



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

PROCLI DIADOCHI LYCII

PHILOSOPHI PLATONICI
A C

MATHEMATICI PROBATISSIMI
I N

PRIMUM EUCLIDIS

Elementorum librum

COMMENTARIORVM

A D
VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM

PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM

Libri IIII.

A
FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

*summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quæ
in græco codice omnes desiderabantur aucti: primum (a Romani
linguæ venustate donati, & nunc recens editi.*

*Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrum, atque Autorum:
Electo librorum, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt:
& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum.*

CVM PRIVILEGIO.



PATAVII.

Excudebat Gratiolus Perchacinus

1560.



VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QVAM DE
Proclo capere possit utilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modo, discere viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere sepe tuis.
Omnem summam tractat, vel Dogmata Plato
Qua scripsit Magnus, qua vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,
Et probat, & reprobat prae ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-
mine eius, & Cognomine.

Familiz nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriū? nil aliud quam quod puto.
Ab errore procul ut sunt dicere quædam;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quod Vñm
Vnus successit Philosophis hæret bonis.

In Eundem, & eius Personam.

Antiquam sando Terminus,
Illustremq; Karon qui sapientia
Claram iam mage reddidit.
Tu captis saneas Iuppiter inuoco
Musa principium qua.
Naturalis amoris maximus extitit,
Dinina & Sophia simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis qua Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Ascrumq; polinerit.
Sed quid quod Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem prabeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,

Non quod nomine sis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Anum, qui Draco erat gradu;
Quem mirè quoque Multisber
Produxit genitus patre fulminam
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris
Lapsum suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice calico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit qua Deus est tela Gigantibus
E' calo iaculatus, &
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deūm.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc resistit artibus.
Quare semina proicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes.
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò.
Matris nomine mania
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cum tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Vt sædos tegeret, curribus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proavo totus inhereat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircaï, Iliada, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quod capiat Lupus
Tanquam senus oues (nam Patera Deus
Hinc dictus colitur suus)

*At letare magis quod Lycius Proclus ..
Iactas ignominum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monstro similis, Leo
Cantatur iugiter pectoreq, oreq,
Tum Capra inguine, et horridus
Extremò Coluber, laus Ephyra Ducis.*

*Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius sidera tangere
Posit, Numinibus frui,
Et secum pariter quosque reducere.*

I N E V N D E M A B
Interprete recognitum.

Quantum nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu studiis, Barocioque.
Nam quantum infnuas scientiz, ille
Tantum ponere diligentiz vltro
Conatur, valeant recens vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba; vt sicariis manus dedisse
Iam visus fueris malis, & inde
Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM
Pregatio bona ob Procli restitutionem.

Francisce vt dignus mi pro meritis videaris opto
Sit tibi vita, salus, honor undique; sint tui labore
Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
Cui debent opera Euclidis satès, ille Proclus inquã,
Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi
Solum per se quisque breui bonus. O tibi fit autor
Alte boni bene tanti iterumq, iterumq, dico, et oro
Dũq, Deq, omnes faueant simul, astra, cuncta, q sunt.

*Phoenix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Minerva munera qui suo decori
Restituis, parcis sudoribus, aspicias, nullos
Suptus. quod bene sit his oibus, et bene vsq; in æuum*

A D E V N D E M, D E
eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque:
Κίχων ecce triuisti,
Gaude om̃ amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miscens
Et pares, resonasque,
Quod nunc ip̃a recludunt.
Hoc tam nemo venustè
Munus παλάμῃ, atque
Εἰμὺ: tam κατὰ καίρῳ,
Vnquam condidit ἄλλῳ.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς πατριόται,
Annis sic tener altus.
Felix perpetuo sis.
Μετὰ tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multum te vique rogamus.

*Δικαίῃσιν πρὸς αὐτὸν ἑλλήνισιν
τὸν ἐπίσημον.*

Eλλήνισιν, ἰλλογμῶς τ' εἰ,
ἀλλ' εἰς αἰῶνα ἰπῶ, καὶ πολλὰ
βαλβάρων. εἰ μὲν τῷ χάριτι πῶ
ὡς πῶρ, ἀείδω φωνηέτων
νῦν μετὰ κύκλων, ἐσθ' ὁπ' ὅσον γε,
ὅς με σιωπῇ σου μοῖ ἐπαίνων.
ῥέμβανι τῷ βούλῳσιν, καὶ τοῦθ
ἔμμεν τῷ ἡμῶν ὡς σύμμεν.
ἀμύμητος πίνδαρος οὐδ' εἰς
ἐμὲ γὰρ, οὐδέ τις ὅστις ὁ μῦθος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO.

PATRIARCHÆ AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



MOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisq; causis profluat, nō īmeritō Deum quidē, ex Dñsque genitum eum philosophi, poetæq; finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuersorū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisce uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex celis, elementis, mistisq; constat: quæ quidem omnia iuxta suarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dñj vocantur, vt Cēlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigio quodam, diuinoq; semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & sine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principij rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū prisce autoritatis philosophi, diuiniq; viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendæ pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, & summā

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cū ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suū ipsius Amore, ne ab eo corrūpatur. Cū ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quā humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ propriæ cuiusque rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandæ eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est. quæ id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atque disperdit. Amor autem cōiunctionis parandæ vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iurē autor omnium dicitur, & seruator. Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuique satis, superque perspicuum est, eum scientiarū quoque autorem, & custodem esse: nam (si Aristoteli credendum est) eēdem sententiæ, eēdemque scientiæ sepe numero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atque euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quæ in toto orbe terrarum tum à Natura editæ, tum ab hominibus excogitatæ, repertæque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluua, quibus iā deperierant, atque deciderant: eodemque modo iterū florescent, atque peribunt. Quæ quidem res cū ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ædificia, & cuiuscunque generis animantia (præter ea, quæ diuina prouidentia custodiuit) periere, verū etiam omnis rerum memoria, quæ in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malitia, atque versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetæ) auream agerent. In qua quidē aurea ætate cū rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciēdi de-

sede-

siderio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demū totam Mūdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cōtemplari, necnō modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt sciētię iterum omnes, paruo quasi quodā à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summū suę perfectiōnis euexerint. Pōst verò cum propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctę prouincię deuastatę fuerant, multa præclara priscorum Autorum opera omnibus in scientiis radicibus interierunt: multa excæcata, atq; euerfa in lucem exierunt. Quę nimirum, vel saltem quę in illis continebātur doctrinę, nē penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quędam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hæc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanē ad Deum suum opificem reuertitur, cum per hæc inferiora ipsius pulchritudinem cōtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quā opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cum sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quę alias florere, nunc abolitas propē, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non ne ea, quę prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erāt, hoc nostro seculo tanquam enigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cum persæpe inuestigarem, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quę à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientiis nobis relicta fuere. multę enim, & varię præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cōmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hęc cum multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensē insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quā exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideravi, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileę quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere poterim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cū diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit ut cū essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreae Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ætatis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cū in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq̃ue eos instaurandi desiderio, Amoreq̃ue ardebam. Quapropter ut eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primū Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, ut appellant, quod vnā cum alijs etiam libellis ut transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaelē Campione Procuratore, qui nullam aliā ob rem, nisi humanitate, Amoreq̃ue erga me quodam impulsu maxima in me, beneficia contulerunt. alterū in bibliotheca excellentissimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio profitentis, qui etiam quæ maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cū illhinc discessissem, Patavium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq̃ue Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam ut amicorum meorum persuationibus morem gererem, & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem græcum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iam pridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumq̃ue vidissem, pluresq̃ue ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Meum descendat iudicis aures,
Et patriæ, & nostras, nonumq̃, prematur in annum.
Membris intus positus delere licebit
Quod non edideris. nescit vox missa reuerti.*

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum
Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patauij ex bibliotheca Io. Vincentij Pinelli Genuensis viri tã genere, quã animo, & moribus nobilissimi . Ex quibus sanè omnibus, quæ hucusque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimũ, lucidissimũ, & volumẽ, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primũ renouatæ Phœnicis instar exoritur . De cuius ortu felicissimo primũ Deo summo rerum opifici, deinde Amori non solũ scientiarum, verũ etiam rerũ omnium auctori, seruatoriqũe immortales habendæ sunt gratiæ . Vides igitur, dignissime Patriarcha tum præsentẽ meã lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta sunt, oriunturqũe quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri . Cũ itaq; opus hoc Amore factum à me sit, operæpretium est, vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat . Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia . Amicitia inquam ea, quæ vera Amicitia est . cũ enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundũ : alter, quo vtile : tertius, quo verè bonum, honestumqũe diligimus, quorum etiam vnusquisq; duplex est, siquidem aut simplex, aut mutuus, cumqũe Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tũ nascatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoritur, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem esse . vnã quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : tertiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum . Hæc autem sola perfecta, vera inuiolabilis, atq; indissolubilis est, cũ cæteræ omnes vndiq; claudicent, *φιλία* sint, & violari facili, dissoluiq; possint . Hæc porrò & in rationalibus tantũ animis, & rarò reperitur, quæ à philosophis varijs fuit modis definita . Alij namq; tum ad eius finem, tum ad subiectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definiunt : modò, honestam perpetuæ voluntatis cõunionem . Alij verò, benevolentiam mutuan, non latentem, propter bonum simpliciter, atq; honestum comparatam . Alij præterea, summam omnium diuinarum, humanarumqũe rerum cum benevolentia, & charitate cõsensionem . Alij demũ, aliter . Hæc scilicet ea est Amicitia, quæ maximũ Amoris munus esse mihi videtur . Vtinam aut tale munus Amoris à præsentī meo, Amorisqũe opere mihi daretur . O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duæ vitæ sequuntur . O diuinum lucrum, diuinamqũe Amicitia, quãdo vnus animus duo occupat corpora, vnaq; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterqũe alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit . Diuinam inquam, propterea quòd excepta sapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfecta qũe Amicitia Deus immortalis vnquam dedit . in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-

. . . clarè

clare positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quam virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur, quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est à vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissime semper observandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam convenientiā, cognationemque in tuis, meisque Ideā, fidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfecta coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neque villo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima utilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verum enimvero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum meum in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non graberis, neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineræque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, iutuo semper, & non latenti Amore dilige.

Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

L E C T O R E M.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primæ rerum omnium causæ providentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam operæpretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si Suidæ credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cõmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἔργα καὶ ἡμέραι*, in Theologiam Orphei, aliaque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis aditum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileæ dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpti, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuertit. In quo sanè uertendo quanuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adiiciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio cuius rei causâ multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsa; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unâ pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintuliani non obseruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pædagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmāculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli conuerfione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus præterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutauī, ac ea usus sum figura, quam ὀλίγον περὶ τὸν Græci uocant. Ambiguitates insuper euitauī, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiusmodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Vniiformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quæ quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facile percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores pleriq; græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cum tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quur ὀξυγώνιον, & ἄμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphæra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuerfione non ab re obseruata comperies, unā cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solum communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonice rationes, διαποσάδων nempe, διαπέντε, διαπρασών, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se inuicem interfecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in celis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cum ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonici manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium; quod Anima

P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se præassumpsit . Præterea cùm Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipsam præsumpsit . Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematices partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit . Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hæc scias præ cæteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui tēporis curriculo cupis enadere, præsens Procli doctissimū, lucidissimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

P Ræter ea, quæ communiter de tota tralatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimū animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem quibuscunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperiēs, uerba ipsum cōsequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenierunt, in quibus nōnulla denuo in primo, secundoq; libro, qui iā impressi erant, uaria esse cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q̄ hoc ordine subsequūtur.

- Pag. 25. Lin. 3. { Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur,
uiresq; &c.
- Pag. 29. Lin. 22. { Geometriæ formas appellat, separari autem nos
à sensilibus per huiuscemodi formas, excita-
riq; à sensu ad mentem concedit &c.
- Pag. 76. Lin. 13. { Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Ma-
gis, &c.

Q UONIAM autem in libris imprimēdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præesset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linca
Respiciens	respiciens	3	21
Anti.	autoritate	16	25 In scholijs
Memnone	Menone	26	28 & in scho. Lin. 11. & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14
Quæq;	quiq;	37	22
Excucurrit	excurrit	49	26
Mænechmos	Mænæchmios	64	14
Dixit	dixit	77	11
Corniculari	Lunulari }	109	16
Cornicularis	Lunularis }		
Cornicularis	Lunularis	109	18
Ab re	non ab re	134	17
Propter	præter	135	2
Ad Basim	sub Basi	147	27
Internus	externus	176	10
Anguli	Trianguli	180	35
Ipsi	Ipsis	189	18
Igitur	autem	199	25
Infiniti	Finiti	206	23
Alternim	Alternatim	215	12
Puzostensa	Præostensa	224	19
Problematis	Theorematis	225	17 in scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21
Habebant	habebant }	241	30
		244	31
Summantur	sumantur	250	32
Constitutio	& Constitutio	265	7
Rectangulis	Rectilineis	266	26

Ceterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata pasim reperiēs, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Galium, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scījs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatē maximę spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consiliò, accerrimòq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vilo meo discrimine eum pati in tenebris vltius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrum, & Autorum, quorum hoc
in volumine mentio facta est.

Deorum.

A Mor.	Mercurius.
Apollo.	Neptunus.
Bacchus.	Oracula.
Ceres.	Pluto.
Caelius.	Rhea.
Diana.	Saturnus.
Iuno.	Venus.
Iuppiter.	Vesta.
Mars.	Vulcanus.

Virorum Illustrum.

GElon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniensis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asineus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonius.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.

Dinostratus Meneghmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cots.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neocles.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus.
Ptolemæus.
Pyrrhonij philosophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Milesius.
Theætetus Atheniensis.
Theodorus Cyrenæus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnus.
Varro.
Vitruvius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodorus Andronis discipulus.

ELENCHVS LIBRORVM,
 qui in eodem hoc volumine
 citati sunt,

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
 Bacchæ Philolai.
 Ciuilis, vel de Regno Platonis.
 Commentaria Procli in Timæum Platonis.
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis.
 Commentaria Eutocii Ascalonitæ in libros
 Conicorum Apollonii.
 Commentaria Eutocii in Archimeda.
 Cōmentaria Simplicii in lib. Physic. Arist.
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
 Compendium Elementorum Aeneæ Hie-
 rapolitæ.
 Critias Platonis.
 Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
 Elementa Muscallia eiusdem.
 Elementa Hippocratis Chii.
 Elementa Leonis.
 Elementa Hermotimi.
 Elementa Theudii.
 Epinomides falso Platoni ascriptus.
 Ερμ, καὶ ἄμειβαν Hesiōdi.
 Gorgias Platonis.

Liber Archimedis de Circuli dīmentione.
 Liber Archimedis Aequiponderantium.
 Libri Archimedis de Sphæra, & Cylindro.
 Liber Aristotelis de Lineis infecabilibus.
 Liber Arist. de Diuinatione per somnum.
 Liber Arist. de Sensu, & Sensili.
 Libri Arist. Resolutorii.
 Libri Metaphysicorum Arist. XIII.
 Libri Arist. Moralium Nicomachiorum.
 Libri Arist. de Partibus animalium.
 Libri Arist. Physicorum.
 Libri Arist. de Anima.
 Libri Arist. de Cælo.
 Liber Eudemi de Angulo.
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemi.
 Liber Euclidis Mendaciorum, siue Falla-
 ciarum.
 Liber Euclidis de Diuisionibus.
 Libri Corollariorum Euclidis.
 Libri Platonis de Rep.
 Libri Platonis de Legibus.
 Liber Hippocratis Chii de Locis.
 Liber Procli de motu.
 Liber M. Varronis de lingua latina.
 Liber Ptolemæi, cui titulus est, A minoribus
 quàm duo recti pductas coincidere.
 Liber Apollonii de Cochlea.
 Liber Apollonii Conicorum.
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura
 Lunulæ.
 Liber Io. Grammatici contra Proclum.
 Libri Theurgiarum.
 Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
 Libri Geometrici Menæchmi.
 Libri Geometrici Dinoftrati.
 Libri Geometricarum enarrationū Gemini.
 Libri Vitellionis.
 Meno Platonis.
 Miscellanea Porphyrii.
 Odyssea Homeri.
 Opusculum Plutarchi de vitanda vsura.
 Parmenides Platonis.
 Perspectiua Euclidis.
 Phædo Platonis.
 Phædrus Platonis.
 Philebus Platonis.
 Quæstiones Philippi Mendaci.
 Riuales Platonis.
 Sophista Platonis.
 Specularia Euclidis.
 Symposium Platonis.
 Theætetus Platonis.
 Theologumena Arithmeticæ.
 Theogonia Hesiōdi.
 Theologia Orphæi.
 Timæus Platonis.
 Vita Periclis à Plutarcho tradita.

FINIS.

I
PROCLI DIADOCHI LYCII
COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Essentiæ medietate
Cap. I.



MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, à simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompositas, & indiuisibiles substantias : & partibiles, atq; in multiplicibus compositionibus, varijsq; diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea vitur, & quæ ab alijs principijs alia preparat, inferiorem ipsi dat ordinem, co ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfectè cõstituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectualem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione se cõficiat, resq; ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit : Partibilibus autem, postremamq; naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nacta est : Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq; superioribus, cogitationem. hæc enim mente quidē, supremaq; scientia inferior est, opinione autem perfe-

A ctior,

Cõclusio
vniuersa-
lis.

Cõclusio-
nis pbatio

Platonis i
Repu. &
alijs i lo-
cis cogni-
tionū di-
uisio.

Eorū, quę
sub cogni-
tionē ca-
dunt diui-
sio.

† prog-
redi
Epilogus.

etior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisquę impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quę diuisa sunt, ad mentemquę refert. Quemadmodum igitur ipsę inter se distant cognitiones, ita sanę & quę sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnus formę existentis omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentis. Mathematica autem, & omnino quęcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cum ea quidem, quę intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cum materię sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione præsent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentis notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quę sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumquę in vnum coactam, & impartibilem, & fecundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientem quę imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animę notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohereant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præsentia huiusmodi esse intelligatur. Medium vtriq; complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quę circa materiam partibiles fiunt.

Communia eorum, quę sunt, Mathematicęquę Essentię
principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hisce
duob; re-
rū princi-
piis, & Vni-
causā vide
Platonē i
Philebo.

Quo intel-
lectilia ge-
nera his
principiis
participēt

Principia autem totius Mathematicę Essentię considerantes, ad ipsa regredimur principia, quę per ea omnia, quę sunt permeant, & omnia a seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his nanq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendere potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinitoq; participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idēitatē, firmāq; ac stabilem

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nascuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectibus, occultisque principiis: verum etiā ex ijs, quæ ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibentur verò ab ea, quæ Finis est causa. Numerus enim ab Vnitatē exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totiusque partitulae actu finitæ existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quæ aut verbis explicari, aut ratione comprehendere non posset (quibus sanè ea, quæ in Geometria tractantur, ab ijs, quæ in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimè possent, necque omnes eorum, quæ sunt rationes in seipsis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, & † eam quæ ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quæcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principiis opus est. Postrema verò, quæque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifestè videntur. Infinito quidem quod ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quod ad rationes, & figuras, & formas. Verum quod eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quæ & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

Quo Mathematica ex his orta sunt principijs.

Arguit se cūdo hypothetico rū modo quod Finis, & Infinitū Mathematicarū Essentiarū principia sint.

† eum qui ante ipsum est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principiis fruantur. Epilogus.

Quenam sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata.

Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera perueniant contemplati sumus, eodē sanè

A 2 modo

Divina sci-
entia.

Cōmunes
Mathema-
ticæ consi-
deratiōes.

Socrates i.
8. de Rep.
idē inferi-
i cap. 8. &
i com. 13.
libri 2.

modo cōmunia quoque ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintque tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiusmodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Divisionum, & Cōversionum, & alternarum Immutationum: itemque Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisque oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodque horum naturam quādam habet cōmunem, sui que simpliciore præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoque, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atque dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemque modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunque iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quæ potentis illis subiiciuntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicauit: quippe qui cōmunia cunctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque Numeris obfirmavit, in quibus sanè mensuræ quoque vbertatis, huicque contrariæ sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-
nis pro-
batio.

Oportet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neque postremo, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateque, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoque ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, & eę multæ circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur. dicat enim Geometra quod quatuor Magnitudinibus proportionalibus existentibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quod quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alterna-

tim

tim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositarumque Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multo prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multæ communes suscipiunt rationes: & ad tantas usque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam, ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeo quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi oenset: sed eunctorum, quæ sunt vnā, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes suæ assumunt principia. semper namque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent: illa autem, quæ scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Theæreto Socrates iocosa scrijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quæ in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregasim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa, ea, quæ cognitioni subiiciuntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatæ primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia hæc neq; à nārali Sciētia, neq; à Mathematice cognoscunt, sed à Diuina.

Diuina Sciētia vniuersarū scientiarū capacissima, quam Ari. dominā Sciētiarū vocat i priō post. tex. 23. Socrates in Theæteto.

Epilogus. Priā Philosophia, quā Plato Dialecticā vocat i se primo de Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

Posthæc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ipsæ, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio Platonis i septimo d' Rep. & alijs locis.

Cognitio
nū ppor-
tio secūdu
Platonē .

Mathema-
ticę res co-
gitationi
subiectę
sūt, & Co-
gitatio est
instrumē-
tū iudicās
ipsas.

Socrates i
seprimo d'
Rep.

Idē supe-
rius cap.
primo.

Epilogus.

buit . nam eorum, quę sunt, alia quidem intellectuilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectuiliū alia iterum intellectuilia, alia cogitationi subiecta . & sensiliū alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectuilibus quidem (quę sanē prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam : ns autem, quę cogitationi subiecta sunt, cogitationem : sensilibus verò, fidem : cōiecturalibus autem, coniectandi vim . & eandem rationē coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam . vis enim coniectandi sensiliū spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicuē imaginem referentibus inspiciuntur . quippe quę postremā quodāmodo in aquis sortita sunt sedem , & simulacrorum verē facta sunt simulacra . similiter cogitatio intellectuiliū imagines inspicit ; quę a primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinē, diuisionemq; sunt delapsę . Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus : intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit . Si igitur Mathematicę res neq; impartibilem, ab omniq; diuisione , ac varietate separatam substantiam sortitę sunt, neq; eam, quę sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacuncq; ratione diuisibilem, cui libet manifestum est, quod iuxta suam essentiam cogitationi quidē subiectę sunt : cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis preest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis . Vnde sanē & Socrates obscuriorem quidem harū cognitionem prima scientia determinat, euidentiore verò eo appulsu, qui in opinione positus est . nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod euolutum est, & progrediendi vim habet contēplentur : ea verò, quę in ipsis reperitur rationum stabilitate, quę etiam confutari non potest, opinionem superant . & quod quidem ex suppositione ortum trahāt, id sortitę sunt, iuxta primę scientię diminutionē : quod verò in ijs formis constitutę sunt, quę sine materia existūt, iuxta perfectiorem sensiliū cognitionem . Instrumentum itaq; aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Platonis, statuimus . quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur .

Quę nam sit Mathematicorum generum , ac formarum
essentia, & quomodo subsistat Cap. VI.

Quęstio . SEquitur autem , vt consideremus quę nam dicenda sit Mathematicarum

ricarum formarum, generumque essentia, & vtrum à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in comunem vnā rationem : an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremo in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis ? hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est impossibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educuntur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ipsæ autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit ? vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas ? vbi semper stabiles Laterū rationes ? vbi Angulorum rectitudines ? non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmixta sunt, nullumque in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nā modo igitur immobilibus rationibus ex ipsis, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmamque attribuemus essentiā ? quidquid enim ab ipsis, quæ mouentur ortum ducit essentia, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adijciemus ? quicquid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verum si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quædam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astibulamur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta : si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamque gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris ? quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est metitur ? quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, quæ est Aristotelis.
 Secunda opinio, quæ est Platonis.
 Præmissæ opinionis confutatio.
 Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Conclusio argumenti.
 Alia questio.
 Prima opinio, quæ est Platonis.
 Secunda opinio, quæ est Aristotelis.
 eiusque confutatio.
 Primum argumentum.

Cōclusio
primi ar-
gumenti.

Secūdum
argumen-
tum.

Cōclusio
secūdi ar-
gumenti.

Tertiū ar-
gumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neq; à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius vtique animæ partus, ac foetus, permanentes, æternasquæ patefaciunt formas. Secundo, si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstraciones, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusquæ formis? causas enim vbique demonstratiōibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationē dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quod demonstratiōis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitatiōi subiiciuntur essentia, potius quàm sensiliū essentia cognatiōis demonstratiōibus, magisquæ affinis ostendatur? nam neque si quis (vt dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis æquales habere Angulos, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodāmodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstratiōem, quàm particulare. itemquæ demonstratiōes ex magis vniuersalibus cōstant, atque constantur. ex quibus autem sunt demonstratiōes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntquæ causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, vt quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraquæ sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplantur, quæ à cogitatione comprehenduntur, quæquæ perfectiora sunt ipsæ, quæ à sensu, opinionequæ cognoscuntur. Tertiō autem adhuc dicimus quod animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæquæ magis esse dicuntur, manifestioraquæ à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animā imbecilliolem, inferioremqûe materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipuè sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitationē factæ sunt. Quonā pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisquæ essentiæ primò est particeps, & hinc cognitione,

gnitione, totâque vita repletur, obscuriores recipit formas rîs, quæ ab
ultima eorû, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima reci-
piuntur sede? Verû enimvero huic quidẽ occurrere opinioni, quæ se-
pe à plerisque exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd
si neq; per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, ne-
que per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque
prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est utiq; animam aut
à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem
à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum
imagines? quomodo inter impartibilem, partibilẽque naturam fue-
rint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quo-
modo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum
exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, ac
mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in
ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam
aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet
materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus forma-
rum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à
mente hæc producere, ipsamque formarum plenitudinem esse,
quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad
Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque va-
cua ipsa anima, imò sēper scripta, seseque suapte natura describens,
cū à mente quoq; describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iux-
ta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, Imagoque illius, &
adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo co-
gnoscat, anima quoq; cuncta animando, & si illa per exempla, & ani-
ma per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quòd
nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis
constituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit propor-
tionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum princi-
pia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa
existentes ciet intelligēter. Cunctę igitur res Mathematicę primū
in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur:
& ante apparentes Figuras, Figure + animales: & ante ea, quę cōcin-
nata sunt, harmonice Rationes: & ante corpora, quę circulariter mo-
uentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vber-
tas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, &
à proprio producit principio, & vita seipsum explet, ab opificeque
sine corpore, ac sine dimensione expletur, & quādo suas promit ra-
B tiones,

Cōclusio
trimēbris
ex iis, quę
dicta sūt.

Primum
mēbrum.
Scūdum.
Tertium.
primi mē-
bri cōfur-
ratio.
Primum
Secundū.
Tertium
argumē.
Secundi
mēbri cō-
furatio
Primū ad.
Secūdum.
Tertii mē-
bri cōfir-
matio.
Cōclusio.

Digressio
cōtra Ari.

Cognitio
animę dif-
fert à co-
gnitione
mentis.

Plato i Ti-
meo an-
imā ex om-
ni Mathē-
maticis
formis cō-
stituit.

+ vitales

Quo Mathematicæ res in anima intelligēde sint.

Timæus.

Pulchrū.

causam.

Epilogus.

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque formis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Unitatum multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimēsiōe sunt idea corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūque causas in ipsa collocavit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & solidorum septem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū essentiam in ipsa præexisterunt. Figurarum autem principia, secundum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusque circularis principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū rerum sunt rationes, animas complentes, quas utique rationes promouens, prouolensque cogitatio, omnem Mathematicarum scientiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem semper, aliaque post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes explicans. cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infinitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitque Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, & quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

Superi in cap. 4.

Opus Mathematicæ scientiæ.

Mediæ Mathematicæ scientiæ.

Verū post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnā ipsarum scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus, & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quousq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicæ scientiæ cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. nec sanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm, & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuiusmodi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidē cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas corū, quæ ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus a recordatione quidem sumit initium, in intimas verò desinit rationes, & excitatur quidē a posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū essentiam. nec immobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec motu locali

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non utpotē ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, ut sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasquē cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cū enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quò ad comprehētionem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamquē partibiles sortita sint ordinem, iurē sanē (ut arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum scientiæ duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemquē cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secū dāt, à principijsquē multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Alius enim incohans ad ea vsq; permeat, quę rerū sensiliū absolutiōnes sunt, naturęquē iungitur, & multa vnā cū naturali scientia demonstrat. quemadmodū porro ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumquē rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit considerationē, aliasquē multas scientias, quę sensilibus implexe sunt, per eaq; operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quę in progressibus feruntur cognitiones, suaq; genera, & formas perficit, illis q; assimilat esētjs: necnō de Dñs ipsis veritatē, & de ijs, quę sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Vię quib; præcedit scientia Mathematica

Duplices Mathematicæ sci. vires.

Principia Mathematicæ sci. tū vnū & Multitudo, tū Finis, & Infinitum.

Progressus scientiæ Mathematicæ atq; regressus.

Extremæ cōsideratiōes Mathematicæ scientiæ.

Epilogus.

De vtilitate Mathematicæ scientiæ Cap. VIII.

POSTea verò scientiæ huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' causa Timæus Mathematicam cognitionē erudiendi viam appellat.

† Circum
actionē.
Quid di-
cat Socra-
tes vide i
septimo &
Repu.

Despecu
Platonis
vide Pro-
clū in se-
ptimo de
Repu.

Socrates
in Phæd.

† Prælu-
dium.

Plotinus.

Dialecti-
cas. i. Me-
taphysi-
cas.
Utilitas,
quā affert
Mathe-
matica ad
Philoso-
phiam.
Ad Theo-
logiam.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad vir-
tutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfe-
ctam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque
oculum ad eam, quæ hinc fit + euectionem præparat. Ideo & in Re-
publica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs
excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recrea-
ri, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem,
& à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id,
quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, &
vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque
retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam,
nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque,
ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectilibus, per-
fecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper
diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem
seruantibus, In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tra-
dit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum
nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem eue-
ctionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitatio-
nibus medijs formis pulchritudinum utenti, Musico verò, qui tertiam
sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibi-
les harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri qui-
dem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei
autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelli-
gentis cognitionis + reminiscentiæ est, & ad id, quod verè est, verita-
temque ipsam excitatio: nam hoc quoque propter imperfectio-
nem proprii principij opus est. naturalis enim virtus, & ocu-
lus imperfectum, & morē sortita est. Excitatus est igitur à seipso,
& eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi,
inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, ut cum natura assuescat
incorporea, cumque his tanquam figuris utentem, ad Dialecticas ra-
tiones, prorsusque ad omnium eorum, quæ sunt considerationem du-
cere oportet. Ceterum quod ad Philosophiam Mathematica præcipuam
affert utilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem ut de singulis
quoque mentionem faciamus, & quod Theologiæ quidem intelligen-
tes apprehensiones præparat. quęcunque enim imperfectis scrutatu dif-
ficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Ma-
thematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagi-
nes ostendunt, nam superessentialium quidem proprietatum si-
gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesquæ de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumquæ Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinusquæ sermo, & Philolai in Bacchis, totusquæ modus enarrationis Pythagoræ de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maximè confert, quippe quum rationum ordinem, quo Vniuersum fabricatum est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mundo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicem oppugnant, & conuenientia, consentientiaquæ ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaquæ elementa commensurabilitate vndequaque, & æqualitate comprehensa ostenderit, per quæ totum quoque celum confectum est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, item quæ proprios vnicuique eorum, quæ fiunt Numeros, eorumquæ reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosquæ interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbi quæ ostendens, de omnium natura contemplationem Mathematicis nominibus patefacit, elementorumquæ ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passionem, actionesquæ ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum temporalium dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores fecundos insuper, atque perfectos, hisquæ contrarios, & concinnos viti ministros, inconcinnitatēquæ præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ad deteriorum generationum autorem ponens, morumquæ bonorum indissolubilis perseverantiæ, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusquæ deditæ sunt. quod enim ad totam Mathematicam disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiā tradere, & non ad vnā quādam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est, per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mundo sunt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. Ad Politicam.

Musæi s. de Repub.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. de quo dicendum in commentariis nostris.

Ad mo-
ralem. tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus mora-
lem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordi-
nem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea
virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus
Atheni-
sis hospes
in 2. de
legibus. sanè Atheniensis etià hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem
virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū in super
rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Fi-
guris, aliter autem in Musicis consonantibus, vitiorumque demum excessus,
atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ornatique effici-
mur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclem inordinate, intempe-
rateque vitæ accusans, Geometriam inquit, ac Geometricam æqualita-
tem negligis: in Republica verò tyrannicæ voluptatis ad regiam in-
teruallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū-
tamen quanta cæteris quoque scientiis, atque artibus à Mathematica
Socrates
in nono de
Rep. scientia prodeat utilitas didicerimus utique considerantes quod con-
templantibus quidem, ut Rhetoricæ, atque huiusmodi omnibus, quæ-
cunque in sermone posite sunt perfectionem, ordinemque addit: nec-
non id, quod ex primis, & medijs, atque ultimis ad eius similitudinem
compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum
proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes præposuit:
Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobiles
que formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Phi-
lebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderan-
di indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæc autem omnes in Ma-
thematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos termi-
nantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varie-
tas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur
Socrates
in Philob. totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæteras-
que scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit au-
dientibus.

Quorundam obiectio contra Mathematicas utilitatem,
ipsiusque solutio. Cap. VIII.

AT quidam ex istis, qui ad contradicendum proclives sunt pro-
pter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiæ di-
gnitatem destruere nituntur. Alii quidem bonum ab ea, decusque
auferentes tanquam quæ de istis verba non faciat. Alii verò, utilio-
res sensilium experientias affirmantes istis, quæ in ipsa vniuersæ
spectan-

Prima o-
pinio.

Secunda
opinio.

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmetica, Arithmetica, quæ in Theorematis eſt poſita: nauticamquæ Astrologiam, ea, quæ vniuerſe docet. non enim ditescimus, dicunt ipſi, diuitias cognoscendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoscendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, iſi, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantioreſ. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab iſiſ oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdrminatione iam in composito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate quæ ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipſa in contrariis quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque exiſtit. Hæc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſque variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtentione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemque omnium relatione, cōmunis ſiquidem meſura totius ſcientiæ meſus eſt, à qua principia quoque accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manētibz ſemper, immobilibuſque rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionē cadunt aliter ſe habent quēadmodum opinabilia, atque ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibuſque formis determinata ſunt. Si itaque pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in hiſ etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque eſſe nō debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſque à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius au-

Fundamē-
tū ſecūda
opinionis.

Reſponſio
ad primā
opinionē.

Tria ſunt,
quæ pulchri-
tudine ef-
ficiunt ex
ſententia
Ariſt. 13.
methaph.
1 cap. 3.

Quo tria
hæc i Ma-
themati-
cis ſunt.

Cōcluſio.

Reſpōſio
ad ſecūda
opinionē.

tem

Socrates
in Thea-
teto .
Vide etiā
finē Me-
nonis .
Mathema-
tica scien-
tia pp se
experien-
da est .

Idē i supe-
riori capi-
te .

Mathema-
tica scien-
tia ppter
vitā cōtē-
plandē est
expetēda .
Fūdamē-
tū sūptū
ab anti-
Arist .

Cōclusio .

Idem ait
Arist. in
prio Me-
taph. cap.
primo .

† Sic

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; necessitati studentes iudicare equum ducemus . sic enim ipsam quoq; contēplantem virtutem inutilem esse fatebimur , quæ seipsam ab humanis separat, hæcquē minimē respicere, nec cognoscere appetit. Quod sanē Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit : ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnia eorum, quæ sunt attollit cacumen . Et Mathematicam igitur scientiam , ex ipsa quē contemplationem propter se expetendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est . ad ipsam enim nos deducit, animæ quē oculum ad vniuersorum cognitionem præparat , impedimenta , quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens . Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contēplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus , ita sanē Mathematicæ quoque finem ad mentem , vniuersam quē sapientiam referre oportet . Propterea quæ in ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est . Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quòd nulum cum sit quærentibus propositum præmium , paruo tamen tempore tantum incrementi Mathematica contemplatio suscipit . Præterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, volunt quē omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere . Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates , quæ in ipsis sunt minimē degustarunt . Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum , quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunq; cum materia operantur huiusmodi vsum cōsiderant) sed contrā eius immaterialitatem , ipsi quē soli quid boni esse admirāndum . cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt, & non īmerito, nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortu quē coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur : secunda verò, quæ animam ab ortu seiungunt, id quē, quod est, in memoriam redigunt. † Iurē igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensui quē cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur . omnis nanque ortus, vita quē animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint.

Epilogus.

Alia quorundam Platoniorū contra Mathematicarum
vilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgētes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro sciētiarum excludere, ipsamque tanquam principia sua ignorātem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunque alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contēplationem obiecta fuere. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quod ipse etiam Plato animę purgatricem, sursumque ductricem Mathematicam esse perspicue assueuerat, quippe quę caliginē aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potius conseruandum est, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Minervam, quęque non solum Mercurialium, sed Minervialium quoque munerum est particeps: & quod ipsam ubique scientiam vocat, quodque exercitiis maximę felicitatis causam. Verum quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen a ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim presens erit mihi sermo. Scientiā Plato plerisque quidē in locis, omnē (vt ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ vti nomine videntur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionē diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicu-

Argumentū ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Responsio ad Platonicos.

Homerus in Odif.

Explicat Platonis scientiā.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophista. Socrates in Gorgia.

Plato is diuisio.

C bi

Plato in
Symposio

Quo differe-
rat ars à
sciētia, o-
stēdit Ari-
sto. sexto
Moralium
cap. 3. &
4.

De bono,
& supre-
ma causa
vide Pla-
tonem, &
Proclū in
7. de Rep.
† in princi-
pio, sed in
fine esse.

Destru-
ctio Argu-
menti.

Circa hoc
vid. Plato-
nem in Ti-
mæo.

Epilogus.

hi scientiæ nomen attribuit : experientijs autem nequaquam . res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem , quoniam pacto scientia esset? & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, scientia quædam est. Rursus ita quæ hanc quoque scientiam, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, scientiam appellat . Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertem esse vult : alteram verò ex suppositione scaturire . & illam quidem , quæ suppositionis est expertis, vniuersorum cognoscendorum vim habere : ad bonum vsque , supremamque omnium causam scandere : finemque scandendi bonum illud sibi efficere : hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè † ad principium, sed ad finem tendere . & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea , quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere . vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus , à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs, alijs quidem propinrioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quod Mathematicam à sciētiarum numero Plato expellit, sed quod eam ab vnica scientia, quæ supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quod dicit ipsam sua ignorare principia, sed quod cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare . animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus , aliquando quidem motus principium esse concedit : aliquando aut, à generibus, quæ intelligentiæ subiiciuntur motum ipsum recipere . quadrantque hæc inter se . ijs enim, quæ ab alio moventur quædam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sanè modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta : est attamen scientia , non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subiiciuntur . Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint .

Quæ

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

QUæ autem à Mathematico quis postulare, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conueniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē specie differentibus insunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē prædicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, vt in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quod si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. † Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilincis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt conuenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quædam prorsus proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vt puta triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figuræ. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, vt pote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, conuinci que minimè possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteque præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, vt de his pertractantem: cum verò, qui de intellectibus, stabili que essentia differit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem possunt. Confestim namque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vt pote si alia quidem immobilia sint, alia verò moueantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in 1.
de partib.
animaliū,
& in prio
Ethic. c. 3

Termini,
quibus Ma
thematic^o
iudicandus
est.
Primus ter
minus.

† Illudque,
cui id cō
tingit, idē
est in om
nibus, Tri
angulū æpe,
Triangula
risque ratio

Secundus
terminus:

Arist. pri
mo Ethic.
cap. 3.

Plato in
Timæo.

Metaph. 6.

C a & alia

*Idē vide
apud Ari-
sto. secun-
do Meta.
tex. 16.*

*Tertius
terminus.*

*Quo er-
ret Mathe-
matico d.
mōstrādo.*

*Quartus
terminus.*

*Triplices
debēt esse
Mathema-
ticę demō-
strationes*

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiore. Neque omnino Mathematicam, cæterasque scientias iisdem vti demonstrationibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exiguum ipsis præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrēt, vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū q̃ Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hæc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cum Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspicendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoq; Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaprat rationes. Verùm de his quidem hætenus.

Quæ, & quot sint totius Mathematicę sciētię species iuxta
Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

*Diuisio
Mathema-
ticarū Sci-
entiarū ex
mente Py-
thagoræ.*

*Quorum,
& Quātū
p̃cipalia
Mathema-
tices Su-
biecta.*

DE partibus autem Mathematices post hæc determinandum, quæ, & quot numero sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut
stare

stare, aut moveri. & Arithmetica quidem quod per se est Quotum
contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quā-
tum quatenus immobile est, & Sphericam quod per se mouetur. Cō-
siderare præterea hasce scientias Quotum, & Quantum non magni-
tudinem absolutē, neque multitudinem, sed quod iuxta vtrunq; est
definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpēdere, ne eā,
quæ vtrobiq; est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit.
Cum autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quotum, quod in
sensibus ipsis est, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogita-
tur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cōtem-
platio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam
ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identita-
temq; vnā cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad ani-
mæ complendam rerum opifex suscepit, ex hisq; generibus ipsam
constituit, quemadmodum Timæus nos docuit, dicendum quod iuxta
quidem ipsius diuersitatem, rationumq; diuisionē, ac multitudinem
consistens cogitatio, seseq; intelligens esse & vnum, & multa, Nu-
meros profectò sibi proponit, producitq; horumq; cognitionem
Arithmetica: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cōmuni-
cationē, colligationemq; Musicam sibi cōparat, ideo etiā Arithme-
tica Musicam antiquitate præcellit, cum porro anima quoq; ipsa ab o-
pifice prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rur-
susq; iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens,
Geometriam ex se se deprompsit, vnāq; essentialē Figuram, &
Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphericā.
mouetur namq; ipsa quoq; per Circulos, consistit autē semper eodem
modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare. & pro-
pterea hinc quoq; Geometria Sphericam, vt motum status præcedit.
Quoniam aut cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditam formarū
conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hasce
genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineq;
infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omniū siquidem
principia, pariter q; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipsa co-
gitatione collocavit. cum enim tota ad seipsam similitudinem partium sit,
& vna, atq; indiuisibilis, rursusq; diuisibilis, formarumq; ornatum
educens, Finis, atq; Infinitatis essentialis ex ipsis intellectibus est par-
ticeps. verum intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, ra-
tionesq; varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentiæ hasce consti-
tuere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitæ

Quo Quotum
& Quantum à
Mathematico
consideretur.

Digressio.

Ex quibus Ani-
ma cōstituitur o-
pifex ex Timæi
sententia.

Quo cogitatio
Mathematicas
producat scias.

Anima prius ē
diuisa, postea
collecta ex mē-
te Platonis in
Timæo. & ideo
Arithmetica p-
cedit Musicam.

Geometria præ-
cedit Astrono-
miā, quia motu
prior est status

Cur dicant Py-
thagorei Ma-
thematicam cir-
ca finitum ver-
sari.

Cogitatiois in-
telligentiæ iuxta
suum Finē Ma-
thematicas sciē-
tias cōstituerūt

Infini-

Epilogus.

Infinitatem . mentis siquidem imaginem affertunt , non autem vitæ .
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia , & quatuor sciētiarum diuisio .

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex
mente Gemîni. Cap. XIII.

Alia Mathema-
ticarum Diui-
sio, ex Gemîni
sententia.

Mathematicæ
sciētiæ partes .
Arithmetica.
Geometria.
Mechanica .
Astrologia.
Perspectiua .
Geodæsia.
Canonica, siue
Regularis.
Supputatrix .

Excluditur Ars
militaris à Ma-
thematicis sciē-
tiis, & aliæ .

Hippocrates
in lib. de locis.

Quomodo Ma-
thematicis Ars
militaris utat̃ .

Geometrię duę
sūt species, Pla-
norū considera-
tio, & Stereo-
metria .

RVrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathema-
ticam censent, sicuti & Gemînus . & vnam quidem eius partem in
intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt,
hæcquę attingere . Intellectilia utique appellantes quasunque in-
spectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans for-
mis . Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè
primas, præcipuasquę ponūt partes, Arithmeticam, & Geometriam:
eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Me-
chanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicam,
atq; Supputatricem . Militarem autem artem, eam inquam quæ ad
instruendas, coordinandasquę pertinet acies, quam Græc (*τακτική*)
vocant, vnam aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non
censent, ut quidam alij voluere, sed ut eam volunt, modò quidem
arte supputandi, ut in enumerandis legionibus: modò verò Geodæ-
sia, ut in diuidendis, dimetiendisquę castrorum metationis campi spa-
tijs . Quemadmodum porro eo magis neque historiam scribendi, ne-
que medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet sæ-
penumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis utantur
Theorematibus . Rerum quidem gestarum scriptores, vel Clima-
tum situs referendo, vel vrbiū Magnitudines, & Dimetientes, vel
Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res
in arte sua huiusmodi vñs dilucidando . nam vtilitatem, quæ in
Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit,
ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisque
dixere . Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis ope-
ram accommodat, Mathematicis quidem utetur Theorematibus,
nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem vo-
lens, quę numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra,
suosquę exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā
Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli,
vbi plurimam apparere cupit . Cum autem hæ sint totius Mathema-
ticæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtem-
plationem, & Solidorum dimensionem, quę Stereometria vocatur.
siquidem

Aquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio, quoniam neque Figura [†] ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam ut Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparet, aut diuidat. Itidem Arithmetices distributio est in Numerorum linearium, & planorum, & solidorum contemplationem. Species namque Numeri per se se considerat ab Vnitate procedentes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad tertiam usque accretionem progressus. Geodesia verò, Supputatrixque his (Geometrix inquam, atque Arithmetica) similes in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodesia munus est, ut Cylindrum, aut Conum mediatur, sed rerum materialium accrivos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectibus id assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, ut radijs solaribus: interdum verò crassioribus, ut Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passionem, sed ut sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (*πάσις*) quasdam, & (*μέτρας*) appellans. & nullum quidem conceit esse minimum, ut tacit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi pro mensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque communis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorij tanquam Lineæ vititur, & Angulia, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earum apparentiarum, quæ aliter quàm sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atque alios situs, & distancias, ut Parallelarum coincidentie, vel Quadrangulorum tanquam Circulorum aspectionis: & in vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est umbrarum designatrix appellatur, quæ ostendit quæ fieri possit ut ea, quæ in imaginibus apparerent, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes concinentiarum considerat rationes, Regularum sectiones reperiens, sensusque ubique vtens adminiculo, ac (ut Plato inquit) talis existens, ut menti

Pulchrum.
† in his

Principale Geometrix officium.

Tres Arithmetice partes, linearum, & planorum, & solidorum Numerorum consideratio.

Geodesia, & Supputatrix eodem modo diuisiuntur, quæ Arithmetica, & Geometria.

Quæ Geodesia & Supputatrix considerentur.

Canonica intelligi esse Musicam.

Tres totius Perspectiue partes

Perspectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid consideret, de qua Plato in 2. de Repu.

aures

Mechanicę par-
tes.

Instrumento-
rum effectrix.

Miraculorum
effectrix, quæ
triplex est.

Timæus.

Aequibrantiū
& centropon-
derantium co-
gnitio.

Sphærarum ef-
fectrix.

Astrologiæ co-
siderationes, &
partes.

Gnomonica.

Meteorosco-
pica.

Dioptrica.
Epilogus.

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porro, quas hucusque enume-
rauimus accedit ea, quæ Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quædam
existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materiæ-
quæ coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quæ
(*ὀργανοποιήτις*) vocatur, eorum inquam, quæ gerendis sunt bellis ido-
nea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-
ra, marique obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quæ
(*θαυματοποιήτις*) dicitur, quippe quæ alia quidem spiritibus maximo
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atque Heron
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inæquili-
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, ut Timæus
etiam determinauit: alia verò nervis, Spartisque animatas conuolu-
tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquili-
brantium omnino, & eorum, quæ centroponderantia vocantur cog-
nitio: nec non (*σφαίροποιήτις*) hoc est Sphærarum effectrix ad celestium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiā fabricatus
est: ac denique omnis, quæ materiam mouendi vim habet. Reliqua aut
Astrologia est, quæ de mundanis edisserit motibus, de corporum ce-
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraque
distantiis, ac de omnibus, quæ huiusmodi sunt, multa quidem à
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-
municans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quæ in horarum di-
mensione posita Gnomonum exercetur. Altera est Meteoroscopica,
quæ eleuationum differentias, siderumque reperit distantias, necnon
multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars
est Dioptrica, quæ sanè quinque Solis, & Lunæ, cæterarumque stellarum
distantias huiusmodi Dioptriciis dignoscit instrumentis. Talia de
partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memoriæque prodi-
ta suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarum scientiarum vertex sit, & quæ
sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIII.

Plato in 7. de
Repub.

Vide Epinomi-
dem, qui Plato-
ni ascribitur.

ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Pla-
to Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fa-
stigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipsarum
coniunctio sit, ut tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-
suit. Et dicamus, quod quemadmodum mens cogitationis
superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-
nemque

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sane modo Dialectica quoque purissima Philosophiae pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sane adiuta, & perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, volunturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immerito igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiaque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendat: compositiones insuper, quæ ex principijs producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia confluant, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, non vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidem proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciiori quodam modo in seipsam complectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiuntur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ipsam, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentius suis

Cōiunctio
Mathema-
ticarū, nō
est, propor-
tio, vt vo-
luit Era-
sthenes

Secunda
Mathema-
ticarū cō-
iunctio.
Plato in
Repub.

D reducit

Tertia Ma-
themati-
carum cō-
iunctio.

† p. p. res. sū.
Finis opti-
mus, Mēth.

† ipsum
optimum.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliquè reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumquæ varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudinēquæ, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in
Memnone

Socrates in
Memnone.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumquæ disciplinarum vnde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellatio-
nē, nō sanè (quæadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cum perspexissēt quidē, q̃ omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscentiā est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quæadmodum quæ à sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur; Neque aduentitia, ascititiaquæ veluti quæ in opinione posita est cognitio, verū excitatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumquæ perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscentiæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscentiā esse facillimè cōprobabit. Vnde porro Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quā animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quā cogitans animæ pars: hæc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promittit autem vnāquancq; cum impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fluctuant.

Et sunt. Atqui paribile omne, eius, quæ ad nos metipsos fit, conuersio-
 nis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est, expers
 cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus
 obnoxium, eius, quæ nullis affectibus leditur actionis est impedin-
 tum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in
 ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus:
 & actu scientes esse: & essentialem cognitionem depromere. Dum
 autem vincti, captiuique sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo
 modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc
 itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū
 reminiscētia est. Mathematicaque (hoc est disciplinaria scientia, vt
 sic exponā) propter hanc ea cognitio potissimum nuncupatur, quæ
 nobis ad earū rationū reminiscētiā maximè confert. Et opus igitur,
 atque officium huiusce scientiæ, quale porro sit à nomine fit manife-
 stum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intel-
 ligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū
 essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab
 ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate pro-
 ueniunt: ad Dei planè similitudinem huius scientiæ præsidis, qui in-
 telligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, &
 animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & in-
 quisitione ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, pu-
 rque mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanè nos quo-
 que præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplatio-
 nem perscribemus.

Opus Ma-
 themati-
 ces à noie
 fit mani-
 festum.

Opus Ma-
 themati-
 ces, simile
 est operi
 Dei.

P R I M I L I B R I . F I N I S .

D . Procli

P R O C L I D I A D O C H I
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.



LIBER SECVNDVS.



Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &
quænam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus
eorû, quæ
in priô li-
bro dicta
sunt.



Dubitatio
bimēbris.

Primû mē-
brum.

Primû ar-
gumentû.

Secundum
argumētû

OMMUNIA quidem, ad omnemque Ma-
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-
monibus perspeximus, & à Platone non dissen-
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-
sentem pertinent tractatum colligentes. Posthæc
autem consequens est, ut de ipsa quoque Geome-
tria, deque proposita Elementorum institutione
differamus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post
Arithmetica secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-
gnosci potest, ab Arithmeticiis rationibus determinatur) à veteribus
dictum fuit, nec lōgo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-
teriam considerarem, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam
cognoscentis, utilitasque ab ipsa proueniens, nec non illud, quod à
discipulis comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,
de quibus Geometra differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-
ctilium inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus
vnquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non
pro-

profundam superficiem, vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarum quæ basium figuras omnes, de quibus Geometria docet: Quoniam demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, ut conuinci nullo modo possint: cum sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atque mutabiles existant, omnique sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumque sint progressa: Quod si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæque puræ, & à sensilibus separata: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoque interuallum propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnà cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumque secamus: Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumque, & figurarum accretiones, atque decrectiones, ut puta triangularium, vel quadrangularium: Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus: Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam quod Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereque à sensu ad mentem concedit, tametsi (ut superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūque plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereque tale, quod existentiā quoque in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisque dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterque consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisque gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoque multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (ut cenſeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemque, subsistunt.

Tertiū argumentum

Secundum membrum

Primū argumentum.
Secundum argumentum
Tertiū argumentum.

Quantum argumentum ab auctoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiam Arist. 2. phisico. & 3. de aia Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices
vniuersa-
les formæ
sunt.

Duplex
materia
ex sentē-
tia Arist.
i 7. meta.
35. & 39.
Duplex
vniuersa-
le, quod in
multis est

Arist. 3. de
aia, tex.
30.

Plato in
Timæo.
Phantasia
media est
inter sen-
sū & mē-
tem.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participat, quæque in multis est, & particularia compler, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusque participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est: vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt: altera verò eorum, quæ sub phantasiâ cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquã quo sensilia participant: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasiâ multitudinibus subsistat. Phantasia namque propter motum formatem, atque eò quod cum corpore, & in corpore subsistit: partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talẽ sortitũ est existentia. Vnde sanẽ & mentẽ passibilem quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonã modo non impassibilis est, nec materiæ expert? Sin autem cum passione agit, quopactò adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligentique naturæ comperit: passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes sunt intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omni que impressione, ac passione aliunde adueniente immunes. Vltimè verò, per instrumenta sese exercent, & passionibus potius sunt, cognitiones extrinsecus admittentes, vnaque cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promittque id, quod sub cognitionem cadit: eò autem quod extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionẽ deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quædam est, & forma intelligentiæ. Circulumque vnã cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidẽ materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atque idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum neque in sensilibus. Simul namque apparet distantia, maiusque, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur
insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquenq; etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibi inuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus vero, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur: Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectu, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa consedit natura. Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnus in ipsis existens formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cælo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt namque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, experta magnitudinis ibi: figuræque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, non vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantum, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cum de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponens, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est
circularis,
& triangu-
laris ratio.

Geometria
vniuersale
illud confi-
derat, quod
in imagina-
bilibus di-
tributum è.

Idē vide
superius i
lib. 1. c. 1.

Optimus
finis Geo-
metrici
studii, &
doni Mer-
curialis
opus.
De Caly-
psone vi-
de Plutar-
in opusc.
de vitāda
vīra.

rò, qui in Geometria est circulus) verum vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium verò demonstrationes facere. Cum enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à sensilibus separationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decucurrit, cum cogitatio ipsa ad exteriora inspiciat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus vtatur, à seseque ad exteriora moueatur. Quod si vnquam cum interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atque vniuniformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentielles, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porro Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eū transitum, qui à phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibilique mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est. Per quam cuncta sine interuallo cernet, & sine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo sunt multiangula, omniaque in omnibus, & vnumquodque seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcirco igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper vtimur, huiuscemodique ex hac distantijs. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenita, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verum quæcunque etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producantur. Et quod promit quidem, cogitatio est: à quo autem

pro-

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quâ plurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subiiciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timæo, & in 7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.

Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumque Positionum, & Motuum cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediens, ad Solida autem usque descendens, multiformesque ipsorum differentias inueniens, Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad horum recurrentia principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præiudiciis sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vijs utens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definitionibusque orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demonstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidentibus, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque .n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque passionis sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Tria in vno quæque scientia requirunt subiectum, Accidens, & Principium.

E qui-

Geome-
triæ subie-
cta.
Geome-
triæ acci-
dentia.
Geome-
triæ prin-
cipia.

Quæ sint
quæstio Geo-
metrica.

Quæ sint
quæstio nō
Geometri-
ca.
Duplex ē
quæstio nō
Geometri-
cum.

Geome-
tria nobis
exhibet in-
strumenta
iudicandi

Aristo. 1.
post. t. 42.

Arithme-
tica certior
est q̄ Geo-
metria.
Geome-
tria cer-
tior quam
spherica,
& Arith-
metica, q̄
Musica.
Geome-
tria cer-
tior quam
Mechani-
ca, Perspe-
ctiua, &
Specularia

quidem cōmunia sunt omnibus (licet singulæ propriè ipsis in subie-
cta sibi vtantur materia) genus verò , & per se accidens diuersum .
Geometriæ igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Cir-
culi, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ
autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates,
Applicationes, Excessus, Defectus, huiusmodi omnia . Petitiones
verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat : illud, à quocunque
signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere . Et illud, si ab
æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæ-
que his cōsequentia sunt. Vnde etiā non omne Problēma, nec Quæ-
situm omne Geometricum est, sed quæeunque ex Geometriæ fluunt
principijs . Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit : conuincetur
vtique vt Geometra . Quæcunque autem non ex his, haud Geome-
trica quidem, verū à Geometrica contemplatione sunt aliena . Et
hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum il-
lud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum
dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autē
à Geometriæ principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs,
sed peruersè, vt si quis dicat parallelas coincidere, Et propterea Geo-
metria quoque instrumenta iudicandi nobis, exhibet, ex quibus digno-
scere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à
principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redar-
guere possumus prout errant, hanc habēt promissionem. Alia nanq̄
Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim
de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimum distant? Certior
nanq̄ alia, quam alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à
simplicioribus emanat suppositionibus, quam ea, quæ magis varijs
vtitur principijs: quæque dicit propter quid, quam ea, quæ tantum
rem ita se habere cognoscit: & quæ circa intellectilia versatur, quam
ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hæc certitudinis definitiones, Arith-
metica quidem, Geometria certior est: eius siquidem principia sim-
plicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidē, positionis est expers: Pun-
ctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positionē
susceperit, Geometriæ principium est: Vnitas verò, Arithmeticæ.
Geometria autē certior, quam Spherica: & Arithmetica, quam Mu-
sica. Hæc nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorema-
tum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quam Mechanica, Per-
spectiua, ac Specularia: quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt .
Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum prin-
cipijs

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem
 inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conue-
 niunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theore-
 matum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria.
 Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit
 Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipsa rationes
 etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum
 gnomones secundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in
 Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriæ verò pe-
 culiaria sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam
 habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in conti-
 nuis reperitur. Quæ circa eas proportioncs, quæ exprimi nō possunt:
 vbi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non
 potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus
 habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in
 extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus au-
 tem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria
 transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica
 in Geometriam: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à to-
 ta Mathematica sciētia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem,
 & rationū conuersiones, et cōpositiones, ac diuisiones, hoc modo am-
 babus cōmunia sunt. Quæ verò cōmensurabilia sunt, Arithmetica
 quidem primū inspicit: postea verò Geometria, illam imitans.
 Vnde etiam huiusmodi cōmensurabilia, hæc esse determinat, quæ-
 cuncq; rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum:
 vtpotè quod commensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi
 nanque numerus, ibidem etiam cōmensurabile: & vbi cōmensura-
 bile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria
 quidem primū inspicit: iuxta proportionem autem ab ipsa acci-
 piens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab
 effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trā-
 simus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspi-
 cimus, veluti cum omne multiangulum à nobis in triangula resolu-
 tur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cum qua-
 drangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in nu-
 meris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius du-
 plū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri,
 ille, qui fit à septenario duplus est, vno deficiente. At hæc quidem
 in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithme-
 tices, &
 Geome-
 triæ prin-
 cipia diffe-
 runt inui-
 cem, & cō
 municant.

Quæ sunt
 cōia Arith-
 meticz, &
 Geome-
 triæ theo-
 remata, &
 quæ vtriq;
 propria.

Cōmuniū
 theorema-
 tum distin-
 ctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspicimus. Intelligemus sanē per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi: & cunctis suas accōmodare animaduersiones: & omnium formas in se continere: & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verē sunt circūspicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dñs quidem conuenientes figuræ sint: quæ verò primis essentjs: quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes: & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit: ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionēs: necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. Ex quibus sanē imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialēque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectilium generum: exemplaria verò sensiliū: suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentiam. Per hæcque veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricè verò deijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerum publicarum tradit ornatus: & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendique vi: materiā verò attingens, multas à se se promit

mit scientias ; vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā . Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs . Bellica etenim instrumenta , ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit . Et montium circuitus , locorumque situs cognitos fecit . Mensuras demum edocuit : alias quidem earum, quę in terra : aliās verò earum, quę sunt in mari viarum . Necnon Libras, Trutinasque construxit . Ex quibus æqualitatem iuxta numerum , certā ciuitatibus reddidit . Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit . Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia . Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur , cū nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat . Cū .n. omnes vnā Syracusij nauē illā protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit . Stupefactus autē ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est . Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse , cū corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cōmistarum materiarum pondus comperisset . Hęc quidem Antiquorū plurimi memorię prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes : & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometrię omnino cognitionem , vtilitatemque ostendentes .

Hierō Syracusius .

Gelonis corona .

Quis sit Geometrię ortus, quęque fuerint ipsius inuētores . Cap. III .

ORTUS autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est . Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones . Nec nostris quidem temporibus primū , vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verū in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse . At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memorię proditum est, apud Aegyptios Geometriam primū inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit . Hęc siquidē illis necessaria fuit , propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis . Nec mirum videri conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium . Siquidem quod

Aristo. 1. de cœlo tex. 21. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emensione apud Aegyptios primū.

in

Apud Phœ-
nicas nu-
merorū i-
cepit co-
gnitio.
Mathema-
tici clari.
Thales Mi-
lesius pri-
mus, ab
Aegypto i
Græciam
Geome-
triam trā-
stulit.
Ameristus
Hippias
Pythago-
ras.

Anaxago-
ras.
Oenopi-
des.

Hippocra-
tes.
Theodo-
rus.
Plato

Leoda-
mas
Architas
Theæterus

Neoclides
Leon.

Eudoxus.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet
transitus. Quemadmodum ergo apud Phœnicas propter mercaturas,
atque cōmertia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sa-
nè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
est causam. Cum itaque Thales primū Aegyptum petisset, hanc
cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit,
multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidē
vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ame-
ristus Stesichori Poetæ frater, tanquam qui Geometriæ studium teti-
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Elæus mentio-
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem
Pythagoras eā Philosophiā, quæ circa ipsam Geometriā versatur, in
liberalis doctrinæ figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans:
immaterialiterque, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sa-
nè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non possunt tractatio-
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò
secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam per-
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora ali-
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens
Hippocrates Chius, qui lunulæ qua draturam inuenit, Theodorusque
Cyrenæus insignes in Geometria euasere. Primus namque eorum, qui
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cum
his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Ma-
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter
ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse sese
manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-
quētia: & ubique excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas
Tarentinus, & Thegthetus Atheniensis: à quibus theoremata aucta
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quæ
superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa
quoque construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter
vsum eorum, quæ in ipsis ostenduntur: & determinationem inuene-
rit, quando scilicet quod queritur problema possibile sit, & quando
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,
sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,
quæ

quæ vniuersalia appellantur locupletiores reddidit : & tribus Proportionibus adiecit tres alias : & quæ circa sectionem à Platone sum-
pserat initium, in huiusmodi diffudit multitudinem, resolutionibus
etiam in ipsis usus. Amyclas verò Heracleotes unus ex Platonis fa-
miliaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone
autem versatus, eiusque frater Dinosthratus perfectiorem adhuc totâ
fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathema-
ticipis disciplinis, tum etiâ in reliqua Philosophia præcellere visus est.
Elementa nanque construxit egregie, multaque particularium, ma-
gis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis nsdem tempo-
ribus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum
autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem
in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus au-
tem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegeto prius edita fuerant
hæciora fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos
conscripsit. Philippus autem Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque
in Mathematicis disciplinis ingressus, & quæstiones iuxta Platonis in-
stitutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque
Platonice Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias
perscribere, hucusque scientiæ huius perfectionem producant. Non
multo autem his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & mul-
ta quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo, multa verò perfecit
eorum, quæ à Thegeto reperta fuerant. Ea præterea, quæ a priori-
bus molliore brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes,
quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autem iste vir primi Pro-
lemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris
Euclidis meminit. Qui etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo
interrogatum esse, ne aliqua ad Geometriam capeflendam Elemen-
tari institutione breuior via, respondisse nullam esse viâ regiâ, quæ ad
Geometriâ ducat, Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, anti-
quior verò Eratosthenes, & Archimede (hi. n. vno, eodemque tempore
vixerunt, ut tradit Eratosthenes). Secta aut Platonici, huicque phi-
losophiæ familiaris est. Vnde sane totius quoque Elementorū institutio-
nis finē statuit, earū, quæ Platonice appellatur figurarū cõstitutionē.

Amyclas
Menæch-
mus.
Dinosthra-
tus.
Theudius.

Cyzicinus

Hermoti-
mus.

Philippus
Mendæus.

Euclides.

Primus
Ptolemæ-
Archime-
des.

Eratosthe-
nes.

Platonice
figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina.

Cap. V.

S Vnt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumi-
na,

Euclidis
opera

Perspecti-
ua.
Specula-
ria.
Musica.
Liber de
diuisioni-
bus.
Geometri-
ca Elemē-
ta.

na, admirandę diligentię, peritequę cuiusdam considerationis plena.
Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad
Musicam capeffendam conducunt Elementares institutiones. Item
quę de Diuisionibus liber. Pręcipuę verò circa Geometricam Ele-
mentorū institutionem eum quispiam admirabitur, propter ordi-
nem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorema-
tum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę po-
terat dicere, sed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine.
Adhuc autē omnis generis syllogismorū modos, alios quidē à causis
fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem
inuincibiles, & certos, ad scientiamquę accommodatos. Pręter hos
autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum
inventionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: De-
monstrantem autem, in his, quę à principiis ad quęstita sunt pro-
gressionibus: Resoluentem verò, in his, quę sunt à quęstis ad
principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species,
tum earum, quę simpliciores, tum etiam earum, quę composition-
res sunt, in hac tractatione commodē est intueri. Et quę qui-
dem tota totis conuerti possunt: quę verò, tota partibus, & con-
trā: quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentio-
num continuationem, dispositionem, atque ordinem præcedentium,
& sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiā quodcunque addens,
vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumquę men-
dadium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imagina-
mur tanquā quę veritati adherent, quęquę parientibus sciētiam princi-
piis sunt consequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principiis fluid
errorem, rudioresquę decipiunt, horum quoque perspicacis pruden-
tię Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus
ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediun-
tur, ab omni quę deceptione permanere immunes. Atque hoc sa-
nē volumen, per quod hanc infero nobis præparationē (*παρασκευασ-
τικόν*) hoc est Mendaciorū, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos
ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogita-
tionem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio ver-
rum comparauit, experientięquę ipsi, deceptionis redargutionem
coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiquę vim habet. Ele-
mentaris verò ipsius peritæ Geometricarum rerum contemplationis
institutio, inuincibilem, perfectamquę habet enarrationem.

Liber Men-
daciōrum,
siue Falla-
ciarum.

Quod

Quod nam sit Geometrię Propositum.

Cap. VI.

QUod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ fiunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometriæ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscentem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichios) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā euidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p
positum.Primum
Geometrię
PropositūQuorūdā
opinio.Secundum
Geometrię
PropositūArchime-
des.Apollo-
nius.Geome-
triæ totum
Propositū

Vnde nam ortum sit Elementaris institutionis nomen,

& cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est

Elementorū institutor vocetur.

Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioscos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio, Inscriptio
F quā

Triplex
Theore-
ma.

Elementū
quid.

Elementa
re quid.

Theore-
ma.

Quid sit
Theorema
quod neq;
Elementū
est, neque
Elemēta-
re.

Duplex E-
lementum
ex Menæ-
chmi sen-
tentia.

Petitiones
Theorema-
tū Elemē-
ta sunt.

Cur Eucli-
dis Theore-
mata Ele-
menta vo-
centur.

Difficile ē
Elementa
cōstruere.

quam habet rationem, ut sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia verò Ele-
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicis-
sima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnis-
quæ dictio, atque oratio ex his constituta est; ita sanè totius quoque
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-
torumquæ accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendū,
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contempla-
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum quic-
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-
mentarium vim. Rursus autem Elementum (ut ait Menæch-
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-
firmatur Elementum est. ut Primum apud Euclidem Secundū,
Quintiquæ, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterum
alterius Elementa esse dicentur. Mutuò enim confirmantur.
Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &
e contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptioniquæ huiusmodi
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in
quod cum sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur; verum ea, quæ
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-
do in Arithmeticis quoque, in Astronomicisque Elementares in-
stitutiones multi conscribere. Difficile autem hoc est, eligere
quidem, commodequæ in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modum per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destrucentes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositum continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum namque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis comprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionem. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contemplationem maxime confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionem, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à communibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæsitam migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ipsidem vñs cognita fiunt, vt Scaleni, Acquirurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuersis
modis mu-
ti Elemen-
ta tradide-
runt.

Condones
quæ requi-
runtur ad
optimam E-
lementorū
institutio-
nem.

Euclidis
Elementa-
ris institu-
tio oēs iā
dictas ha-
bet condi-
tiones. Et
ideo om-
nes aliorū
institutio-
nes excel-
lit.
Cur quæ-
dā ab Eu-
clide præ-
termittant

Apollo-
nii.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo.

Cap. VIII.

Vniuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

F 2 nunc

Prima phi-
losophia.

Nulla scia
sua demō-
strat prin-
cipia.

Motus, vt
suppositio
principiū ē.

Euclides.

Quo differ-
rant inter
se Pronun-
tiatū, Peti-
tio, & Sup-
positio ex
sententia
Ari. 1. po-
ste. tex. 25

nunc edocebimus. Quoniam hanc scientiam (Geometriam inquā) ex suppositione constare dicimus, ex definitisque principijs reliqua, quæ sequuntur demonstrare (vna enim tantum absque suppositione est, reliquæ verò omnes ab illa sua assumunt principia) necesse est vtrique Geometricam Elementorum institutionem construendam seorsum quidem scientiæ tradere principia, seorsum verò, quæ ex principijs fluunt cōclusiones: de quæ principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia consequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque scientia sua demonstrat principia, neque de ipsis verba facit: verum circa ipsa per sese sibi facit fidem, magisque sunt ei euidentia, quam quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per sese, hæc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philosophus à definito rationes propagat principio, motum esse supponens. Ita Medicus, cæterarumque scientiarum, atque Artium vniuscuiusque peritus. Quod si quis principia, & quæ de principijs sciant in idem permisceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quæ nullo pacto inuicem conueniunt. Principium siquidem, & quod ab ipso emanat, natura ab inuicem distincta sunt. Primum itaque (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs consequentia sunt, distinguenda erant. Quod sanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) suorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cōmunia scientiæ huius exponit principia. Deinde ipsa quoque communia principia in Suppositiones, Petitiones, Pronuntiatasque diuidit. Differunt namque hæc omnia inuicem, nec idem est Pronuntiatum, & Petitio, & Suppositio (vt alicubi diuinus Aristoteles asserit) sed cum quidem, & addiscenti cognitum, & per sese credibile fuerit quod in principij assumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum est: vt, quæ eidem equalia, ad inuicem quoque equalia esse. Cum verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per sese fidem faciat, verumtamen ponit, conceditque id assumenti, tale suppositio est. Nam quod Circulus sit eiusmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præsumpsimus: verum audiendo, absque demonstratione concedimus. Cum autem rursus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiscente concessum, assumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: sicut, omnes rectos angulos equales esse. Hoc autem hi manifestum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per se se concedi potest, pertractare studuerunt. Ac iuxta quidem Aristotelis doctrinam hoc modo distinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppositio.

fitio . Sæpenumero autem omnia quoq; hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt . Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata : iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur . Rursus autem, quæ ex principijs scaturiunt , in Problemata , Theoremataq; diuiduntur . Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesq; prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia : Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia . Quæadmodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes; eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpserunt . Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt , quemadmodum Speusippi, Amphinomiq; Sectatores, arbitrati scientijs contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quam Problematum . Præsertim cum de æternis verba faciant . Ortus enim in æternis non est . Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit : ortum, affectionemq; eius, quod prius nō erat enuntiando, ut puta Aequilateris Trianguli constitutionē, vel Quadranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem . Melius itaque (inquit) est, dicere quod omnia, huiusmodi sunt . Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes . Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè suscipi dicemus . Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant : Quemadmodum qui Menegmum secuti sunt Mathematici . Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem quæsitum comparare, aliquando verò cum determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus . Et rectè quidem utrique dicunt, Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt . Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanices, Sensilia nanque ea sunt, ortumq; habentia, & cuiuscunque generis mutationem, Et qui Menegmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt . Siquidem neq; Theorematum inuentiones, absque in materiam accessu esse vllō modo possunt : materiam inquam intellectualem . In illam itaque rationes progressæ, ipsamq; informantes, non immeritò utique generationibus assimilari dicuntur . Cogitationis nanque nostre motum, rationumq; in ipsa existentium productionem : Figurarum,

Stoicorū
opinio.

Quæ à pri
cipiis ema
nat in Pro
blemata,
Theorema
taq; diui
duntur.

Speusippi,
& Amph
nomi opi
nio .

Eorū fun
damētum.

Menæch
mi opinio.

Munus p
blematis
duplex se
cundū Me
negmum

Duarū su
periorum
opinionū
cōciliatio.

Intelligi
bilis ma
teria.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- quæ mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometri- ca, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Pro- fus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta au- tem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematicis egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæriti Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnum- quodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumquæ opposi- tum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipe- re symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, utputa Triangulum, vel Qua- drangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, utputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Posi- tionem, vel aliquid aliud huiuscemodi. Cum igitur ita quispiam pro- posuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Proble- ma dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusquæ super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, ut & non æquilaterum constitutur. Cum autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema eum proponere dicen- dum. Fieri enim non potest, ut non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa si quis Problematicè for- mans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geo- metriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamquæ ma- teriam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponen- dum est. Ut datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in par- tes æquales secare. nam fieri potest, ut in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilincum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispe- scere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrāgulum descri-

Aliorū o-
pinio, in
quo diffe-
rat theore-
ma à Pro-
blemate.
Materia
Problematis,
& theore-
matis,
quid.
Prædicatū
symptoma
quid.

describi . Atque omnia quæcunque id genus sunt , in Problematum veniunt ordinem . Sectatores autem Zenodori , qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris , Andronis verò discipulus , Theorema à Problemate distinguebant , quatenus Theorema quidem quæris quid sit symptoma , quod de ea , quæ in ipso est materia prædicatur : Problema autem quo existente , quid sit . Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt , perquam quæritur sit nec ne : Problema verò , Propositionem , in qua quæritur quid est , vel quale quid est . Et illam quidem , cõtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant , vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora , omnisquæ Aequicruris æquales sunt , qui ad Basim sunt Anguli : Hanc verò , problematicam , veluti quærentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere . Differe enim (dicebant ipsi) absolute quidem , atque indefinite quære sit ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineæ rectam Lineā ad Angulos rectos erigere , & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere . Ceterum quod quidem nonnulla sit inter Problema , & Theorema differentia , ex his , quæ iam diximus manifestum est . Quod autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata , partim verò Theoremata , hoc ex singulis manifestum fiet . Siquidem ipse quoque in fine eorum , quæ demonstrantur adiecit , interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum , illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix . Licet enim (vt diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit , veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia , nam vt ostendamus quod id , quod iussum erat , factum est , Demonstrationem assumimus : quandoque verò , ipsa per se se digna est , siquidem Quæsitæ naturam in medium afferre potest . Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem , ipsisquæ alternatim vtentem , vt in primo libro : Interdum verò alteris abundantem . Nam quartus quidem liber totus Problematum est , quintus verò , Theorematum . Totidem de his etiam à nobis dicta sint ,

Quo differat Theorema à problemate iuxta Zenodori opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonij sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata, hæc, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum. Cap. VIII.

Posthæc autem cum primi libri Propositum determinauerimus,
diui-

Primi libri
Propositū.

Maximè
primæ, &
principalis
simæ Recti-
lineorū Fi-
guræ Triā-
gulum, &
Parallelo-
grāmum.

Triangulū
æquilaterū
trium Ele-
mentorum
est proxima
causa,
Quadrangu-
lum vero,
vnius.

Præ par-
primi libri
eiusq; pro-
positum.

Secūda, &
eius propo-
situm.
Tertia, &
eius propo-
situm.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitio-
nibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineo-
rum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque
ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior
sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad
intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens
est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intel-
lectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, &
vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod
autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero
crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, princi-
palissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquam,
& Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elemento-
rum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atq; Scalenum,
& quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, &
Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitu-
tæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadran-
guli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò
ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium
Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangu-
lum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum
toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elemento-
rum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam,
quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum ro-
tæ inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Diuisio

Cap. X.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima qui-
dem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta An-
gulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit
adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum nanque
vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat,
interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atq; inæqua-
litatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit.
Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Pa-
rallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes de-
scribens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Ter-
tia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem
ostēdit,

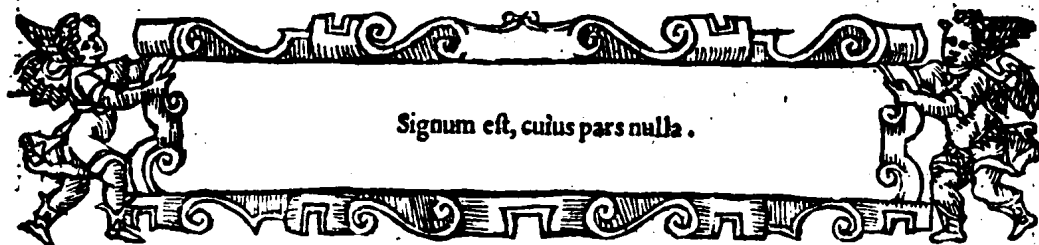
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparisonibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac deniq; de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum sit, ad ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis sit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INCIPIENTES autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu *Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.* ostendentibus quod vtrique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus explere vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit euectionem negligere.

Pythago-
reorum
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositionibus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie autem ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sæpenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cóment.
primum.

Geome-
tra pgre-
ditur à cō-
positiori-
bus ad sim-
pliciora.

G sim-

Qd ubi nā
Termini
Terminati
tis præcel
lāt, & ubi
Termina
ta, Termini
nis.

In immaterialibus
rebus simpliciora præ
cellunt compositioni
bus.

Termini
imaterialibus
præcellunt Ter
minatis imaterialibus.

Ratio.

In materialibus
rebus compositiora
simplicioribus
præcellunt.

Terminata materialia
præcellunt Ter
minis materialibus.
Ratio.

Cōfirmatio
eorum
quæ dicta
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspicatur. Dico itaque quod ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorum, compositionum subsistentia. Proptereaquæ & in Mente, & in Ornatibus tū medij, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur; & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemquæ habent ascititiam, compositiores sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæquæ in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur, rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitquæ ipsi adueniens, & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsistentibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quod in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntquæ deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamquæ simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulquæ distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaquæ simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existētibus, in materia alia quidem præcipue, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum fortite sint locum: & formarum aliarum quidem magis vniformes sunt, aliarum verò, magis multiplicantur: & aliarum quidem aggregatas suas habent potentias, aliarum verò in Interuallum tendentes: & aliarum quidem Fini vicinæ sunt, aliarum autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verū tamen alię quidem ab vno, aliarum verò ab altero ortæ sunt, eiusquæ magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latēter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusquæ omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinite naturæ magis est particeps. Quapropter eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaquæ omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundū Extremorū distantiā, aut ex eorū sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Si quidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cū ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cū autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantū omnia existens. Vtquæ paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatē in principijs superiorē tenent locū, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cōpositionibus factę rationibus. Materia namq, harū clarius potest fieri particeps, ad hasquæ potius quā ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic
Duplicem
materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarū
imateria-
lium ordo

Respondet
raciōe o-
bjectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani. huiusque magis, quàm formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est huiusmodi Terminos (Corporum inquã) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiusmodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarum Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseque constabiliunt. Axes autem ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicue non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atque incessabilis motus præbitrices. Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiae vim, & æternam; & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūsilire. Aliæ autem magis reconditæ, abstrusæque orationes Opificem quoque Mundo aiunt asistere Polis insidentem, suoque diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheg Sigillum appallandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitæ largitur, inexplicabile, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocavit. Centro siquidem manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis asistunt Dii, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Digressio

Stoicorum opinio, ipsiusque opugnatio.

Cetra quod faciunt.

Axes.

Poli.

Pla. in 10. de Rep.

Pythagorei quæ de causa Polum Rheg Sigillum appellabant. Cur centrum Iouis carcerem.

Dii Polorum.

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cœtra quidem Sphærarum omniū, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes, Sphærę autem ipsę Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verum hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilem, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodque isti, quatenus primarum, & maximè principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso sortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt insipientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt; verum impartibiliter, atque vniuniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Significationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Linę formam. Vnde sanè Timęus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet namque Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē,

hoc

Dij Axis.

Propria
opinio.Quorūdā
duplex o-
pinio, pri-
ma Stoico-
rum, secū-
da Aristot.
Quo isti
Termini
subsistant.

Timęus.

Quilibet
circularū
Linea tā-
tum est.
Pla. in Ti-
męo, vide
etiā Arist.
i tercio de
Cœlo.

Dupliciter
vnitas cō-
sideratur.

Duplici-
ter Signū
cōsiderat.

Dubitatio
Solutio.

Solum Si-
gnū i Geo-
metria par-
tiū expers
est, & sola
vnitas in
Arithme-
tica.

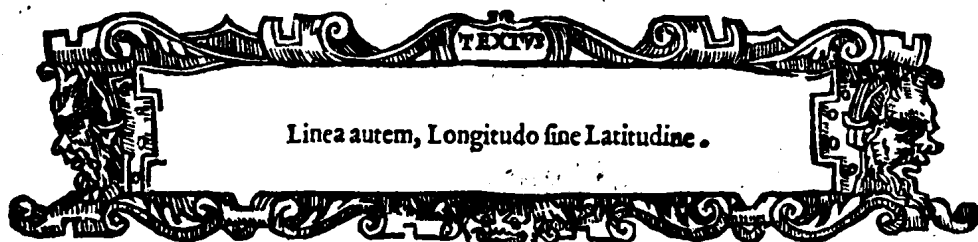
Finis Di-
gressionis
Cur Eucli-
des à par-
tium nega-
tione Si-
gnum de-
finiat.
Parmeni-
des.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam. & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam absumit impartibilitatem. Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix, alia verò vt substrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam. Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vt cunctq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias: particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principijs contemplationem producenti, & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere: hancque intueri simplicitatem, quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmetica. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in præfenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia. & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur. At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum, hic verò, simplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam scientiam. Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus, neque imperfectam ipsam esse posuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est. hoc siquidem ipsi tantum deest, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum est. meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit. Omne siquidem principium diuersa ab eis, quæ scatent à principio constat essentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

ciunt proprietatem . Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiuscemodi doctrina perspicuum fit . Fortē autē quispiam dubitet . Quomodo cuncta per Formas, & par-
Dubitatio
 tibiliter Phantasia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figu-
Solutio.
 ram non cadentium, Figuras in medium afferens . Ad quā sanē am-
 biguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantū est, neque impartibilis : Verūm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum. Nā si par-
Fundamē-
tum .
Primū ar-
gumentū.
 tibilis esset tantū, non vtique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistentes obscurantibus . Si-
 quidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus contine-
 tur Figuris : verūm per secundas priores delentur . Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō
Secūdū ar-
gumentū.
 esset inferior, neque per Formas operaretur . Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + constatam, conspersamue promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cogni-
Cóclusio.
+
Cónsolutā
promere
&c.
 tionem cadunt, ad ipsam penetrantium : desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum . Quod si huiuscemodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa . & iuxta illam, Signum præcipue essentiam habere dicendum . Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est. Duplicem ergo vim com-
Phantasie
duplex
vis .
Definitio
Signi secū-
dū Pytha-
goreos, &
eius expo-
sitio .
 prehensens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter . Quoniam autem Pythago-
 rei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, consideran-
 dum quid nam sibi velint . Quod itaque Numeri quidem magis im-
 materiales, magisque puri, quā Magnitudines sint, & quod Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est. At cū dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quod vtique Vnitas qui-
Vnitas, &
Numerus
in opinio-
ne subsi-
stunt.
 dem, atque Numerus in opinione subsistunt . Numerum dico, Monadicum . Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtpu-
 ta Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plu-
 res : Figuraque carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phanta-
 sia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectualem materiam. Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omni-
Intellecti-
lis mate-
ria .
 que Interuallo, ac loco immunis. Ha-
 bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasiæ gremiis apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio
secunda.



Côm. se-
cundum.

Aliæ Li-
neæ defi-
nitiones.

Digressio

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficieci, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principium sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à cæteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cum ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existentiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Cæterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionē correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

Interuallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam,
 Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus.
 Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil
 mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari :
 quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab
 Vnitate procedentes, hancque seruire rationem ad Signum, quam illi
 ad Vnitatem : participare verò vnumquodque sui proximi superioris,
 & eundem ad propinquum, adque sequens habere gradum, quem il-
 lud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem ha-
 bere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem : hancque Ternarij
 quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et pro-
 pterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam ve-
 rò, Triadicum, Vterque igitur ordo rationem habet. Principalior au-
 tem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum,
 quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est,
 vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum tāquam Termi-
 nus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eo-
 rum, quæ sunt imitatur naturam, Quapropter Vnitati quoque pro-
 portione respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primum, vbi
 paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē
 Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat
 Interuallo, Dyadicaque propter progressum : si .n. infinita sit, indefi-
 niti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis,
 Vnde, & Quò. propter hæc utique Totalitatē imitatur, ordinemque
 illum sortita est. Quæ etiam perfecta est Vnitas, & duo gignit. hæc
 enim progressum in Longitudinem, protulit : nec non id, quod por-
 recte, & vnico distat Interuallo : Binarijque materiam. Superficies
 autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figura-
 rum receptaculum, primamque formam, atque speciem susceperit,
 Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primum : Binario
 verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tri-
 pliciter distet, per Quaternariumque Numerū rationes omnes com-
 prehendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē,
 in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vni-
 uersorū in tres partes diuisio, vnā cum Quaternaria proprietate, hoc
 est genitrice, atque feminea. At hæc quidem fusius pertractari possunt.
 Lineam autem rursus secundam existentem, iuxtaque primam ab im-
 partibili natura motionem constitutam, non immerito Pythagorco-
 rum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterum quòd & Signū

Arist. pri-
mo de coe-
lo tex. 2.

Exemplum.

Signū du-
plex.

Oraculū.

H post

Cur Pythagorei
Lineā Dia-
dicam ap-
pellabāt.
Parmeni-
des.

† hoc nāq;
Finis Di-
gresſionis
Notio Li-
neæ iuxta
Apollo-
nium.

Pulcherri-
mus Lineæ
ſenſus.

poſt Vnitatem, & Linea poſt Binarium, Superficiēſq; poſt Ternarium ſit, Parmenides etiam alicubi oſtendit, ab vno Multa primū negatione auferens, deinde Totum. Quōd ſi Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasq; ante Signum erit. ſiquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta ſint dum accuratius naturam eius contemplantur. Admittemus autem Apolloni quoque ſectatores dicentes, quōd Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantū, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crasſitiemq; ſubiungimus: ſed vnicam dūtaxat conſideramus diſtantiā. Quemadmodum ſanē, cū etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cū autem Puteos, Solidum. omnes. n. diſtantiās ſimul colligentes, tantū eſſe Putei ſpatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Senſum autem ipſius Lineæ habuerimus vtrique, ſi diuiſiones locorū lucidorum, ab obumbratis inſpexerimus, nec non ad Lunam, quæ ſuper Terram eſt. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet diſtantiā: Longitudinem autem habet, quæ vnā cū Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio
tertia.

Lineæ autem Extrema, ſunt Signa.

Cōm. 3. OMne cōpoſitum à ſimplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumq; imagines in Mathematicis principiis palam ſe ſe offerunt. Cū. n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeſtē videtur ipſam per ſe ſe infinitam facere, quippe quæ propter proprium progreſſum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, ſuamq; intolerabilem audaciam ſub Terminū, Finemq; redigit, cū ab illa coerceatur: ita ſanē Linea quoque Signis apud ipſam exiſtentibus terminatur. Cū. n. Binario ſimilis ſit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarii naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in ſenſilibus Signa ipſa, quæ in Linea ſunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præeſtitit quidem partiū expers Signi Ratio, progreſſa autem illinc ipſa longē prima cum Interuallo ſeipſam conſti-

Intolera-
bilis Bina-
rii audacia

Digreſſio

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequaque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cum .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineæ occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hic verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret utique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quæ ipsis participant, iuxta causam præcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Præterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem ut vtrinque terminata, atque finita: ut in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum equilaterum constituere. Et ut partim quidem infinita, partim verò finita: ut in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et ut ex vtraque parte infinita: ut in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cum sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem neque infinitæ, neque cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus. n. quandam circumferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figuræ perficiendæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se coeunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperies utique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis
Notandum

Prima propositio primi Elementorum.
Vigesima secunda propositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra consideratur,
Dubitatio

Solutio.

inueris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

Definitio
quarta.

RECTA LINEA EST, QUÆ EX æquo inter sua Signa sita est.

Cēm. 4.
Diuisio Li-
nearum secun-
dum Plat.
& Arist.

Pla. in Par-
menide.

Arist. 1. de
coelot. 5.

Dubitatio
Xenocrati-
tis.

Apollo-
nius in li-
bro de Co-
chlea.

PLATO quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam utique, & Circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunque per Solidorum sectiones producuntur curvarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, asferre imaginē. hoc nanque nullam habet partē, quemadmodū ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autē post Vnū, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitū, & Mistum, per hæc Linearū, & Angulorum, & Figurarū species in rerū natura producuntur. & Fini quidē Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionē respondent: Infinitati verò, Rectū iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriē cōpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autē, quod in his omnibus est, Mistum illic existenti. Lineæ nanque mixtæ sunt, ut circunvolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apſides: Solidæ verò, ut Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mixta. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantūmodo simplices Lineas, verū quandā quoque tertiā dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrū describitur, quando, dū recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiē, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc est implexa, circunvolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundū partium similitudinē adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quæ quidē passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cōpetit. Planæ namque Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnō eius, quæ circa Conū, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola aut

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiā Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Lineę tres sint, & non duę tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiusmodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoq; docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quę natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricę verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoq; Generationem manifestare. Oritur. n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Rectęquē Geminus cū ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quę ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens produceretur, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla. n. alia ipsam præcedit Linea, quę sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est. eius. n. quę hoc modo mouetur Extrema cū æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cū inæqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quę bipartita fit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineę generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse. in hac. n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiā secundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim rectę Lineę terminate vtrius quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

Solutio.

Digressio

Pla. in Ti
mo.

Timæus.

Linea re-
cta cuius
fit Nota.
Circunfe-
rentia cuius
Nota fit.Duę, quę
à Deo sūt
Vnitates.Finis Di-
gressionisPonderat
definitio-
nem Eucli-
dis.

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum procul-
dubio describet, eius autē Centrum, manens rectę Lineę Extremum
erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens
fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat;
Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur.
De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini
proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā
Finis ad omnia ea, quę sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplici-
bus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim
producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reli-
qua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne
mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū,
quę in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Ani-
ma quoq; Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassum-
psit, vt omnem, quę in Mundo est Infiniti coordinationem, om-
nemquē Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Cir-
culari verò regressum ipsorum constituens: atque illo quidem in mul-
titudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nō
solum Anima, verū etiam ille, qui Animam produxit, hasquē poten-
tias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cū enim
omnium eorum, quę sunt, principiū, Media, finesquē præassumpsit,
rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Pla-
to. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad sesequē re-
uersus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē
est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immacu-
lata, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusquē assistentis proui-
dentia. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quę in sese coit-
actionis, quęquē ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē ter-
minum omnibus dominatur. Cū itaque duo hęc principia Rectum
scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso preposuisset,
duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agen-
tem, intelligentiumquē essentiarum effectricem: alteram verò iuxta
Rectum, sensilibusquē ortum præbentem. Quoniam autem Anima
medium inter intelligentia, sensiliaquē sortitur locum, quatenus qui-
dem intelligenti cohæret naturę, iuxta Circulum agit: quatenus ve-
rò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū For-
marum ad ea, quę sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineę
definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per
quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Si-

gna

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distantia, tanta est rectæ, quæ ab ipsis terminatur Lineæ magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circumferentia, vel etiam in alia quadā Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineæ spatium, ipsorum distantia superat; omnisque Linea præter rectam hoc pati videtur, Quocirca iuxta communem quoque notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiā inquit: eos autem, qui non per rectā, à necessario plurimum aberrare. Plato autē rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum posita sunt pati necesse est: quæ verò in Circuli Circumferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariū est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoque tunc Solē dicunt deliquiū pati, cum ipse, & Luna, nosterque oculus in vna fuerint recta Linea. tunc. n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectæ Lineæ passio ostenderit vtiq; quod in his etiā, quæ sunt, iuxta processus, qui à causis emanāt, Media quidem Extremorum distantiam, adinuicemque cōmunicationem, diuidendi vim habent. quæadmodum sanè iuxta regressus, quæ etiā ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineā, minimā earū, quæ Terminos habent eosdem. Cum. n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdē Terminos habentium minima est. si. n. quædā fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineæ definitiones, in eisdē recidunt sententias. Exēpli gratia, quod in suis constituta est extremitatibus. & quod nō est pars quidē ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q̃ omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quod extremis manentibus, ipsa quoque manet. quod demū cū vna, quæ sit sibi specie similis Figurā non perficit. hæc. n. omnia rectæ Lineæ proprietatem expriment, quā habet ex eo quod simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremū progressum. hæc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineā Geminus, primū quidem in Incompositam, & Compositam, vocat autem Cōpositam, refractam, Angulumque efficientē; reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositā, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producit. Figurā facere dicens, Circularem, Clypeiūque Lineam, quæque Hæderæ similis est: non facere autē Rectanguli, Obtusanguliūque Coni sectionem, Conchæ

Definitio
rectæ Li-
neæ secun-
dum Pla.

Pulchra d
rectæ Li-
neæ passio
ne in iis,
quæ sunt,
cōtēplatio
Defo re-
ctæ Lineæ
secundum
Archime.

Multæ re-
ctæ Lineæ
defōnes.

Alia Li-
neæ diui-
sio secūdu
Geminū

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incōpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoïdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Ista autē sectiones alias quidē à Menēchmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Eratosthe-
nis Penta-
metrum:

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epi-
grāma.
Conicę se-
ctiones
Spiricę se-
ctiones

Tres Lineas in quinq; sectionibus spiricas cum inuenisset

Perseus, harum causa Dñs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equine similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spārium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoïdes Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariē igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliū partium, quemadmodū ceteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vna verò mista circa Solidum. Idque euidenter Gemīnus demonstrat, cum insuper demonstrasset, quòd si ad similium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum, Hædere

Tres solæ
sunt Lineę
partium si-
milium

Theore-
ma Gemi-
ni.

Hedereque similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesque cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsenti esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasque duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasque, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, qui de simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ort^u Spiricarū, et Cōchoi dū, & Hædere similū Linearum.

Cur Euclides duas tantū Lineæ spēs tradiderit



Superficies aut est, quę Lōgitudinem, & Latitudinē tātūm habet.

Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quæ duplici distat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tātūm] duobus Interuallis adiecit, vtpotē tertio Interuallo in superficie non existente. hæcque negationi Crassitudinis æquipollet, vt hīc quoq; Superficie ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentia compareretur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idem declarantes. Superficie autē cognitionem nos habere dicunt, cū agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficie definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 3.

Qua de cā
Pythago-
rei Ternario
Supficiem
asimilari di-
cebant.

re, vmbbras inspicientes. cū .n. ipsæ sine Crassitudine sint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non possunt, Latitudinem tantum, atque Longitudinem habent. Pythagorei autē Ternario ipsam assimilari dicebant. Quoniā sanè omnibus, quæ in ipsa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima est causa. Circulus .n. qui Orbicularium principiū est, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulū autem cū omnium Rectilineorū principatum teneat, vnde quaque manifestum est, quòd Ternario clauditur, & iuxta illum Formam susceperit.

Definitio
sexta.

Superficii verò Extrema, sunt Lineæ.

Cóm. 6.
Digressio

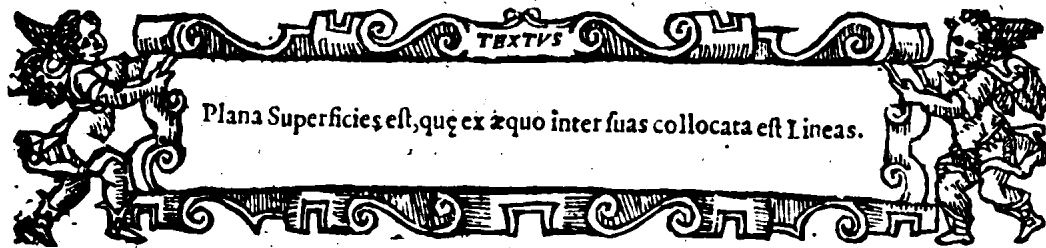
Vnū hic,
pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū est, quòd omne proximum quolibet eorū, quæ sunt simplicius, Terminū cuiuslibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationē perficit, atque determinat: & Natura, Corporū Motionem; & ante hæc Mens, Animæ conuolutiones metitur: ipsiusquæ Mentis vitam, Vnū . illud .n. mēsurā omniū est. Quēadmodum sanè in his quoque Solidū quidem à Superficie, Superficies autē à Linea, Lineaquæ à Signo terminatur. illud siquidem, Terminus omniū est. In Formis igitur immaterialibus, rationibusquæ impartibilibus Linea vniformis existēs, in Superficii progressu variū motum terminat, ac coërcet, ipsiusquæ proximè vnit infinitatē. In imaginibus autē cū Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminū ipsi præbet. Siquis autē hīc quoque quærat quonam pacto omnis Superficii Extrema sint Lineæ, cū non omnis etiam finitæ Extrema sint. Sphæræ nanq; Superficies, terminata quidem est, non autē à Lineis, sed à se se. Dicemus quòd accipiendo Superficiē quatenus duplici distat Interuallo, à Lineis ipsam terminari iuxta Longitudinē, Latitudinemquæ reperiemus. Quòd si Sphæricā inspexerimus, ipsam vtique accipimus vt eam, quæ iā Figuram suscepit, & aliam habuit qualitātē, & finem principio coniunxit, ex duobusquæ Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum existens, non autem actu.

Plana



Plana Superficies est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas.

Definitio septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planū Superficiē ponere speciem, verūm vt idē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Interuallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Itidē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidē Superficiē faciunt, eius verò speciem, Planum, quē admodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineæ similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancquē similiter ait duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficerū. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesquē rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cū Linea, itemquē Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantūm, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidē mista est, nec tamen est pars quidē ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionē mista sunt. neque etiā si vtcunque secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaquē sunt. Quamobrem hoc quidē Mistionē esse

Cóm. 7.

Plato in 7 de Rep.

Aristo. in pluribus locis.

Aliorum multæ Superficiē definitiones

In cōm. 4. Parmenides.

Documentum. Geminus.

Mistionis modus diuersus est in Lineis, & in Superficiebus.

Lineæ per cōfusionem mistæ sunt.

Error The
odori Ma
thematici.

Supficies
per Tépe-
rationem
mistæ sūt.
Coni ort^o

Pulchrū.

Commune
Lineis,
& Superfi-
ciebus.

Admirabi-
le Superfi-
cierū pro-
prium.
Spiræ ort^o

Tres sunt
Spiræ.

1 Spira cō-
tinua.

2 Spira im-
plicata.

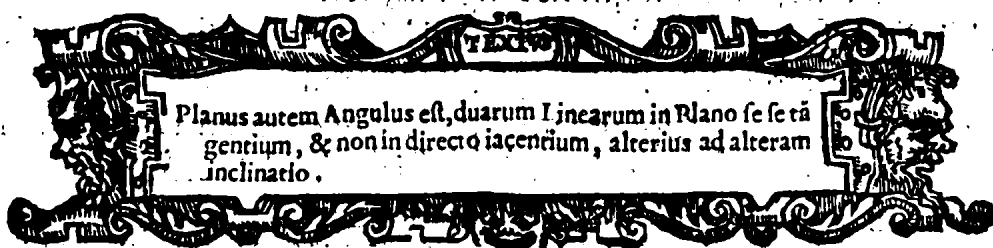
3 Spira di-
uidua.

Tres sunt
Spiræ Se-
ctiones
Duplici-
ter fiūt mi-
stæ Super-
ficies.

Quatuor
corpora, q̄
mistæ hñt
Supficies,
à trib^o Co-
nicis Line-
is produ-
cuntur. Et
eorū Sup

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficie-
bus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē:
sed potius per quandam Temperationē. Circulū, n. in subiecto Pla-
no intelligentes, & Signum sublime, à Signoque ad Circuli Circun-
ferentiam rectam Lineam producentes, ipsamque rotantes, Conicā
vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusque ipsam secan-
tes resoluemus in simplicia. à vertice .n. ad Basim sectionē ducen-
tes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea,
Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit. neque .n. nos
ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secen-
tur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Mo-
dus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficie-
bus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simpli-
ces, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præceden-
te doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis
artificiosa indigebant deprehensione; ita nimirum in Superficiebus
quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæ-
ricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem
cōstituuntur, scientia ipsa, eiusque ratio inuestigat varietatē. Hoc aut
admirabile in ipsis est, quòd scilicet à circulari quoque Linea, Super-
ficiei Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq;
contingere dicimus Superficiei, per Circuli .n. reuolutionē hæc in-
telligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū
non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut .n.
in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.
Quòd si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua:
si autē intra Circūferentiā, Implicita; si verò extra, Diuidua. Tresque
sunt Spiricę sectiones, iuxta hæc tres differentias. Verūtamen om-
nis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producitur, Circularisque mo-
tus. Fiunt aut Superficies mistæ tum à simplicibus (vt diximus) Li-
neis, dū huiuscemodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cū ergo tres
sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant
Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Re-
ctangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quæ Spheroidea nominan-
tur. si circa maiorē quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò
circa minorē, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoi-
des. Sciendum autem est, quòd interdum quidē ex Lineis in superfi-
cierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Coni-
cis .n. Spiricisque Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas
Lineas.

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quod Lineæ quidem partiū similium tres sunt (vt superius dictū fuit) Superficies verò duæ tantum. Plana, atque Sphærica . non autē Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt . Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnā Geometra elegisset (Planā inquam) hanc vtique definiuit, in hacque vtpote subiecta, Figuras, harumque passiones contēplabitur . copiosior nanque in hac ei est sermo, quam in alijs Superficiebus . rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non imerito igitur hanc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat . hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit . & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectū, & ante oculos constitutum : cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines .



Planus autem Angulus est, duarum Linearum in Plano se se tangentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Angulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad se inuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur . Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidū.

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulū Conoides.
2 Obtusangulū Conoides.
3 Oblongū Sphæroides.
4 Latum Sphæroides.
Secunda cōmunitas linearū, & superficierū. Scda diuisio Linearū, & Superficierum.
In cōm. 4. Duæ tantū similitudinū Superficies sunt. Cur Geometra Planā tantum definierit Superficie Quō Planū intelligendū sit i Geometria.

Definitio octaua.

Cōm. 8. Digressio Triplex de Angulo opinio.
1 opinio, qd est Euclidis.
2 opinio, qd Budemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūque fundamentū.

Tertię o-
pinionis
cōfutatio.

In tertio
Elem. pro-
pōne 16.
Secundę
opinioni
cōfutatio.
Primū ar-
gumentū.

Secūdam
argumētū

Primę opi-
nionis cō-
futatio.

Argumen-
tū in con-
trariū.

Propria o-
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem ge-
neris Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent :
Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus
sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad
Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē ha-
bent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur
aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri po-
test. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Quali-
tas solū est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto
in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Ma-
gnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoq; diuisibilitas:
verūm similiter vtriscq; per se se accidunt. Quod si ea, quibus hæc per
se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū
est vtiq; quod Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis si-
quidem Magis, & Minus proprię sunt passiones, non autē Æquale,
& Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inæquales dicere, & hūc
quidem maiorem, illū verō minorem : sed dissimiles, aliūq; ma-
gis Angulū, aliū minus. Verūm quod hæc aliena sint à Mathe-
maticarū rerū essentia, pemo est, qui nō videat. omnis siquidem
Angulus eandē suscipit definitionem, neque hic quidē magis An-
gulus est, ille verō minus. Tertiō si Angulus Inclinatio est, ac deniq;
eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existen-
te Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si
nihil aliud est quā ipse Linearū, vel Planorū respectus, quā fieri
potest vt vnus quidē Linearū, vel Planorū sit respectus, Anguli
verō plures? Si itaq; Conū intellexeris à Vertice ad Basim Trian-
gulo dissectū, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Trian-
gularium Linearū inspicias Inclinationem : duos verō distinctos
Angulos. vnum quidem Planū, ipsius scilicet Trianguli : alterum
verō, in mista Coni Superficie, comprehensū autem vtrūq; à iam
dictis binis Lineis. Non igitur harū respectus Angulū faciebat.
Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem,
aut eorū, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates
sunt, harū verō ad seinuicē rationes, eorū, quę ad Aliquid. Opor-
tet ergo Angulū quoque sub horū trium generū aliquo reduci.
Talibus planē Dubiis existentibus, & Euclide quidē Angulū In-
clinationē dicente, Apollonio verō Superficie, vel Solidi in vno Si-
gno sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem
vniuersaliter Angulū definire videtur) Nobis Præceptorem no-
strum

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vnū quoddam spectarunt. Non est autē Angulus duntaxat huiuscemodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationē habēs. Adest autē ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quā æqualia) hoc quidē ab alio, illud verō ab alio habēs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram, Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem. Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt; neque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hasce perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficie, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cū hac quoque ipsius cōpleant essentiam) verū nihil aliud esse, quā Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea: ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Vt Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solū, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cū autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quā Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractionis quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cū in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autē, & quicunque ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enarrant. Quantitatem verō dixerunt ipsum, quicunque Angulum esse dicunt

Destruit
argumēta
quæ in ip-
sum refle-
cti possēt.

Anguli
Plani per-
fecta defi-
nitio.
Anguli So-
lidi perfe-
cta defō.
Vniuersa-
lis, & pfe-
cta Angu-
li defō.

Opinionū
distributio
Eudemi sū-
damētum
in lib. suo
d' Angulo

Euclides.

primū

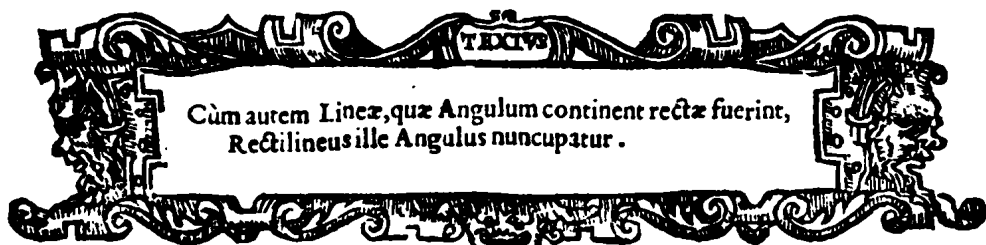
Plutarchi, & Apollonii aliud fundamentum. primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam . oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum , vel Superficierum Inclinatione . Imò cū Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest , vt primum accipiat . omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile . Præter hoc etiam si vtcunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus . Carpius autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait , & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum , vel Superficierum : hancquē vnico distanrem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum . non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam . Hoc autem omnium absurdissimum est , aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam . verū de his quidem satis, superquē . Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum . Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis . in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus , & in Conica, in Sphærica, & in Plana . Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis continentur . facit .n. Angulos & ipse Signifer , Aequinoctialē in duas secans partes, ad Superficierum secantium verticem . suntquē in Sphærica Superficie huiuscemodi Anguli . Eorum verò, qui in Planis , alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque . in Clypeo .n. ab Axe, Clypei quē Linea Angulus comprehenditur : sed harum vna quidem mista est , altera verò simplex . Quòd si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus . Cū autem Cissoïdes, hoc est Hæderæ similes Lineæ, ad vnum cōeuntes Signum, sicut Hæderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus . Idem cū Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ . Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis . Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus . duæ nanque Circunferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt . ipsosquē triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa : aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtraque Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui comune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autem, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talē, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autem hæc definitio primū quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoïdes cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoïdem vocamus, non autem eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæc coeunt Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliā. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quocumque alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterā Inclinationis ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus vtrinq; cauus, vel Systroides. Angulus Lunularis Duo fiunt Anguli ex Linea recta, & circunferentia. Angulus Semicircularis. Angulus Cornicularis. Tres ex rectis Lineis fiunt Anguli, de quibus inferius in cō. 10. Ponderat Euclidis definitionē. Confutat Euclidis definitionem triplici fundamēto. Primū fundamentū. Secundum fundamentum.

Tertiū fundamentum.



Cum autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defo 9.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ
K in

Cōm. 9. Digressio

Vniuersa-
lis Anguli
cōsidera-
tio .

Oracula .

Pulcherri-
ma Angu-
lorū oīum
cōsidera-
tio .

Angulorū
qui in Sup-
ficiebus .
Angulorū
qui in Soli-
dis .

Angulorū
qui in sim-
plicibus Su-
ficiebus .

Angulorū
qui in mi-
stis Super-
ficiebus .

Angulorū
Circula-
rium .

Angulorū
Rectili-
neorum .

Angulorū
Mittorū .

Pythago-
rei .

Philolaus

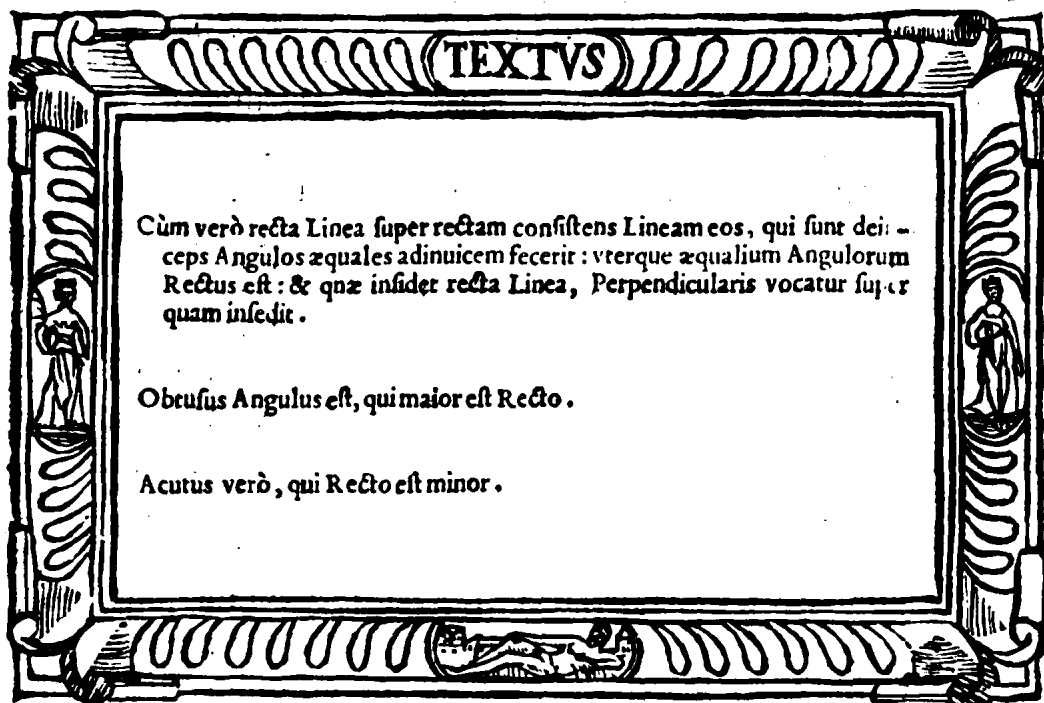
Afinæus
Philoso-
phus .

Vide idē
superius
cap. 9 .

Solutio ta-
citę obie-
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuisa in vnū , & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantes colligentes cōmunitatē.
copula . n. is quoque plurium Linearū, Superficierumquē fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector , & omnis, quæ per
ipsum constituitur Figuræ cōprehensor . Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant , quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniun-
ctionum, per quas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,
& simplices, & perfectiores exprimunt vniones : qui verò in Soli-
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-
munitatem, & vndequaq; partilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant . Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
mas ipsarum, imistasquē affingunt : alij verò eas, quæ infinitatē pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur . & alij quidem intel-
ligentium Formarum vnitricēs : alij autem Sensilium Rationum : alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices .
Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitatur, quæ intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq; ad
se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-
gines sunt : Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsent, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent : Misti autem, cōmuni-
tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
immobilem vnionem conseruatrices . Operæpretiū est igitur adhuc
respicendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere . apud
Pythagoreos nanque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inuenimus ,
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum : alijs verò Quadrangularem : alijsquē alios consecrauit .
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuersas,
quæ in ipso sunt potentias, permisit . Ad quæ mihi videtur Afinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta
Laterā : alios verò iuxta Angulos constituisse Deos . Illos quidem,
progressionem, atq; potentiā : hos autem, vniuersorum coniunctionē,
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditantes . At hæc
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt . Si autem Lineę
hīc Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est . nam quod in his Vnū, &
impartibile reperitur, aduentitiū est : in ipsis autē Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cum



Hæ sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (inquam) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per equalitatem, & identitatem, similitudinemque definito: his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminate constitutis. At multi quidem Geometre huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .s. esse Angulos. Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum. n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem a se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituentur principia, quæ quidem a Fine provenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudineque præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decretionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Côm. 10.
Socrates i
Repuo.

Digressio

Pythagorici Geometre reddunt causam cur tres sint rectilinei Anguli.
Finis.
Infinitum

Rô, quæ a Fine provenit rectum efficit Angulum.
Rô, quæ ab Infinito provenit Obtusum, & Acutum, producit Angulum.

Rectili-
neorū An-
gulorum
pulcherri-
ma ad De-
os compa-
ratio.

Rectili-
neorū An-
gulorū ad
ea, q̄ sunt
cōparatio
Pulchrum

Perpēdicu-
laris pul-
chra cōfi-
deratio, et
cōparatio
Perpēdicu-
lari Figu-
rarū meti-
mur altitu-
dines. Hu-
ius at cau-
sā vide in
seriusi cō-
mēto 19.
Rectili-
neorū An-
gulorū ad
virtutē, &
vitiū cōpa-
ratio.
Epilogus.

Finis Di-
gressiōnis
Primū no-
tādum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cum vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dñs: Obtusos verò, atque Acutos Dñs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis praeibitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansæ prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum cause assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurē igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientie, coniunctionisque naturæ, vel (vt Græci dicunt) Sympathiæ distributio, ipsam in materiale deducit errorem, indefinitamque varietatē, Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, imaculatæ potentiae, & indeclinabilis; huiuscemodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cum ipsi per se se indefiniti, indeterminati que sint, siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acuti que Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verum non omnis absolute, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

& nō

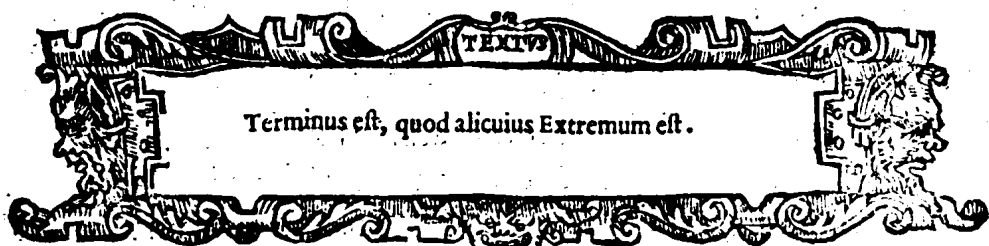
& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilinearum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineū esse. Hoc itaque primū adnotamus, Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stanē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem, Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit, ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrā inclinatæ partē, erant innumeræ: & non vnica tantum, quēadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit [Angulos æquales adinuicem] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti. cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrā partē, æqualitatis ambo- bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutē adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hīc quoque Auto- ris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo, quod scilicet de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quā- obrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quæ in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quæ Solida appel- latur, non est præsentis tēporis definire. Quēadmodum igitur Planū definiuit Angulum: ita etiā huiusmodi Perpendicularē. quoniam solida Perpendicularis non ad vnā tantum rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verum ad omnes, quæ eam tangunt, & in sub- iecto sunt Plano: hoc siquidem illi est proprium.

Secūdum.

Rectus an-
gulus non
Rectorū
mēsurā ē,
quēadmo-
dū, & In-
æqualium
æqualitas.
Tertium,

Quartū.

Quintum



Terminus est, quod alicuius Extremum est.

Defō 13.

Terminus non ad omnes magnitudines referendus est, Lineæ namq; Cōm. 11.
Termi-

Geome-
tria, q̄ ab
initio fuit

Circulus
est quod-
dā Planū
spatiū. Cō-
trariū vi-
de superi-
orē cōm. 1.

Defō 14.

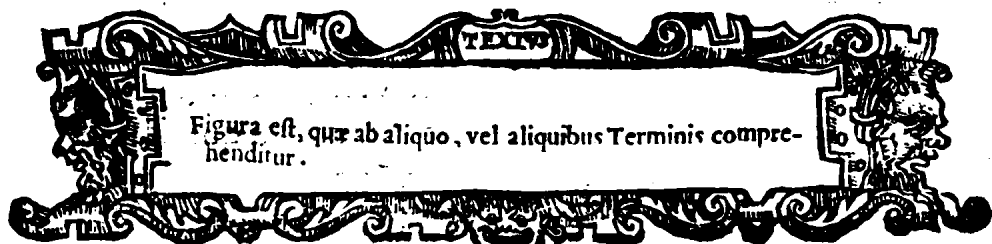
Cōm. 12.
Figura
multiplici-
ter dicitur
Prima spe-
cies Figu-
ræ.

Secūda.

Tertia.

Quarta.

Terminus est, & Extremum : verūm ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora . nunc .n. Terminum vocat Ambitū, qui vnūquodque Spatium terminat, atque distinguit . huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit . non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atq; excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosque seruabant, ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenire . Cum itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset, nō immeritō ipsum, Extremum quoq; Spatorum definiuit . per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur . Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē, Terminum, atq; Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium : in cæterisque similiter .



QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasque in species diuiditur, operepretium est primū eius differentias inspicere : postea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione differere . Est itaq; Figura quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura, quæ ab Arte utpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente . Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresque Figure, Naturę opificia . alię quidē in ijs, quæ sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes : alię verò in cœlis, quæ ipsorū potentias, & motus distinguunt . per se se nanq; & adinuicē cœlestia corpora plurimā, admirabilēque exhibent Figurarū varietatē : & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes : & suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, imaterialesque Figurarū describunt potentias . Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cum vita quidem plenæ, per se sequæ mobiles sint, ipsæ, quæ ab alio mouentur præexistunt; cum verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ipsæ, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt, de quibus & Timæus nos docuit, qui opificatam, essentialemquæ Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partilibus essentis præstant; vndiq; verò impartibili, Mentisquæ luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquæ firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensillum verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vniciis suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris, & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiusmodi nanque characteres ignotas Deorū patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidē cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris; & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis: & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torpa construens, aliasquæ demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognitionē. Cum itaq; Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfectæ supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriā naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenuitate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquæ subsistunt. Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquæ generis inuolutione præditæ sunt, Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquæ sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Figuras

Timæus,

Quinta.

Sexta, & vltima Figuræ spēs oium pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oium cōsideratio.

Democriti opinio, & eius cō

futatio, vi
de ēt Ari.
in lib. de
sēfu & sē
fili, & i li.
de diuina-
tione per
somnia.
Primū ar-
gumētum
Secūdū ar-
gumētum
Opinio p-
pria.
Prima opi-
nio, quæ ē
Antiquo-
rū, & eius
cōfutatio.
Secūda o-
pinio, q̄ est
Stoicorū,
& eius cō-
futatio, vi
de ēt. Ari.
primo, &
13. Meta.
& 1. Phy.
19.
Primū ar-
gumentū.
Secūdū ar-
gumētum
Propria o-
pinio.

Qualis in
Deis Figu-
ra sit.
Qualis in
Naturis.

Qualis in
Animis.

Pulchra
Naturæ ad
Aiam cō-
paratio.

guras, producere (motus siquidem cū imperfecti sint , principalem
vtrique, primariamque habere non possent effectuum causam : neque
ex motibus contrarijs eadē sæpe fierent Figuræ . ex additione namq;
& detractōne, eadem quandoque fiet Forma) verū hęc alijs in ge-
neratione seruire censebimus , perfectionemque ipsis ab alijs prima-
genijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ mate-
riæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt, illæ verò tantū,
quæ in materia sunt, subsistunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque
(vt alijs aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt verò secundum
excogitationē duntaxat, & abstractionem , vbi .n. certitudo, & pul-
chritudo, & ordo Figurarum in ijs, quę per abstractionem subsistunt,
incolumis seruari potest : eiusmodi .n. cū sint , cuiusmodi sensiles,
quā longē ab inconuincibili, puraquē deficiunt certitudine . Cū
autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vnde nā
hęc accipient ? aut .n. à Sensilibus (verū in illis non erant) aut ab
Intellectilibus (verū perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod
non est , omnium est absurdissimum . non .n. imperfectas quidem
Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes re-
liquit . nec fas est Animam nostram certiores, & perfectiores, ma-
gisque ordinatas producere Figuras, quā Mens, ipsique Dī . Sunt
ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diui-
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à sensilibus, pro-
ferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt . & his
sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diui-
nas, per Imagines cognoscimus . emergentes .n. se sequē propagan-
tes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt , vniformesque
vniuersorum Terminos . per quos inexplicabiliter in se se
cuncta conuertunt, in se sequē continent . In Deis igitur cum egregia
vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi , & cuncta infe-
riora constituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem
eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligē-
tisque perceptionis expertes sunt. In Animis verò particularibus, im-
materialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio: fecunda
autem, efficaxque causa, non est . Quemadmodum igitur Natura ef-
ficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cogni-
tricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo
Figurarum Rationes . Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensque
imagines earū, quæ intus existunt Rationum , per hasce quippe ima-
gines præbet, Animæ intus conuersionem, ad se sequē ab ipsis spectris
actionē

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se sequè obiectis inferere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrañs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in unionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cum ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vnà cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectualem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur. Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidem terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositum adiecit. cum .n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicem progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiam Anguli Ratio) vnum quidem Terminum, Formamque simplicem infert ips, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherri-
mum exē-
plum.

Applicat
dictis exē-
plum.

Epilogus.

Vñ hic p
Deo, vt et
superius i
com. 6.
Finis Di-
gressionis
Geome-
tra eā cō-
tēplat Fi-
gurā, quæ
in Phanta-
sia est.
Ponderat
Euclidis
Defōnem

Quo Figu-
ra, Finem,
et Infinitū
in proprijs
Formis o-
stendat

L circa

Qualis sit
Figura, q̄
ab Eucl.
definitur.

Cefo Po-
sidonii.

Cóparat
Posidonii
Defonem
Definitio-
ni Euclid.

Duplex
Circuli cō-
sideratio.
vide et su-
perius in
cóm. 1. &
in có. 11.
Dubio con-
tra Eucli-
dis defini-
tionem.
Argumen-
tum.
Solutio.

Digressio.
Causæ Fi-
guræ perti-
necient. 5.
Figuræ Ra-
tionis tri-
plex cā-
prima.

Secunda cā-
q̄ est pri-
a Totalitas.

Euclides
lib. de Di-
uisionibus

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale; Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans: ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusque, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod figuratum est, quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quantitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis obrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Terminò, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quod genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscae autoritatis vtrabiq̄s potentis, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentis, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cum vnà sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiartum in ipsa existentium differentias definitione completitur. Verum vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusue causis perficitur? Dico sanè, quod primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisque Mistò. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Mistò producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misti. Secundo autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porro ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figuratum in diuersas ipsarum dissectatur species. Circulus namque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunque generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat utique, donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quemadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sane ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & contra rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaque propriè manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoque seorsum. Hanc itaque vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitum mutationibus progrediuntur. Verum qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secunda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoque nos exercentes efficimus, siquidem longè prius in principiis præexistit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducens principia. Et vna quidem communior Figura, huiusmodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producantur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã,
quæ est ac-
cumulata
Multitu-
do.

Quarta cã
quæ est Nume-
rus Ternar-
ius.

Numerus
est i Arith-
metica, Fi-
gura autẽ
in Geome-
tria.

Quinta cã,
quæ est secun-
da Totali-
tas

Quo Figu-
ra Diis at-
tribuitur.

Defo 15.

Defo 16.



Circulus est Figura Plana ab vna Linea cōprehēsa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā sunt oēs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt. Centrum verò ipsius Circuli, id Signum appellatur.

Cōm. 13.
Circulus
ē oīum Fi-
gurarū p-
fēctissima.

Socrates
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio.

Circulus
pfectionē
reb^o oībus
præbet.
Deis.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eo quod in simplici loco existit; nō verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquē, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionē respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuiniore esse naturæ Circulum reperies. si. n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius. n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemquē mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quod si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter. n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās. n. aliq; se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequē participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētisquē varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligēs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porro Timæus quoq; cum vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamē quod Circulus quidē vbicq; respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operæpretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & vsq; ad inferiora desinentē, omniaquē perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dicit itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vniōnē præbet, & hoc, quod in seipsis maneant, à beatitudinequē sua non discedant, summas quidē ipsorū vniō-

vniō-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentis hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se sequē intellectiōnes perficiant, omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti: Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circumsiliēdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt, omnis namq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans, Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinē, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ sub concavo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quòd in generabilibus est ingenitum: id, quòd manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quòd in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruat in omnibus propter corruptionis reciprocatōē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinē affert, ex seminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrā: vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium
essentis.

Animis,

Vnum hic
pro Mēte,Cœlestib⁹
corporib⁹Quatuor
Elemētis,Animalibus,
& Plātis,Iis, q̄ p̄ter
naturam
fiūt.Musæ i s.
de Repu.
Socrat. in
Repub.

Epilogus.

Circuli
pulchra in
Numeris
cōtēplatioNumeri
Circularis
cōtēplatioQuinarius,
et senarius
mediū in
ter oēs nu-
meros pos-
sident locū.
Finis Di-
gresssionis
Mathema-
ticę Circu-
li defōnis
contēplatio,
& cō-
ditiones.
Prima cō-
ditio.
Secūda cō-
ditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dñs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē . Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circūuoluitur . Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ipsis, quæ sunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur . cum .n. multiplicantur , in se se desinunt . Progressionis igitur imago est multiplicatio , siquidem in multitudinem extēditur : Regresssionis verò, exitus in eadem specie . Horum autē vtrunque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas . Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes . Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne feminineum, & par, fœcundasque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam . Verum hæc quidem hucusque terminata sint . Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndequeque existentem contēplabimur . Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanè finitus est , & ab vno Terminò vndequeque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Terminò consociatus . Itemque Planū , quia cum Figuræ vel in Superficiebus , vel in solidis spectētur Corporibus , Circulus planarū Figurarū prima est, simplicitate quidē solidis præstans , Vnitatis verò ad planas rationē habens . Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quòd Vnitas est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit . Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes , quoniam earum etiam Figurarum , quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas . Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes , ad ipsamque incidentes, æquales sunt : verum duæ tantum . Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnā habet continentem , non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint . Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnus haud sunt Centra)

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū Sexta. hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet namq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum. siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; Defo Cētri. adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiusmodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum. verum ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes .n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterq; in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidq; tota Circularis Figura, hucusq; determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem distancias, iuxta progressus, qui sunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluntur vñionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaq; Circunferentia: ita fanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verum vnà quidem omnia sunt, permanens, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperiēs. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione proueni-

Quid sit
Polus Cir-
culi, & ei
defo.

Epilogus.

Digressio.
Centri, &
distantiarū
à Centro,
& Circū-
ferētiæ in
Exēplari-
bus cōte-
platio.

Quo hæc
cū illis cō-
municet.

Quo dif-
ferant.

Pulchrum

Quo inue-
niatur ille
qui verè ē

Circulus,
& vera
Circularis
natura.

Idē supe-
rius in pri-
cipio huius
cōmenti.

Cētri Ma-
thematici
ad cētrum
intelligi-
bile pul-
chra com-
paratio
Defō Cē-
tri ab Ora-
culis tradi-
ta.

Prima cā,
p quā Fi-
gura Cir-
cularis ap-
paruit.

Orphei
carmen

Triadicus
Deus.

nientē abstuleris, positionēquē ipsam, circa quā fit partitio ē cōspēctū remoueris, eū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem : nec non sui maximē impartibile, maxime q̄p singulare firmiter collocantem : prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaquē eam, quæ in ipso est infinitatem : ad vnum verò sese ex sese conuoluentem, per similitudinemquē, & identitatem ad impartibilem sui naturę, occultatricemquē in ipso vnus vim se se excitantem . Quod porro vnum, cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur . quod namq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquā Centrum, quod Intervallo distet, ad sesequē annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndequē progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atq; desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumquē progressuum initium, & autor . Quam quidē rem Mathematicus quoq; Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemquē ipsis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem . Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt .

Centrum est, à quo omnes vsq; ad Circunferentiam æquales sunt : Et ad quod .

Verum quod quidem sit distantie Linearum initium per particulam [à quo] indicant : quod verò Circunferentie medium, per particulam [ad quod] . hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur . Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemquē suscipit, supremum utiq; intellectilium dicerem ordinem . nam Centrum quidem Finis causæ assimilatur : Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitæ, Infinitatem affingunt : Linea uerò, quę infinitam istarum terminat extensionem, ipsamquē rursus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est . Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

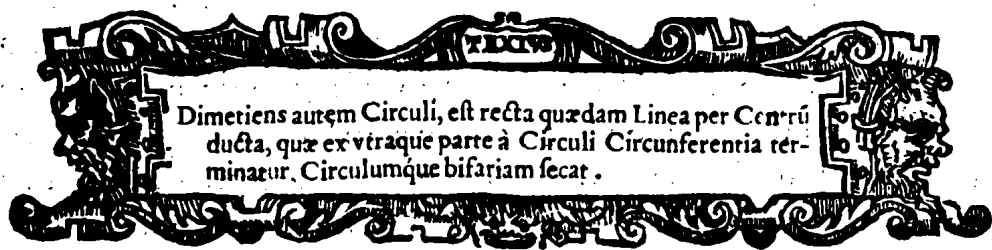
Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cum enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudquē tanquā Centrum suæ habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur . Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-

nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumque maxime arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quod prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectu- bus causas.

Prima Fi-
gurarū cir-
culus, &
prima Re-
ctilinearū
Triangulū.
Epilogus.



Defo 17.

QUOD non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicuo Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogramorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verum in his quidem, Diagonius etiam nominatur; in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, proprie Dimetientem. Hæc itaque genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum unum ex Signis Centrum est, ita sane Dimetiens quoque hæc tantum vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neque huius terminum transcendit: sed extrinsecus ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoque Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, equum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoque viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Cōm. 14.

Quo differat Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum proprie dicitur.

Thales.

Demōstratio.

M extra

Dubitatio
Hac vñ
obiectio-
ne Io. gra.
in lib. cō-
tra Proc.
Vide et Si-
pliciū 3.
digressio-
ne contra
Gra. in 8.
phisico.
Solutio.

extra : vtcunque autem se habeat, eueniet minorem rectam. Lineam esse æqualem maiori, liquidem omnes à Centro ad Circunferentiam, sunt æquales. Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit. at hoc fieri non potest. congruunt ergo, & proinde æquales sunt. quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat. Verum si vnæ existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitè verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtrique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum. hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem. Nos autem dicimus quod secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita. nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum. & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat. Simul igitur cum vnâ Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitè erunt, & si in infinitum sumptè fuerint. Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia sunt. semper siquidem sumptè Dimetientes, finitè numero sunt, quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit, & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperque partes, quæ oriuntur determinet :

Defo. 18.

Semicirculus verò, est Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipsa Dimetiente auferitur Circuli Circunferentia.

Defo. 19.

Centrum autè Semicirculi, idem est, quod etiam Circuli.

Côm. 15.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo Signis discrepantem. A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamque ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit. A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quod à duobus Terminis continetur, hisque semper differentibus, Recta scilicet, atque Circunferentia : & quod Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens. siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaque continentur, non tamen hæc Semicirculi sunt. cò quod Circuli diuisio, per Centrum facta non est. Cunctæ ergo huiusmodi Figure,

Figure bi-
formes.

bifor-

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilitibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, ut iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem interfecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsim: vel à mista, & recta, utpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verum simplicibus, hisque per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicus definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram: nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, ut in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter utrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusque fit Angulus. non enim seinuicem interfecant, quemadmodum in Lunulari, & in utrinque conuexa Figura. Cæterum quòd idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocque omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales: hæc namque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circuli que Centrum. Et est adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet; ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, ut in Circulo: aut in Ambitu, ut in Semicirculo: aut extra, ut in quibusdam Concis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumque rerum affert imaginationem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemque causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsân assimilatur utique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

M : cipia

Monadicus
Circulus.
Figuræ, q
à duobus
Terminis
comprehēdi
tur diuiso

Cur Eucli
des Semi-
circulū in
hoc 1. lib.
definiat, et
non in 3.
vbi definit
esse segmen-
ta. ibi .n.
locus est
proprius.
Figura Lu-
nularis

Corona

Utrinque
conuexa Fi-
gura.

Notandum

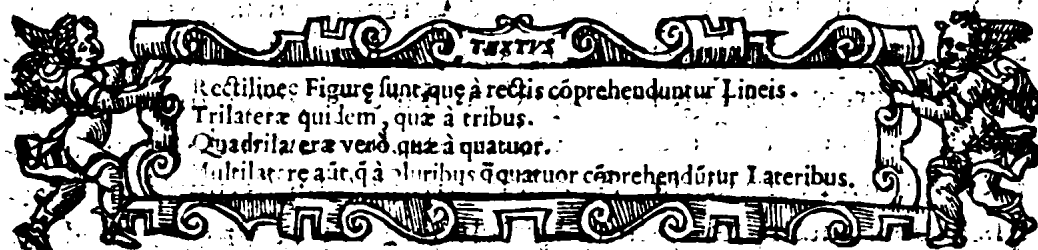
Centrum
tres habet
locos.

Digressio

Duplici-
ter Semi-
circul⁹ cū
Circulo
cōicat.
Pulchra se-
micirculi
cōsidera-
tio.

cipia coordinationibus, quæ illis principiis participant: & per cognitionem, quam habent cum illis, licet imperfecte, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamque ipsarum causam reducuntur.

Defo 20.
Defo 21.
Defo 22.
Defo 23.



Cōm. 16.

Idē i supē
riori cō.

Quomo-
do Bina-
riū mediū
sit iter vni-
tatem, &
Numerū.
Quo Se-
micirculū
medius sit
iter Cir-
culū, & Fi-
guras re-
ctilineas.

Duplici
causa dū
rum tan-
tū recti-
linearū Fi-
gurarū
Euclides
mentionē
fecit.
Prima cau-
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformentemque Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea namque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicans iuxta Terminos partim quidem cum Circulo, partim vero cum Rectilineis. Quæadmodum etiam Binarius inter Unitatem, & Numerum medius est. nam si Unitas quidem componatur plus facit, quam si multiplicetur: Numerus vero contra, plus si multiplicetur, quam si componatur. Binarius autem siue in se se multiplicetur, siue componatur, equalis perficit. Quæadmodum igitur iste Unitatis, atque multitudinis modicus est: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Basim cum Rectilineis communicat, iuxta vero Circumferentiā, cum Circulo. Progrediuntur autem rectilinearæ Figure ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit usque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit, Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsque cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoque sunt: verum habent etiam propriam præter cōmunem denominationem. Cum autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minime potuissemus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū vero, Quadrilaterarūque duntaxat mentionē fecis, quoniam Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic vero in Paribus, Pariterque itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidem, atque Impares ostendendam. Quinetiam cum de his tanquam de maxime Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro docturus sit, non interito ad hæc usque propriam statuit enumerationē: reliquas vero omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendū, quod planarum Figurarum alia quidam à simplicibus continentur Lineis, alia verò à mistis, alia autē ab utrisque. Et earū, quae à simplicibus cōprehenduntur, alia quidē à similibus specie, ut rectilinae: alia verò à specie dissimilibus, ut Semicirculi, & Segmēta, & Apſides, quae Semicirculis minores sunt. necnon earum, quae à similibus specie continentur, alie quidē à Circulari cōprehenduntur Linea: alia verò à recta. Earum autē, quae à Circulari Linea cōprehenduntur, alia quidē ab una, alia verò à duabus, alia autē à pluribus continentur. Ab una quidē, Circulus ipse. A duabus verò, alie quidē deangulares, ut Corona, quae à concentricis Circulis terminatur: alia verò Angulosa, ut Lunula. A pluribus autē quam duabus, processus in infinitū. à tribus namque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quaedā continentur Figurae, si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum intercipiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter. Earū autē, quae à rectis continentur Lineis, alia quidē à tribus, alia verò à quatuor, alia autē à pluribus cōprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multo magis ab una. Quapropter omne quidē spatium, quod ab uno Terminō, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare. Mistū quē dupliciter, aut quoniam mista ipsum cōprehendunt Lineae, quēadmodum illud, quod à Cissoidae Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti oriā Apſides: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficitur. Et haec de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quod autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quodque genitricibus Decem coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus auteribus peculiaris est, prius etiam à nobis discussa fuit. Et rectilinae igitur Figurae hisce peculiare sunt Dijs, qui seracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hasce praecipue fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum
Figurarū
diuissio.

Rectilinae.
Semicirculi, &
Segmēta,
& Apſides.

Circulus.
Corona.
Lunula.

A duabus
rectis Li-
neis spa-
tium nō cō-
prehēdit.
Idē i supe-
riori com.
& inferius
i 10. pro-
nuntiato.
Figura du-
pliciter
Mista di-
citur.
Duplici-
ter fit Mi-
stio. idē
superius i
com. 7.
Digressio.

Vide supe-
rius 10. 10.
Genera-
tionē hūc
intelligit
Elementa-
re regio-
nem. vide
etiam in
com. 13.

Tri-

Defo 24

25.

26.

27.

28.

29.

(TEXTVS)

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Lateraliter habet æqualia.

Æquicus autem, quod duo tantum æqualia habet Lateraliter.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Lateraliter.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cóm. 17.

Duplex
Triangulo-
rum diuisio.

Diuisio
Triangulo-
rum à Late-
ribus.

Diuisio
Triangu-
lorum ab
Angulis

Cur Eucli-
des dupli-
ce Triangu-
lorum tra-
dat Diui-
sionem.
Triangulū
Quadrila-
terū, quod
Acidoides

Triangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateralibus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateralibus tanquam cognita sequitur autem ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilincis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atque Acutus: Acqualitas verò Lateralium, atque inæqualitas, est utique in non rectilincis quoque Figuris. Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequalatera sunt, alia Acquirura, alia Scalena. aut. n. omnia Lateraliter habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia: & rursus quòd Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quòd vnum habet rectum Angulum, quæ admodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: patet siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod utique omnes habet Acutos. non. n. hic quoque satis est vnicum habere Acutum. cuncta siquidem Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulū. duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateralibus diuisionē fecisse: quòd scilicet non omnē Triangulum Trilaterum etiam est. sunt. n. Triangula Quadrilatera, quæ (*εισθαλάς*) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (*ακρογωνία*) hoc est capum Angulum habentia. intellige. n. vnum ex Trilateralis, superque

perquē vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresquē habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus, erit .n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Lateralia. & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumquē formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici namq; distant Interuallo, & vndequaq; partibiliū, variequē permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumquē materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos aptem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemquē præbent. Iure igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dīs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumquē existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentia ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli quē Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Cyllo-
goniū ap-
pellatur.

Quadrangulū quin-
quilaterū.
Digressio.
Pythagorei.

Timæus.

Attēde si-
militudi-
nem pul-
cherrimā,
& nota q̄s
sūt Aduēti-
tius Angu-
lū, quē Tri-
anguli tres
Anguli Li-
neis Triū-
gularibus
præbēt.
Philolaus
quatuor
Dīs Triā-
gulū cōse-
crauit.
Quadri-
partita E-
lemētōrū
exornatio
Saturnus.
Mars.
Pluto.
Bacchus.
Nota quē
sūt horū
Deorū in-
feriorib⁹
operōnes.
Nota quæ
sūt horū

Deorū p-
priæ natu-
ræ.

Cōfirmat
Pythago-
reorū, &
Timē di-
ctum alia
ratione.

Finis Di-
gressionis
Documen-
tum.

Septē Tri-
angulorū
sunt spēs.

Digressio
Aequilate-
rum Triā-
gulū Diui-
nis assimi-
latur Ais.
Aequicrus
meliorib⁹
generibus

Scalenum
Vitis par-
tibilibus.

Obtusangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ip-
forum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuisiones ipsis in infini-
tū fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio Intervallo di-
stantem, & vndequaq; partibilē materialium corporum constituit
essentiam. Tot quidē de Triangulis erant à nobis inspicienda. Ex
hisce autē diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulo-
rum species esse septē numero, nec plures, neque pauciores. nam
æquilaterum quidē vnum est, cūm Acutangulum tantū sit: reli-
quorum autē vtrunque est triplex. Aequicrus nanque aut Rectan-
gulū est, aut Obtusangulū, aut Acutangulum: Scalenumque simili-
ter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem triplici-
ter, Aequilatera verò vnico modo se habēt, septē omnes Triangulo-
rum species dicantur. Rursus autē iuxta Laterum quoq; diuisionem,
Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionē intelligas: nam Aequi-
laterum quidē æqualitate prorsus, simplicitateque præstans, Diuinis
cognatū est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æquali-
tas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicrus autem
melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior
pars quidē mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materia-
lemque immoderationem attingunt: Aequicrurium namq; duo quidē
Latera æqualia sunt, Basis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis
partibilibus, quæ vndequaq; claudicāt, se sequē præparant, cūm ad
generationē tendant, refertæque materia sint.

Defō 30.

31.

32.

33.

34.

Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquila-
tera est, atque rectangula.

Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.

Rhomboides verò, quæ ex opposito latera, & Angulos habens inuicem æqua-
les, neque æquilatera est, neque rectangula.

Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

QVadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. utrūque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāmum. Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantum habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiusmodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hæc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verum Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorum diuisionem, quippe qui septē horum quoque posuit species, quēadmodum etiam Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit, quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit, neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia autē, Trapezoideaque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum namque, & Altera parte longius, ipseque Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantum hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cum neque æquilaterū ipsum dixisset, neque rectangulū. in quibus .n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verum iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cum illa rectangula sint. si .n. Quadrangulū,

Cōm. 18.
Diuisio
Quadrila-
terarū Fi-
gurarū se-
cundū Po-
sidonium.

Septē sūt
spēs Qua-
drilatera-
rum Figu-
rarum.

Euclidis
Diuisio.

Parallelo-
gramorū
pprietas.

In Propo-
sitione 34
primi.
Documē-
tum.

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios vero dilatari, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombi à motu impositum fuisse, etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ipsæ etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum] quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterum indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatium & iuxta Latera, & iuxta Angulos Terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iure commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae afferre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas vero firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dñ ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentiae sunt autores, merito Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terram constituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, foecundasque suscipiat potentias, non iniuriâ hisce Dñs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

† optimū.

Digressio

Fulchra

Pythagoreorum

consideratio.

Morus ab

inæqualitate

emanat

Quies autem

ab æqualitate,

idē in

1. lib. c. 13

Philolaus

tribus Deis

Quadrangulare

angulum

constituit.

Quadrangulum

proximum

Terræ

est Elementum.

Idē su

gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Gereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terrestri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porro Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisque Obtusi, & Acui medietatem. Oportet autem non latere quod Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Impariibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusque Triadicus fecundorum quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarius Numerus Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda diximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones, & ansam præbentes, qui intellectum, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca.
9. vide et
Platonem
in Timæo.
Vide inter-
pretem in
Theogo-
nia Hesio
odi.
Quorū dā
cōtēplatio

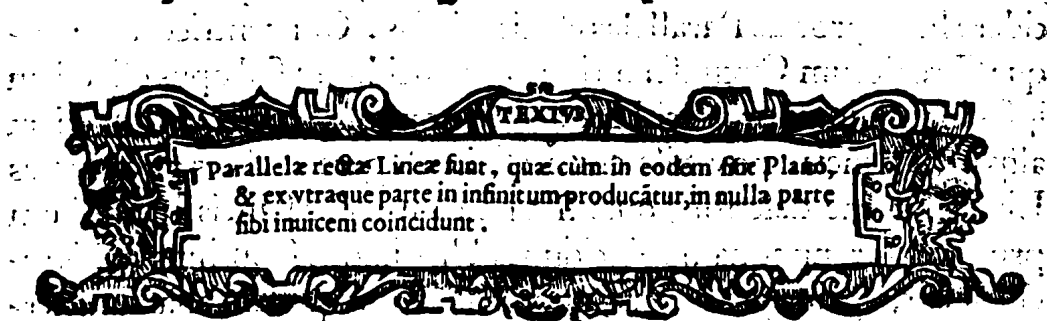
Notandum
pulcherri-
mum.

Cōclusio.

Duodena-
rius est Io-
vis impe-
rium.

Dodeca-
goni Angu-
lū Ioui
Philolaus
cōsecrauit
cuius cām
vide etiā
apud Pla-
in 10. de
Rep. & in
Epinomi-
de. et apud
Proclū in
Timæo,
& apud
Plutar. in
op. de Pla-
citia.

Epilogus.
Defō 35.



QUæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtraque parte producuntur non coincidere, sed in infinitum produci, & non Parallelæ, n. si aliquatenus producantur, non co-
N 2 cidēt

Cōm. 19.
In ppōne
27. & 28.

cident . in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit . neque etiam hoc absolute, verum ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere . nam fieri potest vt non Parallelae etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera vero minime . annuentes enim in hacce parte, plurimum ab inuicem in altera distant . Causa autem haec est, quoniam duae rectae Lineae nullum spatium comprehendere possunt . quod si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet . Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano, recte insuper acceptum fuit . si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera vero in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident, non tamen proinde Parallelae sunt . Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte sibi inuicem coincidant . his enim existentibus Parallelae rectae Lineae erunt . & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas . Posidonius autem haec Parallelae sunt (inquit) quae neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano : sed aequales habent omnes Perpendiculares, quae a Signis alterius ad alteram ducuntur . Quaecunque vero maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt . Perpendicularis siquidem Spatorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest . Quocirca aequalibus quidem Perpendicularibus existentibus, aequales etiam sunt rectarum Linearum distantiae : maioribus vero, atque minoribus factis, distantia quoque sit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores . Sciendum autem est, quod ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas . Concentricorum namque Circulorum Circunferentiae non coincidunt : sed opus est etiam ipsas in infinitum produci . Hoc autem non solis Rectis, verum etiam alijs inest Lineis . possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi, quae si vna cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt . Haec itaque Geminus ex his recte diuisit, a principio dicens, quod Linearum quidem aliae sunt terminatae, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque Ellipsis Linea, necnon Cissoïdes, & aliae quam plurimae : aliae vero indeterminatae, quae in infinitum etiam producantur, vt Recta, Rectanguliue Coni, atque Obusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa . Rursus autem earum, quae in infinitum producantur, aliae quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictae Conicae sectiones : aliae vero totantes, Figuramque facientes, in infinitum postea produ-

Duae rectae
Lineae nullum
spatium com-
prehendere pos-
sunt . Idem
in cō. 15.
& 16. &
haec est causa
cur non Pa-
rallelae ex
vna parte
in infinitum
produci possint .

Cōdones
Parallela-
rum rectarum
Linearum .
Posidonii
Parallela-
rum definitio .
Perpendicu-
lares terminant
Spatorum
altitudines,
& Linearum
distantias :
ideo perpen-
diculari-
Figurarum
metimur
altitudines,
vt dictum est
superius in
cōm. 10.
Norandum .
Diuisio Li-
nearum se-
cundum Ge-
minum .

ducuntur. Harum autem aliarum quidem non coincidunt amplius, quæ
vtrunque productæ fuerint non coincidunt; aliarum verò coincidentes
sunt, quæ scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem,
aliarum quidem in vno sunt inuicem Plano; aliarum verò, minimè. Non
coincidentium autem, in vnoque Plano existentium, aliarum quidem
æquali semper intervallo distant ab inuicem; aliarum verò intervallum
semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam,
& Conchoides ad Rectam Lineam. hæc siquidem cum imminuatur
semper intervallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi
inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè
admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarun-
dam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper
distant intervallo, quæ sunt rectæ Lineæ, Spatium, quod

inter eas positum est nunquam imminuentes

in vno Plano, Parallelae sunt.

Tot etiam ab elegan-
ti Gemini

studio ad propositorum explana-
tionem decerpimus.

FINIS SECUNDI LIBRI.

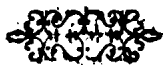
Admirabi-
le in Geo-
met. Theo-
rema. de
quo et in-
ferius in
cóm. 3. &
34^o quart.
Hic quædã
q non sūt
parui mo-
mēti ani-
maduertere
mus in cō-
mentariis
nostris.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

E V C L I D I S E L E M E N T O R V M

L I B E R T E R T I V S.



De Petitione, & Pronuntiato

Cap. Vnicum.

Cōtinua-
tio Libri.In cap. 8.
superioris
Libri.Cōmuni-
tas Peti-
tionū, &
Pronūcia-
torum ex
sententia
auctoris, et
Gemi 11.
Eorū dif-
ferentia.Speusip-
pus.

V V M Geometriæ principia trifariè diuisa
sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntia-
ta, quæ nam inter hæc sit differentia in superio-
ribus tradidimus. De Petitione autem peculia-
riter, & Pronuntiato accuratius differere in præ-
sentia propositum nobis sit, quandoquidem &
de his præcipue nunc sermonem habeamus. Sup-
positiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis
exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quam Petitio-
nibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tan-
quam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt au-
tem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus di-
stincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id,
quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus:
in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem
sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque
per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt
in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque
factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō
defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione.
Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sum-
ptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt. quemadmodum etiam
demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sum-
ptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia,
simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quòd per se se fidem fa-
ciunt, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter si-
quidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia
quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitio-
nem

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quā obiectorum visus; alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exemplum. Exempli gratia; hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cum enim indeclinui Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicet .n. Geometrica Mens quod cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnius reuolutionis Helicē descripsi. cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descripserim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæditorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidencia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensibile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verūm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verūm hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones vocan-

Helicis
Planæ ge-
neratio.

Æquilatē
ri Triangu-
licōstitu-
tio.

Archimedis, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in lib. Aequiponderantium.

Aliorum opinio, de qua videtur in superiori libro cap. 8.

Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiatio differt. Idem in principio capituli.

Aliorum opinio de differentia Petitionum, & Pronuntiationum.

Aristotelis opinio de differentia Petitionis, & Pronuntiationis, quae videtur in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25.

Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus connumerari debent.

Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatio, illud, quod ultimum in

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia. Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauius ab æqualibus Longitudinibus equè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatio potius quispiam appellaret: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transire. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiatio. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factum facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quòd Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere; nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, quam Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus vitur quod commune est suæ accommodans materiæ. Aristoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tamquam principium tamen suscipi: Pronuntiatio verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiatio distinguit, manifestum est, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatio illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatio adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationē quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. recte enim Gemînus animaduertendo adnotauit, quod alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguum demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quod rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quod non prorsus quicumque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneæ. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitatem metiri, Arithmericum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Acquales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque alia quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiaris enumeratur. Quæ sint Petitiones, & quæ Pronuntiata ex Aristotelis sententia. Reprehendit Apollonius iuxta Aristotelis et Gemini sententiam. Reprehendit Euclidem iuxta Gemini, et iuxta propriam sententiam, quippe quæ quarta, & quinta Petitione, male in Petitionibus enumerauit. In Propositione 17 primi Elementorum. Hoc inferius ostenditur in comment. 2. Iuxta Gemini sententiam excludit à Pronuntiatoris ultimū pronuntiatū. Epilogus. Pronuntiatorum, et Petitionum diuisio, per quam 2. opinio & dicitur Petitionis & Pronuntiatoris, constat.

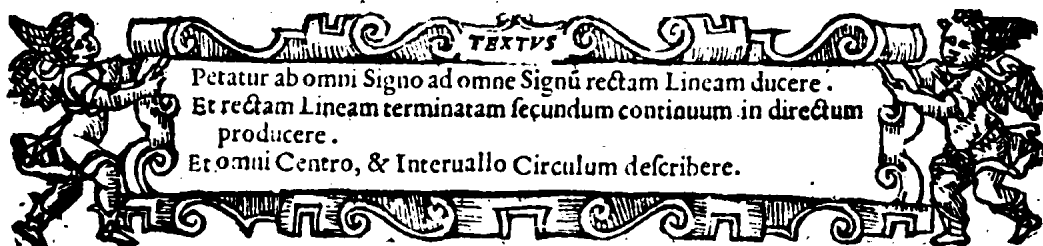
scientijs, aliæ verò cōmunes omnibus . nam illam quidē, quæ petit diuidere Numerū in partes minimas, peculiarē Arithmetices Petitionē esse dixeris : quæ verò omnem rectā Lineam finitā in directū producere, Geometriæ : quæ autē Quantitatem in infinitum augere, ambabus cōmunem. Numerus nanq̃, & Magnitudo possunt hoc pati.

PETITIONES.

Quartitas
hic cōiter
p̃ genere
accipitur .

Petitio 1.
Secūda .

Tertia .



Petatur ab omni Signo ad omne Signū rectam Lineam ducere .
Et rectam Lineam terminatam secundum contrarium in directum
producere .
Et omni Centro, & Interuallo Circulum describere .

Cōm. 1.

TResistē tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemīni sententia necessariō collocandæ sunt . nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectā Lineam ducere, eam consequitur definitionem , quæ Lineam Signi fluxum esse ait , & Rectam indecliuem, atq̃ inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuissimoq̃ motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus , & prima Petitio facta est, nilq̃e varium intelleximus. Si autem cū Recta ipsa Signo terminetur, similiter ipsius Extremum breuissimo, indecliuiq̃e motu moueri intellexerimus, secunda Petitio a facili, simpliciq̃e apprehensione comparata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, secundum reliquū, tertia porro facta erit . nam Centrum quidē, est Signum id, quod manet : Interuallum verò , recta Linea . quantā

Dubitatio

.n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus adhibemus, imobilibus existentibus, quō autē impartibilia mouemur

Solutio

(hec .n. minimē fieri posse) cum rogabimus non passim molestū esse, si memoria tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere . quod viciq̃ Rationes eorū, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describūt Cogitationis imagines, quarū Cogitatio ipsa rationē habet. Tabella .n. non scripta, huiusmodi Mens est, vltima, atq̃ passibilis . At nulla apud

Mens vltima, & passibilis, & q̃ recipit species, idē in superiori lib. cap. 1.

nos oratio hæc. Mēs .n. illa, quæ recipit species, aliunde per motū ipsas recipit. & motum quidē non corporeum, sed imaginariū intelligamus. impartibiliaq̃e corporeis moueri motibus minimē cōcedamus, verū imaginarios pati decursus . Etenim Mens impartibilis existens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

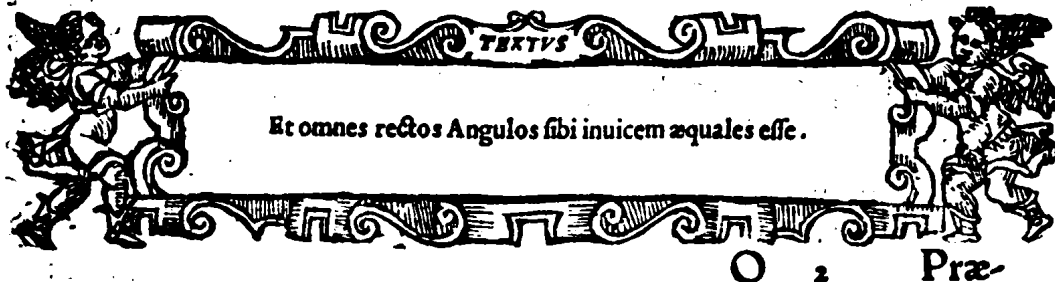
Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus . A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur . locus enim eorum quidem, quæ cum dimensione sunt, dimensionem habet & ipse : impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur : alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantasia excogitantur : necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetque hæc distinguendo, rerum essentias non confundere, necque perturbare . Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ sunt, in suis causis cōtinentur impartibilibus existentibus, ab ipsisque terminantur : & quod etiam prius quā constituentur, undeque ab ipsis comprehensa sunt . nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia, quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur : sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare cōtātur. Tertia aut, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi . n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regressum. Scire aut oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis . neque . n. Circulari, necque Cissoidi, necque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam necque illis, quæ nullam faciunt Figuram. necque . n. vnius reuolutionis Helix in infinitū producitur . nam inter duo Signa constituitur . necque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt . At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est . non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digressio.

Finiis Digressionis Documentum .



Petitio 4.

Et omnes rectos Angulos sibi inuicem æquales esse.

O 2

Præ-

Cóm. 2.

Excludit
quarta Pe-
titiō a Pe-
titiōnū nu-
mero, tū
iuxta Ge-
mini, tum
iuxta Ari-
stentia.
idē supe-
rius cō. 1.
hui⁹ libri.

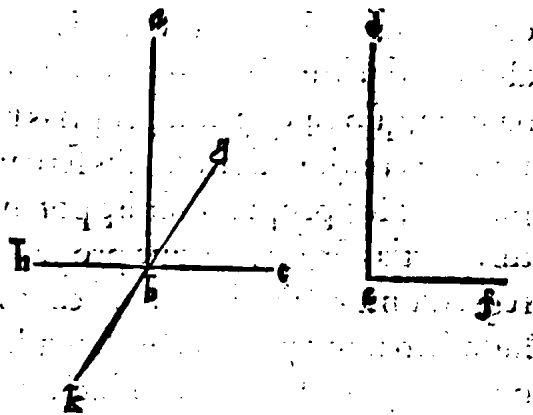
Demōstra-
tio quartę
Petitiōis

In 10. de-
finitione.

Pappi do-
cumentū.

PRæfens Petitiō si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-
monstratione à nobis cōceditur, Petitiō quidē non est ex Gemini
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se
accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verum neq; etiam
iuxta Aristotelis diuisionē Petitiō est. Petitiō enim ex sententia illius
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse
dicimus, ipsiusquē demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta
Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum
æqualitas. Cum .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad An-
gulorum, qui vtrobicq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretio-
nem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam
sterit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-
guli vnus a b c, alter d e f.
Dico quod æquales sunt. si .n.
non sunt æquales, alter ipsorū
sit maior, vtputa qui ad Signū
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā
a b adapetur, Linea e f, intra-
cadet. Cadat vt Linea b g, &
producat Linea b c vsq; ad
Signum h. Quoniam igitur An-
gulus a b c rectus est, Angulus
quoque a b h rectus erit, & sibi
inuicem erunt æquales. habemus
autem in Definitionibus quod
rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus er-
go a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque
ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur
a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-
cte nos animaduertit quod huius Petitionis conuersa, vera non est,
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verum si re-
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Posse autem curuilineum

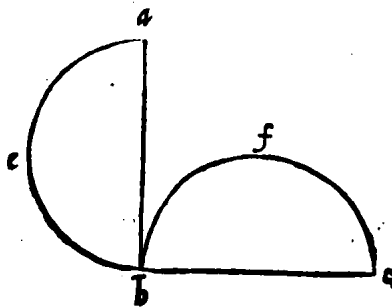
quoq;



quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilíneorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum con-

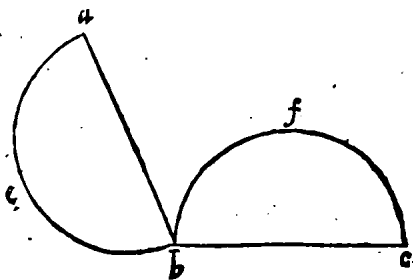
In 10. de-
finitione.

stituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem neque rectilineus. Intel-



ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ip-sisque Semicirculi, Centro, & Inter-uallo descripti a e b, & b f c. Quoniā itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cōgruent, & Angulus e b a æqualis est Angulo f b c. Cōmunis apponatur. reliquus, nempe e b c,

Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet e b f, Corni-cularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus a b c, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curuilinearum Angulorum, quod cum rectilíneis conuenit) præter hoc tantum, quod animad-uertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea c b, Circunferen-tiam b e secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaque descripta



Documē-
tum.

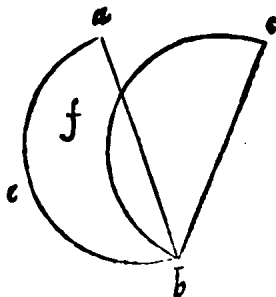
sint. quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omni-no Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si neque rectilineus est, quo nam pacto rectum quis ipsum di-cet? Manifestum autē est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est,

Idē vide
in 2. libro
cōm. 10.

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati, etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .



Petitiō 5.

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores .

Cōm. 3.
Ptolemæ
in Lib. cui
titulus est,
à minoribus
duobus
rectis pro
ductas coi
cidere .

In 17. pro
pōne pri
mi Elem.
Quorūda
obiectio.
Gemini re
sponso
Aristo. 1.
Ethi. cap.
3. idē ēt su
perius i 1.
lib. c. 11.
Simmias i
Phedone
Platonis,
de quo vi
de ēt Plu.
in vita Pe
riclis.

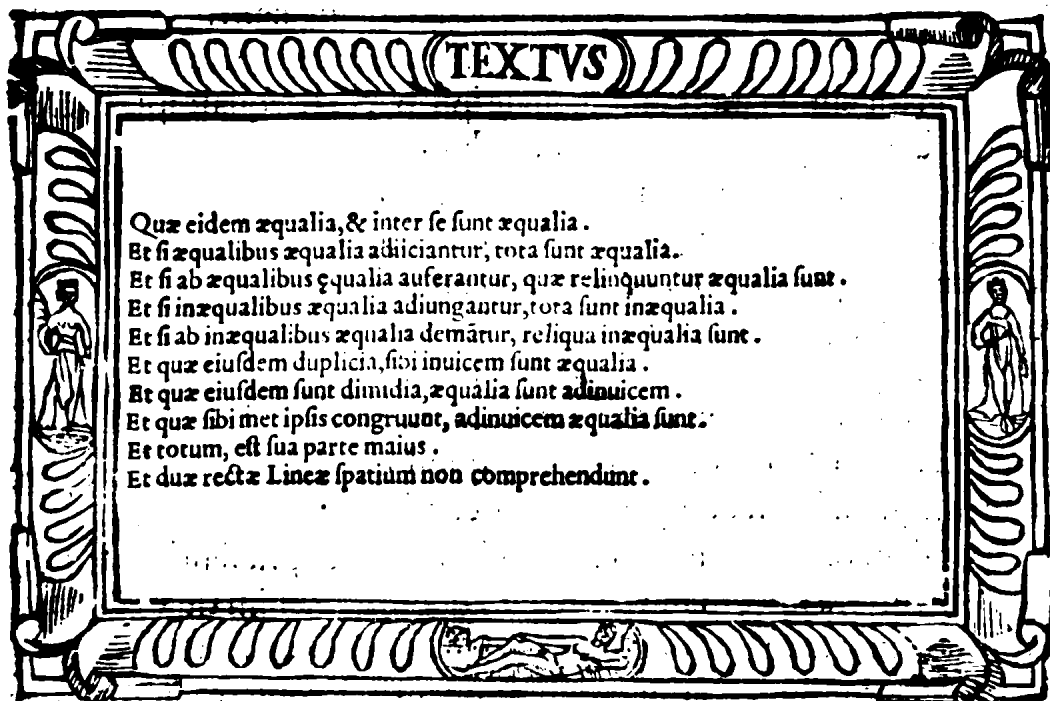
Idē in fine
secundi li
bri .

Hanc penitus ē numero Petitionum delere oportet . Theorema . n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematis in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectōrū diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet . Ad quos Geminus rectē respondit dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeffendas . simile . n. est, inquit etiā Aristoteles, à Rhctorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dū producantur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est . nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis observatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis sit Lineis? antequam . n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam asferunt . Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitantes

tes valde mordaces essent, quomodo nō eō magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verū quod quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quod à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusque rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturum est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verū per demonstrationem manifesta sit.

Excludit
oīno Peti-
tio hæc ē
numero
Petitionū.

PRONVNTIATA.



Primū p-
nuntiatiū

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10

HAec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicatur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediate propriæ sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiatricem Orationē, Pronuntiatum appellare consueuerunt: cumque dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratus autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseque propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsique Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & commu-

Cōm. 4.

Idē in 1. li
bro cap. 8.

Aristo. &
Geometra-
rū opinio:
idē in lib.
1. cap. 8.

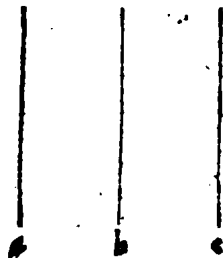
nis

Dānatur
Apolloni⁹
qui Pronū-
tiara de-
mōstrauit
idē supe-
rius i c. 1.
huius lib.
In demō-
strabilia a
demōstra-
bilibus na-
tura diffe-
rūt. & eo-
rū sciē di-
uerse sunt
idē Arist.
1. post. t.
5. & 6.

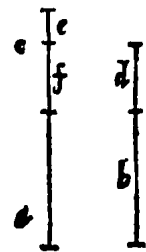
Apollonii
demō.

Pria Pro-
nūtiatorū
pprietas.
Secunda
Pronūtia-
torum p-
prietas

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram lau-
demus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur . nam hic quidem &
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est . Hæc autem na-
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est . earū
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-
pter euidenciam in nostram cognitionem cadunt : & earum, quæ de-
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-
ceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur . Quod autem
primi Pronuntiat demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam
magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-
spexerit . Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico
quod etiam a ipsi c æquale est . Cum enim
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē
b . & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē
& ipsum occupat locum . & a igitur eundē oc-
cupat locum, quem c . equalia igitur sunt . In his
itaque duo præassumpsisse oportet . vnum qui-
dem, quod quæ eundem occupāt locum, sibi in-
uicem æqualia sunt : alterum verò, quod quæ
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-
cem eundem occupant locum . Quod autem hæc præsentī Pronun-
tato obscuriora sint, manifestum est . quomodo enim quæ eundem
expleant locum æqualia sunt : secundum Totum, an secundum par-
tem : vel secundum Rationis figurationem : Propterea non omni-
no admittendum est, ad locum transire, qui ijs, quæ in loco sunt igno-
rior nobis est . difficilis enim, atq; ambigua est essentia ipsius inuen-
tio . Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquā
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cum per se nota & credi-
bilia sint, qui enim ijs, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est : Sed minuit euidenciam,
quam in indoctis prænotionibus habemus . hoc autem de Pronuntia-
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium, &
quod omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,
& non solum in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari di-
citur, verū etiam in Numeris, & Moribus, & Temporibus . hocque
necessarium est . Aequale enim, atq; Inæquale; & Totum, atq; pars
&



& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam evidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vititur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vititur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit, Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometrarumque pasim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cōgruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiam alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nō comprehendere, cum Pronuntiata communis sint generis, vt diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cum ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia; propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quedam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiungantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adiunganturque ipsis inæqualia c, d, sit autem c maius d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d, a ipsi b d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantum superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursum sint inæqualia c, d, adiunganturque ipsis æqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quo-



P niam

Quo ex
comuni-
bus
principiis
proprie
fiat
conclusio
nes. idem
superius
cap. pri-
mo.
Heron tria
tm Pronu-
tiata po-
suit.
Refecat
sexum, &
7. & 10.
Pronuntia-
tum.
Pronuntia-
ta comu-
nis sunt ge-
neris. idē
superius.
cap. 1.

Quædam
alia Pro-
nuntiata
quæ a Pap-
po addun-
tur.

Demon-
stratio pri-
mi Pronu-
tiati à Pap-
po adiecti

Demonstra-
tio secundi.

Reliqua
ex defini-
tionib⁹ ma-
nifesta fi-
unt.

Eorū, qui
cōtra Geo-
metriam i-
stant diui-
sio.
† Termini
nos.
Stoici,
quorū opi-
nionē vi-
de in lib.
secundo
com. 1.
Pyrrhonii
Philoso-
phi,
Epicurei.
Zeno Si-
donius.
Liber Po-
sidonii ad-
uersus Ze-
nonem.
† Verum
enimvero,
qui de pri-
ncipiis di-
uersi inter
se afferūt
sermōnes,
moderatē
à nobis ex-
iis, q̄ p̄ce-
dūt, abso-
luti sunt.
In comē-
sequenti.
Propositū
Auctoris i-
sequētib⁹.

niam igitur a æquale est ipsi b, & ipsi d, a f ipsi b d
erit æquale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantum
excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque,
iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito
in pluribus exemplaribus prætermittuntur. Quotcunq;
autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta
fuere, illasque consequuntur. Verbi gratia, quod om-
nes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-
gruunt, quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemo-
di habent naturam. Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem
autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ista diui-
duntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quod Infinitum in
Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem
vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeri que in infinitum po-
test. Verum enimvero quoniam de his quoque summam diximus,
reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus. hucusq;
enim principia se extendunt. Eorum autem, qui aduersus Geome-
triam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt,
quippe qui + partes nullam habere substantiam ostendere conati
sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem
quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena
regione, fecundaque Philosophia demolientium, quemadmodum
Pyrrhonorum Philosophorum; aliorum verò Geometrica tantum
principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem
cūm principiis iam permisissent, non posse inquirunt ea, quæ princi-
pia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis con-
cedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit. hunc .n. contra-
dicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicu-
reus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scri-
psit librum, imbecille totam ipsius opinionem ostendens. + Ve-
rum enimvero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt mo-
dicè à nobis ex istis, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se
coniunctæ sunt. Zenonis autē infestum accessum paulò post conside-
rabimus. Nunc verò cūm Theorematū, Problematumque sermonē
& de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & istis, quæ in ipsis
sunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum,
quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchrio-
ra quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes,
infinitamque ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea ve-
rò,



ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratè rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumquæ varietati incumbentes, ad quæ ut plurimum iuvenes currentes videmus,

Iuvenes
ad Casuū,
Sumptio-
nūq; va-
rietatē li-
bèter cur-
runt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.



Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod equilaterum est, constituere.

Proposi-
tio prima
Problemā
primum.

QVum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quæ ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia consequuntur suam evoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumquæ inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struerequæ proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaquæ huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusquæ conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de his omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quærit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cum quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiusmodi Lineæ definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, utputa quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5.
Sciētia du-
plex.

Differen-
tia Proble-
marum, et
Theore-
matū. idē
in primo
cap. huius
Libri.
Munus
Proble-
matis.
Munus
Theore-
matis.
De quib⁹
Geome-
triæ sit ser-
mo.
Geome-
tria quærit
quatuor
ea, quæ quæ-
ri solent.
Geome-
tria quærit ip-
sū Quid
est, dupli-
citer.

P a ipsum

Q^{uo} Geo-
metria q^u-
rat ipsum
Si est.
Quomo-
do, Qua-
le quid ē.
Respō det
Procl. cō-
tra Amphi-
nomi, &
Ari. sentē-
tiā, ex sen-
tētia Ge-
mini.
Argumē-
tum.

Q^{uo}, &
q^{uo} pro-
pter quid
Geome-
tria q^urat,

Epilogus,

Problema-
tum, atq;
Theore-
matū par-
tes.

Proposi-
tionis of-
ficiū.

Expositio-
nis offici-
um.

Constru-
ctionis of-
ficiū.

Demōstra-
tionis of-
ficiū.

Cōclusio-
nis officiū

Tres par-
tes sūt ma-
ximē ne-
cessarię, q^u
semp esse
debent tū
in Proble-
matib^{us}, tū
in Theore-
matibus,
Proposi-

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maxime in Determinatio-
nibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut pos-
sibile: & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum
[quale quid est] cum enim per se accidentia Triangulo, & Circulo,
& Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [quale est] ibi
quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minime
contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Am-
phinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Gemi-
nus) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geo-
metræ non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Mul-
tiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula soli-
da æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa
infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc in-
uestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogis-
mus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire
cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rur-
sus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum ma-
nifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuo
& ipsum [propter quid] manifestum sit. Verum de Quæsitis quidē
hec sufficient. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod
perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet,
Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē,
Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio
quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim
Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū
excipiens, Quæstioni præparat, Determinatio autem, seorsum Quæ-
situm quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quæ Dato desunt
ad Quæsitū venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cō-
cessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad
Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. &
omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt:
maximè autem necessariæ, & in omnibus existentes, Propositio, De-
monstratio, & Conclusio, nam oportet & Quæsitum præcognosce-
re, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, ha-
rumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis
quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtili-
tatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in il-
lo Problemate, quod ait, Acquicrus Triangulum constituere, quod
habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui du-
plum.

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematis non est, + Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere, Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cum in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio ut plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit: verum aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, ut in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtruncque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quod opus est hoc comparare. Et fit quidem hic etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subiicitur, quemadmodum in alijs Problematis, ut quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hic enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatum est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit, Cum igitur vtruncque Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cum autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt, siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quod huiusmodi Aequicrus inuenire oportet: tale autem erat Propositio, Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem taceatur, eo quod Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoque huiusmodi Problemata reperies, & maxime in Arithmetis, & in decimo libro, ut duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantum datur, Linea autem, & alia, omnibus. cum enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quod scilicet rectilinea, ne ipsam methodis curvilineum etiam bifariam secare quæramus. Cum verò, quod duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cum autem dicimus, quod si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoque proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demō-
stratio, &
conclusio.
Proposi-
tio deci-
ma Quar-
ti Elemen-
torum.
Quando
constru-
ctio def-
ficiat.
† Demōne

Prio post.
tex. i.

Quæ Deter-
minatio,
& Expositio
deficiat
& quando
non.
Expositio,
atque Deter-
minatio
Dati est.

Propo 29
Decimi
Elem.
Documē-
tum,

Quadru-
pliciter
Datū acci-
pitur . &
ideo Ex-
pō quoq;
quadrupli-
citer fit .
Demonstra-
tio Geo-
metrica
duplex ē .
Perfectio
Demōnis .

Conclusio
Geometri-
ca duplex
est .

ratio in quatuor Magnitudinibus data est . Cum verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet , tunc Signum Positione datum est . Vnde etiam cum Positio varia esse possit, Constructio quoq; varietatem suscipit . datum est enim Signum, vel extra Rectam , vel in Recta & in extremitate Rectæ , vel inter ipsius Extrema . Cum igitur quadrupliciter Datum accipitur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit . At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit . Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem . hæc .n. Demonstrationis perfectio est : quandoq; verò ex certis Notis arguentem . Et oportet non latere . vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent , non vbiq; autem demonstrantibus methodis perficiuntur . quando .n. eò quòd extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur , quomodo à causa est demonstratio hæc ? quomodo enim Medium certum signum non est ? etenim nondum externo existente Angulo, cum interni existant, duobus rectis æquales sunt . est siquidem Triangulum , Latere etiam non producto . Quando autem per descriptionem Circulorum , quod constitutum est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit . similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus . Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consuevere . cum enim vt in Dato ostēderint, vt vniuersaliter quoque concludunt , à particulari conclusione ad vniuersalem recurrentes . nam cum subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant . Ad vniuersale igitur trāscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur . transcendunt autem ratione optima , siquidem positus non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur . non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem , sed quatenus rectilineus tantum . Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria : Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune . sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus . si igitur Rectitudinē in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcendere minimè possem . Si autem Rectitudinem quidē ipsius non subiungo ,

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Problema quidem sit patet, imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari, Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat, nam data quidē est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hæcce. & vides quod ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaterrm constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demōstrationem nos efficit, Quæsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineæ rectę continuentur. & vides quod in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demōstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ æqualis est, & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales esse dicebat. Vtraque igitur, eidem æqualis est. Quæ autē eidem equalia, & inter se sunt equalia,

Primi Euclidis Problematis Propositio.

Nota quō omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Euclid. prob. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In constructione Petitionibus, in demōstratione autē pronuntiatis Geometre vtunt.

Demō.

Prima cō-
clusio pri-
mi probl.
Elemē,
Secunda
cōclusio

Particula
rū Quod
fecisse, &
Quod de
mōstrasse
oportuit
pulchra
cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio
quid.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quę Expositionem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super datā igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quę nunc proposita est datam feceris, eadem Constructiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Problematicā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omnino itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit ostendisse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & perspicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quę quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum .n. perspicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quę his annexa sunt breuiter disseramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quidque Inductio. Sumptionem itaque de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero predicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriē autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cum enim vel in Constructione, vel in Demonstratione aliquid sumimus eorum, quę ostensa non sunt, sed ratione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū inquisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis existit, cum illa absque Demonstratione ad aliorum fidem faciendā persumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in solutio-

lutionibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientiis omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eo quod Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, cum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum cum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quod igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quæ à Plat. traduntur.

Casus qd.

Corollarium quid.

Vide Varronē i lib. de lingua Latina. Instantia quid.

Inductio quid. Nota inductiois Geometricæ, cum inductione Logica similitudinem. Hippocrates primus fuit inductionis Geometricæ inuentor. Digressio.

Q Triā-

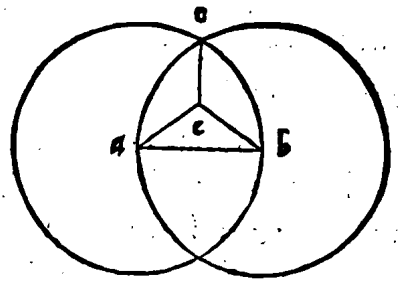
Triangulū
Aequilate
rū omniū
Triangulo
rū optimū
est, aſſimi
laturq; cir
culo.
Duorū cir
culorū Ae
quilaterū
Triangulū
comprehe
dentiū cō
templatio
† Intelli
gētias.
Vide Pla
tonem in
Phēdro, &
Proclū in
Timō pa
gi. 123.

Epilogus.

Zenonis i
festus ac
cessus, &
eius funda
menta.

† Triangu
lum nō
ostēderei
equilare
rū. Sit. n.

Triangulum inter Triangula optimū sit, & Circulo maximē cognatum omnes à Centro ad Circumferentiam æquales, vnamq; simplicem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum comprehensio, horumq; ex parte vtriusque (non enim in toto utroq; descriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusq; partibus constat) ostēdere in Imaginibus quomodo ea etiā, quæ à principiis egressa sunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunvoluuntur, propter continuā generationē: & Animæ ipsæ cum + motus transientes habeant, per restitutiones, & circunvolutiones non trāsientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autē & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem essentiaē Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, propter æqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurē sanē & hoc per Circulos cum mediū in ipsis includatur Aequilaterum ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cum triplicis Animarum substantiæ Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum suscipere. Verum enimvero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniā autem quidā aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refellere Geometriā putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam superius mētionē feci, quod & si quis principiis Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequuntur cōmuni compararet consensu hoc ipsis non concesso, quod duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi .n. hoc datum esset, + æquilaterum Triangulum minimē constitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, super qua constituendum est æquilaterū Triangulum. Describantur autem Circuli, & à cōmuni ipsorum sectione protendantur rectę Lineæ c e a, c e b cōmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cōmuni sectione protensas, Lineæ a b datæ æquales esse, non autem Trianguli quoque Latera esse æqualia, verū duo reliquo minora, nempe



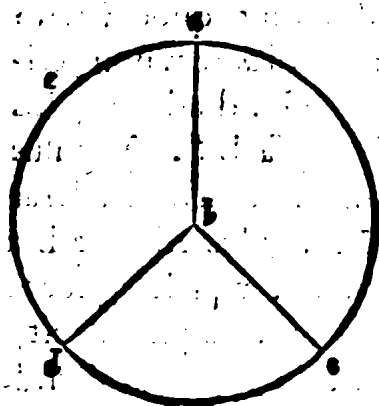
ipſo

ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituē-
tur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua mini-
mè consequuntur, nisi hoc quoque præceptum esset, neq; Circun-
ferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta?
Aduersus hæc porro dicendum, primum quidē quòd hoc quodam-
modo in principijs præceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non
esse cōmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc comprehe-
debat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa.
hoc .n. æquale esse Signorum intervallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa
Signa coniungit, vna, breuissimamquē efficit, ita vt si quis ipsam se-
cundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi
congruat. cū .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd bre-
uissima est totam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam
in Positionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait
[& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicuè
ostendit, quòd ea, quæ producitur, vna esse debet, vnoquē motu pro-
duci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius
accipere, sit si fieri potest a b, ipsius
a c, & ipsius a d cōmune Segmen-
tum. & Centro quidem b, interval-
lo autem b d, Circulus describatur
a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c
per Centrum est ducta, Semicirculus
est ipse a e c. & quoniā recta Linea
a b d per Centrum est protrahita, Se-
micirculus est ipse a e d. Aequales
igitur sibi inuicem sunt Semicirculi
a e c, a e d, quòd fieri non potest.
Aduersus autem hanc Demonstra-
tionem dicet forsā Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam
Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nos præacce-
pitur duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum.
sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel
si non congrueret, aut extra, aut intra cadere. Nihil autem obstat (ait
ille) non totam toti congruere, verū secundum aliquam partem.
donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū di-
spescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius
roctè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā consciū
quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

Respon-
sio
cōtra Ze-
nonem.

Alia Re-
sponso.

Secūda Pe-
titio.



Demonstra-
tio contra
Zenonē.

Argumen-
tum Zeno-
nis cōtra
Demonē.

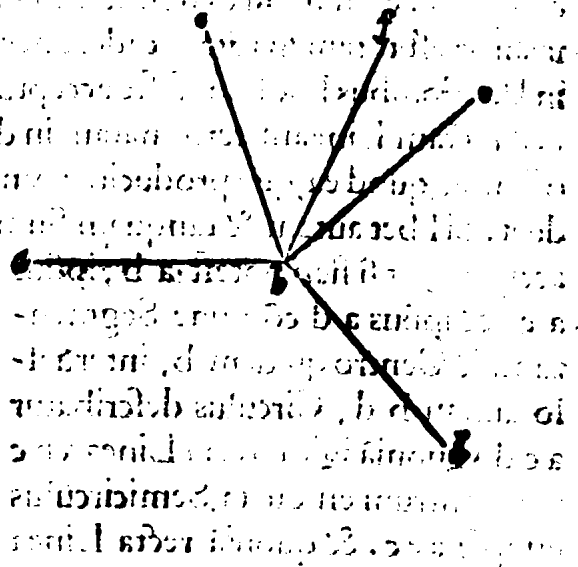
Posidonii
Responso.

stratio tamen bene succedit. nam iuxta illam partem, in qua non congruunt, altera quidem intra: altera verò extra erit, eademque absurda sequentur, Recta à Centro ad externam Circumferentiam protrahita. æquales. n. erunt quæ à Centro sunt, tum maior, quæ ad Circumferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesque sunt: aut secundum partem congruens, secundum reliquam vicissim variat: aut nulla ipsius pars, nulli alterius parti congruit. & si hoc fuerit, vel extra cadit, vel intra. hæc autem omnia consimiliter redarguuntur. Verùm de his hæc sufficiant. Zenonem autem aliam Demonstrationem adscribit huiusmodi, cui etiam obrectare conatur. Sit. n. duarum Rectarum a c, a d, cōmune Segmentum ipsa a b. & exeat ipsi a c ad Angulos rectos ipsa b e. Angulus igitur e b c rectus est. Si itaque Angulus etiam e b d rectus est, æquales erunt, quod fieri nō potest. Si autem non, erigatur ipsi a d ad Angulos rectos ipsa b f. Angulus igitur f b a rectus est. Erat autē Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem sunt, quod fieri non potest. Demonstratio itaque hæc est, quā Zenon obrectauit, veluti aliquid eorum, quæ posterius ostendenda sunt allumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos exeat. Posidonius autem nusquam quidem in Elementaribus Institutionibus huiusmodi Demonstrationem ferri inquit, verum Zenonem suos Geometras veluti flagitiosa Demonstratione videntes calumniari: esse autem aliquam rationem pro hac essam dicendam. Siquidem est etiā quædam prorsus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt, hocque præsumptimus rectum Angulum definiētes. tali enim inclinatione solum rectum Angulum constituimus. Sic autem fortasse hæc, quam creximus, siquidem ipse etiam Epicurus, omnesque alij Philosophi multa quidem eorum, quæ fieri possunt, multa autem impossibilis quoque materia, ad consequentis contemplationem supponere concedunt.

Alia Demonstratio
quam dā-
nat Zenon.

Posidonius
contra Zenonem
nonnulla
proponit.

Epicurus

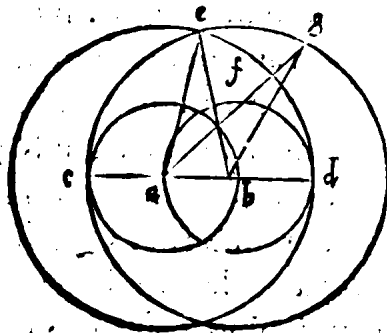


Toti

Totidem de æquilatelo Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Acquicrus. Sit igitur

Finis Digressionis

Linea recta $a b$, super qua oportet Acquicrus constituere. & describantur Circuli, ut in Acquilatelo. & producat ex utraque parte Linea $a b$, ad $c d$ Signa. $c b$ igitur, ipsi $a d$ æqualis est. Centro itaque b , Intervallo autem $c b$, Circulus c describatur. Rursusque Centro quidem a , Intervallo vero $d a$, Circulus d designetur, & à Signo c , in quo Circuli se invicem intersecant ad $a b$ Signa rectæ Lineæ $c a$, $c b$



Reliquorum Triangulorum constitutio.

protendantur. Quoniam igitur ca quidem ipsi ad , cb vero ipsi bc æqualis est, æqualis autem est ad ipsi bc , ca quoque ipsi cb æqualis erit. Verum maiores etiam sunt ipsa ab . Acquicrus igitur est Triangulum $a b g$, quod fecisse oportuit. At porro iussu sit Scalenum constituere Triangulum super data Recta $a b$, & describantur Circuli Centris, & Intervalis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f , & protendatur recta Linea $a f$, producatque ad g Signum, protendatur autem recta Linea $g b$. Quoniam igitur a Centrum est, af ipsi ad æqualis est. Maior igitur est ag , ipsa ad , hoc est ipsa $g b$. Centrum autem est & ipsum b , æqualis ergo est $g b$, ipsi cb . Maior est igitur $g b$, ipsa ba . At ga maior est, ipsa gb . Tres igitur $g b$, ba , ga inæquales sunt. Scalenum ergo Triangulum est. Triangula itaque sunt constituta. At hæc quidem divulgata sunt. Hoc vero in his pulchrum est, quod Acquilatellum quidem unde quaque æquale existens, unico modo constituitur. Acquicrus autem in duobus tantum Latribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data. n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus, vel ambabus maior. Scalenum vero undique inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera vero minor. & hæc utranque suppositionem vel proferenti, vel contrahenti exercere. nobis autem quæ sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter vero contemplabimur quod Problemata alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia vero infinitis modis sunt. Videantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, secundum

Documentum.

Problema
tū vniuersalis
Pini-
fio.
Amphino-
mus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata: Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ù verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiusmodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dispecere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentum, minore maius quam duplum esset, vtpote triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarum maior vel dupla est, vel tripla (multiplex . n . ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autem oportet quod multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantem operationem proponitur. quod namque in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædam Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitum est nomen. Est autem Excedens quidem, quod ait huiusmodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiæ Recti. hoc . n . superuacaneum est, frustra que adicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest, Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiam quam Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatone, in ordinem, Scientiamque parientem Terminum reducat. Vt si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilum enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem utroque æqualium Laterum habet, necnon vtrum illud, quod verticalem Angulum vtriusque eorum, qui ad Basim sunt duplum habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Ba-

sim

Problema
multipli-
citer dici.

Problema
Geometri-
cum.

Excedens
Problema
quid.

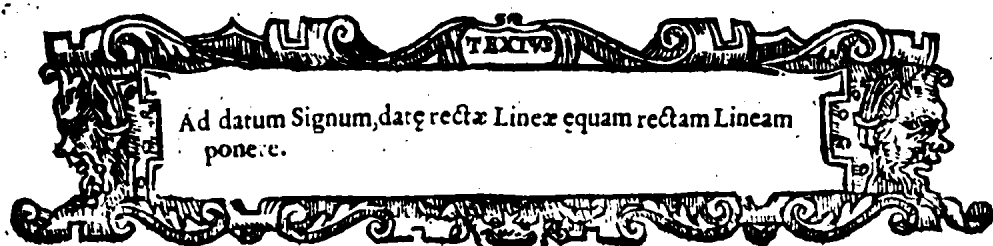
Impossi-
bile Proble-
ma quid.
Maius Pro-
blema quid.
Deficiens
Problema
quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplū habet; vel quod secundū quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam . fieri .n. potest vt infinitis variet modis, Ex his itaque manifestum est, quod ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt . Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiocationem . Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat . quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cōstruitur . tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum .

Hoc pponitur i Propōne 10. quarti Elementi.

Quale dēt esse pfectū Problema quod & pprīe problema dicitur .

Primū problema primi Elementi cæteris problematib⁹ præstat.



Ad datum Signum, datæ rectæ Lineæ equam rectam Lineam ponere.

Propositio secunda. Problema secundum.

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcūq; igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesque mutantia eundem Demonstrationis seruant modū, hæc Casum habere dicuntur: quæcūque verò iuxta vnam tantū Positionem, vnamque Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt, simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantū modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione, quæritur siquidem huic rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, vbi cūque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quod omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in sublimiori . omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum subijci Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est: præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamque pertinet, siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum no-

Cōm. 6.

Casus in Constructione est.

Documentum

Dub.

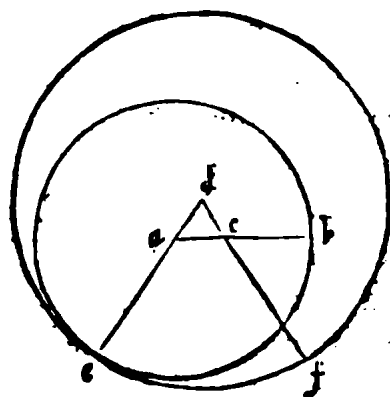
In præcedē Prob.

bis

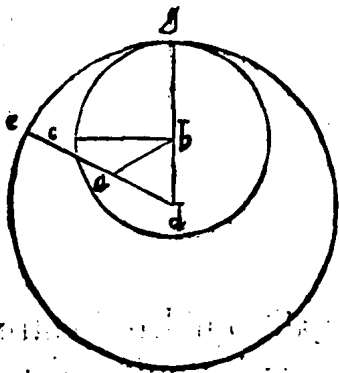
In 12. Pro-
positione.
Solutio.

Varij huius
Prob. Ca-
sus.

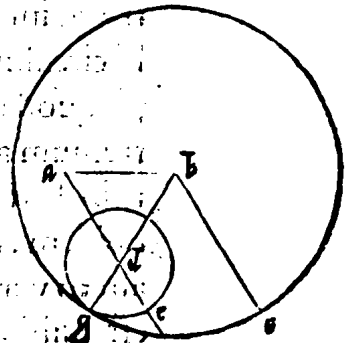
bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquan-
do quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum
æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Li-
neam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc mo-
do dubitet, dicendum quòd cum eam, quæ datæ est æqualis ad datum
Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nō
fecit quòd data, finita est? prorsus enim omnis, quæ est ad Signum
ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem
multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit.
Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam
tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminavit. Quòd
autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt,
manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam po-
situm est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit:
aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso
ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è dire-
cto datæ, ita vt si ipsa producat, in extrà posito Signo coincidat.
At Geometra quidem Signum, extrà posuit, & à Latere suscepit.
Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ,
quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea
a b, Signumquæ datum c, quod in
ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iux-
ta Elementi doctrinam Triangu-
lum æquilaterum super recta Linea
e a, quod sit d c a. & producantur
d e, d a. & Centro quidem a, Inter-
uallo autem a b, Circulus b e de-
scribatur. Rursusquæ Centro qui-
dem d, Intervallo verò d e, Circulus
e f designetur. Quoniam itaque a,
Centrum est, b a, ipsi a e æqualis
est. & propterea æqualis est d e, ipsi
d f. quarum d e, ipsi d a æqualis est. Triangulum enim d a e, æqui-
laterum positum fuit. reliqua igitur a e, ipsi c f æqualis est. Erat
autem a e, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b
æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita
est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt:
Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Late-
rum protensiones, Circulorumquæ descriptiones, adhuc multò plu-
res.



res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a ,
rectaque Linea $b c$, protendatur autem $b a$. Triangulum itaque equil-

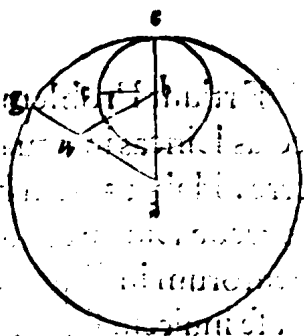


laterum in ipsa non
constituatur superius
habēs verticem (quo-
niam locus non est)
sed inferius, & sit $a d b$.
Aut ergo æqualis est
 $a d$, ipsi $b c$: aut maior:
aut minor. Si igitur æ-
qualis, quod iustum
erat factum est. Si
autem minor, Centro



quidem b , intervallo verò $b c$, Circulus designetur, & producan-
tur ipsæ $a d$, $d b$ vsque ad $e g$ Signa, & Centro quidem d , interval-
lo autem $d g$, Circulus describatur $g e$. Quoniam igitur æqualis est
 $d g$, ipsi $d e$, ex Centro enim sunt. sed & $a d$, ipsi $d b$ æqualis est.
æquilaterum enim est $a d b$ Triangulum. reliqua igitur $a e$, reliquæ
 $b g$ æqualis est. At $b g$ etiam æqualis est ipsi $b c$, a Centro enim &
illæ exeunt. $a e$ igitur ipsi $b c$ æqualis est, quod faciendū erat. Si ve-
rò maior est $a d$, ipsa $b c$, (hoc enim reli-
quum est) Centro quidem b , intervallo
autem $b c$, Circulus designetur & c. Secat
igitur ipsam $d b$, Circulus $e c$. Rursus cen-
tro quidem d , intervallo autem $d e$, Cir-
culus describatur $e g$. Quoniā igitur d Si-
gnum Centrum est Circuli $g e$, æqualis
est $g d$, ipsi $d e$. Erat autem & $d a$ æqua-
lis ipsi $d b$. reliqua igitur $a g$ æqualis est ipsi
 $b e$. Verum $b e$, ipsi $b c$ æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. $a g$
igitur ipsi $b c$ æqualis est. & est posita ad Signum a , quod erat facien-
dum. Multis autem alijs etiā Casibus existentibus, satis est hos quoq;
in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis cu-
riosis sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Con-
structionem huiusce Problemat, & varietatem auferentes, ita dixe-
re. Sit a datum Signum, $b c$ autem data Recta, & Centro quidem
 a , Intervallo verò tanto quanta est ipsa $b c$, Circulus designetur $d e$,
& protendatur quædam recta Linea a Signo a ad Circumferentiam,
quæ sit $a d$. Hæc igitur ipsi $b c$ æqualis est. tanta enim erat quæ ex

† Si aut minor,
Cetro quide b , in
teruallo verò $b c$,
Circulus descri-
batur, & producā
tur $a d$, $d b$ vsq; ad
Signa $e f$, & Cé-
tro quide d , inter-
uallo aut $d g$, Cir-
culus designetur.
Quoniā itaq; æ-
qualis est $d g$, ipsi
 $d e$, ex Centro. n.
sunt. sed & $a d$,
ipsi $d b$ æqualis ē.
æquilaterū. n. est.
Tota igitur $a e$, to-
ti $b g$ est æqualis.
Verum $b g$ equa-
lis est ipsi $b c$, ex
Cetro enim. ipsi
ergo $a e$, ipsi $b c$ æ-
qualis est, quod se-
cisse oportuit.

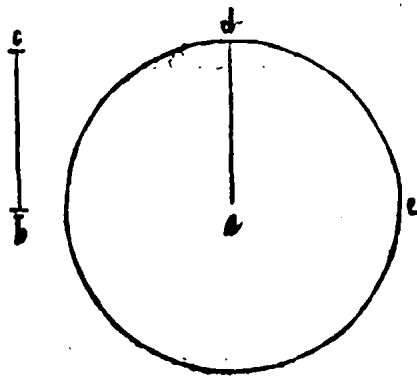


Quorūdā
praua de-
mōstratio

R Cen-

Centro, quanta est ipsa bc . & factum est id, quod iussu erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est perit. cum .n. dicat Centro a , interuallo autem bc , describi circulum ed , æqualem iam accipit quodammodo ipsi bc , ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non [†] approbabitur.

† conciliabimus.



Propo 3.
Problema
tertium.

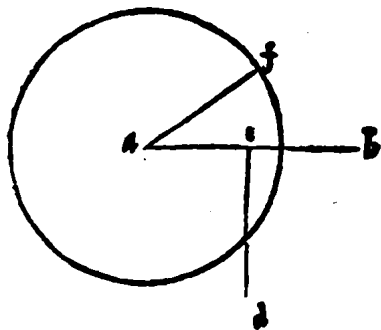
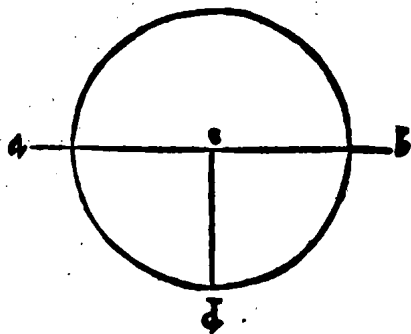
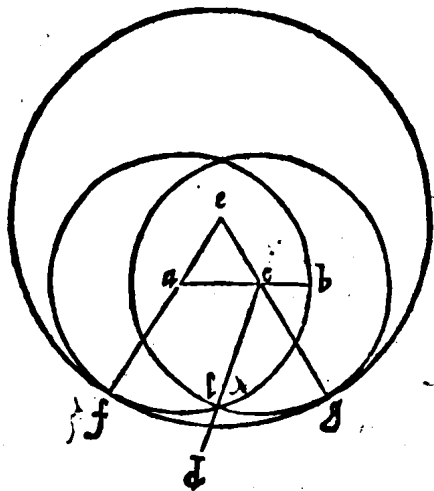
TEXTVS
Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori equalē minori abscindere.

com. 7.

Varij huius
Problema
tis Casus.

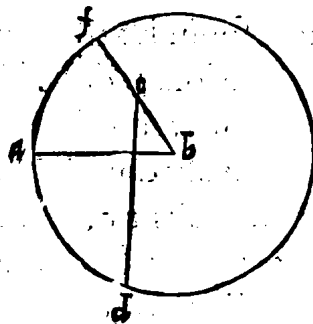
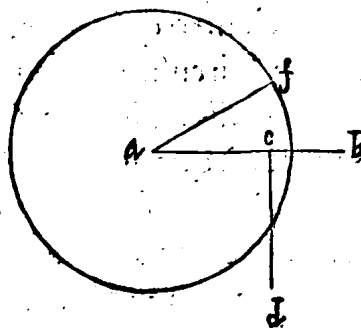
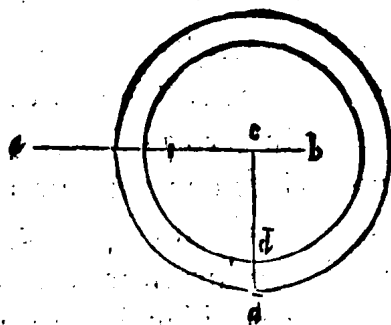
Tertium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocque dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio. communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel e conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

ribus quædam . Sint datæ rectæ Lineæ inæquales $a b$, & $c d$, maior autē $c d$, fecerq̃ue ipsam $a b$ sui ipsius Extremo c , & Centro quidem a , Intervallo verò $a b$, Circulus describatur $b f$, & constituatur Triangulum æquilaterum super $a c$, quod sit $a e c$, & producantur $e a$, $e c$. & rursus Centro quidem e , Intervallo autem $e f$, designetur Circulus $g f$. rursusq̃ue Centro quidem c , Intervallo verò $c g$, Circulus $g l$. Quoniam igitur $e f$ equalis est ipsi $c g$ (Centrum enim est e) quarū $e a$, ipsi $e c$ æqualis est, reliqua $a f$, reliquæ $c g$ æqualis erit . Verūm $a f$ etiam, ipsi $a b$ est æqualis . a enim Centrum est & $c g$ igitur, ipsi $a b$ æqualis erit, & hæc equalis est ipsi $c l$. centrum enim est Signum c . & $a b$ igitur ipsi $c l$ æqualis est . Aequalis igitur ipsi $a b$ ablata est ipsa $c l$. Verūm sit $c d$ minor ipsa $a b$, fecerq̃ue ipsam $a b$, iuxta c suum Extremum . Aut itaq̃ in medio ipsam dispescit, aut non in medio . Secer primū in medio, $c d$ igitur aut dimidiū est ipsius $a b$, & est æqualis $a c$, ipsi $c d$: aut medietate minor, & Centro quidem c , Intervallo verò $c d$, Circulum designans ab ipsa $a b$ ipsi $c d$ æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a f ipsi $c d$ æqualem ponens, describensq̃ue Circulum Centro a , Intervallo autem $a f$, ab ipsa $a b$, ipsi $a f$, hoc est ipsi $c d$ æqualem abscindes. Si autem $c d$ ipsam $a b$ non per mediū dispescit, erit $c d$ aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor . Si itaque $c d$ medietas est, vel minor medietate ipsius $a b$, Centro vtens Signo c , Intervallo autem $c d$, abscindes ab ipsa $a b$, ipsi $c d$ æqualem, iussumq̃ue factum est . Si verò



R a ipsa

ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b; Centro b, Intervallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producaturs vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunque enim ostensum est, Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur, nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cum ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elementorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens, & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Intervallo Circulum describere, qui à maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.



Propō 4.
Theorema primū

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alteri alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum: & Basim. Basi æquale habebunt, & Triangulū Triangulo equū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt æquales, sub quibus æqualia Latera subtendunt.

Cōm. 8. Hoc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam aliā rectam Lineam comparare proportionia. horumque illud quidem a non Aequali æqualem producebat; hoc verò ab Inæquali per ablationem Aequale reperiēbat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit, quomodo namq; qui prius Triangula non constituit, ortumque ipsorum non comparauit de his, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus. Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquam Rectarum inuentionem. dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non ne igitur facile penitus est, ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint, non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis, in quibus non profus inæqualitate existente, æqualitas eua est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter, transitusque a Maiori ad Minus non omnino per Aequale sit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & æqualium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices: nam alteram quidem, omnino nō existentem producit; alteram verò, ab Inæquali per ablationem acquirit, hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent; Basim quoque Basim, & Arcam Arcæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur: duo verò, quæ dantur, Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitatem queruntur autem tria, Basim ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primū in quātitate est Symptoma.

† Ipsi occurrere? neq; n. omnino scimus an Triangulū cōstitutum sit.

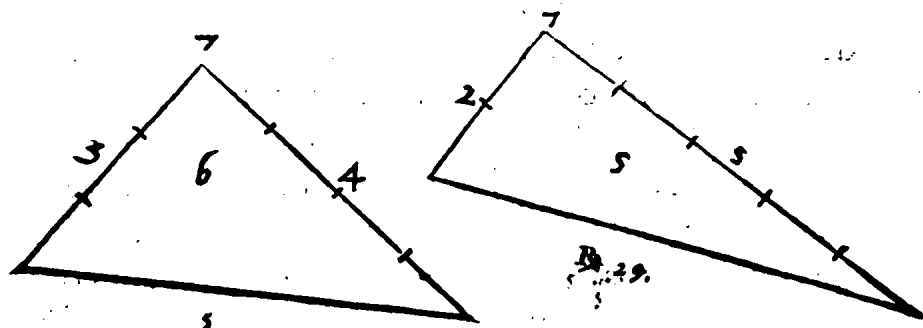
Vide 16. Propōne 1. tertii Elementorū.

Datum huius Theorematis. Questum huius Theorematis.

rent

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in cōm. propōnis 37. & in cōm. propōnis 47.



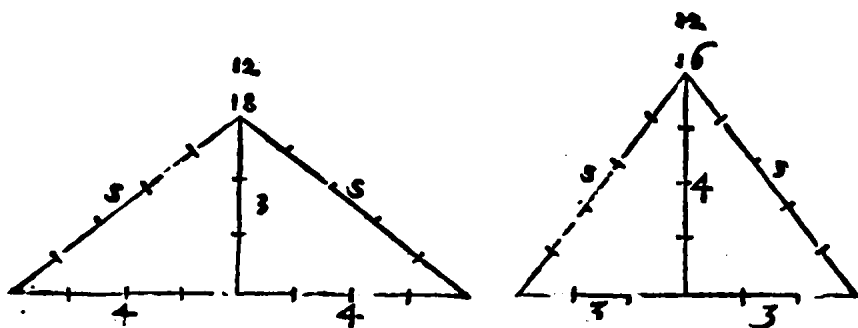
Pulchrū.

Documētum.
Basis Triāguli quid.
Duplex ē Trianguli Basis.

Quō Triāguli Triāgulo quāto æquale sit.
Area Triāguli quid.
Ambitus Triāguli quid.

geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cum maiorem agrum sumpserint, iusti existimari fuere, perinde ac si æqualem suscepissent: quoniam vtraque simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & ubicunque Elementorum institutor hoc adiecit, adnotari, quoniā ab re hoc addit, si quidē de datorū quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminate Loquēdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quin etiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod ē regione ante oculos iacet: duobus autem iam præacceptis necessario reliquum Basim esse supponendū est. Quapropter hic quoque Elementorum institutor cum duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cum ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanē Ambitum etiam, Lineam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam . Diverse igitur est utrunque , & oportet equidem propter Ambituum iuxta unumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areae debet esse æqualis . Accidit autem in quibusdam Triangulis Arcis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse . Duo-



bus enim Acquiruribus Triangulis existentibus, quorum utrunque æqualia Lateralia quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex . horum sanè qui Geometriæ quidè ignarus est maius dixerit illud, quod Basium octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit . Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in utroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans . Euenit autem (ut dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse . & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrum sumpserunt . Basis verò Basis æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea aliæ rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint . nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit : æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi invicem congruunt . Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit : cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit : cum verò intra, minor . nam ibi quidem alterum continet, hic verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in ceterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, ut in Lunularibus, in Sy-

Pulchra
cōsidera-
tio. Vide
et in lib. 4.
in cōm. p.
pōnis 37.
& 44.

Quo re-
cta Linea
alii rectæ
Lineæ æ-
qualis di-
catur.

Quo re-
ctilineus
Angulus re-
ctilineo
Angulo di-
catur æqua-
lis.

stroidibus,

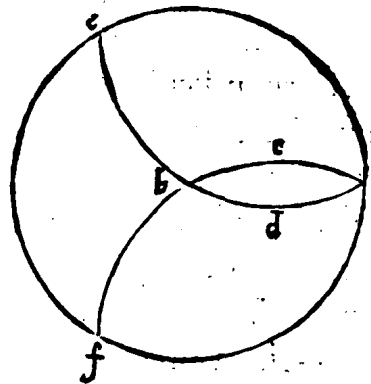
Quo Late
ra dicatur
Angulos
subtendere.

Documē-
ti finis .
† præassu-
matur. Ad
ipsius aut
Demonē
illud

Demon-
strat quod
duæ rectæ
Lineæ spa-
tiū non cō-
prehēdūt.

Documē-
tum.

stroidibus, atque in vtrunque conuexis . quoniam fieri potest vt & æquales sint, & Lateralia sibi inuicem non congruant . Rectus .n. cui-
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest , vt rectis Lineis
Circumferentiæ congruant . Præterea illud quoque præaccipiendum
est, quod Angulos subtendere Lateralia dicuntur, quæ e regione iacent.
omnis enim Triangularis Angulus a duobus quidem, Trianguli La-
teribus continetur, a reliquo verò subtenditur . Propterea Geometra
quoque cum dixisset Angulos æquales esse, adiecit [sub quibus æqua-
lia Lateralia subtendunt] ne diuersum non esse intelligamus qualem-
cunque Angulum suscepisse, huncque cuicumque reliquorum Trian-
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos
æqualia Lateralia subtendunt . æqualium etenim Laterum alterum qui-
dem, alterum æqualium Angulorum subtendit : reliquum verò, reli-
quum . Ad præsentis itaque Theorematis declarationem totidē † cō-
siderentur . Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt . hoc
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit . Si enim, inquit, Ba-
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt : si
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt . Vnde euenit
igitur quod hoc fieri nō possit ? Sint
duæ Rectæ Spatium comprehendē-
tes a c b, a d b, & producantur in in-
finitum . & Centro quidem b, inter-
uallo autem a b, Circulus a e f desi-
gnetur . Quoniā itaque Linea a c b f,
Dimetiens est, medietas Circumfe-
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-
tas Circumferentiæ Circuli est ipsa a e.
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f
Circumferentiæ, quod minime fieri potest . Duæ igitur rectæ Lineæ
nullum Spatium comprehendunt . Quod Elementorum quoque in-
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad om-
ne Signum, rectam Lineam ducere] eò quod vna recta Linea sem-
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ . nam plures qui-
dem Circumferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-
tibus, & in contrarijs . hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-
tis duabus quidem Circumferentijs, vna verò recta Linea coniungun-
tur . Fieri autem potest vt & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-
cūferentiæ



conferentia data Signa coniungentes describantur. causa verò est,
 quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum
 autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudi-
 nis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ce-
 terorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque
 inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem ma-
 ximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quod
 autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cōmunibus de-
 pendet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniens est, ab ipsa-
 que Suppositionum euidētia egressa, cuilibet manifestum est. nam cum
 quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, si-
 bi inuicem congruunt. Cum verò Anguli, qui ab æqualibus Lateri-
 bus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt.
 Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis, in-
 ferre etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæc, Basis
 quoque congruet Basi. Si verò Tri Tribus, totum etiam Triangu-
 lum toti Triangulo, omniaque omnibus æqualia erunt. Aequalitas
 igitur in iis, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstra-
 tionis causa esse apparuit. duo enim hic sunt Pronuntiata totam pro-
 positi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum
 quidem dicens quod ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt,
 & hoc simpliciter verum est, nullaque indiget limitatione, quo Ele-
 mentorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisque Angulis vri-
 tur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt.
 Alterum verò, quod ea, quæ equalia data sunt, sibi inuicem congruunt.
 Hoc autem non in omnibus verum est, sed in iis, quæ specie similia
 sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, &
 Circumferentia Circumferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à si-
 milibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem
 dico quod quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt
 tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit.
 Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus,
 & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcque sibi inuicem congruunt.
 Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusque
 omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt.
 Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quod o-
 mnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cogniti-
 onis æqualium vndeque Triangulorum. Verū enim vero de tota
 Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib.
 secundo.
 Cōm. 10.

Finis Do-
 cumēti.

Præsentis
 Theore-
 matis De-
 monstratio

Oportet
 Pronūcia-
 tum.

Conuer-
 sum octa-
 ui Pronū-
 tiati.
 Nota q
 speciē hic
 specialissi-
 mā intelli-
 git.

† Simplic.
 Digressio

S Astro-

Distinctio
Problema-
tū, & The-
orematū
secundum
Carpum.
Prima dif-
ferentia.
Secūda dif-
ferentia.

Tertia dif-
ferentia.

Propria
opinio.

Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematis sermonem suscitauit siquidem opportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac denicq̃ horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematis præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærentur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquē artificiosa intelligentia indigentem, hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt equilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiquē scientiam iudicio indigentem, vt neq̃ veritatem excedere, neq̃ à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoq̃ est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inuestigantur. in Theorematis verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsq̃ nostrum (inquit ipse) nemo communem horū inuentionis methodum tradere possit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius vtiq̃ esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq̃ institutione Problemata Theorematis præcedunt, ab hisque Elementorū institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartū est in ordine. non quia quantum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si ēē nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eo quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema, omnino enim cōmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit, congruentia enim, quæquē ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iurè Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariū illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematis præcedunt, & potissimū apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theorematum Problematibus præcellūt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cōiungit, problematice agere: quatenus verò primæ sciētiæ coheret, Theorematice à Problematibus ad Theorematum, à Secundis ad Prima, & ab ipsis, quæ ad Artes magis spectant

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemino obtreſtare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenſi. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſſignauit: Geminus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cūm quidē in Theorematibus Simplicisſimum ſit, atq; principalisſimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicā, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demōſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſq; Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoq; Data ipſa conſtruuntur.

Defendit
Gemini.



Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Propoſ. 5.
Theorema ſecundum.

Theoremata alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Cōcluſiones indiuiſibilia ſunt; vnum habētia Datum, & vnū Queſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quæ ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cōcluſiones Suppoſitione Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horū alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quæcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minime poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verū fieri non poteſt vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq; fiant: non enim ſi Triangula Latera ſola æqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt Alitudine, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſſibile

Cōm. 9.
Theorematum diuiſio.

S 2 enim

Prima p-
positio se-
xti.

Theore-
ma.

† Vnam
quāq; qui
dem Com-
plexi par-
te nō vni-
uersaliter.

† Sed eorū
ratiū, quē

† quæ,

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Al-
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisquē
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquē omnibus
inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quę concluduntur,
Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui An-
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-
tendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &
Parallelogrāmorū Theoremate sub eadem Altitudine existentīū.
Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūquē
Dimerientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā
diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt:
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus
quòd Dimeriens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaquē diuidit,
† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,
quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem di-
camus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bi-
fariam secant. Segmentorumquē omnium Angulos æquales fa-
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimeriente fiunt.
Omnino autem hasce compositiones Geometrę breuitatis, Resolu-
tionumquē gratia machinati sunt. multa .n. cū incompressa qui-
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Cōmoditates
ad Resolutionē, quę tendit ad principia prębent. His, itaque, prius
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum
cū vnum sit partitus est, & scorsum vtraque Data, & Quęsita ap-
posuit, quippe qui Aequicrurū dixit qui ad Basim sunt Anguli, æ-
quales sunt, rursusquē deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,
qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-
tum, & iuxta Quęsitum. & utrūque eorum, quę componuntur
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtro-
que, Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Trian-
gulum: si autem qui sub Basi, æquales rectę Lineę protractę sunt,
&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elemētorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primū quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquā enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematū Constructione, aut Demonstratione vteretur. Cum igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interserere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarū tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum autē est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium is, quæ dicenda sunt præparare, responsionūque subsidia præmoliri. vt non solum eorū, quæ vera sunt Demonstrationes ex is, quæ prius sunt demonstrata, verū etiā Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem, ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentū. nam qui in illis etiā sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanè præter propositū est) alijs primò ipsorū solutiones præparare, is vtiq; certissimam mirū in modum disputationum viā prætexerit. Hoc igitur Elemētorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, is, quæ nunc ostenduntur videntes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendaciū, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuū erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextū non conuertit, quoniam neque etiā præcipuam hoc affert vtilitatē, verū per accidens ad totā scientiā nobis confert. Siquis autē à nobis petat, nos non producentes etiā æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodāmodo Cōstructionē transponentes, & eas quæ extra sunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit .n. Aequicrus abc , accipiatque in Linea ab quodcunque Signum, sitque illud d , & ab ipsa a c , ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit a e , & protrahantur rectæ Lineæ be , dc , de . Quoniam itaque ab , ipsi a c ; & a d , ipsi

Vide inferius in præfatione.

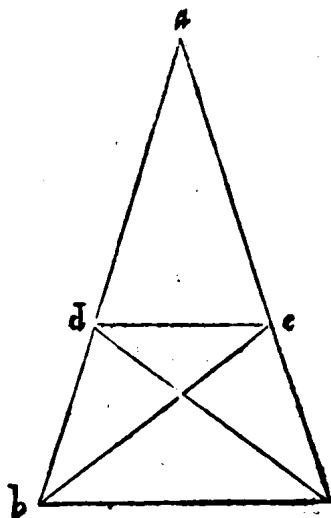
Pubitatio

Solutio.

Notandum
† ex hoc
quoque eu-
qui i Geo-
metria est
est ordinis
ad Rhetorica
emolumentum.

Ecce causa,
quā superius
permisse.
Quidā huius
Theoremat
causa.

a c æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b c æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāobrem Angulus a b c, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c: & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, a quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri equalia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus equalia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtendunt æquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidē d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit. Acquiruntur igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā rectis Lineis non productis. Adhuc autē brevis hoc Pappus ipse demonstrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit



† nulla ad
ditione i-
digens,
Demōstra-
tio Pappi.

Aequicrus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b æquales sunt, duæ vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē .n. est) & omnia igitur, omnibus equalia sunt. Basis quidē b c, Basis e b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his .n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Acquiruntur igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quod Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,



&

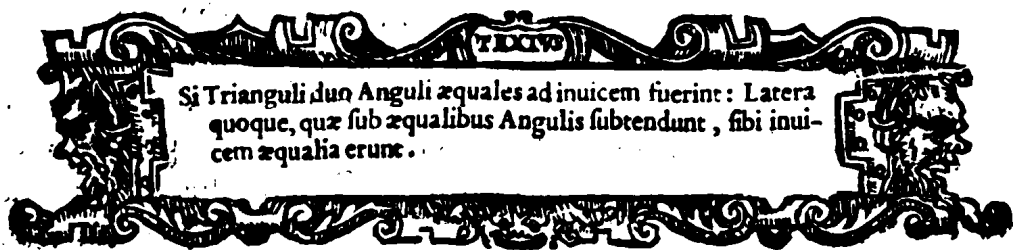
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quod vtrique omnis Acquiruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt; moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (cuius quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnā similibus partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circumferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quod tres solæ Lineæ & non plures similibus partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quæadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Acquiruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similibus partium Lineam incidentium. illis enim primū inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit
primus
huius Theore-
matis in-
uentor.

Laudat
Geminus.

Theore-
ma Gemi-
ni.

In 20. po-
sitione.



Propō 6.
Theore-
ma 3.

Cōm. 10.

Cōuersio
quid apud
Geome-
tras.

PRæfens Theorema duo hæc Theorematum in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio verò

verò, tanquam Conclusio inferitur. vt, Acquirurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Acquirus Triangulum hic est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Acquirura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamque Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus æqualia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpè numero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatæ, sed quedam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quod multæ falsæ Conuersiones fiunt, & nō sunt propriæ Conuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quod omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Metechmi, Amphinomi que familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum autem, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cum .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cum autē, contrario Suppositionem quidem Symptoma

† accipien-
tes Con-
clusionem
vnamque
ex Suppo-
sitionib⁹
conclusio,
nō faciūt,
vnā Sup-
positionū,
vel et plu-
res. & hoc
modo.

Duplex
Conuersio
Geometri-
ca, ppria,
atq; im-
ppria.

† Et non
vnū vni,
Sed vnum
multis cō-
uertēs, iux-
ta Sup-
positionū
Notadū.

Quid pœ-
dēs, & qd
Conuer-
sum Theo-
rema.

ma fecerint: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ipsæ, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ipsæ, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principiis sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principiis quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidencia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ipsis, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principiis illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quam Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtēdentia

Genus hic
pro subie
cto.

Epilogus.

Deductio
ad impos-
sibile quid
apud Geo-
metras.

Documen-
tum.

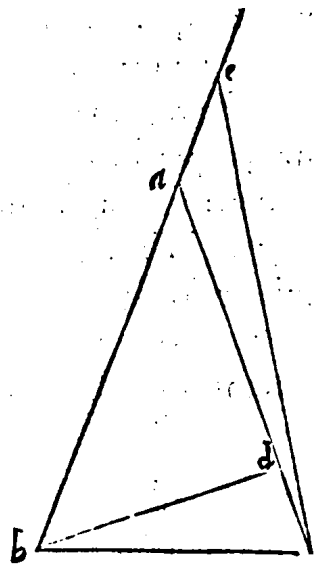
Porphyrius

T æqualia

Epilogus.

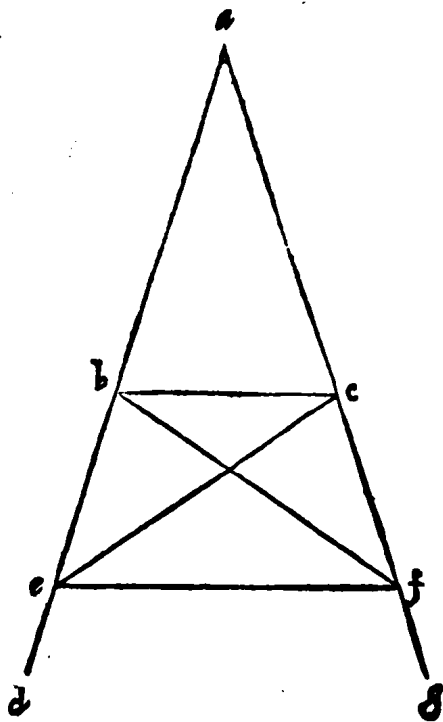
In princi-
pio huius
cōmenti .Quidā hu-
ius Theo-
matis ca-
sus.Demō re-
liqui con-
uerſionis
membri.

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est : verum hoc fieri non potest . Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium La-
tera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt . Totidem
de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur
sufficiant. Vtitur aut (quod iam diximus) Elementorū institutor Con-
uerſione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti
Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquā
Quæsitum adiecit : Deductione autem ad impossibile, in Construc-
tione, atque in Demonstratione . Si autem aliqui surgant dicentes,
quod nō oportet ipsi $a b$ ab ipsa $a c$ æqua-
lem auferentem, ad Signū c , facere abla-
tionē, sed ad Signum a , hanc quoque po-
nentes Suppositionem in idem impossi-
bile incidemus. Sit .n. $a b$ æqualis ipsi $a d$,
& producat $b a$, ponaturque æqualis
 $a c$, ipsi $d c$. Tota igitur $b c$, toti $a c$ æqua-
lis est. Connectatur ipsa $c c$. Quoniam itaque
 $a c$ æqualis est ipsi $b c$, cōmunis autē $b c$,
duæ duabus æquales sunt, & Angulus,
qui ad Signum b , Angulo $a c b$ æqualis
est. Sic .n. positum fuit . & omnia igitur
omnibus (per quartum Theorema) æ-
qualia sunt . Quamobrem Triangulum
quoque $e b c$, Triangulo $a b c$ æquale est,
Totum parti, quod minimè fieri potest.



Verum quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum
etiam Conuerſionis ostendamus . nam Elementorum quidem insti-
tutor ad quinti Theorematis partē, totum sextum conuertit . Ope-
ræpretium est autem reliquam quoque Conuerſionem adijcere . hæc
autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuius-
dam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse : ostendit
verò Triangulum esse Aequicrus, Sit igitur $a c b$ Triangulum, &
producantur $a b$, $a c$ ad Signa $d g$, sintque Anguli, qui sub Basi sunt,
æquales . Dico quod Triangulum $a b c$, Aequicrus est . Sumatur .n.
in Linea ad Signum e , ipsique $b c$ æqualis $c f$. & connectantur Lineæ
 $e c$, $b f$, $c f$. Quoniam igitur $b c$, ipsi $c f$ æqualis est, cōmunis autē $b c$,
duæ duabus æquales sunt . & Angulus $e b c$, Angulo $f c b$ æqualis est.
sub Basi enim sunt . & omnia igitur omnibus (per quartum Theo-
rema) æqualia sunt . & Basis igitur $c e$, Basi $f b$ æqualis est, Angu-
lusque

lusque $b c c$, Angulo $c f b$: &
 Angulus $c b f$, Angulo $b c c$.
 sub ipsis enim æqualia Latera
 subtendunt. erat autem totus
 $e b c$ Angulus toti $f c b$ Angu-
 lo æqualis, ex quibus Angulus
 $f b c$, Angulo $c c b$ æqualis est.
 & reliquus igitur $e b f$, reliquo
 $f c c$ æqualis est. est autem $b c$,
 ipsi $c f$: & $b f$, ipsi $c c$ æqualis,
 æqualesque continent An-
 gulos. & omnia igitur omni-
 bus æqualia sunt. Quapropter
 Angulus etiam $b e f$, Angulo
 $c f c$ æqualis est. Quamobrem
 Latus quoque $a c$, Lateri $a f$
 æquum est (per sextum, osten-
 sum .n. est) ex quibus $b c$, ipsi
 $c f$ æqualis est. sic enim ablatae fuere. reliqua igitur $a b$, reliquæ $a c$ æ-
 qualis est. Aequicrus ergo est Triangulum $a b c$. Tum igitur si duos,
 qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est: tum si
 Lateribus productis duos, qui sub Basim sunt Angulos æquales habue-
 rit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicrus erit. Qua de cau-
 sa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non con-
 uertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub
 Basim sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum so-
 lutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqua-
 libus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam
 Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi
 confert, cum sequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur,
 ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basim sunt, æqualibus exi-
 stentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi: si .n. omnis recta Li-
 nea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duo-
 bus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basim sunt æqualibus datis,
 & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus
 existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque
 in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quod
 Angulis, qui sub Basim sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequi-
 crus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-



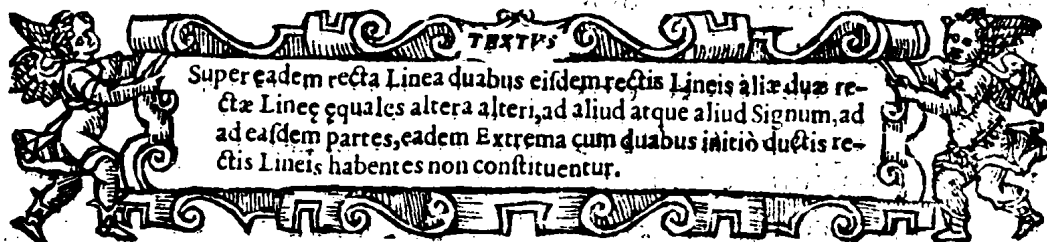
Dubitatio

Solutio.

T a matum

Propo 13.

matum Demonstrationem, nam paulò post apparebit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent: quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propo 7.
Theorema 4.

Côm. 11.

Aristote.
in 1. po. st
tex. 31.† nam sine
affirmone
nequePrima hu-
ius Theo-
rematis cō-
ditio.

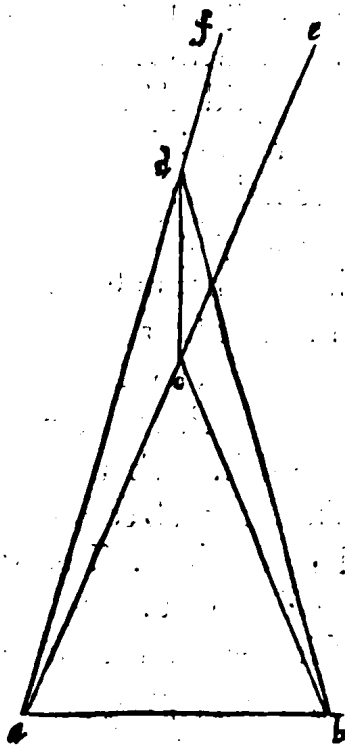
Secunda.

Tertia.

PRæsens Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter
iis, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per nega-
tionem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium
ipsis est, ut plurimum, n. tum Geometricorum, tum Arithmetico-
rum Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut
inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientiis
maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negatione quæ nihil in-
digens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si de-
bet ostendi † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est,
neque Ratio cinatio quædam, Atque idcirco Demonstrantes scientiæ,
plurima quidem affirmantia ostendunt, raro verò negantibus vtun-
tur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce
Theorematis Propositio, omnibusquæ additionibus vincita, quibus
adeò certa, atque indubitata facta est, ut ab iis, qui calumniari conan-
tur, coargui, cōvinciquæ minimè possit, nam primò quidem particula
illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus
alteram alteri æquales ostendamus, Propositione quæ vtentes circun-
ueniamus. Secundò vna recta Linea existere, nō inquit super ipsam
duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest)
sed alteram alteri, quid n. mirū est vtrasque vtriusquæ æquales sumpsis-
se eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: al-
teram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossi-
bile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æqua-
les fecisset, hasce illis in eodē Signo, quod subiectas rectas Lineas iux-
ta verticem coniungit, coaptasset, hasquæ constituisset? omnino .n.
æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum con-
gruēt.

gruent. Quàrtò adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si Quarta.
 vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alte-
 ram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissimus, ita vt recta il-
 la Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium
 Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Ele-
 mentorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem
 partes,]. Quintò subdidit [eadẽ Extrema cum duabus iniriò ductis Quinta.
 rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem
 recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud
 Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & su-
 per hac ipsas duas constituens, ips, quæ constituuntur non eadem Ex-
 trema habentibus cum illis, quæ iniriò ductæ erant. si enim in Qua-
 drangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellex-
 erimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo
 Lateri, alteri quæ Dimetienti. Verum æquales eadem non habebunt
 Extrema, neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ
 Extrema habebunt, ipse autem erant æquales. His igitur distinctio- Instantia.
 nibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur.
 Fortasse autem quidam præter hos quoq; omnes scientiam gignent-
 es Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri
 potest vt id, quod Geometra dicit im-

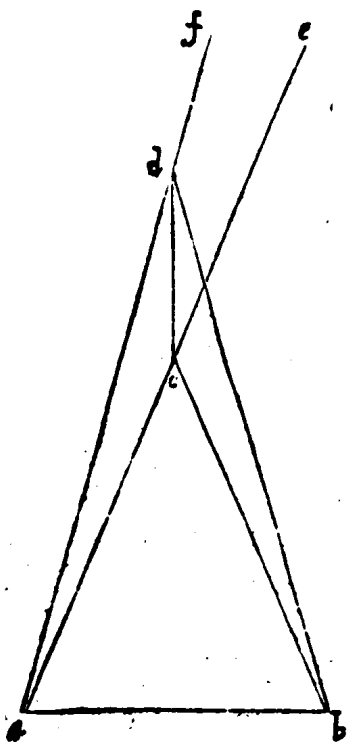
possibile sit. Sit .n. a b recta Linea,
 & super hac duabus a c, c b, duæ æqua-
 les a d, d b, sint quæ hæ extra illas, vt
 ad aliud atque aliud Signum, c nempe,
 atque d sint, eadem quæ Extrema cum
 ips, quæ iniriò ductæ sunt rectis Lineis
 habeant, a scilicet, atque b. & sit a c
 quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi
 b d. Aduersus itaque hoc modo instā-
 tes occurremus, connectendo quidem
 Lineam d c, producendo verò Lineas
 a c, & a d ad Signa e f. his .n. constru-
 ctis manifestum, quòd Triangulũ qui-
 dem a c d Aequicrus est, æquali existẽ-
 te (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c:
 Anguli verò, qui sub Basì, æquales,
 Angulus scilicet e c d, Angulo f d c.
 Angulus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est



Responso.

Angu-

Angulus bcd , Angulo bdc . Sed quoniam rursus Linea db æqua-



lis est Lineæ bc , Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus bcd , Angulo bdc . Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minime fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicē æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematū Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximā affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd ac , ad equalibus existentibus, Anguli quoque ecd , fdc æquales erunt. Consimiliter autē in alijs quoque Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cōferre apparebit.

Alia Instantia.

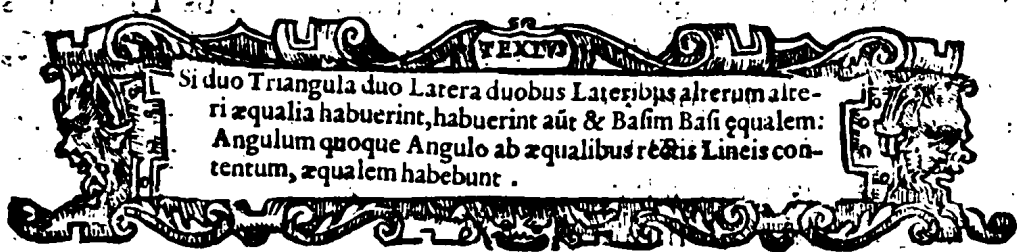
Responsio.

† quæque
ipsis æqua
les sunt.

Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea ab , rectæ Lineæ bd , bc æquales rectis Lineis ac , ad , quarum bc quidem equalis sit ipsi ac : bd verò, ipsi ad , ad aliud atque aliud Signū, a scilicet, atque b , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis ac , ad habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea ab constituere, hisque æquales super eadem recta Linea ab constitui? hoc modo enim Elementorum quoque institutor in Propositione dicit. Ipse autem ac , & ad rectæ Lineæ non sunt super recta Linea ab , sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super ab recta Linea consistunt, ut ac , cb , & ad , db : aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæque ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea ab constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa ab recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeque esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octauī

Theo-

rematis esse. ad illius namque Demonstrationem confert, & neque Elementum simpliciter est, neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit utilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius usum reperiemus.



Propo 8.
Theore--
ma. 5.

Octauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Cóm. 12. Conuersionem sumptum. non .n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verum aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæstorum, quæ in illo sunt contextens, vñ quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Supposito est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vñ Quæstorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc, Sola igitur Datorum, Quæstorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autem causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positum est, Quæstio & non statim post quartum, tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo sit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniã verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cum per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cõmunibus notionibus quòd fieri non potest redarguit, & non (quemadmodum octauum) ab alio Theoremate, euidetiora .n. ad redargutionem sunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantiã sunt, quæ Theorematibus contradicunt. hæc siquidem Responso.

per

Philonis
Demon-
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit.

Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus $a b c$, & $d e f$, duoque Latera duobus Lateribus equalia, & Basim $b c$, Basim $e f$ equalē

habentibus, Basis Basis congruens, Triangulumque $a b c$, & Triangulum $d e f$ positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum sit:

ad alteram verò utcunque ipsius $e f$ rectæ Lineæ partem, ita ut oppositi ipsorum vertices sint, viceque ipsius $a b c$, sit hoc modo positum ipsum.

$e f g$. & sit ipsi quidem $d e$, æqualis $e g$: ipsi autem $d f$, ipsa

Casus De-
monstra-
tionis Phi-
lonis.

$f g$. Ipsa itaque $f g$ aut in directū posita erit Lineæ $d f$, aut non in directum. & si nō

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primū in directū posita. Quoniam igitur equalis est $d e$ ipsi $e g$, unaque est Li-

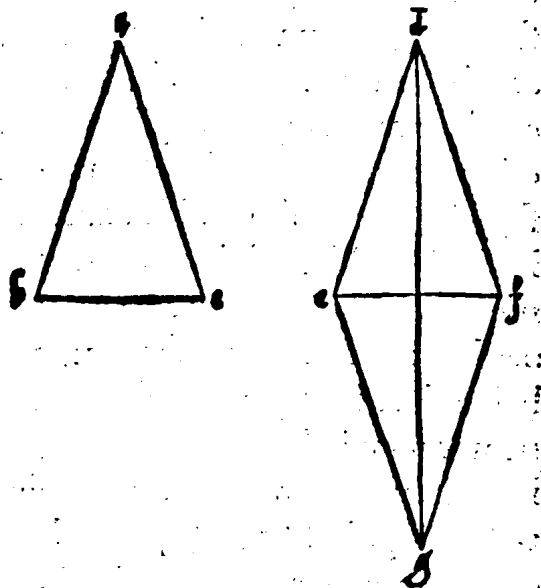
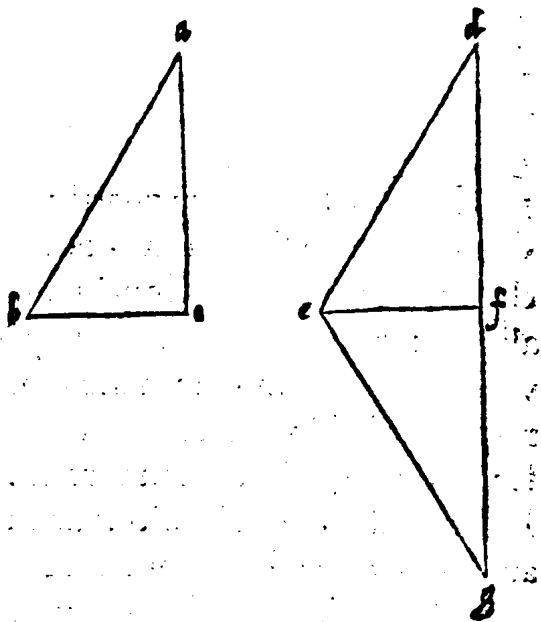
Primus.

nea ipsa $d f g$, Triangulū $d e g$ Acutius est, & Angulus, qui ad Signum d , Angulo, qui ad Signum g æqualis est. Si verò

Secundus.

non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cōnectaturque $d g$. Quoniam igitur $e d$, $e g$ æquales sunt, Basisque $d g$, Angulus etiam $e d g$ Angulo $e g d$ æqualis est. Rursus quoniā æqualis est $d f$, ipsi $f g$, Basisque $d g$, Angulus quoque $f d g$, Angulo $f g d$ æqualis est. Erat autē

& Angulus $e d g$ æqualis Angulo $e g d$. Totus igitur $e d f$, toti $f g e$ equalis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta exter- Tertius.
nam partem faciat Angulum ad ipsam df , ipsa fg , & connectatur
extra recta Linea dg .

Quoniam igitur dc ,
 eg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Anguli
 edg , dgc æquales sūt.

Rursus quoniam df ,
 fg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Angulus
 fdg , Angulo fgd æ-
qualis est. Erāt autem
toti etiam edg , dgc .

Anguli ad invicem æ-
quales. & reliqui igitur
 edf , fgc Anguli

inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet fg rectæ

Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-
mus, septimoque nusquam vti fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) fru- Dubitatio

stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter
octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam
illo ostensum est, quonam pacto penitus inutile septimum non ap- Solutio.

paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ n̄ etiam, qui nos præces-
sere dixerunt) quod septimum Theorema demonstratum, n̄s, qui

Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque
defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt

vtentes ostendisse quod tres consequenter Defectus æquali spatio ab
in vicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tan- Tres defe-
ctus conse-
quenter æ-
quali spa-
tio distan-
tes esse nō
possunt.

to temporis spatio distet à primo, quanto tertius à secundo. Exem-
pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, viginti que diebus

elapsis factus fuit: Tertium utique post secundum tanto tēporis spa-
tio minimè factum esse, verū aut maiori, aut minori. hoc autem sic

se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum

Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-
ferens obiter ostendisse, verū multa quoque alia Theoremata, atq;

Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulo- Vltima p-
positio li-
bri quarti
quō ad A-
stronomiā
conferat.

rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū pro-
ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui

enim descripserunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,
V Polo

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quinde- tangulari siquidem Latere ab invicem distant. Videtur igitur Ele- mentorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præ- ostendere, ad illam quoque scientiam nos preparans. Cum autem simul vidisset quòd Septimum hoc Theorema ex quinto Theorema- te ostenditur, octavumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est. Ca- suum autem varietate Elementari institutioni non satis conveniens.

Dubitatio Ad hanc igitur Quæstionem hæc dicta sint. Si quæ autem dubitatio- ratione tot etiam in octavo non addidit, quot in quarto Theoremate,

Solutio. & Triangula (inquam) & reliquos Angulos æquales esse. Dic- mus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque o- mnibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia iniqua consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum æ- qualitatem, Latrum illos Angulos cōprehendentium, Basiumque æqualitas efficere, neque enim Basibus inæqualibus existentibus idem Anguli manent cōprehendentibus Lateribus æqualibus suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur, & dum crescit illa, Angulus quoque vna crescit. neque idem Basi- bus existentibus, Lateribus autem inæqualibus eadentibus Angu- lus manet, verum dum quidem inminuuntur, augetur: dum verò augentur, inminuitur. Contrariam nam passionē Anguli, Lateraque illos cōprehendentia patiuntur. etenim si in eadē Basi Latera in inferiore partē descēdere intelligas, ipsa quidē diminuis, Angulum aut ab ipsis cōprehensum auges, maioremque ipsorum ab invicē distantiam efficis. Si aut in altū ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quē con- tinent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis remoto à Basi factō. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadē exi- stēs, & Latera æqualia existētia, ipsius Anguli æqualitatē determināt.

Prop⁸ 9.
Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cōm. 13.

Problematibus Theoremata admiscet, Theorematisq; Proble- mata contexit, & vtrisque totā Elementarem institutionem cōficit, tum quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa subiecta ipsa

ipsa considerans. Cùm itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo equalitati Laterum consequentem equalitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quòd Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quòd Angulus hic quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicumque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites vtrum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis eorum, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomides quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippie, Nicomedisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes ipsæ, qui instituuntur contemplatu difficiles cùm sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circumferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab ipsidem Lineis præsci omnem Circumferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circumferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixture constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profecto est, quod etiam in præsentia proponitur Problema [Datum An-

Circa hoc
Vide Vi-
tellionē i
28. Propo-
sitione pri-
mi.

Nicomē-
des appie-
tatis Con-
choidū Li-
nearū fuit
inuentor.

In Pro-
positione
30. tertii
Elemen.

Hic tradit
causam p-
pter quā
Eucl. recti-
lineū An-
gulū solū,
& Circun-
ferentiam
induas tā-
tū partes
æquales se-
cuit.

In lib. 2.
cap. 8.

Instantia.

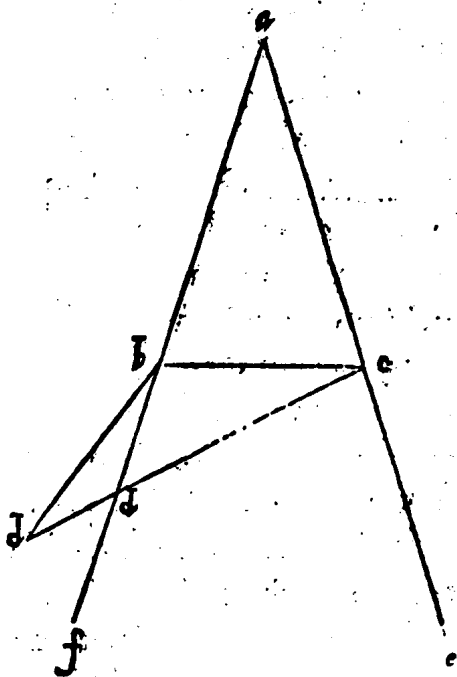
Solutio.

gulum rectilineum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate : in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vtiur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram insistent dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus bac , quem

bifariam secare oportet. & in Linea ab , Signum b , & ipsi ba æqualis ca , & connectatur bc , constituturque in ipsa Triangulum æquilaterum bcd . hoc porro d Signum aut inter a , b , a , c rectas Lineas est, aut in a , b , aut in a , c , aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea ab , ita vt bcd Triangulum æquilaterum sit.

Æqualis igitur est db , ipsi dc , & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet cbd , & Angulus bcd . Totus igitur bce maior est Angulo cbd . Rursus quoniam ab , ipsi ca æqualis est, Triangulum abc æquicrus est, & Angulos, qui sub bc Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur bce , Angulo cbd æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea abd esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea ace . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniam igitur bd , ipsi cd æqualis est, Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, nempe bcd , & cbd . Maior igitur est Angulus bcd , Angulo cbf . multo igitur maior est bce , ipso cbf . verum æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidem bc Aequicruris abc sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra

duas



duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostendimus quod neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quod Instantias redarguimus hoc vtentes, Aequilateres (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quod plura scientiæ oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc

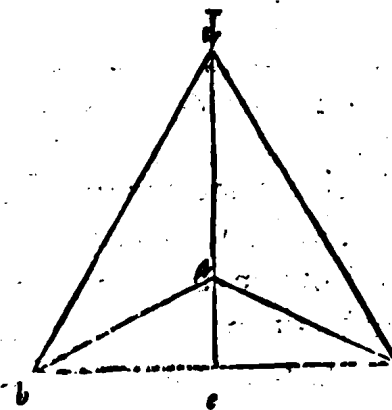
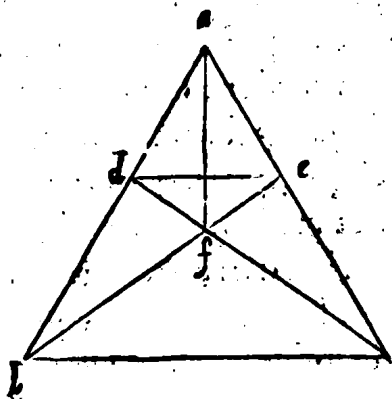
Idē superius in cō. 9. 10. & 11.

Theoremate ostenduntur: & quod hanc Geometræ præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi $b c$ locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ $b a$, $a c$ constituere, necesse vtique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis $b a$, $a c$ congruere, si ipsæ quoque Basi $c b$ æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi $b c$ minores: aut intra, si ipsæ $b a$, $a c$, ipsa $b c$ maiores fuerint. Congruant primum, sitque

Varii huius Theorematis Casus.

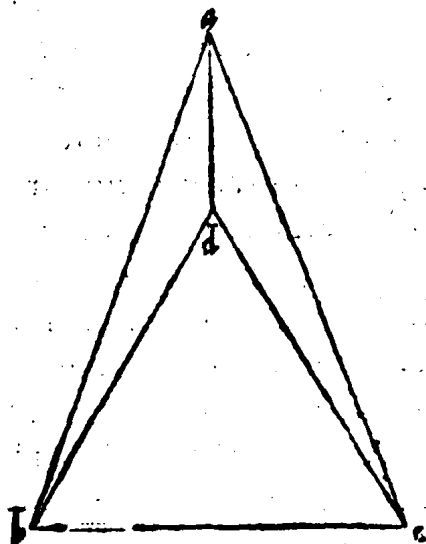
Aequilaterum ipsum $b a c$, & sumatur in Latere $a b$ Signū d , & a Latere $a c$ auferatur æqualis ipsi $a d$, quæ sit $a e$, connectanturque $d e$, $b e$, $c d$, $a f$. Quoniam itaque $a b$, ipsi $a c$: & $a d$, ipsi $a e$ æquales sunt, duæ $b a$, & $a c$, duabus $c a$, $a d$ æquales sunt, eundemque Angulum comprehendunt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus $d b e$, Angulo $e c d$ equalis est. Aequalis autem est & $d b$ ipsi $e c$: & $b e$, ipsi $c d$. Et omnia igitur omnibus equalia sunt. Quapropter Angulus $d e b$, Angulo $e d c$ æquus est. sub his æqualia Latera subtendunt. Et $d f$ igitur ipsi $e f$ (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur $a e$, ipsi $a d$ equalis est, & $a f$ cōmunis, Basesque $d f$, Basi $e f$ equalis, Angulus $d a e$ in duas partes equalis dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra $b a$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, sint $b d$, $d c$, connectaque $d a$ producaturs vsq; ad Signū e . Quoniam itaque $b d$, $d c$ æquales sunt, cōmunis autem $d a$, Basesque $b a$, $a c$ æquales, Angulus quoque $b d a$ (per octauum) Angulo $c d a$ equalis est. Rursus quoniam $b d$, $d c$ æquales sunt, & $d a$ cōmunis, Angulosque æquales continent (vt ostensum est) Bases quoque $b e$, Basi $e c$ (per

quar-



quantum) æqualis est. Quoniam igitur ab æqualis est ipsi ac , communisque ae , Angulus quoque bae , Angulo cae æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra ab , ac rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, ut ipsa bd , dc , connectatur rursus Linea ad . Quoniam itaque ba , ipsi ac æqualis est, communisque ipsa ad , Basis autem bd æqualis est Basis cd , et Angulus ergo bad Angulo cad (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū a , quomodocumque Aequilaterum constituitur. Veruntamen quoniam de his quoque summam diximus,

Documē-
tum.



ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcētes circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiā partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantum datus est.

Propō 10,
Probl. 5.



Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

Problema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signū sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio: illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiat quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc:

Pro-

blemate excitari arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartilibus constet, aut ex imparibus finita, cõpletaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quòque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartilibus constat. Si autem nõ ex impartilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidẽ Continuum esse iuxta cõmuniem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est, quod verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cum enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem cõmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiã dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile: Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo infecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadã Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quadam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariam securi sumus, & Centro

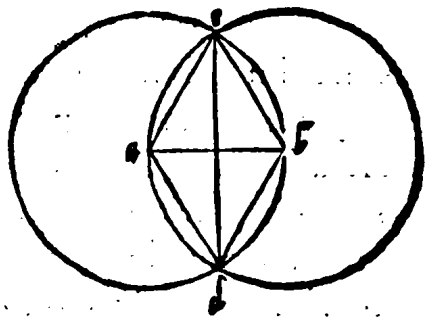
Solutio ex
Geminus sententia.

Vide Aristot. in libello de Lineis infecabilibus.

Confutatur hic Xenocratis opinio de Lineis infecabilibus. videt et Aristot. in libello de Lineis infecabilibus.

Apollonii Pergei Demonstratio

tro quidem a , intervallo autem $a b$,
Circulus describatur. Rursusque Cē-
tro quidem b , intervallo verò $b a$,
alius Circulus designetur, & conne-
ctatur ad communes Circulorum se-
ctiones recta Linea $c d$. hæc bifariam
secat rectam Lineam $a b$. cōnectan-
tur enim $d a$, $d b$, & $c a$, $c b$, quæ equa-
les sunt. nam utraque ipsi $a b$ equalis



est. Communis autem $c d$, & $d a$, ipsi $d b$ per eandem rationem
æqualis est. Angulus ergo $a c d$, Angulo $b c d$ equalis est. Quamob-
rem $a b$ (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum
Epilogus. etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æqui-
latero quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angu-
lum nēpe, qui ad c Signū est bifariā dissectū suscepisse, bifariam cum
esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multò igitur me-
lior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior
sit, & ex principijs scaturiat.

Melior est
Eucli. De
mō Demō
stratione
Apollonii

Propō 11.
Probl. 6.

Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angu-
los rectos erigere,

Com. 15.

Siue ex utraque parte finitam, siue ex utraque infinitam, siue ex alte-
ra quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam ac-
cipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cō-
modè Geometræ succedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extrema-
te datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus.
Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione
datum est, cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea
verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio,
vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo
vsus Theoremate, atque Tertio, vnaque Petitionum, prima scilicet,
& octavo præter hæc Theoremate, decimaque Definitione, propo-
situm ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum
ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam
ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostende-
mus.

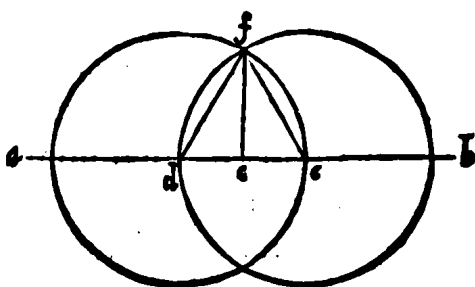
Casus pro
blematis.

mus. Sit enim recta Linea $a b$, datumque in ea Signum a , & sumatur in recta Linea $a b$ quodcunque Signum, sitque illud c , & ab hoc (quemadmodum Elementū nos docuit) ipsi $a b$, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa $c e$, & ab ipsa $c e$, ipsi $a c$ æqualis abscindatur $d c$, & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea $c f$, & à Signo d , ipsi $c e$ ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea $f c$ in Signo f , & à Signo f , ad Signum a connectatur $f a$. Dico quod Angulus, qui ad Signum a , rectus est. cum .n. $d c$, ipsi $c a$ æqualis sit, cōmunis autem $c f$, Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum c , bifariam sectus fuit) & $d f$ igitur, ipsi $f a$ æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a , Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d , Rectus igitur est & qui ad Signū a . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineā ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apolloniū
Demō.

Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea $a b$, datum verò in ea Signum c , sumatur autē in ipsa $a c$ quodcunque Signū, sitque illud d , et ab ipsa $c b$, æqualis ipsi $c d$ auferatur, quæ sit $c e$, & Centro quidē d , intervallo verò $d e$, Circulus describatur, rursusque Centro quidem e , intervallo autem $e d$, Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f , ad Signum c . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. $f d$, $f e$ connexæ fuerint, æquales erunt. Æquales autem sunt & $d e$, $c e$, & cōmunis $f c$. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma

Comēdas
Euclidis
Demōs.

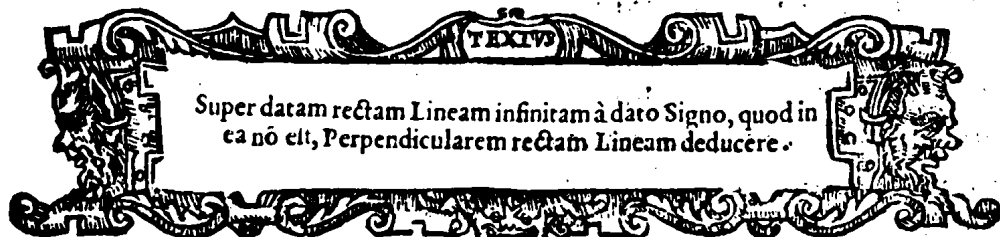


X
gis

Dānat De
mōnē, quē
fit per Se-
micircu-
los.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumque descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatærum designaret, propositumque ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisque institutionis ordine omnino decidit.

Propō 12.
Probl. 7.



Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nō est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cōm. 16.
Oenopi-
des primus
fuit huius
Problematis
indagator.

Duplex p
pendicula
ris.

HOc Problema Oenopides primus indagavit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodum (inquit ipse) & Gnomon. Duplex autem rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida. & cum quidē Signū, à quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cum verò Signū sublime, extraque subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida autem, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quæ in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū. .n. Perpendicularis deducta fuit. In præfenti igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpendicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaque ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpendiculari autem, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si .n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, ut extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita ut protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaque haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, ut ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusquam loco ipsi relicto, in quo datæ rectæ Lineæ in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponēdū sit. Hac igitur
de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quod itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multo minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectu transiit phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eo quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit: quod enim tanquam quod percurri non potest relinquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia posuissemus, quemadmodum fanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectio- nibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito utitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationē utitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitū assumit. quoniam si concesseris ipsi datū signū neque in directū finitę datę rectę Lineę iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, controuersiaque ipsa utatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phanta-

Digressio

Aristo. 3.
phy. in c.
de infinito.Infinitum
in Phantasia
subsistit.Pulcherri-
mum exē-
plum.Phantasia
habet vim
impartibi-
lem. idem
in 2 libro
cōm. 1.

Finis Di-
gressiónis

Instantiæ
huius Pro-
blematis,

Respóso.

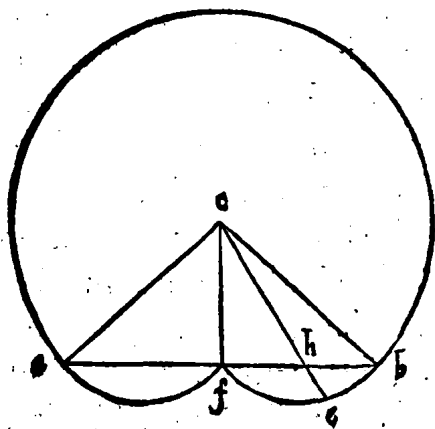
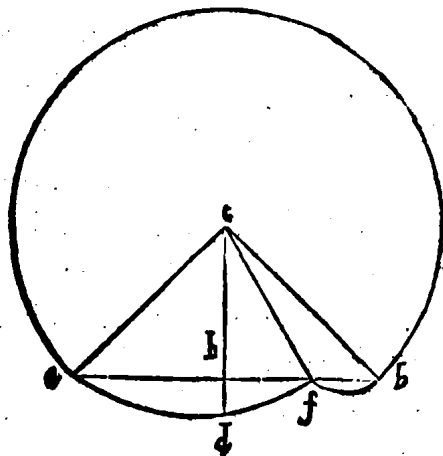
tasæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento utitur. De Infiniti itaque suppositione tot in præsentî sufficient. Post hæc autem veniamus ad Instantias, quæ aduersus huiusce Problematis Construc-
tionem feruntur. Suscipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exi-

stente a b, Signoque dato, a quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quæadmodum inquit Geometra. verum Circulus, qui secat rectam Lineam a b in Signis a b, secet etiam ipsam in Signo f, si-
tumque subscriptum habeat.

Aduersus itaque hunc sermonem dicemus quod impossibile dicit, secetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, cōnectaturque c h, & producaturs usque ad Cir-

cunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam itaque ex Centro hæ sunt, & a h, ipsi h b equalis est, cōmunis verò c h, omnia omnibus æqualia sunt. Ipsa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rursus quoniam c a, c b æquales sunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verum c a quoque, ipsi c f equalis est, quare obrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis est, Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales sunt, Angulus quoque c f a, Angulo c f b æqualis est, suntque deinceps, Recti igitur sunt. Est autem vterque etiam Angulorum, qui sunt ad Signum h, rectus. Ipsa igitur c h, ipsi c f æqualis est. At c f etiam æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt. & c h igitur, ipsi c d æqualis est, quod fieri nō potest.

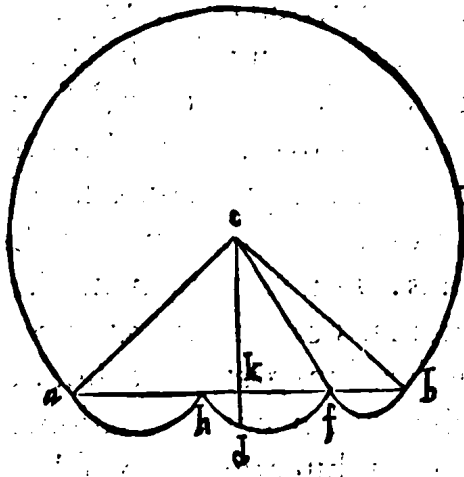
Nō secat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis autem dicat quod qui describitur Circulus ipsam a b in Signo f bifariam secat, rursus idē impossibile ostēdemus. Describantur .n. omnia ut prius, & recta Linea f b bifariam secetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b æquales sunt, cōmunis autē c f, Basisque c a, Basique c b æqualis, omnia



omni-

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f , recti sunt. Rursus quoniam æqualis est fh , ipsi hb , cōmunisque ch cōnecta, & Basis cf æqualis Basi cb , ex Centro. $n.$ sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h , recti sunt. æquales. $n.$ deincepsque sunt. Quoniā igitur vterque Angulorum cfh , chf rectus est, æqualis est cf , ipsi ch . Verūm cf , ipsi ce æqualis est, ex Centro enim sunt, & ch igitur, ipsi ce inequalis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere. Secet. $n.$ (inquiunt) qui describitur

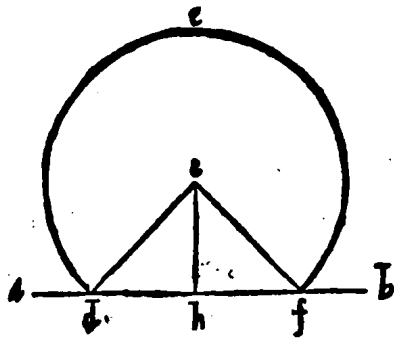
Circulus rectam Lineam in Signis a, b , & in Signis f, h . Nos itaq; secantes rectam Lineam ab bifariam in Signo k , & cōnectentes Lineas ca, cf, ck, cb id, quod fieri nō potest ostēdemus. cum enim ak, kb æquales sint, & communis ck , Basesque ca, cb æquales, & Anguli igitur, qui ad ab Signa, æquales sunt, qui autem ad Signū k , recti. Verūm vtracq; ipsi cf æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f , recti sunt, æquales sunt. $n.$ deinceps



existentes. ipsa igitur cf æqualis est ipsi ck . rectos. $n.$ Angulos subtendunt. At cf æqualis est ipsi cd , ex Centro siquidem sunt, cd ergo, ipsi ck æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt in vno Signo, vel in duobus, vei i pluribus alijs præter Signa a, b Circulus, qui describitur rectam Lineam ab secet. Instantiæ itaque hæc sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problemat, qui ab Instantiis sunt distinguendi. $n.$ $n.$ idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem

Quo differat Casus ab Instantia. & quo vide et superius cō. primo huius libri.

afferunt, incertumque est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enūrent. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita ab datum autē Signū c . Dicit itaque aliquis quod nō est amplius locus in altera rectæ Lineæ parte, sed in illa tantum vbi Signum c

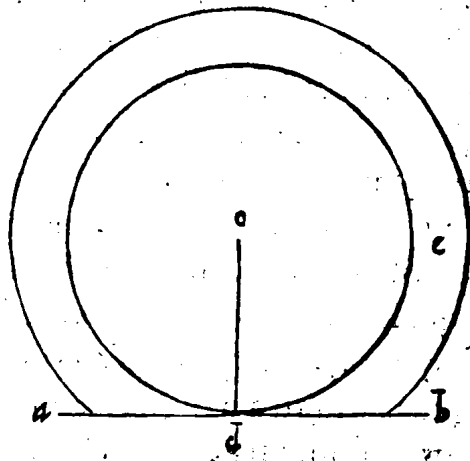


Casus huius Problemat.

iacet

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpendicularis ergo est c h ad ipsam d f.

Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si



Digressio

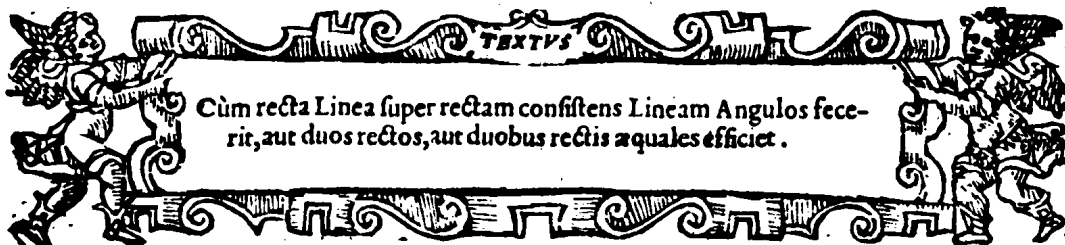
libet autem contemplationem

quoque hisce duobus problematibus adñcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendētis, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angelus inflexibilis, Aequalitateque, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesque à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusque, firmusque, atque indecliuis ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

Vnum hic
pro Deo.

litatis, quæ yitis per Mentem inest, Signum erit, nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;
adhærēs.



Cum recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet.

Propō 13.
Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Proble-
mata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis,
& ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere,
si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se ha-
bentes ad rectam Lineam efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur uni-
uersaliter ostēdit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea
cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius in-
decliuis, firmus, nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis æqua-
les, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta
Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in
alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet
autem animadvertere quod in hac quoque Propositione diligentiae
Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quod omnis
recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duo-
bus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in recte
Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quan-
doque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest.
omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quem-
admodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum,
qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tan-
quam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit.
Opus est itaque rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc
ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid au-
tem sibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis
æquales]? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales effi-
cit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqua-
lium quoque Angulorum cōmune est, alterum verò equalium tantum
proprium? Consueuimus autem cum quidem & proprium, & com-
mune

Cōm. 17.

Dubitatio

Solutio.

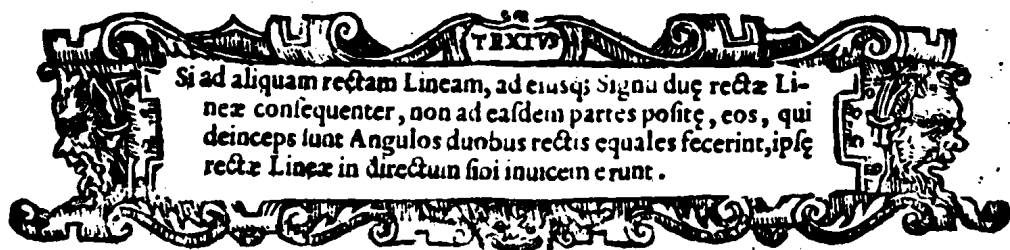
munc

Digressio
Idē superius
in lib.
2. cō. 10.
& aliis in
locis.

Epilogus.

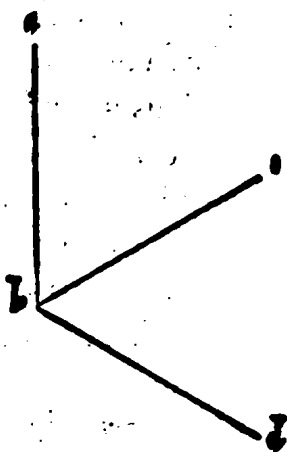
mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere : cū verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explanationem . Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verū non solum de ipsis prædicatur : hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit . Solum igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat . in his enim solum verificatur, in æqualibus verò, minimè . Et hoc Elementorum quoque institutor duobus rectis ex aduerso diuidit . cū .n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtroque Angulos significandi vim habet . Possumus autem per hæc quoque conspici quod æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est . quanuis .n. Obtusi, Acutique Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminumque suscipere dicitur, & vterque quidem seorsum à similitudine ad illū recedit : ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur . Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatem recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binaris existens, cū per se infinitus sit . Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaque vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur . nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitaque fertur intellectilibus congruit, quodammodoque ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentijs ipsa progrediuntur, seseque tantum multiplicant : quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateque manent, omnino à generabilibus separata sunt . Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt .

Propō 14.
Theor. 7.



Cōn. 13. PRæfens Theorema præstēsi Conuersum est . semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt . Cū itaque illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictā rectam Lineam. Quòd igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemquæ ad impossibile ostenditur hoc modo. n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamquæ orationis scientiam gignentis diligentiam aspicere. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineam, addit [ad eiusquæ Signum] quid .n. si duobus recte Lineæ Extremis existentibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusquæ rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis educæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusquæ Signum] cum vtrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulā [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbū [consequenter] tum ad easdem partes, tum vtrobiq; cōsideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobiq; positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostēdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusquæ Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaq; consequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quauis .n. Aer omnino mediū sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacēt, in directum minime sunt, licet duos etiā Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad † Lineā a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, totiamquæ recti partem in se continere. Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.



Conuersa
Theore--
mata per
Deductio
ne ad im-
possibile
vt pluri-
mū debet
ostēdi, p-
blemata
verò p p-
cipuā De-
monē, cu-
ius causā
vide infe-
rius in cō.
Propōnis
19.
Primò.
Secundò.

Tertiò.

Vide Defi-
nitionem
hæc apud
Proclū in
lib. de mo-
tu.

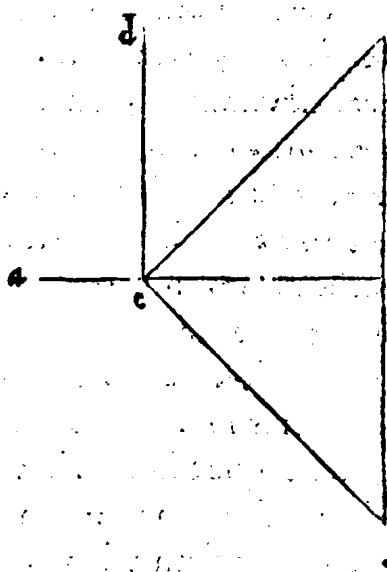
† Signum
b sunt.

Y se.

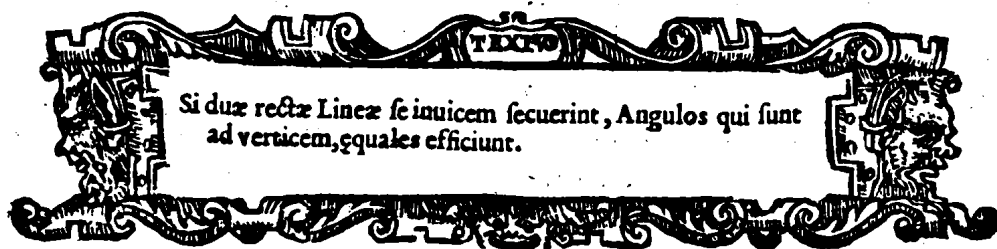
esse, tot de Propositione sufficient, In Constructione autem una Propositione utitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theoremate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quæ eidem æqualia ad inuicem quoque esse equalia dicit: & eo, quod si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse. Ad impossibilis autem collectionem, Pronuntiato, quod ait Totum sua parte esse maius, est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non potest. Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad cuiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem tamen partes, Angulos, qui ad unam illam rectam Lineam sunt, duobus rectis equals efficere, ostendemus sic, quemadmodum & Porphyrius.

Porphyrii
Demo.

Sit quædam recta Linea ab , & quodcumque in ipsa Signum c , & ipsi a b exicetur ad Angulos rectos recta Linea cd , seceturque bifariam Angulus dcb per Lineam ce , & a Signo c ad Lineam ab ducatur perpendicularis eb , & producat ipsa eb , ponaturque ipsi eb æqualis bf , & connectatur cf . Quoniam itaque eb , ipsi bf æqualis est, communis autem est bc , equalisque continent Angulos (recti enim sunt) Basis igitur ec , Basis cf æqualis est, & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Angulus ergo ecb , Angulo $fc b$ æqualis est. Angulus autem ecb recti dimidium est. rectus siquidem dcb bifariam sectus fuit per Lineam ce . dimidium ergo recti est & Angulus $fc b$. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus dce . Est autem & Angulus dce dimidium recti, ad rectam igitur Lineam cd , ad cuiusque Signum c , duæ rectæ Lineæ consequenter positæ sunt, ad easdem partes, ipsæ nempe ce , & cf Angulos duobus rectis equals facientes, dimidium quidem recti ipsa ce , unum verò & dimidium ipsa cf . Ne igitur ea, quæ fieri non possunt queramus, quoniam patet scilicet ce , cf rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam cd duobus rectis equals facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit Geometra particulam [non ad easdem partes]. Oportet ergo ad utrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus



bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Propo 15.
Theor. 8.

ANGULOS, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (ut ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertiodecimo Theoremate dependet. Vitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verumenimvero Euclidis Theorema manifestum est: Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusquæ Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea ab , & quodcunq; in ipsa Signum c , & ad Signum c duæ rectæ Lineæ cd , ce non ad easdē partes sumantur facientes Angulos acd , bce æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ cd , ce . Cum enim recta Linea cd super rectam Lineam ab infoderit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe dca , $dc b$. Verum Angulus dca , Angulo bce æqualis est. Anguli igitur dcb , bce duobus rectis æquales sunt.

Cōm. 19.

Anguli deinceps qui sunt.
Anguli ad verticem qui sunt.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referēte Eudemo. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersū huius Theorematis.

Demō Cōuersi præsentis Theorematis.

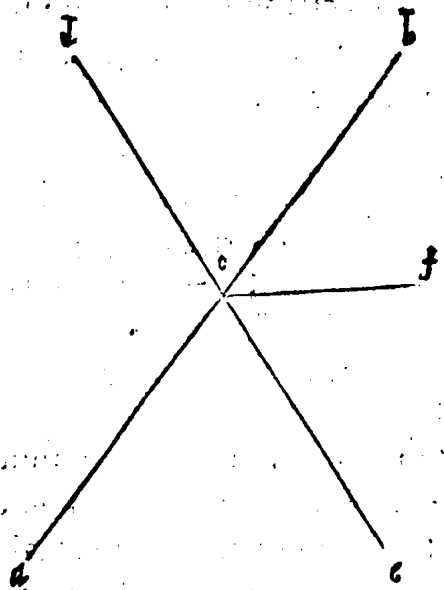
Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam bc , ad eiusque Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter cd , ce non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ cd , ce . Conuersum igitur præsentī Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum

Cur Euclides hoc prætermiserit

Alia eiusdem ostensio indirecta.

Documentum.

ostendimus. iisdem .n. suppositis, dico quod recta Linea cd , rectæ Lineæ ce in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi cd in directum recta Linea cf . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant ab , & df , Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur acd , bce æquales sunt. Erant autem acd , bce quoq; Anguli æquales. Angulus ergo bce , Angulo bce æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam cd , ipsi ce in directum erit. Ipsæ ergo cd , ce rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cum itaq; eadē sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem & Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrique inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circumferentiæ siquidē, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariō æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verō inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verū non etiā reliquos, vtrinque cauum scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmentorum



torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Ex his porro manifestum est, quod si duæ rectæ Lineæ se inuicem
fecerint, quatuor Angulos quatuor rectis æquales faciunt.

Corolla-
rium.

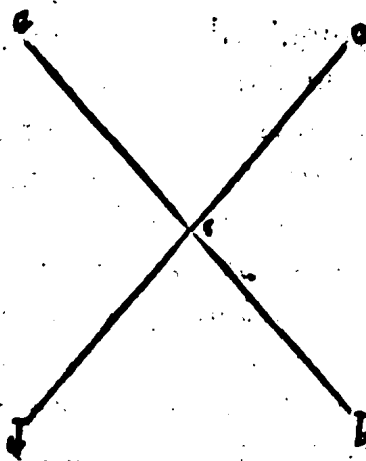
V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc au-
tem duplex quidpiam significat. vocant .n. Corollaria quæcunque
etiam Theoremata vnâ cum aliorum Demonstrationibus probantur,
veluti Lucra inexpectata, atq; emolumenta quærentium existentia: &
quæcunq; queruntur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; ge-
nerationis solæ causa quærentur, neq; simplicis contēplationis. nam
quod quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt,
contēplari oportet, existentiumq; rerum huiusmodi cognitio est.
Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel re-
ctam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid
fiat postulant. Dari verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Ma-
gnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum commu-
nem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo
inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæditorum or-
tus in his, neq; sola contēplatio, sed inuentio est. opus est siquidem
Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæ-
cunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corolla-
riorum construxit. verum de huiusmodi quidem Corollaris dice-
re prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Co-
rollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa
verò non præcipuè quærentur, veluti
id, quod in præsentia proponitur. nā
quærebarur quidē si duabus rectis Li-
neis se inuicē secantibus, Anguli ad ver-
ticē æquales sunt. Dum aut hoc osten-
debatur simul etiam demonstratū est,
quod quatuor qui sūt Anguli quatuor
sunt rectis æquales. Cum .n. diceba-
mus sint duæ rectæ Lineæ a b, c d se in-
uicē in Signo e secantes. quoniā igitur
ipsa a e super ipsam c d stetit, Deiceps

Cōm. 20.

Duplex
Corolla-
riū. idem
in cōm. 1.
huius lib.

Primum
tertiū.
Tertium
decimū.

Euclides
libros Co-
rollariorū
cōstruxit.



An-

Definitio
Corollarij.

Vide Var
ronem in
lib. de lin
gua latina

Corollarij
Diuifio.

Primò.

Secundò.

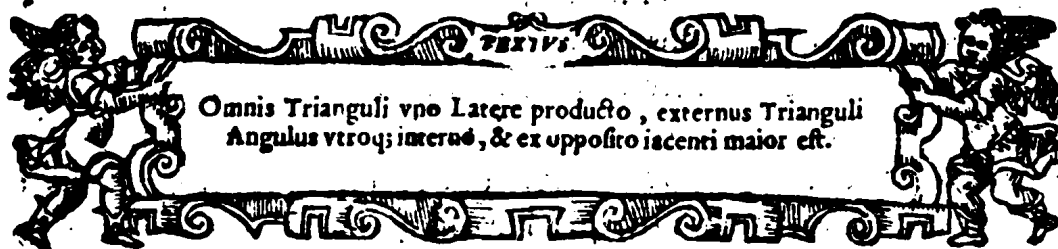
Tertiò.

Documen
tum.

Admirabi
le Pytha
goricum
Theore
ma.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa $b e$ super ipsam $c d$ stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alijs Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improviso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuere nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd vtriq; vera Dei munera, veraq;ue lucra hæc sunt, non aut quæ illi videntur. hæc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxq;ue sciētiae vis præcipuis quæsitis adijcit, copiosas Theorematur opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicendum. Diuidenda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præfens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secundi Theorematis septimi libri Arithmeti corum Elementorum adijcitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematis consequētia sunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostēensiones. nam alia quidē vnà cum vñs ostēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præfens .n. directa ostēensione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præfenti hæc quoq; sufficiēt. Præfens aut Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æquales Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theoremati ansam præbuit, quòd Tria hæc solā Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verum æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficiunt. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæq;ue eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater: nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt,

sunt, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocumq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quæcunq; omnes qui sunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quod Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fiunt. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicem secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterque in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus utroq; internus, & ex opposito iacenti maior est.

Propo 16,
Theor. 9.

QV i hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipue Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obrectandi an-
sam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, exter-
num etiam Angulum habet. Quicumq; autem hanc ē medio tollere
callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometre familia-
ri existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos
sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit,
quod & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli,
æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit,
apud tamen Elementorum institutorem perfecta, integraq; fuit per-
scripta. Quid itaq; Propositio inquit? quod omnis Trianguli si
vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum
constituitur, utroq; interno, & ex opposito iacenti maiorem reperies.
nam ambobus quidem simul æqualis paulò post ostendetur, utroq;
autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito
sunt

Cōm. 22.

Philippi
Mathema-
tici ob-
scuro refe-
rente He-
rone.

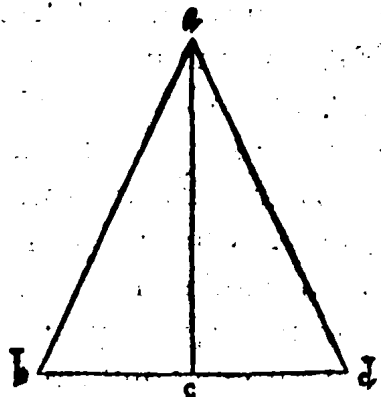
In 22. p-
positione.

Quorūda
opinio.

Eorū fun-
damentū.
In 32. p-
positione.

Documen-
tu. n.
Corolla-
rium tanq̃
sumptio.

sunt ipsum comparavit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumquē ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaveris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si vero Obtusangulū fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cōparavit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium unus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur utroq; internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus utroq; interno, ex oppositoque iacenti maior est: & duo quilibet internorum Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò post in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppositoque existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hic quoq; igitur in similibus Quæsitā contexere, Propositionēque compositam efficere æquū esse censent. & est manifestū, quòd id quidē, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoq; erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnumquē Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hæc de his. Assumemus aut ex præsentī Theoremate, qd fieri non potest ut ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres æquales rectę Lineę incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectę Lineę æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductę. Quoniam itaq; a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b c æqualis est Angulo a c b.

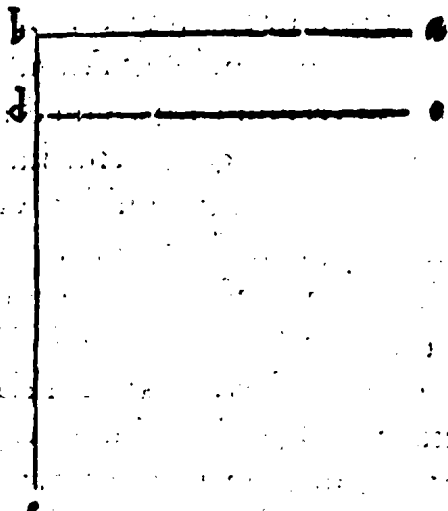


Rursus

Rurſus quoniā æqualis eſt $a b$, ipſi $a d$, Angulus $a b d$, Angulo $a d b$ æqualis eſt. Erat autem Angulo $a b c$, Angulus $a c b$ æqualis. Angulus ergo $a c b$, Angulo $a d b$ æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę æquales minimē ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quod ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimē facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exē-

Aliud Co
rollarium

pli gratia, ſint $a b, c d$ rectę Lineę, in ipſasquę recta Linea $e b$ incidens Angulos $a b d, c d e$ æquales faciat, non coincident porro rectę Lineę $a b, c d$. ſi enim coincide- rint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus $c d e$ æqualis Angulo $a b d$. & cū externus ſit, interno, ex oppoſitoquę iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, ſed omnino illū, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim $a b$ immobili manente, $c d$



ad ipſam moveri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies diſtā- tiam in Angulo $c d e$. nam quānto magis $c d$ accedit ad ipſam $a b$, tā- to magis ab ipſa $d e$ recedit. ſiue etiam manente ipſa $c d$, excogitau- ris $a b$ ad ipſam moveri, Angulum $a b d$, minorem efficies. ſimul .n. ad ipſam $c d$ fertur, & ad ipſam $b d$. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem moveri feceris, ipſam quidē $a b$ ad ipſam $c d$ tendentē, Angulumquę $a b c$, contrahentem: ipſam verō $c d$ ab ipſa $d e$ recedentem propter motum ad Lineam $a b$, Angulumquę $c d e$ crescentem reperies. Ne- ceſſariō igitur ſi Triangulum fuerit, & rectę Lineę $a b, c d$ coincide- rint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacē- ti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum mo- tus, † altera quidem ad eas partes, vbi internū diminuit Angulū, altera verō ad eas, vbi externum auget tendentē. Ex hocquę tibi cō-

† Altera quidē ad eas partes in quibus internū fa- cit Angu- lū tēdētē: altera ve- rō ab iis partibus, i quibus ex- ternū fa- cit Angu- lū ſeſe mo- uente.

Z ſiderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæsitæ causas ante conspectum nobis afferunt.

Propo 17
Theo. 10.

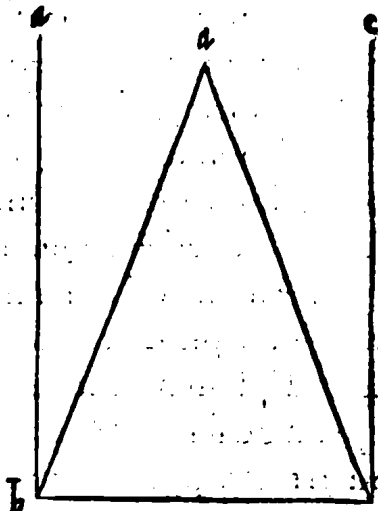
Omnis Trianguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

Cóm. 22.

In Propo
sitione 32

Documē-
tum.

Nunc quidem indeterminatè ostenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres. n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet viam. præcedenti siquidem vitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur ab rursus, & c d rectæ Lineæ, ipsi b d ad Angulos rectos. si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas a b, c d ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti. n. sunt ante nutum. Consimiliter autem si etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem convenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui sunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo, Hoc ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse Latius, necessarium non est, neque aliquem extra constitutum esse Angulum, duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verum (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum

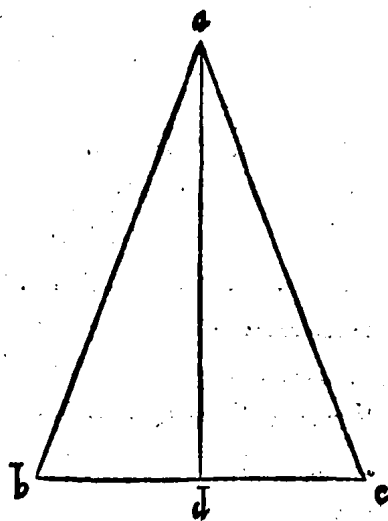


rum

rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

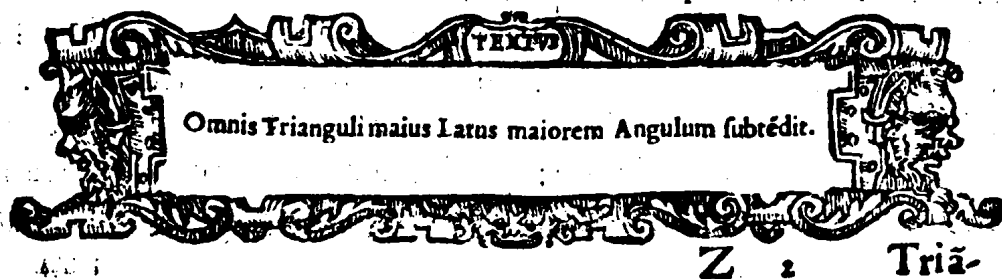
Casus huius Theorematis.

Sit Triangulum abc , sumaturque in Latere bc quodcunque Signum d , & connectatur ad . Quoniā itaque Trianguli abd Latus vnū productum est, ipsum scilicet bd , Angulus externus adc , interno abd maior est. Rursus quoniam Trianguli adc Latus unum productum est, ipsum nempe cd , Angulus externus adb , Angulo interno acd maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa ad rectam Lineā, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur abc , acb duobus sunt Rectis minores. Simili-



ter ostendemus, quod Anguli etiam bac , & bca duobus Rectis minores sunt, in ac Latere Signum accipiendo, à Signoque b ad Signū acceptum connectendo. & rursus Angulos cab , abc minores duobus Rectis affirmabimus in ab Latere Signū suscipiendo, à Signoque c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest vt per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad vnā rectam Lineam duæ Perpendicularares minimè ducentur. sint. n. à Signo a ad rectam Lineam bc duæ Perpendicularares ab , ac . Anguli itaque abc , acb , recti sunt. At quoniam ipsum abc , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur abc , acb , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendicularares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendicularares non ducentur.

Corollarium tanquam Sumptio.



Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum subtedit.

Propō 18
Theo. 11.

Cōm. 13. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūque æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplantur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contemplatum fuit.

Documē-
tum.

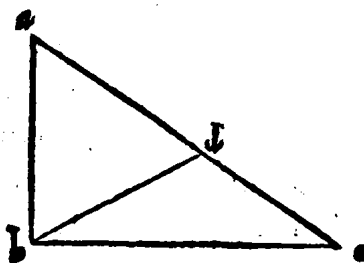
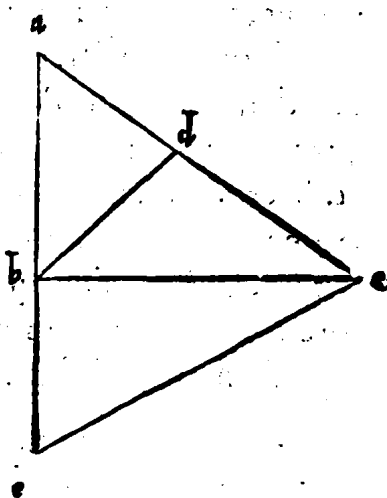
Digressio

Manifestum autem est, quòd maius, minusque Latus proportionaliter sumemus, maximumque, medium, & minimū distinguemus, Angulosque similiter in Scalenis Triangulis: in Acquiruribus autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quæadmodum in Acquilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquiruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquiruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatem constituuntur. atque alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per mixturem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque consequenter omnes. Verum enimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mixtum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoque est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequēs existimare: quod autem maius, minusque Latus habet, huic sub maiori Latere maiore Angulum esse. Quoniam au-

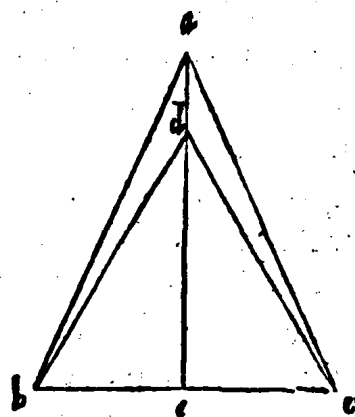
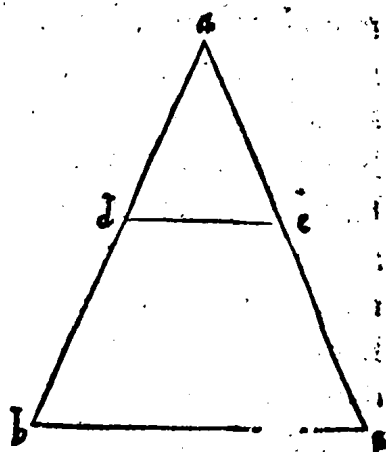
Finis Di-
gressio

tem

tem Geometra cū in Constructione Triangulū abc , Latusque ac maius Latere ab suscepisset, vt Angulo qui ad Signū c Angulū qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere ac , Lateri ab , æqualem rectam Lineam ad abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet ad Signum c ablationē fieri, age in hac quoque suppositione Propositū ostēdamus quemadmodum Porphyrius. sit .n. d æqualis ipsi ab , & producat ab ad Signum e , ponaturque bc æqualis ipsi da . tota igitur ac , toti ae æqualis est. connectatur ec . Quoniā itaque ae , ipsi ac æqualis est, Angulus quoque aec , Angulo acb , per quintum æqualis est. Angulus igitur aec maior est Angulo acb . Est autem Angulus abc maior Angulo aec . Trianguli siquidē bce vnū Latus productum fuit, ipsum scilicet be , & sic Angulus abc externus cū sit, interno, ex oppositoque iacēti maior est. Multo maior igitur est Angulus abc , Angulo acb , quod erat ostendendū. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostēensiones huiusmodi sunt. Manifestum est autē quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nā maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in suis extremitatibus sitū. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorū quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem cōmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus abc , & sumatur in ipso ab Latere Signum d , & ipsi ad , æqualis auferatur ae , connectaturque de . Angulum igitur, qui ad a Signum est rectæ Lineæ de , bc subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasque eodem

Porphyrii
Demō.Documē-
tum.

eodem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus abc Acquirus, sitque bc minor ipsis ba , & ac , constituaturque super bc Triangulum æquilatèrum bcd , & connectatur ad , & producat ad Signum e . Quoniam itaque Trianguli abd , Angulus bdc externus est, maior est Angulo bad . Similiter Angulus cde maior est Angulo cad . Totus ergo bdc maior est toto bac , eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verùm in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.

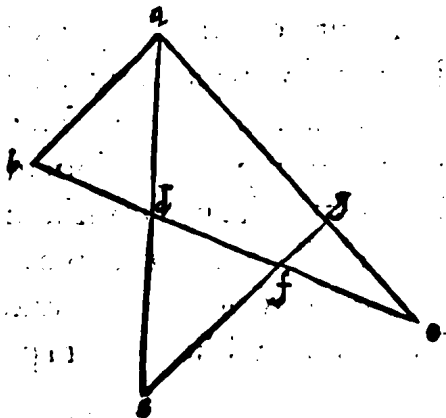


Propo 19
Theo. 12.

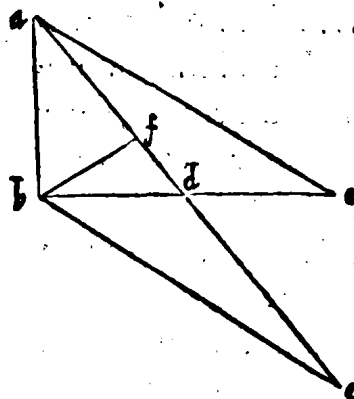
Omnis Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

Côm. 24. Hoc præcedenti Theoremati cōuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hic Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcessit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt, & maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. que maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verum si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremque minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autè potest ut sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptionculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansque Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum abc , seceturque bifariā Angulus qui ad Signum a , per rectam Lineam ad , & ipsa ad secet Basim bc in partes inæquales, sitque pars cd maior parte bd . Dico quòd maius est Latus ac , Latere ab . Producat ad ad Signum e , & ponatur æqualis de , ipsi ad . & quoniam dc , ipsa db maior est ponatur df æqualis ipsi bd , & connectatur ef , & producat ef usque ad Signum g . Quoniā itaque ad , ipsi de : & bd , ipsi df æquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosque æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur ba , Basi ef æqualis est, & omnia ergo omnibus equalia sunt. Quamobrem Angulus quoque dfe æqualis est Angulo dab . At hic ipsi dag inæqualis non est. Quapropter Latus etiam ag , Lateri eg æquum est, per sextū. Latus igitur ac , Latere ef maius est. Latus aut ef æquale est Lateri ab . maius est ergo Latus ac , Latere ab , quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum abc habens Angulum qui ad Signum b , maiorem Angulo qui ad Signum c . Dico quòd Latus ac maius est Latere ab . Secetur bc bifariam in Signo d , & connectatur ad , & ducatur de æqualis ipsi ad , & connectatur be . Quoniam itaque bd , ipsi dc : & ad , ipsi de æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur bc , Basi ac æqualis est, & omnia



omnibus. Quamobrem Angulus etiam $d b e$, Angulo qui ad Signū c æqualis est, minor autem Angulo $a b d$. Secetur igitur bifariā Angulus quoque $a b e$ per rectam Lineam $b f$. Maior est igitur $e f$, ipsa $f a$. Quoniā itaq; Trianguli $a b e$, Angulus qui ad Signum b , bifariā sectus fuit per rectam Lineam $b f$, & maior est $e f$, ipsa $f a$, maius est



Documē-
tum.

(per præostensum) Latus $b e$, Latere $b a$. ipsa autē $b e$, ipsi $a c$ equalis ostensa fuit. Latus igitur $a c$ maius est Latere $a b$, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quod Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneque usus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quam præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Causa p-
pter quā
Conuersa
Theore-
mata per
ipossibile
ostēdunt.

Propō 20
Theo. 13.

Omnis Trianguli duo Latēra reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

Cōm. 25.
Epicureo-
rū impu-
gnatio.

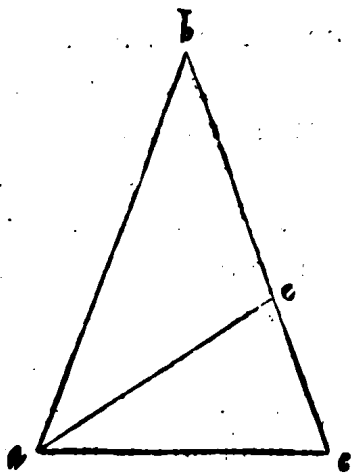
Præsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna censere, immanifestisquæ per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur. Quod autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quod herba in altero Latrum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq; dicendum quod præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non autem & scientiam gignentē ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Respōsio.

Exēpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est: Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quascunque Heronis, Porphyrîque familiares recta Linea minimè producta describere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum abc , oportet itaque Latera ab , ac Latere bc maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam ae . Quoniam itaque Trianguli abc , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . Verum Angulus bac Angulo eca æqualis positus fuit. Angulus igitur aec maior est Angulo eca . Quapropter Latus quoque ac , Latere ce maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā ab maius est Latere be . Trianguli enim aec , Angulus aeb externus est, maiorque Angulo eca , hoc est Angulo eab . Quapropter Latus quoque ab , Latere be maius est. Latera ergo ab , ac toto Latere bc maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū abc . Si itaque æquilatrum est Triangulum abc proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quolibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa bc maior, abscindaturque alterutri illorum equalis, quæ sit be , & connectatur ae . Quoniam igitur Trianguli aeb , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . eadem sanè ratione Angulus etiā aeb , Angulo eca maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū be a æqualis est ipsi bac , siquidem

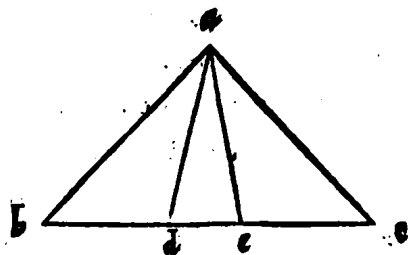
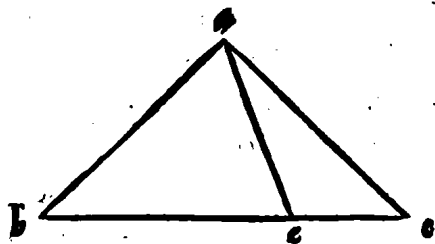
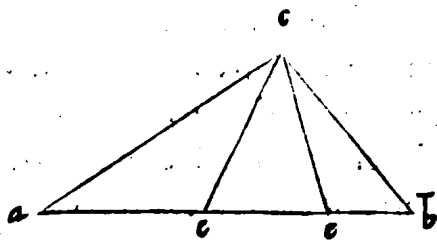
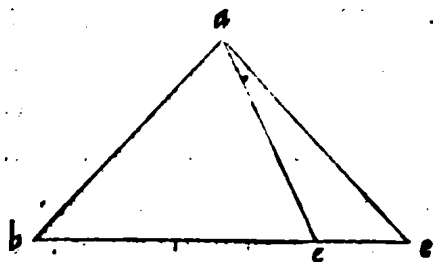
Porphyrî
& Heronis
Demonstrationes.



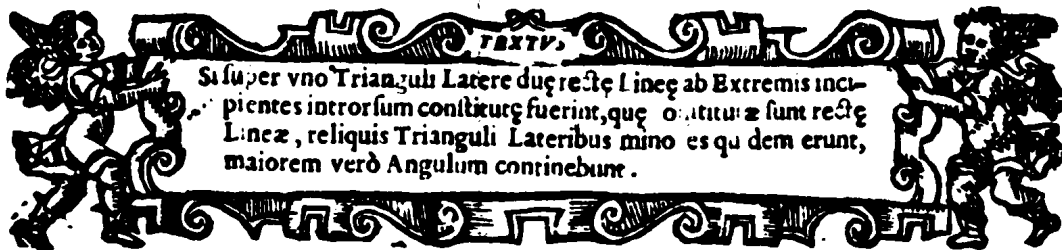
dem a b, etiam ipsi b e æquale est, reliquus igitur a c c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e, Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit, per se namque utroque maius est. Si autem Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæremus, ut in Aequicrura faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis vtentes. Sit rursus quodcunque Triangulum a b c. Dico quod Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e æqualis est, æquales subtendunt Angulos, Similiter porro & quoniam a c, ipsi c e æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturque ipsi quidem a b æqualis ipsa a d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoque b d a, Angulo b a d inequalis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c æqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniam Trianguli a d c, Angulus b d a

exter-

Demō per
Deductio
nē ad im-
possibile.



externus est, Angulo eac est maior. maior est namq̃ ipso cad . Paritate & quoniam Trianguli abc , Angulus cea externus est, maior est Angulo bac . etenim Angulo bac maior est. Anguli ergo bda , cea duobus bac , cea maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur ab , ac neque æqualia sunt Lateri bc , neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



Si super vno Trianguli Latere duæ rectę Lineę ab Extremis incipientes introrsum constitutę fuerint, quę constitutę sunt rectę Lineę, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt.

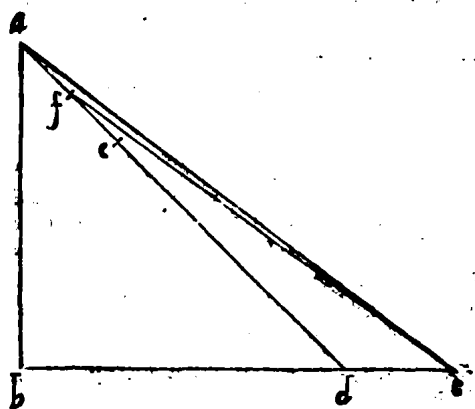
Propo. 13.
Theo. 14.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quę apud Elementorum institutorē, euidens est: Theoremaquę prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematis dependet, ex præostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quę introrsum constitutę sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliqua sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis comprehensum Angulo ab externis comprehenso maiore, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoquę iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quod possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusquę alias minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso, hoc. n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quod necessariò Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectę quę introrsum constituuntur Lineę, superquę vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituentur: simul verò (quod iã diximus) & vnum quid ex ijs, quę in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quę quidem super toto

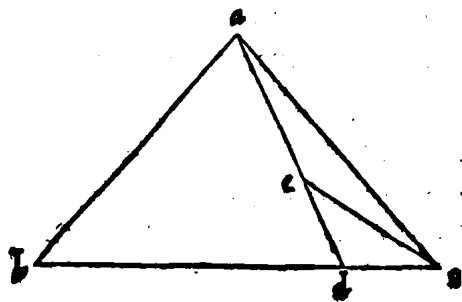
Cōm. 16.

Quoddā
admirabile
in Geometria.

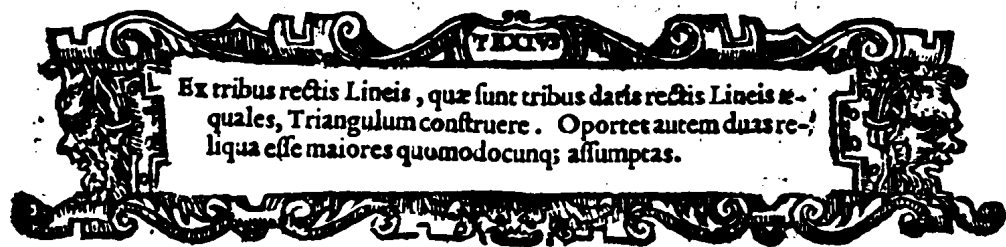
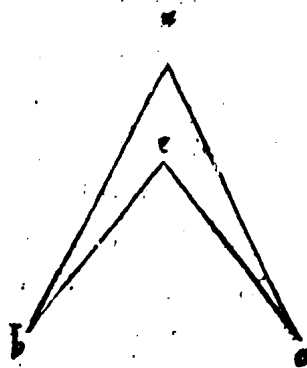
constituuntur Latere, externarum minores sunt; quæ verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum abc , Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere bc quodcunque Signum, sitque illud d , & connectatur $a d$. Maior est igitur $a d$, ipsa $a b$. Auferatur ab ipsa $a d$, æqualis ipsi $a b$, quæ sit de , & diuidatur $e a$ bifariam in Signo f , & connectatur fc . Quoniam igitur $a f c$, Triangulum est, ipsæ $a f$, fc maiores sunt ipsa $a c$. Verum $a f$ æqualis est ipsi fc . Rectæ Linæ igitur fc , fd , ipsa $a c$ maiores sunt. Aequalis autem est de , ipsi $a b$. Rectæ Linæ igitur fc , fd maiores sunt rectis Lineis $a b$, $a c$, & sunt intra.



Sit rursus Triangulum æquicrus abc Basim bc utroque æqualium Laterum maiorē habens, abscindaturque $a b$ ipsa bc , æqualis ipsi $a b$, quæ sit bd , & connectatur $a d$, sumaturque in ipsa ad quodcunque Signum, sitque illud e , & connectatur ce . Quoniam itaq; $a b$, ipsi bd æqualis est, Angulus quoque $b a d$, Angulo $b d a$ æqualis est. & quoniam Trianguli edc Angulus $b d a$ externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe $d e c$. Quamobrem Angulus quoque $b a d$, Angulo $d e c$ maior est. Multo maior est igitur Angulus $b a c$, Angulo $d e c$, & continetur $b a c$ quidem ab externis, $d e c$ verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Linæ $d e$, $e c$ minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur; & minorem Angulum comprehendentes. Cum aut hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoque eorū, quæ in Geometria admi-



admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum abc . nam à quatuor quidem Lateribus ba , ac , ce , eb continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b , alterum autem qui ad a , reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præsens Figura.



Propo-
siti-
o 22.
Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliquæ sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primum cognouit, quod fieri non potest vt ex iisdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construa-
tur: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quod oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta, quemadmodum, ostensum fuit. hacque de causa adiecit, quod vtique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunq; assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæque per hanc solam additionem dissolui possunt. Præsens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliquæ sunt maiores, quomodocunq; assumptæ, Determinatum est, atque Possibile, fit enim hoc quoq;. Quem-

Com. 27.

In 20. Pro-
positione;

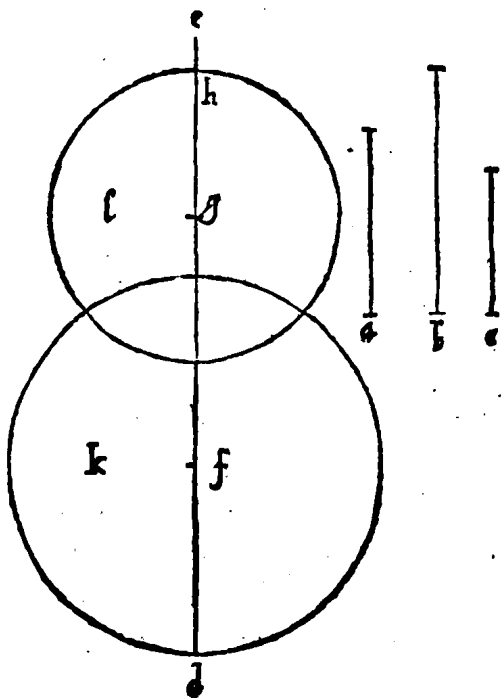
De Pro-
blematis
Determinatis, Ind-
terminatis, Pos-
sibilibus, &
Impossibilibus vide
superius in
com. primo.

admo-

Instantiæ
huius Pro-
blematis.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoque Problematum iuxta Possibile enuntiatum, atque Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometre. n. verba

sequemur. Sint tres rectę Lineę a, b, c, quarum duę quomodolibet assumptę reliqua sint maiores, iussuque facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, vtpotā ī Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursusque Centro quidē g, interuallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Cir-

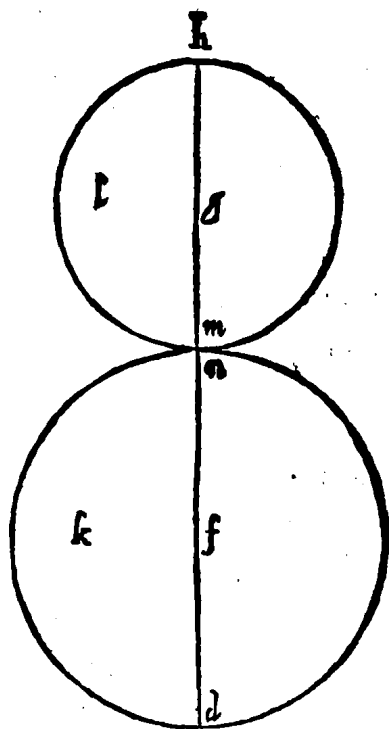


† asupfir.

tutor † sortitus est. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis: fortasse enim vel tangunt tantum se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem interfecare, aut tangere, aut distare ab in-

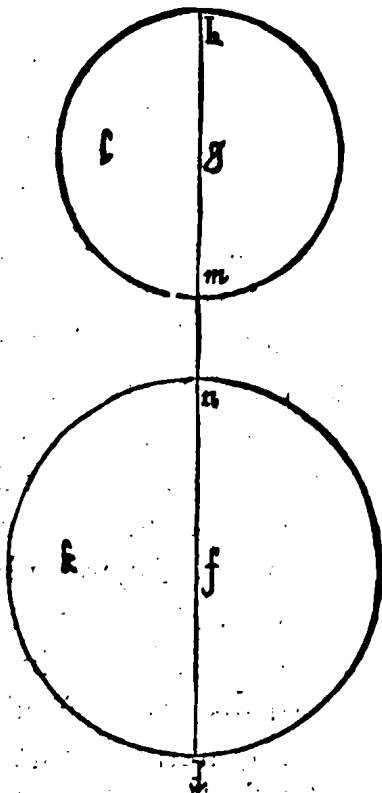
Responso.

uicem. Dico itaque quod necessario se inuicem interfecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaque f Signū Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duę igitur d f, g h, vni æquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodum etiam a vna cum c, ipsa b est maior. illis quidē sunt æquales. Acquales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod



fieri

fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, ut ipsi $k l$. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa $d f$, ipsi $f n$ æqualis est. & quoniam Signum g , Circuli l Centrum est, $h g$ æqualis est ipsi $g m$. Tota igitur $f g$ duabus $d f$, $h g$ est maior. ipsa enim $f g$ ipsas $d f$, $g h$ excedit, ipsa $n m$. Suppositum autem fuerat ipsas $d f$, $h g$, ipsa $f g$ maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a , c ipsa b . nam ipsa quidem $d f$, ipsi a : ipsa autem $f g$, ipsi b : ipsa verò $h g$, ipsi c equalis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos $k l$ se inuicem interfecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocuncq̃ assumptas, non autem vni æquales, neq̃ ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales: distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Ad datam rectam Lineam, datumq̃ in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum constituere.

Propō 23
Prob. 9.

Problema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quam Euclidis inuētum lucrum est, ut ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq̃ in ea Signum constitutionem exigit. Hōc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessariò Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest ut omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum. n. fuit quòd duo tantum curuilinearū Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Fit

Cōm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referēte Eude.

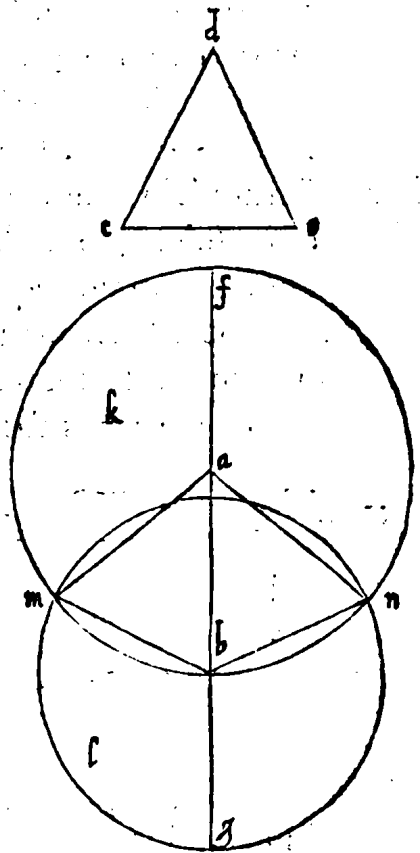
In cōm. 2.
huius lib.

Nota, qd
Angul^o Fi-
gurę simi-
lis Securi,
species est
Anguli lu-
nularis, &
vocat^r Pe-
lecoides
Angulus.

Alia exq-
sitior hui-
Problema-
tis Demó.

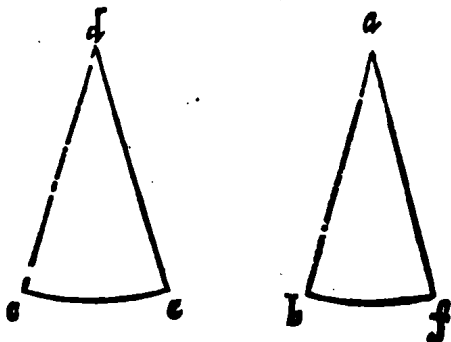
Fit aut^m huiuscemodi Lunularis Figura, quę Pelecoides vocatur, duo-
bus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandā
rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui consti-
tuitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut
rectilineum, aut mistum. cū autem nullus mistus rectilineo æqua-
lis esse possit, manifestum quōd ipse quoque omnino rectilineus est.
Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter
vſus, ex tribusquę rectis Lineis, quę tribus datis æquales sunt, Trian-
gulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cō-
stitutionem exquisitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b,
datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e.
oportet itaq; facere id, quod iussu-
m est. Cōnectatur c e, & producat^r a b
ad vtranq; partem vsq; ad Signa f g,
& ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa
f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò
e c, ipsa b g. & Centro quidem a, in-
teruallo autē a f, Circulus k designe-
tur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro
quidem b, interuallo autem b g, Cir-
culus l describatur. Circuli igitur se in-
uicem intersecant, quemadmodum
superius ostensum est. Secēt se in Si-
gnis m, n, à Signoquę n cōnectantur
ad Centra rectę Lineę, similiterquę
à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m
& ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a,
æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m,
& ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rur-
sus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n
æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e in-
æqualis non est, ipsę etiā b m, & b n,
ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duę igitur
a b, a m duabus d e, d e inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est
Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est.
Rursusquę duę n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi
c e equalis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est equalis, iussūq;
dupliciter factum est. non .n. vnum tantū, sed duos constituimus
Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

vt in

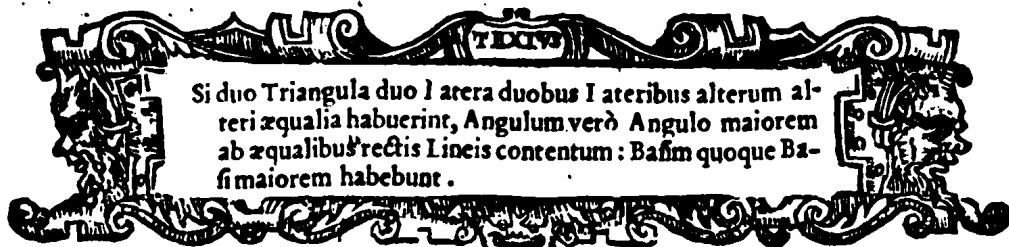


ut in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adiicimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ipsi indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum cde , & rectam Lineam ab , Cētro quidem d , interuallo autē cd , ce Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem a , interuallo verò ab , bf Circunferētiā designat. intercipiēsq̃ue ce Circunferentiam æqualem ipsi bf , connectit rectam Lineam af , Angulosque a, c æqualibus Circunferētijs insistentes, æquales affirmat.

Dānat A.
pollonii o
stensionē.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiā ab , ipsi cd æqualis est, ut Circuli quoque æquales sint. Huiusmodi itaque ostensionē tanquam posterioribus vrētem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.



Si duo Triangula duo l atera duobus l ateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum : Basim quoque Basim maiorem habebunt.

Propō 24
Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiuit, & similes de inequalitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo Latra duobus Latribus alterum alteri equalia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in utroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in utroq̃, interdum autem inæqualem. & equalitati quidem illius consequentē esse demonstrauit Basim æqualitatem, harumque æqualitati Angulorū Verticalium equalitatem esse consequentem similiter demonstrauit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

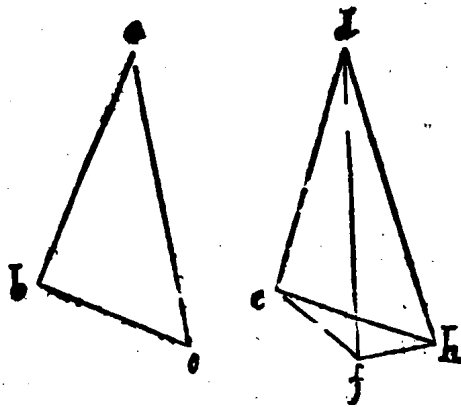
Cōm. 29

b pro-

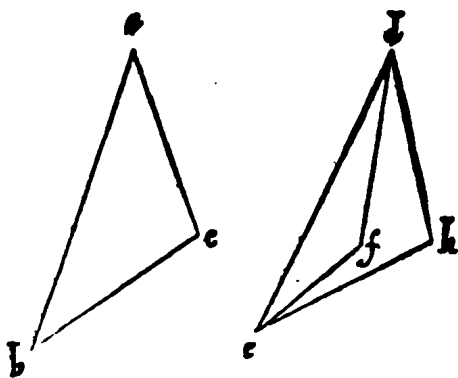
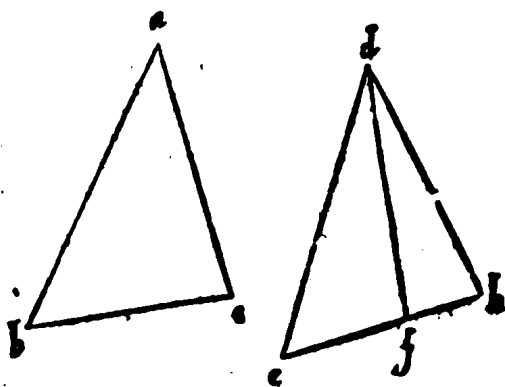
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est . nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstravit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati. nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit: hoc verò ē conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum . nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoq; inæquales ostendit . Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū: duo verò circa inæquale, hoc vtiq; & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus : duo autem à Basibus, octauum porrò, quodq; deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo , tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus existētibz omnis inquisitio superuacanea est, à deceptione q; haud immunis. Hęc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoq; institutoris

Varij huius
Theore-
matis Ca-
sus.

præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodq; deficit ipsi adijciamus . accipiens enim duo Triangula abc, def , Latera ab, ac Lateribus de, df æqualia habentia alterum alteri , Angulumq; ad a Signum existentem Angulo ad d Signum existenti maiorem, & volens ostendere Basim bc , Basim ef maiorem , ad rectam Lineam ed , ad Signumq; in ipsa , quod est d , Angulo qui ad a Signum est æqualem constituit Angulum edh . maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d , connectitq; ipsi ac , æqualem $d h$. Recta itaq; Linea eh ad Signum h producta aut supra rectam Lineam ef cedit, aut super ipsa, aut infra ipsam . Elementorum sanè institutor vtpotē supra iacentem ipsam accepit . Sit autem super ipsa recta



recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim $a b, a c$ duabus $d e, d h$ æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur $b c$, Basi $e h$ æqualis est. At ipsa $e h$ maior est quàm ipsa $e f$, quapropter ipsa quoque $b c$ maior est quàm ipsa $e f$. Verùm sit infra ipsam $e f$, posita. Connectentes itaque ipsam $e h$ dicemus quòd cum ipsæ $a b, a c$ ipsis $d e, d h$ æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque $b c$, ipsi $e h$ æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum $d e h$ duæ rectæ Lineæ $d f, f e$ in Latere $d e$ sunt constitutæ, externis minores sunt. Aequalis autem est $d h$, ipsi $d f$, ipsi namque $a c$ æqualis est. Maior est igitur ipsa $h e$ quàm ipsa $e f$. Sed $h e$ æqualis est ipsi $b c$. Maior est ergo ipsa $b c$ quàm ipsa $e f$. Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstravit quòd Arcæ quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd præter Basium inæqualitatem, Arcæ quoque inæquales sunt? Aduersus hanc utique dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in equalibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Basibus equalibus existentibus, Triangulorum etiam equalitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arcarū inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparisonem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arcarum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-



Dubitatio

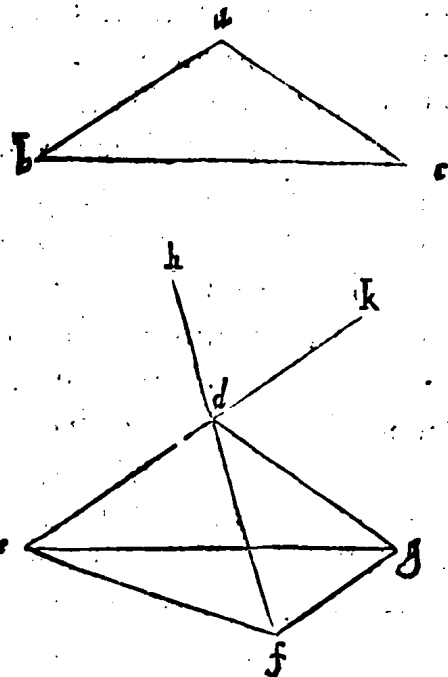
Solutio.

Digressio

Arcarum
pulchræ
paratio.

b z dun-

duntur : maioribus autem quam duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet : minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipsę e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis æquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g æqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis æquales sunt. Sunt autē Anguli quoque e d g, k d g duobus Rectis æquales. Cōmunis autem, ratur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis est. Verum ipse e d f æqualis est ipsi h d k. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, æqualis est. At isti æquales sibi inuicē sunt. ipsa namque d g, ipsi d f æqualis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemque d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verum Triangulum g d e, Triangulo a b c est æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non est. Et vides quod tribus indiguimus Theorematis, quę ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quod omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus æqualis est : altero autem, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelę rectę Lineę sunt : tertio verò, quod Triangula super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, æqualia sunt. Quę Elementorum quoque institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verum sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt : Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior



Propositi-
tio 32.

Propositi-
tio 27.

Propositi-
tio 37.

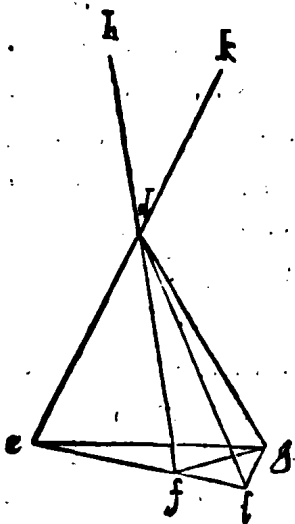
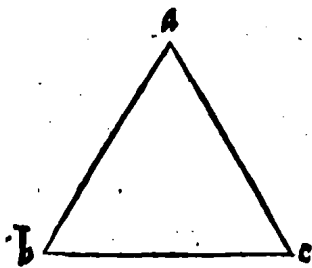
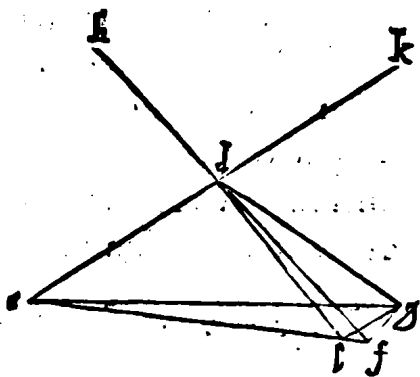
ior Angulo gdk . Angulus igitur
 gdh maior quam duplus est An-
 guli gdk , ipse nempe, qui duplus
 est Anguli ad g Signum existentis.

Angulus igitur gdk minor est An-
 gulo, qui ad g Signum est. Ponatur
 ipsi gdk , æqualis dgl , & con-
 nectatur el , & dl . Parallela ergo
 est gl , ipsi de . Triangula igitur gde ,
 lde æqualia sunt. At Triangulum
 lde minus est Triangulo fde .

Triangulum igitur gde , Triangulo fde minus est. Aequale
 autem est Triangulum gde , Triangulo abc . Triangulum ergo abc ,
 Triangulo fde minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum

habet. Tertiò Sint minores duobus Re-
 ctis Anguli inæquales eadēque construā-
 tur. Quoniā itaq; Anguli edg , gdk duo-
 bus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato
 edg , totus gdh minor quam duplus est
 ipsius gdk . Sed duplus etiam ipsius qui
 ad g Signum est. Angulus igitur gdk ,
 Angulo qui ad Signum g , maior est. Po-
 natur Angulo gdk , æqualis dgl , & co-
 incidat gl cum ipsa ef in Signo l , & con-
 nectatur dl . Parallela igitur est gl , ipsi
 de . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triā-
 gula gde , lde . Verūm Triangulū qui-
 dem lde maius est Triangulo fde : Triā-
 gulum verò gde æquale est Triangulo a
 $b c$. Triangulum ergo abc , Triangulo
 dfe maius est. Ostenſum est igitur Triā-
 gulum abc , Triangulo dfe & æquale, &
 maius, & minus, Angulis qui sunt ad a ,
 & d Signa aut duobus Rectis æqualibus,

aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus. omnes-
 que suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Si-
 gnum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum
 d , Recti dimidium, non ne duo isti Anguli duobus Rectis æquales
 essent? Quid autem si qui ad Signum a , vnus Rectus, & Recti dimi-
 dium



dium esset : qui verò ad Signum d , binæ vnius Recti Tertie, non ne duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a , vnus Rectus, Recti $\frac{1}{2}$ esset dimidium : qui autem ad Signum d , tertia Recti pars, non ne duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a , Angulo d esset maior? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarū vsu nobis factæ sunt. Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

INCERTI AVTORIS SCHOLIUM

in vigesimum quartum Theorema Primi
Libri Elementorum Euclidis.

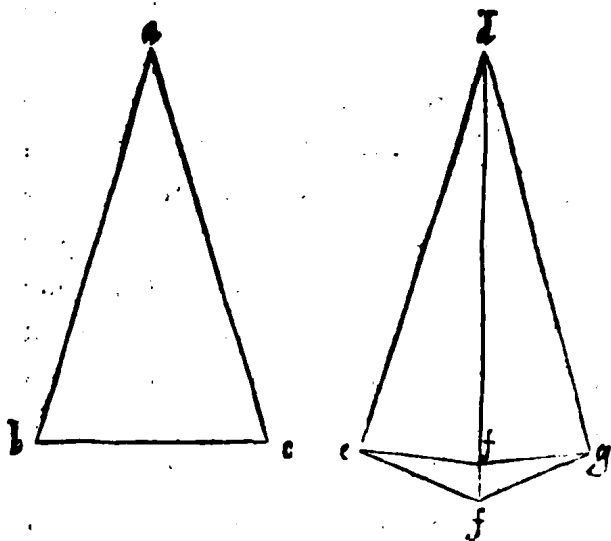
Scholium
in exépla
ri quodā
veteri re-
pertum.



I MEAM afferre sententiā operæpretium est, erravit Philosophus. nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quæ posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus. Sint duo Triägula æquicrura $a b c$, $d e f$, quæ habeant duo Latera $b a$, $a c$ duobus Lateribus $e d$, $d f$ æqua-

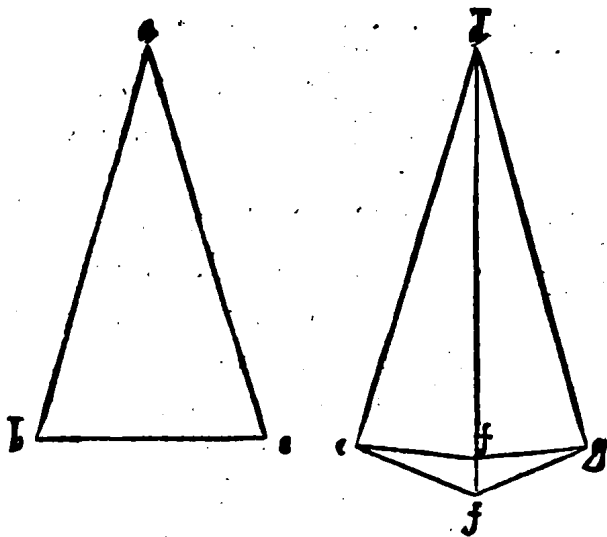
lia, & Angulus qui ad Signū a , Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit $e d g$, & protracta $d g$ sit æqualis ipsi $e d$. Si autē ipsam $e g$ connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi $e f$ in directum sit. nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est su-

per eadem recta Linea incidat ipsa $e g$, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq; duo Triägula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus: qui ad Signum e , Angulo qui ad Signum g . Cæterum ipsi etiam $d f$ est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g , Angulo $d f$ æqua-



lis est . quæ enim eidem æqualia , & inter se sunt æqualia . Si autē hoc verum est , Trianguli d f g , externus Angulus interno , & ex opposito collocato æqualis erit , quod est impossibile . Fieri ergo minime potest ut recta Linea e g , rectæ Lineæ e f in directum sit . Si verò hoc fieri nō potest , eò magis neque extrā incidet . Intrā igitur . Non ergo recte dixit Philosophus . Veruntamen alia quoque ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione . Cum enim ipsa d e , tum ipsi d f , tū ipsi d g æqualis sup-

ponatur , ipsa quoque d f , ipsi d g erit æqualis . Quapropter tria Triangula æquicrura sunt , utputa d e f , d f g , & d e g . æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt . & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli , æquales sibi inuicem erunt . hoc est qui ad Signum e , ei qui ad Signum g , &



adhuc ipsi d f e : & qui ad Signum g , ipsi d f g . Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt . Quamobrem & duo ipsorum , reliquis duobus æquales erunt . Sint duo qui ad e , & g Signa , duobus d f e , d f g æquales utriusque simul utrisque . Anguli igitur d f e , d f g , duobus sunt Rectis æquales . siquidē recta Linea d f super rectā Lineā e g stetit . Quocirca Anguli quoque d e f , d g f duobus Rectis æquales sunt . Si autem hoc verum , septimū decimū Theorema destructum est . At qui illud verum est , hoc ergo nequaquam fieri potest . Quæ ergo producit recta Linea e g , super eadem recta Linea e f non cōnectetur . Si verò hoc fieri non potest , multò magis (ut dictum est) neque extrā incidet . quod enim in illa suppositione euenit absurdū , absurdum hoc maius est . Dicendum igitur pro Philosopho quòd eos , qui instituuntur alloquens , non satis scitè exposuit . Vel exercitationis gratia , animique excitationis eorum , qui ingenio præstant . vel fortasse etiam hallucinatus est . & nil mirum . Præterea aliter idem ostendemus . Cum enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint , hoc est ipse d f e , & ipse d f g : & adhuc qui ad Signum e , & qui ad g Signum . Cum verò recta Linea super rectā consistens Lineā Deinceps

Defendit
Proclūma
gis eū of-
fendēdo.

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum dfe , dfg rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursum septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostendit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigessimum quartum Theorema

Primi Lib. Elementorum

Euclidis.

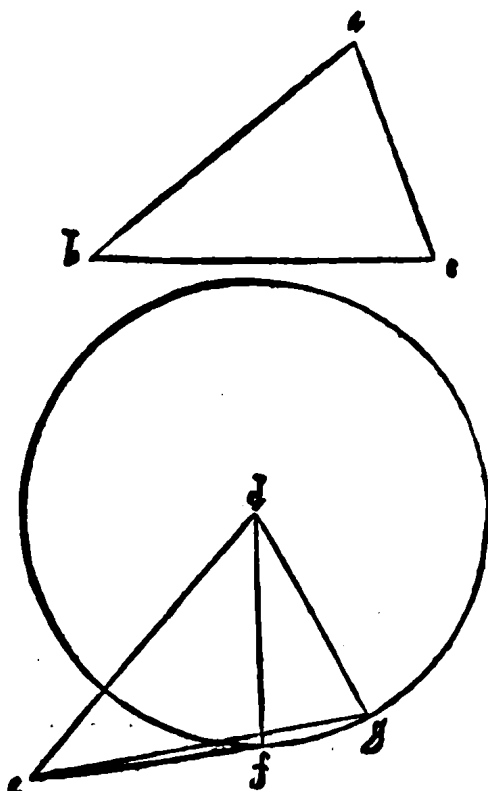


Scholium
Interpre-
tis.

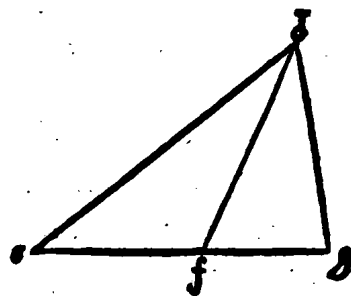
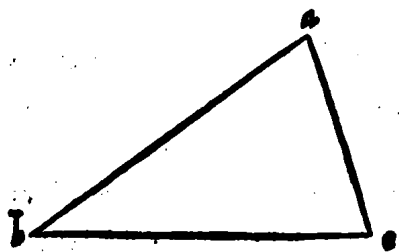
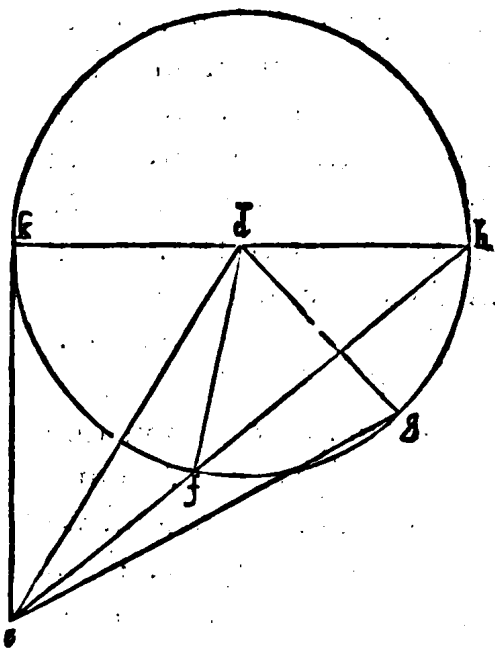
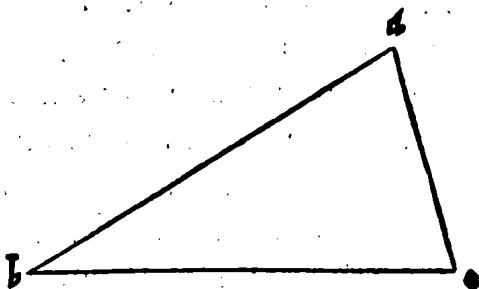


I ME A quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autem Philosophus. nam sciendum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. equilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnus Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erunt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessariò supra subtendentem quæ ultimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ ultimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum præ ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruris Triangulis, extra, vel super ipsa subtendente ultimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiavit. Cum autem indeterminatè aliquid affirmamus, in quibus fieri potest ipsum intelligimus, non aut in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantum virum deceptum ostendat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cum ait incertus Autor in æquicru-

quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, ut quæ ultimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula abc , def æquicrura ita, ut Latus quidem ab æquale sit Lateri bc , & Latus ac , utroque minus: Latus verò df æquale Lateri fe , & Latus de , utroque maius. & sit Latus ab æquale Lateri ed , & Latus ac , Lateri df . nec non Angulus bac , maior Angulo edf . Ponatur autem Angulus edg æqualis Angulo bac , & protrahatur ipsa dg , ponaturque æqualis ipsi ac , & connectatur ipsa eg . Dico quòd fieri potest ut ipsa eg , & supra ipsam ef , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d , intervallo autem Linea df , Circulus describatur, quem aut tangit Linea ef , aut secat. Tangat primum. Linea igitur dg in Circuli Circunferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa eg supra ipsam ef cadet. Secet autem ipsa ef Circulum ut habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea ef , quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa dg , ipsi df æqualis est, necessariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter fh Signa in Circunferentia cadit, aut in Signum h , aut ultra h Signum. At qui fieri non potest ut in Signum h , aut ultra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f , & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h , neque ultra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primum in Signum h , ut ipsa dh , & producat ipsa hd in directum usque ad Signum k , & connectatur Linea ke , quæ tangat Circulum,

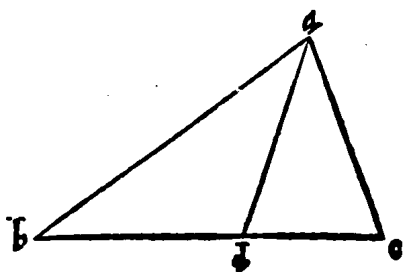


in Signo k. Quoniam igitur
 duæ k d, d e duabus e d, d h æ-
 quales sunt, Basis autem e h,
 Basi e k est maior, Angulus sa-
 nè e d h, Angulo e d k maior
 est. Verum Angulus e d k ma-
 ior est Angulo e h d. Multò
 maior igitur est Angulus e d h,
 Angulo e h d. & Latus ergo
 e h, Latere e d maius est. Erat
 autem & æquale, Triangulum
 siquidem æquicrus supponeba-
 tur, quod fieri non potest. non
 cadet ergo in Signum h, recta
 Linea d g. Eodem fanè modo
 ostendemus quòd neque ultra
 ipsum ñsdem existentibus sup-
 positionibus cadere potest. Ne-
 cessariò igitur inter Signa f h in
 Circunferentia cadit, secantque
 se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Li-
 neæ. Ipsa ergo e g protracta
 magis remota quàm ipsa e h à
 Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum
 erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cade-
 re potest. Reliquum autem est ostēde-
 re quòd fieri potest, vt etiam super ipsa
 subtendente quæ vltimò protracta est
 recta Linea cadat. Sint itaque duo
 Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea,
 quæ superius descripta sunt. & sit qui-
 dem vterq; Angulorum b a c, a c b re-
 liqui duplus, itemque duplus Anguli
 e d f. hoc enim fieri potest. constituatur
 aut ad d e recta Linea, ad Signūque in
 ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b
 a c, & ponatur cuius Linearū a c, d f æ-
 qualis ipsa d g, cōnectaturq; Linea e g.
 Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



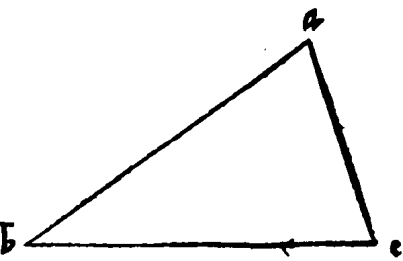
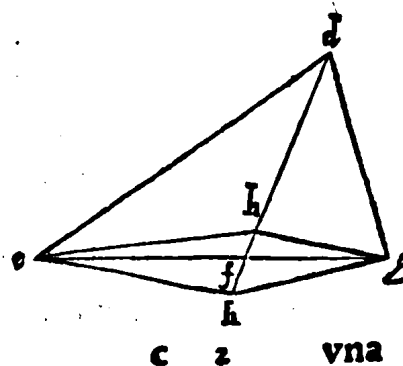
sa fg ipsi ef in directū est, ipsa quē e g postremò protracta, super ipsa ef g velis nolis cadet. Primum igitur ostendendum quòd in directū est ipsa g f, ipsi fe, vnaquē est recta Linea ipsa e f g: postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea e g, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quedā, quæ talis est. Si Trianguli æquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basī Trianguli, quod initio erat, itemquē alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquū est. Sit Triangulū a b c æquicrus habens vtruncq; eorum, qui ad a c Basim sunt Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectā Lineam a d, & ducatur ipsa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis est recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b.

Sumptio.

Demò 36
tionis.

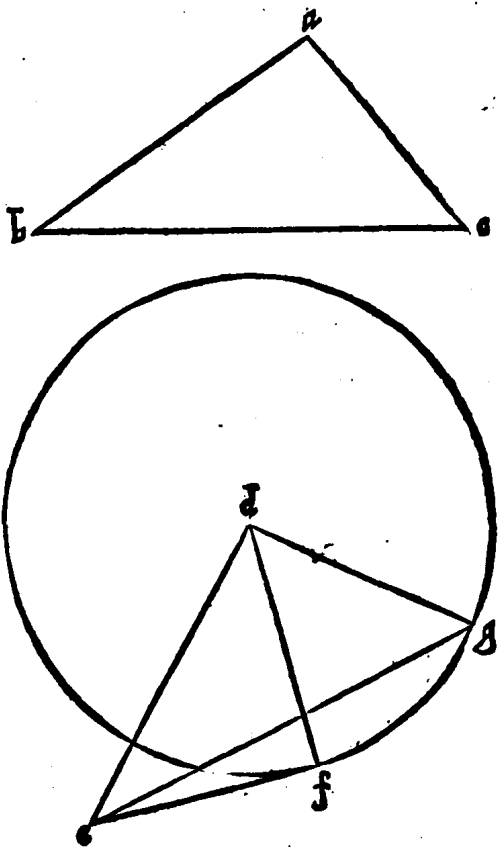
Quoniam Angulus b a c duplus est vtriusq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis est. Aequale igitur est & Latus a d, Lateri d b. Rursus quoniam Trianguli a b d externus est Angulus a d c, duobus internis, ex oppositoquē iacentibus, ipsis nēpe a b d, b a d est æqualis, qui ipsi b a c æquales sunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non est. At ipse b a c, ipsi a c b est æqualis. æquicrus. n. Triangulum a b c supponebatur.

Angulus igitur a d c, Angulo a c d equalis est. & Latus ergo a d æquale est Lateri a c. Ostensum est aut ipsi etiam d b æquale. Recta igitur Linea a d vtricq; a c, d b rectarum Linearū æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa g f in directum non est ipsi fe, sed sunt duæ Rectæ ipsæ ef, fg, ducatur à Signo e, ad g Signū recta Linea, quæ aut supra ef, fg rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lineis

Propositi
Demò.

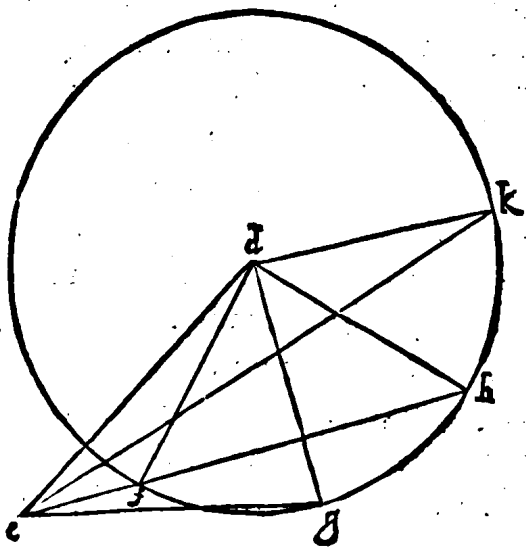
vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f. secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e : & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basi e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producat ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cadet. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cū autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiusmodi igitur Aequicruribus, quæ hoc modo se se habent recta quæ vltimò protracta est Linea, neq; supra, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiusmodi Aequicruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat, In non Similiter Aequicruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdere cadat. Sint ergo duo Triangula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstitua-

Demō in
Scalenis.



tur

tur itaq; ad rectam Lineam d e, a d Signumq; in ea d, Angulo b a c
 æqualis Angulus e d g, & ponatur cuius ipsarum a c, d f æqualis ipsa
 d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri potest vt ipsa e g & supra ip-
 sam e f, & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d, interuallo autem
 d f Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa e f, & tunc recta Li-
 nea e g supra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus ostensum
 est: aut secat ipsum. Secet, & producatur in directū ipsa e f quousq;
 secet rursus Circulum in h Si-
 gnò. Aut ergo ipsa d g inter
 Signa f h in Circunferentiam
 incidit, & sic ipsa e g infra ip-
 sam e f cadet: aut in Signo h,
 & tunc ipsa e g super ipsa e f
 in directum cadet, vt ipsa e h:
 aut vltra h Signū, vt ipsa d k,
 & sic ipsa e k, hoc est ipsa e g
 supra ipsam e f cadet. In Sca-
 lenis ergo Triangulis quæ vl-
 timò producta est recta Li-
 nea non solū supra subren-
 dentem, verum etiam infra,
 itēq; super ipsa cadere po-



Digresio

test, quod erat demonstrandum. Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinauit, sed simpliciter enuntiauit. Assumemus autem ex his Triangulorum cum ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea, quę sunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & species Fine, & Infinito participant, siquidem ab ipsis etiā scaturiunt, alia quidem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per misionem vtriusque subsistunt. & quę quidem ex Fine orta sunt, terminum, & statum, & identitatem, & equalitatem, & similitudinem seruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, & varietatem, omnisquę generis diuersitatem in se se ostendunt: quę verò per misionem vtriusquę gignuntur, partim quidem Finis naturā propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deterio rem seriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cum Trilaterę etiā Figurę per illa principia constituentur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantum,

Triángulo
rū ad sua
principia
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inæqualitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mixtæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præsens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatera esse nō possunt (hoc siquidē inæqualitatē ostēdit, illa aut ab æqualitate vndique scatent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut nō similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quā in æquicruribus. in scalenis .n. quæ postremò protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autē necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quā ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quā illorum Constructio est. Iurē igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quā in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quā æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanē diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimulant: æquicrus autem secundis generibus materiale naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialeque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrururium siquidem duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quæ vndequeque immoderatione, & inæqualitate, omnisque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verū de his quidem hæcenus.

Pulchra
Triángulo
rum iuxta
Pythagoreos
ad ea
quæ sunt
comparatio.

Finis
Scholii

Corollarium ex Scholio.

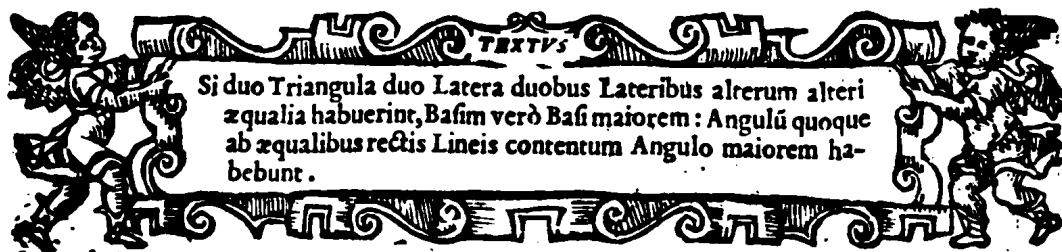
Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Anguli

li Verticalis alterius, necessariò quæ ultimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit : cū autem maior quā duplex, infra ipsam : cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVVTVR PROCLI

Commentarij

Propo 25
Theo. 16.

Côm. 30.

PRæfens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumquæ æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostētionibus : in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens : interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusquæ è conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verum ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere ijs, qui discendi tenentur desiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula abc, def duo Latera ab, ac duobus Lateribus de, df æqualia habentia alterum alteri, Basimquæ bc, ef Basi e maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi bc , Basi e æqualis, quæ sit bg , & constituatur ad b Signum Angulo d æqualis Angulus gbh , & ponatur bh ipsi de æqualis, & connectatur hg , & producatursque ad k Signum, cōnectaturquæ ah . Quoniam itaque

Démonstra
tio Mene
lai Alexā
drini.

ipſa d k, ipſi d h æqualis eſt, hoc eſt ipſi a c. Rurſus quoniam e Signum Centrum eſt Circuli g k, ipſa e k ipſi e g æqualis eſt, hoc eſt ipſi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k ſunt æquales, & b c Baſis, e k Baſi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k eſt æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior eſt.



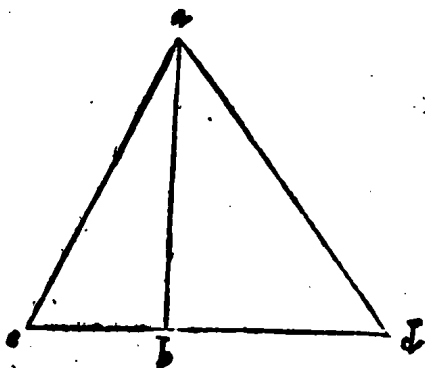
Propō 26
Theo 17.

Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, neceſſe eſt aut Latera ſola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut ſolos Angulos æquales ſumendo, Laterum æqualitatem inueſtigare: aut Angulos, & Latera miſcendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem ſcrutari. Solos itaq; Angulos quidē æquales cū accepisset Euclides, Latera quoq; Triangulorum nō potuit æqualia oſtendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula ſunt, quum etiam iuxta Latera, comprehenſaq; ſpatia ab alijs ſuperentur: Angulos autem Angulis illorum ſingillarim æquales habeāt. Sola verò Latera æqualia cū ſuppoſuiſſet, omnia æqualia eſſe demonſtrauit per octauū Theorema, in quo duo ſunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Baſimq; Baſi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiolorum comprehendendorum vim habentia oſtenduntur. & Elementorum inſtitutor hanc additionem prætermiſit tanquam per quartum neceſſariò conſequentem, nullaque Demonſtratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrā vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiā vno Latere, vnoque Angulo plures. Verū vnum Angulum, vnumque Latus cū accepisset, Propoſitum minimè oſtendit, reliquorū ſcilicet æqualitatem. fieri enim poteſt vt duo Triangula iuxta vnum ſolum Latus, vnumque Angulum æqualia exiſtentia, quò ad reliqua prorsus inæqualia ſint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta ſuper rectam Lineam c d, ſit autem maior b d quàm b c, & connectan-

Cōm. 31.
Pulcherri
ma cōpa-
rationis
Triangulo-
rū Diuiſio

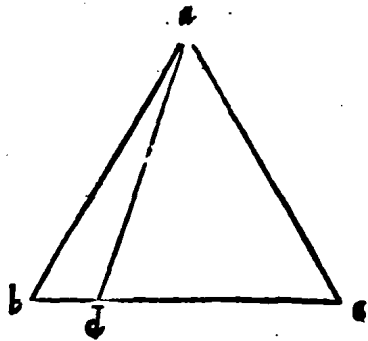
d tur

tura c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præfens Theorema. Vnū verò Latus, & tres Angulos equaliter iterum supponere superuacaneum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū, duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstravit. Vnum autem Angulum, & tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo namque tantum equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inuolidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quod per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quēadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verum aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præfenti Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatere a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo Trian-



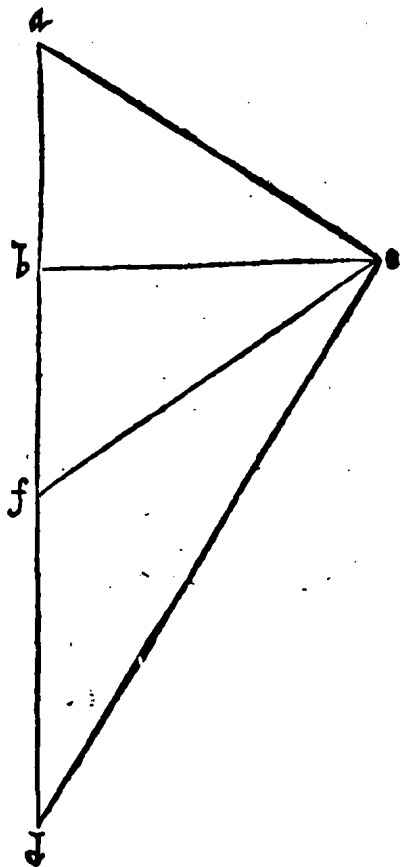
† decētib.
bus.

Triangula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnūque Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verum nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus



non cum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanē modo præfens quoque Theorema turbare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectangulum a b c, Angulum,

qui ad b Signum est rectum habens, Latusq; b c maius Latere b a, & producat a b, & cōstituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumque in ea c, Angulo b a c, æqualis Angulus b c d, & coincidant b d, c d productæ vsq; ad Signum d. Duo itaq; Triangula sunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosque Angulos duobus Angulis æquales a b c quidē, ipsi c b d (Recti. n. sunt) b a c autem, ipsi b c d. sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum b d c maius Triangulo a b c. causa autē est quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum æqualiū Angulorū subtēdēns accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò b c d, æquis An-



gulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non est: constituatur. n. ad rectam Lineam b c, ad Signumque in ipsa datum

d c,

Porphy-
rius .
Eudemus
i Geome-
tricis enar-
rationib⁹
ad Thale-
tem hoc
Theore-
ma refert

Epilogus
primæ se-
ctiōis pri-
mi lib. E-
lemento-
rum Eucli-
dis .
Documē-
tum .

Pulchra
confide-
ratio.

c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b . Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus , qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c , b c f duos Angulos a b c , b c a duobus Angulis c b f , b c f alterū alteri æquales habentia, vnūquē Latus cōmune æqualibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c , Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c . Prius autē æquale ostensum fuit , propter cuiuslibet Lateris assumptionem . Hæc ad præsentium quoq; diligentiam Porphyrius nobis suppeditat . Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præfens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo , quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisssorumquē causas dicere poterimus, tāquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas redarguentes . & huc vsque finem habere Elemētorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Constitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit : per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ circa existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodq; sibi ipsi idem est, à se ipsoquē discrepat, propter eam, quæ in ipso est multitudinem : omniaquē eadem sibi inuicem sunt , & à se ipsis diuersa etenim tum in vnoquoq; Triangulorum, tum in pluribus vno Triangulis æqualitas, inæqualitasquē reperta fuit.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

DVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



E TRIANGVLORVM quidem Ortus, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrammis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijis quoque doctrinam afferens.

Continua
tio Libri.

diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoque contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrammorum constitutione, vel æqualitate dicatur absque Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipse quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

Incō 18.
Libri 2.Inferius i
Propōne
35.

Propō 33.

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur : ex connexionem autem Parallelogrammum apparet, quod Lateraliter ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

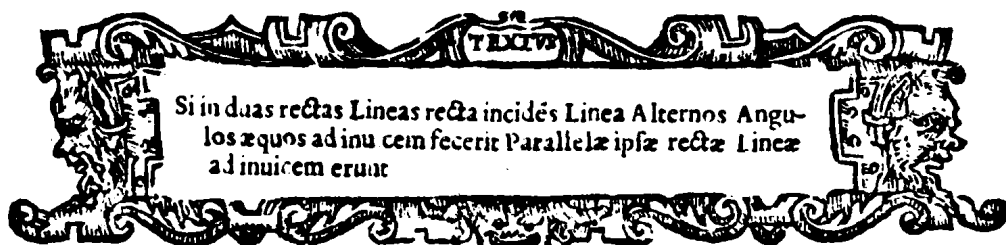
Tria, quæ
Parallelis
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed vnū quodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnū quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse : alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales : reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueuerunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Persusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apolloni-
† Nicodemus.
Hippias.
† Erseus.

SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propo 27
Theor. 18



Cóm. pri-
mum.

IN præsentem quidem Theoremate tamquam euidentis præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematis, quæ in Plano considerantur. Adhuc autem hoc, eò quod non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim obstat in modum litteræ X rectis Lineis altera quidem in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. In lib. 2.
in côm. 7.

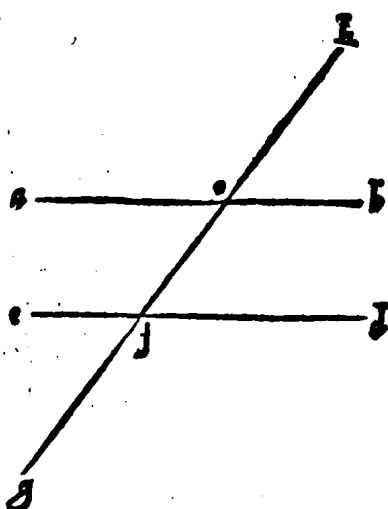
Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasq; incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò qd alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternum

Notandū

Angulos appellat. Dico autē, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteq; in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēq; Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alterno, commutatoūe ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem.

Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrā pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrā, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrā, alterum verò extrā, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrā pones,

Qui sint
Alterni
Anguli.

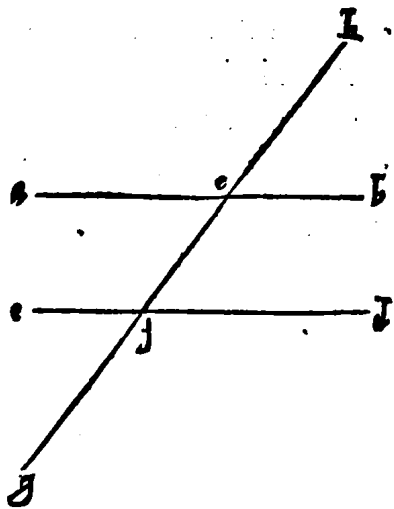


Documē-
tum.

Diuisio
Sympto-
matū Pa-
rallelarū
Linearū.

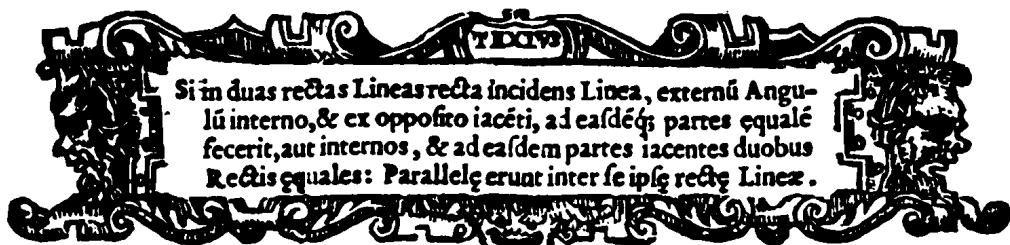
Anguli in
Parallelis
sex modis
sumuntur.

nes, ut ipsos $a e f$, & $e f d$, vel ipsos $c f e$, & $f e b$: aut utrumque extrâ, ut ipsos $a e h$, & $d f g$, vel ipsos $h e b$ & $c f g$: aut vnum quidem intrâ, alterum verò extrâ, hocque rursus quadrupliciter. aut enim ipsos $a e h$, & $e f d$: aut ipsos $h e b$, & $e f c$: aut ipsos $g f c$, & $f e b$: aut ipsos $g f d$, & $f e a$ pones. & præter has alia Sumptio non est. Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequentia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdem sunt partes, ex ijs quidem, qui intrâ tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellavit, ita ut $i j$, qui extrâ ambo sunt, & $i j$, quorum vnus quidē extrâ, alter verò intrâ, prætermisſi sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intrâ sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrâ, alter verò extrâ, quos æquales esse dixit, vna sanè Sumptione relicta, quæ ambos extrâ supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermisſas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extrâ Anguli $h e b$, $d f g$, dico quod hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim $d f e$, Angulo $h e b$: & Angulus $b e f$, Angulo $d f g$ æqualis est. Si autem Anguli $b e f$, $e f d$ duobus rectis æquales sunt, Anguli etiã $d f g$, $h e b$ duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdem partes Anguli $a e h$, $e f d$, quorum alter quidem sit intrâ, alter verò extrâ, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus $a e h$, Angulo $b e f$ æqualis est, Anguli autē $b e f$ & $e f d$ duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque $a e h$, & $e f d$ duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, ut Anguli $a e h$, $d f g$, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli $a e h$, & $b e f$ ad inuicem æquales sunt, Angulus autem $d f g$, Angulo $b e f$ est æqualis, Angulus igitur $a e h$, Angulo $d f g$ inequalis non est. Si igitur quæ in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cōsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequuntur. præter hoc, quòd in quibus quidem hæc Geometra suscepit iuxta quidem duas



duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales : in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cum enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non imeritò quæ prætermissæ, ijs, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus è contrario se habent. Videtur autem Geometra hasce suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit : ex ijs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

Cur tres
sumptio-
nes Angu-
lorū Eucli-
des præ-
miserit.



Propō 28
Theo. 19.

Præcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat : hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extrā] & [intrā] Angulos separat, altera verò ambos intrā supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, tria que Theoremata facere : aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit : aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in pręsentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Quęnam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cóm. 2.

Dubitatio

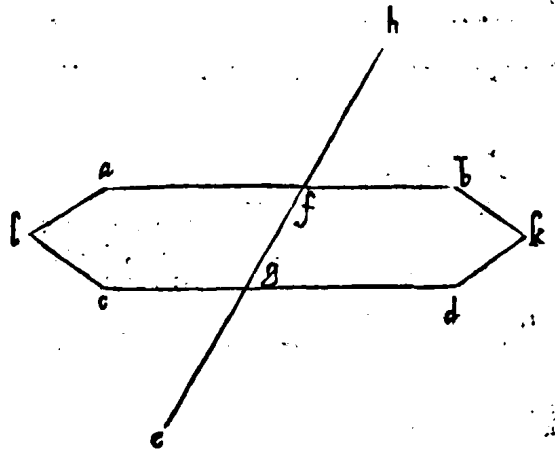
Hierapoli-
ta Aeneas
cōpendiū
Elemento-
rū scripsit.

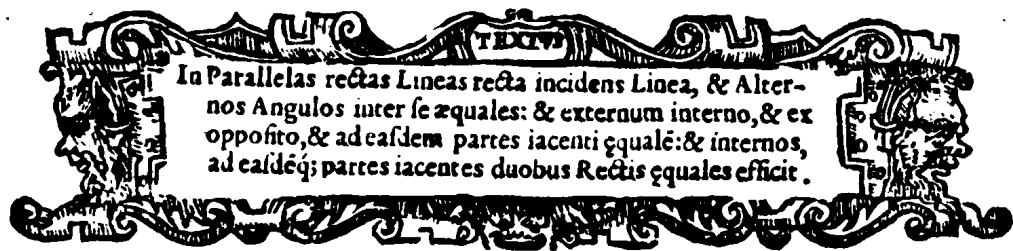
Solutio

e pro-

Ptolemæi
Dēmōstra-
tio i libro,
cui titulus
est Rectas
Lineas ab
angulis mi-
noribus, q̄
duo Recti
productas
coincidere.

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam præcedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verùm quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex ijs, quæ scripta sunt. Ptolemæus aut in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ $a b$, $c d$, secetq̄ue ipsas quēdā recta Linea $e g f h$, ita vt Angulos $b f g$, & $f g d$ duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur $b f$, $g d$ rectæ Lineæ in Signo k . Quoniam itaq̄ recta Linea $e f$ stetit super rectam Lineā $a b$, Angulos $a f e$, $b f e$ duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam $f g$ super $c d$ stetit, duobus Rectis æquales efficit $c g f$, $d g f$ Angulos. Quatuor igitur, $b f e$, $a f e$, $c g f$, $d g f$ quatuor Rectis æquales sunt, quorū duo $b f g$, $f g d$ duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur $a f g$, $c g f$ hi quoq̄ duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ $f b$, $g d$ duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur $f a$, $g c$ dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq̄ $a f g$, $c g f$ æquales sunt, aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincident itaque rectæ Lineæ $f a$, $g c$ in Signo l . Duæ igitur $l a f k$, $l c g k$ rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt,





Proposi-
tio 29.
Theo. 20.

PRæsens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur . quod enim in utroq; illorum Quæsitum est , suppositionem efficit : Quæ aut in illis Data sunt , ostendere proponit . & hæc etiam Conuersorum differētiā silētio prætereūda nō est , q̄ omne , quod cōuertitur , aut vnū vni cōuertitur , vt quīto sextū : aut pluribus vnū , vt p̄cedentibus quod in præsentia proponitur : aut plura vni , vt paulō pōst nobis manifestū erit . In præsentī autē Theoremate primū Elementorum institutor hac Petitione vsus est , quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos , & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit , rectas illas Lineas dum in infinitū producūtur coincidere ad eas partes , in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores . Quod expōnentes ea , quæ ante Theoremata sunt dicebamus , quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse . nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est ? Theorema enim illud , quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores , huic Petitioni Conuersum est . Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis , atque magis dum producuntur , coincidentiae certum Signum non est , eò quod aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus , atq; plus , coincidentes verò nunquam , vt prius etiam dictum fuit . Olim itaq; quidam quoq; alii cū hoc tanquam Theorema præordinassent , quod ab Elementorum institutore vt Petitiō assumptum est , Demonstratione dignum censuere , Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro , cui titulus est , rectas Lineas , quæ a minoribus quàm duo Recti producuntur , coincidere . ostenditq; ipsum cū multa præassumpsisset eorū , quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt . & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocq; veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi . Vnū autē hoc quoq; est eorum , quæ præostensa sunt , quod ait rectas , quæ a duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere . Dico itaq; quod Conuersum etiam verum est , quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam
Cōuerso-
rum diffe-
rentia .
In cō. 32.
Propōnis.

Quia Pe-
titio .

In lib. 3. i
cap. 1. & i
cōm. 3.

In fine se-
cūdi lib. et
in cōm. 3.
libri tertii
Digressio.
Quæ Pro-
lemæus di-
cat in suo
Libello.

Secūda p̄s
Propōnis
28.
Conuersa
secūde par-
tis 28. Prop-
pōnis , &
tertia 29.
pars .

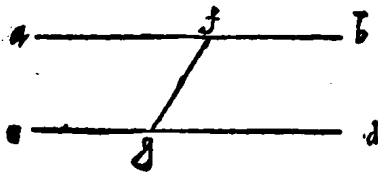
Flagitiosa
Ptolemæi
rōcinatio.

Demō ter-
tiz Partis
huius Theo-
rematis se-
cundū Pro-
temæum.

Demō qui-
tæ Petiti-
onis secūdū
Ptolemæū

Alia quin-
tæ Petiti-
onis secun-
dum Pro-
temæū ac-
curatior
Demō.

ab vna recta Linea secantur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in

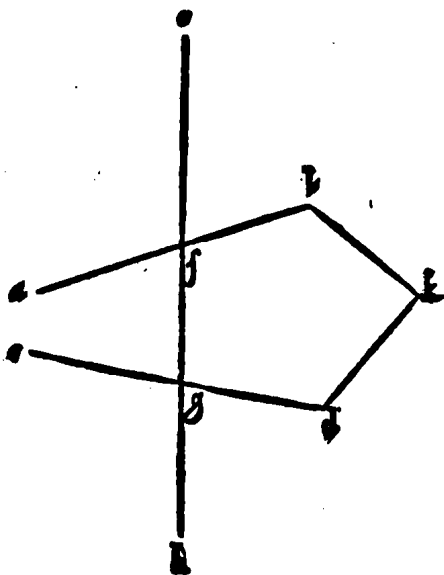


ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdē partes Angulos duobus Rectis maiores nō efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiā

Rectis ijdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quāobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficit. Verum ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdē

que partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præ-
ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verum ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficit. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

sunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectæ Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quod itaque non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidūt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Trianguli ergo g f k externus



interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hæc partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, captriosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quod recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtriscq; partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuision est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoque aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quod non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdem partes in vtriscq; partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hæc suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum sup-

Aduersus
Ptolemæū

Primū fun-
damentū.

Secūdum
fundamē-
tum.

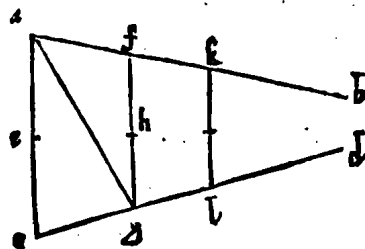
posi-

Quorūdā
instātia ad
uerfus quā
tā Petitiō
nem.

positionum fieri non potest. quandoquidem si quis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdē suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Agē autem illos quoq; inspiciamus, qui dicunt fieri non posse ut quæ ab Angulis minoribus quā duo Recti producuntur coincident.

Cū enim accepissent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipsas rectam Lineam a c, internosque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquit ut rectę Lineę a b, c d non coincidentes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa a c in Signo e, & abscin-



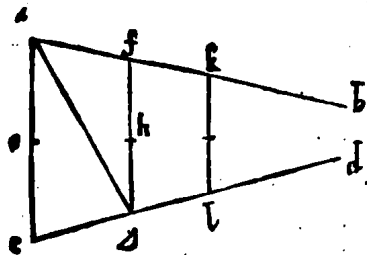
Respon-
sio ad instan-
tiam.

Alia Re-
sponso.

tur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d, æqualis ipsi e c, ipsa c g. Manifestum itaq; est quòd rectę Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duę ipsi a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindaturque æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam secando, à rectisq; Lineis hisce dimidijs æquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineę nusquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidē dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neq; verū est ipsas nullo modo prorsus coincidere. non coincident enim ipsę a b, c d rectę Lineę Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamē impedit quin coincidāt in Signis k, l, si ēt ipsę f k, g l ipsi f h, h g æquales fuerint. coincidentibus. n. ipsis a k, c l nō adhuc idē manēt ipsi k f h, l g h Anguli, & quedā ipsius f g rectę Lineę pars extra ipsas a k, c l rectas Lineas reliquitur. & sic duę rursus ipsę scilicet f k, g l tanta Basi maiores sunt, quantā intercipiunt in interiori ipsius f g rectę Lineę parte. Pręterea aut illud quoq; dicendū est indeterminatē ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̄ duo Recti protrahuntur nō coincidere, quòd ea quoq; destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrum igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, pręter quintam Petitionem primam quoque destruunt dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea
ducatur : si verò possibile, connecta-
tur. Quoniam itaque Anguli $f a c$,
 $g c a$ duobus Rectis sunt minores, ma-
nifestum est quòd Anguli etiā $g a c$,
 $g c a$ multò magis duobus Rectis mi-
nores sunt. Lineę rectę igitur $a g$, $c g$
in Signo g coincident ab Angulis
productę, qui duobus sunt Rectis mi-
nores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quę à mi-
noribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verū enim-
vero quòd aliquę quidem rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores
duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de om-
nibus hoc querere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duo-
rum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantā diminu-
tionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam
hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem
perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum
præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum
esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facien-
tes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum pro-
ductę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. osten-
dit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiā pro-
ductę sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas inter-
iacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distan-
tia augeatur. Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt. Omni
igitur finita Magnitudine maius interuallum rectę, quę in infinitum
producuntur Lineę ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito,

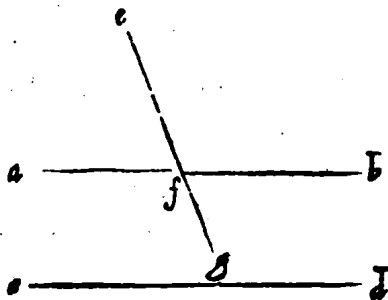
dicò quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam re-
cta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelę $a b$,
 $c d$, secetq; ipsam $a b$, recta Linea
 $e f g$. Dico quòd ipsam quoq; $c d$
secabit. cū enim duę rectę Lineę
sint, quę ab vno Signo fin infinitū
producuntur, ipsę nempe $b f$, $f g$,
omni Magnitudine maiorem ha-
bent distantiam. Quapropter hac
quoq; quę tanta est quantū est in-
teruallū, quod inter Parallelas adia-



Aliquę re-
ctę Lineę
à minori-
bus q̄ duo
Recti pro-
ductę coi-
cidūt. & a-
liqę non
coincidūt.
& hæc est
ppria Au-
toris opi-
nio.
Pronun-
tiū, quo vs-
est et Ari-
stot. 1. de
cēlo tex.
35.
Ostēso
Aristo.

Sumptio.

Demō Sū-
ptionis.

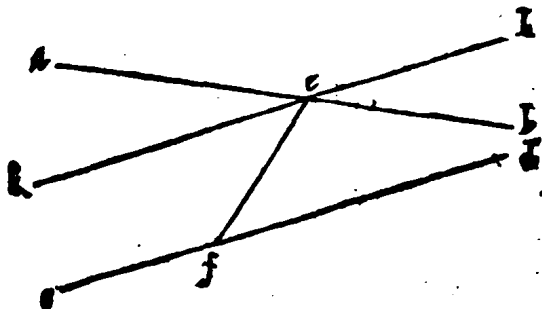


cet.

Quintæ Pe-
titiõis pul-
chra De-
mõ.

cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa fg ipsam cd secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoque secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint

enim duæ rectę Lineę ab, cd , cadatque in ipsas recta Linea ef Angulos bef, dfe duobus Rectis minores efficiēs. Dico quod rectę Lineę hisce in partibus coincident, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli bef, dfe duobus Rectis mi-



nores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, he b Angulus, & producat he ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas hk, cd , recta Linea ef cecidit, internosque Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet hef, dfe , rectę Lineę hk, cd Parallelę sunt. & secat ipsam kh , ipsa ab . Secabit igitur & ipsam cd , per sumptionem, quæ prius ostensa est. Coincident ergo rectę Lineę ab, cd ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.

Propõ 30.
Theo. 21.

Quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę.

Cõm. 4.

Primũ p-
nuntiatiũ.
Propõ 21.
sexti Ele-
mentorũ.
Propõ 11.
quinti Ele-
mentorũ.

Documẽ-
tum.

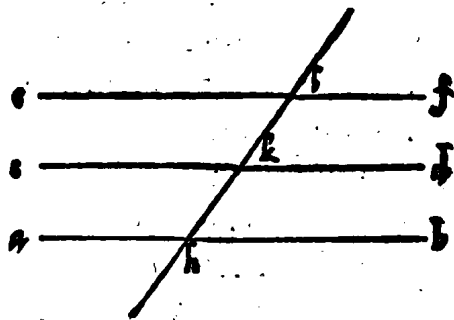
Consuevit Geometra in Sermonibus istis, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoque dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusque dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quę eidem Rationi eadem, ad inuicem quoque eadem sunt. Hoc modo igitur nunc quoque demonstrat quod quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoque dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoque sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quęcunque vniuocè cõuertuntur, in equalitatę,

in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallele Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum equali equale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. Ipse namque Parallelarum ad se respectus similitudo positionis est. Dicitur igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæc similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallela. Fieri autem potest ut qui etiam situm iam permutauit, idem ostendat huiusmodi vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum usus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam e d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, utrunque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k equalem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur e d, e f, Parallelae sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi e d Parallelae, & inter se igitur Parallele sunt, dicemus quod a h, h b vnus Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum rectæ, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallele sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi e k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallele. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idem quæ redibimus.

In quibus respectibus identitatis consequentia verificetur. *tax. græcus* sic habet ipsa namque Parallelas si dici potest similitudo. Finis Documenti.

Casus huius Problemat.



Dubitatio

Sol.

Notā. 16.

f Per

Propo 31,
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam
Lineam ducere.

Com. 5.

Documē-
tum.

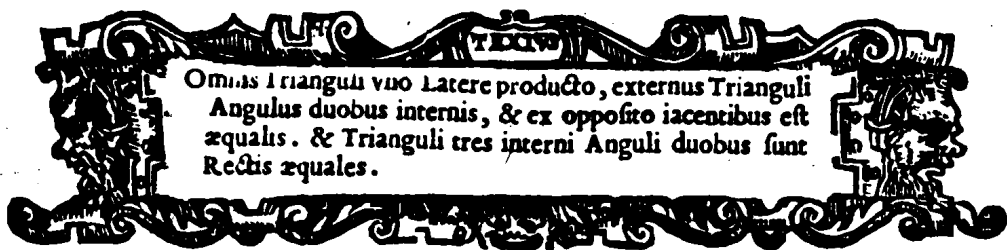
Communi-
tas huius, &
duodeci-
mi Proble-
matis.

In cō. 22.
lib. tertii.

Differēti-
e huius, &
duodeci-
mæ Propo-
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognovisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis red-
dunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præfens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectæ Lineæ Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est ut Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam, erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicauit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hic verò Parallelam. Verum illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallele erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectæque Lineæ distantiam. quantum enim datum Signū

Signum à data recta Linea distat ; tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam intervallum habet .

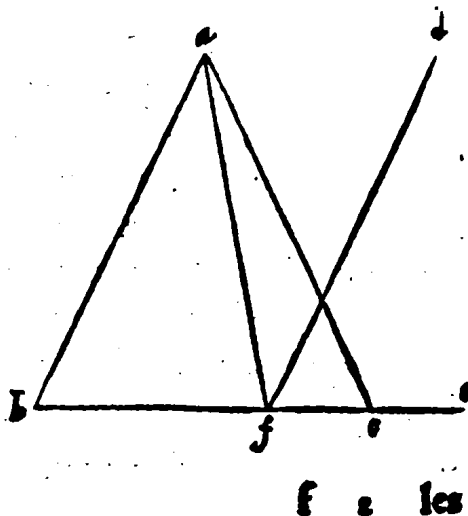


Propo. 32
Theo. 22.

Q Vantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quanto maior. ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est. nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quanto etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit. nec propterea superuacua illa esse diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire. Veruntamen Elementorum quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quærentur ostendit. fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hocque reliquum probavit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur abc Triangulum, & producatür Latus bc usque ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa bc , quod sit f , & conectatur af , & per Signum f Parallela ducatur ipsi ab , ipsa fd . Quoniam itaque fd , ipsi ab Parallela est, in ipsa que incidit recta Linea af , & recta Linea bc , Anguli Alterni equa

Com. 6.
Respondet
tacite ob
jectioni.

Casus hui
us Theo.



les sunt, necnon externus interno. Totus igitur $a f c$ ipsis $f a b$, $a b f$ equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam $a f b$ æqualis est Angulis $f a c$, $a c f$. Duo igitur $a f b$, $a f c$ tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe $a f b$, $a f c$. Verum ipsi etiam $a c f$, $a c e$ duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur $a c f$. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaque quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autem

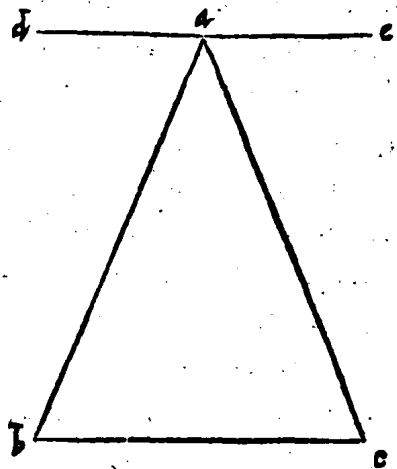
Pythagorei inueniunt hoc Theorem. referente Eudemo.

Pythagoreorum Demonstratio

Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utique omne Triangulum internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit:

Sit Triangulum $a b c$, ducaturque per Signum a ipsi $b c$ Parallela $d e$.

Quoniam igitur rectæ Lineæ $b c$, $d e$ Parallelae sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem $d a b$ Angulo $a b c$, Angulus autem $e a c$ Angulo $a c b$. Communis addatur Angulus $b a c$. Anguli igitur $d a b$, $b a c$, $e a c$ hoc est Anguli $d a b$, $b a c$ hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt.



Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales.

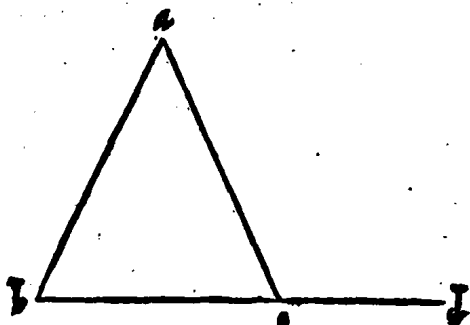
Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur insuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplex est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales, Si itaque externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrâ est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum $a b c$, externusque Angulus $a c d$.

Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertium Conuersorum differentiam, quæ sunt per se conuersa.

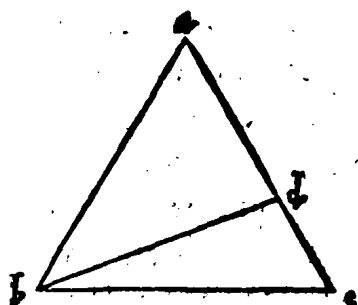
Conuersum primæ partem, & eius demum.

æqua-

æqualis internis, & ex oppposito iacentibus, dico quòd Latus bc productum est vsq; ad d Signum, vnaque recta Linea est ipsa bcd . Cum enim Angulus acd internis, & ex oppposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus acb . Anguli igitur acd , acb tribus Angulis Trianguli abc æquales sunt. At tres Anguli Trianguli abc duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur acd , acb duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad cuiusque Signum duæ rectæ Lineæ consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Recta Linea igitur bc rectæ Lineæ cd in directum est. Sit rursus quædã Figura



rectilinea abc tres habens Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet a , b , c , dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa ac . Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusque a bd , d bc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus quod Latus etiã ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulum ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namque ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulum $abcd$, & super Latere ab ,



Cõuersũ
secundæ
partis, cĩ
q; Demõ-
stratio.

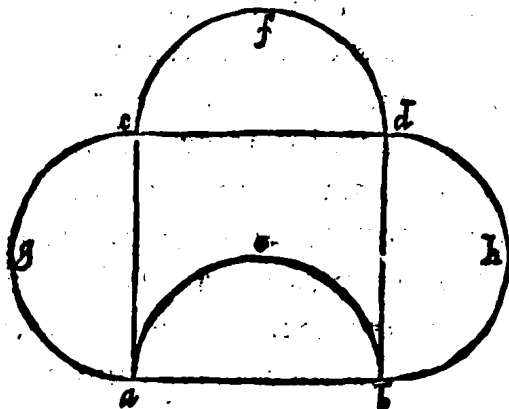


Figura ex
Circunferen-
tijs cõstru-
cta, quæ
habet inter-
nos Angu-
los duobus
Rectis æ-
quales.
sunt autem
& alię cur-
uilineę Fi-
gure, quæ
hoc pati-
untur.

gulos

In lib. 3.
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,
i qua sunt
quatuor
pulcherrimi
me cōside
rationes.

Prima.

Plato i Ti
mo.
† recta.

Secunda.

Semicirculus a e b intrā describatur : super alijs autē Lateribus extrā, qui sint f, g, h. Figura igitur, quæ à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoque omnium Multiangulorum rectilincorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumque consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resolvitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod † rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resolvitur. Si Quadrilatera est in duo : Si quinque Laterum, in tria : Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæteræ quoque differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissolvitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita : omnis verò quinque Laterum, sex, hocque consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilincis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summam dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrā cōstituuntur Rectis quatuor æquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrā sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodque ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur.

interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquench Angulum duarum Recti Tertiæ habet: æquicus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatelo Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiæ, qui æquilateli etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertie partis Recti, oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest, idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primū inest, ita rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

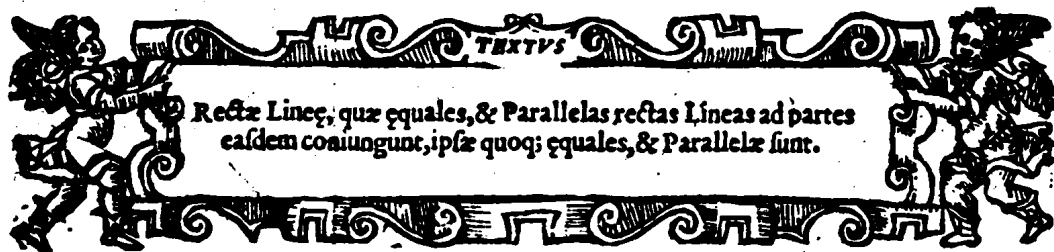
Tertia.

Vide Pla.
in Timæo.

Quarta.

Exéplū fa-
miliarissimū
Arist.
† Triangulo

Iuxta etiā
cōes no-
tiones ve-
ritas p̄sen-
tis Theo-
rematis ap-
paret. simi-
le dixit in
cōm. 22.
lib. 3.



Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelæ sunt.

Propō 33
Theo. 23.

Præsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrammorumque

Cōm. 7.

Superius
cap. 1.

Diligētia
proponis.

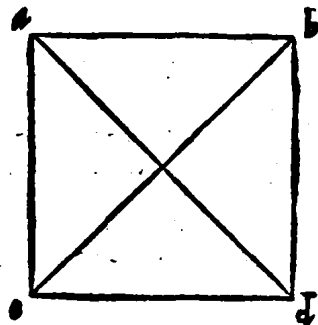
Primò.

Secundò.

† ad illa-
rū aut Pa-
rallēlā po-
sitionē, ha-
rū equali-
tate.

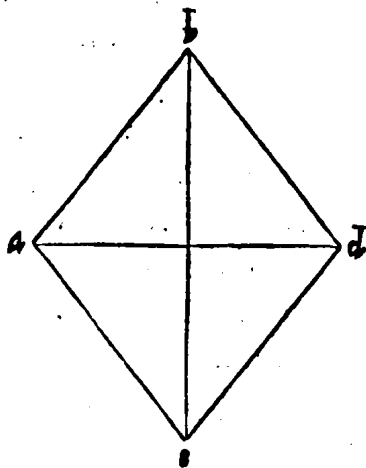
Tertiò.

morumque considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogramorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogramum tum ex ijs, quæ initiò ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ æquales coniungunt, æquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd nec hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autem positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, æquales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem æquales, quandoque quidē fieri potest, quandoque verò minimè. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumptis, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes æquales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui æqualia, & Parallela dictorum Spatorum ex opposito iacentia Latera coniungunt; Si au-



tem

rem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimetientes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim $a b$, ipsi $c d$ æqualis sit, communis autem $a c$, Angulusque $b a c$, Angulo $a c d$ inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censet ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis $a c$, $b d$ suppositis, ipsas $a d$, & $b c$ coniungentes accipiamus, sed ipsas $a b$, & $c d$. hæc enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboidē nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

Propo. 34.
Theo. 24.

Cum ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrammum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hæc itaque tria per se Parallelogramis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatiorumque per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quod ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisque Areis. Quatuor autem Parallelogramis existentibus, quæ in

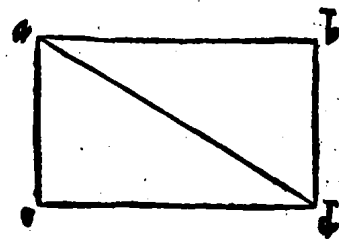
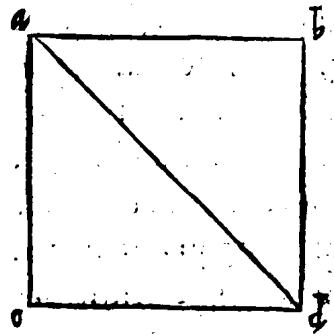
Com. 8.

Tres huius Theore-
matis pas-
siones.

Documē-
tum.

Differētia,
p̄i diuifio-
nib⁹ Paral-
lelogram-
morū apa-
ret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quod si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verum ipsas quoque Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidē non solum Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non æquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus $abcd$, & Dimetiens ad . Quoniam igitur ab, bd Latera ac, cd Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Anguli quæ abd, acd æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiā bac, cdb bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel Altera parte longius, vel Rhomboides. Si itaque Angulus bac , & Angulus cdb bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem cad Angulo adb æqualis est, Angulus etiā bac Angulo adb erit æqualis. Quamobrem Latus quoque ab Lateri bd æquum erit. Verum inæqualia sunt. Angulus igitur bac à Dimetiente bifariā nō secatur. Similiter autē neque Angulus cdb , qui ipsi æqualis est. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidē æquales sunt eò quod rectangulum est, Anguli autē à Dimetientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuisio huic quoque inest quatenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem Dime-



Cōclusio.

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogramum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquã non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrasq; Diagoniorum partes, æqualia sunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogramorum quatuor existentium diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundum non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quod Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtrunq; horum dicimus, commemorabimus cum Quæsitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidẽ esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorũ institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solum Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersẽ de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verum etiam Dimetientẽ vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersẽ ostendi dicimus, alia verò non vniuersẽ. aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quod omne æquicrus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quod omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationẽ alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præfens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrammis inest: hoc verò, Dimetientem Spatiũ bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsis hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cum enim Antiqui contemplati fuissent quod Dimetiens

Epilogus
Documẽ-
ti.
Digressio
Pulcherri-
ma & vni-
uersali cõ-
sideratio.
Theore-
matũ alia
vniuersali-
a, alia nõ
vniuersa-
lia.

Duplex
vniuersa-
le. idẽ vide
apud Ari.
in primo
Posterio-
rũ tex. 11.

Propria
vniuersa-
lis Signifi-
cario.

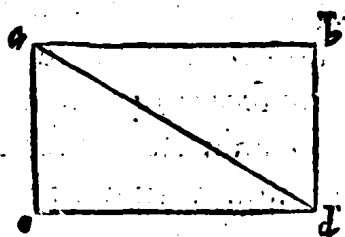
Vide Ari.
primo Po-
sterio. tex.
12. & 13.

Conuersū
primæ, &
secūde pas-
sionis huius
Theore-
matis.

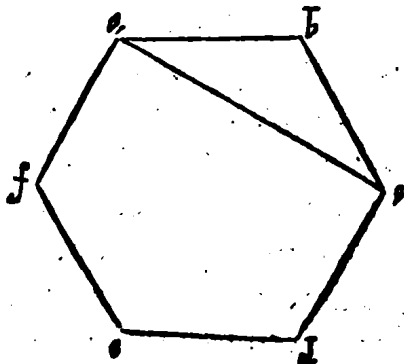
Finis. Di-
gressiōis.
Documē-
tum.
Vnde oriū
fir hoc no-
mē Paral-
lelogrā-
mum.

Quid sit, p-
rie Par il-
lelogrā-
mum, &
quid sit
Parallelo-
grammū
apud Eu-
clidem.

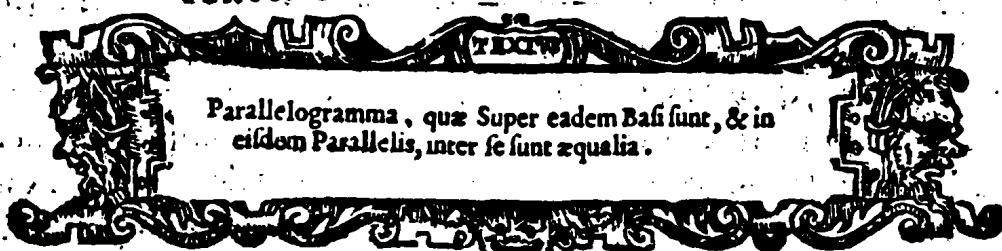
bisariam secat Ellipsim, Circulum, atq; Parallelogrānum, cōmune in his postea contēplati fuere. Hallucinatur aut (inquit Arist.) quidē non vniuersale tanquā vniuersale ostendens, eò quod commune in-
nominatū est, cui primū Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Sonis, quibus omni-
bus altera Ratio inest, non est dicere. quid præterea cōmune sit El-
lipsi, & Circulo, & Parallelogrāno, difficile est exprimere. nam vna
quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mi-
sta. Qua propter vniuersē eum ostendere opinamur, qui demonstrat
quod omne Parallelogrānum Dimetiens bisariam secat. eò quod
commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc
igitur in Parallelogrammis etiam huiusmodi vniuersale non est,
propter iam dictam causam; Illud verò est, Omne Parallelogram-
mū Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. ete-
nim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, &
Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur.
sit enim talis $a b c d$, & Dimetiens $a d$.
Quoniam itaque $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$
Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis
comprehenduntur Anguli æquales, Ba-
sisque communis, omnia quoque omnibus
æqualia erunt. Angulus igitur $b a d$ An-
gulo $a d c$, & Angulus $a d b$ Angulo $c a d$
æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidē
ab ipsi $c d$, ipsa verò $a c$ ipsi $b d$. Quamobrem Parallelogrammum
est Figura $a b c d$. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem
ipsum quoque Parallelogrammorum nomen Elementorum institutor
composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate.
Cum enim ostendisset quod rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas
rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, &
Parallele sunt, perspicuum est quod Latera quidem, quæ ex opposito
sunt tum ea, quæ coniungunt, tum ea, quæ coniunguntur Parallela esse
pronuntiavit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iure Par-
lelogrānum appellauit, quemadmodū & eam, quæ à rectis compre-
henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quod
Elementorum quidem institutor Parallelogrānum in Quadrilateris
posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam
Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cum æquilaterum,
atque æquiangulum fuerit, Parallelogrānum dicendum sit: habet
enim



enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela : nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales . Exempli causa Sexangulum , & Octangulum , & Decangulum . si enim Sexangulum $a b c d e f$ intelegeris , rectamque Lineam $a c$ coniunxeris , ipsam $a f$, ipsi $c d$ Parallelam ostendes . Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus , & tertia Recti pars , & vnus quisque Sexanguli Angulus , cum æquiangulum fuerit . æquale præterea est Latus $a b$ Lateri $b c$, æquilaterum enim est positum . vterque igitur Angulorum $b a c$, $b c a$ tertia Recti pars est . Anguli ergo $f a c$, $a c d$ Recti sunt . Quapropter ipsa $a f$ ipsi $c d$ Parallela est . Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis . Si itaq; Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit . † Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, pater . Fit autem perspicuū in illo porissimū Theoremate , in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse . hoc enim in solis Quadrilateris verum est .



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogramma , quæ Super eadem Basim sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia .

† Præter quā quoddam ex Scititia Elementorum institutoris omne Parallelogrammū manifestum Quadrilaterum est.

Propo. 35.
Theo. 25.

Com. 9.

In Superiori cōmēto, & i cō. 9. libri 3. Theoremātū alia Localia , alia nō Localia.

QVomadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia , alia verò particularia esse dicebamus , & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita , quidquē horum vnumquodq; sit ostendebamus , ita sanē iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus , alia verò non Localia . Voco autem Localia quidem, quibus tuncquidem Symptoma in toto quodam loco accidit : Locum verò, Lineæ, vel Superficie i situm,

Quis sit
Locus Ge-
ometricus.
Localium
Theore-
marum di-
uifio.
Linearum
aliq Plan-
arum, ali-
arum Soli-
darum.

Præfens
Theore-
ma & Lo-
cale, & in
Lineis Lo-
cale, et Pla-
num est.
Theore-
ma Loca-
le, & in Li-
neis Loca-
le, & So-
lidum.
Qua & ca-
ufa Theo-
remata Lo-
calia Ideis
Chryfippus
affimila-
uit.

Caufa qua
Euclides in
hoc libro
Theore-
mata loca-
lia Plana in
rectis Li-
neis tantum
trahat, in
tertio aut
ea etiam in
Circumfe-
rentiis con-
ftituit, & ha-
bet hic di-
uifionem lo-
calium in Li-
neis Plano-
rum Theore-
matum, &
alia in re-
ctis, alia in
Circumfe-
rentiis.

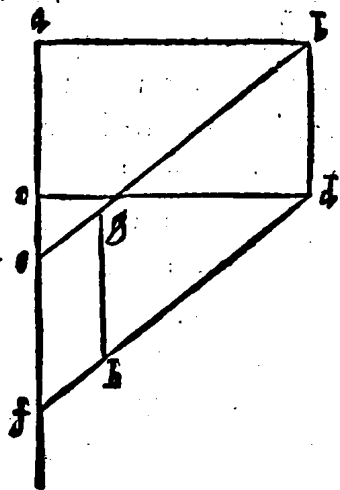
fitum, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis conftituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum alia quidem funt Planæ, alia verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, vt ipfius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ fectione apparet, vt Cylindricæ Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vti- que eorum etiam, quæ in Lineis conftituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præfens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Bafi conftituuntur. quæ fanè equalia quoque inter fe Elementorum institutor oftendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale fit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole in- fcribuntur, æqualia funt. quod enim Hyperbole folida fit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chryfippus affimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehenfio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Bafi Parallelogramma intelli- gantur, omnia sibi inuicem æqualia oftendit. Primum itaque Loca- le Theorema Elementorum institutor præfens adfcripsit. & videtur cum ad modum Elementi iuxta omnes diuifiones Theoremata va- rietate diftinguat, iurè neque huiuscemodi ipforum ideam prætermi- fiffe. Veruntamen cum in præfentia quidem de Rectilineis fermo fit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contem- plari poffunt pertractet, ea etiam, quæ in Circumferentijs conftituun- tur Localium fimul, & Planorum Theorematum docebit. tale siqui- dem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento funt Anguli, inter fe funt æquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti funt. nam si infiniti quidem Anguli in Circumferentia conftituti fuerint eadem existente Bafi, omnes oftenduntur effe æquales. Si ve- rò quod a Bafi & Circumferentia comprehenditur, Semicirculus fue- rit, recti omnes effe oftenduntur. & illa quidem proportionem refpon- dent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Bafi, & in eisdem funt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè qua- rendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncu- patur.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cum Spatiorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantum nanq̃ Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq̃ Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forsā aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq̃ in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema ē numero eorum esse, quæ huiuscemodi sunt. Stupet itaq̃ vulgus statim cum Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuendaue Spatia. quantum enim Angulos inæquales effcimus, tantum Spatium magis diminui- mus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producat Latus a c in infinitum, sit q̃ hoc fortasse rectangulum, & in Basi b d alterum cōstituatur, sitque illud b e f d. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus b e, Latere a b, cum Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verum hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius b e f d Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eo quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipsi b d ducatur, quæ sit g h. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoque eadem, Spatiū

Dubitatio rudium.

Præfens Theorema ē numero admirabilium i Mathematicis Theorematur. Quid sit Locus admirabilis, apud Mathematicos, & apud Stoicos. Respōsio ad dubitationē rudium.

Demonstrat quòd Longitudinis accretione opus ē ad Spatiū æqualitatem seruandā.



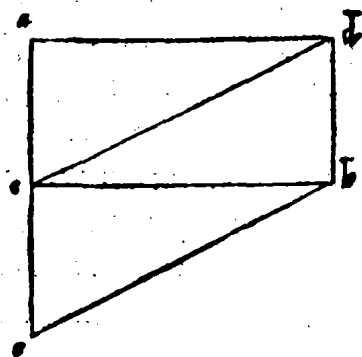
Terminus
accretiōis
Longitudi-
nis Paral-
logramo-
rum equa-
liū, est loc-
ipse Paral-
lelarū Li-
nearum.
Pulchrū.

Esperime-
ntorū Pa-
rallelogra-
morum
Quadrang-
ulū quidē
maximū ē,
Rhomboides
verò
minimū.
Ex hoc lo-
co, & ex
13. cō. lib.
3. habes q
Proclitē-
tio erat to-
tā Euclidis
Elemēta-
rē institutio
nē expo-
nere. &
Documē-
tum.
Trapeziū
quid.

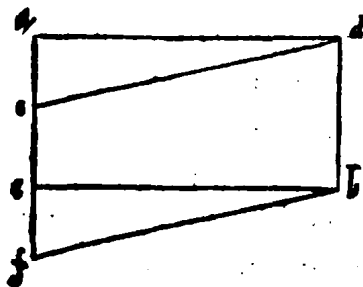
Reliq. duo
huius The-
orematis
Casus.
Ex hoc lo-
co. id est
rōne loci.

Spatium tamen Spatio minus . ipso nanq̃ue $b e f d$ minus est . An-
gulorum igitur inæqualitas Aream imminuit , Longitudinis autem
accretio quantum illa abstulit , tantum adiiciens , Spatiorum æquali-
tatem seruauit . Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Pa-
rallelarum Linearum Locus est . nam rectangulis quidem ambobus
Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus,
Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur : æqua-
teris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum,
quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulū non
est . Angulorum nanq̃ue rectitudo , & Laterum æqualitas omnem
habet vim ad augenda Spatia . Vnde sanē Quadrangulum quidem
iis omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur : Rhō-
boides verò, cunctis minus . At hæc quidem alias ostendemus . ma-
gis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt . Quò ad præ-
sens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia di-
cens, Spatia dicit, & non Latera . in præsentia siquidem de Areis ser-
mo est : & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonstrar-
tione Trapeziorum mentionem fecit . ex quo manifestum etiam fit,
quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq̃ quid nam sit edocuit,
quòd nempe Quadrilaterum quidem genere , non autem Parallelo-
grammum . quod enim quæ ex opposito sunt Latera , & Angulos
non habet æqualia , ē Parallelogrammorum excidit ordine . Ele-
mentorum itaque institutor cū difficiliorem Casum elegeret , Pro-
positum demonstrauit . Siquis autem dicat , sint Parallelogramma
 $a c b d$, & $b d c e$ super eadem Basi
 $d b$, ita vt Latus $c d$ sit Dimetiens
Parallelogrammi , $a b$, ostende-
mus quòd ex hoc Loco æqualia
sunt . Triangulum enim $b c d$, vtri-
usque dimidium est . quoniam ip-
sius quidem $a b$, Dimetiens est La-
tus $c d$: ipsius verò $d e$, Latus $c b$.
Dimetientes autem Parallelogrā-
ma bifariam secant. Parallelogrā-
mum ergo $a b$ æquale est Parallelo-
grāmo $d e$. Rursus siquis supponat
Latus $a c$ ipsius $a b$ Parallelo-
grammi secari à Latere $d c$, sicq̃ue iacere Parallelogramma quemad-
modum ipsa $a d b e$, $b d c f$, ostendemus quòd hæc etiam æqualia sunt.

cūm

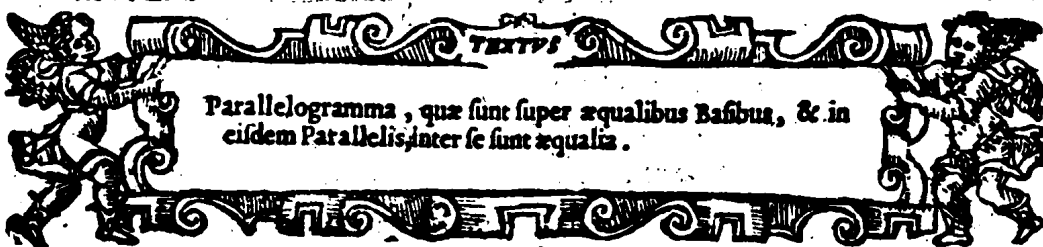


cum enim Latus $a e$ Lateri $c f$ æquale sit, utronque enim cum ex opposito iaceat, æquale est Lateri $d b$. Auferatur communis $c e$ recta Linea. Aequalis est igitur $a c$, ipsi $e f$. Verum $a d$ etiā æqualis est ipsi $e b$, & Angulus $c a d$ Angulo $f e b$. Parallela enim est $a d$, ipsi $e b$. & Basis igitur $c d$, Basi $f b$ æqualis est, totūque $a d c$ Triangulū toti $e b f$ Triangulo est æquale. Cōmune adiciatur $c b$ Trapeziū. Totū igitur $a b$, toti $d f$ inequale non est. Et vides quod isti tres soli sunt Casus. Latus enim $d e$ aut secat Latus $e b$, ut Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, ut in penultima descriptione: aut secat Latus $a e$, ut in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verū esse ostensum est, nisi quod duplex Trapeziorum differentia cum sit, & alia quidem neutrum oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species. ipsa enim $c e$, ipsi $d b$ est Parallela.



Causa tres soli sunt Casus huius Theoremati.

†. Rursus quod Nota quod Proclus Trapezia, & Trapezoida cōmuni noīe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cō. 18. lib. secūdi.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propō. 36
Theo. 26.

Com. 10.

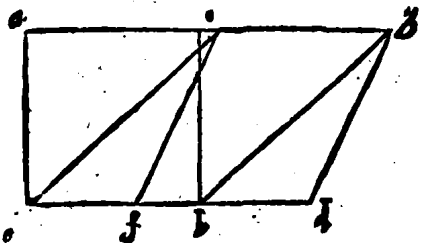
Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogramma in eisdem supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neque extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cum Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterum Elementorum quidem institutor cum Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autē impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, ut quandam cōmunem habebant partem. sint enim $a b, c d$ Parallelogramma, super æqualibus Basibus $e b, f d$ communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur $c e, b g$ rectæ Lineæ.

Cōmunitas, & differentia præsentis, & præcedētis Theore.

Quo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis.

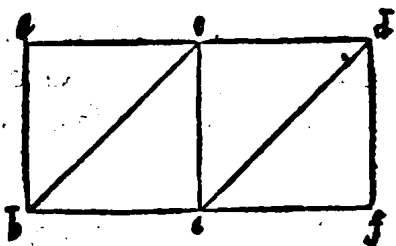
Relig duo Casus huius Theore.

neæ. Quoniam igitur ipsa ef , æqualis est ipsi bd , etenim Basis e b
 Basi fd æqualis erat, sed Latus cf Lateri dg est æquale, & Angulus
 cf e æqualis Angulo g d b, & c e
 igitur ipsi b g æqualis est. est autem
 & Parallela ipsi. Parallelogrammū
 ergo est ipsum cb , habetque eandē
 Basim cum utroque Parallelogrā-
 morum ab , cd , & in eisdem est Pa-
 rallelis. Parallelogrammum igitur
 ab Parallelogrammo cd est æqua-



le. Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à se in-
 uicem separatas Parallelogrāmorum Bases supponat, verūm quod
 solūm reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Paralle-
 logrāmīs ae , cd , dicemus quod Basis
 be , Basi ef , & Lateri cd est æqualis.

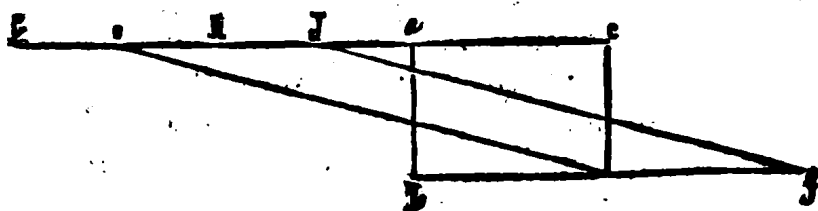
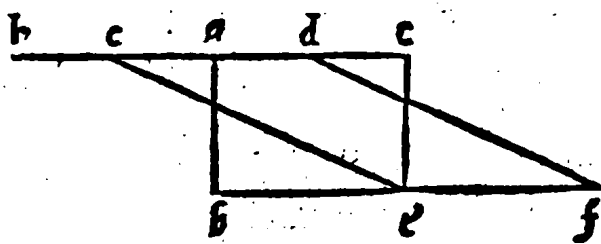
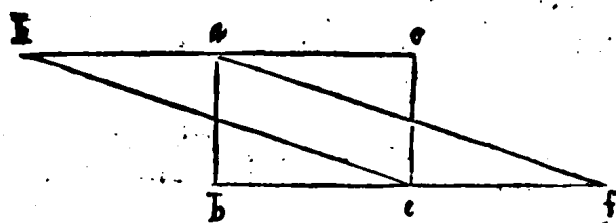
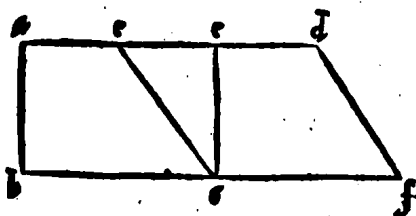
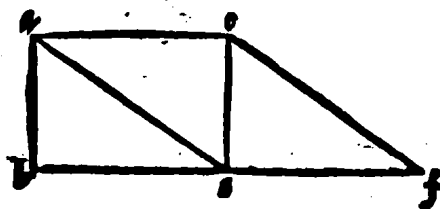
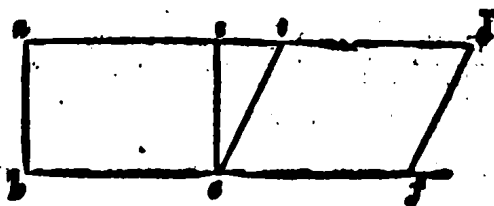
Quamobrem & recta linea cb , rectæ
 Lineæ de æqualis, & Parallela est.
 quæ enim æquales, & Parallelas con-
 iungunt, æquales & ipsæ, Parallele q;
 sunt. Parallelogrāmum igitur est ip-
 sum bd , & est super eisdem Basibus,
 & in eisdem Parallelis cum ipsis cb ,



Diuisio
 triū huius
 Theo. Ca-
 suū, & pri-
 mō vltimī.

† aut à se
 inuicē sepa-
 raras esse,
 aut tangere
 eū se inui-
 cem.

& de Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt cb , de Parallelogram-
 ma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Con-
 structiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habe-
 re partem, † aut tangere tantūm se inuicem, aut à se inuicem distare.
 Fieri autem potest vt quauis se se tangant quemadmodum ipsæ be ,
 ef , totum de Parallelogrāmum extra Latus ce supponatur, vel ce
 Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus ce secans Latus a c ,
 vel Latere a c producto vsque ad Signum h Latus ce cadens tan-
 quam Dimetiens Parallelogrammū h c , quando & d f Latus idem
 fuerit cum recta Linea a f , vel ce Latus secans Latus a h , vel a h La-
 tere producto vsque ad k Signum Latus ce cadens extra Signum h ,
 & Latus d f secans Latus a h * vel congruens *



FRANCISCVS BAROCIVS

A D

L E C T O R E M.



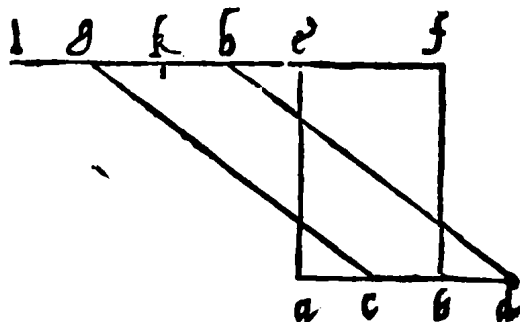
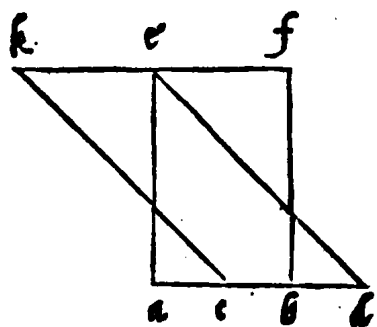
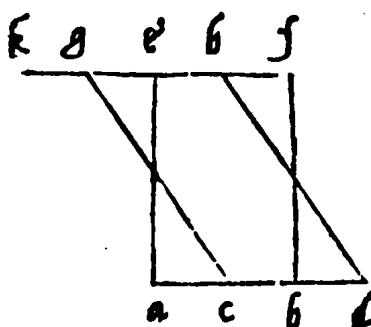
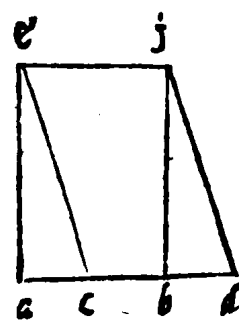
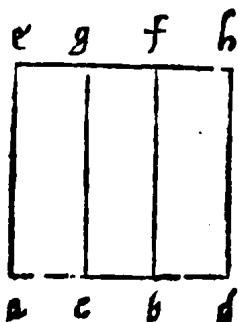
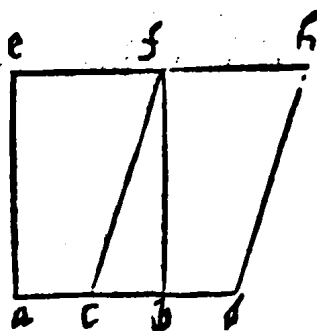
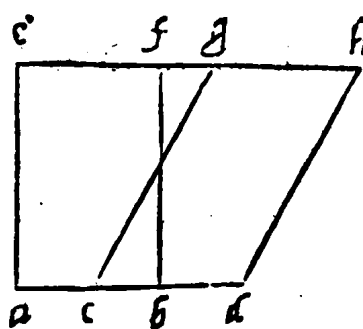
Scholiū



H I C tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenire. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primum communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

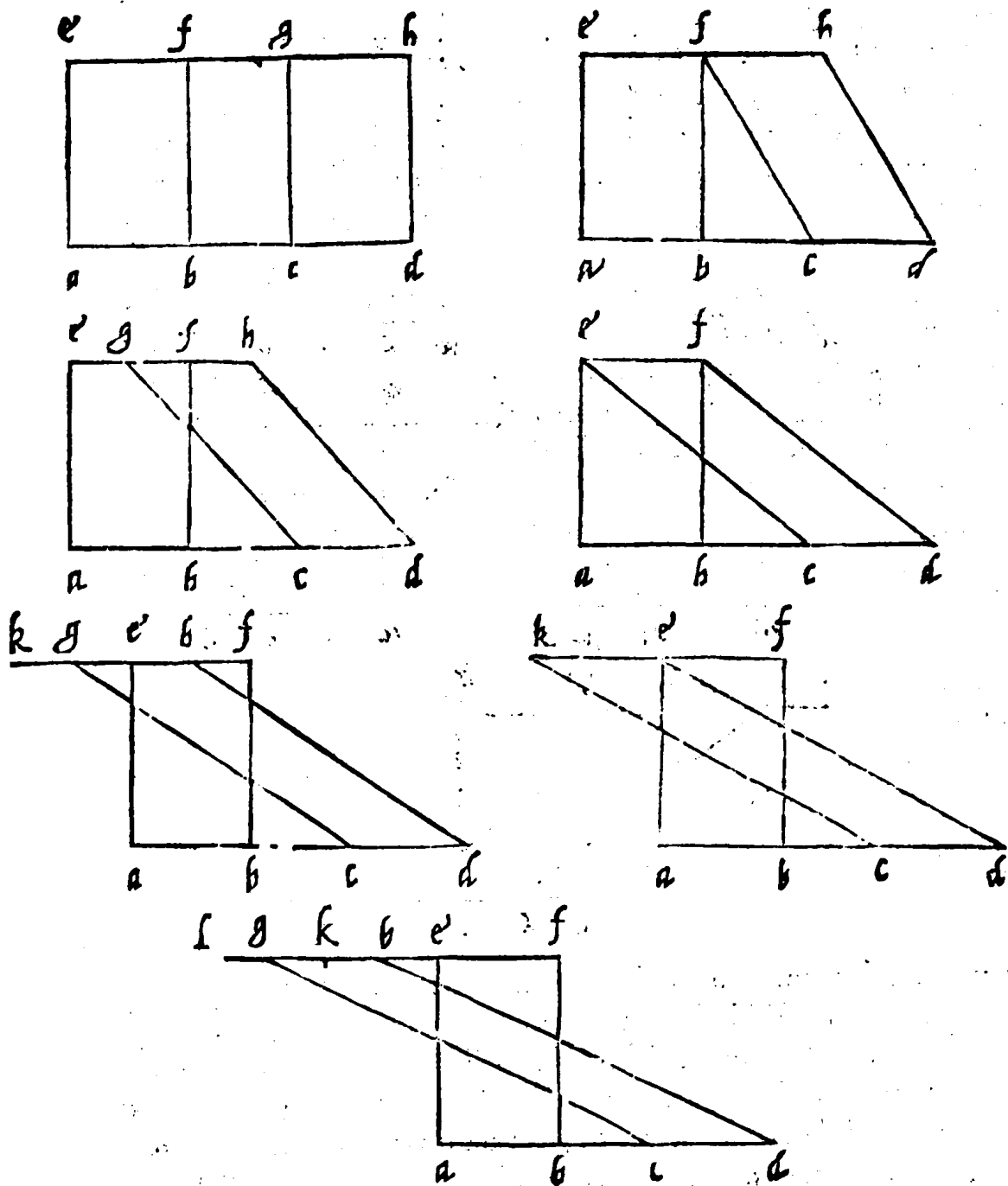
nam

Diuisio
Casuum.



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipse
 a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quę sint e f, g h, aut ita à sese
 distant vt quodam inter ea iaceat intervallum, ipsum scilicet f g : aut
 in vno tantum Signo, in quo coincidunt etiam Signa f g : nempe in
 Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h : aut quandam habent partem
 communem, vt puta ipsam g f : aut sibi inuicem congruunt, & tunc
 Signa g h coincidunt cum e f Signis : aut Producto Latere e f, & po-
 sita Linea k e æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem &
 cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vtpote ipsam g e :
 aut

aut totū Latus gh cadit super tota Linea ke , tāgitque Latus e fin Signo e tantūm, & tunc Signa gh coincidunt cū ipsis ke Signis: aut producta rursus Linea ke , & posita Linea lk æquali ipsi ke , Latus gh partē habet cōmunem & cū Linea ke , ipsam scilicet kh , & cū Linea lk , ut ipsā gk , & tunc Latus gh distat à Latere e , ipso h e intervallo.

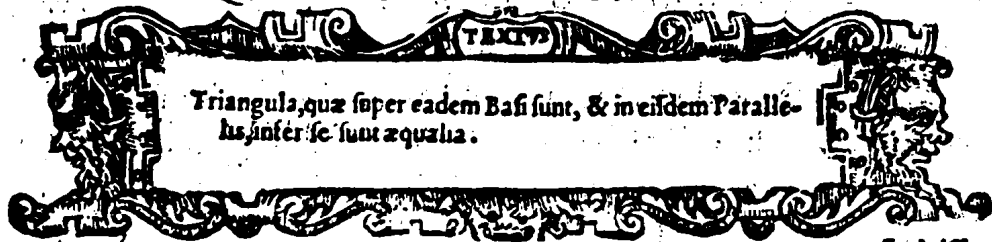


Si verò penitus à se se disiunctæ fuerint, ut ipsæ a, b, c, d , Latera porro e, f, g, h , quæ hisce Basibus e regione sunt, aut & ipsa à se se distant intervallo.

teruallo fg : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f , cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, ut puta ipsam gf : aut Latus gh cadit super Latere ef , coincidendo Signa gh cum ef Signis: aut producto Latere ef , & posita æquali k e Linea ipsi ef , Latus gh cōmuni fruitur partem quidem cum Latere ef , ipsa scilicet eh , tum verò cum Linea ke , nempe ipsa ge : aut Latus gh congruit Lateri ke , & Signa gh eadē sunt tum Signis ke , tangit q̄ Latus ef in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea ke , & posita æquali Linea lk ipsi ke , Latus gh communem sortitur partem ipsam quidem kh cum Linea ke , ipsam verò gk cum Linea lk , tuncq̄ue Latus gh à Latere ef interuallo he distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuum diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsā cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, ut auctoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq̄ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimvero de Diuisione quidē hæc sufficiāt. Demōstrationes autē presentis Theorematis iuxta singulas Casuum partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenierit vna cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit
i. r. Pro-
cli cōmen-
tario.

SEQVUNTUR PROCLI COMMENTARIA.



Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & in eisdem Paralle-
lis, inter se sunt æqualia.

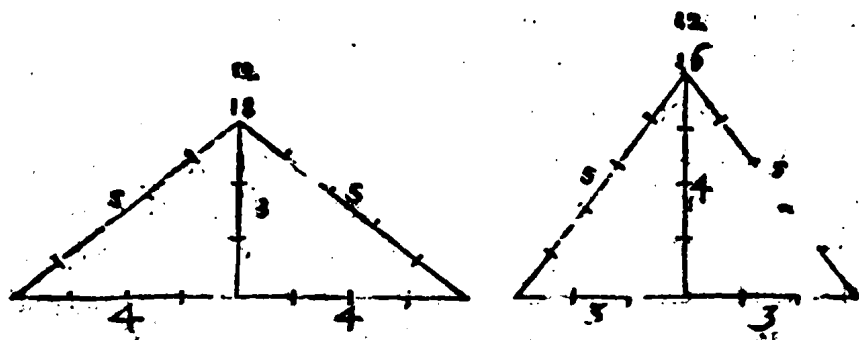
Propo. 39
Thco. 27.

Initiū

Com. 11. * affirmant . æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inequalia: & inequalibus, æqualia ostenduntur . Tale autē quid Chorographi perpesi sunt Vrbium magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Osi verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui vna cū ipsis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura q̃ sumperunt cū peragrātes eam suscepissent possessionē, quē à maiori Ambitu continebatur : Arcam autem cū in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuisse,

Chorographi
habet hal
lucinatione .

Idē in lib.
tertio in
com. 8.

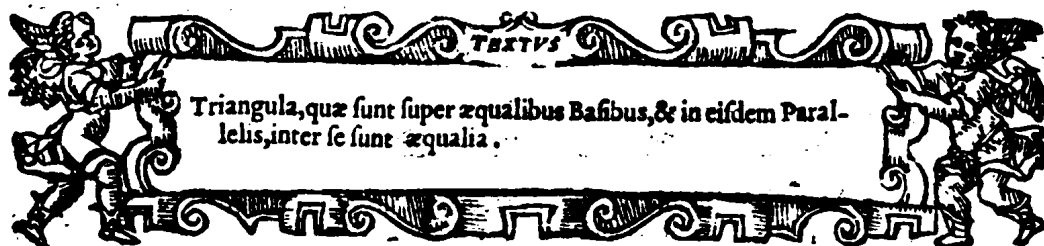


duobus enim æquicruribus Triangulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem : alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt . nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum . At Geometricus vir non ignorabit quod Spatia equalia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint . vtruncq̃ siquidem duodecim est . si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq̃ in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium : ipsam autem Perpendicularem e contrario, illic quidem quatuor, hīc verò trium . oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq̃ ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale . Verū si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor : & si hoc quatuor, illa profectò trium erit . Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis . hoc autem iuxta vtruncq̃ idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris . Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quod Spatorum æqualitas non omni-

† æquale
Triangulo
Spatio ha-
beas .

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Quo Triangula i eisdem Parallelis esse dicantur.



Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 38
Theo. 28.

Præfens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportionem respondet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basibus, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrā. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quantis inæquales

Com. 12.

Quid sit
Altitudo
Figurarū.

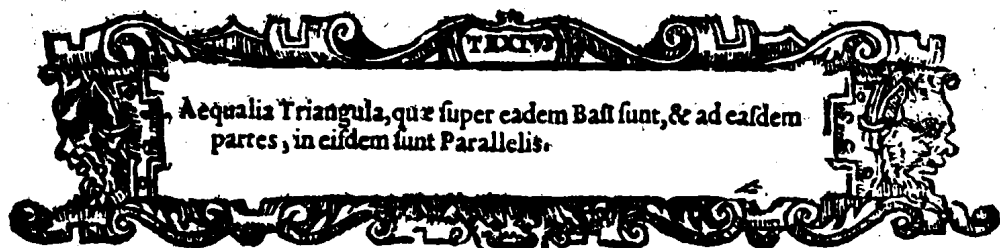
† oino yd
vel
pfectū gd.

i Bases

Casus huius
Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quod autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruente, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatæ ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est ipsi etiam, qui paululum intelligere possunt. & quod iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere.

Propo. 39
Theo. 29.



Com. 13.

Causa pro
pter quam
Conuerse
35. & 36.
Propo. nis
tū ad Eu-
clide, tū à
Proclo p-
termisse
sunt.

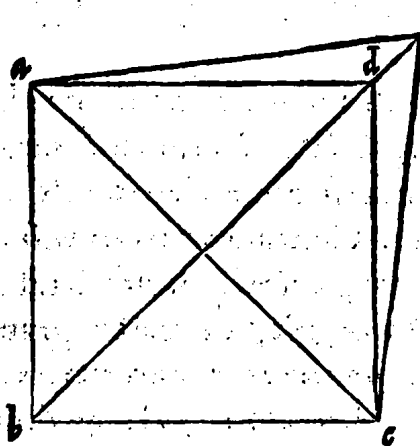
Geometri-
ca dilige-
tia.

Quando quidem æqualitatē ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuerentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuerse sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniā modus quidem Demonstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. contenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere ipsi, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quod in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorum intra eadem productis ipsis, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra utcumque autem ceciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quod utique Totum suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quod autem iure Elementorum institutor particulam illam addidit, & ad easdem partes, manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hæc partes, alterum verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adiecit

cit

est particulam. Cum autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intra, aut extra, ipse quidem Euclides intra eam duxit: nos verò extra ducentes, eadem ostendemus. Reliquus absurdæ suppositionis Calus.

Sint enim $a b c$, $d b c$ Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisde sunt Parallelis, & quæ ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur $a d$ recta Linea. Si autem hæc Parallela non est, sit quæ extra hanc iacet, ipsa nempe $a c$, & producat ipsa $b d$ vsque ad e Signum, & connectatur ipsa $e c$.



Æquale est igitur Triangulum $a b c$ Triangulo $e b c$. Verum Triangulum $a b c$ æquale est Triangulo $d b c$. Triangulum ergo $e b c$ Triangulo $d b c$ est æquale, partim Totum. At hoc fieri non potest, non igitur extra ipsam $a d$, Parallela cadet. Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo $a d$ ipsi $b c$ Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quæque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatum autem dignum est quòd Triplex cum sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totum conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, ut sextum, & quintum: aut pars ad partem, ut octauum, & quartum. non enim totum in altero Datum, Quæsitum in altero est: nec Quæsitum, Datum, sed pars) videntur talia esse hæc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cum partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quòd quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.

Notandū.

Triplex Conuersionū differentia.

Acqua-

Propo. 40
Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad eandem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

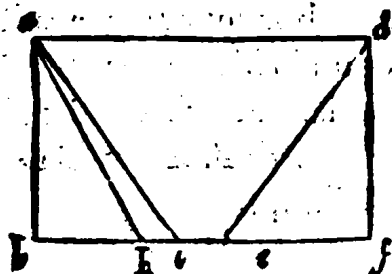
Tres pas-
siones, ex
quib⁹ decē
sūt Loca-
lia Theo.

Causā vi-
de i supe-
riori cō.

Quæ & cau-
sa reliqua
quatuor q-
miserit Eu-
clides The-
orematibus

Demōstra-
tio reliquo-
rum duorum.

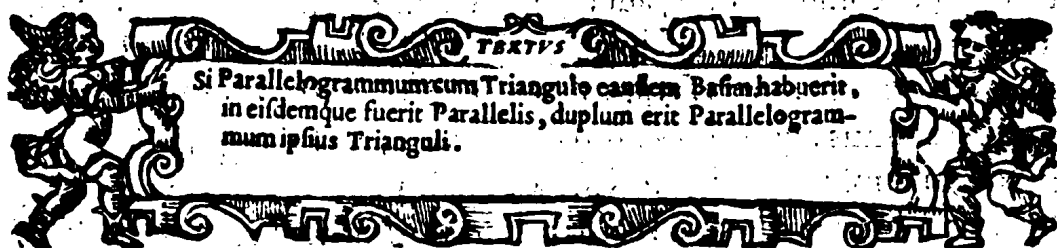
Est & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elementorum institutore Deductionis ad impossibile prætermittitur est pars eodem modo demonstratur, & nō est opus eadē repetere. Cum autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quod duo semper contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemque Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porro quæ in Triangulis sunt: aut & cum æqualia sumperimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quod utique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quod duo ex his quatuor per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quæ in eisdem sunt Parallelis, necessariò super eadē Basi sunt, sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quod super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptas suppositiones consequitur. Quapropter cum decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cum eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quod si æqualia fuerint, in eisdemque Parallelis, aut super eisdem, aut super æqualibus Basibus erunt. nō sunt enim, sed si fieri potest sint a b c, d e f Triangula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsas scilicet b c, e f, &



fit

sit maior ipsa bc , & abscindatur bh , quæ sit æqualis ipsi ef , connectaturque ipsa ah . Quoniam itaque Triangula abh , dce super equalibus sunt Basibus ipsis bh , ef , incidemque Parallelis, equalia utique sunt. At ipsa quoque abc , dce Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo abc , abh æqualia erant, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum abc , dce Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogrammis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suæ parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermittum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quæ prætermittenda sunt, quæque sit horum reversionis causa. Verum transeamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Epiloga.



Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Basim habuerit, in eisdemque fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipsius Trianguli.

Propo. 48
Theo. 31.

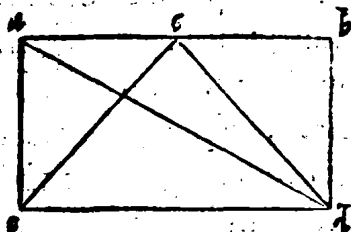
Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma secusum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumptimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quæ super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis. in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communis ipsorum Basi Parallelum est, cum sumptimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum $abcd$, & ecd Triangulum, & ponatur Signum e inter a , & b Signa, connectaturque a directæ Lineæ. Quoniam itaque

Com. 19.

Casus huius
Theorematis.

Paral-

Parallelogrammū Trianguli $a c d$ est
duplum, Triangulū autem $a d c$ equale
est $e d c$ Triangulo, Parallelogrāmum
porrō ipsius $e c d$ Triāguli duplum est.
Quod igitur eadem existente Basi du-
plum esse Trianguli Parallelogrāmum



Demōstra-
tio i Basi-
b^o equali-
bus.
† Paralle-
logrāmum.

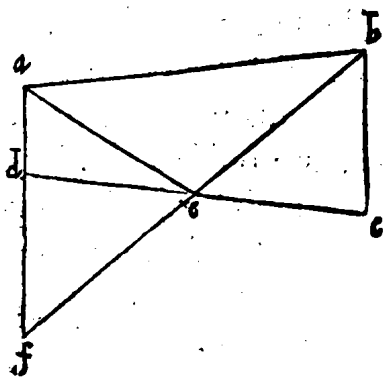
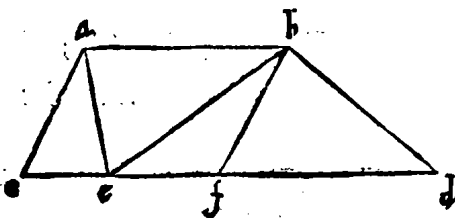
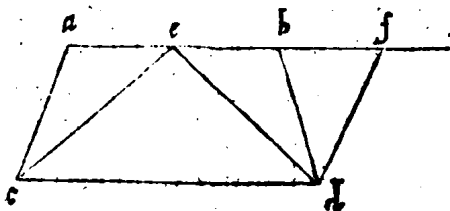
Cur Theo-
remata in
equalibus
Basis Eu-
clides præ-
termiserit,
Conuerſa
hūc The-
& nota cō-
uerſionis
modum.
† Si autē.

Nota q^d
ex trib^o qⁱ
hoc etiam
Theo. sūt
passionib^o
quqⁱ fieri
possunt
Theo. quo-
rū vna tm̄
posuit Eu-
clides, reli-
qua aut p^r-
termisit, qⁱ
alidit
Proclus,
vñ cū ob-
iectis ca-
usa:
† stiterit.
Digressio
Hic elicit
quoddam
aliud hui^o
Theo. cō-
uersū, iux-
ta alium
Cōuerſio-
nis modū.

ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem
modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducenti-
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrāmum,
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-
tem. Iurē igitur hæc quoqⁱ Geometres omisit, eadem enim est De-
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-
tū Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-
stratio. Atqui Conuerſa quoqⁱ huic Theoremati eodem modo De-
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-
grāmum duplum fuerit, eandemqⁱ Basim, aut æquales inuicem ha-
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis.
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademqⁱ ratio vi-
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemqⁱ ambo
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim
super inæqualibus, cū æquales sumpserimus, vniuersum Totū suæ
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia
hec Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cū in simplicioribus
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verūmenim-
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-
tionis causa nos Parallelogrāmū non accipiendo sed Trapeziū, cuius
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-
mum esset, cū Quadrilaterum porrō sit. Dico autem quod aut duplo
maius est, aut minus. cū enim duo Latera Parallela sint, omnino
vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus
existen-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplū Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim $a b c d$ Quadrilaterum, sitque minus Latus $a b$ Latere $c d$, & producat Latus $a b$ in infinitū, & Triangulū $c e d$ eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe $c d$, ducaturque per d Signum ipsi $a e$ Parallela, quæ sit $d f$. Duplum est igitur Trianguli $c e d$ ipsum $a c d f$ Parallelogrammum. Quare $a b c d$ Quadrilaterū minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim $a b$, ducaturque ipsi $a c$ Parallela $b f$. Parallelogrammum igitur $a b f c$ duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum $a b c d$ maius quàm duplū est. His itaque ostensis dicimus quod Quadrilatero existente, cuius duo tantū Latera ex opposito iacētia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod sit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod sit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum $a b c d$, sitque in ipso Latus $a d$ Lateri $c b$ Parallelum, & secetur bifariam Latus $d c$ ad e Signum, & cōnectantur $a e$, & $b e$ rectæ Lineæ, & producat ipsa $b e$, coincidatque cum Latere $a d$ ad Signum f . Quoniam itaque Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus $f d e$ Angulo $b c e$ est æqualis, Latus etiā $f e$ Lateri $c b$ erit æquale, & Triangulum $d e f$ Triangulo $b c e$ æquale.

Com-



Per 33. Propōnē. Pulcherri-
ma Triā-
guli cum
Trapezio
sup eadē
Basi, & in
eisdē Pa-
rallelis cō-
paratio.
nota q̄ autē
cadit etiā
iter Paral-
lelogram-
mū, & Tra-
peziū sup
eadē Basi,
& iisdem
Parallelis
cōparatio
d̄ qua dicē
dū in Cō-
mentariis
nris. oia
autē hęc ve-
ra sūt & i
Basis q̄-
qualib⁹, ho-
rūq; cōuer-
sa, si cōue-
niētib⁹ mō-
dis fiant.

Compara-
tio Trian-
guli cum
Trapezio
sup eadē
basi nō in
eisdē Pa-
rallelis,
sed cū qua-
dā alia cō-
ditiōe. &
hoc est qđ
Proclus o-
biter ostē-
dit.

* huc ad fi-
nē vsq; om-
nia fortal-
se Procli
nō sūt, sed
ab aliquo
addita.

Commune apponatur Triangulum $a d e$. Totum igitur $a e f$ Triangulum duobus $a d e, b c e$ Triangulis est æquale. Verum Triangulū $a e f$ æquale est $a e b$ Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe $b e, e f$, in eisdemq; Parallelis, * si reliqua ducta fuerit: Triangulum igitur $a e b$ æquale est Triangulis $a d e, b c e$, & Quadrilaterum $a b c d$ duplum Trianguli $a e b$, quod erat ostendendū. Eodem sanè modo ostendemus quòd si etiam à Latere $a b$ bifariam dissecto ad Latus $c d$ quædā rectæ Lineæ ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Latere, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium
primum.



Prima ra-
tio.

HOC rursus in loco Lector beneuole silentio prætereundum nō est, quòd in omnibus ferè, quæ hucusq; vidimus exemplaribus maximā hîc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, vnā cū principio septimidecimi desideratur, præter quàm quòd legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum cōmentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsq; ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaquæ habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse cōmentario censeo, primò quidem eò quòd quū superius tum in octauo Cōmentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-
menta-

mentarios partis tertie primas tenet, nec secunde parti tertia conexerit, neque tertie propositum discussit, quemadmodum fecit in principio quartu libri, ubi porro cum in fine tertij primam partem epilogo terminauerit, ante quam ad vigesimaseptimam Propositionis expositionem accederet, quae secundae partis principio fruitur, integrum interposuit Capitulum, in quo secundam primae annexam ostendit, quae quia in ea pertractanda erant ab Elementorum institutore declarauit, haec plane hoc in loco facienda erant, quippe cum in hoc potissimum Theoremate tertiae partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quod in fine quartidecimi Commentarii nullum secundae partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigesimaquintae Propositionis interpretationem se contulit: quod quia in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicem colligauit, neque mentionem ullam fecit eorum, quae ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cum enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Commentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartumdecimum, & quintumdecimum Commentarium haec facere, ne Commentariorum peruerteret ordinem, & quodammodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est ut in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum ultimae propositum tingerit, neque a Commentariorum serie diuertendo, nec quadripartitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quod praesens, de quo loquimur Commentarius prolixior ea, quae in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo vero, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficultique aggressus est, quippe quae pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materiae partes explicandas. quum enim Euclides hucusque Parallelogramum Parallelogramo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogramum Triangulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Commentariis suis utilitati studentium consuluit, hic quoque exercitationis nostrae causa Trapezium Triangulo, & Parallelogramo, itemque alteri Trapezio super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparare sibi proposuit. Trapezium inquam illud, quod proprie Trapezium a Posidonio, & a Proclo vocatur, quippe quod duo tantum habet Latera Parallela. nam Trapezoides, quae etiam Trapezia Euclides communi nomine nuncupauit nullam habent Parallelarum causam passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cum Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secunda ratio.

qd doceat Proclus in sua digressionem.

Responsio
ad tacitā
obiectionem.

Quæ de-
sint in di-
gresione,
& in fine
cōmenta-
rii.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ simul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ in eisdem dicuntur esse Parallelis. Quare Proclus ipse prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrammo, vel aliò Trapezio comparisonem efficeret, declaravit de quo Trapezio sit ei sermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziū appellatur, postea incepit comparare Trapezium Triangulo super eadem Basi, & in eisdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem super æqualibus Basibus, in eisdemquæ Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo super eadem Basi, & non in eisdem Parallelis, sed cū alia conditione: necnon super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum quadam alia conditione comparare. At finem versus comparationis, quæ super eadem Basi non in eisdem Parallelis cum conditione bipertitæ Lateris, quod est Basi oppositum sectionis sit, cōmentarius deliquium patitur, deest quæ primū quidem comparatio Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum hac conditione quòd Triangulum solum in duabus sit Parallelis, quarum vna eadem super communi eorum Base, altera secet Trapezij Latus, quod est Basi eius oppositū in duas partes æquales; secundo verò Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, in eisdemquæ Parallelis comparatio: tertio autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo super eadem, vel super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezij cū Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam sui moris pulchrā in fine cōmentarij considerationē, aut documentū, deest procul dubio secundæ, atq; tertię primū Elementorū libri partij continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum institutore pertractantur brevis commemoratio. Hæc sunt ea, quæ in presenti cōmentario iudicio meo desiderantur, ibi [in eisdemquæ Parallelis] quanuis aliquis Procli studiosus manū iniecerit, postremāq; earū, quæ nunc extant in eo Dēmōnem perfecerit, ac demū ita cōmentariū epilogo concluderit, ut integrū videatur. Veruntamen possibile etiam est quæcūq; quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, sinceraquæ sint, deliquium verò cōmentarij incipiat post illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum est] quodquæ verba illa [Hæc quidem &c.] quæ postremū sortita sunt locum, sint totius cōmentarij epilogus. Aut fortasse etiam fieri potest ut defectus in duobus sit locis, primū ibi [Quadrilaterū est] deinde ibi [sint demonstrata] ita ut verba illa [Hæc quidem &c.] sint epilogus digressionis, illa autem

[ad ea

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac denicq̃ totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hęc quidem] vsque ad illa [eundum nobis est] sint totius digressionis epilogus, secunda q̃ imperfectio sic se habeat [eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentī potissimū Propositione apparet tertiæ primī Elementorū partis Propositum, cōmunis nempe Triangulorum, Parallelogrāmorumq̃ contemplatio] & similia. Verumenimvero vtcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum querere non desistant quousq̃ omnes Procli commentarij perfecti, integriq̃ reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hęc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere commentarium reperias, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere
in dato Angulo rectilineo.

Propo. 42
Prob. 12

Commentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq̃ nostrum eam commentario illustrare, vt Euclidis ordo, atq̃ doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq̃ alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotas se quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, vt vnusquisq̃ discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atq̃ hæc de his. Alius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quū itaque tres quidem sint huiusce trigesimisecondi Theore-

Scholium
secūdum.

Quæ con-
tineatur i
17. cōmē-
tario.

Quæ repe-
riantur in
17. cōmē-
rio.

Quæ de-
sunt i 17.
Cōmen-
tario.

matris Casus nec plures, neq; pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbiq; summa cura, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorema usq; veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimē consuevit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemq; perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiuscemodi forsan essent. **V**erū Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetientē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodq; porrō Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoq; ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus vbiq; antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtpote si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrū Ordinatū, vel Inordinatū, vel Mediū: vtrū Determinatū, an Indeterminatū: vtrū Abundans, an Diminutū: & si Abundans, vtrū Maius, an Impossibile: & si Diminutū, vtrū Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrū Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrū Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrū Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrū Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrū Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrū Locale, an secus: & si Locale, vtrū in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrū in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrū in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrū in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrū in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrū in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi: Quod si in solidis, vtrū in sphæricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

spiricis, vel alius cuiusdam speciei : & si in Sphæricis, vtrū in Helicibus, vtrū in Sphærarum æqualium, vel inæqualium. & si in conicis, vtrū in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus : & si in cylindricis, vtrū in Ellipsis, vel Helicibus : & si in spiricis, vtrū in ijs, quæ sunt à sectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variæ sunt. similiterque si est Locale in Superficiebus, vtrū in planis, an in solidis : & si in planis quidē, vtrū in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimque multilateris : & si in trilateris, vtrū in æquiliteris, vel æquicruribus, vel scalenis : & si in æquicruribus, siue scalenis, vtrū in rectangulis, obtusangulis, vel acutangulis : & si in quadrilateris, vtrū in parallelogrammis, an secus : & si in parallelogrammis, vtrū in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & si in non parallelogrammis, vtrū in trapezijs, an trapezoides : & si in trapezijs, vtrū in æquicruribus, an in scalenis : & si in multilateris, vtrū in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsque in infinitum : & si in quibuslibet istarum, vtrū in æquilateris, & æquiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, vtrū in sphæricis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei : & si in sphæricis quidem, vtrū in semisphæricis, vel semisphærica maioribus, aut minoribus : si autem in spiricis, vtrū in spiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : si verò in conicis, vtrū coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli : & si in aliquibus istarum, vtrū in conicis Coni æquicruris, vel scaleni : si demū in cylindricis, vtrū in ijs, quæ sunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Parte altera longioris : & si in qualibet istarum, vtrū Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodque Consequens : necnon quod sit eius Conuersum, quisque Conuersionis modus, vtrū iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtrū totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propositiones condiciones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtrū sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum : ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atque demonstretur, vtrū per Demonstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematis: postremoque cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc Volumen integrum, in eademque perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; nō omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæque iandiu desideratum munus impertiar. Quòd si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hæctenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

Prop. 43
Theo. 32.

Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem
cuiuscunque Parallelogrammi cōsistentium, inter se sunt
æqualia.

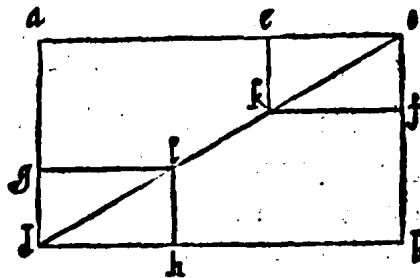
Principium huius commentarii desideratur:

Com. 17.

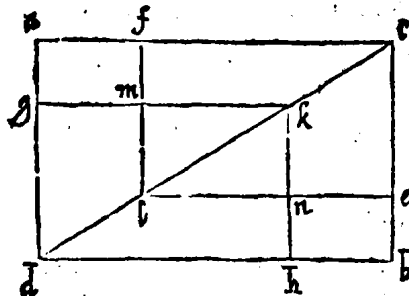
Reliq duo
huius The.
Casus.

* vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodque porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sit enim Parallelogrammum ab , quod habeat Parallelogramma ck , d l circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam kl recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum acd æquale Triangulo bcd , & Triangulum cek , Triangulo kcf , necnon dgl Triangulum dhl Triangulo. Reliqua igitur $aglk$ quinque Laterum

Figura,



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterū Figurę æqualis est. Hęc autē erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, neq; distarent ab inuicē, sed se inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmū a b, & Dimetiens e d, &



Parallelogrāma circa ipsam, vñum quidē ipsum e c f l, alterū verò, à quo etiā hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cōplementa equalia sunt. Cum enim totū d g k Triāgulū toti d h k Triāgulo æquale sit, est autē pars quoc; ipsius Triāgulum

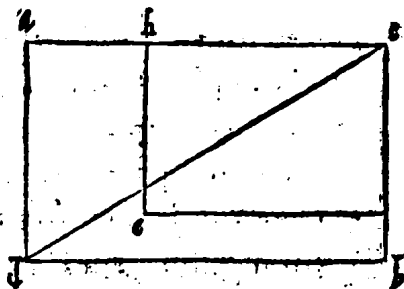
k l m æquale Triāgulo k l n, Parallelogrāmū siquidē est & ipsum l k. Reliquū igitur d l n h Trapeziū reliquo d l m g Trapezio est æquale.

Verūm a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziū d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantūm, nec plures, neq; pauciores.

Parallelogrāma enim, quę circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam à sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum à re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoc; præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimatū nō fuit.

varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognoscere-mus quid esset Parallelogrāmum, quęquē essent ea Parallelogrāma, quę toti Parallelogrāmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiā hoc tantūm modo cognitum vtique fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eādē Dimetientē sunt, quęcunq; partē totius Dimetientis pro sua etiā Dimetiente habent: quęcunq; verò nō, minimē. cum enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod

ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmū hoc toti Parallelogrāmo circa eādē Dimetiētē nō est. Exēpli gratia vt in a b Parallelogrāmo c d Dimetiens, secat e h Latus ipsius c c Parallelogrāmi. Parallelogrāmū ergo e c Parallelogrāmū c d circa eādē Dimetiētē nō est.



Cur tres
soli sit hui
us Theo.
Casus.

Documē-
tum.
Vnde or-
tū sit hoc
nomē Cō-
plemēta.

Cur in De-
finitionib;
cōplemē-
ta Eucli-
des nō de-
finierit.
Quę Pa-
rallelogrā-
ma dicantur
esse cir-
ca eādē Di-
metientē.

Ad

Propo. 44
 Prob. 11
 † in dat
 Angulo re
 ctilineo.

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelo-
 grammum applicare. † in Angulo, qui sit æqualis dato
 Angulo rectilineo.

Com. 18.

Noia hrc
παράβολον
ὑπερβολον
ἐλλειψιν
 qd signifi-
 cent apud
 Antiquos,
 quidque
 apud iuni-
 ores. circa
 hoc vide
 et Gemi-
 niū i 6. lib.
 Geometri-
 carū enar-
 rationū, et
 Eutocium
 i primum
 conicorū
 Apollonii.
 In propo-
 nibus 28.
 & 29.
 Quo Ap-
 plicatio
 fiat.

Tria sua
 Data i ho-
 Proble.

Documen-
 tum.

Antiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagorica ex
 Musæ inuenta, Applicatio utriusque Spatiū, & Excessus, atque Defe-
 ctus. Ab his autē & iuniores cum nomina suscepissent, transulerunt
 ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vñā quidē
 harum Parabolē, alteram autem Hyperbolē, Tertiā verō El-
 lipsim vocarunt. cum illi quidem priscae autoritatis, diuinique viri in
 plana Spatiū ad terminatam rectam Lineam descriptione quæ
 ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita
 recta Linea datum Spatiū toti recte Lineæ coaptaueris, tunc Spa-
 tiū illud applicari dicunt: quum verō Spatiū Longitudinem ipsa
 recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem,
 ita ut Spatio descripto aliqua extrā sit rectæ Lineæ pars, tunc defi-
 cere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defe-
 ctus mentionem facit. in præsentia verō Applicatione indiguit, dato
 Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum
 applicare volens. ut non solum Parallelogrammi dato Triangulo
 æqualis constitutionem habeamus, verum etiam ad determinatam
 rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato,
 quod Arcum duodecim pedum habeat: recta autem Linea propo-
 sita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, æquale Triangulo Parallelo-
 grammum ad rectam Lineam applicamus, si cum acceperimus to-
 tam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Lat-
 tudinem esse oportet, ut Triangulo Parallelogrammum fiat æquale.
 Cum itaque fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Lon-
 gitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes
 proposito Angulo recto existente, Spatiū illud habebimus. Tale
 quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum.
 Tria autem sunt in præsentī Problemate Data, vnum, recta Linea,
 ad quam sic applicandum est, ut tota ipsius Spatiū Latus fiat: alterum,
 Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angu-
 lus, cui æqualem Spatiū Angulum esse oportet: Et est rursus perspi-
 cuū, quod recto quidem existente Angulo, Spatiū, quod applicatur,
 aut Quadrangulum, aut Parallelogrammum longius erit: acuto verō, siue ob-
 tuso,

tulo, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quòd rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quòd etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione praesentis Problema-
tis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æqua-
le. non est enim idem Applicatio, Constitutio, ut diximus. verum
hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cun-
cta: illa verò, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc cōstituit ipsum
Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extensionem, neq; ex-
cedit, sed vno hoc vtitur Latere, quod Arcam comprehendit. Qua
igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis
æqualia ostendebat, Theorematibus utebatur: cum verò Triangula
Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqua-
litas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est,
consideratione quæ sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei
sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machi-
natione quæ æqualitas indiget, quippe cum per sese inuentu dif-
ficilis sit.

Quo diffe-
rat Appli-
catio à Cō-
stitutione.

Finis Do-
cumenti.
Dub.

Sol.



Propo 45.
Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Ap-
plicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum in-
ueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadran-
gulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit,
per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus.
nam omne Rectilineum (ut prius etiam diximus) per se in Trian-
gula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudi-
nis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19.
Hoc Pro-
blema vni-
uersalius est
11. & 12.
Problema
re, & vlti-
ma Propo-
ne secundi
libri.
Superius i
com 6.
Demò p-
bl. maris.

1

resol-

Exemplum
in Figura
decē Late-
rum.

Vide Ar-
chimedem
& Eutociū
in lib. de
Circuli di-
mensione.

Epilogus.

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussu est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidem Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quaeritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate præsci incitavi æquale Circulo Quadrangulum describere quaesierunt. Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale reperitur, quaestione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ possint Curvilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Basi æqualis est. Verum hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ consequuntur eamus.

Prop. 46
Probl. 14.

Com. 20.
Optima f
ctilineorū
equilaterū
triangulū,
et Quadrā-
gulū fuit,
qbus op' ē
ad consti-
tutionem
quorū mā-
danarū Fi-
gurarum.
idē in lib.
2. cap. 9. et
cō. 17. &
9. & aliis
in locis.

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

INDiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est, nam Icosædnum quidē, & Octaëdram, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant: Cubus

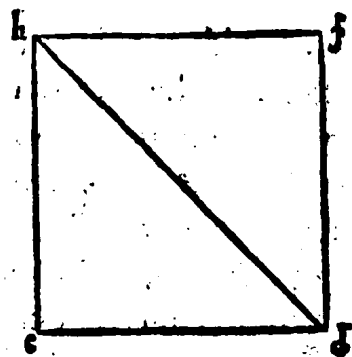
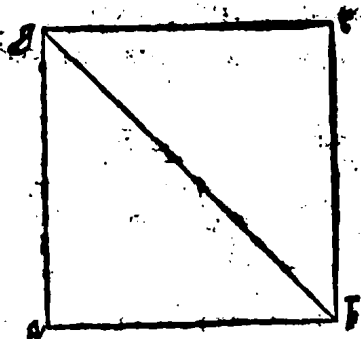
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis constituitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt, Ostendendum est autē qd rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur a b e g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a c Quadrangulo e f inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, e g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Lateri b c. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, e g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est e g Quadrangulo, & a f b Triangulum e b g Triangulo est æquale. commune apponatur b c f

Cur Euclides vnum horū cōstituat, alterū describat.

Quo ex Circulorū descriptio ne oriatur Triangulū æqlaterū.

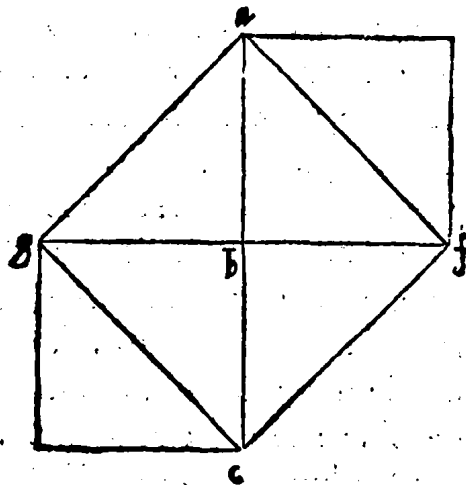
Documē.

Demō cuiusdā vtilisfimi The. qd dependet ex Definitione Quadranguli.



Demōstrati Theore. Conuersum, eiusq; Demō.

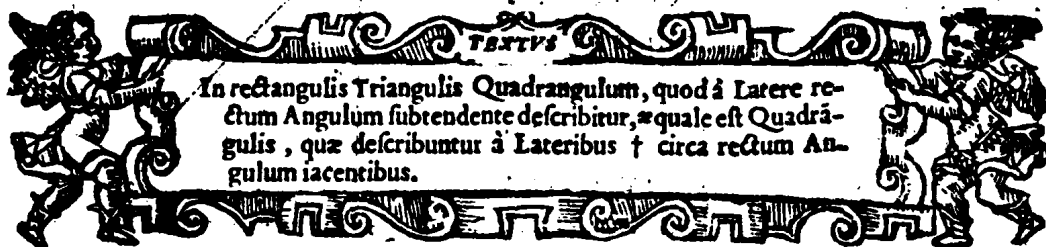
Triangulum. Totum ergo
 $a c f$ Triangulum Toti $c f g$
 Triangulo æquale est. Paral-
 lela est igitur ipsa $a g$, ipsi $f c$.
 Rursus quoniam, tū ipse $a f g$,
 tum ipse $c g b$ Angulus dimi-
 dia recti pars est, ipsa $a f$,
 ipsi $c g$ est Parallela. Aequalis
 igitur est recta Linea $a f$ rectæ
 Lineæ $c g$, Parallelogrammi si-
 quidē Latera ex opposito ia-
 centia sunt. Quoniam itaq;
 duo sunt Triangula $a b f$, $b c g$.



quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cum ipsæ $a f$, $c g$ Pa-
 rallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet $a f$ Lateri $c g$ æquale,
 Latus quoq; $a b$ Lateri $b c$, & Latus $b f$ Lateri $b g$ erit æquale. Oſtē-
 sum est igitur quod Latera etiam, à quibus descripta sunt $a f$, $c g$ Qua-
 drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus.

Propo. 47
 Theo. 33

† rectū An-
 gulū cōp-
 hēdenti.



In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere re-
 ctum Angulum subrendente describitur, æquale est Quadra-
 ngulis, quæ describuntur à Lateribus † circa rectum An-
 gulum iacentibus.

Com. 21.

Præſens
 Theo. ad
 Pythago-
 rā referē,
 quī ē sacri-
 ficauit i i-
 uentione.
 vide Vi-
 ſtruium.
 Euclidis
 commen-
 datio.
 Vide 31.
 Propoſiti-
 ſexti.

¶ Icos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præſens Theo-
 rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes eum cum
 id inuenerit bouem immolaſſe. Ego verò miror quidem & eos, qui
 primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autē admira-
 tionē proſequor Elementorum inſtitutorem, non ſolum, quia per
 euidentiffimam Demonſtrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod
 ipſo vniuerſalius eſt Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique
 minime poſſunt in ſexto libro perſuaſit. nam in illo vniuerſe oſten-
 dit quod in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-
 gulum ſubrendente deſcribitur, æqualis eſt formis, quæ à Lateribus
 rectum Angulum comprehendunt priorī illi formæ ſimiles, ſimi-
 literque deſcribuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-
 drangulo eſt ſimile, non autem omnia ſibi inuicem ſimilia rectilinea,
 Quadrangula ſunt in Triangulis ſiquidem, aliſque multiangulis ſi-
 militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunque alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quam illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta + fit vniuersali ostenso, quod utique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsi Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaque ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adlicentes, quod hic vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarum similitudine docuit, neque omnino aliquid de Proportionibus ostendit. multa enim eorum, quæ hic magis particulatim, + in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruris quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximior dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitatem deficiente. in scalenis verò fieri potest ut Numeri suscipiantur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ipsi, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ipsi, quæ ab illis fiunt. hoc enim est viginti quinque, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditæ autem sunt & viæ quædam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagoræ, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datum imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cum acciperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

+ ostendit
Causa passionis
huius, tū 37.
Theo. fexti
Elem. ē ipsa Anguli
rectitudo, q̄mad-
modū Hebetudo, &
Acumē excessus, dimi-
nutionisq; causæ sūt.
Ex hoc loco, & ex
cō. 9. huius
& 13. tertium habes
q̄ Procli
itētio erat
totā Euclidis
Elemētarē
institutionē
exponere.
Norandū.
† nobis
Digressio.
Duplex re-
ctangulum
Triangulū.
Nō inueni-
tur quadrangulus
Numerus qua-
dranguli
Numeri
duplus q̄d
pbat Cāpanus
i 10. Elemento-
rum.
De hoc
Triangulo
vide Platonē
in Rep. Dux
sunt viginti
quinque, quæ
inueniuntur
Triangula
rectangula
Numeros
integros in
Lateribus
habentia.
Via Pythagorica.

ab

Exemplum
viæ Pytha-
goricæ.

Via Pla-
tonica.

Exemplū
viæ Pla-
tonicæ.

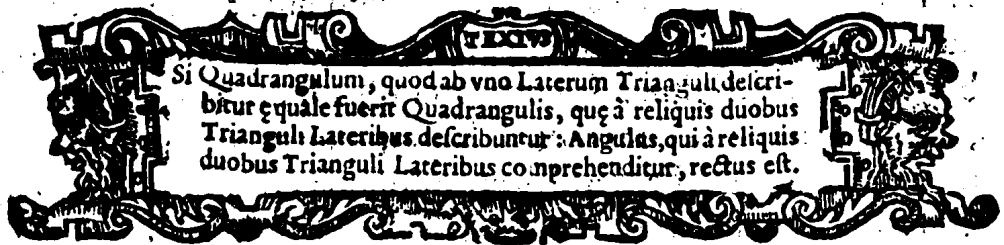
† qđ enim
à Quina-
rio fit, æ-
quale ē ei,
quod fit à
Ternario,
& ei, qđ à
Quaterna-
rio Com-
positis.
Finis di-
gressiōis.
Reprehē-
dit Hero-
nis, & Pap-
pi secta-
tores.

Propō. 48
& vltima
primi Ele.
Theo. 34.

Cō. 22. &
vltimum.

Modus cō-
uersiōis
hui⁹ The-

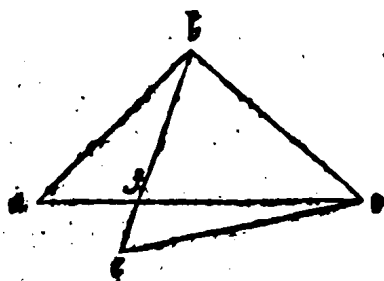
ab hocq̃ue Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium. ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huic quoq̃ Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit. Exempli gratia cū Ternarium acceperit, ab ipsoq̃ue quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicq̃ rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumq̃ue est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertium verò quinq̃ Vnitatū habet. At Platonica, à Paribus adicitur. cū enim datū parē suscepit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncq̃ue cū bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumpserit, huiusq̃ue dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumq̃ue Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemq̃ue Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ijs, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunq̃ etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæq̃ue ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaq̃ ad ea, quæ sequuntur transcamus.



CONuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod à subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

Triangulo autem existente abc , & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere ac , æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri bc à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quod ad alteras partes recta

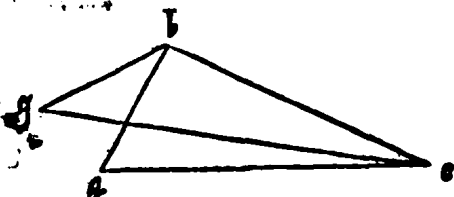


Instantia
huius Theo-
rematis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitavit, dicemus quod sermo hic impossibile ait. neque enim intra Triangulum ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quam ipsa ab . nam si fieri potest cadat, ut ipsa bc . Quoniam itaque Angulus ebc rectus est, Angulus certe efb acutius est. Quamobrem reliquus afb obtusus erit. Maius est igitur Latus ab , Latere bf . Ponatur ergo ipsi ab æqualis, quæ sit be , & connectatur ec . Quoniam igitur Angulus ebc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere ec describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus eb , bc describuntur. Verum ipsa eb ipsi ba , est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere ec , æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere ac describitur. Acquale igitur est quod à Latere ec , ei, quod à Latere ac describitur Quadrangulo. Et ipsa ec ergo ipsi ac æqualis est. Erat autem, & ipsa eb recta Linea, æqualis rectæ Lineæ ab . Duæ igitur be , ec rectæ Lineæ, duabus ba , ac rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea bc constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atqui neque extra ad alteras ipsius ab rectæ Lineæ partes. Si enim fieri potest cadat, ut ipsa

Responsio.

bg , & sit æqualis ipsi ab ipsa bg , & connectatur cg . quoniam itaque Angulus gbc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere gc describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus bg , bc describuntur. Erat autem & quod à Latere ac , æquale ipsi, quæ à Lateribus ab , bc , æqualis verò est ab , ipsi



Nota quod
huius The-
orematis
instantia sol-
uitur p[er] se[ci]-
undam Propo-
sitionem primi.
Quapp[ro]p[ter] q[uod]
ab re ab
Elemento-
rum institu-
tore inter
sex: a, & o-
ctavâ iter
iecta fuit.
utilis. n. e[st]
ad instan-
tias destru-
endas, nec
non ad A-
stronomiâ
v. de com.
12. lib. 3.

Epilogus
totius pri-
mi lib. Ele-
mentorū.

Hinc per-
spicuum est
Procli
appositum
erat omē
Euclidis e-
lementarē
institutio-
nē expone-
re, sed cer-
tū nō ē ip-
sū eā expo-
suisse, quia
cū cōdōne
hoc polli-
cetur.

ipsi $g b$. Aequalis est igitur $g c$, ipsi $a c$. At ipsa quoque $g b$ recta Li-
nea rectae Lineae $b a$ aequalis est, super vna $b c$ recta Linea, quod fieri
non potest. Neque ergo intra, neque extra cadet recta Linea, quae ad
Angulos rectos ipsi $b c$ à Signo b excitatur. Super ipsa igitur $a b$ ca-
det. Angulus ergo $a b c$ rectus est. Soluta est igitur Instantia. At pri-
mum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compluit,
quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota
nanque ad tota saepenumero Theorematum, & tota ad partes, &
partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem
excogitauit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Posi-
tiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem &
Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata
Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium pre-
terea, Particulariumque Theorematum Elementarem institutionē
patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorumque Problematum
differentiā indicauit (quae sanē omnia nos quoque ipsum consequen-
tes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Pro-
positum retulit, ad Elementarem utique institutionem eius, quae de
simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum
Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quae ipsis per sese insunt
considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi po-
terimus, Deū gratiam habebimus. si autem aliae curae nos ab insti-
tuto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem
viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere cenſeo,
quod difficile passim est, & ad rē ipsam pertinet, facileque diui-
di potest sectantes. quoniam ea sanē, quae hoc tempore
afferuntur Commentaria multam, atque variam in
se se confusionem continent, quippe quae
nullam causae assignationem simul in-
ferunt, neque iudicium Diale-
cticum, neque contempla-
tionem Philosophi-
cam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIUM RERUM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; pagine declarat.

A Litera.



CIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 189. p.

Acumen, & Ob-
ruffitas Inequalita-
ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-
perficierum pro-

prium.

68. m.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.
m. 110. f. & 119. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema
174. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-
neis, quæ intra Triangulum constituu-
tur.

187. f.

Aenigma Pythagoreorum.

49. m.

Aequalitas primū in Quantitate est Sym-
ptoma.

81. p.

Alorum antiquorū opiniones de differen-
tia Theorematis, & Problematis.

45. m.

Altitudo Figurarum quid.

149. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus
bifariam secari possit.

155. p.

Ambitus Trianguli quid.

114. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &
Problemate.

45. p.

Anguli Sphærales qui.

71. m.

Anguli ex Linea recta, & Circunferentia
duo sunt.

73. p.

Anguli ex rectis Lineis tres fiunt.

73. m.

& 75. p.

Anguli consideratio vniversalis.

74. p.

Anguli Deinceps qui fiunt.

171. p.

Anguli ad Verticem qui fiunt.

171. p.

Anguli Alterni qui fiunt.

115. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-
tur.

116. p.

Angulorū oīū pulcherrima cōsiderō.

74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt
consideratio.

74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt confide-
ratio.

74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superfi-
ciebus sunt consideratio.

74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mistis
sunt consideratio.

74. m.

Angulorū Circulariū consideratio.

74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio.

74. m.

Angulorū mistorum consideratio.

74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species,
quas ait Socrates in Rep. ex Supposi-
tione apud Geometras accipi.

75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pul-
cherrima comparatio.

76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt
comparatio.

76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem,
& vitium comparatio.

76. f.

Angulorum Verticalium æqualitas vnde
fiat.

154. f.

Angulorum Curuilineorum duo tantum
rectilineis æquales sunt.

109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas
maximā habet vim ad augenda, dimi-
nuendaue Spatia.

139. m.

Angulos Oracula Nodos cur nuncu-
pent.

74. p.

Angulos quomodo diuersi Diis attribuāt
Pythagorei, & Philolaus, Aſinauſq;
philosophus.

74. f.

Angulum omnem bifariam secare secun-
dum Elementarem institutionem est
impossibile.

155. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Li-
nea.

72. f.

Angulus Cissoïdes quid.

72. f.

Angulus ex hippopedis Lineis.

72. f.

Angulus triplex fit ex Circūferētiis.

72. f.

m Angu-

- Angulus utrinque conuexus quis. 72. f.
 Angulus utrinque tauus, vel Syftroides
 quis. 73. p.
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.
 Angulus Cornicularis quis. 73. p.
 Angulus rectus nō rectorum mensura est,
 v̄t inæqualium æqualitas. 77. m. 137.
 p. & 168. p.
 Angulus planus quid sit. 69. f.
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
 Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui
 sint. 73. p.
 Angulus aduēticius Trianguli quid. 95. m.
 Angulus quomodo Angulo æqualis, &
 quomodo similis dicatur. 116. p.
 Angulus rectilineus Angulo rectilino
 quomodo dicatur æqualis. 133. f.
 Angulus rectus in tres partes æquales, fa-
 cile secari potest, Acutus autem nō po-
 test nisi per Lineas mistas. 115. m.
 Angulus quadrupliciter dari pōt. 158. m.
 Angulus Pelecoides, siue Angulus Figu-
 re Securi similis quid. 192. p.
 Anima aliquando motus principium est,
 aliquando ab alio motum recipit, secū-
 dum Platonem. 18. f.
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex
 mente Platonis, & ideo Arithmetica
 præcedit Musicam, & est pulcherrima
 ratio. 21. m.
 Anima ad mentē eandē habet rationē, q̄
 generatio ad celum. & ideo circulariter
 etiam mouet ex Platonis sententia. 84. m.
 Animæ duplex actio. 62. f.
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.
 Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
 Apollonii demonstratio primi Pronun-
 tiari Euclidis. 112. m.
 Applicatio quid sit, & quō fiat. 164. m.
 Applicatio à Cōstitutione quomodo dif-
 ferat. 165. p.
 Ap̄lis quid. 93. p.
 Archimedes, & Apollonius tanquam
 euentibus vtuntur principiis, his, quę
 in Elementis Euclidis ostēsa sunt. 41. f.
 Archimedes ostendit Circulum esse equa-
 lem cuidam Triangulo. 166. m.
 Area Trianguli quid. 144. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum dubitationis bimembris de Geo-
 metrica materia. 28. f.
 Argumentum destruens idem. 28. f.
 Argumentum ad id. m. 29. p.
 Argumenta quatuor destruētia secun-
 dum membrum dubitationis bimen-
 bris de Geometrica materia. 29. m.
 Argumenta quod phantasia ab impari-
 bili ad paritē procedat. 55. p.
 Argumenta contra Democriti opinionē
 de Figura. 80. p.
 Argumenta destruētia opinionem Stoi-
 corum de Figura. 80. m.
 Argumentum secundo hypotheticorum
 modo, quod Finis, & Infinitum Mathe-
 maticarū scientiarū principia sint. 3. m.
 Argumentum quod Mathematica essen-
 tia media sit inter naturalem essentiam,
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
 Argumentum quod communia Mathe-
 matica Theoremata, cōsiderationes, &
 principia antē multa subsistant. 4. f.
 Argumentū quod confutatur Arist. opi-
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-
 tiæ. 7. p.
 Argumentum contra Arist. opinionem
 quomodo Anima constituat Mathe-
 maticas formas. 7. f.
 Argumentum contra eundē de eodē. 8. p.
 Argumentum aduersus eundē de eodē. 8. f.
 Argumentū destruens primum membrū
 trimembris conclusionis de creu for-
 marū Mathematicarū ab Anima. 9. p.
 Argumentum destruens idem. 9. p.
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
 Argumentum destruens secundum mē-
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.
 Argumentum destruens idem. 9. m.
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de
 Repu. contra Mathematicarum vtili-
 tatem. 17. p.
 Argumentū Zenonis contra demonstra-
 tionem sibi contrariam. 123. f.
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematica essentia. 7. p.
 Arist. opinio quomodo Anima cōstituatur
 Mathematicas formas. 7. f.
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum
 corporis. 33. m.
 Arist. opinio de Plano. 67. p.
 Arithmetica certior est quā Geometria,
 & quā Musica. 34. f.
 Arithmetices tres sunt partes, Linearis, &
 Planorum, Solidorumq̄ Numerorum
 consideratio. 23. p.
 Arithmetices, & Geometrię principia dif-
 ferunt inuicem, & cōmunicant. 33. p.
 Artes om̄es Arithmetica, & Arte metiē-
 di, Arteq̄ ponderandi indigent ex mē-
 te Socratis in Philebo. 14. f.

Artifi-

I N D E X.

Artificioſum eſt, ad ſcientiamq; ſpectat ſo-
lutiones oppugnantium dicendis præ-
parare. 141. m.
Aſtologiæ conſiderationes. 14. m.
Aſtologiæ tres ſunt partes, Gnomonica,
Metheorologica, & Dioptrica. 14. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 51. m.
Axis quid ſit, & quomodo differat à Dia-
gonio, & Dimetiente. 89. m.

B. Litera.

Baſis Trianguli quid. 114. f.
Baſis Trianguli duplex eſt. 114. f.
Binarii intolerabilis audacia, de qua in
Theologumenis Arithmeticas. 58. f.
Binarius quomodo medius ſit inter Vni-
tatem, & Numerum. 92. m.
Bonum, & ſuprema cauſa. de qua Plato,
& Proclus in 7. de Rep. 18. m.

C. Litera.

Calliclis reprehenſio in Gorgia. 14. p.
Calypſo, de qua Plutarchus in opusculo
de vicianda uſura. 32. m.
Canonica q; nihil aliud ſit q; Muſica. 23. m.
Canonica quid conſideret. 23. f.
Carpī opinio de Angulo. 69. f.
Caſus quid ſit. 121. m.
Caſus in Conſtructione eſt. 117. f.
Caſus variū ſecundū Problematīs primi
Elementorum. 128. m.
Caſus variū tertii Problematīs primi Ele-
mentorum. 130. m.
Caſus variū quintæ Propoſitionis primi
Elementorum. 141. f.
Caſus ſextæ Propoſitionis primi Elemen-
torum. 145. p.
Caſus tres Demonſtrationis Propoſitio-
nis 8. primi Elementorum ſecundū Phi-
lonem. 132. m.
Caſus variū Propoſitionis 9. primi Ele-
mentorum. 157. p.
Caſus Propoſitionis 11. primi Elemento-
rum. 160. f.
Caſus ab Inſtancia quō differat. 121. m.
& 153. f.
Caſus Propoſitionis 12. primi Elemento-
rum. 165. f.
Caſus Propoſitionis 17. primi Elemento-
rum. 179. p.
Caſus Propoſ. 18. primi Elementorū. 181. p.
Caſus tres Propoſitionis 14. primi Ele-
mentorum. 194. f.

Caſus Propoſitionis 30. primi Elemento-
rum. 225. p.
Caſus Propoſitionis 31. primi Elemento-
rum. 237. m.
Caſus Propoſitionis 35. primi Elemento-
rum. 240. f.
Caſus Propoſitionis 36. primi Elemento-
rum. 241. f.
Caſus Propoſitionis 38. primi Elemento-
rum. 250. p.
Caſus Propoſitionis 41. primi Elemento-
rum. 253. f.
Caſus Propoſitionis 41. primi Elemento-
rum. 262. f.
Cauſa prima, per quam Figura circularis
apparuit. 88. f.
Cauſa, propter quam Philolaus quatuor
Diſtriangularem Angulum, & tribus
quadrangularem attribuerit. 99. m.
Cauſa cur Perpendiculari Figurarum
metiamur altitudines. 100. m.
Cauſa, propter quam Euclides non fecit
conuerſionem ſecundæ partis quintæ
Propoſitionis primi Elementorum.
141. f. & 147. f.
Cauſa, propter quam Euclides rectilineū
Angulum ſolum, & Circumferentiam
bifariam tantum ſecuit. 155. f.
Cauſa, propter quam conuerſa Theore-
mata per Deductionem ad impoſſibile
vix plurimum oſtenduntur. 184. m.
Cauſa vera Symptomatis Propoſitionis
17. primi Elementorum. 178. m.
Cauſa Symptomatis octauædecimæ Pro-
poſitionis primi Elementorum. 181. f.
Cauſa cur tres tantum ſint Caſus 35. Pro-
poſitionis primi Elementorum. 241. p.
Cauſa cur conuerſæ. 35. & 36. Propoſi-
tionis tū ab Euclide, tum à Proclo præ-
termiſſæ ſint. 250. m.
Cauſa paſſionis tū 47. Propoſitionis pri-
mi, tum 31. ſexti Elementorum, eſt An-
guli rectitudo. 269. p.
Cauſæ quinque Figurarum perficientes. 89.
f. & 81. p.
Centra Sphærarum quid faciant. 51. m.
Centri Mathematici ad Centrum intelli-
gibile pulchra comparatio. 88. m.
Centrum Circuli quid ſit. 84. p. & 87. p.
Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.
Centrum tres tantum habet locos. 91. f.
Cerritudo Mathematica ab Anima ipſa
emanat. 97. m.
Cerritudo eadem nō eſt ab omnibus Ma-
thematicis requirenda, neque eiſdem
m 2 De

- Demōstrationibus Sciētię omnes vtun-
 tur ex Arist. sententia. 20. p.
 Circularis Numeri contemplatio. 86. p.
 Circuli duplex consideratio. 82. m.
 Circuli pulchra in Numeris contempla-
 tio. 86. p.
 Circulorum quilibet Linea cātum est 3.
 f. cuius oppositum habetur. 78. m.
 Circulus quid sit. 84. p.
 Circulus est omnium Figurarum præstā-
 tissima. 84. p.
 Circulus perfectionem quomodo rebus
 omnibus præbeat. 84. f.
 Circulus verus, & vera circularis Natura
 quid sit. 88. p.
 Circulus est prima omniū Figurarū. 89. p.
 Circulus, monadicus esse dicitur. 91. p.,
 & 92. p.
 Circulus quomodo fiat Ellipsis. 98. p.
 Circumferentia quid sit. 84. p.
 Circumferentia omnis per Lineas mixtas in
 tres partes æquales secatur. 155. f.
 Circumferentiam cur Euclides biseriam
 tantum secuit. 155. f.
 Cissoides Angulus quid sit. 78. f.
 Cissoidum Linearum denominatio. 72. f.
 Cozogonium Triangulum quid. 94. f.
 Cogitatio est instrumentum iudicans Ma-
 thematicas. 6. m.
 Cogitatio media est inter intelligentiam,
 & opinionem. 6. f.
 Cogitationis intelligentiæ iuxta suum
 finem Mathematicas scientias consti-
 tuerunt. 21. f.
 Cogitatio quomodo Mathematicas pro-
 ducat, omnesq; scientias. 26. f., & 27. p.
 Cognitio Mathematica obscurior est pri-
 ma sciētia, euidērior autē opinione. 6. f.
 Cognitionum proportio secundum Pla-
 tonem. 6. p.
 Commendatio Mathematicarum ex 7. de
 Rep. 12. f.
 Commendatio Mathematicarum ex Plo-
 tino. 12. f.
 Communia eorum, quæ sunt, Mathe-
 maticæ essentiæ principia Finis, & In-
 finitum. 2. m., & 7. m.
 Communia Mathematica Theoremata,
 considerationes, & principia ante mul-
 ta subsistunt. 4. f.
 Communia Arithmeticæ, & Geometriæ
 Theoremata, & utriusque propria quæ
 sint. 35. p.
 Cōmunitas Propositionū 35, & 36. pri-
 mi Elementorum. 241. f.
 Cōitas Linearū, & Superficierū. 68. m.
 Cōmunitas secunda Linearum, & Su-
 perficierum. 68. f.
 Cōmunitates duodecimę, & 31. Propo-
 sitionum, primi Elementorum. 226. m.
 Cōmunitum Arithm. Ficę, & Geometrię
 Theorematum distinctio. 35. m.
 Cōparatio D. finitionis Figurę secūdi Po-
 sidoniū ad Definitionē Euclidis. 82. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi, & in eis-
 dem Parallelis. 255. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi non in eis-
 dem Parallelis, sed cum quadam alia
 conditione. 255. f.
 Cōplementorū non ē unde sit ortū. 263. f.
 Compositio in Mathematicis quid. 143. f.
 Conclusio trimembris in quęstione quo-
 modo Anima constituat Mathematicas
 formas. 9. p.
 Conclusio Geometrica duplex est. 118. m.
 Conclusiones primi Problematis Eucli-
 dis. 120. p.
 Conclusionis officium. 116. f.
 Conditiones, quæ requiruntur ad opti-
 mam Elementarem institutionem. 43. p.
 Cōditiones sex definitionis Circuli. 89. m.
 Conditiones Parallelarum rectarum Li-
 nearum. 100. m.
 Conditiones quartę Propositionis primi
 Elementorum. 13. p.
 Conditiones quinq; 7. Propositionis pri-
 mi Elementorum. 148. f., & 149. p.
 Conditiones tres Propositionis 14. primi
 Elementorum. 169. m.
 Confirmatio tertii membri trimembris
 conclusionis de ortu formarum Ma-
 thematicarum ab Anima. 9. m.
 Confirmatio dicti Pythagoreorum, &
 Philolai de Triangulo. 95. f.
 Cōfutatio opinionis Carpi, & Apollonii,
 & Plurarchi de Angulo. 70. p.
 Confutatio opinionis Eudemi de Angu-
 lo. 70. p.
 Confutatio opinionis Euclidis de Angu-
 lo. 70. m.
 Confutatio Definitionis Anguli, quam
 trudit Euclides. 73. m.
 Confutatio opinionis Democriti de An-
 gulo. 79. f.
 Confutatio opinionis Antiquorum de
 Figura. 80. p.
 Confutatio opinionis Stoicorum de Fi-
 gura. 80. p.

- Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis infecabilibus . . . 159. f.
- Confutatio primi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . . . 9. p.
- Confutatio secundi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . . . 9. m.
- Coniortus . . . 68. p.
- Conicæ sectiones, quæ, & quot. . . 64. m.
- Conicæ tres Linæ, quatuor producunt mista Corpora . . . 68. f.
- Coniunctio Mathematicarū non est Proportio, ut censuit Eratosthenes, . . . 15. m.
- Coniunctio prima Mathematicarū. . . 25. f.
- Cōiunctio secunda Mathematicarū. . . 25. f.
- Cōiunctio tertia Mathematicarum, . . . 26. p.
- Conoides Superficies quæ dicantur. . . 68. f.
- Conoides rectangulum quid . . . 68. f.
- Conoides obtusangulum quid. . . 68. f.
- Consideratio pulchra in Triangulis, & in
its, quæ sunt. . . 212. f.
- Cōsideratio pulcherrima de vli . . . 235. p.
- Constructio quando deficiat. . . 117. p.
- Constructio primi Problematis Euclidis . . . 119. m.
- Constructionis officium. . . 115. f.
- Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere,
Vesta, & Rheæ. . . p. 99. p.
- Cōtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium . . . 112. p.
- Continuatio libri secundi Autoris cum primo. . . 18. p.
- Continuatio libri tertii Autoris cum secundo . . . 102. p.
- Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. . . 213. p.
- Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt. . . 168. f.
- Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile ut plurimū debent ostēdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem. . . 169. p, & 184. m.
- Conuersa quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. . . 171. f.
- Conuersa quadragessimæ primæ Propositionis primi Elementorum. . . 254. m.
- Conuersæ trigessimæ secundæ Propositionis primi Elementorum. . . 218. f.
- Conuersio apud Geometras quid. . . 143. f.
- Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria. . . 144. m.
- Conuersio triplex est. . . 255. f.
- Conuerfiones falsæ quæ sint. . . 144. f.
- Conuerfionis modus, qua conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. . . 270. f.
- Cōuersum octauæ Pronuntiati primi Elementorum nō est verum nisi in similibus specie specialissima . . . 137. f.
- Conuersum primæ, & secundæ passionis 34. Propositionis primi Elementorum . . . 236. m.
- Conuersum quoddam aliud quadragessimæ primæ Propositionis iuxta alium Conuerfionis modum . . . 254. f.
- Cornicularis Acuto semper inæqualis est. . . 133. m.
- Corollarium quid sit . . . 122. m.
- Corollarium quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. . . 473. p.
- Corollarium duplex est. . . 121. m, & 173. p.
- Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens. . . 176. f.
- Corollarium aliud ex 16. Propositione primi Elementorum . . . 177. p.
- Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorum. . . 179. f.
- Corollarium ex Scholio Francisci Barocii. . . 106. f.
- Corona apud Geometras quid. . . 91. m.
- Cur Plato in Timæo Animam ex Mathematicis formis constituat . . . 9. f.
- Cur Plato multas experientias, & Artes, quæ veræ scientiæ non sunt, scientias appellauerit . . . 17. f.
- Cur proceres Fatidicos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auertat in Theæteto . . . 16. p.
- Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum versari . . . 21. f.
- Cur tertia Geometriæ species non sit, q̄ de Punctis, & Lineis tantū agat. . . 23. p.
- Cur Plato adamantinam Polorum substantiam dicat . . . 52. m.
- Cur Pythagorei Polum sigillum Rheg vocabant. . . 52. f.
- Cur iidem Centrum Iouis carcerem. . . 52. f.
- Cur Plato naturales Rationes per Planas manifestari iubebat, . . . 51. f.
- Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. . . 54. f.
- Cur Pythagorei Lineas dyadicam appellabant. . . 57. f.
- Cur Euclides duas tantū Linæ species tradiderit. . . 65. p.
- Cur Pythagorei Ternario Superficiem

assimilauerint.	66. p.	Definitio Centri Circuli.	87. p.
Cur Euclides Planam tantum definiuerit Superficiem.	69. p.	Definitio Poli Circuli.	87. m.
Cur Euclides Semicirculum in primo libro definiat, & non in tertio, ubi proprius est locus.	91. p., & 92. p.	Definitio Cetri ab Oraculis tradita.	88. m.
Cur Euclides duplicem Triangulorum diuisionem tradat.	94. f.	Definitio perfecta Anguli Plani.	71. f.
Cur Euclides prætermiserit conuersam 15. Propositionis primi Elementorum.	172. p.	Definitio perfecta Anguli Solidi.	71. f.
Cur Euclides Propositionem 19. primi Elementorum per Demonstrationē directam non demonstrauit.	184. m.	Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius Anguli.	71. f.
Cur Euclides tres Angulorum in Parallelis sumptiones prætermiserit.	217. m.	Definitio Parallelarum Linearum secundum Posidonium.	100. m.
Cur non sit conuertenda 30. Propositio primi Elementorum.	225. f.	Definitio eorum, quæ consequenter, vel deinceps esse dicuntur.	169. f.
Cur familiarissimum Aristi, exemplum sit hoc. Omne Triangulum habet tres Angulos æquales duobus rectis.	231. f.	Definitio Corollarii.	121. m., & 174. p.
Cur Theorema in Basibus æqualibus de Parallelogrammo simul, & Triangulo Euclides prætermiserit.	254. p.	Definitioes variæ ipsius rectæ Lineæ.	63. m.
Cur tres soli sint 41. Propositionis primi Elementorum Casus.	263. m.	Definitiones variæ Superficiei.	65. f.
Cur in Definitionibus Complementa Euclides non definiuerit.	263. f.	Definitiones variæ Plani.	67. m.
Cur Euclides duorum tantum Rectilineorum ortum tradat.	266. f.	Definitionis Mathematicæ Circuli consideratio.	86. m.
Cur Euclides Triangulum æquilaterum per Constitutionem producat, Quadrangulum autē per Descriptionē.	267. p.	Democriti opinio de Figura.	79. f.
Cur vniuersæ 47. Propositio primi Elementorum ostendenda non sit.	269. m.	Demonstratio Mathematica quod Circulus bifariam à Dimetente secatur.	89. f.
		Demonstratio quartæ Propositionis Euclidis.	108. m.
		Demonstratio Geometrica duplex & 118. p.	
		Demonstratio primi Problematis Euclidis.	119. f.
		Demonstratio contra Zenonem.	123. m.
		Demō alia, quā dānat Zeno.	124. p.
		Demonstratio praua Quorundā secundi Problematis primi Elementorum.	129. f.
		Demonstratio vltimi Pronuntiati primi Elementorum.	133. f.
		Demonstratio quartæ Propositionis primi Elementorum.	137. p.
		Demonstratio quintæ Propositionis à Pappo tradita.	142. f.
		Demonstratio conuersionis secundæ partē 3. Propositionis primi Elementorum, quæ ab Euclide prætermissa est.	146. f.
		Demonstratio octauæ Propositionis primi Elementorum secundum Philonem.	152. p.
		Demonstratio Apollonii Pergei in Propositionem 10. primi Elementorum Euclidis.	160. p.
		Demonstratio Propositionis 10. primi Elementorum ab Euclide tradita melior est ea, quam tradidit Apollonius.	160. m.
		Demonstratio Apollonii in 11. Propositionem primi Elementorum.	161. f.
		Demonstratio Euclidis in Propositionem 11. primi Elementorum melior est Demonstratione Apollonii.	161. f.
		Demonstratio vndecimæ Propositionis primi Elementorum, quæ sit per Semicirculum.	

D. Litera.

D ata tria sunt in Propositione 44. primi Elementorum.	264. f.
Datū oī quatuor modis dari pōt.	217. f.
Datum primi Theorematis primi Elementorum.	133. f.
De Petitione, & Pronuntiato caput vnicum.	102. p.
Deductio ad impossibile quid apud Geometras.	145. p.
Defectus tres consequenter equali spatio distantes esse non possunt.	153. f.
Defensio Gemini.	119. p.
Definitio Problematis, & Theorematis secundum Posidonium.	47. p.
Definitio rectæ Lineæ secundū Platonē	63. p.
Definitio rectæ Lineæ secundum Archimedem.	71. m.

- non approbatur. 152. p.
- Demonstratio Porphyrii, quæ confirmat quandā particulam quartædecimæ Propositionis primi Elementorū. 170. m.
- Demonstratio conuersæ 15. Propositionis primi Elementorū. 171. f.
- Demōstratio alia eiusdē indirecta. 172. m.
- Demōstratio octauædecimæ Propositionis primi Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.
- Demonstratio directa Propositionis 19. primi Elementorū. 184. p.
- Demōstratio Propositionis 23. primi Elementorū ab Autore tradita, quæ est exquisitor Demonstratioꝝ Euclidis. 192. p.
- Demonstratio Apollonii in 23. Propositionem primi Elementorum, quæ datur ab Autore. 191. p.
- Demonstratio cuiusdam pulchræ Sumptionis. 293. p.
- Demonstratio vigesimæquintæ Propositionis primi Elementorum secundum Menelaum Alexandrinum. 297. f.
- Demonstratio vigesimæquintæ Propositionis primi Elementorum secundum Heronē Mechanicum. 268. m.
- Demonstratio vigesimæoctauæ Propositionis primi Elementorum secundum Ptolemæum. 218. p.
- Demonstratio tertie partis 29. Propositionis primi Elementorū secundū Ptolemæum. 210. p.
- Demonstratio, quam habet Arist. primo de Cælo tex. trigesimoquinto. 223. m.
- Demonstratio Sumptionis, per quam demonstratur quinta Petitio primi Elementorū. 223. f.
- Demonstratio pulchra 5. Petitionis primi Elementorū ab Autore tradita. 224. p.
- Demonstratio trigesimæsecundæ Propositionis primi Elementorum secundum Pythagoreos. 228. m.
- Demonstratio Autoris quod longitudinis accretione opus sit ad Spatiorum æqualitatem seruandam. 239. f.
- Demōstratio trigesimænonæ Propositionis primi Elementorum in reliquo absurde Suppositionis Casu. 232. p.
- Demonstratio duorum Theorematum ex his quatuor, quæ Elementorum instigitor omisit. 232. f.
- Demōstratio quadragesimæ primæ Propositionis primi Elementorū in Basilis etiam æqualibus. 254. p.
- Demonstratio Propositionis 45. primi Elementorum. 265. f.
- Demonstrationes quorundā Pronuntiatorū à Pappo additorū. 111. f. & 114. p.
- Demonstrationes vigesimæ Propositionis primi Elementorum à Porphyrio, & Heronē traditæ. 181. p. & 185. m.
- Demonstrationes quintæ Petitionis secundum Ptolemæum. 220. m.
- Demonstrationes conuersarū trigesimæsecundæ Propositionis primi Elementorū. 229. p.
- Demonstrationes duorum utilissimorum Theorematum. 257. m.
- Demonstrationis officium. 116. f.
- Demonstrationis Geometricæ perfectio. 118. p.
- Destructio Argumenti Platonici contra Mathematicarum utilitatem. 18. m.
- Destructio Argumentorum, quæ non fieri possent in Autorem circa opinionem suam de Angulo. 71. m.
- Destructiones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72. p.
- Determinatio quando deficiat. 117. m.
- Determinatio Dati est. 117. m.
- Determinatio primi Problematis Euclidis. 119. m.
- Determinationis officium. 116. f.
- Deus vnum esse dicitur. 66. m.
- Deus Triadicus quid. 88. f.
- Diagonius quid sit. 89. m.
- Dialectica est purissima Philosophiæ pars. 25. p.
- Dialectica, quæ Metaphysica est cur Platō Mathematicarum fastigium in 7. de Rep. appellauerit. 24. f. & 25. f.
- Differentia secunda Linearum, & Superficierum. 69. p.
- Differentia inter Dimetientem, Diagonium, & Axem. 89. m.
- Differentia quædam Cōuersionū. 219. p.
- Differentia, quæ in Parallelogrammorum diuisionibus apparet. 234. p.
- Differentia Propositionum 35. & 36. primi Elementorum. 241. f.
- Differentiæ tres Problematis, & Theorematis secundum Carpum. 118. p.
- Differentiæ duodecimæ, & trigesimæ primæ Propositionū primi Elementorū. 226. f.
- Difficile est Elementa construere. 42. f.
- Digressio contra Arist. quod Anima non sit tanquam tabula rasa. 9. m.
- Digressio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21. p.
- Digressio contra Stoicos, & Aristotele de Terminorū corporis subsistentia. 52. p.

Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine, 62. p.
Digressio de Terminis, et Terminato, 66. m.
Digressio de Anguli Quod quid esse, 69. f.
Digressio de Circuli perfectione, 84. f.
Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circumferentiæ in Exemplaribus, 87. m.
Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristoteli in corporis Terminis, & corpore, 96. f.
Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus, 98. f.
Digressio de Anguli consideratione in intellectibus, 73. f.
Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli, 75. m.
Digressio de Figuræ consideratione, 78. m.
Digressio de causis Figuram perficientibus, 82. f.
Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt, 91. f.
Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensibilibus consideratione, 93. f.
Digressio de Triangulorum in iis, quæ sunt consideratione, 95. p.
Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt, 96. m.
Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt, 98. f.
Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus, 107. m.
Digressio de consideratione Trianguli æquilateri, 121. f.
Digressio contra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis, 138. p.
Digressio de Infiniti in Mathematicis subsistentia, 163. p.
Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt, 166. m.
Digressio passionis Propositionis tertie decime in iis, quæ sunt, 168. p.
Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum, 180. m.
Digressio de cõparatione Arcuum Triangulorum vigesimæ quartæ Propositionis primi Elementorum, 199. f.
Digressio contra Ptolemæum de quintæ Petitionis demonstrationibus, 219. f.

Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis, 230. p.
Digressio de Vniuersali, 235. p.
Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atque Trapezis, 25. f.
Digressio Francisci Barocli de Triangulorum ad principia totius Mathematicæ essentia relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione, 205. m.
Dii Polorum Sphæræ quid faciant, 52. f.
Dii Axium Sphæræ quid faciant, 53. p.
Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum, 232. p.
Diligentia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum, 250. f.
Dimetiens Circuli quid, 89. p.
Dimetiens in Circulo tantum propriè dicitur, & Diagonus in Figuris, quæ habent Angulos, 89. m.
Dioptrica quid consideret, 24. f.
Distãtia nauigiorum in mari ostendit per 16. Propositionem primi Elementorum, 212. m.
Distributio opinionum de Angulo, 71. f.
Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet, 4. p.
Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima, & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia, 5. m.
Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur, 5. f.
Diuisio Scientiarum, & Artium secundum Platonem, 17. f.
Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ, 20. f.
Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini, 22. p.
Diuisio ipsius Vniuersalis, 29. f.
Diuisio Lineæ secundum Geminiũ 63. f. 110. f.
Diuisio Cognitionum secundum Platonem, 1. f. & 5. f.
Diuisio eorum, quæ sub cognitionem cadũt iuxta Platonis sententiam, 2. p.
Diuisio primi libri Elementorum, 49. f.
Diuisio Lineæ secundum Platonem, & Aristotelem, 60. p.
Diuisio Angulorum, 72. m.
Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur, 91. p.
Diuisio Planarum Figurarum, 91. p.

Diui-

Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Euclidem. 96. f.
Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Posidonium. 97. p.
Diuisio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiati cōmunitate, & differentia. 105. f.
Diuisio Autorum, qui contra Geometriā instarunt, & opinionum eorū. 114. m.
Diuisio vniuersalis Problematum. 123. f.
Diuisio Theorematum. 139. m.
Diuisio Mathematicarum probationū ex mente Autoris, & Porphyrii. 145. f.
Diuisio triplex Corollariorum. 174. m.
Diuisio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem. 209. p.
Diuisio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215. m.
Diuisio Theorematum Localium. 238. p.
Diuisio Casuum 36. Propositionis primi Elementorum. 241. f. & 244. f.
Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione. 108. f.
Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur consecrauerit. 99. m.
Dux rectæ Lineæ nullum Spatium comprehendere possunt: & hæc est causa quod non Parallela in infinitum ex altera parte producant, necnō aliarū rerū est causa. 91. m; 93. m, 100. p, & 111. m.
Dux Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt, sed dux rectæ Lineæ nequaquam. 116. f.
Dubitatio blembris de Geometrica materia. 28. f.
Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51. p.
Dubitatio an Circunferentia indigeat recta Linea ad constitutionem. 61. f.
Dubitatio quomodo omnis Superficies Extrema sint Lineæ, cum neque infinite, neque omnis finitæ Extrema sint. 66. f.
Dubitatio nunquid Signum solum impartibile sit. 54. p.
Dubitatio quomodo impartibilia in Phantasia inspiciantur, quæ cuncta partibiliter recipiunt. 55. p.
Dubitatio quomodo Lineæ extremitates Signa dicta sint, cum neque infinita Linea, neque omnis finita extremitates habeant. 59. f.
Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Arist. diuisionem Linearum. 60. f.
Dubitatio de infinitis Dimetientibus, qua

& Ioa. Grammaticus vsus fuit. in lib. contra Proclum. 90. p.
Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82. m.
Dubitatio de Quadranguli nomine. 98. p.
Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106. f.
Dubitatio de data recta Linea in secunda Propositione primi Elementorū. 127. f.
Dubitatio familiarū Philonis de 8. Propositione primi Elementorum. 153. m.
Dubitatio cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non posuit, quot in 4. 154. p.
Dubitatio Quorundam, verū Linea constet ex impartibilibus. 159. p.
Dubitatio cur Euclides secundam partem quintæ Propositionis primi Elementorum demonstrauit cum ea, nusquam vtrā. 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.
Dubitatio cur Euclides adiecit in 13. Propositione primi Elementorum particulas [duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167. f.
Dubio cur Euclides nō adiecit in Propositione 24. primi Elementorū inæqualitatem Arearū, vt in 4. equalitatē. 195. m.
Dubitatio de partitione Propositionum 27. tū 28. primi Elementorū. 217. p.
Dubitatio aduersus Propositionem 30. primi Elementorum. 225. f.
Dubitatio rudium in 35. Propositionem primi Elementorum. 239. p.
Dubitatio cur Euclides cum Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus utebatur: cum autem Triangula Parallelogrammis, Problematibus. 265. p.
Duo rerum omnium principia secundum Platonem. 2. f.
Duodenarius est Iouis imperium. 99. m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere. 41. p.
Elementare quid. 42. p.
Elementaris institutio vnde dicta sit, & cur qui eam tradidit (Strichota) hoc est Elementorum institutor vocatur. 41. f, 42. & 43.
Elementorum rationes Triangulares alie esse Timæus. 95. m.
Elementum quid. 42. p.
Elementum duplex ex Menæchmi sententia. 43. m.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet.	141. m.
Epicureorum impugnatio vigesimæ Propositionis primi Elementorum.	184. f.
Epicurus, omnesq; alii Philosophi multa supponunt, quæ fieri nō possunt.	124. f.
Epigramma Persei.	64. m.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli libro dicta sunt.	28. p.
Epilogus primæ partis primi Elementorum.	212. m.
Epilogus totius primi lib. Elemēto.	272. p.
Epinomides Dialogus, qui Platoni ascribitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia.	24. f.
Eratosthenis carmen.	64. m.
Error Theodori Mathematici.	68. p.
Error Apollonii ex Aristo. Gemini, & Autoris sententia.	105. p., & 112. p.
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Autoris sententia.	105. m.
Euclides finem suæ Elementaris institutionis statuit quinque Platoniarum Figurarum constitutionem.	39. f.
Euclides quædam cur prætermittat.	43. f.
Euclides non ab re in vno quoq; suorum librorum exponit principia.	44. m.
Euclides ipsemet suas Propositiones demonstrauit ex Autoris sententia.	110. p., 128. m., & 152. p.
Euclidis opera.	39. f., & 40.
Euclidis Elementaris institutio omnes habet condiciones, quæ ad optimam Elementorum institutionem requiruntur. ideo omnes aliorum institutiones excellit.	43. m.
Euclidis Elementaris institutio partim habet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem alternatim vitur, quandoq; verò alteris abundat.	47. m.
Euclidis opinio de Plano.	67. p.
Euclidis opinio de Angulo.	69. f.
Eudemi opinio de Angulo.	69. f.
Exemplum pulcherrimum actionis Animæ.	81. p.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati.	126. p.
Exemplum pulcherrimū quomodo phantasia Infinitum cognoscat.	163. m.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Localis in Lineis Solidis.	238. p.
Exemplum Demonstrationis Propositionis 45. primi Elementorum in Figura decem Latrum.	266. p.

Expositio verborū Platonis in 7. de Rep. ubi Scientiæ nomen ab ipsa Mathematica abstulit.	17. f.
Expositio quādo deficiat.	116. f., & 117. m.
Expositio Dati est.	117. m.
Expositio quadrupliciter fit.	118. f.
Expositio primi Problematis Euclidis.	119. m.
Expositionis officium.	116. m.
Ex quibus Animam constituat opifex secundum Timæum.	21. p.
Extrema Lineæ quæ sint.	58. m.
Extrema Superficies quæ sint.	66. m.
Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ.	11. f.

F. Litera.

Figura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone.	67. f.
Figura quid sit.	78. m.
Figura multipliciter dicitur.	78. m.
Figura in Deis qualis sit.	80. f.
Figura qualis sit in Naturis.	80. f.
Figura qualis sit in Animis.	80. f.
Figura quæ à Geometra consideret.	81. m.
Figura Finem, & Infinitū in propriis formis quomodo ostendat.	81. p.
Figura ab Euclide definita qualis sit.	82. p.
Figura à Posidonio definita qualis sit.	82. p.
Figura quomodo Diis attribuatur.	83. f.
Figura Lunularis quid.	91. m.
Figura, quæ Corona dicitur quid.	91. m., & 93. p.
Figura utrinque conuexa quid.	91. m.
Figura rectilinea quid.	92. p.
Figura trilatera quid.	92. p.
Figura quadrilatera quid.	92. p.
Figura multilatera quid.	92. p.
Figura dupliciter mista dicitur.	93. f.
Figura ex circumferentiis constructa, quæ habet internos Angulos duobus rectis æquales.	129. f.
Figure, Modulationes, & Motus, quibus Atheniēsis hospes eos institui vult, qui virritem ab ineunte ætate sunt consecuturi.	14. p.
Figure sex species.	78. f., & 79. f.
Figure bifformes quæ sint.	90. p.
Figurarum omnium consideratio.	79. f.
Finis Mathematicarum quid.	26. p.
Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio.	220. p.
Formarum immaterialium ordo.	54. p.
Fundamenta Autoris aduersus Ptolemæum.	221. m.

Fusus Platonis quid. 32. f.

G. Litera.

Gelonis Syracusii Regis dictum. 37. m.
 Gelonis corona. 37. m.
 Gemini laus. 141. p.
 Geminus tradit ortus Spiricarum, & Cœ-
 choidū, & Hederę similiū Linearū. 65. p.
 Geodæsiæ tot sunt partes, quot Geome-
 triæ. 23. p.
 Geodesię subiecta, & cōsiderationes. 23. m.
 Geometre processus à compositionibus ad
 simpliciora. 49. f.
 Geometre nō possunt reddere causam tri-
 plicis rectilinei Anguli diuisionis. 75. m.
 Geometria præcedit Astronomiam, quia
 motu status prior est. 21. f.
 Geometria totius Mathematicæ pars
 est. 28. p.
 Geometria vniuersale illud considerat,
 quod in imaginabilibus distributum
 est. 31. f.
 Geometria cuiusmodi Scientia sit. 33. m.
 Geometria quæ consideret. 33. m.
 Geometria nobis exhibet instrumenta iu-
 dicandi. 34. m.
 Geometria certior est quàm Sphærica, siue
 Astronomia, & quàm Mechanica, &
 quàm Perspectiua, & Specularia. 34. f.
 Geometria promittit se se Geodæsiam, Me-
 chanicam, & Perspectiuam, aliasq̃ Sci-
 entias. 37. p.
 Geometria ortū habuit ab agrorū emensio-
 ne apud Aegyptios primum. 37. f.
 Geometria, quæ ab initio fuit qd sit. 78. p.
 Geometria quærit quatuor ea, quæ quæri
 solent. 115. f.
 Geometria quærit ipsum Quid est dupli-
 citer. 115. f.
 Geometria quō quærat ipsum Si est. 116. p.
 Geometria quomodo quærat ipsum Qua-
 le quid est. 116. p.
 Geometria quomodo, & quando quærat
 ipsum Propter quid est. 116. m.
 Geometriæ duæ sunt species, Planorum
 consideratio, & Stereometria. 22. f.
 Geometriæ principale officium. 23. p.
 Geometrię subiecta sub cogitationem ca-
 dunt ex mente Platonis. 23. m.
 Geometrię subiecta, accidentia, & princi-
 pia quæ sint. 24. p.
 Geometrię, & Arithmetices principia dif-
 ferunt inuicem, & communicant. 35. p.
 Geometriæ laudes. 37. m.

Geometriæ sortus, & inuētores. 37. f.
 38, & 39.

Geometriæ propositum. 41. p.
 Geometriæ primum propositum. 41. p.
 Geometriæ secundum propositum. 41. m.
 Geometriæ totum propositum. 41. f.
 Geometrię de quibus sit sermo. 115. f. 127. f.
 Geometrica materia qd. 28. p. 31. f. & 32. p.
 Geometrię formæ in cogitatione positæ
 sunt, nosq̃ à sensibilibus separant, & à sen-
 su ad mentem excitant. 29. m.
 Geometricorum sermonum ordo. 44. p.
 45. 45, & 47.
 Gnomonica quid consideret. 24. m.

H. Litera.

Hallucinatio quorundā ex Arist. sen-
 tentia, qui non Vniuersale tanquā Vni-
 uersale ostendebāt. 237. p.
 Hallucinatio Chorographorum. 248. p.
 Helicis Planæ generatio. 103. m.
 Helicium, Cylindrica sola est similiū par-
 tium, non tamen simplex. 60. f.
 Helix in Sphæra quid. 60. f. & 64. p.
 Helix in Cono quid. 60. f. & 64. p.
 Helix Cylindrica quid. 61. p.
 Heron tria sola Pronūtiata posuit. 113. m.
 Hieronis Syracusii Regis dictum. 37. p.
 Hieronis nauis. 37. p.
 Hippocrates Chius fuit primus inuētor
 Inductionis Mathematicę. 121. f.
 Homerica Minerva. 127. m.

I. Litera.

Identitatem in quibus ostendat Eucli-
 des. 124. f.
 In quibus respectibus consequentia iden-
 titatis verificetur. 125. p.
 In Rebus immaterialibus simpliciora cō-
 positionibus præcellunt. 50. p.
 In Rebus materialibus compositiora præ-
 cellunt simplicioribus. 50. m.
 Indemonstrabilia à demonstrabilibus nar-
 tura differunt, & eorum Scientię di-
 uersę sunt ex mente Arist. 122. p.
 Inductio Mathematica quid sit. 121. f.
 Inductionis Mathematicę cū Inductione
 logica similitudo. 121. f.
 Infinitum in phantasia subsistit. 963. m.
 Inscriptio Elementorum Euclidis. 41. p.
 Instantia Mathematica quid sit. 121. f.
 Instantia quorundā aduersus quintę Peti-
 tionem primi Elementorum. 223. p.

n a Instan-

Instantia vicinæ Theorematis primi Elementorum, 271. p.
Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum, 149. m, 150. m.
Instantiæ Propositionis 11. primi Elementorum, 164. p.
Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum, 190. p.
Intellectus materia, qua Signū materiale dicitur, vnitās autem immaterialis, & Numerus, 55. f.
Inuentio Interualli Tyrannicæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
Iuuenes ad Casuū, Sumptionumq varietatem libenter currunt, 115. p.

L. Litera,

Latera quomodo dicantur Angulos subtere, 116. p.
Laterum æqualitas in Triangulis infert æqualitatem Angulorū ab eis sustentorum, & e contrario, 180. p.
Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 18. & 19. Propositionibus, cum in Acquiruribus, cum in Scalenis Triangulis, 180. p.
Linea quid sit, 56. p.
Linea longè primum, & Simplicissimum est Interuallum, 56. p.
Linea cum finita est, cum infinita, 59. m.
Linea tripliciter Geometra vtitur, 59. m.
Linea recta cuius sit Nota, 61. m.
Linea Incomposita quid, 62. f.
Linea Composita quid, 63. f.
Linea refracta quid, 63. f.
Linea Figuram efficiens quid, 63. f.
Linea, quæ in infinitum Figuram non facit quid, 63. f.
Linea conchæ similis, vel Conchoides quid, 63. f.
Linea indefinita quid, 64. p.
Linea Plana quid, 60, 64, & 118. p.
Linea Solida quid, 60. 64, & 118. p.
Linea Cissoides quid, 64. p.
Linea Helix quid, 64. p.
Linea recta quid sit, 60. p.
Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur equalis, 111. f.
Linea recta non rectarū mēsurā est, 117. p.
Lineæ varis definitiones, 56. f.
Lineæ notio iuxta Apollonium, 56. p.
Lineæ pulcherrimus sensus, 58. m.

Lineæ partium similium tres sōt sunt, 64. f, & 69. p.
Lineæ per confusionem mixtæ sunt, 67. f.
Locī, ex quibus habet quod Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem, 155. f, 140. m, & 169. p.
Locus, ex quo habetur quod Euclides suas Propositiones demonstrauit, 120. p.
Locus Geometricus quid sit, 138. p.
Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid sit, 139. m.
Locus, ubi quædam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendū cōmentariū, 156. p.
Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor, 272. f.
Lunula quid sit, 92. p.

M, Litera.

Materia duplex ex sententia Arist. & Autoris, 30. p, & 51. p.
Materia intelligibilis quæ, 45. f.
Materia Problematis, & Theore, 46. m.
Mathematica essentia media est inter essentiam Naturalem, & Metaphysicā, 1. p.
Mathematica Scientia propter se est expectanda, 16. p.
Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animæq oculum ad Vniuersorum cognitionem præparat, 11. p, & 16. p.
Mathematica Scientia propter vitā contemplantem est expectanda, 16. m.
Mathematicæ essentia medietas, 1. p.
Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas, 6. m.
Mathematicæ per se solæ aliquod bonū est, ideo non est spernenda etsi ad humanos vsus non prodest, 16. f.
Mathematicæ Scientiæ partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiua, Geodesia, Canonica, siue Musica, & Supputatrix, 11. p.
Mathematicæ disciplinæ præcipuè remaniscantiam ostendunt ex mente Platonis, 16. f.
Mathematices nomen vnde sit ortum, 16. f, & 27. p.
Mathematices nomē à Pythagoreis quomodo sit repertum, 16. m.

Mathematici clari. 38. p.
 Mathesis omnis, reminiscencia est ex Platonis semetia, & Pythagoreorū. 16. f.
 Mathematicæ quatuor sunt partes, instrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 14. f.
 Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 1. m.
 Medietas Mathematicæ Scientiæ. 10. m.
 Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 44. f.
 Menæchmus fuit inventor conicarum Sectionum. 64. m.
 Mens ultima, & passibilis, & quæ recipit species quæ sit. 10. m, & 106. f.
 Mercurialia, & Mineralia munera. 17. m, & 32. m.
 Meteoroscopica quid consideret. 14. f.
 Methodi tres Mathematicæ, quæ à Platone traduntur. 111. p.
 Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicina, & aliq. 12. m.
 Miraculorum Effectricis tres sunt partes, una, quæ spiritibus: altera, quæ ponderibus: tertia, quæ nervis, Spartisque vititur. 14. p.
 Mistra Linea quæ sit. 62. m.
 Mistio in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sententia. 67. f.
 Mistio dupliciter sit. 67. f, & 91. f.
 Modulationes, & motus, & Figuræ virtuti conuenientes, quibus Atheniensis hospes eos institui vult, qui ab ineunte adolescentia virtutē cōsecutus sit. 14. p.
 Motus vix Suppositio principii est. 44. m.
 Motus ab inæqualitate emanat, Quies autē ab æqualitate. 14. p, & 38. f.
 Munus Problematis duplex secundum Menæchmum. 41. f.
 Munus Problematis quid. 115. m.
 Munus Theorematis quid. 115. m.
 Musarum sermo in 8. de Rep. 4. m. 13. f, & 83. f.

N. Litera.

Naturæ ad Animam pulchra comparatio. 80. f.
 Negariuz orationes principia conueniunt ex Platonis sententia. 54. f.
 Neutrum Theorema quid. 42. m.
 Nicomedes, fuit inventor proprietatæ

Conchoidum Linearum. 155. m.
 Nomina hæc *περὶ βέλα*, *ὑπερβέλα*, *ἱσμήλα* quid significant apud antiquos, quidq. apud iuniores Mathematicos. 164. p.
 Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sententia. 105. m, & 109. p.
 Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest. 107. f.
 Notanda quinque in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis. 76. p, & f.
 Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensuræ fertilitatis, sterilitatisq. apparent secundum Platonem. 4. m.
 Numeri in opinione subsistunt. 95. f.
 Numerorum cognitio apud Phœnicias cepit. 38. p.
 Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius ex M. Tullii sententia. 13. f.
 Numerus præcedit Continuum, & Binarius Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis. 58. p.
 Numerus quadrangulus Numeri quadranguli duplus inueniri nō potest. 169. m.

O. Litera.

Objectio quorundam quod quinq. Euclidis Petitio in Petitionibus connumeranda sit. 110. m.
 Obusanguli Constructio quid. 63. f, & 100. f.
 Onopides fuit primus amator Propositionis 12. primi Elementorum referente Eudemo. 191. f.
 Omnia quæcunq. in Plano tractatione describimus, in vno, eodemq. Plano exco-giamus. 69. m. 127. f, & 115. p.
 Opinio Autoris de Centris, Polis, Axis, & Sphæris. 53. p.
 Opinio triplex de Angulo. 69. f.
 Opinio Autoris de Angulo. 70. f.
 Opinio Autoris de Figura. 80. p.
 Opinio alia Autoris. 80. m.
 Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 118. f.
 Opinio quorundam de Propositione 16. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 170. p.
 Opinio Autoris quod aliquæ rectæ Lineæ à minoribus q. duo recti productæ coincidunt, & aliquæ non coincidunt. 113. p.
 Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma-

schematicarum finis est. 18. m, & 18. p.
 Optimus Geometrici studii finis, & doni
 Mercurialis opus. 18. m, 16. p, & 12. m.
 Opus Mathematices à nomine sit manife-
 stum. 17. m.
 Opus Mathematices finale est operi
 Dei. 17. m.
 Oraculi dictum de Unitate. 17. m.
 Orpheï carmen. 18. f.

P. Litera.

Parallele lineę quę sint. 99. f.
 Parallele Lineę alię etiam sunt præter
 rectas. 100. m.
 Parallele Lineę non dicuntur omnes,
 quę non coincidunt, sed omnes, quę nõ
 coincidendo in infinitum possunt pro-
 trahi. 100. m.
 Parallelogramma quomodo æqualia esse
 dicantur. 140. m.
 Parallelogramma quomodo in eisdem di-
 cantur esse Parallelis. 141. f.
 Parallelogrammi nomē unde sit ortū. 136. p.
 Parallelogrammorum proprietates quid
 sit. 97. f. 133. m, 134. f, & 136. m.
 Parallelogrammorum Isoperimetrorum
 Quadrangulum quidem, maximū est,
 Rhomboides verò minimum. 140. p.
 Parallelogrammum propriè quid sit. 136. f.
 Parallelogrammum apud Euclidem quid
 sit. 137. m.
 Parte altera longior Figura quid. 96. f.
 Partes, quę partibus præcipuis Problema-
 tum, & Theorematum annexę sunt,
 quot, & quę sint. 120. p.
 Particularum [quod fecisse oportuit] &
 [quod demonstrasse oportuit] pul-
 chra consideratio. 130. p.
 Passio Propositionis 1. primi Elemento-
 rum unde scaturiat. 171. f.
 Passiones tres, ex quibus decem sunt Lo-
 calia Theoremata. 172. p.
 Passiones tres, ex quibus sunt quinque Lo-
 calia Theoremata, quorum vnum tan-
 tum non ab re posuit Euclides, reliqua
 autem prætermisit, quę addit Autor
 cum reticentię causa. 174. m.
 Perpendiculari Figurarum metimur ali-
 titudines. 76. m, & 100. m.
 Perpendicularis terminat Spatiū altitu-
 dines, & Linearum distancias. 100. m.
 Perpendicularis pulchra consideratio, &
 ad ea, quę sunt comparatio. 76. m.
 Perpendicularis duplex est. 161. p.

Perseus fuit inventor. Linearum Spiritu-
 rum. 64. m.
 Perspectiva quid consideret. 13. f.
 Perspectivę totius tres sunt partes, Per-
 spectiva nomine generis, Specularia,
 & Sciographica. 13. f.
 Petitio à Pronuntiatio ita differt ex men-
 te Gemini, & Autoris, ut Problema à
 Theoremate. 101. p, & 104. p.
 Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota
 sunt in Petitionibus cõnumeratę ex se-
 cõtia Gemini, & Autoris 104. f, & 108. p.
 Petitio 5. primi Elementorum non est in-
 demonstrabilis. 104. f, 108. p, & 119. p.
 Petitiones Theorematũ Elementa sũt. 42. f.
 Petitiones tres, quę verę Petitiones sunt
 iuxta omnium sententiã. 106. p.
 Petitionibus quidem in Constructione,
 Pronuntiatis verò in Demonstratione
 vimur. 119. f.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia ex sententiã Gemini, & Au-
 toris. 101. m.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta Archimedis, & sequa-
 cium opinionem. 104. p.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta opinionem tum Stoi-
 corum, tum Speusippi, & Amphino-
 mi. 104. p.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta aliorũ sententiã. 104. m.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta opinionem Aristoteli.
 44. m, & 104. m, & 111. f.
 Phantasia media est inter sensum, & men-
 tem ex sententiã Aristoteli. 30. f.
 Phantasia ex imparabili ad partibile
 procedit. 55. p.
 Phantasię duplex vis. 55. m, & 163. m.
 Phantasiã cur Aristoteles mentem passibilem
 vocaverit. 30. m.
 Philippi Mathematici obrectatio in Pro-
 positione 16. primi Elementorum refe-
 rente Herone. 179. m.
 Ppilolauę Diis quatuor Triangularem
 Angulum cur consecraverit. 95. f.
 Ppilolauę Diis tribus Quadrangularem
 Angulum cur consecraverit, & quibus
 bus. 98. f.
 Planum quomodo in Geometria intelli-
 gendum sit. 69. m.
 Platonis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematica essentia. 7. p.
 Platonis opinio quomodo Anima consti-

- res Mathematicas formas. 7.f.
- Platonis sententia de Mathematicarum utili-
tate, & dignitate, & si scientiæ sunt. 18.p
- Platonis opinio de Plano. 67.p.
- Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.
- Polus Circuli quid sit. 87.m,
- Ponderum motionis quidē inæquilibrium,
Status verò, æquilibrium est causa ex
Timæi sententia. 24.p.
- Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
- Primæ, principalissimæq; rectilineæ Figu-
ræ, Triangulū, & Parallelogramū. 48.m.
- Primum Problema primi Elementorum
ceteris Problematis præstat. 127.p.
- Principia Mathematicæ scientiæ tum vnū,
& Multitudo; tum Finis, & Infini-
tum. 11.m.
- Principium secundæ partis primi Elemen-
torum. 114.f.
- Principium tertiæ partis primi Elemen-
torum. 117.f.
- Problema à Theoremate quomodo diffe-
rat. 101.m, & 115.m.
- Problema omne in Theorema reduci po-
test. 119.p.
- Problema Ordinatum quid. 125.f.
- Problema medium quid. 126.p.
- Problema Inordinatum quid. 126.p.
- Problema multipliciter dicitur. 126.m
- Problema Mathematicum quid. 126.m
- Problema Excedens quid sit. 126.m
- Problema Impossibile qd sit. 126.f, et 189f
- Problema Maius quid sit. 126.f
- Problema Deficiens, vel Minus quid
sit. 126.f
- Problema Determinatum, vel Indetermi-
natum quid. 126.f, & 189.f
- Problema perfectū cuiusmodi debet esse,
quod & propriè Problema dicit. 127.p
- Problematis omnibus, quæ in Plano
aliquid faciunt, vnum subiici Planum
existimandum est. 69.m, 127.f, & 115.p
- Problematis partes quæ, & quot sunt.
116.m.
- Problematum alia simpliciter, alia multi-
pliciter, alia infinitis modis sunt. 125.f
- Problematum alia sunt sine Casu, alia
multos habent Casus. 127.m
- Productio in infinitum non omnibus inest
Lineis. 170.f
- Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque
regressus. 11.m.
- Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda
sint ex mente Arist. 105.p
- Pronuntiata communis sunt generis ex
mente Autoris. 105.f, & 111.m
- Pronuntiata quedam, quæ à Pappo ad-
dita sunt. 111.f
- Pronuntiatorum duplex proprietas ex
Autoris sententia. vbi notanda est con-
tradictio cum superioribus, simulque
soluenda. 112.f
- Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppositio
quomodo differant secundū Arist. 44.m
- Pronuntiatum vltimum primi libri Eu-
clidis non est collocandum inter Pro-
nuntiata ex sententia quorundam Ma-
thematicorum, & Gemini, & Auto-
ris. 104.f, & 105.f
- Pronuntiatum 7. & 10. refectur ex men-
te Autoris. 113.m
- Pronuntiatum quoddā, quo usus est Arist.
primo de celo tex. 35. 121.m
- Proportio cuncta in Mundo colligauit
ex mente Timæi. 13.p
- Propositio prima, Problema primū primi
Euclidis Elementorum. 115.p
- Propositio primi Problematis Euclidis
qualis sit. 119.p
- Propositio secunda, Problema secundum
primi Elementorum. 127.m
- Propositio tertia, Problema tertium pri-
mi Elementorum. 130.m
- Propositio quarta, Theorema primum
primi Elementorum. 132.f
- Propositio 5. Theorema 2. primi Elemen-
torum. 139.m
- Propositio 6. Theorema 3. primi Elemen-
torum. 141.m
- Propositio 7. Theorema 4. primi Elemen-
torum. 148.p
- Propositio 8. Theorema 5. primi Elemen-
torum. 151.p
- Propositio vltima libri quarti Elemento-
rum quomodo ad Astronomiam con-
ducatur. 153.f
- Propositio 9. Problema 4. primi Elemen-
torum. 154.f
- Propositio 10. Problema 5. primi Ele-
mentorum. 158.f
- Propositio 11. Problema 6. primi Ele-
mentorum. 160.m
- Propositio 12. Problema 7. primi Ele-
mentorum. 162.p
- Propositio 13. Theorema 6. primi Ele-
mentorum. 167.p
- Propositio 14. Theorema 7. primi Ele-
mentorum. 168.f
- Propositio 15. Theorema 8. primi Ele-
mentorum. 171.p

Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum.	175. m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.	178. p
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.	179. f
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.	182. f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.	184. f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.	187. p
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.	189. p
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.	191. f
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.	191. m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.	207. p
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.	209. p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.	214. f
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.	217. m
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.	219. p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.	224. m
Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum.	226. p
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.	227. p
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.	231. f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.	233. m
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.	237. m
Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum.	239. p
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.	242. m
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.	247. f
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.	249. p
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.	250. p
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.	252. p
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.	253. m

Propositio 42. Problema 11. primi Elementorum.	259. m
Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum.	262. m
Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.	264. p
Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.	265. f
Propositio 45. primi Elementorum in universalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon ultima secundi Elementorum.	265. f
Propositio 46. Problema 14. primi Elementorum.	266. f
Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum.	268. m
Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit.	268. m
Propositio 31. sexti Elementorum universalior est Propositione 47. primi Elementorum.	268. m
Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum.	270. f
Propositiones rum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum vix plurimum affirmationes sunt.	248. p
Propositionis officium quid.	216. m
Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.	262. p
Propositum Geometriæ duplex.	41. p
Propositum primi libri Elementorum.	48. p
Propositum primæ partis primi libri Elementorum.	48. f
Propositum secundæ partis eiusdem.	48. f
Propositum tertiæ partis eiusdem.	48. f
Propositum secundæ partis primi Elementorum.	213. p
Pulchra de rectæ Lineæ passione in his, quæ sunt contemplatio.	63. m
Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.	15. m
Pythagorei inuenerunt Propositionem 32. primi Elementorum referre Eudemo.	228. p
Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis viens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum regunt disciplinam.	13. p
Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.	98. f

Q. Litera.

Qua de causa Timæus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit.

Qua

Qua de causa Timaeus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 11.m
 Qua de causa duarum rerum rectilinearum Figurarum mentione Euclides fecerit. 91.m
 Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilauerit. 238.m
 Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantum tradat. 238.f
 Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m
 Quadrangulum rectis Elementis est proxima causa. 49.m. 98.f. & 267.p
 Quadrangulum quinque Laterum quid sit. 95.p
 Quadrangulum quid sit. 95.f
 Quadrangulum, & aequilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f
 Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f
 Quadrilaterarum Figurarum septem sunt species. 97.m
 Quadripertita Elementorum exorpatio quid sit. 95.f
 Quae sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f
 Quae sint communes Mathematicae considerationes. 4.p
 Quae scientia cognoscat communia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
 Quae sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p
 Quae sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
 Quae dicenda sit scientia secundum Platonem. 17.f
 Quae a Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 19.p
 Quae Demonstrationes a Mathematico, & quae a Rhetorico, & quae a Naturali philosopho exigendae sint ex Aristotele, & Platonis sententia. 19.f. & 110.m
 Quae, & quot sint totius Mathematicae scientiae species, vel partes secundum Pythagoreos. 10.f
 Quae sit Geometrica materia. 13.p
 Quae sint Quaestiones Geometricae, & quae non Geometricae. 34.p
 Quae scientia alia scientia certior sit ex mente Aristotele. 14.f
 Quae a principibus amantur, in Problemata, Theoremata, & quid duntaxat. 45.p
 Quae sint propriae naturae, & operationes

in inferioribus rebus horum quatuor Deorum, nempe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
 Quae desiderantur in 11, & 12. Procli commentariis libri quarti. 247.m
 Quae desint in digressione Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 258.m
 Quae continerentur in 17. commentario libri quarti si integrum esset, quaeque in eo reperiantur. 259.f
 Quae desint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m
 Quales sint Mathematicae rationes. 10.m
 Quantitas quandoque communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera tantum: Magnitudo vero pro continua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p. & 133.p.
 Quaestio non Geometrica duplex est. 34.m
 Quaestum primi Theorematum primi Elementorum. 133.f
 Quaestio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
 Quaestio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
 Quaestio ubi Termini Terminatis praecellant, & ubi Terminata Terminis. 50.p
 Quaestio de ordine octauae Propositionis primi Elementorum. 151.m
 Quid sit, ex aequali inter sua collocari signa. 63.p
 Quid doceat Proclus in digressione commentarii 15. quarti libri. 257.f
 Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m
 Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m
 Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m. & 88.p
 Quod opus, & quae vires Mathematicae scientiae sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
 Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
 Quomodo intellectibilia genera Fine, & Infinito participant. 2.f
 Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
 Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruuntur. 3.f
 Quomodo communia Mathematica Theoremata, & considerationes, atque principia subsistant, & a quae considerentur scientia. 4.f
 Quomodo differat Animae cognitio a cog-

- gnitione mentis. 9.m
 Quomodo res Mathematicę in Anima
 sint intelligendę. 10.p
 Quomodo Plato in Timęo ortum, atque
 creationem Animę ex formis compleat
 Mathematicis. 10.p
 Quomodo cogitatio omnem Mathema-
 ticarum Scientiarum varietatem con-
 stituar. 10.m, & 21.m
 Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-
 crunt in Mathematicis sint. 15.m
 Quomodo differat Ars à Scientia secun-
 dum Platonem, & Aristotelem. 18.p
 Quomodo quispiã eruditus, de aliquo sen-
 tentiã afferre possit ex mente Ari. 19.p
 Quomodo erret Mathematicus demon-
 strando. 20.p
 Quomodo Quorum, & Quantum à Ma-
 thematico considerentur. 21.p
 Quomodo Mathematicis Ars militaris, &
 Ars historiã scribēdi dicantur vti. 22.m
 Quomodo Dialectica Mathematicarum
 scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarũ
 conjunctio ex Platonis sententiã. 24.f
 Quomodo rerum opifex rectas Líneas
 terminet secundum naturam circum-
 ferentiarum, vt ait Plato. 62.f
 Quomodo Centrum, à Centro ad Circũ-
 ferentiam Líneę, & Circunferentia ipsa
 cum intellectibus communicent. 87.f
 Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
 Quomodo inueniatur ille, qui verè est Cir-
 culus, & vera Circularis natura. 88.p
 Quomodo recta Línea ex duobus simpli-
 cibus motibus generetur. 61.m
 Quomodo itidem Circunferētia ex duo-
 bus simplicibus oriatur motibus. 61.f
 Quomodo ex cõmunibus principiis pro-
 prię fiant Conclusiones. 104.m. 105.
 f, & 113.m.
 Quomodo Parallelogrãma dicantur esse
 circa eandem Dimetientem. 163.f
 Quomodo ex Circulorum descriptione
 oriatur Triangulum equilaterum. 119.
 m, & 267.p
 Quorundam duplex obiectio cõtra Ma-
 thematicas vtilitatem, eiusque solutio.
 14.f, & 15.p.
 Quorundam Platoniorum contra Ma-
 thematicarum vtilitatē obiectio, eiusque
 solutio. 17.p
 Quorum, & Quantum principalia Ma-
 thematices subiecta. 20.f
 R. Litera.
 Aristissimus est vsus 7. Propositionis
 primi Elementorũ apud Euclidē. 151.p
 Ratio Figurę duplex est. 31.p
 Ratio quidem, quę à Fine provenit rectũ
 efficit Angulum, quę autē ab Infinito,
 Obtusum, atque Acutum. 75.f
 Recta Línea simplicior est Circulari. 61.f
 Rectaguli Coni sectio quid. 63.f, & 100.f
 Rectilinea omnis Figura in Triangula re-
 soluitur. 230.p, & 165.f
 Rectilineę Figurę quibus Diis peculiare
 sint. 93.f
 Rectilineę Figurę Elementarem exorna-
 runt regionem. 84.f, & 93.f
 Rectilineorum omnium constitutionis
 principium est Triangulum ex Plato-
 nis, & Autoris sententiã. 230.p
 Rectitudo quarum rerum Nota sit, atque
 imago. 76.p, & 93.f
 Rectitudo equalitati cognata est. 109.f
 Rectitudo Planę Basis ex Triangulis cõ-
 stituta est, vt ait Plato in Timęo. 230.m
 Rectitudo Angulorum, & Laterum equali-
 tas omnem habent vltim ad augenda
 Spatia. 140.p
 Rectitudo equalitatis causa est, Hebetudo
 autē, & Acumen, inequalitatis. 269.p
 Recto existente Angulo Propositionis
 44. primi Elementorum spatium, quod
 applicatur, Quadrangulum, aut Par-
 tealtera longius est: acuto verò, siue
 obtuso, Rhombus, aut Rhomboides.
 264.f
 Rectum, & Circulare, & Mistum à Líneis
 incohantia ad Solida vsque perue-
 niunt. 60.m, & 61.p
 Reliquus Absurdę Suppositionis Casus
 Propositionis 19. primi Elemento-
 rum. 251.p
 Reprehensio Heronis, & Pappi. 170.f
 Res, quę non reddit rationem, non est sciē-
 tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p
 Resolutio in Mathematicis quid. 145.f
 Respectus Parallelarũ ad sese, vel (vt Pro-
 clus ait) Parallelitas ipsa, quid sit. 225.p
 Responsio ad obiectionem Platoniorum
 contra Mathematicarũ vtilitatē. 17.m
 Responsio tacite obiectionis quomodo
 Formę immateriales, alię quidem Fini,
 alię verò Infinitati vicinę dicuntur,
 cum ex Fine, Infinitoque ortę sint. 51.p
 Responsio Gemini ad quorundã obiectio-
 nem quod quinta Petitio Euclidis in
 Petitionibus connumeranda sit. 110.m
 Responsio Autoris, & Gemini cõtra Ari-
 stotelis, & Amphinomi opinionē, quod

Geometria non querat ipsum Propter
quid. 116.p
Responsio Posidonii contra Argumentum
Zenonis. 111.f
Responsio alia Posidonii contra Zeno-
nem. 114.f
Responsio tacite obiectionis cur tria Pro-
blemata primo Theoremati Euclides
preposuerit. 113.p
Responsio ad Questionem de ordine octauę
Propositionis primi Elementorum. 111.m
Responsio ad instantias duodecimę Pro-
positionis primi Elementorum. 114.m
Responsio ad impugnationem Epicureo-
rum in 20. Propositionem primi Ele-
mentorum. 114.f
Responsio ad instantias vigesimę secundę
Propositionis primi Elementorum. 110.f
Responsio tacite obiectionis quod 16, &
17. Propositiones primi Elementorum
superuacaneę non sunt. 117.m
Responsio ad dubitationem rudium in 35.
Propositionem primi Elementorum. 119.m
Responsio ad tacitam obiectionem quod
non valeat dicere, Triangula nullum
habent Latus Parallelum, ergo non
possunt esse in eisdem Parallelis. quod
tamen verum est de Trapezoidis. 118.p
Responsio ad instantiam vltimi Theore-
matis primi Elementorum. 111.p
Responsiones contra Zenonem. 113.p
Responsiones ad instantias septimę Propositio-
nis primi Elementorum. 149.m, & 150.m
Responsiones aduersus instantiam quorun-
dam in quintam Petitionem. 111.f
Rhomboides quid sit. 96.f
Rhombus quid sit. 96.f
Rhombus videretur dimorum esse Qua-
drangulum, & Rhomboides dimorum
Parte altera longius. 97.f

S. Litera.

Scholium Francisci Barocii in 41. 42, &
43. Propositiones primi Elementorum,
vbi Procli Commentaria mutilata
sunt. 116.m
Scholium incerti Autoris contra exposi-
tionem Procli in 14. Propositionem
primi Elementorum. 198.p
Scholium Francisci Barocii aduersum in-
certum Autorem in defensionem Pro-
cli. 200.p
Scholium Francisci Barocii in 36. Propo-
sitionem primi Elementorum. 144.p

Scientia nulla, sua demonstrat principia. 44.p
Scientia duplex est. 111.m
Scientię omnes a prima philosophia, sua
assumunt principia. 5.m, & f, & 44.p
Scientia, & Artes subiecta differre fa-
ciunt. 19.f
Sciographica scia, siue Sciographia quid
consideret. 23.f
Segmenta quid. 91.p
Semicircularis Angulus Acuto nunquam
æqualis est, vt etiam Cornicularis, &
ideo sit transitus a maiori ad minus non
per æquale. 113.m
Semicirculi pulchra consideratio. 91.f
Semicirculi ad ea, quę sunt cõparatio. 91.f
Semicirculus quid sit. 90.m, & 91.p
Semicirculus solus ex omnibus Figuris
Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
Semicirculus cum Circulo dupliciter
communicat. 91.f
Semicirculus biformis dicitur. 91.p, & 92.p
Semicirculus quomodo medius sit inter
Circulum, & rectilneas Figuras. 92.m
Sensus ex violentis passionibus fiunt, ex
mente Platonis. 10.f
Sententię eadem sæpe ad homines per-
ueniunt iuxta quasdam ordinatas ipsius
orbis conuolutiones. 17.f
Signi definitio secundum Pythagoreos,
eiusque expositio. 55.m
Signum quid sit. 49.f
Signum dupliciter considerat. 54.p, & 57.m
Signum solum in Geometria est impar-
tibile. 54.m
Signum, Vnius affert imaginem iuxta
Platonis sententiã. 60.m
Signum Positione tantum dari potest, re-
liqua autem, quę dantur in Geometria
tum Positione, tum Ratione, tum Ma-
gnitudine, tum Forma dari possunt. 117.f
Similitudo pulcherrima Triangulorum
ad Elementa. 95.m
Simplex Linea quę. 61.m
Singulorum Elementarum institutionis Eu-
clidis librorum Proposita, ad Mundum
referenda sunt, vt volunt quidam. 41.f
Solutio dubitationis bimembris de Geo-
metrica materia. 19.f
Solutio dubitationis de rerum impar-
tibilitate partitione. 51.p
Solutio dubitationis nunquid Signum
solum impartibile sit. 54.p
Solutio dubitationis quomodo impar-
tibilia in phantasia inspiciant, quę cuncta
partibiliter suscipit. 55.p

Solutio dubitationis quæ Lineæ extremi- rates Signa dicta sint, cum neque infi- nita Linea, neq. omnis finita extremi- rates habeat. 59.f Solutio dubitationis Xenocratis contra Arist. & Platonis Linearum diuisio- nem. 61.p Solutio dubitationis utrū Circunferentia idigeat recta Linea ad cōstitutionē. 62.p Solutio dubitationis quomodo omnis Superficiæ Extrema sint Lineæ, cum neq. infinitæ, neq. omnis finitæ Extrema reperiantur. 66.f Solutio tacitæ obiectionis quomodo Li- neæ Angulum continere dicantur, cum Angulus diuinæ vnionis Nota sit, quæ omnia in se comprehendit. 74.f Solutio dubitationis contra Euclidis de- finitionem Figuræ. 82.m Solutio dubitationis de infinitis Dimeti- entibus Circuli. 90.p Solutio dubitationis de Quadranguli nomine. 98.m Solutio dubitationis de motu Geome- trico. 106.f Solutio dubitationis de data recta Linea in Propositione 1. primi Elemento- rum. 128.p Solutio dubitationis cur Euclides demō- strauit secundam partem quintæ Pro- positionis primi Elementorum cum ea nusquam vsurus sit. 141.p, & 147.m Solutio dubitationis Philonis Familiariū de 8. primi Elementorum Propositio- ne. 153.m, & 171.f Solutio dubitationis cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non addiderit, quot in 4. 154.p Solutio ex sententia Gemini, dubitationis quorundam vtrum Linea ex impar- tibus constet. 159.p Solutio dubitationis cur Euclides adiece- rit in Propositione 13. primi Elemen- torum particulam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales. 167.f Solutio dubitationis cur Euclides non a- diecit in 24. Propositione primi Ele- mentorū inæqualitatem Arearum, quemadmodum in 4. æqualitatem. 195.m Solutio dubitationis de partitione vige- simæ septimæ, & vigesimæ octauæ Pro- positionis primi Elementorum. 217.f Solutio dubitationis, quæ instat Proposi- tioni 30. primi Elementorum. 225.f Solutio cur Euclides cum quidem Trian-	gula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebat: cum vero Tri- angula Parallelogrammis, Proble- matibus. 265.m Specularia quid. consideret. 23.f Specus Platonis ex 7. de Rep. 12.p Speusippi opinio de Theoremate, & Pro- blemate. 45.p Sphæroides oblongum quid. 68.f Sphæroides Latum quid. 68.f Spira triplex est. 68.m Spira continua quid. 68.f Spira Implicita quid. 68.f Spira Diuidua quid. 68.f Spiræ ortus. 68.m Spiricæ sectiones quæ, & quot. 64.m Spiricæ sectiones tres sunt. 68.f Stoicorum, & quorundam aliorum opi- niones de Pronuntiato, Petitione, & Suppositione. 45.p, & 111.f Stoicorum opinio de subsistentia Termi- norum corporis. 52.p, & 114.m Stoicorum opinio de Figura. 80.p Sumptio quid sit. 120.f Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro- positio primi Elementorum demon- stratione directa. 183.p Sumptio quædam pulchra. 203.p Sumptio quædam, per quam demonstrat quinta Petitio primi Elementorū. 223.f Superficiæ pulchra notio, & sensus. 65.f Superficies per temperationem mistæ sunt. 68.p Superficies mistæ duplici modo sunt. 68.f Superficies partium similium duæ sunt tantum. 69.p Superficies quid sit. 65.m Superficies Plana quid sit. 67.p Supputatricis tot sunt partes, quot Ari- thmetices. 23.p Supputatricis subiecta, & consideratio- nes. 23.p Symptoma prædicatum quid. 46.m Symptomata Parallelarum Linearum sex sunt. 215.m

T. Litera.

Terminata materialia præcellunt Ter- minis materialibus. 50.m Termini immateriales præcellunt Termi- natis immaterialibus. 50.p Termini quatuor, quibus Mathematicus diuidendus est. 19.p Terminus primus, quo Mathematicus iu-	

dicandus est.	19.p	Tehurgia quid,	79.m
Terminus secundus.	19.f	Timæus ex rectis, circularibusque Lineis	
Terminus tertius.	20.p	Animam constituit,	51.f
Terminus quartus.	20.m	Timæus Elementa rectilincis Figuris cō-	
Terminus quid sit.	77.f	stituit.	84.f
Terminus ad quas Magnitudines sit refe-		Trapezia, & Trapezoidea Euclides com-	
rendus.	78.p	muni nomine Trapezia vocauit.	97.f
Terminus ab Extremo quō differat.	78.p	241.m, & 257.f.	
Terminus Accretionis Longitudinis Pa-		Trapezium non ab re Euclides in primo	
rallelogrammorum est Locus ipse Pa-		libro delineauit.	240.m
rallelarum Linearum.	240.p	Trapezium à Trapezoide quō differat ex	
Ternarius Terradicus, & Quaternarius		sententia Posidonii, & Autoris.	97.m
Triadicus totam generalium exorna-		Tres, qui euehuntur secundum Platonem	
tionem continent.	99.m	in Phedro.	22.m
Thales Milesius primus demonstraui Cir-		Tres sunt Mathematicarum coniunctio-	
culum à Dimetiente bifariā secari.	89.f	nes.	25.m
Thales Milesius primū ab Aegypto in		Tres partes sunt maximè necessarię, quę	
Gręciam Geometriam transtulit.	38.p	debent semper esse tum in Problemate,	
Thales fuit primus inuentor quinq; primi		tum in Theoremate, Propositio, De-	
Elementorum Propositionis.	143.p	monstratio, & Conclusio.	115.f
Thales fuit primus inuentor Propositio-		Tres sunt Passiones 34. Propositionis pri-	
nis 15. primi Elementorū, Euclides verò		mi Elementorum.	233.f
eam primò demonstraui.	171.m	Tria sunt, quę pulchritudinem efficiunt	
Thales fuit inuentor 26. Propositionis pri-		ex Aristotelis sententia.	15.m
mi Elementorū referēte Eudemo.	212.m	Tria in vna quaq; scientia requiruntur, Su-	
Theorema triplex, Elementum, Elemen-		biectum, Accidens, & Principium.	33.f
tare, & Neutrum.	42.p	Tria sunt, quę circa existentia tum in Quę-	
Theorema vtilissimum ad intelligendum		titatibus, tum in Qualitatibus versant,	
locum Platonis in Timęo de constitu-		Essentia, Idem, & Alterum.	212.m
tionē Elementorum.	42.m	Tria sūt, quę Parallelis per se insūt.	114.p
Theorema pulcherrimum, & vtile Ge-		Tria sunt, quę per se Parallelogrammis	
mini.	64.f	insunt.	233.f
Theorema Simplex quid sit.	139.m	Triangula, quorū duo Latera vnus, duc-	
Theorema Compositum quid.	139.f	bus Lateribus alterius ſqualia sunt, &	
Theorema Complexum quid.	139.f	Angulus vnus ab illis ſquis Lateribus	
Theorema Incomplexum quid.	139.f	comprehēsus Angulo alterius ab ſquis	
Theorema Vniuersale quid sit.	140.m,	Lateribus comprehenſo æqualis, &	
& 235.p.		tamen non sunt ſqualia nec Triangu-	
Theorema particulare qd.	140.m, & 235.f	la, nec Bases eorum, nec reliqui An-	
Theorema secundum primi Elementorum		guli.	134.p, & 148.p
cuiusmodi sit.	140.f	Triangula quandoq; habent Areas ſqua-	
Theorema præcedens, & Theorema Con-		les, & Ambitus inſquales, quandoque	
uerſum quid.	144.f	autē ē contrario.	135.p, 195.f, & 248.p
Theoremata Euclidis cur Elementa vo-		Triangula duo dupliciter ſquicūque eſſe	
centur.	42.f	poſſunt.	202.p
Theoremata cōpoſita triplicia ſunt.	140.p	Triangula quomodo in eiſdem dicantur	
Theoremata quę Localia ſint, & quę non		eſſe Parallelis.	242.p
Localia.	237.f	Trianguli ſquilateri conſtitutio.	103.m,
Theorematis omnibus, quę in Plano		115.p, & 119.f	
aliquid contemplantur vnū ſubiici Pla-		Triangulorum duplex diuiſio.	94.p
nū intelligēdū eſt.	69.m, 127.f, & 215.p	Triangulorum ſeptem ſunt ſpecies.	96.p
Theorematis Gemini Conuerſum.	141.p	Triangulorum reliquorum ſuper data	
Theorematis partes quę, et quot ſint.	116.m	recta Linea conſtitutio.	125.p
Theoremata alia ſunt ſine Caſu, alia mul-		Triangulorū ad ſua principia relatio.	206.p
tos habent Caſus.	127.m	Triangulorum ad ea, quę ſunt comparatio	

I N D E X

iuxta Pythagoreorum sententiam. 106.f
Triangulum æquilaterum trium Elementorum est proxima causa. 48.m
Triangulum totius Elementorū exornationis primariā est causa. 74.f, & 166.f
Triangulum est prima rectilinearum Figurarum. 49.p, & 89.p
Triangulum quadrilaterum qd sit. 94.f
Triangulum simpliciter generationis, generabiliūq; formationis principium dicunt esse Pythagorei. 95.p
Triangulum æquilaterum omnium Triangulorum est optimum, assimilaturq; Circulo. 112.p, & 166.f
Triangulum æquilaterū vnico modo constituitur, æquicus autem duobus, Scalenum verò tribus. 113.f
Triangulum Triangulo quomodo sit æquale. 114.f
Triangulum æquilaterum, & Quadrangulum optima Rectilineorum omniū sunt. 98.m, & 122.p, & 166.f
Triangulū rectangulū duplex est. 169.m
Triangulum Rectangulum Platonis, de quo loquitur in libro de Rep. 169.f
Triplices debent esse Mathematicæ Demonstrationes. 10.f

V, Litera.

Veritas Propositionis 11. primi Elementorum apparet etiam iuxta cōmunes notiones. 231.f
Via inveniendæ multitudinis Triangulorum, in quæ quodcunq; Rectilineum resoluitur. 230.m
Vsq; quibus pcedit sciētia Mathematica. 11.p
Viz duæ sunt, quibus inveniunt Triangula rectangula Numeros integros in Lateribus habentia. 169.f
Vires Mathematicę sciētię duplices. 11.p
Vna recta Līnea duo Signa coniungere potest, sed duæ nunquam. 136
Vndenam tota inceperit Geometria, & quousq; progrediatur, & quæ sit ipsius utilitas. 36.p
Vnitas dupliciter consideratur. 34.p
Vnitas sola in Arithmetica impartibilis est. 54.m

Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt. 33.f
Vnitas Puncto simplicior est. 36.p
Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem sunt. 62.f
Vniuersale in multis distributum duplex est. 30.p
Vniuersale quidem affirmans sciētiis maxime cōuenit, negationeq; non indiget: vniuersale verò negans affirmatione indiget si demonstrari debet, ex mente Arist. 143.p
Vniuersale duplex est ex sententia Autoris, & Arist. 235.m
Vniuersales formæ triplices sunt. 30.p
Vniuersalis propria Significatio ex eorundem sententia. 235.f
Vnius causa, quæ rerum omnium est productrix secundum Platonem. 2.f
Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m. 81.m, & 166.f
Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem mens vocatur. 85.m
Utilitas, quam affert Mathematica ad totam philosophiam. 12.f
Utilitas, quam affert ad Theologiam. 11.f
Utilitas Mathematicę ad Naturalem philosophiam. 13.p
Utilitas Mathematicæ ad Politicā. 13.m
Utilitas Mathematicæ ad Moralem philosophiam. 14.p
Utilitas Mathematicæ sciētiæ ad ceteras sciētiās, & Artes. 14.m
Utilitas Astrologiæ ad Medicinam ex sententia Hippocratis. 22.f

X. Litera.

Xenocratis confutatio de Lineis inescabilibus. 159.f
Xenocratis dubitatio contra diuisionem Linearum. Arist. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

Zenodori opinio de differentia Problematis, & Theorematis. 47.p
Zenonis infestus accessus, & eius fundamenta. 122.f

F I N I S.