gamma$ ad β parallelogrammum, sic triangulum $\eta\theta\delta$ ad parallelogrammum $\eta\theta\delta$ æquale autem est triangulum $\alpha\beta\gamma$ parallelogrammo $\beta\gamma\delta$ æquale igitur est triangulum $\eta\theta\delta$ ipsi $\beta\gamma\delta$ parallelogrammo: sed parallelogrammum $\eta\theta\delta$ ipsi $\gamma\delta$ est æquale, & $\eta\theta\delta$ igitur ipsi $\gamma\delta$ est æquale, est autem $\eta\theta\delta$ ipsi $\alpha\beta$ simile. Dato igitur rectilineo $\alpha\beta$ simile & alij duo $\gamma\delta$ æquale. Idem $\eta\theta$ constitutum est, quod facere oportebat. Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Prop. 26.



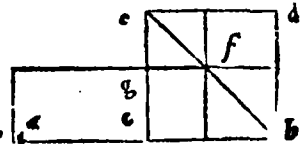
Si à parallelogrammo parallelogrammum auferatur, simile toti & similiter positum communem angulum habens ei, circum eundem dimetientem est toti.

THEON ex Zamb. A parallelogrammo enim $\alpha\beta\gamma\delta$, parallelogrammum auferatur $\alpha\epsilon\zeta\eta$, simile ipsi $\alpha\beta\gamma\delta$, & similiter positum, communem angulum habens ei qui sub α & β . Dico quod circum eandem diametrum est $\alpha\beta\gamma\delta$ ipsi $\alpha\epsilon\zeta\eta$. Non enim, at si possibile est, sit eorum dimetiens $\alpha\gamma$, & excidetur (per 31 primi) ab δ utriusque ipsarum $\alpha\epsilon$ & $\beta\gamma$ parallelus $\delta\eta$. Quoniam igitur circum eandem dimetientem est $\alpha\beta\gamma\delta$ ipsi $\alpha\epsilon\zeta\eta$ simile est (per 24 sexti) $\alpha\beta\gamma\delta$ ipsi $\alpha\epsilon\zeta\eta$: est igitur sicut $\alpha\alpha$ ad $\alpha\epsilon$, sic $\alpha\alpha$ ad $\alpha\epsilon$ (per conuersionem 1 diffinitionis sexti). Est autem propter similitudinem ipsorum $\alpha\beta\gamma\delta$ & $\alpha\epsilon\zeta\eta$, sicut $\alpha\alpha$ ad $\alpha\epsilon$, sic $\alpha\alpha$ ad $\alpha\epsilon$. Igitur (per 9 quinti) $\alpha\alpha$ ad utrumque ipsarum $\alpha\epsilon$ & $\beta\gamma$ eandem habet rationem: æqualis igitur est $\alpha\epsilon$ ipsi $\alpha\epsilon$, minor maiori, quod absurdum est. Igitur $\alpha\beta\gamma\delta$ non est circa eandem dimetientem ipsi $\alpha\epsilon\zeta\eta$. Circa eundem igitur dimetientem est $\alpha\beta\gamma\delta$, parallelogrammum ipsi $\alpha\epsilon\zeta\eta$ parallelogrammo. Si à parallelogrammo igitur parallelogrammum auferatur, simile toti & similiter positum communem angulum habens ei, circa eandem dimetientem est toti: quod ostendere oportebat. Euclid. ex Camp. Propositio 26.



Vper dimidium datæ lineæ parallelogrammum designatum maius est eo parallelogrammo cui datæ lineæ applicatio, deest ad cōpletionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati.

CAMPANVS. Sit data linea $a\delta$, super cuius dimidium cb , constituatur parallelogrammum cd , cuius diameter $b\epsilon$, & ad lineam $a\delta$ applicetur parallelogrammum $a\epsilon$, cuius unum latus secet ϵ in puncto g , ita quod ad complementum totius lineæ $a\delta$ desit superficies $f\delta$, quæ sit similis superficie cd , & consistens circa diametrum eius: dico tunc quod parallelogrammum $c\delta$ est maius parallelogrammo $a\epsilon$. Est enim, per primam huius, $a\delta$ æquale $g\delta$, & per quadagesimam tertiam primi $c\delta$ æquale $f\delta$, ergo per hanc communem scientiam si æqualibus æqualia addas, tota quoque fient æqua-



equalia, erit gnomon constans ex tribus parallelogrammis quę sunt $c f$, $f b$, et $f d$, æqualis parallelogrammo $a f$, quare parallelogrammū $c d$, est maius parallelogrammo $a f$, in parallelogrammo $c f$, quod est propositum. Idem etiam esset si superficies $a f$ fieret altior superficie $c d$: ut uidere potes in secūda figura, in qua etiam per primam huius $a g$ est æquale $g b$: demptis itaque utriusque duobus supplementis superficie $f b$: excedet parallelogrammum $c d$, parallelogrammum $a f$ in parallelogrammo $f e$.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 20.

Propositio 27.

27

Omnium parallelogrammorum ad eandē rectam * proiectorum deficientiumque * specie parallelogrammis, similibus similiterque positis ei quod à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectū parallelogrammum simile existens * sumpto.

THEON ex Zamb. Sit recta linea $\alpha \beta$, et secetur (per 10 primi) bisariam in γ , prætendatur quoque (per 18 sexti) ad $\alpha \beta$, rectam lineam, parallelogrammum $\alpha \beta$ deficiens specie parallelogrammo $\delta \beta$, simili, similiterque descripto ei quod à dimidia ipsius $\alpha \beta$, hoc est $\gamma \beta$. Dico quod omnium ad $\alpha \beta$, comparatorum parallelogrammorum et deficientium specie parallelogrammis similibus similiterque positis ipsi $\alpha \beta$, maximum est $\alpha \delta$. Prætendatur enim ad $\alpha \delta$, rectam lineam parallelogrammū $\alpha \delta$ deficiens specie parallelogrammo $\delta \beta$, simili similiterque posito ipsi $\alpha \beta$. Dico quod maius est $\alpha \delta$ ipso $\alpha \delta$. Quoniam enim simile est $\delta \beta$, parallelogrammum ipsi $\delta \beta$, parallelogrammo: circum eandē igitur sunt demetientem (per 36 sexti) excutetur eorum dimetiens $\delta \beta$, et describatur figura. Quoniam igitur (per 42 primi) æquū est $\delta \gamma$, ipsi $\delta \gamma$, commune apponatur $\delta \beta$, totum igitur $\gamma \delta$ totū $\alpha \delta$, est æquale. Sed $\gamma \delta$, ipsi $\gamma \beta$, est æquale (per 36 primi) quoniam et recta $\alpha \gamma$, recta $\alpha \delta$ æqualis. Igitur $\gamma \delta$, ipsi $\gamma \beta$, est æquale. Commune apponatur $\gamma \delta$, totum igitur $\alpha \delta$ totū $\alpha \beta$, gnomoni est æquale. Quare parallelogrammū $\alpha \delta$, hoc est $\alpha \delta$, ipso $\alpha \delta$, parallelogrammo maius est, omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorum et deficientiū specie parallelogrammis, similibus similiterque positis ei quod à dimidia describitur: maximum est quod dimidia comparatum est: quod oportebat demonstrare. ALITER Sit enim rursus $\alpha \beta$, dissecta bisariam in γ , et comparatum $\alpha \delta$ deficiens specie ipso $\alpha \beta$. Comparaturque rursus ad $\alpha \beta$, parallelogrammum $\alpha \delta$, deficiens ipso $\alpha \beta$, simili similiterque posito ipsi $\alpha \beta$, quod à dimidia fit ipsius $\alpha \beta$. Dico quod à dimidia comparatū, $\alpha \delta$ maius est ipso $\alpha \delta$. Quoniam enim simile est $\delta \beta$, ipsi $\delta \beta$, circum eandē dimetiētem sunt (per 26 sexti) Sit eorum dimetiens $\delta \beta$ describaturque figura, et quoniam æquū est $\delta \gamma$, ipsi $\delta \gamma$, quoniam et recta $\delta \gamma$, recta $\delta \beta$, est æqualis: maius igitur est $\alpha \delta$, ipso $\alpha \delta$, æquum autē est $\alpha \delta$ ipsi $\delta \gamma$, maius igitur est et $\alpha \delta$ ipso $\alpha \delta$, comune esto $\alpha \delta$ totū igitur $\alpha \delta$, toto $\alpha \delta$, maius est: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp.

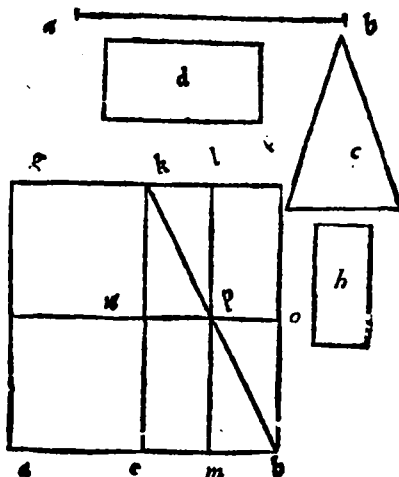
Propositio 27.

27



Rilatera superficie proposita equū ei super quālibet assignatā lineā parallelogrammū designare cui desit ad complēdā lineā aliā superficiei propositæ simile parallelogrammū quod secundum eiusdē suum esse parallelogrammo super dimidiam datę lineę collocato minime maius existat.

CAMPANVS. Si assignata linea $a b$, & propositus triangulus c , propositumque parallelogrammum d , uolo super lineam $a b$, designare parallelogrammum æquale triangulo c , ita quod desit ad complē-



παράλληλο
μινον ἀπ-
plicatorū.
ἀλλοι, id
est figuris.
ἀλλοι μινον, id est defe-
ctui.

dam lineam a b parallelogrammum simile d: & sit ita conditionatum quod triangulus c nō sit maior parallelogrammo simili d, collato super dimidiū lineæ a b, alioquin ad impossibile laboraretur, per præmissam. Diuido igitur lineā a b per æqualia in pūcto e & secundū doctrinā 19 huius super eius medietatem b e constituo parallelogrammū c f simile d, & cōplebo super totā lineā a b: parallelogrammū b g. Quia igitur c nō est maior parallelogrammo e f, sed æqualis ei aut minor sicut posuit est, si fuerit ei æqualis, erit parallelogrammū e g quale intenditur per 36 primi coadiuvante prima parte 9, & per diffinitionē similiū superficiū & 20 huius. Si autē minor, sit minor in superficie aliqua, cui æqualis & similis d fiat secundum doctrinā 25 huius quæ sit h, eritq; h similis e f per 20 huius, quare per cōuersionē diffinitionis, æquiangula sibi & proportionaliū laterū, protraham igitur in parallelogrammo e f diametrū b k, & refecabo latera k f, & e k superficiē e f, ad mensurā laterū superficiē h, protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiē e f, secantibus se in pūcto p, ut superficies k p sit æqualis & similis superficiē h, eritq; per 23, huius pūctū p, in diametro k b: protracta itaq; o n usq; ad a g, dico parallelogrammū a p esse quale proponitur. Deest enim sibi ad complementū lineæ a b parallelogrammū p b, quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrammo d. Sed ipsum etiā parallelogrammū a p est æquale triangulo c. Est enim per primā huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hanc cōmunē scientiam si æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammū a p, est æquale gnomoni n b l, & quia iste gnomon est æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammū e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h, quod est æquale parallelogrammum k p: patet propositum.

Euclid. ex Zamb.

Problema 28.

Propositio 28.

Ad datā rectā lineā dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo simili dato. Oportet iam datū rectilineum cui*expedit æquum comparare, nō maius esse eo quod à dimidia comparatum similibus existentibus sumptis, & eius quod à dimidia & cui expedit simile deficere.

da, oportet.

da

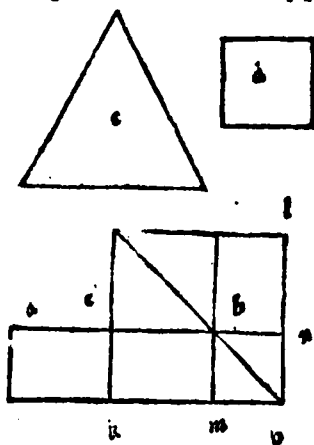
THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea $\alpha\beta$, datum uero rectilineū cui oportet æquum prætere ad $\alpha\beta$, sitq; illud γ , nō maius existēs, eo quod à dimidia cōparatū est similibus existētibus sumptis, cui autē expedit simile deficere δ , oportet iā ad datā rectā lineā $\alpha\beta$, dato rectilineo γ æquale parallelogrammū prætere deficēs specie parallelogrammo simili existēte ipsi δ . Secetur (per 10 primi) $\alpha\beta$ bisariā in signo. Describaturq; (per 18 sexti) ab γ ipsi δ , simile similiterq; positū $\epsilon\zeta$. Cōpleaturq; $\alpha\alpha$, parallelogrammū $\iota\alpha$ $\alpha\alpha$, aut æquū est ipsi γ , aut eo maius per determinationē. Si quidē igitur æquū est $\alpha\alpha$, ipsi γ , q. querimus factū iā est. Cōparatū siquidē esset ad datā rectā lineā $\alpha\beta$ dato rectilineo γ , æquū parallelogrammū $\alpha\alpha$ deficēs specie parallelogrammo δ , simili ipsi δ . Si autē non, est maius $\alpha\alpha$, quā γ , æquale autē δ , ipsi $\alpha\alpha$, maius igitur $\epsilon\zeta$ $\alpha\alpha$, quā γ . Quo autē maius est $\epsilon\zeta$, quā γ , tali excessui (per 25 sexti) æquale, ipsi δ , simile similiterq; positū idē cōstituatur $\kappa\lambda\mu\nu$. Sed ipsi $\alpha\alpha$ ipsum δ est simile, $\epsilon\zeta$ $\alpha\alpha$, igitur ipsi δ , est simile. Esto igitur similis rationis $\kappa\lambda$, ipsi ν , $\epsilon\zeta$ $\lambda\mu$, ipsi δ . Et quoniam æquū est $\alpha\beta$ ipsis γ $\alpha\alpha$, maius igitur est $\alpha\beta$, quā $\alpha\alpha$. Maior igitur $\alpha\beta$, quā $\alpha\alpha$, $\epsilon\zeta$ $\alpha\alpha$, quā $\alpha\alpha$, $\epsilon\zeta$ $\alpha\alpha$, quā $\lambda\mu$, ponatur (per 11 primi) ipsi quidē $\kappa\lambda$ æqualis $\epsilon\zeta$, ipsi autē $\lambda\mu$, æqualis ν , & cōpleatur parallelogrammū $\epsilon\zeta$ ν . Aequū igitur est $\epsilon\zeta$ simile $\alpha\alpha$ ipsi δ . Sed $\alpha\alpha$, ipsi δ est simile, $\epsilon\zeta$ $\alpha\alpha$ igitur ipsi δ , est simile. Circū eundē dimetientē (per 26 sexti) igitur, ea $\alpha\alpha$, ipsi δ . Sit eorū dimetiēs $\pi\pi$, $\epsilon\zeta$ describatur figura. Quoniam igitur æquū est $\alpha\beta$, ipsis γ $\alpha\alpha$ quorū $\alpha\alpha$ ipsi δ , est æquale: reliquū igitur $\lambda\phi\chi$, gnomō reliquo, est æqualis et quoniam æquū est δ , ipsi $\epsilon\zeta$, cōmune apponatur $\pi\phi$. Totū igitur $\alpha\beta$, totū $\alpha\beta$, est æquale. Sed $\epsilon\zeta$ $\alpha\beta$ ipsi δ , est æquale: quoniam $\epsilon\zeta$ latus $\alpha\beta$, lateri $\alpha\beta$, est æquale, $\epsilon\zeta$ $\pi\phi$, igitur ipsi δ , est æquale. Cōmune applicetur $\epsilon\zeta$, totū igitur $\pi\phi$ totū $\lambda\phi\chi$, gnomoni æquū est. Sed $\lambda\phi\chi$ gnomō ipsi γ , ostēsum est quod est æqualis, et $\pi\phi$ igitur: ipsi γ , æquū est. Ad datā rectā lineā igitur $\alpha\beta$, dato rectilineo γ æquū parallelogrammū cōparatū est $\pi\phi$ deficēs specie parallelogrammo δ , simili existēti ipsi δ , quoniam $\pi\phi$, ipsi δ , simile est: quod erat propositū. Euclid. ex Camp. Propositio 28.



Vper datā lineā datę superficiē trilaterę æquū parallelogrammū cōstituere, quod addat super cōpletionē datę lineę superficiem æquid-

æquidistantium laterū, datę superficię æquidistantiū laterum similem.

CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c, datumq; parallelogrammum d, uolo super lineam a b constituere parallelogrammum æquale triangulo c, quod addat super totam lineam a b, parallelogrammū simile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e, & super eius medietatem e b, facio e f similem d, secundum quod docet 19 huius, & secundum doctrinam 25 huius, facio k l, cuius diameter g h, similem d & æqualem duabus superficiębus e f & c, eritq; per 20 huius k l similis e f. Superposita igitur superficie k l superficię e f, ita quod ambę communicent in angulo g, erit per 23 huius superficies e f, consistens circa diametrum superficię k l: quare punctum b est in diametro g h, complebo igitur parallelogrammum a h: quod dico esse quale proponitur, quod constat protractis linea f b usq; ad m, & linea e b, usq; ad n. Est enim per primā partē huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi est etiam æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per communem scientiam a h æquale gnomoni e h f, sed iste gnomon est æqualis triangulo c, quia parallelogrammum k l positum fuit æquale duabus superficiębus c & e f, ergo parallelogrammū a h est æquale c, & addit ad complementum lineę a b parallelogrammū m n, quod per 22 & 20 huius est est simile parallelogrammo d, quare constat perfectum esse quod uolumus.



CAMPANI additio. Possumus autē ad lineā datā adiungere parallelogrammum æquale, non solum trilaterę superficię positę, sed & cuiuslibet rectilīneę figurę positę quęcūq; ipsa fuerit: cui desit ad cōplendā lineā datā superficies similis superficię æquidistantiū laterū positę sicut docet præmissa, obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per antē præmissā, uel quod addat super completionē lineę superficię æquidistantiū laterū similem superficię positę, sicut proponit conclusio præsens. Propositam enim superficiē cui æquale parallelogrammum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad completionē lineę parallelogrammū simile parallelogrammo dato: resoluemus in triangulos, & ipsis meditantibus describemus superficiē æquidistantium laterum, totali superficię propositę æqualem, hoc autem qualiter fiat & si scire uolueris, require 25 huius. Dehinc super duplum basis eius æqualis altitudinis triangulū constituemus, quem (si 44 primi diligenter inspexeris) parallelogrammo prius designato inuenies esse æqualem, quare & superficię propositę, huic ergo triangulo si æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris, quod addat ad complementū lineę aut minuat parallelogrammū simile parallelogrammo dato, secundum quod docet hæc & præmissa: quod propositum erat, te perfecisse non dubites.

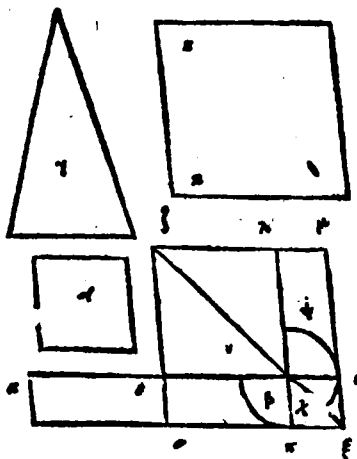
Euclid. ex Zamb.

Theorema 9.

Propositio 19.

Ad datā rectā lineā, dato rectilīneo æquale parallelogrammū prætendere reexcedēs specie parallelogrāmo simili dato.

THEON ex Zamb. Sit quidē data recta linea a b, datū uerō rectilīneū cui expedit ad a b, æquale parallelogrammū prætendere. Cui autē oportet simile prætendere A, oportet iam ad a b, rectā lineam ipsi, rectilīneo æquū parallelogrammū prætendere, excedens specie parallelogrāmo simili ipsi. Secetur (per 10 primi) a b, bisariam in e, & describatur (per 16 sexti) ex e ipsi A simile similiterq; positum parallelogrammū B f, & ambobus quidē A f, æquale, ipsi, autē A, simile similiterq; positū, idem cōstituatur n d. Simile igitur est n d, ipsi A f. Similis autē rationis esto n b, ipsi f, et n, ipsi f. Et quoniam maius est n d, ipso f, maius igitur est quidē b d, ipsa f, & n, ipsa f. Extēdantur f, & f, & ipsi quidē b d, æqualis esto f, n, ipsi autem b d, æqualis esto f, v. Cōpleaturq; m v. Igitur m v, ipsi n b, æquū & simile, sed n b, ipsi f, est simile. Igitur (per 26 sexti) m v ipsi f, est simile, circū igitur eandē diametrum consistunt n b & m v. Excitetur eorum dimetiens f f, & describatur figura, quoniam igitur æquum est f f ipsis n b, sed n b, ipsi m v, est æquale, & m v igitur ipsis n b, est æquale. Commune auferatur n b, reliquus igitur f f gnomon ipsi f, est æqualis. Et quoniam ipsi f, b est æqualis, æquū est (p 39 primi) et a v ipsi f, hoc est (p 43 primi) ipsi n commune ap-



ponatur f , totum igitur $a f$, æquum est ipsi $\phi x v$, gnomoni. Sed $\phi x v$ gnomon æqualis est ipsi γ . Igitur $a f$ ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam $a b$, dato rectilineo γ , æquale parallelogrammum comparatum est $a f$, excedens specie parallelogrammo π simili existente ipsi d . Igitur d , simile est ipsi β , & β ipsi π , est simile, circum enim eandem dimetientem consistunt: quod fecisse oportuit.

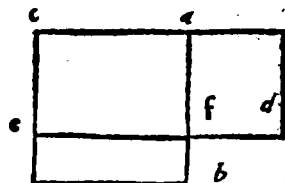
Euclid. ex Camp.

Propositio 29.



Vamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema secare. 29

CAMPANVS. Sit proposita linea $a b$: quam uolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum $b c$: & ad eius latus $a c$ adiungo secundum quod docet præmissa, parallelogrammum $c d$ æquale quadrato $b c$: quod sit simile $b c$, sitq; latus parallelogrammi $c d$, quod æquidistat $a c$ & e , & secet lineam $a b$ in puncto f . Dico, lineam $a b$ esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim ad quadratum, propter id quod est simile $b c$, quare $a f$, est æquale $f d$, sed & $f e$ est æqualis $a b$: propter id quod est æqualis $a c$ per 34 primi, & quia $c d$ æquale $b c$: dempto ab utroque $c f$ erit $a d$ æquale $e b$, & angulus unius angulo alterius. ergo per 13 huius latera sunt mutuelia: ergo $e f$ ad $f d$ sicut $a f$ ad $f b$: & quia $e f$ est æqualis $a b$, & $f d$ $a f$, erit $a b$ ad $a f$ sicut $a f$ ad $f b$: ergo per definitionem est diuisa ut proponitur. Idē etiā potest demonstrari ex 11 secundi. Diuidatur enim $a b$ in puncto f secundum quod docet 11 secundi, sitq; $e b$ quod continetur sub tota $a b$ & eius parte $f b$: ita quod $f e$ sit æqualis $a b$ & $a d$ sit quadratum $a f$ est itaq; per prædictā 11 secundi $e b$, æquale $a d$. Quod restat arguere ut prius per 13 huius, uel sic: cum $a b$ sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod sit ex $a b$ prima in $f b$ tertiam est æquale quadrato $a f$ secundæ: ergo per secundam partem 16 huius proportio $a b$ primæ ad $a f$, secundam est sicut $a f$ secundæ ad $f b$ tertiam: per definitionem itaq; diuisa est $a b$ ut proponitur.



Euclid. ex Zamb.

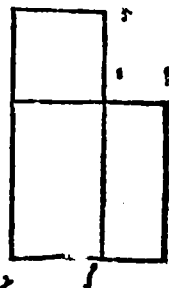
Theorema 10.

Propositio 20.

quæp
care.
quæp.

Data rectam lineam terminatā, extrema ac media ratione *disperfcere. 10

THEON ex Zamb. Sit data recta linea terminata $a b$, oportet iam ipsam $a b$, rectam lineam extrema et media ratione *disperfcere. Describatur enim (per 46 primi) ex $a b$, quadratum $\beta \gamma$. Comparaturq; (per 29 sexti) ad $a \gamma$, ipsi $\beta \gamma$, æquum parallelogrammum γd excedens specie $a \gamma$, simili ipsi $\beta \gamma$. Quadratum autem est $\beta \gamma$, quadratum igitur est γd , & quoniam æquū est $\beta \gamma$, ipsi γd , commune auferatur γ , reliquum igitur $\beta \delta$, reliquo $a \gamma$ est æquale, est autem γd equiangulum. Igitur (per definitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorū $\beta \delta$, & $a \gamma$ reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur sicut $\beta \delta$ ad $a \gamma$, sic $a \gamma$ ad $\beta \delta$. Ac æqualis autem est $\beta \delta$ ipsi $a \gamma$, hoc est ipsi $a \gamma$. Ipsa autem $a \gamma$ ipsi $a \gamma$. Est igitur sicut $\beta \delta$ ad $a \gamma$, sic $a \gamma$ ad $\beta \delta$, maior autem est (per 34 primi) $a \gamma$, quam $a \gamma$: maior igitur est γd , quam $\beta \delta$. Igitur $a \gamma$, recta linea extrema & media ratione secata est, in γ , & maius segmentum ipsius est γ : quod fecisse oportuit.



ALITER. Sit data recta linea $a b$, oportet ipsam iam $a b$, extrema, & media ratione secare, secetur enim $a b$ in γ , (per 11 secundi) ut quod sub $a b$, & $\gamma \delta$, æquum sit ei quod ex γ , quadrato. Quoniam igitur quod sub $a b$ & $\gamma \delta$, æquum est ei quod ex γ , est igitur (per 17 huius) sicut $\beta \delta$ ad $a \gamma$ sic $a \gamma$ ad $\beta \delta$. Igitur $a \gamma$, media & extrema diuisa est ratione in γ : quod oportebat facere.

Euclid. ex Camp.

Propositio 30.



Ifuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistēt, fuerintq; illa quatuor latera secundum æquidistantiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse, necesse est. 30

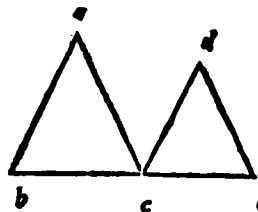
CAMPANVS. Sint duo anguli $a b c$, $d c e$ constituti super angulum $a c d$. sitq; $a c$ æquidistans $d e$ & $d c$: $a b$, & sit proportio $a c$ ad $d e$, sicut $a b$ ad $d c$, dico quod duæ bases eorum $b c$ & $c e$, sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d : quia uterq; eorum est æqualis angulo c $a d$ per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothe-

fin

fin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres anguli qui sunt ad c sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una, quod est propositum.

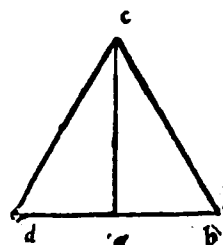
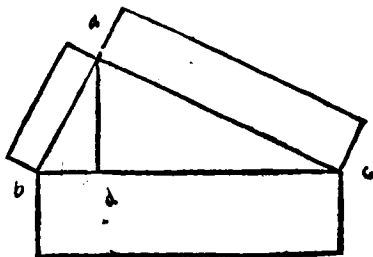
Euclid. ex Camp.

Propositio 31.



Nomni triangulo rectangulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto, æqualis est superficieribus duorum laterum, angulum rectum continetium pariter acceptis, cum fuerint similes ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de superficieribus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficieribus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quod superficies constituta super latus c b, est æqualis duabus superficieribus constitutis super a b & a b, cum omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per secundam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correlarium 17 huius, proportio superficierum constitutarum super b c primam ad constitutam super c a secundam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiusdem superficierum constitutarum super b c primam ad constitutam super a b secundam, sicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuersam proportionalitatem superficierum a c ad superficiem c b, sicut c d ad c b, & similiter superficierum a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiem b c, & ponatur a c prima, & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti, quod proportio superficierum constitutarum super b c ad duas superficies constitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul, quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficieribus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.



CAMPANI additio. Conuersam quoque huius possumus facile demonstrare per modum demonstrationis ultimæ primi: sit enim triangulus a b c, sitq; superficies constituta b c æqualis duabus superficieribus constitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quod angulus a est rectus, ponā enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo superficiem ductā lineā d c, eritq; per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d sibi similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a est rectus: quod est propositum.

Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedentibus ex Campano præposito ordine respondent.

Euclid. ex Zamb.

Thorema 21.

Propositio 31.

In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum cōprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis.

THEON ex Zamb. Sit triangulum a b γ, rectum habens angulum qui sub b a γ. Dico quod quæ ex b γ species, æqualis est eis quæ ex b a et a γ speciebus similibus similiterq; descriptis. Excitetur (per 12 primi) perpendicularis a d. Quoniam igitur in triangulo rectangulo a b γ, ab a recto angulo b γ, in basin perpendicularis acta est a d triangula a b d et a d γ, quæ ad perpendicularē, similia sunt toti a b γ, et sibi inuicē (p 8 sexti, quoniam simile est a b γ ipsi a b γ: est igitur sicut γ b ad b a, sic a b ad b d. At quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur (p correlariū secundū 20 sexti) sicut prima ad tertiā, sic quæ a prima species ad eā quæ a secunda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur γ b ad b d, sic species quæ ex b γ ad eā quæ ex b a, similis similiterq; descripta est. Id propterea et sicut b γ ad γ d sic species quæ ex b ad eā quæ ex a γ.

Quare

Quare sicut $\beta \gamma$ ad $\beta \delta$ & $\alpha \gamma$ ad $\alpha \delta$, sic quæ ex $\beta \gamma$ species ad ea quæ sub $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$, similes similiterq; descriptæ sunt. Aequalis autem est π , ipsi $\beta \alpha$ et $\delta \gamma$; æqualis igitur est species quæ ex $\beta \gamma$ eis quæ ex $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$ sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectangulis igitur triangulis, quæ ad rectum angulum subtendentem species, æqualis est eis quæ ad rectum angulum comprehendentibus speciebus similibus similiterq; descriptis: quod demonstrasse oportuit.

ALITER. Quoniam (per correlariū primū 20 sexti) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex $\beta \gamma$, est species ad eam quæ ex $\beta \alpha$, duplā rationē habet quā $\gamma \beta$ ad $\beta \alpha$: habet autem et quod ex $\beta \gamma$ quadratū ad id quod ex $\beta \alpha$ quadratū duplā rationē quā $\gamma \beta$ ad $\beta \alpha$: & sicut igitur quæ ex $\gamma \beta$ species ad eam quæ ex $\beta \alpha$ specie, sic quadratum quod ex $\gamma \beta$ ad quadratū quod ex $\beta \alpha$. Id propterea & sicut species quæ ex $\beta \gamma$ ad specie quæ ex $\gamma \alpha$, sic quadratum quod ex $\beta \gamma$ ad quadratum quod ex $\gamma \alpha$. Quare & sicut species quæ ex $\beta \gamma$ ad species quæ ex $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$, sic quadratū quod ex $\beta \gamma$ ad quadrata quæ ex $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$. Quadratū autem quod ex $\beta \gamma$, æquū est eis quæ ex $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur est species quæ ex $\beta \gamma$, eis quæ ex $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$ speciebus similibus similiterq; descriptis.

Euclid. ex Zamb.

Theorema 22.

Propositio 32.

Si duo triagula cōponantur ad unum angulū, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiūsdē rationis eorū latera sint etiā parallela, reliqua ipsorū triangulorū latera in rectam lineam erunt.

THEON ex Zamb. Sint bina triagula $\alpha \beta \gamma$ et $\alpha \delta \gamma$, duo latera $\beta \alpha$ et $\alpha \gamma$ duobus lateribus $\delta \gamma$ et $\alpha \delta$, proportionalia habentia, sicut quidem $\alpha \beta$ ad $\alpha \gamma$, sic $\delta \gamma$ ad $\alpha \delta$: parallelū autē $\alpha \beta$ ipsi $\delta \gamma$, et $\alpha \gamma$ ipsi $\alpha \delta$. Dico quod in rectam lineam est $\beta \gamma$ ipsi $\gamma \delta$. Quoniam enim parallelus est $\alpha \beta$ ipsi $\delta \gamma$, & in eas incidit recta linea $\alpha \gamma$, anguli igitur (per 29 primi) utrobique qui sub $\beta \alpha \gamma$ et $\alpha \gamma \delta$ sibi inuicem sunt æquales. Id propterea & angulus $\gamma \beta \alpha$ angulo $\alpha \gamma \delta$ est æqualis. Quare angulus $\beta \alpha \gamma$ angulo $\delta \alpha \gamma$ est æqualis: & quoniam duo triagula sunt $\alpha \beta \gamma$ et $\alpha \delta \gamma$, unum angulū qui ad α , uni angulo qui ad δ equalē habentia, circum autē æquales angulos latera proportionalia, sicut quidē $\beta \alpha$ ad $\alpha \gamma$, sic $\delta \gamma$ ad $\alpha \delta$: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum $\alpha \beta \gamma$, triangulo $\alpha \delta \gamma$. Aequalis igitur est angulus $\alpha \beta \gamma$ angulo $\delta \alpha \gamma$. Patuit autē quod angulus $\alpha \gamma \delta$ æquus (per 29 primi) angulo $\beta \alpha \gamma$. Totus igitur angulus $\alpha \gamma \delta$ duobus $\alpha \beta \gamma$ et $\beta \alpha \gamma$ est æqualis. Cōmunis apponatur angulus $\alpha \gamma \delta$. Igitur anguli $\alpha \gamma \delta$ et $\alpha \gamma \delta$ eis qui sunt sub $\gamma \beta \alpha$, $\alpha \gamma \delta$ et $\gamma \delta \alpha$ sunt æquales. Sed anguli $\beta \alpha \gamma$ et $\delta \alpha \gamma$ (per 32 primi duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur $\alpha \gamma \delta$ et $\alpha \gamma \delta$ duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam autē rectam lineā $\alpha \gamma$, ad signūq; in ea, due recte lineæ $\beta \gamma$ et $\delta \gamma$, nō ad easdem partes ductæ, æquæ utrobique sub $\alpha \gamma \delta$ et $\alpha \gamma \delta$, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectā lineā igitur est $\beta \gamma$ ipsi $\gamma \delta$. Si bina igitur triagula componantur ad unum angulū, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorū triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp.

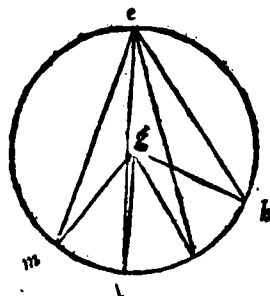
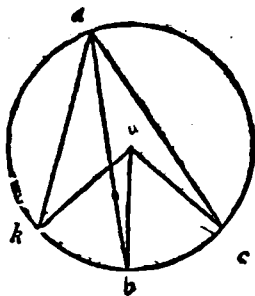
Propositio 32.



In circulis æqualibus supra centrum siue supra circumferentiam anguli consistent, erit angulorum proportio tanquam proportio arcuum illos angulos suscipientium.

CAMPANVS. Sint circuli $a b c$, cuius centrū d , & $e f g$ cuius centrum h : æquales, super quorū cētra fiant duo anguli $b d c$ & $f h g$, & super eorū circumferentias alij duo qui sint $b a c$, & $f e g$, dico quod proportio angulorum tam eorū qui sunt super centra, quā eorum qui super circumferentias, est sicut arcus $b c$ ad arcum $f g$. Continuabo enim illis duobus arcibus alios arcus æquales: siue secundum eundē numerum siue secundum diuersos, sitq; arcus $k b$ æqualis $b c$, & uterq; duorum arcuum $l m$ & $f l$, æqualis $f g$: & producam lineas $K d$, $K a$, $m h$, $l h$, $m e$, & $l e$: eruntq; per 26 tertij, anguli qui sunt ad d adinuicem æquales: similiter quoq; & qui sunt ad h , adinuicē æquales. Idē etiam de ijs qui sunt ad a , & de ijs qui sunt ad e : sicut igitur arcus $K c$ est multiplex arcus $b c$: ita angulus $K d c$ anguli $b d c$, & angulus $k a c$ anguli $b a c$ similiter

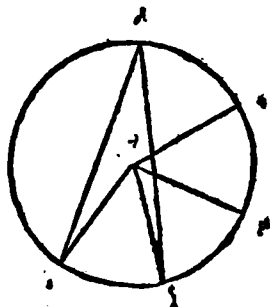
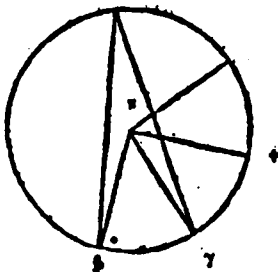
similiter sicut arcus mg est multiplex arcus fg , ita angulus m h g anguli fhg , & angulus m e g anguli feg , sed si arcus kc est æqualis arcui mg , angulus Kdc est æqualis angulo m h g , & angulus Kac angulo m e g , & si maior, maiores, & si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaq; incontinua proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcum fg , est sicut anguli b d c ad angulum fhg , & sicut anguli b a c ad angulum feg , quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo.



Euclid. ex Zamb. Theor. 23 Proposit. 33.

In æqualibus circulis anguli eandē habent rationē ipsi circumferentijs in quibus consistūt, & si ad centra & si ad circumferentias fuerint constituti, tum etiam sectores, ut puta ad centra constituti.

THEON ex Zamb. Sint æquales circuli a b , & d , ad eorūq; cētra u d , anguli sint b u a , & d u c ad eorū circumferentias uerō anguli qui sub a u b , et d u c . Dico q; est sicut circumferētia a b , ad circumferētia d c , sic est angulus b u a , ad angulum d u c , & angulus a b u ad angulum d c u , & insuper a b u sector ad d c u sectorē. Ponatur (per 18 tertij) ipsi quidē a b , circumferētiæ æquales quocunq; ordine hoc est a u b , & u a b , ipsi autē d c , quocunq; æquales circumferētiæ d u c , & u d c . Cōnectanturq; a u d , & b u c . Quoniā igitur æquales sunt a b , & d c , circumferētiæ adinuicē, æquales (per 27 tertij) quoq; sunt anguli a u b , & d u c , & a b u , & d c u . Quotuplex igitur est a b , circumferētia ipsius a b , circumferētiæ, totuplex est angulus a u b , anguli a b u . Id propterea etiā quotuplex est a b , circumferētia ipsius a b circumferētiæ, totuplex est angulus a u b , ipsius a b u . Si igitur æqualis est circumferētia a b , ipsi circumferētiæ a b , æqualis est & angulus a u b angulo d u c , & si maior est a b circumferētia quā d c circumferētia, maior est & angulus a u b , angulo d u c , et si minor, minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus, in quā circumferētijs a b & d c , binisq; angulis hoc est a u b , & d u c , suscipiuntur quidē ipsius a b circumferētiæ atq; ipsius anguli a u b , æque multiplices hoc est a b circumferētiæ & angulus a u b , ipsius autē a b circumferētiæ et anguli d u c , circumferētiæ d c & angulus d u c . Ostensum autē est quod si circumferētia a b excedit circumferētiā d c , angulus quoq; a u b excedit angulum d u c , & si æqualis, æqualis. et si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionē quinti) sicut a b circumferētia ad d c circumferētiā, sic angulus a u b ad angulum d u c . Sed sicut angulus a u b ad angulum d u c , sic angulus a b u ad angulum d c u , duplus enim est (per 20 tertij) uterq; utri usq;.



Et sicut igitur a b , circumferētia ad d c circumferētiā, sic angulus a u b , ad angulum d u c , & angulus a b u ad angulum d c u . In æqualibus igitur circulis anguli eandē habēt rationem ipsi circumferentijs, & si ad centra & si ad circumferentias cōstituti fuerint: quod demonstrasse oportuit. Dico etiā quod & sicut a b circumferētia ad d c circumferētiā, sic a b sector ad d c sectorē. Cōnectantur a u d , & assumptis super a u d , & b u c , circumferētijs f g signis, cōnectātur a f , g , & d g . Et quoniā (per 15 diffinitionē primi) duæ a u , & d u , duab; u e t u l , sunt æquales, æqualesq; angulos cōprehendūt, et basis a u , ipsi u l est æqualis: triangulū igitur a u l (per 4 primi) triangulo d u l est æquale. Et quoniā æqualis est a b circumferētia d c circumferētiæ, et reliqua igitur quæ in totū circulū a b circumferētiæ reliquæ quæ in eūdē totū a b , circuli circumferētiæ est æqualis. Quare et angulus a f g ipsi u l est æqualis. Simile igitur (per 10 diffinitionē tertij) est f g segmentum, ipsi u l est segmento, & in æqualibus sunt rectis lineis a u & d u . Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circularum segmenta consistunt, ea adinuicem sunt æqualia (per 24 tertij) segmentum igitur a f g ipsi u l segmento est æquale, est autē & triangulū a u l triangulo d u l æquale. Totus igitur sector a b u , toti d c u sectori est æqualis. Id propterea & a u b sector, utrique ipsorum a b , & d c , est æqualis. Tres igitur sectores a b u , d c u , & u l u sibi inuicem sunt æquales. Id pro-

pterea $\alpha \delta \epsilon \zeta \eta \theta \iota \kappa \lambda$, sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est $\alpha \gamma$, circumfretia ipsius ϵ , circumferentie, totuplex est $\alpha \gamma$ $\alpha \epsilon$, sector ipsius $\alpha \gamma$, sectoris. Id propterea $\alpha \gamma$ quotuplex est $\alpha \epsilon$, circumferentia ipsius ϵ , circumferentie, totuplex est $\alpha \gamma$ $\alpha \epsilon$, sector ipsius $\alpha \gamma$, sectoris. Si igitur æqualis est $\epsilon \gamma$, circumferentia ipsius ϵ , circumferentie, æqualis est $\alpha \gamma$ $\alpha \epsilon$, sector ipsius $\alpha \gamma$, sectoris. Et si excedit $\epsilon \gamma$, circumferentia ipsam ϵ , circumferentiam, excedit quoque $\alpha \gamma$ $\alpha \epsilon$, sector ipsum $\alpha \gamma$, sectorem, et si deficit, deficit. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus inquam $\alpha \gamma$, $\alpha \epsilon$, circumferentijs, duobusque $\alpha \gamma$, $\alpha \epsilon$, sectoribus, suscipiuntur æque multiplices ipsam quidem $\alpha \gamma$ circumferentia $\alpha \epsilon$ ipsius $\alpha \gamma$ sectoris, hoc est $\alpha \gamma$, circumferentia $\alpha \epsilon$ $\alpha \gamma$, sector ipsius autem $\alpha \epsilon$ circumferentie $\alpha \epsilon$ ipsius $\alpha \epsilon$ sectoris, circumferentia nempe $\epsilon \gamma$, $\alpha \epsilon$ sector $\alpha \gamma$. Et ostensum est quod si circumferentia $\alpha \gamma$ excedit ipsam circumferentiam $\epsilon \gamma$, excedit quoque $\alpha \gamma$ $\alpha \epsilon$, sector ipsum $\alpha \gamma$, sectorem, et si æqualis, æqualis: et si deficit, deficit. Est igitur (per conuersionem et diffinitionis sexti) sicut circumferentia $\alpha \gamma$, ad $\alpha \epsilon$, sic $\alpha \gamma$, sector ad $\alpha \epsilon$, sectorem.

CORRELARIUM. Et manifestum est quod sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS

GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM

clementorum, Liber septimus.

Ex Campano triplex principiorum genus.

Primum.

Diffinitiones.



Nitas, est qua unaquæque res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus composita. 3 Naturalis series numerorum dicitur, in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum computatio. 4 Differentia numerorum, appellatur numerus quo maior abundat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus compositus dicitur, quem alius numerus metitur. 7 Numeri contra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri ad inuicem compositi siue communicantes dicuntur, quos alius numerus tripliciter unitas metitur, nullusque eorum est ad alium primus. 9 Numerus per alium multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruat, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uero dicitur, qui ex eorum multiplicatione crescit. 11 Numerus alium numerare dicitur, qui secundum aliquem multiplicatus illum producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cum minor maiorem numerat. Et qui numerat, numerantis multiplex appellatur. 13 Denominans, est numerus secundum quem pars sumitur in suo. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodem numero denominantur.

Prima