



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

PROCLI DIADOCHI
LYCII
PHILOSOPHI PLATONICI
A C

MATHEMATICI PROBATISSIMI
I N

PRIMUM EVCLIDIS

Elementorum librum

COMMENTARIORVM

A D

VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM

PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM

Libri IIII.

A

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę
in gręco codice omnes desiderabantur aucti: primũ iã Romanz
linguę venustate donati, & nunc recens editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrum, atque Autorum:

Electio librorũ, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt:

& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum.

CVM PRIVILEGIO.



PATAVII,
Excudebat Gratiſus Perchacinus

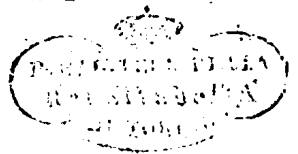
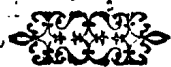
I 5 6 0.



VINCENTII CARDINI FLORENTINI.

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QUAM DE
Proclo capere possit utilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modo, discere viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere saepe tuis.
Omnem summationem tractat, vel Dogmata Plato
Qua scripsit Magnus, quae vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Credere mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-
mine eius, & Cognomine.

Familiae nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriū? Nil aliud quam quod puto.
Ab errore procul ut sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quod Virum
Vnus successit Philosophis haeres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

Antiquam cano Termilen,
Illustremq; Virum, qui sapientia
Claram iam magis reddidit.
Tu captis sanctas Iuppiter inuoco
Musa principium mea.
Naturalis amans, maximas existit,
Diuina & Sophia simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis quae Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Astrumq; poluerit -
Sed quid quod Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem praebeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,

Non quod nomine sis nomen
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satius
Est sortitus Auum, qui Draco erat gradu:
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris -
Lapsam suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice calico,
Deiectumq; paremibus;
Quo casu pede adhuc claudicat alio -
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quae Deus est tela Gigantibus
E' calo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Strygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deum.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hac restitit artibus.
Quare semina proicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modo.
Matris nomine mania
Seruavit, dicier hac si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cum tam praecipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Ut sedos tegetet, curribus, & totis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proano totus inhaereat.
Natos consequitur duos,
Et natus geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat haec, & nemore haec gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircae, Iliadae, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quod capiat Lupus
Tanquam senus oues (nam Pater & Deus
Hinc dictus colitur sumus)

At latere magis quod Lycius Proclus,
 Iactas igni hominum Polo
 Montem perpetuo culmine proximum,
 Qui monstro similis, Leo
 Cantatur ingiter pectoreq̃, oreq̃,
 Tum Capra inguine, et horridus
 Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.
 Te te Semideo Proclo
 Effer, qui melius sidera tangere
 Posit, Numinibus frui,
 Et secum pariter quosque reducere.

IN EVNDEM AB
 Interprete recognitum.

Quantum nunc tibi Procle debet orbis,
 Tantum & tu studiis, Barocioque.
 Nam quantum infiquas scientiæ, ille
 Tantum ponere diligentiz vitro
 Conatur, valeant recens ut omnes
 Et quæ, & quo doceas videre pacto.
 Sic & te ex lacero integrum reponit,
 Te verè lacerum, te ut ediderunt
 Qui græcè prius, alta proditorum
 Turba; ut sicariis manus dedisse
 Iam visus fueris malis, & inde
 Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM
 Precatio bona ob Procli restitutionem.

Francisce ut dignus mi pro meritis videaris opto
 Sit tibi vita, salus, honor undique; sint tui labore.
 Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
 Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquã,
 Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi
 Solum per se quisque breui bonus. O tibi sit auctor
 Alte boni bene tantè iterumq̃, iterumq̃, dico, et oro
 Diuq̃, Deq̃ omnes faueant simul, astra, cuncta, q̃ sunt.

Phœnix Phœnicem renonas aliam (patere credo)
 Mercurii, atque Minervæ munera qui suo decori
 Restituis, parcis sudoribus, aspiciasq̃, nullos
 Suptus. quod bene sit bis oĩbus, et bene vsq; in ævum

AD EVNDEM, DE
 eius cognomine.

Vt tu mira Baroci
 Es molesque, veloxque
 Κίκκους ecce triuisti,
 Gaude oĩ, amicum.
 Pondus tu graue dictus
 Nobis ocia miscens
 Et pares, resonasque,
 Quod nunc ἔρα recludunt.
 Hoc tam nemo venustè
 Munus ἀλλὰ δει, atque
 ἔμοῦ: τὰμ κατὰ καιρὸν
 Vnquam condidit ἄλλος.
 Summum iam decus extas
 Orbi, non modò cunctis
 Notis τῶν πατριώταις
 Annis sic tener altus.
 Felix perpetuo sis.
 Μουσῶν, tempore Alumne,
 Et gratos habeas nos
 Multum te vique rogamus.

Διὰ τὴν πρὸς αὐτὸν ἑλλανιστὴν
 τὸν ἐπίσημον.

Ἑλλανίζεις, ἑλλογμῶς τ' εἶ,
 ἀλλ' ἐπ' αἰῶσιν ἐγὼ, καὶ πολλοὺς
 βαλβαροσ. εἰ μὴ τοὶ χεῖν κτυπῶν
 ὡς περ, αἰεὶ δὴ φωνεῖται
 νῦν μετὰ κύκλων, ἐσθ' ὁπ' ἔσθ' γὰρ
 ὅσ' μὲ στενάζει σου μὲν ἐπαίνων.
 γὰρ βάλει τὴν βούλησιν, καὶ τοῦτ'
 ἡμῶν τῆς ψυχῆς ὦν σύμῳ.
 αἰμίμα τ' οὐκ ἔστιν οὐδέ τις
 αἰμί γὰρ, οὐδέ τις ὅστις ὁμῶς.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHAE AQUILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCUS BAROCIVS

S. P. D.



MOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisque causis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dīsque genitum eum philosophi, poetęque finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuersorū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, mistisque constat: quę quidem omnia iuxta suarum, quę in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dī vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigiū quodam, diuinoque semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & sine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principiū rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū priscę autoritatis philosophi, diuinique viri cum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fructuę pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, & summa

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cum ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suū ipsius Amore, ne ab eo corrūpatur. Cum ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quā humanis insitus, innatusque sit, cuius dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ propriæ cuiusque rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandæ eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est. quæ id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atque disperdit. Amor autem cōiunctionis parandæ vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iure autor omnium dicitur, & seruator. Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuique satis, superque perspicuum est, eum scientiarū quoque autorem, & custodem esse. nam (si Aristoteli credendum est) eadem sententiæ, eademque scientiæ sæpenumero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atque euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quæ in toto orbe terrarum tum à Natura editæ, tum ab hominibus excogitatæ, repertæque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluua, quibus iā deperierant, atque deciderant: eodemque modo iterū florescent, atque peribunt. Quæ quidem res cum ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ædificia, & cuiuscunque generis animantia (præter ea, quæ diuina prouidentia custodiuit) periire, verū etiam omnis rerum memoria, quæ in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malitia, atque versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetæ) auream agerent. In qua quidē aurea ætate cum rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciēdi de-

fide-

siderio excitati, admirari, obstupeſcereque cœpiſſent, ac demũ totam Mũ
di machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cõtẽplari,
necnũ modũ huius, modũ illius rei cauſam inueſtigare, id ita factum eſt,
vt ſciẽtię iterum omnes, paruo quaſi quodã à principio ortum traxerint,
hinc vires in dies ſumpſerint, paulatimque ſeſe ad ſummũ ſue perfectio-
nis euexerint. Poſt verò cũ propter Mundi totius reuolutionem, tum
propter multa, variaque in Vniuerſum ſequentia bella, quibus cunctę
prouincię deuſtataę fuerant, multa præclara priſcorum Autorum opera
omnibus in ſcientiis radicitus interierunt: multa excecata, atque euerſa in
lucem exierunt. Quę nimirum, vel ſaltem quę in illis continebãtur do-
ctrinę, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quę-
dam earum ad nos vnquam peruenire poſſet, Amor pleroſque inuaſit tum
illorum doctrinas de ſuo inueniendi, tum hæc inſtaurandi. nemo enim
artem, vel ſcientiam aliquam reperire, aut diſcere poteſt, niſi cum cum
diuinus, tum humanus Amor, necnon inueſtigandi, inueniendique deſi-
derium excitet. duplici ſiquidem huiusmodi Amore, ſapientia omnis
menti data eſt, qua ſanẽ ad Deum ſuum opificem reuertitur, cũ per hæc
inferiora ipſius pulchritudinem cõtẽpletur. Ac ne latius in multis con-
quirendis vagando, longius quã opus eſt in re manifeſta immorer, ma-
ximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipſum exper-
tus ſum. nam cũ ſæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuo-
lutiones animo reputarem, quamplurimas ſcientias, quę alias floruerũ,
nunc abolitas propẽ, atque deperditas eſſe animaduerti. quid enim de Ma-
thematicis dicam? Non ne ea, quę priſco tempore vel adoleſcentulis
notiſſima, faciliſſima, in promptuque erãt, hoc noſtro ſeculo tanquam
enigmata, difficiliſſima, nimisque abſtruſa eruditiſſimis quoque viris eſſe
videntur? Cuius proſectò rei cauſam cũ perſæpe inueſtigarem, nul-
lam aliam eſſe deprehendi, niſi paucitatem ſcriptorum, quę à tot, tantiſ-
que clarisſimis viris in hiſce ſcientiis nobis relicta fuere. multę enim, &
varię præſtantisſimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Pro-
clo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quantum ne veſtigium
quidẽ hunc extat. Hęc cũ multos abhinc dies, dum Mathematicis
operam nauabam, mecum cogitarem, eumque Euclidem Megarenſem
inſignem Mathematicum, qui harum diſciplinarum initia maximo cum
ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligi-
ne, atque demergi, quã exponi viderem, iam pridem aliquod in eum
antiquum ſcriptum, aut commentarium deſideraui, quanuis neſcius non
eſſem, quòd impreſſi fuerant Baſilæ quatuor Procli Diadochi libri
commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò lace-
ros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. cõſtitit nan-
que

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cū diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit vt cū essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andree Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ætatis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cū in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq̃ue eos instaurandi desiderio, Amoreq̃ue ardebam. Quapropter vt eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primū Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnā cum alijs etiam libellis vt transcriberem concessum mihi fuit a Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliā ob rem, nisi humanitate, Amoreq̃ue erga me quodam impulsu maximā in me, beneficia contulerunt. alterū in bibliotheca excellentissimi viri Fabricij Garzoni medicam facultatem publicē in Bononiensi Gymnasio professantis, qui etiam quæ maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cū illhinc discessissem, Patavium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo ē græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq̃ue Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam vt amicorum meorum persuasionibus merem gererem: & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem græcum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iam pridem a multis expectatum opus, absolutum, instauratumq̃ue vidissem, pluresque ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censors adhibuissem, nolui omnino Horatii sententiam obseruare dicentis:

Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim

scripset in Meis descendat iudicis aures,

Et patris, et nostras, vñumq̃, prematur in ævum.

Membranis intus positæ delere licebit

Quod non edideris: nescit vox missa reuerti.

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetjs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patauſ
ex bibliotheca Io. Vincentij Pinelli Genuensis viri tā genere, quā animo,
& moribus nobilissimi . Ex quibus sanē omnibus, quæ hucusque vidi
exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimū, lucidissimum q̃ volumē,
à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primū renouatæ Phœnicis
instar exoritur . De cuius ortu felicissimo primū Deo summo rerum
opifici, deinde Amori non solū scientiarum, verū etiam rerū omnium
autori, seruatoriq̃ue immortales habendæ sunt gratiæ . Vides igitur,
dignissime Patriarcha tum præsentē meā lucubrationem, tum omnia,
quæ in rerum natura orta sunt, oriunturq̃ue quotidie, Amoris gratia
oriri, & fieri . Cū itaq̃ opus hoc Amore factum à me sit, operepretium
est, vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat . Maximum
autem munus Amoris mihi videtur Amicitia . Amicitia inquam ea, quæ
vera Amicitia est . cū enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundū : alter,
quo vtile : tertius, quo verè bonum, honestumq̃ue diligimus, quorum
etiam vtriusq̃ duplex est, siquidem aut simplex, aut mutuus, cumq̃ue
Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tū nascatur, & nihil aliud quā
inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quæ-
dam exoriens est, nemini planē dubium, Amicitiam quoque triplicem
esse . vnā quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : ter-
tiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum . Hæc autem
sola perfecta, vera inuiolabilis, atq̃ indissolubilis est, cū cæteræ omnes
vndiq̃ claudicent, φιλοφιλία sint, & violari facilè, dissolui q̃ possint . Hæc
porrò & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philoso-
phis varijs fuit modis definita . Alij nanc̃ tum ad eius finem, tum ad su-
biectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum
eam definirunt : modò, honestam perpetuæ voluntatis cōmunionem .
Alij verò, benevolentiam mutuam, non latentem, propter bonum sim-
pliciter, atq̃ honestum comparatam . Alij præterea, summam omnium
diuinarum, humanarumq̃ue rerum cum benevolentia, & charitate cō-
sensionem . Alij demū, aliter . Hæc scilicet ea est Amicitia, quæ maximū
Amoris munus esse mihi videtur . Vtinam aut̃ tale munus Amoris à præ-
senti meo, Amorisq̃ue opere mihi daretur . O felix opus Amoris, & mu-
nus, quod vna interiecta morte duæ vitæ sequuntur . O diuinum lucrum,
diuinamq̃ue Amicitia, quādo vnus animus duo occupat corpora, vna q̃
vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq̃ geminam habeat vitam,
alterq̃ue alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit . Diuinam
inquam, propterea quòd excepta sapientia (vt rectè ait Cic.) nihil me-
lius homini, nihil iucundius vera, perfecta q̃ue Amicitia Deus immorta-
lis vnquam dedit . in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-
clare

clarè positum est, ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quàm virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est à vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper observandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, fidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfectæ coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neque villo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum; sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimvero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratus hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non graueris. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineræque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latentij Amore dilige.

Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

L E C T O R E M.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primæ rerum omnium causæ providentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam operæpretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si Suidæ credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἔργα καὶ ἡμέραι*, in Theologiam Orphei, aliaque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis aditum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileę dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpti, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuertit. In quo sanè uertendo quanuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos inuitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adiiciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsaq; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruauerunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmaculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus præterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutauit, ac ea usus sum figura, quam Ὑπερον πέντερον Græci uocant. Ambiguitates insuper euitauit, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumque dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæque linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiuscemodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbis, ut, Vniiformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quæ quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facile percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores plerique græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumque dixerunt, cum tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογωνίον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογωνίον Rectangulum uertunt, quorū ὀξυγωνίον, & ἀμβλυγωνίον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξαγωνίον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoque sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphæra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solum communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentiellesque in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamque esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonice rationes, διαπασσάων nempe, διαπέντε, διαπασών, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, sui que integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumque est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se inuicem interfecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cælis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cum ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quod Anima

P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se præassumpsit. Præterea cum Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uini) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immerito Sphæricam quoque ipsam præsumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematicas partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, coq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hæc scias præ cæteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui tēporis curriculo cupis euadere, præsens Procli doctissimū, lucidissimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

P Ræter ea, quæ communiter de tota tralatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem q̄ ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperiēs, uerba ipsum cōsequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenierunt, in quibus nōnulla denuo in primo, secundoq; libro, qui iā impressi erant, uaria esse cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q̄ hoc ordine subsequūtur.

Pag. 25. Lin. 3. } Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur,
uiresq; &c.

Pag. 29. Lin. 22. } Geometriæ formas appellat, separari autem nos
à sensilibus per huiusmodi formas, excita-
riq; à sensu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. } Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Ma-
gis, &c.

Q VONIAM autem in libris imprimēdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præesset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea
Respiciens	respiciens	3	21
Anti.	autoritate	16	25 In Scholijs
Memnone	Menone	26	28 & in scho. Lin. 11. & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14
Quæq;	quiq;	37	22
Excucurrit	excurrit	49	26
Mænechmos	Menæchmios	64	14
Dixt	dixit	77	11
Corniculari	Lunulari }	109	16
Cornicularis	Lunularis }		
Cornicularis	Lunularis	109	18
Ab re	non ab re	134	17
Propter	præter	135	2
Ad Basim	sub Basi	147	27
Internus	externus	176	10
Anguli	Trianguli	180	35
Ipsi	Ipsis	189	18
Igitur	autem	199	25
Infiniti	Finiti	206	23
Alternitum	Alternatim	215	12
Puzostenfa	Præostenfa	224	19
Problematis	Theorematis	225	17 in Scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21
Habebant	habebant }	241	30
		244	31
Summantur	sumantur	250	32
Constitutio	& Constitutio	265	7
Rectanguljs	Rectilincis	266	26

Ceterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperiēs, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scījs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maxime spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vlllo meo discrimine eum pati in tenebris vltius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc
in volumine mentio facta est.

Deorum.

A Mor.	Mercurius.
Apollo.	Neptunus.
Bacchus.	Oracula.
Ceres.	Pluto.
Coelius.	Rhea.
Diana.	Saturnus.
Iuno.	Venus.
Iuppiter.	Vesta.
Mars.	Vulcanus.

Virorum Illustrium.

Gelon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniensis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

Aeneas Hieropalita,
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asineus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonius.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.

Dinostratus Mengchmi frater.

Epicurus, & sequaces.

Eratosthenes.

Euclides.

Eudemus.

Eudoxus Cnidius.

Eutocius Ascalonita.

Geminus.

Hermotimus Colophomus.

Heron.

Hesiodus.

Hippias Eleus.

Hippocrates Cous.

Hippocrates Chius.

Homerus.

Ioannes Grammaticus.

Interpres Hesiodi in Theogonia.

Leodamas Thasius.

Leon.

Marcus Antonius.

Marinus.

Menæchmus.

Menelaus.

Neoclides.

Nicomedes.

Oenopides.

Orpheus.

Pappus.

Perseus.

Philippus Mendæus.

Philo Academicus.

Philolaus.

Plato.

Plotinus.

Plutarchus.

Porphyrus.

Posidonius.

Ptolemæus Primus
Ptolemæus.
Pyrrhoni philosophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Mileſius.
Theætetus Athenienſis.
Theodorus Cyrenęus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Viſtruius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodorus Andronis diſcipulus.

E L E N C H V S L I B R O R V M,
 qui in eodem hoc volumine
 citati ſunt,

Aſtrologica tractatio Carpi Mechanici.
 Bacchæ Philolai.
 Ciuilis, vel de Regno Platonis.
 Commentaria Procli in Timęum Platonis.
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis.
 Commentaria Eutocii Aſcalonitę in libros
 Conſcorum Apollonię.
 Commentaria Eutocii in Archimeda.
 Cōmentaria Simplicij in lib. Phyſic. Ariſt.
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
 Compendium Elementorum Aeneæ Hierapoliſæ.
 Critias Platonis.
 Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
 Elementa Muſicalia eiufdem.
 Elementa Hippocratis Chii.
 Elementa Leontis.
 Elementa Hermotimi.
 Elementa Theudii.
 Epinomides falſo Platoni aſcriptus.
 Εἰσαγωγή ἢ πρόλογος Hefiodi.
 Gorgias Platonis.

Liber Archimedis de Circuli dimenſione.
 Liber Archimedis Aequiponderantium.
 Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
 Liber Ariſtotelis de Lineis inſecabilibus.
 Liber Ariſt. de Diuinatione per ſomnum.
 Liber Ariſt. de Senſu, & Senſili.
 Libri Ariſt. Reſolutorij.
 Libri Metaphyſicorum Ariſt. XIII.
 Libri Ariſt. Moralium Nicomachiorum.
 Libri Ariſt. de Partibus animalium.
 Libri Ariſt. Phyſicorum.
 Libri Ariſt. de Anima.
 Libri Ariſt. de Cęlo.
 Liber Eudemę de Angulo.
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemę.
 Liber Euclidis Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.
 Liber Euclidis de Diuiſionibus.
 Libri Corollariorum Euclidis.
 Libri Platonis de Rep.
 Libri Platonis de Legibus.
 Liber Hippocratis Chii de Locis.
 Liber Procli de motu.
 Liber M. Varronis de lingua latina.
 Liber Ptolemę, cui titulus eſt, A minoribus quā duo recti pductas coincidere.
 Liber Apollonię de Cochlea.
 Liber Apollonię Conicorum.
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulę.
 Liber Io. Grammatici contra Proclum.
 Libri Theurgię.
 Libri Geometrici Amyclę Heracleotę.
 Libri Geometrici Menęchmi.
 Libri Geometrici Dinoſtrati.
 Libri Geometricarum enarrationū Gemini.
 Libri Vitellionis.
 Meno Platonis.
 Miſcellanea Porphyrii.
 Odyſſea Homeri.
 Opuſculum Plutarchi de vitanda uſura.
 Parmenides Platonis.
 Perſpectiua Euclidis.
 Phędo Platonis.
 Phędrus Platonis.
 Philebus Platonis.
 Quęſtiones Philippi Mendęi.
 Riſuales Platonis.
 Sophiſta Platonis.
 Specularia Euclidis.
 Sympoſium Platonis.
 Theæterus Platonis.
 Theologumena Arithmetica.
 Theogonia Hefiodi.
 Theologia Orphęi.
 Timæus Platonis.
 Vita Periclis a Plutarcho tradita,

F I N I S.

PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Essentiæ medietate Cap. I.



MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, à simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompositas, & indiuisibiles substantias: & partibiles, atque in multiplicibus compositionibus, variisque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea utitur, & quæ ab alijs principijs alia preparat, inferiorem ipsi dat ordinem, eo ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfecte constituta natura. Quapropter (ut arbitror) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartilibus quidem intellectualem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione se coniciat, resque ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partilibus autem, postremamque naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nacta est: Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partilibusque superioribus, cogitationem. hæc enim mente quidē, supremaque scientia inferior est, opinione autem perfe-

Cōclusio
vniuersa-
lis.

Cōclusio-
nis pbatio

Platonis i
Repu. &
alijs i lo-
cis cog-
nitionū di-
uise.

A ctior,

Eorū, quę
sub cogni-
tionē ca-
dunt diui-
sio.

ctior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisq; impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quę diuisa sunt, ad mentemq; refert. Quemadmodum igitur ipse inter se distant cognitiones, ita sanē & quę sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnus formę existentis omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentijs. Mathematica autem, & omnino quęcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem, cum ea quidem, quę intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cum materię sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione præstent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentis notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quę sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumq; in vnum coactam, & impartibilem, & secundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientem quę imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animę notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohereant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præsentia huiusmodi esse intelligatur. Medium utiq; complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quę circa materiam partibiles fiunt.

f progredi-
endi.

Epilogus.

Communia eorum, quę sunt, Mathematicęq; Essentię
principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hisce
duob; re-
rū princi-
pijs, & Vni-
causā vide
Platonē i
Philebo.

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes, ad ipsa regredimur principia, quę per ea omnia, quę sunt permeant, & omnia à seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his namq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinito, q; participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idēitatē, firmā q; ac stabilem

Quo intel-
lectilia ge-
nera his
principijs
participēt

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nāciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectibus, occultisque principiis: verum etiā ex ijs, quæ ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibentur verò ab ea, quæ Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit; omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totiusque pariculae actu finitæ existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quæ aut verbis explicari, aut ratione comprehendere non posset (quibus sanè ea, quæ in Geometria tractantur, ab ijs, quæ in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minime possent, neque omnes eorum, quæ sunt rationes in seipsis cōpleterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, &† eam quæ ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quęcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principiis opus est. Postrema verò, quęque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifeste videntur. Infinito quidem quod ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quod ad rationes, & figuras, & formas. Verum quod eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quæ & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

Quo Mathematica gēa ex his orta sint principijs.

Arguit secundum hypotheticorum modo quoddam Finis, & Infinitum Mathematicarum Essentiarum principia sint.

† eum qui ante ipsum est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principiis fruantur. Epilogus.

Quenam sint communia Mathematicarum Essentiarum

Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodē sanè

A 2 modo

Diuina sci-
entia.

Cōmunes
Mathema-
ticę confi-
deratiōes.

Socrates
8. de Rep.
idē inferi-
i cap. 8. &
i com. 13.
libri 2.

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vnā scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintq; tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiuscemodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemq; Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisq; oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodq; horum naturam quādam habet cōmunem, suiq; simpliciore præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq; & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atq; dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemq; modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quæ potentis illis subiiciuntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaq; loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisq; Numeris obfirmavit, in quibus sanè mensurę quoq; vbertatis, huicq; contrarię sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-
nis pro-
batio.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neq; postremò, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateq; & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisq; principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamq; referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus existētib; alternatim quoque proportionales erunt, demonstretq; hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus existētib; alternatim

tim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositarumquē Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multę communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeò quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quę sunt vnam, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quę scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Theeteto Socrates iocosa scrijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quę in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subiunguntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatæ primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusque de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia hæc neq; à naturali Sciētia, neq; à Mathematica cognoscunt, sed à Diuina.

Diuina Sciētia oīum Scientiarū capacissima, quam Ari. domi nā Sciētia rū vocat i priopost. tex. 23. Socrates in Theeteto

Epilogus. Priā Philosophia, quā Plato Dialecticā vocat i se ptimo de Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

Posthęc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libro de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ipsas, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio Platonis i septimo d' Rep. & alijs locis.

buit . nam eorum , quę sunt , alia quidem intellectilia , alia verò sensilia ponens . rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia , alia cogitationi subiecta . & sensilium alia quidem sensilia , alia verò coniecturalia , intellectilibus quidem (quę sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam : ipsę autem , quę cogitationi subiecta sunt , cogitationem : sensilibus verò , fidem : coniecturalibus autem , coniectandi vim . & eandem rationē coniectandi vim ad sensum habere ostendit , quam habet cogitatio ad intelligentiam . vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit , dum in aquis , & alijs corporibus perspicuè imaginem referentibus inspiciuntur . quippe quę postremā quodāmodo in aquis sortita sunt sedem , & simulacrorum verè facta sunt simulacra . similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit , quę à primis , & simplicibus , & impartilibus formis in multitudinē , diuisionem quę sunt delapsę . Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus : intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit . Si igitur Mathematicę res neque impartibilem , ab omni quę diuisione , ac varietate separatam substantiam sortitę sunt , neque eam , quę sensu deprehenditur , & multis mutationibus obnoxiam , & quacunque ratione diuisibilem , cuiuslibet manifestum est , quod iuxta suam essentiam cogitationi quidē subiectę sunt : cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis præest , sicut sensilibus sensus , & coniecturalibus coniectandi vis . Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harū cognitionem prima scientia determinat , euidentiore verò eo appulsu , qui in opinione positus est . nam id quidem ultra intelligentiam obtinent , ut quod euolutum est , & progrediendi vim habet contēplentur : ea verò , quę in ipsis reperitur rationum stabilitate , quę etiam confutari non potest , opinionem superant . & quod quidem ex suppositione ortum trahāt , id sortitę sunt , iuxta primę scientię diminutionē : quod verò in ipsis formis constitutę sint , quę sine materia existūt , iuxta perfectiorem sensilium cognitionem . Instrumentum itaque aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale , nempe cogitationem ex sententia Platonis , statuimus . quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit , ab intelligentia verò superatur .

Cognitio
nū ppor-
tio secūdu
Platonē .

Mathema-
ticę res co-
gitationi
subiectę
sūt , & Co-
gitatio est
instrumē-
tū iudicās
ipsas .

Socrates i
septimo d'
Rep .

Idē supe-
rius cap.
primo .

Epilógus .

Quę nam sit Mathematicorum generum , ac formarum
essentia , & quomodo subsistat Cap. VI.

Quęstio . SEquitur autem , ut consideremus quę nam dicenda sit Mathematicarum

ticarum formarum, generumque essentia, & vtrum à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in communem vnam rationem: an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremò in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis. hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est impossibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educuntur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ipsæ autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit? vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas? vbi semper stabiles Laterū rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video: siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmista sunt; nullum, quæ in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nam modo igitur immobilibus rationibus ex ipsis, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmam quæ attribuemus essentiā? quidquid enim ab ipsis, quæ mouentur ortum ducit essentia, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adiciemus? quicquid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verum si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quedam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astipulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta: si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamque gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est metitur? quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, quæ est Aristotelis.

Secunda opinio, quæ est Platonis.

Primæ opinionis confutatio. Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Conclusio argumenti. Alia questio.

Prima opinio, quæ est Platonis.

Secunda opinio, quæ est Aristotelis. eiusque confutatio. Primum argumentum.

Cōclusio
primi ar-
gumentū.

Secūdum
argumen.

Cōclusio
secūdi ar-
gumentū.

Tertiū ar-
gumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neque à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius utique animæ partus, ac foetus, permanentes, æternasque patefaciunt formas. Secundò, si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstrationes, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusque formis? causas enim vbique demonstrationibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationem dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quod demonstrationis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi subiiciuntur essentia, potius quam sensiliū essentia cognatio demonstrationibus, magisque affinis ostendatur? nam neque si quis (ut dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis æquales habere Angulos, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodammodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstrationem, quam particulare, itemque demonstrationes ex magis vniuersalibus constant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstrationes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, ut quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplantur, quæ à cogitatione comprehenduntur, quæque perfectiora sunt istis, quæ à sensu, opinioneque cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quod animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæque magis esse dicuntur, manifestioraque à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animam imbecilliolem, inferioremque materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipue sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitationem factæ sunt. Quoniam pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisque essentiae primò est particeps, & hinc cognitione,

gnitione, totaque vita repletur, obscuriores recipit formas n̄s, quæ ab
ultima eorū, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima reci-
piuntur sede? Verū enimvero huic quidē occurrere opinioni, quæ se-
pe à plerisq; exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd
si neq; per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, ne-
que per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cōmunium, neque
prorsus posterius genite, & à sensilibus: necesse est vtriq; animam aut
à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem
à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum
imagines? quomodo inter impartibilem, partibilēque naturam fue-
rint. medię, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortite? quo-
modo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum
exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, ac
mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in
ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam
aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet
materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus forma-
rum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à
mente hæc producere, ipsamque formarum plenitudinem esse,
quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad
Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque va-
cua ipsa anima, imò semper scripta, seseque suapte natura describens,
cū à mente quoque describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iux-
ta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoque illius, &
adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo co-
gnoscit, anima quoque cuncta animando, & si illa per exempla, & ani-
ma per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod
nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis
constituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit propor-
tionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum princi-
pia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa
existentes ciet. intelligēter. Cunctę igitur res Mathematicę primū
in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur:
& ante apparentes Figuras, Figure + animales: & ante ea, quæ cōcin-
nata sunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mo-
uentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vber-
tas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, &
à proprio producit principio, & vita seipsum explet, ab opificeque
fine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promit ra-
B tiones,

Cōclusio
trimēbris
ex iis, quæ
dicta sūt.

Primum
mēbrum.
Scūdum.
Tertium.
primū mē-
bri cōfu-
ratio.
Primum
Secundū.
Tertium
argumē.
Secundi
mēbri cō-
futatio
Primū ar.
Secūdum.
Tertii mē-
bri cōfir-
matio.
Cōclusio.

Digressio
cōtra Ari.

Cognitio
animę dif-
fert à co-
gnitione
mentis.

Plato i Ti-
meo ani-
mā ex om-
ni⁹ Mathe-
maticis
formis cō-
stituit.

+ vitales

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque for-
 mis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum
 multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimensione sunt idea
 corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia ap-
 parentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum
 exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius or-
 tum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūq;e
 causas in ipsa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linea-
 rium, & planorum, & solidorum septem termini principia compre-
 henderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū + es-
 sentiam in ipsa præextiterunt. Figurarum autem principia, secun-
 dum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus,
 qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit.
 omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusq;e circularis
 principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū
 rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes pro-
 mouens, prouoluensq;e cogitatio, omnem Mathematicarum scien-
 tiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem
 semper, aliaq;e post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes ex-
 plicans. cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infi-
 nitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitq;e
 Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, &
 quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

VErūm post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnā ip-
 sarum scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus,
 & inspicimus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quo-
 usq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicæ
 scientiæ cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. neq;
 sanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm,
 & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuius-
 modi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidē cogni-
 tiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas corū, quæ
 ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus à re-
 cordatione quidem sumit initium, in intimas verò definit rationes, &
 excitatur quidē à posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū
 essentiam. nec imobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec mo-
 tu locali

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornamētū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non utpotē ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, ut sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasque cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cum enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quō ad comprehensionem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamque partibiles sortita sint ordinem, iure sanē (ut arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum scientiæ duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemque cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secūdas, à principijsque multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quę rerū sensiliū absolutiones sunt, natureque iungitur, & multa vnā cū naturali scientia demonstrat. quemadmodū porro ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumque rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit considerationē, aliasque multas scientias, quę sensilibus implexę sunt, per easque operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quę in progressibus feruntur cognitiones, suaque genera, & formas perficit, illisq; assimilatis etsetijs: necnō de Dñs ipsis veritatē, & de ijs, quę sunt cōtēplationē ī proprijs indicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Vig, quibꝫ
pcedit sci
entia Ma
thematica

Duplices
Mathema
ticę sci
vires.

Principia
Mathema
ticę sci
tū vñ &
Multitu
do, tū Fi
nis, & In
finitum.

Progres
sus sciētę
Mathema
ticę, atq;
regress⁹.

Extremę
cōsidera
tiōes Ma
thematicę
sciētę.

Epilog⁹.

De utilitate Mathematicę scientiæ Cap. VIII.

Postea verò scientiæ huius utilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' ca
usa Timę
Mathema
ticam co
gnitiōē
erudiendi
viam ap
pellarit.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad virtutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque, oculum ad eam, quæ hinc fit, euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit: oculus enim animæ, qui ab alijs studijs excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recreari, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem, & à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, & vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque, ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectibus, perfecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam, sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibiles harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri quidem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis + reminiscencia est, & ad id, quod verè est, veritatemque ipsam excitatio. nam hoc quoque propter imperfectionem proprii principij opus est. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso, & eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi, inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, vt cum natura assuescat incorporea, cumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorsusque ad omnium eorum, quæ sunt considerationem ducere oportet. Ceterum q̃ ad Philosophiam Mathematica præcipuam affert vtilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis quoque mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes apprehensiones præparat, quæcumque enim imperfectis scrutatū difficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagines ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum signifi-

† Circum
actionē.
Quid di-
cat Socra-
tes vide i
septimo d
Repu.

Despecu
Platonis
vide Pro-
clū in se-
ptimo de
Rep.

Socrates
in Phæd.

† Prælu-
dium.

Plotinus.

Dialecti-
cas. i. Me-
taphysi-
cas.
Vtilitas,
quæ affert
Mathe-
matica ad
Philoso-
phiam.
Ad Theo-
logiam.

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinusque sermo, & Philolai in Bacchis, totusque modus enarrationis Pythagore de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maximè confert, quippe quum rationum ordinem, quo Vniuersum fabricatum est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mundo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicem oppugnant, & conuenientia, consentientiaque ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaque elementa conmensurabilitate vndequeque, & equalitate comprehensa ostēderit, per quæ totum quoque celum confectum est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, itemque proprios vnicuique eorum, quæ sunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq; ostendens, de omnium natura contemplationem Mathematicis nominibus patefacit, elementorumque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem pertuariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores facundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & concinnos vitæ ministros, inconcinnitatēque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Rept. ostēdit, vniuersum Geometricum Numerum posteriorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indissolubilis perseuerantiæ, atque optimarum Rerū publicarum mutationis in eas, quæ à ratione remote, affectibusque deditæ sunt, quod enim ad totam Mathematicā disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiā tradere, & nō ad vnam quādam, vt puta Arithmeticā, vel Geometriā, omnino manifestum est. per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mundo sunt colligauit. vnde hoc in Timæo.

Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. Ad Politicam.

Musæi de Republica.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero, de quo dicendum in comētariis nostris.

Ad mo-
ralem. tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus mora-
lem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordi-
nem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea
virtuti cōuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus
Atheniē-
sis hospes in 2. de
legibus. sanē Atheniensis etiā hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem
virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū insuper
rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Fi-
guris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demū excess-
sus, atque defectus indicat, per quos moderari moribus, ornamque effici-
mur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinatę, intēpe-
ratięque vitę accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā æqualita-
tem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam in-
teruallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū-
tamen quanta cæteris quoque scientijs, atque artibus a Mathematica
Socrates
in nono de
Rep. Ad ege-
ras scias,
& artes
utilitas
Mathema-
tica sciz. scientia prodeat utilitas didicerimus utique considerantes quod con-
templantibus quidem, ut Rhetoricę, atque huiuscemodi omnibus, quæ-
cunque in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: nec-
non id, quod ex primis, & medijs, atque vltimis ad eius similitudinem
compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum
proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes præposuit.
Agentibus verò, actionem, & motum per suas manētes, immobiles
que formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Phi-
lebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderan-
di indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Ma-
thematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos termi-
nantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varie-
tas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur
Epilogus. totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæteras-
que scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit au-
dientibus.

Quorundam obiectio contra Mathematicas utilitatem,
ipsiusque solutio. Cap. VIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum proclives sunt pro-
pter illos, qui Geometriam subvertere volunt, huiusce scientiæ di-
gnitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque
auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, utilio-
res sensuum experientias affirmantes ijs, quæ in ipsa vniuersæ
spectan-

Prima o-
pinio.

Secunda
opinio.

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem; Geometria; & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quæ in Theorematis eſt poſita; nauticamquæ Astrologiam, ea, quæ vniuerſe docet, non enim diſceſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoscendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoscendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſciencias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, iſs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantes. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab iſs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indetdminatione iam in composito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate quæ ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationequæ exiſtit. Hæc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magisque variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtentione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemquæ omnium relatione, cōmunis ſiquidem meſura totius ſcientiæ meſa eſt, à qua principia quoque accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manētibz ſemper, immobilibusquæ rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionē cadunt aliter ſe habent quēadmodum opinabilia, atque ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibus quæ formis determinata ſunt. Si itaque pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quod in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque eſſe nō debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſquæ à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

Fundamē-
tū ſecundæ
opinionis.

Reſponſio
ad primā
opinionē.

Tria ſunt,
quæ pulchritudinem efficiunt ex ſententia
Ariſt. 13.
metaph.
i cap. 3.

Quo tria
hec i Mathematicis ſunt.

Cōcluſio.

Reſponſio
ad ſecundā
opinionē.

tem

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, necq̃ necessitati studentes iudicare equum ducemus. sic enim ipsam quoq̃ contemplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcquæ minimè respicere, nec cognoscere appetit. Quod sane Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsa quæ contemplationem propter se expectandam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim nos deducit, animæ quæ oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersam quæ sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoq̃ est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quod nullum cum sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, volunt quæ omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimè degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunq̃ cum materia operantur huiusmodi vsum cōsiderant) sed contrà eius immaterialitatem, ipsi quæ soli quid boni esse admirandum. cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt, & non imerito. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortui quæ coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quæ animam ab ortu seiungunt, id quæ, quod est, in memoriam redigunt.† Iurè igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensui quæ cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vita quæ animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

Socrates
in Theæteto.
Vide etiā
finē Me-
nonis.
Mathema-
tica scien-
tia pp se
expecten-
da est.

Idē i supe-
riori capi-
te.

Mathema-
tica scien-
tia ppter
vitā cōre-
plante est
expectēda.
Fūdamē-
tū sup̄
ab actō-
Arist.

-ritate

Cōclusio.

Idem ait
Arist. in
prio Me-
taph. cap.
primo.

† Sic

tur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint.

Epilogus.

Alia quorundam Platoniorum contra Mathematicarum
utilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap. X.

FORsan autem nonnulli ex nostra familia insurgentes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem a choro scientiarum excludere, ipsamque tanquam principia sua ignorātem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcumque alia ibi a Socrate opprobria contra hanc contemplationem obiecta fuisse. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quod ipse etiam Plato animæ purgatricem, sursumque dūctricem Mathematicam esse perspicue asseuerat, quippe quæ caliginē aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potius conseruandum est, quam infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Minervam, quæque non solum Mercurialium, sed Minerualium quoque munerum est particeps: & quod ipsam ubique scientiam vocat, quodque exercitiis maxime felicitatis causam. Verum quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen a ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim presens erit mihi sermo. Scientiā Plato plerisque quidem in locis, omnē (ut ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (ut arbitror) sensu in Ciui, atque in Sophista scientiæ utriusque nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionē diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicui

Argumentū ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Responso ad Platonicos.

Homerus in Odiss.

Explicat Platonis sententiā.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciui, & in Sophista. Socrates in Gorgia.

Plato in diuisione.

C bi

bi scientiæ nomen attribuit : experientijs autem nequaquam . res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem , quonam pacto scientia esset ? & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, scientia quædam est. Rursus ita quæ hanc quoque scientiam, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnā quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, scientiam appellat . Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnā quidem suppositionis expertem esse vult : alteram verò ex suppositione scaturire . & illam quidem, quæ suppositionis est expertis, vniuersorum cognoscendorum vim habere : ad bonum vsque, supremamque omnium causam scandere : finemque scandendi bonum illud sibi efficere : hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè + ad principium, sed ad finem tendere . & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere : vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs, alijs quidem propinquantibus, alijs verò remotioribus constitutis, Ne dicamus igitur quod Mathematicam à scientiarum numero Plato expellit, sed quod eam ab vnica scientia, quæ supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quod dicit ipsam suā ignorare principia, sed quod cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare . animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit : aliquando aut, à generibus, quæ intelligentiæ subiiciuntur motum ipsum recipere . quadrantque hæc inter se . ipsæ enim, quæ ab alio mouentur quædam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam . Eodem fanè modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta : est attamen scientia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subiiciuntur . Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint .

Quæ

Quo differat ars à scientia, ostendit Aristot. sexto Moraliū cap. 3. & 4.

De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclū in 7. de Rep. + in principio, sed in fine esse.

De ratione Argumenti.

Circa hoc vide Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conveniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē specie differentibus insunt, ut omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē predicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, ut in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio: non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quòd si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. † Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus. (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilineis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt convenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quādam propriam proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, ut puta triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figure. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, utpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, conuincique minime possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri: debet siquidem quiuis scientia, arteque præditus convenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, ut de his pertractantem: cum verò, qui de intellectibus, stabiliisque essentia differit, rationes, quæ nec convinci, nec moveri quidem possunt. Confestim nanque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, utpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moueantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita

Arist. in 1. de partib. animalium, & in primo Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematicus iudicandus est. Primus terminus.

† Illudque, cui id contingit, idē est in omnibus, Triangulum nempe, Triangulorumque ratio

Secundus terminus:

Arist. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timæo.

Metaph. 6.

Idē vide
apud Ari-
sto. secun-
do Meta.
tex. 16.

Tertius
terminus.

Quo er-
ret Mathe-
matic' d.
mōstrado.

Quartus
terminus.

Triplices
debēt esse
Mathema-
ticę demon-
strationes

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis. ideo Arithmetica harmonica dicimus certiore. Neque omnino Mathematicam, cæterasque scientias ipsdem vti demonstrationibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exiguum ipsis præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrèt, vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū quàm Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hæc determinare. Quarto denique loco dicimus, quòd cum Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspicendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoque Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaptat rationes. Verum de his quidem hætenus.

Quæ, & quot sint totius Mathematicę sciētię species iuxta Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio
Mathema-
ticarū Sci-
entiarū ex
mente Py-
thagoræ.

Quorum,
& Quarū
principalia
Mathema-
tices Su-
biecta.

DE partibus autem Mathematices posthęc determinandum, quæ, & quot numero sint. nam post totum ipsius, atque integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut stare

stare, aut moueri. & Arithmetica quidem quod per se est Quotum contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quantum quatenus immobile est, & Sphericam quod per se mouetur. Cōsiderare præterea hæc scientias Quotum, & Quantum non magnitudinem absolutè, neque multitudinem, sed quod iuxta vtrunq; est definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpēdere, ne eā, quæ vtrubiq; est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit. Cum autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quotum, quod in sensilibus ipsis est, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cōtemplatio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identitatemq; vnā cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad animam complendam rerum opifex suscepit, ex hisq; generibus ipsam constituit, quemadmodum Timeus nos docuit, dicendum quod iuxta quidem ipsius diuersitatem, rationumq; diuisionē, ac multitudinem consistens cogitatio, seseq; intelligens esse & vnum, & multa, Numeros profectò sibi proponit, producitq; horumq; cognitionem Arithmetica: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cōmunicationē, colligationemq; Musicam sibi cōparat, ideo etiā Arithmetica Musicam antiquitate præcellit, cum porro anima quoq; ipsa ab opifice prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rursusq; iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens, Geometriam ex se se deprompsit, vnāq; essentialē Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphericā. mouetur namq; ipsa quoq; per Circulos, consistit autē semper eodem modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hic quoq; Geometria Sphericam, vt motum status præcedit. Quoniam aut cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditam formarū conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hæc genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineq; infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omniū siquidem principia, pariterq; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipsa cogitatione collocauit. cum enim tota ad seipsam similium partium sit, & vna, atq; indiuisibilis, rursusq; diuisibilis, formarumq; ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis essentialis ex ipsis intellectibus est particeps. verum intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, rationesq; varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentiæ hæc constitueret scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitæ

Quo Quotum
& Quantum a
Mathematico
consideretur.

Digressio.

Ex quibus Ani
ma cōstituat op
ifex ex Timei
sententia.

Quo cogitatio
Mathematicas
producat scias.

Anima prius ē
diuisa, postea
collecta ex mē
te Platonis in
Timeo & ideo
Arithmetica p
cedit Musicam.

Geometria præ
cedit Astrono
miā, quia motu
prior est status

Cur dicant Py
thagorei Ma
thematicam cir
ca finitum ver
sari.

Cogitatiois in
telligentiæ iuxta
suum Finē Ma
thematicas scie
ntias cōstitueret

Infini-

Epilogus.

Infinitatem . mentis siquidem imaginem afferunt , non autem vitam .
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia , & quatuor sciētiarum diuisio .

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex
mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuisio, ex Gemini sententia .

Mathematicæ scientiæ partes .
Arithmetica .
Geometria .
Mechanica .
Astrologia .
Perspectiua .
Geodæsia .
Canonica, siue Regularis .
Supputatrix .

Excluditur Ars militaris à Mathematicis sciētiis, & aliæ .

Hippocrates in lib. de locis .

Quomodo Mathematicis Ars militaris utatur .

Geometriæ duę sūt species . Plānorū consideratio, & Stereometria .

RVrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathematicam censent, sicuti & Geminus . & vnam quidem eius partem in intellectuilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt, hæcque attingere . Intellectuilia vtrique appellantes quascunque inspectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans formis . Atq; eius quidem, quæ in intellectuilibus versatur, duas longè primas, præcipuasque ponūt partes, Arithmeticam, & Geometriam; eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Mechanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiā, Canonicam, atq; Supputatricem . Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci (*τεκτονική*) vocant, vnam aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæsia, vt in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spatij. Quemadmodum porro eo magis neque historiam scribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet se penumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vrantur Theorematis . Rerum quidem gestarum scriptores, vel Clima- tum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte sua huiuscemodi vñs dilucidando . nam utilitatem, quæ in Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit, ac ferè omnes quicuncq; aliquid de opportunis temporibus, locisque dixere . Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis operam accommodat, Mathematicis quidem utetur Theorematis, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quæ numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra, suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit . Cum autem hæ sint totius Mathematicæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtemplationem, & Solidorum dimensionem, quæ Stereometria vocatur, siquidem

siquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio: pulchrum.
 quoniam neque Figura [†] ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri ^{† in his}
 posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Pla- Principale Geo-
 na, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparer, aut di- metrie officiu.
 uidat. Iridem Arithmetices distributio est in Numerorum linearium,
 & planorum, & solidorum contemplationem. species nanque Nu- Tres Arithme-
 meri per se se considerat ab Vnitate produnt, & planorum ortus ticæ partes, li-
 Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad nearium, & pla-
 tertiam vsq; accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque norum, & soli-
 his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similes in diuisione dorum Nume-
 sunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, sed de rorum confide-
 sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cy- ratio.
 lindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tan- Geodæsia, &
 quam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id Supputatrix eo-
 assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus, dem modo di-
 quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt uisuntur, quo
 Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipse per se Nu- Arithmetice, &
 merorum inspicit passionem, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde no- Geometriae.
 men quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (*μέτρα*) Quæ Geodæsia
 quasdam, & (*ποιότητες*) appellans. & nullum quidem concedit esse & supputatrix
 minimum, vt tacit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad ali- considerent.
 quid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi pro
 mensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque com-
 munis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque
 Canonica a Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua
 quidem radijs visorij tanquam Lineæ vnitur, & Angulis, qui ex hisce
 constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio
 nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earum apparen-
 tiarum, quæ aliter quàm sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub
 visum cadunt alios atq; alios situs, & distantias, vt Parallelarum coin-
 cidentie, vel Quadrangulorum tanquam Circulorum aspectionis: & in
 vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur re-
 fractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur:
 necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est vmbrarum designatrix, ap-
 pellatur, quæ ostendit qui fieri possit vt ea, quæ in imaginibus apparer,
 haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudi-
 nesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cōcin-
 nentiarum considerat rationes, Regularum sectiones reperiens, sensusque
 vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti
Canonica inel-
lige esse Musi-
cam.
Tres totius Per-
specti. 3 partes
Perspectiua.
Specularia.
Sciographica.
Canonica quid
consideret, de
qua Plato in 7.
de Repu.

aures

Mechanicę par-
tes.

Instrumento-
rum effectrix.

Miraculorum
effectrix, quę
triplex est.

Timæus.

Aequilibrantiũ
& centropo-
derantium co-
gnitio.

Sphęrarum ef-
fectrix.

Astrologię cõ-
siderationes, &
partes.

Gnomonica.

Metheorosco-
pica.

Dioptrica.
Epilogus.

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porrò, quas hucusq; enume-
rauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quędam
existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materia-
quę coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quę
(*ὀργανωτική*) vocatur, eorum inquam, quę gerendis sunt bellis ido-
nea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-
ra, mariquę obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quę
(*θαυματοποιός*) dicitur, quippe quę alia quidem spiritibus maxime
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inequli-
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus
etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisque animatas conuolu-
tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquili-
brantium omnino, & eorum, quę centropöderantia vocantur cogni-
tio: nec non (*σφαίρική*) hoc est Sphęrarum effectrix ad cęlestium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus
est: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua autē
Astrologia est, quę de mundanis edisseri. moribus, de corporum cę-
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquę
distantiis, ac de omnibus, quę huiuscemodi sunt, multa quidem à
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-
municans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quę in horarũ di-
mensione positu Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica,
quę eleuationum differentias, siderumquę reperit distantias, necnon
multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars
est Dioptrica, quę sanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumquę stellarũ
distantias huiuscemodi Dioptriciis dignoscit instrumentis. Talia de
partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memorięquę prodi-
ta suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ scientiarum vertex sit, & quę
sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIII.

Plato in 7. de
Repub.

Vide Epinomi-
dem, qui Plato-
ni ascribitur.

ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Pla-
to Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fa-
stigium in libris de Republica nuncupauit, & quę nam ipsarum
coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-
suit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione
superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-
nemq;

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sane modo Dialectica quoque purissima Philosophiae pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sane adiuta, & perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, volunturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immerito igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiae est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiaque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendat: compositiones in super, quæ ex principijs producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia confluant, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, nō vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidē proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt comuni Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciiori quodā modo in seipsam cōplectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiuntur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ipsam, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentius suis

+ Et materiam
ipsarum inuini-
bilem com-
plectitur, vi-
resque &

Cōiunctio
Mathema-
ticarū, nō
est propor-
tio, vt vo-
luit Era-
tosthenes

Secunda
Mathema-
ticarū cō-
iunctio.
Plato in
Repub.

D. reducit

Tertia Ma-
themati-
carum cō-
iunctio.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliquè reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumquæ varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudinēquæ, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum[†] cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis[†] longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

† ingressū.
Finis opti-
mus, Mēsh.
† ipsum
optimum.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in
Mēnone

Socrates in
Mēnone.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumquæ disciplinarum vnde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellatio-
nē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cū perspexissēt quidē, q̃ omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscencia est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensilibus confurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, asciticiaquæ veluti quæ in opinione posita est cognitio, verū excitatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumquæ perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscentiæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscenciam esse facillimè cōprobabit. Vnde porro Socrates etiam in Mēnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quàm animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quàm cogitans animæ pars: hæc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promittit autem vnāquancq; cū impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasie autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fluctunt.

etunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipfos fit conuerfionis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quæ nullis affectibus lēditur actionis est impedimentum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus; & actu scientes esse: & essentialē cognitionem depromere. Dum autem vincti, captiuiquē sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū reminiscētia est. Mathematica quæ (hoc est disciplinatiua scientia, vt sic exponā) propter hanc eā cognitio potissimū nuncupatur, quæ nobis ad earū rationū reminiscētiā maximē confert. Et opus igitur, atque officium huiusce scientiæ, quale porro sit à nomine fit manifestum. Id nempe, quod insitū mouet cognitionē, & exuscitat intelligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planē similitudinē huius scientiæ præsidis, qui intelligentiā munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, & animas ad mentem erigit, ac veluti ē profundo exuscitat sopore, & inquisitione ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, purgūque mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanē nos quoque præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplationem perscribemus.

Opus Mathematici-
ces à noie
fit mani-
festum.

Opus Mathematici-
ces, simile
est operi
Dei.

P R I M I L I B R I F I N I S .

D . Procli

P R O C L I D I A D O C H I
I N P R I M V M E V C L I D I S
E L E M E N T O R V M.



L I B E R S E C V N D V S.



Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &
quænam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus
eorû, quæ
in prio li-
bro dicta
sunt.



OMMUNIA quidem, ad omnemque Ma-
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-
monibus perspeximus, & à Platone non dissen-
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-
sentem pertinent tractatum, colligentes. Post hæc
autem consequens est, ut de ipsa quoque Geome-
tria, deque proposita Elementorum institutione

disseramus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post
Arithmetica secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-
gnosci potest, ab Arithmetice rationibus determinatur) à veteribus
dictum fuit, nec lōgo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-
teriam considerarem, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam
cognoscentis, utilitasque ab ipsa proveniens, nec non illud, quod à
discentibus comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,
de quibus Geometria differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-
ctuum inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus
vnquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non

pro-

Dubitatio
bimēbris.

Primū mē-
brum.

Primū ar-
gumentū.

Secundum
argumentū

profundam superficiem, vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq; basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cum sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniq; sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnā cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumq; sint progressa? Quòd si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæq; puræ, & à sensilibus separatae: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoq; interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnā cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circumq; secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumq; & figurarum accretiones, atque decrectiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectorum linearum contactus? Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam qd Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereq; à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūq; plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereq; tale, quod existentiam quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisq; dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterq; consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisq; gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoq; multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt censeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemq; subsistunt.

Tertiū argumentum

Secundum membrum

Primū argumentum.
Secundum argumentū
Tertiū argumentū.

Quantum argumentū ab auctoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiā Arist. 2. phisico. & 3. de aīa Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

† separari autem nos à sensilibus per huiusmodi formas, excitariq; a sensu ad mentem concedit &

Triplices
vniuersa-
les formæ
sunt.

Duplex
materia
ex sentē-
tia Arist.
i 7. mera.
35. & 39.
Duplex
vniuersa-
le, quod in
multis est

Arist. 3. de
aia, tex.
20.

Plato in
Timæo.
Phantasia
media est
inter sen-
sū & mē-
tem.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quæquæ in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusquæ participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est: vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt: altera verò eorum, quæ sub phantasiā cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia participant: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasiæ multitudinibus subsistat. Phantasia namq; propter motum formantem, atque eò quod cum corpore, & in corpore subsistit: partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talē sortitū est existentia. Vnde sanè & mentē passibilem eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā modo non impassibilis est, nec materiæ expert? Sin autem cum passione agit, quopactō adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligenti quæ naturæ competit: passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognitionem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumquæ expertes sunt: intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omni quæ impressione, ac passione aliunde adueniente immunes. Vltimæ verò, per instrumenta sese exercent, & passiones potius sunt, cognitiones extrinsecus admittentes, vnaquæ cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promittit quæ id, quod sub cognitionem cadit: eò autem quod extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quædam est, & forma intelligentiæ. Circulum quæ vnā cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidē materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum neq; in sensilibus. Simul namq; apparet distantia, maius quæ, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquencq; etiam ipsorum, circulum perficit, omnesq; sibi inuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vno quidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa confedit natura. Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnius in ipsis existentis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in coelo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & e contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo in super ipsa, expers magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, non vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec formantur, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cum de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponens, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est
circularis,
& triangula-
ris ratio.

Geometria
vniuersale
illud consi-
derat, qd'
in imagina-
bilibus di-
tributū ē.

rò, qui in Geometria est circulus) verum vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium verò demonstrationes facere. Cum enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à sensilibus separationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decurrat, cum cogitatio ipsa ad exteriora inspiciat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus vtatur, à seseque ad exteriora moueatur. Quod si vnquam cum interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atque vniuniformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentielles, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porro Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eū transitum, qui à phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibilique mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est. Per quam cuncta sine interuallo cerner, & sine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo sunt multiangula, omniaque in omnibus, & vnumquodque seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcirco igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper vtimur, huiuscemodique ex hac distantijs. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenita, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verum quæcunque etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio est: à quo autem

Idè vide
superius i
lib. I. c. I.

Optimus
finis Geo-
metrici
studij, &
doni Mer-
curialis
opus.
De Caly-
psone vi-
de Plutar.
in opuscul.
de vitæ
vltima.

pro-

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obvoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quâplurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subiiciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphy --
rius in Mi-
scellaneis.

Pla. in Ti-
mo, & in
7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.

Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variatumque Positio- num, ac Motuū cognitiua. Ab impartibili quidē Signo progrediens, ad Solida autem vsq; descendens, multiformesque ipsorum differen- tias inueniens. Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad ho- rum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præiis sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vñs vrens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definiēti- busque orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demon- strationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum qui- dē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demōstrationes exurgit: seorsum verò de per se Acci- dentibus, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque n. scien- tiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque pas- siones sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Triā i vna,
quæq; scia
requirit
subiectum
Accidens,
& Principi-
um.

E qui-

quidem cōmunia sunt omnibus (licet singulae propriè ipsis in subiecta sibi utantur materia) genus verò, & per se accidens diuersum.

Geometrie subiecta.

Geometrie accidentia.

Geometrie principia.

Geometrie igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Excessus, Defectus, huiusmodi omnia. Petitiones verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat: illud, à quocunque signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere. Et illud, si ab aequalibus aequalia ablata fuerint, quæ remanent, aequalia esse. Quæque his cōsequētia sunt. Vnde etiā non omne Problema, nec Quæsitum omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriae fluunt principijs. Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit: conuincetur utique ut Geometra. Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verum à Geometrica contemplatione sunt aliena. Et hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum illud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autē à Geometrie principijs: Aut tale, quod Geometricis utatur principijs, sed peruersè, ut si quis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoscere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere possumus prout errant, hæc habet promissionem. Alia namque Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimum distant? Certior namque alia, quam alia est scientia (ut ait Aristoteles) quæ quidem à simplicioribus emanat suppositionibus, quam ea, quæ magis varijs utitur principijs: quæque dicit propter quid, quam ea, quæ tantum rem ita se habere cognoscit: & quæ circa intellectilia versatur, quam ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hæc certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior est: eius siquidem principia simplicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidē, positionis est expert: Punctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positionē suscepit, Geometriae principium est: Vnitas verò, Arithmeticae. Geometria autē certior, quam Spherica: & Arithmetica, quam Musica. Hæc namque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorematum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quam Mechanica, Perspectiua, ac Specularia: quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt. Arithmetics ergo, ac Geometriae principia quidem ab aliarum principijs

Quæ sint quæstio Geometrica.

Quæ sint quæstio non Geometrica.

Duplex est quæstio non Geometrica.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi

Aristo. 1. post. l. 42.

Arithmetica certior est quam Geometria.

Geometria certior quam Spherica, & Arithmetica, quam Musica.

Geometria certior quam Mechanica, Perspectiua, & Specularia.

principijs

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theorematum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipsa rationes etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones secundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriæ verò peculiaris sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportioncs, quæ exprimi nō possunt: vbi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmetica: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometria: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à tota Mathematica sciētia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationū conuersiones, et cōpositiones, ac diuisiones, hoc modo ambabus cōmunia sunt. Quæ verò cōmensurabilia sunt, Arithmetica quidem primū inspiciat: postea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuscemodi cōmensurabilia, hæc esse determinat, quæcūq; rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quod commensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cōmensurabile: & vbi cōmensurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primū inspiciat: iuxta proportionem autem ab ipsa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trāsimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspicimus, veluti cū omne multiangulum à nobis in triangula resoluitur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cū quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à septenario duplus est, vno deficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cōmunicant.

Quæ sint cōia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quæ vtrique propria.

Cōmuniū theorematum distinctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs : propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam : hæc verò, ad aliam afferre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspicimus. Intelligemus sanē per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi : & cunctis suas accōmodare animaduersiones : & omnium formas in se continere : & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verē sunt circūspicere : & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dñs quidem conuenientes figuræ sint : quæ verò primis essentijs : quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes : & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit : ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionēs : necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. E quibus sanē imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialemque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectilium generum : exemplaria verò sensiliū : suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentiam. Per hæcque veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricè verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerum publicarum tradit ornatus : & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens īmateriali quadam, cognoscendique vi : materiā verò attingens, multas à se se promit

mit scientias : vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā . Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs . Bellica etenim instrumenta ; ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit . Et montium circuitus , locorumque situs cognitos fecit . Mensuras demum edocuit : alias quidem earum, quę in terra : alias verò earum, quę sunt in mari viarum . Necnon Libras, Trutinasque construxit . Ex quibus æqualitatem iuxta numerum , certā ciuitatibus reddidit . Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit . Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia . Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur , cū nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat . Cū .n. omnes vnā Syracusij nauē illā protrahere minimē possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit . Stupefactus autē ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est . Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse , cū corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cōmistarum materiarum pondus comperisset . Hęc quidem Antiquorū plurimi memorię prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes : & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometrię omnino cognitionem , vtilitatemque ostendentes .

Hierō Syracusius .

Gelonis corona .

Quis sit Geometrię ortus, quęque fuerint ipsius inuētores Cap. III.

ORTUS autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est . Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones . Nec nostris quidem temporibus primū , vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse , verū in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euauisse . At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memorię proditum est, apud Aegyptios Geometriam primū inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit . Hęc siquidē illis necessaria fuit , propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis . Nec mirum videri conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quā aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium . Siquidem quod

Aristo. 1. de coelo tex. 22. & 1. meteor. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emensione apud Aegyptios primū.

in

Apud Phē-
nicias nu-
merorū i-
cepit co-
gnitio.
Mathema-
tici clari.
Thales Mi-
lesius pri-
mus, ab
Aegypto i
Græciam
Geome-
triam trā-
stulit.
Ameristus
Hippias
Pythago-
ras.

Anaxago-
ras.
Oenopi-
des.

Hippocra-
tes.
Theodo-
rus.
Plato

Leoda-
mas
Architas
Thegetus

Neoclides
Leon.

Eudoxus.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet
transitus. Quemadmodum ergo apud Phēnicias propter mercaturas,
atque cōmertia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sa-
nē apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
est causam. Cum itaque Thales primū Aegyptum petisset, hanc
cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit,
multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidē
vniuersaliter, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ame-
ristus Stesichori Poetę frater, tanquam qui Geometrię studium teri-
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Elęus mentio-
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem
Pythagoras eā Philosophiā, quę circa ipsam Geometriā versatur, in
liberalis doctrinę figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans:
immaterialiterque, & intellectuiter theorematata perscrutans. Qui sa-
nē eorum etiam, quę explicari in Geometria non possunt tractatio-
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò
secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quę ad Geometriam per-
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora ali-
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens
Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusque
Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus namque eorum, qui
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cum
his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Ma-
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter
ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse sese
manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-
quētia: & vbiq; excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas
Tarentinus, & Thegetus Atheniensis: à quibus theorematata aucta
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quę
superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa
quoque construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter
vsum eorum, quę in ipsis ostenduntur: & determinationem inuene-
rit, quando scilicet quod queritur problema possibile sit, & quando
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,
sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,
quę

quæ vniuersalia appellantur locupletiore reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumplerat initium, in huberiores diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis vsus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusque frater Dinostratus perfectionem adhuc totâ fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiâ in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregie, multa que particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis, eodem temporibus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophónius, quæ ab Eudoxo, & Theeteto prius edita fuerant huberiores fecit, cõpuraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conscripsit. Philippus autem Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque in Mathematicis disciplinis incensus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicæ Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscribere, hucusque scientiæ huius perfectionem producunt. Non multo autem his immior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Theeteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ a prioribus molliore brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec convinci possunt. Fuit autem iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Qui etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esse, ne aliqua ad Geometriam capessendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viâ regiâ, quæ ad Geometriâ ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, antiquior vero Eratostheno, & Archimede (hi. n. vniq. eodem tempore vixerunt, vt tradit Eratosthenes). Secta aut Platonicus, huicque philosophiæ familiaris est. Vnde sanè totius quoque Elementorū institutionis finē statuit, earū, quæ Platonicæ appellantur figurarū cõstitutionē.

Amyclas
Menæch-
mus.
Dinostra-
tus.
Theudius.

Cyzicinus

Hermoti-
mus.

Philippus
Mendæus.

Euclides.

Primus
Ptolem.
Archime-
des.

Eratosthe-
nes.

Platonice
figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina. Cap. V.

Vnt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis
opera

Perspecti
 ua.
 Specula-
 ria.
 Musica.
 Liber de
 diuisioni-
 bus.
 Geometri-
 ca Elemē-
 ta.

na, admirandę diligentię, peritęquę cuiusdam considerationis plena. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad Musicam capeffendam conducunt Elementares institutiones. Item, quę de Diuisionibus liber. Pręcipuę verò circa Geometricam Elementorum institutionem eum quispiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę poterat dicere, sed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis syllogismorū modos, alios quidē à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamquę accommodatos. Pręter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: Demonstrantem autem, in his, quę à principiis ad quęstita fiunt progressionibus: Resoluentem verò, in his, quę fiunt à quęstitis ad principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species, tum earum, quę simplices, tum etiam earum, quę compositiones sunt, in hac tractatione commodē est intueri. Et quę quidem tota totis conuerti possunt: quę verò, tota partibus, & contrā: quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, dispositionem, atque ordinem pręcedentium, & sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumquę mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanquā quę veritati adherent, quęquę parientibus sciētiam principis sunt consequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principiis fluūt errorem, rudioresquę decipiunt, horum quoque perspicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediuntur, ab omni quę deceptione permanere immunes. Atque hoc sane volumen, per quod hanc infert nobis præparationē (*παρασκευαστικόν*) hoc est Mendaciorū, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientięquę ipsi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiquę vim habet. Elementaris verò ipsius peritæ Geometricarum rerum contemplationis institutio, inuincibilem, perfectamquę habet enarrationem.

Liber Men-
 daciōum,
 siue Falla-
 ciarum.

Quod

Quod nam sit Geometrię Propositum.

Cap. VI.

QUod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ fiunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometriæ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque utilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscentem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima namque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā euidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p
positum.Primum
Geometrię
PropositūQuorūdā
opinio.Secundum
Geometrię
PropositūArchime-
des.Apollo-
nius.Geome-
trię totum
Propositū

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen,
& cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est
Elementorū institutor vocetur.

Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioscos) hoc est Elementaris institutionis,
ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,

Inscriptio

F quā

Triplex
Theore-
ma.

Elementū
quid.

Elementa
re quid.

Theore-
ma.
Quid sit
Theorema
quod neq;
Elementū
est, neque
Elementa-
re.
Duplex E-
lementum
ex Menē-
chmi sen-
tentia.

Petitiones
Theorema-
tū Elemē-
ta sunt.
Cur Eucli-
dis Theore-
mata Ele-
menta vo-
centur.
Difficile ē
Elementa
cōstruere.

quam habet rationem, ut sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Ele-
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicis-
sima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnis-
que dictio, atque oratio ex his constituta est: ita sanè totius quoque
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-
torumque accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendūt,
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quod sua contempla-
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum, quic-
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-
mentarium vim. Rursus autem Elementum (ut ait Menæch-
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-
firmatur Elementum est. ut Primum apud Euclidem Secundū;
Quintique, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterius
alterius Elementa esse dicuntur. Mutuo enim confirmantur.
Nam & ex eò, quod extrinseci Rectilineorum Anguli, quattuor
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &
e contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptionique huiusmodi
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in
quod cum sit magis simplex, compositum dissolvitur. Ita autem
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verum ea, quæ
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-
do in Arithmeticis quoque, in Astronomicisque Elementares in-
stitutiones multi conscribere. Difficile autem hoc est, eligere
quidem, commodeque in vnaquaque scientia ordinare Elementa;

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modū per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruentes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositū continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis cōprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionē. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contēplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionē, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à cōmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæsitā migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel iisdem vñs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omiſſa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perſcribenda nobis erant.

Diuersis
modis mul-
ti Elemen-
ta tradide-
runt.

Condones
quæ requi-
runtur ad
optimā E-
lementorū
institutio-
nem.

Euclidis
Elemēta-
ris institu-
tio oēs iā
dictas ha-
bet condi-
tiones. Et
ideo om-
nes aliorū
institutio-
nes excel-
lit. Cur quæ-
dā ab Eu-
clide præ-
termittant

Apollo-
nius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo.

Cap. VIII.

Vniuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

F a nunc

Prima phi
loſophia.

nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquā) ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisquē principijs reliqua, quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantum abſque ſuppoſitione eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt utriusque Geometricam Elementorum institutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cōcluſiones: dequē principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare.

Nulla ſcia
ſua demō-
ſtrat prin-
cipia.

Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipsis verba facit: verum circa ipſa per ſe ſibi facit fidem, magisquē ſunt ei euidentia, quā quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſe, hæc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens.

Motus, vt
ſuppoſitio
principiū ē.

Ita Medicus, cæterarumquē ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiusque peritus. Quod ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent, in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quæ nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primum itaque (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant.

Euclides.

Quod ſane Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cōmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataquē diuidit. Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cum quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſe credibile fuerit quod in principij aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quæ eidem equalia, ad inuicem quoque equalia eſſe. Cum verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per ſe fidem faciat, verum tamen ponit, conceditquē id aſſument, tale ſuppoſitio eſt. Nam quod Circulus ſit eiſmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præſumimus: verum audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cum autem rursus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conſeſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, omnes rectos angulos equalis eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

Quo diſfe-
rant inter
ſe Pronun-
tiazū, Peti-
tio, & Sup-
poſitio ex
ſententia
Ari. i. po-
ſte. tex. 15.

Quo diſfe-
rant inter
ſe Pronun-
tiazū, Peti-
tio, & Sup-
poſitio ex
ſententia
Ari. i. po-
ſte. tex. 15.

fitio . Sæpenumero autem omnia quoq; hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt . Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata : iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur . Rursus autem, quæ ex principijs scaturiunt , in Problemata , Theoremataque diuiduntur . Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia : Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia . Quæadmodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes: eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpsere . Olim, autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt , quemadmodum Speusippi, Amphinomique Sectatores, arbitrati scientijs contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quam Problematum . Præsertim cum de æternis verba faciant . Ortus enim in æternis non est . Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit : ortum, affectionemque eius, quod prius nō erat enuntiando, vtpote Acquilateris Trianguli constitutionē, vel Quadranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem . Melius itaque (inquirunt) est, dicere quod omnia, huiuscemodi sunt . Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes . Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè suscipi dicemus . Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant : Quemadmodum qui Menæchmum secuti sunt Mathematici . Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem quæsitum comparare, aliquando verò cum determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus . Et rectè quidem vtrique dicunt . Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt . Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanices , Sensilia nanque ea sunt, ortumque habentia, & cuiuscunque generis mutationem . Et qui Menæchmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt . Siquidem neq; Theorematum inuentiones, absque in materiam accessu esse vllō modo possunt : materiam inquam intellectualem , In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immeritò vtrique generationibus assimilari dicuntur . Cogitationis nanque nostre motum, rationumque in ipsa existentium productionem : Figurarum,

Stoicorū opinio.

Quæ à principiis emanant in Problemata, Theoremataque diuiduntur.

Speusippi, & Amphinomi opinio .

Eorū fundamentum.

Menæchmi opinio.

Munus problematis duplex secundū Menæchmum

Duarū superiorum opinionū conciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- quæ mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Prorsus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsitæ Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodque eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumque oppositum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipere symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, ut puta Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, ut puta Aequalitatem, vel Sectionem, vel Positionem, vel aliquid aliud huiusmodi. Cum igitur ita quispiam proposuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusque super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, ut & non æquilaterum constitutur. Cum autem Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiam proposuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non potest, ut non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa si quis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamque materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò non vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponendum est. Ut datam rectam Lineam terminatam, bifariam, vel in partes æquales secare. nam fieri potest, ut in non æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dissecare. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrangulum descri-

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematidis, quid. Prædicatū symptoma quid.

describi. Atque omnia quaecunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinae fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quaerit quid sit symptoma, quòd de ea, quae in ipso est materia praedicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonii sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quaeritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quaeritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, còtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, ut omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris aequales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quaerentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere. Differre enim (dicebant ipsi) absolute quidem, atque indefinite quaerere sit ne ab hocce Signo huicce rectae Lineae rectam Lineam ad Angulos rectos erigere, & quae nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterum quòd quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quae iam diximus manifestum est. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quae demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] ut haec quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (uti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia, nam ut ostendamus quòd id, quod iussu erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quaesiti naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem, ipsisque alternatim utentem, ut in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quòd differat Theorema à problemate iuxta Zenodoti opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonii sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quòd sit primi libri Propositum.

Cap. VIII.

Posthaec autem cum primi libri Propositum determinauerimus, diui-

Primi libri
Propositū.

Maximè
primæ, &
principalis
simæ Recti-
lineorū Fi-
guræ Triā-
gulum, &
Parallelo-
grāmum.

Triangulū
æquilaterū
trium Ele-
mentorum
est proxi-
ma causā,
Quadrā-
gulum ve-
rò, vnius.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitio-
nibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineo-
rum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque
ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior
sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad
intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens
est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intel-
lectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, &
vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod
autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero
crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, princi-
palissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquam,
& Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elemento-
rum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atque Scalenum,
& quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, &
Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitu-
tæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadrā-
guli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò
ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium
Elementorum est causā, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrāgu-
lum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum
toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elemento-
rum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam,
quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum re-
ctè inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Diuisio

Cap. X.

Præ pars
primi libri
eiusque pro-
positum.

Secūda, &
eius propo-
situm.
Tertia, &
eius propo-
situm.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima qui-
dem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta An-
gulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit
adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum namque
vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat,
interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inæqua-
litatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit.
Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Pa-
rallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes de-
scribens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Ter-
tia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem
ostēdit,

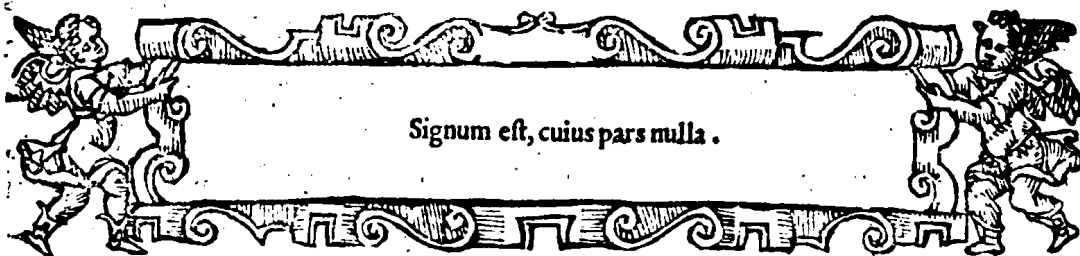
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparisonibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac denicq; de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum sit, ad ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis sit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INCipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] ostendentibus quòd vtrique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus explere vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit euectionem negligere.

Pythago-
reorum
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositioribus ad simpliciora fit transitum Geometra excutit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie aut ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sæpenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cóment.
primum.

Geome-
tra pgre-
ditur à cō-
positiori-
bus ad sim-
pliciora.

G sim-

Quæ ubi nã
Termini
Terminati-
tis præcel-
lunt, & ubi
Termina-
ta, Termini
nis.

In immaterialibus
rebus simpliciora præ-
cellunt cõ-
positiori-
bus.

Termini
imateriali-
bus præcel-
lunt Ter-
minatis imateriali-
bus.

Ratio.
In materialibus re-
bus cõpo-
sitiõs simpliciorib.
præcellunt.
Terminata mate-
rialia præ-
cellunt Ter-
minis materialibus.
Ratio.

Cõfirma-
tio eorum
quæ dicta
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspicatur. Dico itaque quod ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principalem, compositorum subsistentia. Proptereaquæ & in Mente, & in Ornatibus tũ medij, tũ ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proxime corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndeque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemque habent ascititiam, compositiores sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæque in sensilibus sunt à Natura progenita, præcuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndeque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitque ipsi adueniens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsistentibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quod in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorũ constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntque deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamque simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnica obscurans dimensionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulque distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaque simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existentibus, in materia alia quidem præcipue, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum sortitæ sint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes sunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas suas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ sunt, aliæ autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verūtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ sunt, eiusque magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latenter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusque omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinite naturæ magis est particeps. Quapropter ex eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaque omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quæ verò inter hæc media sunt, secundū Extremorū distantiā, aut ex eorū sunt numero, quæ Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cū ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cū autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantum omnia existens. Vique paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatē in principijs superiore tenent locū, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cōpositionibus factę rationibus. Materia namq, harū clarius potest fieri particeps, ad hasque potius quàm ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic
Duplicem
materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarū
imateria-
lium ordo

Respondet
tacitæ ob-
iectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Terciorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani. huiusque magis, quàm formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaue comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est huiuscemodi Terminos (Corporum inquā) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiuscemodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarū Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseque constabiliunt. Axes autē ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicue non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atque incessabilis motus præbitrices? Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiae vim, & æternam, & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūsilire. Aliæ autem magis reconditæ, abstrusæque orationes Opificem quoque Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoque diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheg Sigillum appellandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitā largitur, inexplicabile, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocavit. Centro siquidem manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dii, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Digressio

Stoicorū
opinio, ip
siusq; op-
pugnatio.Cætra qd
faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in 10.
de Rep.Pythago-
rei qua de
causa Po-
lum Rheg
Sigillū ap-
pellabāt.Cur cen-
trū Iouis
carcerem.Dii Polo-
rum.

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cœtra quidem Sphærarum omniū, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum coherencias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphæræ autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilem, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodque isti, quatenus primarum, & maxime principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso sortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt insipientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidam dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt; verùm impartibiliter, atque vniuniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Significationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timeus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet namque Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam, nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē,
hoc

Dii Axis.

Propria opinio.

Quorūdā duplex opinio, prima Stoicorum, secūda Aristoteli. Quō isti Termini subsistant.

Timeus.

Quilibet circularū Linea tantum est. Pla. in Timeo, vide et. à Arist. i. tertio de Cœlo.

hoc quoque eximiam partibilibus sibi vendicauit subsistentiam . & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam . & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur , propriam absorbit impartibilitatem . Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix , alia verò vt substrata Numeris materia : & principium quidem vtrique (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium : ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtrique iuxta genitricem causam . Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vtcumq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias : particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principiis contemplationem producenti , & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere : hancque intueri simplicitatem , quæ præest omnibus istis, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmetica. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in præfenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia . & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur . At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit . & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum , hic verò , simplex quò ad rationem . & vterque rectè quò ad propriam scientiam . Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus , neque imperfectam ipsam esse posuerimus . Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est . hoc siquidem ipsi tantum deest , quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me , Signum est . meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc . Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principiis conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit . Omne siquidem principium diuersa ab eis , quæ sciant à principio constare essentia : & horum negationes illius nobis patefaciunt

Dupliciter
vnitas cō
sideratur.

Duplici-
ter Signū
cōsiderat.

Dubitatio
Solutio.

Solum Si-
gnū i Geo-
metria par-
tiū expers
est, & sola
vnitas in
Arithme-
tica.

Finis Di-
gressio-
nis
Cur Eucli-
des à par-
tiū nega-
tione Si-
gnū de-
finiat.
Parmeni-
des.

ciunt proprietatem . Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiusmodi doctrina perspicuum fit . Fortē autē quispiam dubitet . Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens . Ad quā sanē ambiguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantum est, neque impartibilis : Verūm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum . Nā si partibilis esset tantum, non utique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistentes obscurantibus . Si quidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus continetur Figuris : verūm per secundas priores delentur . Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō esset inferior, neque per Formas operaretur . Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + consatam, conspersamque promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium : desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum . Quod si huiusmodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa . & iuxta illam, Signum præcipue essentiam habere dicendum . Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est . Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter . Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint . Quod itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quā Magnitudines sint, & quod Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est . At cum dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quod utique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt . Numerum dico, Monadicum . Quapropter Numerorum etiam quilibet, utputa Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures : Figuraque carent, & aduenticia Forma . Signum autem in Phantasia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectualem materiam . Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omni que Interuallo, ac loco immunis . Ha-

Dubitatio

Solutio .

Fundamentum .
Primum argumentum .

Secundum argumentum .

Cōclusio .

†
Cōuoluta promere &c.Phantasie duplex vis .
Definitio Signi secundū Pythagoreos, & eius expositio .

Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt .

Intellectus materialis .

bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasie gremijs apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio
secunda.

Linea autem, Longitudo sine Latitudine.

Côm. secundum.

Aliz Lineæ definitiones.

Digressio

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficie, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principij sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à ceteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cum ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existentiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Ceterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionem correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam. Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancquē seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adquē sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarj quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem; hancquē Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarj verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum tãquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportionem respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primū, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaquē propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarj est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hæc utique Totalitatē imitatur, ordinemquē illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico distat Interuallo: Binarjquē materiam. Superficies autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamquē formam, atque speciem susceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primū: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tripliciter distet, per Quaternariumquē Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnā cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hæc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secūdam existentem, iuxtaquē primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterum quòd & Signū

Arist. primo de cœlo
text. 2.

Exemplum.

Signū duplex.

Oraculū.

H post

Cur Pythagorei
Lineam
dicam
appellabāt.
Parmenides.

† hoc nāq;
Finis Digres-
sionis
Notio Li-
neæ iuxta
Apollonium.

Pulcherri-
mus Lineæ
sensus.

post Vnitatem, & Linea post Binarium, Superficiesque post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primum negatione auferens, deinde Totum. Quod si Multa ante Totum Numerus quoque ante Continuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasque ante Signum erit. siquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apolloni quoque sectatores dicentes, quod Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantum, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crassitiemque subiungimus: sed vnicam dūtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanē, cum etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cum autem Puteos, Solidum. omnes .n. distantias simul colligentes, tantum esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensus autem ipsius Lineæ habuerimus utique, si diuisiones locorum lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quæ super Terram est. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quæ vnā cum Lumine, & Umbra extenditur.

Definitio
tertia.

Lineæ autem Extrema, sunt Signa.

Intolerabilis Bina-
rii audacia

Digressio

Cōm. 3. OMne cōpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumque imagines in Mathematicis principijs palam se se offerunt. Cum .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeste videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quæ propter proprium progressum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamque intolerabilem audaciam sub Terminū, Finemque redigit, cum ab illa coerceatur: ita sanē Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cum .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in sensibilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiū expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longè prima cum Interuallo seipsam consti-

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequaque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cum .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineæ occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hīc verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret utique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quæ ipsis participant, iuxta causam præcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Præterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum equilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraque parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cum sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & culus Lineæ? siquidem neque infinitæ, neque cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens: talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus .n. quandam circumferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figuræ perficiendæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se cocunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperiēs utique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis
Notandum

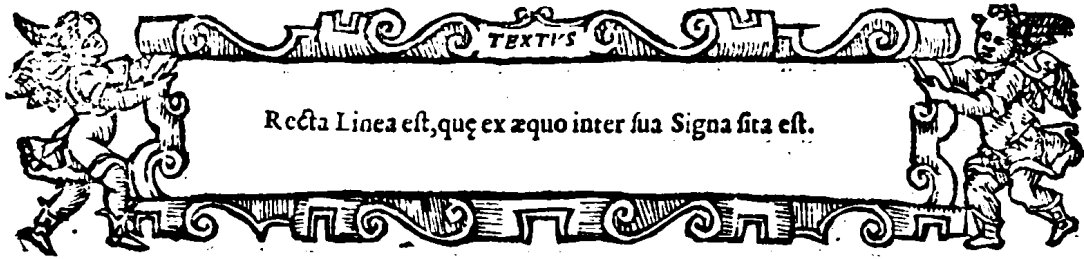
Prima propositio primi Elementorum.
Vigesima secunda propositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra consideratur.
Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

Definitio
quarta.



Recta Linea est, quæ ex æquo inter sua Signa sita est.

Cm. 4.
Diuisio Li-
nearum secun-
dum Plat.
& Arist.

Pla. in Par-
menide.

Arist. 1. de
celo t. 5.

Dubitatio
Xenocra-
tis.

Apollo-
nius in li-
bro de Co-
chlea.

PLATO quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam utique, & Circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunque per Solidorum sectiones producuntur curvarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, afferre imaginem. hoc nanque nullam habet partem, quemadmodum ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autem post Vnum, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitum, & Mistum, per hæc Linearum, & Angulorum, & Figurarum species in rerum natura producuntur. & Fini quidem Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionem respondent: Infinitum verò, Rectam iuxta hæc omnia. cunctis. n. propriè cõpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autem, quod in his omnibus est, Mistum illic existenti. Lineæ nanque mixtæ sunt, ut circunvolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apfides: Solidæ verò, ut Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mistæ. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantummodo simplices Lineas, verum quandam quoque tertiam dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrum describitur, quando, dum recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiem, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit. n. Helix, hoc est implexa, circunvolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundum partium similitudinem adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quæ quidem passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cõpetit. Planæ namque Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnō eius, quæ circa Conum, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola

aut

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Lineæ tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiusmodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoque docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoque Generationem manifestare. Oritur .n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteque Geminus cū ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producietur, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla .n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est: eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cū æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cū inæqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita sit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse. in hac .n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circumferentiā secundum excogitationem non infert, Circumferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circumferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim recte Lineæ terminatæ vtriusque quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio describet, eius autē Centrum, manens rectæ Lineæ Extremum erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat, Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur.

Solutio.

Digressio De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta sunt; eodem modo ex Circulari, & Recto omne mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū, quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Anima quoque Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassumpsit, ut omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, omnemque Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Circulari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in multitudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens, & nō solum Anima, verū etiam ille, qui Animam produxit, hasque potentias ipsi tradidit, utrasque primarias in sese habet causas. cum enim omnium eorum, quæ sunt, principiū, Media, finesque præassumpsisset, rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Plato. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad seseque reuersus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculata, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusque assistentis prouidentiae. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit actionis, quæque ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē terminum omnibus dominatur. Cum itaque duo hæc principia Rectum scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso præposuisset, duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumque essentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, sensilibusque ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, sensiliaque sortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulū agit: quatenus verò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū Formarum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Signa

Pla. in Timæo.

Timæus.

Linea recta cuius sit Nota. Circunferentia cuius Nota sit.

Due, quæ in Deo sunt Vnitates.

Finis Digressionis

Ponderat definitionem Euclidis.

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distātia, tanta est rectę, quę ab ipsis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circunferentia, vel etiam in alia quadā Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineę spatium, ipsorum distantiā superat: omnisque Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cōmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiā inquit: eos autem, qui non per rectā, à necessario plurimū aberrare. Plato autē rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quę in directum posita sunt pati necesse est: quę verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariū est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solē dicunt deliquiū pati, cum ipse, & Luna, nosterque oculus in vna fuerint recta Linea. tunc. n. à Luna mediā inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectę Lineę passio ostenderit vtiq; quod in his etiā, quę sunt, iuxta processus, qui à causis emanāt, Media quidem Extremorū distantiam, adinuicemque cōmunicationem, diuidendi vim habent. quēadmodum sanē iuxta regressus, quę etiā ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineā, minimā earū, quę Terminos habent eosdem. Cū. n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdē Terminos habentium minima est. si. n. quēdā fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquę omnes rectę Lineę definitiones, in easdē recidunt sententias. Exēpli gratia, quod in suis constituta est extremitatibus. & quod nō est pars quidē ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q̄ omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quod extremis manentibus, ipsa quoque manet. quod demū cū vna, quę sit sibi specie similis Figurā non perficit. hæc. n. omnia rectę Lineę proprietatem exprimunt, quā habet ex eo quod simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremū progressum. hæc etiam de rectę Lineę definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineā Gemīnus, primū quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cōpositam, refractam, Angulumque efficientē: reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositā, in eam, quę Figuram efficit, & eam, quę in infinitum producit. Figurā facere dicens, Circularem, Clypeiūque Lineam, quęque Hæderę similis est: non facere autē Rectanguli, Obtusanguliūque Coni sectionem, Conchæ

Definitio
rectę Li-
næ secun-
dum Pla.

Pulchra d
rectę Li-
næ passio
ne in iis,
quę sunt,
cōtēplario
Dcfo re-
ctę Lineę
secundum
Archime.

Multę re-
ctę Lineę
defōnes.

Alia Li-
næ diui-
sio secūdu
Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incompositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoïdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtpote Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Istas autē sectiones alias quidē à Menghmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Eratosthenis Pentametrum:

Neque Menghmōs in Cono secare Ternarios.

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epigramma.
Conicę sectiones
Spiricę sectiones

Tres Lineas in quinque sectionibus spiricas cū inuenisset

Perseus, harum causa Dñs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atque Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equinę similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariè igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliū partium, quemadmodū ceteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vna verò mista circa Solidum. Idque euidenter Geminus demonstrat, cū insuper demonstrasset, quòd si ad similium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum,

Tres solæ sunt Lineę partium similium

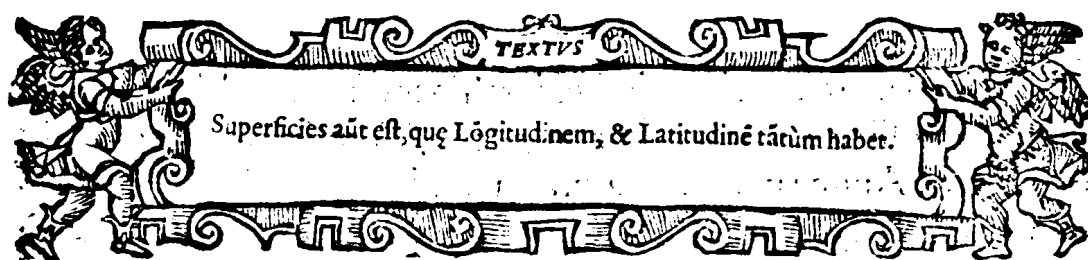
Theorema Gemini.

Hæderę

Hederęquę similitum Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesquę cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsenti esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasquę duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem: necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasquę, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularē. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, quide simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ort^o Spirituū, et Cōchoi dū, & Hæderę similitū Linearum.

Cur Euclides duas tantū Lineę spēs tradiderit



Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quę duplici distat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tantū] duobus Interuallis adiecit, utpote tertio Interuallo in superficie non existente: hæcquę negationi Crassitudinis æquipollet, ut hīc quoq; Superficie ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentiā comparetur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idē declarantes. Superficie autē cognitionem nos habere dicunt; cū agros dimetimur, eorumquę extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficie definitiones.

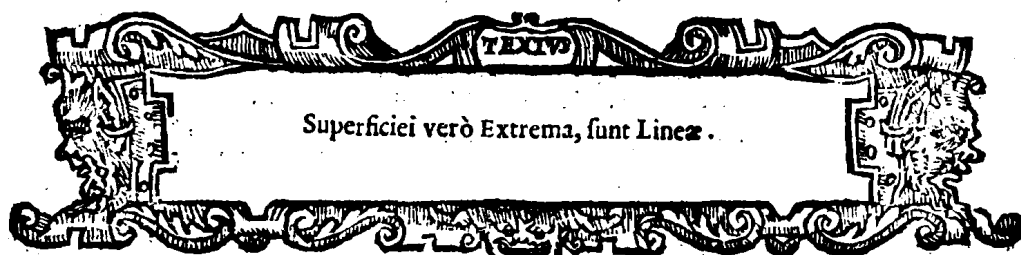
Simile dixit de Linea superius in cōmento 2.

I re,

Qua de cā
Pythago-
rei Terna-
rio Superfi-
ciem asfi-
milari di-
cebant.

re, umbras insipientes . cum . n. ipsæ sine Crassitudine sint , eò quòd
interiorem Terræ partem penetrare non possunt , Latitudinem tan-
tū , atque Longitudinem habent . Pythagorei autē Ternario ipsam
assimilari dicebant . Quoniā sanè omnibus , quæ in ipsa reperiuntur
Figuris Ternarius longè prima est causa . Circulus . n. qui Orbicula-
rium principiū est , latenter Ternarium habet , Centro , Interuallo , atq;
Circunferentia . Triangulū autem cum omnium Rectilineorū prin-
cipatum teneat , vnde quaque manifestum est , quòd Ternario claudi-
tur , & iuxta illum Formam suscepit .

Definitio
sexta.



Superficiei verò Extrema, sunt Lineæ .

Cóm. 6.
Digressio

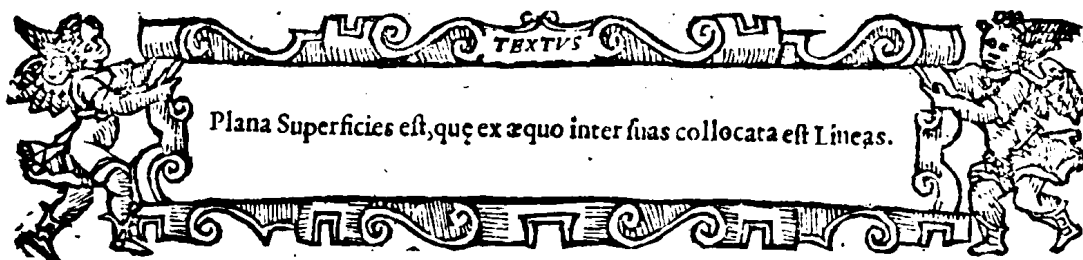
Vnū hic,
pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū est , quòd omne pro-
ximum quolibet eorū , quæ sunt simplicius , Terminū cuiuslibet , & Fi-
nem affert . Anima nanque Naturæ operationē perficit , atque deter-
minat : & Natura , Corporū Motionem : & ante hæc Mens , Animæ
conuolutiones metitur : ipsiusque Mentis vitam , Vnū . illud . n. mē-
sura omniū est . Quēadmodum sanè in his quoque Solidū quidem à
Superficie , Superficies autē à Linea , Lineaque à Signo terminatur . il-
lud siquidem , Terminus omniū est . In Formis igitur immaterialibus ,
rationibusque impartibilibus Linea vniformis existēs , in Superficie
progressu variū motum terminat , ac coërcet , ipsiusque proximè vnū
infinitatē . In imaginibus autē cum Terminato Terminans aduenerit ,
hoc pacto Terminū ipsi præbet . Siquis autē hīc quoque quærat quo-
nam pacto omnis Superficiei Extrema sint Lineæ , cum non omnis
etiam finitæ Extrema sint , Sphæræ nanq; Superficies , terminata qui-
dem est , non autē à Lineis , sed à se se . Dicemus quòd accipiendo Su-
perficiē quatenus duplici distat Interuallo , à Lineis ipsam terminari
iuxta Longitudinē , Latitudinemque reperiemus . Quòd si Sphæricā
inspexerimus , ipsam vtique accipimus vt eam , quæ iā Figuram susce-
pit , & aliam habuit qualitātē , & finem principio coniunxit , ex duo-
busque Extremis Vnum fecit . & hoc potentia duntaxat vnū exi-
stens , non autem actū .

Plana



Definitio
septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planū Superficieī ponere speciem, verūm vt idē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Interuallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies: Itidē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidem Superficieī faciunt, eius verò speciem, Planum, quēadmodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineę similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancq; similiter ait duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficieī. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesq; rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cum Linea, itemq; Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantūm, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Cōpositionē mista sunt. neque etiā si vtrunque secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaq; fuit. Quamobrem hoc quidem Mistionē esse

Cōm. 7.

Plato in 7
de Rep.

Aristo. in
pluribus
locis.

Aliorum
multæ Su
pficieī de
initiones

In cōm. 4.
Parmeni
des.

Documen
tum.
Geminus.

Mistionis
modus di
uersus est
in Lineis,
& in Sup
ficiebus.

Lineæ per
Cōfusio
nem mistę
sunt.

Error The
odori Ma
thematici.

Supficies
per Tépe-
rationem
miste sūt.
Coni ort⁹

Pulchrū.

Commu-
ne Lineis,
& Superfi-
ciebus.

Admirabi-
le Superfi-
cierū pro-
prium.
Spiræ ort⁹

Tres sunt
Spiræ.

1 Spira cō-
tinua.

2 Spira im-
plicita.

3 Spira di-
uidua.

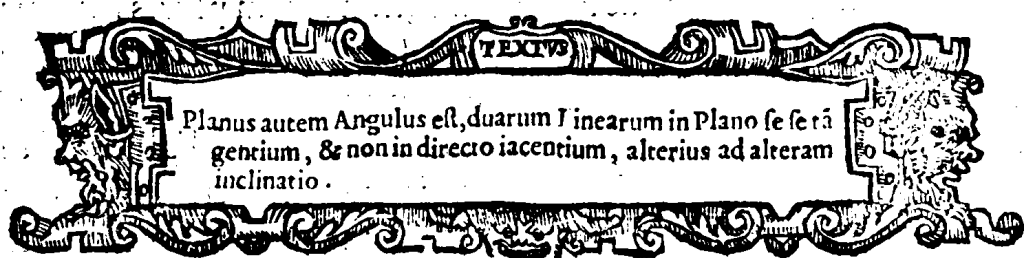
Tres sunt
Spiræ Se-
ctiones

Duplici-
ter sūt mi-
stæ Super-
ficies.

Quatuor
corpora, q̄
mistas hnt
Supficies,
à trib⁹ Co-
nicis Line-
is produ-
cuntur. Et
eorū Sup

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficie-
bus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē:
sed potius per quandam Temperationē. Circulū. n. in subiecto Pla-
no intelligentes, & Signum sublime, à Signoque ad Circuli Circun-
ferentiam rectam Lineam producentes, ipsamq; rotantes, Conicā
vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusq; ipsam secan-
tes resoluemus in simplicia. à vertice. n. ad Basim sectionē ducen-
tes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea,
Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit. neque. n. nos
ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secen-
tur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Mo-
dus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficie-
bus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simpli-
ces, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præceden-
te doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis
artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus
quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæ-
ricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem
cōstituuntur, scientia ipsa, eiusq; ratio inuestigat varietatē. Hoc autē
admirabile in ipsis est, quod scilicet à circulari quoque Linea, Super-
ficiēi Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq;
contingere dicimus Superficiēi. per Circuli. n. reuolutionē hæc in-
telligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū
non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut. n.
in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.
Quod si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua:
si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresq;
sunt Spiricę sectiones, iuxta hæc tres differentias. Verūtamen om-
nis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producit, Circularisq; mo-
tus. Fiunt autē Superficies mistæ tum à simplicibus (vt diximus) Li-
neis, dū huiusmodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cū ergo tres
sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant
Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Re-
ctangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quæ Spheroidea nominan-
tur. si circa maiorē quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò
circa minorē, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoi-
des. Sciendum autem est, quod interdum quidē ex Lineis in superfi-
cierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Coni-
cis. n. Spiricisq; Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas
Lineas.

Lineas . Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quòd Linæ quidem partiū similium tres sunt (vt superius dictū fuit) Superficies verò duæ tantum. Plana, atque Sphærica . non autē Cylindrica quoque , siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt . Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnā Geometra elegisset (Planā inquam) hanc vtrique definiuit, in hacque vtpote subiecta, Figuras , harumque passiones contēplabitur . copiosior nanque in hac ei est sermo , quàm in alijs Superficiebus . rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam , aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non imerito igitur hanc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat . hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit . & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectū, & ante oculos constitutum ; cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines .



ANgulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alj verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alj autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur . Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidū.

ficies Conoides appellatur.
1 Rectangulū Conoides.
2 Obtrunculū Conoides.
3 Oblongū Sphæroides.
4 Latum Sphæroides.
Secunda cōmunitas linearū, & superficierū Secunda diuisio Linearū, & Superficierum.
In cōm. 4. Duæ tantū similitū partiū Superficies sunt.
Cur Geometra Planā tantum definiuit Superficiē Quō Planū intelligendū sit i Geometria.

Definitio octaua.

Cōm. 8. Digressio Triplex de Angulo opinio.
1 opinio, quæ est Euclidis.
2 opinio, quæ Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūque fundamentū.

Tertię o-
pinionis
cōfutatio.

In tertio
Elem. pro-
pōne 16.
Secundę
opinionis
cōfutatio.
Primū ar-
gumentū.

Secūdam
argumētū

Primę opi-
nionis cō-
futatio.

Argumen-
tū in con-
trarium.

Propria o-
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem ge-
neris Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent :
Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus
sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad
Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē ha-
bent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur
aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri po-
test. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Quali-
tas solum est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto
in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Ma-
gnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoque diuisibilitas
verūm similiter vtriscq; per se se accidunt. Quod si ea, quibus hæc per
se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū
est vtriq; quod Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis si-
quidem Magis, & Minus proprię sunt passionēs, non autē Aequale,
& Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inæquales dicere, & hūc
quidem maiorem, illū verō minorem : sed dissimiles, aliumque ma-
gis Angulum, alium minus. Verūm quod hæc aliena sint à Mathe-
maticarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem
Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis An-
gulus est, ille verō minus. Tertiō si Angulus Inclinatio est, ac deniq;
eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtriq; eueniet, vt vna existen-
te Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si
nihil aliud est quā ipse Linearum, vel Planorum respectus, quī fieri
potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli
verō plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Trian-
gulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Trian-
gularium Linearum inspicies Inclinationem : duos verō distinctos
Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli : alterum
verō, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtruncq; à iam
dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat.
Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem,
aut eorum, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates
sunt, harū verō ad seinuicē rationes, eorum, quę ad Aliquid. Opor-
tet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci.
Talibus planē Dubiis existentibus, & Euclide quidē Angulum In-
clinationē dicente, Apollonio verō Superficie, vel Solidi in vno Si-
gno sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem
vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem no-
strum

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vñ quoddam spectarunt. Non est autem Angulus duntaxat huiusmodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationem habens. Adest autem ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidē ab alio, illud verò ab alio habens Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate, Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vñ aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem, Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt; neque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hæc perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficie, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cū hæc quoque ipsius cōpleant essentiam) verū nihil aliud esse, quàm Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea: ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Vt Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solum, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cū autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quàm Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractionis quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cū in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autem, & quicumque ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enarrant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicumque Angulum esse dicunt

primū

Destruit
argumēta
quæ in ip-
sum refie-
ri possēt.

Anguli
Plani per-
fecta defi-
nitio.
Anguli So-
lidi perfe-
cta defō.
Vniuersa-
lis, & pfe-
cta Angu-
li defō.

Opinionū
distributio
Eudemi sū-
damētum
in lib. suo
d Angula

Euclides.

Plutarchi,
& Apolloni
nii aliud
fundamē-
tum.

Fundamēti
destructio
Primū ar-
gumentū.
Secūdum
argumētū

Carpi ali-
ud funda-
mentum.

Fundamēti
destructio
Finis Di-
gressionis
Angulorū
diuīsiō.

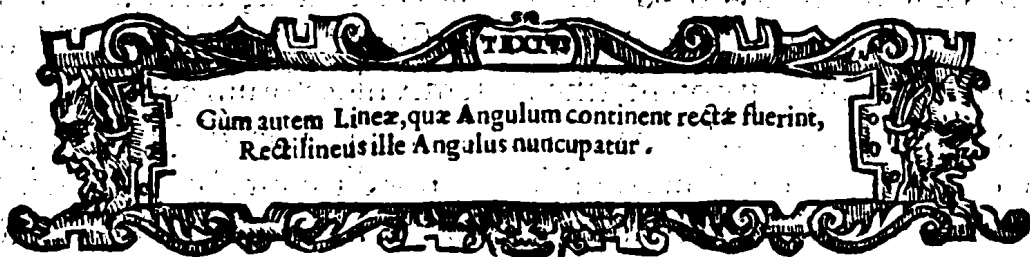
Anguli
Sphærales

Angulus
ex Clypei
Linea.
Linearum
Cissoïdum
denotatio.
Angulus
Cissoïdes.
Angulus
ex Hippo-
pedis Li-
neis
Tres ex
Circūferē-
tiis Angu-
li fiunt.
Angulus
vtrinque
cōuexus

primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam. oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cum Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest, vt primum accipiat. omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile. Præter hoc etiam si vtcunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus. Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum, vel Superficierum: hancquē vnico distantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum. non .n. omnē, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam. Hoc autem omnium absurdissimum est, aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam. verum de his quidem satis, superquē. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum. Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis. in Cylindrica nanque Superficie fiet vtiq; Angulus, & in Conica, & in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis constituuntur. facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialē in duas dissecans partes, ad Superficierum secantium verticem. suntquē in Sphærica Superficie huiusmodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypei quē Linea Angulus comprehenditur: sed harum vna quidem mista est, altera verò simplex. Quòd si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus. Cum autem Cissoïdes, hoc est Hæderæ similes Lineæ, ad vnum cocuntes Signum, sicut Hæderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus. Idem cum Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus. duæ nanque Circunferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt. ipsosquē triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtraque Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui comune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autem, Planum ipsum, Anguli namque positionem habent: ortum verò talē, quod duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autem hæc definitio primum quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoïdes cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoïdem vocamus, non autem eius particulas (ne aliquis dicat, quod hæc coeunt Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliam. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunque alia aduersus hanc opinionem obijci consueuerunt. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta istam partem [& non in directo iacere] vt in ipsis, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alteram Inclinationis ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant: Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.



Cum autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint,
Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

K in

Angulus
vtriusque ca
uus, vel Sy
stroides.
Angulus
Lunularis
Duo sunt
Anguli ex
Linea re-
cta, & cir-
cunferentia.
Angulus
Semicircu-
laris.
Angulus
Cornicu-
laris.
Tres ex re-
ctis Lineis
fiunt Angu-
li, de qui-
bus inferius
in cō. 10.
Ponderat
Euclidis &
definitionē
Confutat
Euclidis &
definitionem
triplicem sū-
dametro.
Primum fun-
damentum.
Secundum
fundamē-
tum.

Tertium fun-
damentum.

Defō 9.

Cōm. 9.
Digressio

Vniuersa-
lis Anguli
cōsidera-
tio .

Oracula .

Pulcherri-
ma Angu-
lorū oīum
cōsidera-
tio .

Angulorū
qui in Sup-
ficiebus .

Angulorū
qui in Soli-
dis .

Angulorū
qui in sim-
plicibus Su-
ppiciebus .

Angulorū
qui in mi-
stis Super-
ficiebus .

Angulorū
Circula-
rium .

Angulorū
Rectili-
neorum .

Angulorū
Miltorū .

Pythago-
rei .

Philolaus

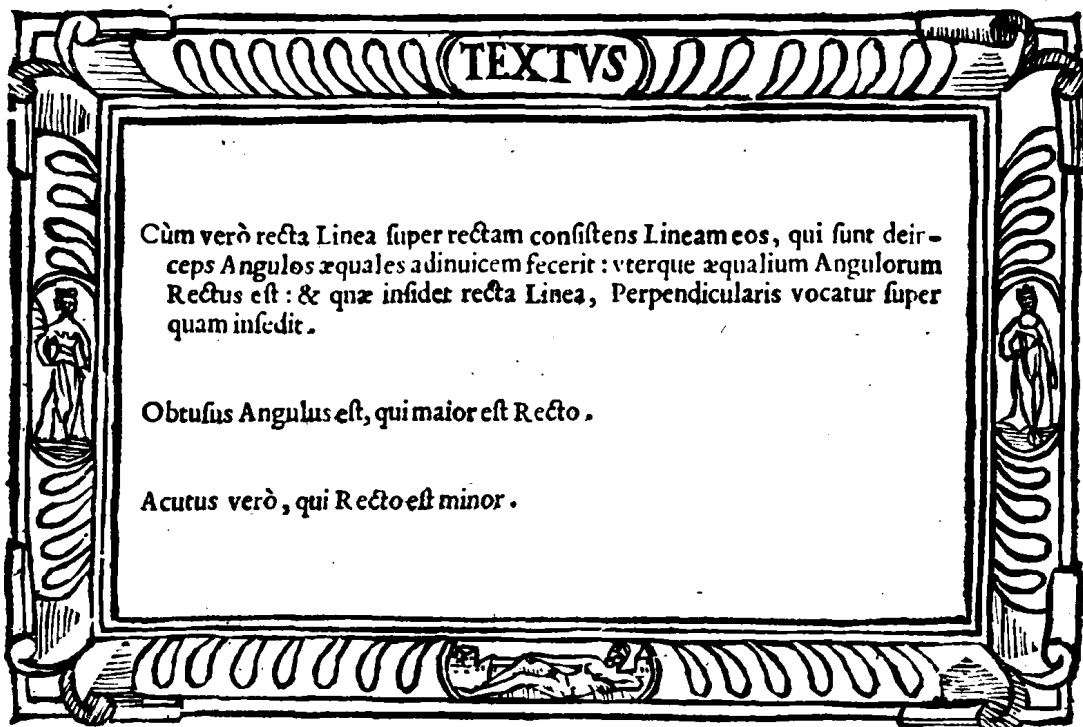
Asinus
Philoso-
phus .

Vide idē
superius
cap. 9 .

Solutio tā-
cite obie-
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuisa in vnū, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cōmunitatē.
copula .n. is quoque plurium Linearū, Superficieumquē fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per
ipsum constituitur Figuræ cōprehensor. Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniun-
ctionum, per quas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-
munitatem, & vndequaq; partibilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant. Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
mas ipsarum, imistasquē affingunt: alij verò eas, quæ infinitatē pror-
gressionum in ipsis existentium complectuntur. & alij quidem intel-
ligentium Formarum vnitrices: alij autē Sensilium Rationum: alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.
Qui igitur ex Circumferentijs sunt Anguli causas imitatur, quæ intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circumferentiæ namq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-
gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus president, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cōmuni-
tatum, tam sensilium, quam intellectuum Formarum, iuxta vnica
immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiū est igitur adhæc
respicendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud
Pythagoreos, namque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inuenimus,
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsquē alios consecrauit,
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuersas,
quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Asinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta
Laterā: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,
progressionem, atq; potentiā: hos autem, vniuersorum coniunctionē,
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditantes. At hæc
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineæ
hic Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est. nam quod in his Vnū, &
impartibile reperitur, aduentitiū est: in ipsis autē Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cum



Hæc sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (inquā) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per equalitatem, & identitatem, similitudinemque definito : his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminate constitutis. At multi quidem Geometre huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .i. esse Angulos. Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum .n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit : alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem à se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidem à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudinemque præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decretionem suscipientem : quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cóm. 10.
Socrates i
Repub .

Digressio

Pythagorici Geometre red-
dunt cam
cur tres
sint recti-
linei An-
guli.
Finis.
Infinitum

Rō, quæ à
Fine pro-
uenit re-
ctū efficit
Angulū.
Rō, q̄ ab
Infinito p-
uenit Ob-
tusum, &
Acutū p-
ducit An-
gulum.

K a natu-

Rectili-
neorū An-
gulorum
pulcherri-
ma ad De-
os compa-
ratio.

Rectili-
neorū An-
gulorū ad
ea, q̄ sunt
cōparatio
Pulchrum

Perpēdicu-
lari pul-
chra cōli-
deratio, et
cōparatio
Perpēdicu-
lari Figu-
rarū meti-
muralitu-
dines. Hu-
ius ac cau-
sā vide in
ferius i cō-
mēto 19.
Rectili-
neorū An-
gulorū ad
virtutē, &
vitiū cōpa-
ratio.
Epilogus.

Finis Di-
gressio-
nis
Primū no-
tādum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cum vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dijs: Obtusos verò, atque Acutos Dijs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis praeibitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansæ prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causæ assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurè igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quam ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientie, coniunctionisque naturæ, vel (vt Greci dicunt) Sympathie distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē. Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, immaculatæ potentiae, & indeclinabilis, huiusmodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cum ipsi per se se indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum vero, atque Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acuti que Anguli generis addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verum non omnis absolute, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

+ verò,
Hebetudo,
atque A-
cumen.
Hæc &

quidē.

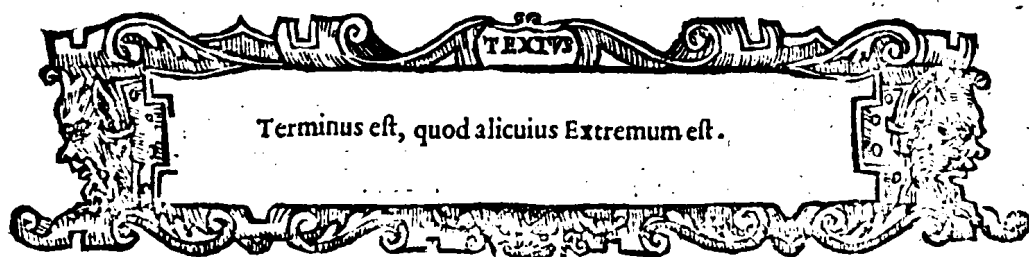
& non Rectilinei. Quinetiam multi curvilinearum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineū esse. Hoc itaque primum adnotamus; Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stantē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrā inclinatæ partē, erant innumeræ: & non vnica tantum, quēadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit Angulos æquales adinuicem] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus: siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti, cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrā partē, æqualitatis ambo- bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolute adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hic quoque Autoris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo; quod scilicet de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quāobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quæ in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quæ Solida appellatur, non est præsentis tēporis definire. Quēadmodum igitur Planū definiuit Angulum: ita etiā huiusmodi Perpendicularē, quoniam solida Perpendicularis non ad vnā tantum rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verum ad omnes, quæ eam tangunt, & in subiecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

Secūdum.

Rectus an-
gulus non
Rectorū
mēsurā ē,
quēadmo-
dū, & In-
æqualium
æqualitas.
Tertium.

Quartū.

Quintum



Terminus est, quod alicuius Extremum est.

Defō 13.

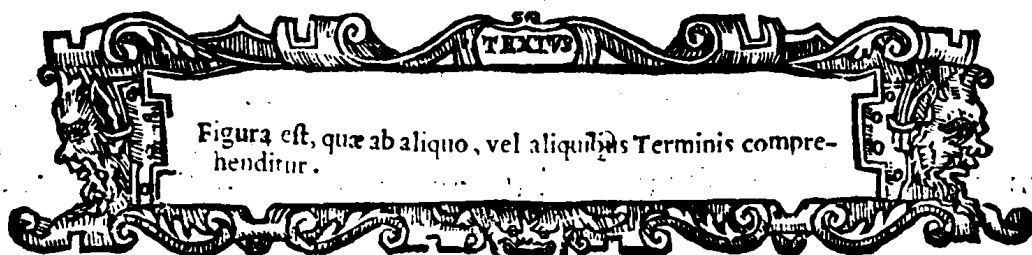
Terminus non ad omnes magnitudines referendus est, Lineæ namq; Cōm. 11.
Termini-

Geome--
tria, q̄ ab
initio fuit

Circulus
est quod-
dā Planū
spatiū. Cō-
trariū vi-
de superi-
or in cōm. 1.

Defō 14.

Terminus est, & Extremum : verūm ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora . nunc .n. Terminum vocat Ambitū , qui vnūquodque Spatium terminat , atque distinguit . huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit . non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atq; excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosque seruabant, ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenere . Cū itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset, nō immeritō ipsum, Extremum quoq; Spatorum definiuit . per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur . Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē , Terminum , atq; Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium : in cæterisque similiter .



Cōm. 12.
Figura
multiplici-
ter dicitur
Prima spe-
cies Figu-
ræ.

Secūda .

Tertia.

Quarta.

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasque in species diuiditur, operæpretium est primū eius differentias inspicere : postea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione differere . Est itaq; Figura quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura, quæ ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente. Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresque Figure, Naturę opificia. alię quidē in ijs, quę sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes: alię verò in cœlis, quæ ipsorū potentias, & motus distingunt. per se se nanq; & adinuicē cœlestia corpora plurimā, admirabilēque exhibent Figurarū varietatē: & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes: & suis cōcinnis reuolutionibus incorporcas, ī materialesque Figurarū describunt potentias. Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per se seqûe mobiles sint, ijs, quæ ab alio mouentur præexistunt; cùm verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ijs, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialemquæ Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partibilibus essentijs præstant: vndiq; verò impartibili, Mentisquæ luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquæ firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensillum verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignoræ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicijs suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuscemodi nanque characteres ignotas Deorum patefaciunt vires: alia verò formis; atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens; & alia quidē cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris: & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis; & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasquæ demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognitionē. Cùm itaq; Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriam naturam sinceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenustate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquæ subsistunt. Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquæ generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquæ sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Fi-

Timæus,

Quinta.

Sexta, & vltima Figuræ spēs oīum pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oīum cōsideratio.

Democriti opinio, & eius cō-

guras

futatio, vi
de ēt Ari.
in lib. de
sēſu & ſē
ſili, & ī li.
de diuina-
tione per
ſomnū.
Primū ar-
gumētum
ſecūdū ar-
gumētum
Opinio p
pria.
Prima opi-
nio, quæ ē
Antiquo-
rū, & eius
cōfutatio.
ſecūda o-
pinio, q̄ est
Stoicorū,
& eius cō-
futatio, vi
de ēt. Ari.
prima, &
13. Meta.
& 2. Phy.
19.
Primū ar-
gumentū.
ſecūdū ar-
gumētum
Propria o-
pinio.

Qualis in
Deis Figu-
ra ſit.

Qualis in
Naturis.

Qualis in
Animis.

Pulchra
Naturæ ad
Aīam cō-
paratio.

guras, producere (motus ſiquidem cūm imperfecti ſint , principalem
vtique, primariamq̄ue habere non poſſent effectuum cauſam : neque
ex motibus contrarijs eadē ſæpe fierent Figuræ . ex additione nanq̄,
& detractiōe, eadem quandoque fiet Forma) verūm hæc alijs in ge-
neratione ſeruare cenſebimus , perfectionemq̄ue ipsis ab alijs primi-
genijs cauſis aſſignari dicemus. Neque igitur illæ quidem, quæ mate-
riæ expertes ſunt Figuræ ſubſiſtere non poſſunt , illæ verò tantūm,
quæ in materia ſunt, ſubſiſtunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque
(vt alij aiunt) ſunt quidē extra materiam, ſubſiſtunt verò ſecundum
excogitationē duntaxat, & abſtractionem . vbi .n. certitudo, & pul-
chritudo, & ordo Figurarum in ijs, quæ per abſtractionem ſubſiſtunt,
incolumis ſeruari poteſt : eiufmodi .n. cūm ſint , cuiusmodi ſenſiles,
quā longē ab inconuincibili, puraq̄ue deficiunt certitudine . Cūm
autem ſuſcipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vnde nā
hæc accipient : aut .n. à Senſilibus (verūm in illis non erant) aut ab
Intellectilibus (verūm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod
non eſt , omnium eſt abſurdiſſimum . non .n. imperfectas quidem
Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo ſubſiſtentes re-
liquit . nec fas eſt Animam noſtram certiores , & perfectiores, ma-
gisq̄ue ordinatas producere Figuras, quā Mens, ipſiq̄ue Dñj . Sunt
ergo ante ſenſiles Figuras, per ſe ſe mobiles, & intelligentes, & Diui-
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à ſenſilibus, pro-
ferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines ſunt . & his
ſenſiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diui-
nas, per Imagines cognoſcimus . emergentes .n. ſe ſeq̄ue propagan-
tes quæ in nobis ſunt Rationes, Deorum formas oſtendunt , vniforme-
ſq̄ue vniuerſorum Terminos . per quos inexplicabiliter in ſe ſe
cuncta conuertunt, in ſe ſeq̄ue continent . In Deis igitur cum egregia
vniuerſarum Figurarum cognitio eſt, tum gignendi , & cuncta infe-
riora conſtituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem
eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligē-
tiſq̄ue perceptionis expertes ſunt. In Animis verò particularibus, im-
materialis quidem intellectio eſt, & per ſe ſe agens cognitio: fecunda
autem, efficaxq̄ue cauſa, non eſt . Quemadmodum igitur Natura ef-
ficiendo Senſilibus præeſt Figuris, eodem modo Anima iuxta cog-
nitricem ſui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in ſpeculo
Figurarum Rationes . Illa autē in ſuis ſpectris eas recipiēs, habensq̄ue
imagines earū, quæ intus exiſtunt Rationum , per hæc quippe ima-
gines præbet, Animæ intus conuerſionem, ad ſe ſeq̄ue ab ipsis ſpectris
actionē

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiusmodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se seque obiectis inferere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Intervallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in unionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cum ad Vnitates redierint, terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit.) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vnā cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque supersius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nihil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidem terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositum adijcit. cum. n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicem progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiam Anguli Ratio) vnum quidem Terminum, Formamque simplicem inferens, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherri-
mum exē-
plum.

Applicat
dictis exē-
plum.

Epilogus.

Vnū hic, p
Deo, vt et
superius i
cōm. 6.
Finis Di-
gressionis
Geome-
tra eā cō-
tēplat Fi-
gurā, quæ
in Phanta-
sia est.
Ponderat
Euclidis
Defōnem

Quo Figu-
ra, Finem,
et Infinitū
in proprijs
Formis o-
stendat

L circa

Qualis sit
Figura, q
ab Eucli.
definitur.

Cefo Po-
sidonii.

Cóparat
Posidonii
Defonem
Definitio-
ni Euclid.

Duplex
Circuli có-
sideratio.
vide et fu-
perius in
cóm. i. &
in có. ii.
Dubio con-
tra Eucli-
dis defini-
tionem.
Argumen-
tum,
Solutio.

Digressio.
Causæ Fi-
gura perfici-
entes.
Figure Ra-
tionis tri-
plex cá-
prima.

Secunda cá-
q est pria
Totalitas.

Euclides i
lib. de Di-
uisionibus

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatiq̃ annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans: ipsamq̃ terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusq̃, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremq̃ ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod signatum est, quodq̃ vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quantitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusq̃ vir Euclidis obtreteret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Terminò, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quod genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumq̃ priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cum vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione completur. Metum vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusue causis perficitur? Dico sanè, quod primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisq̃ Mixto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Mixto producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Mixti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porro ipsa etiam cilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuersas ipsarum dissectatur species. Circulus namque, & Rectilincorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

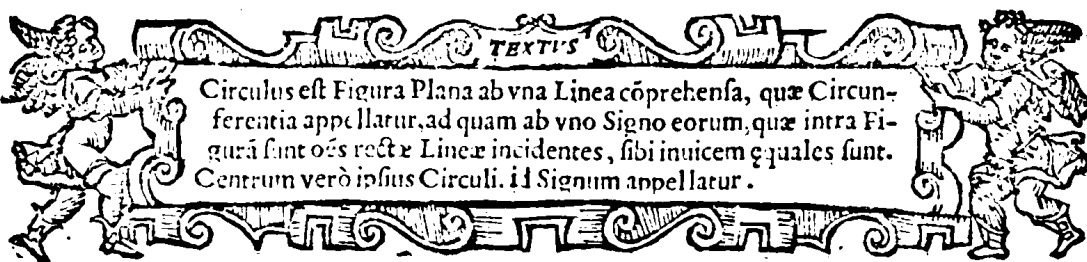
ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat utiq; donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quẽadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sanẽ ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrã rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriẽ manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnã cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verũ qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes efficitur, siquidem longẽ prius in principijs præexistit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuscemodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã,
quæ est accumulata
Multitudo.

Quarta cã
quæ est Numerus Ternarius.

Numerus est i Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.
Quinta cã,
quæ est secũda Totalitas

Quo Figura Diis attribuitur.



Defō 15.

Defō 16.

Circulus est Figura Plana ab vna Linea cōprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā sunt oēs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt. Centrum verò ipsius Circuli. id Signum appellatur.

Cōm. 13.
Circulus
ē oīum Fi-
gurarū p-
fētissīma.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciore loco existit : ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquæ, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionem respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuiniore esse naturæ Circulum reperies. si .n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur : instabilemquæ mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione : omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequæ participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētisquæ varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ : hoc verò, simplex, & intelligēs : per se mobile, & per se agens : in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porro Timæus quoq; cū vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamē quòd Circulus quidē vbiq; respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operæpretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & vsq; ad inferiora desinentē, omniaquæ pericientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dñs itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in seipsis maneat, à beatitudinequæ sua non discedant, summas quidē ipsorū

vniō-

Socrates i
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus
pfectionē
reb⁹ oībus
præbet.
Deis.

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumquæ simplicitate continens. Mētium autē essentis hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se sequē intellectiōnes perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocquē tanquam Centrū est Menti; Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndicq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mētē conuertēdi, circa Mētē circumsiliēdi, redeundiquē iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mētē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mētē, similitudinē, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocquē demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. his verò, quæ sub concavo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaquē euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinē affert, ex feminibus siquidem hæc, ex hisquē semina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrā: vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. his verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisquē ordo.

Mentium
essentis.

Animis,

Vnum hic
pro Mēte,Cœlestib;
corporib;.Quatuor
Elemētis,Animalibus,
& Plātis.Iis, q̄ p̄ter
naturam
fiūt.Musæ i 9.
de Repu.
Socrat. in
Repub.

Epilogus.

Circuli
pulchra in
Numeris
cōtēplatioNumeri
Circularis
cōtēplatioQuinari;
et senarius
mediū in-
ter oēs nu-
meros pos-
sident locū.
Finitis Di-
gressionis
Mathema-
ticę Circu-
li definitio-
nes, & cō-
ditiones.
Prima cō-
ditio.
Secūda cō-
ditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dijs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē . Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circunuoluitur . Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ijs, quæ sunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur . eum .n. multiplicantur , in se se desinunt . Progressionis igitur imago est multiplicatio , siquidem in multitudinem extēditur : Regressionis verò, exitus in eadem specie . Horum autē vtruncque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas . Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes . Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne femineum, & par, fecundæque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam . Verum hæc quidem hucusque terminata sint . Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndeque existētem contemplabimur . Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanē finitus est , & ab vno Terminovndeque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Terminovndeque consociatus . Itemque Planū , quia cum Figuræ vel in Superficiebus , vel in solidis spectentur Corporibus , Circulus planarū Figurarū prima est , simplicitate quidē solidis præstans , Vnitatis verò ad planas rationē habens . Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quod Vnitas est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit . Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes , quoniam earum etiam Figurarum , quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas . Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes , ad ipsamque incidentes, æquales sunt : verum duæ tantum . Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnā habet continentem , non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint . Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnus haud sunt Centra)

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet namque Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neque hoc abbre'fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum. siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoque adiecit, quòd hoc Signum, quod vtrique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiusmodi Signa sunt, Polus nempe, atque Centrum. verum ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes .n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterque in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidque tota Circularis Figura, hucusque determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui sunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluntur vniōem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Intervalla, externaque Circunferentia: ita sanē in illis quoque haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verum vnā quidem omnia sunt, permanens, progressus, atque regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indivisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperies. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoque habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Sexta.

Defō Cētri.

Quid sit Polus Circuli, & eius defō.

Epilogus.

Digressio. Centri, & distantiarū à Centro, & Circunferētiæ in Exēplariis cōtemplatio.

Quo hæc cū illis cōmunicent.

Quo differant.

Pulchrum

Quo innueniatur ille qui verē ē

Circulus,
& vera
Circularis
natura.

Idē supe-
rius in pri-
cipio huius
cōmenti.

Cētri Ma-
thematici
ad cētrum
intelligi-
bile pul-
chra com-
paratio
Defō Cē-
tri ab Ora-
culis tradi-
ta.

Prima cā,
p quā Fi-
gura Cir-
cularis ap-
paruit.

Orphei
carmen

Triadicus
Deus,

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā fit partitio ē cōspectu remoueris, eū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atque regredientem: nec non sui maximē impartibile, maximeque singulare firmiter collocantem: prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quae in ipso est infinitatem: ad vnum verō sese ex sese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui naturae, occultatricemque in ipso vnus vim se se excitantem. Quod porro vnum cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur. quod nancque conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquam Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atque desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumque progressuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoque Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemque ipsis præbendo tanquam propriae vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Centrum est, à quo omnes vsque ad Circunferentiam æquales sunt: Et ad quod.

Verum quod quidem sit distantiae Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quod verō Circunferentiae medium, per particulam [ad quod]. hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque susceperit, supremum utique intellectuum dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis causae assimilatur: Lineae autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitae, Infinitatem affingunt: Linea uerō, quae infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cum Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

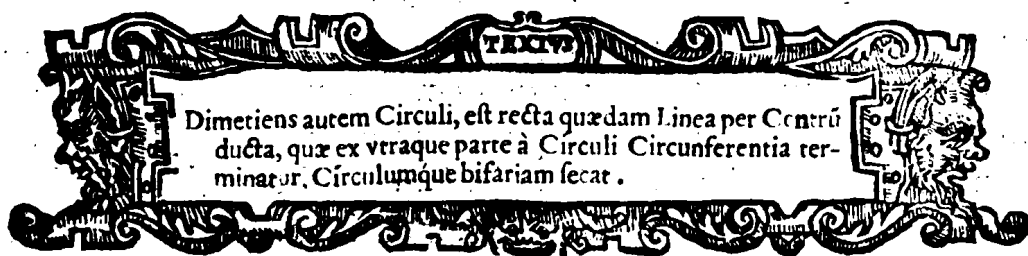
Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cum enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudque tanquam Centrum suae habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-

nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumque maxime arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quod prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectibus causas.

Prima Figuræ circulus, & prima Rectilinearū Triangulū. Epilogus.



Defo 17.

Q Vòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicue Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogramorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verum in his quidem, Diagonius etiam nominatur; in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, proprie Dimetientem. Hæc itaque genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sane Dimetiens quoque hæc tantum vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam definit, neque huius terminum transcendit: sed utrinque ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoque Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrum rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, æquum utrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoque viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari, si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Cóm. 14.

Quo differat Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum proprie dicitur.

Thales.

Demonstratio.

M extra

extra : utcumque autem se habeat, eueniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori . siquidem omnes à Centro ad Circumferentiam, sunt æquales . Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circumferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit . at hoc fieri non potest . congruunt ergo, & proinde æquales sunt . quomobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat . Verum si vna existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt , infinitè verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet utique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem . Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum . & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum vna Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitè erunt, & si in infinitum sumptè fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia sunt . semper siquidem sumptè Dimetientes, finitè numero sunt . quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit, & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperque partes, quæ oriuntur determinet .

Dubitatio
Hac vit
obiectio-
ne Io. gra.
in lib. cõ-
tra Proc.
Vide et Si-
pliciu 13.
digressio-
ne contra
Gra. in 8.
phisico.
Solutio.

Defo. 18.

Semicirculus verò, est Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipsa Dimetiente auferitur Circuli Circumferentia .

Defo. 19.

Centrum autè Semicirculi, idem est, quod etiam Circuli .

Cõm. 17.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo Signis discrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamque ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quòd à duobus Terminis continetur, hisque semper differentibus, Recta scilicet, atque Circumferentia : & quòd Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens . siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circumferentiaque continentur, non tamen hæc Semicirculi sunt . eò quòd Circuli diuisio, per Centrum facta non est . Cunctæ ergo huiusmodi Figuræ,

bifor-

Figure bi-
formes.

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem interfecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsem: vel à mista, & recta, vtpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verum simplicibus, hisque per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quod enim medium inter vtrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusque fit Angulus. non enim seinuicem interfecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrunque conuexa Figura. Cæterum quod idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocque omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales. hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circulique Centrum. Et est adnotandum quod ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quod Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumue rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemque causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsan assimilatur vtrique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadic' Circ. l. 15. Figuræ, q̄ à duobus Terminis cōprehēditur diuīso

Cur Euclides Semicirculū in hoc 1. lib. definiat, et non in 3. vbi definit ēt segmenta. ibi .n. locus est proprius. Figura Lunularis

Corona

Vtrunque cōuexa Figura.

Notandum

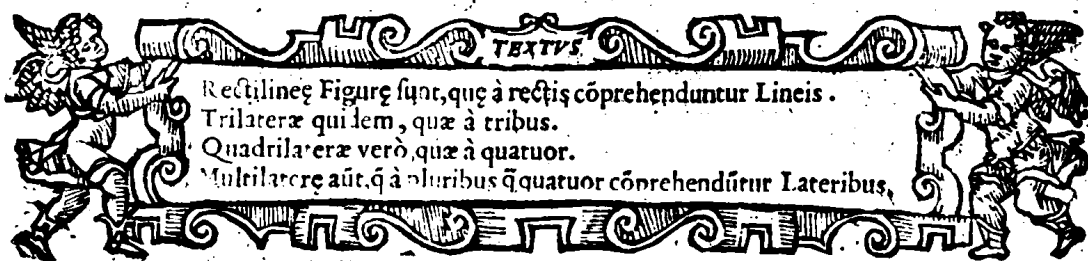
Centrum tres habet locos.

Digressio

Dupliciter Semicircul' cū Circulo cōicat. Pulchra semicirculi cōsideratio.

cipia coordinationibus, quæ illis principiis participant : & per cognitionem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamque ipsarum causam reducuntur.

Defo 20.
Defo 21.
Defo 22.
Defo 23.



Rectilineæ Figuræ sunt, quæ à rectis cōprehenduntur Lineis.
Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Quadrilateræ verò, quæ à quatuor.
Multilateræ aut, quæ à pluribus quatuor cōprehenduntur Lateribus,

Cóm. 16.

Idē i supe-
riori cō.

Quomo-
dō Bina-
rii medi-
i inter vni-
tatem &
Numerū.
Quo Se-
micircul-
medius sit
inter Cir-
culū, & Fi-
guras re-
ctilineas.

Duplici d-
causa dua-
rum tan-
tū recti-
linearū Fi-
gurarum
Euclides
mentionē
fecit.
Prima cau-
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemque Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quā si multiplicetur : Numerus verò contrā, plus si multiplicetur, quā si componatur : Binarius autē siue in se se multiplicetur, siue componatur, equale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est : ita etiam Semicirculus iuxta quidem Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circumferentiā, cum Circulo. Progrediuntur autē rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsque cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoque sunt : verū habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cum autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minime potuissemus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumque duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius : illē quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterque itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cum de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro dēcturus sit, non imerito ad hæc vsque propriam statuit enumerationē : reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendū, quod planarum Figurarum aliae quidem à simplicibus continentur Lineis, aliae verò à mistis, aliae autē ab vtrisque. Et earū, quae à simplicibus cōprehenduntur, aliae quidē à similibus specie, vt rectilineae: aliae verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apfides, quae Semicirculis minores sunt. necnon earum, quae à similibus specie continentur, alię quidē à Circulari cōprehenduntur Linea: aliae verò à recta. Earum autē, quae à Circulari Linea cōprehenduntur, aliae quidē ab vna, aliae verò à duabus, aliae autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipse. A duabus verò, alię quidē deangulares, vt Corona, quae à concentricis Circulis terminatur: aliae verò Angulosae, vt Lunula. A pluribus autē quā duabus, processus in infinitū, à tribus nanque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quaedā continentur Figuræ. si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum intercipiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter. Earū autē, quae à rectis continentur Lineis, aliae quidē à tribus, aliae verò à quatuor, aliae autē à pluribus cōprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multo magis ab vna. Quapropter omne quidē spatium, quod ab vno Terminō, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare. Mistumque dupliciter, aut quoniā mistæ ipsum cōprehendunt Lineæ, quæadmodum illud, quod à Cissoide Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiā Apfidē: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est, siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quod autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quodque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiare sunt Dñs, qui feracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hasce præcipue fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum
Figurarū
diuissio.

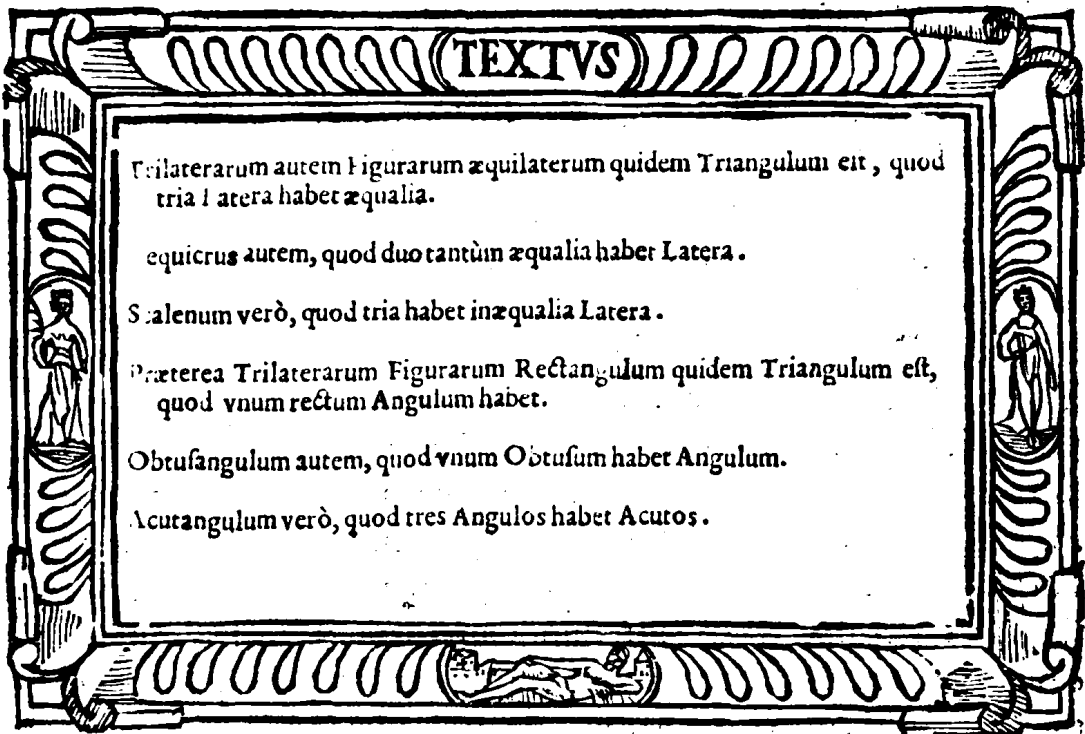
Rectili-
neæ.
Semicir-
culi, &
Segmēta,
& Apfi-
des.

Circulus.
Corona,
Lunula,

A duabus
rectis Li-
neis spa-
tiū nō cō-
prehēdit.
idē i supe-
riori com.
& inferius
i 10. pro-
nuntiato.
Figura du-
pliciter
Mista di-
citur.
Duplici-
ter fit Mi-
stio. idē
superius i
com. 7.
Digressio.

Vide supe-
riōrē cō. 10.
Genera-
tionē hic
intelligit
Elemēta-
rē regio-
nem. vide
etiam in
com. 13.

Tri-



Defo 24

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria latera habet æqualia.

25.

equicrus autem, quod duo tantum æqualia habet Latera.

26.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cóm. 17.

Duplex
Triangulo-
rum diuisio.

Triangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autem ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilineis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atque Acutus: Aequalitas verò Laterum, atque inæqualitas, est utique in non rectilineis quoque Figuris.

Diuisio
Triangulo-
rum à Late-
ribus.

Inquit igitur quod Triangulorum alia Aequilatera sunt, alia Acquirura, alia Scalena. aut. n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quod Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quæadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod utique omnes habet Acutos. non. n. hic quoque satis est vnicum habere Acutum. cuncta siquidem Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulum duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulum solum.

Cur Eucli-
des duplici
Triangulo-
rum tra-
dat Diui-
sionem.
Triangulum
Quadrila-
terum, quod
Acidoides

Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionem fecisse: quod scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt. n. Triangula Quadrilatera, quæ (*τετραγών*) hoc est cuspидis similia Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (*ωκυπέτης*) hoc est cauum Angulum habentia. intellige. n. vnum ex Trilateris, superque

perquē vno Latere duas Rectas introrsum constitue . Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresquē habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur : duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur . Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum . Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus . erit . n. fortasse & Quadrilaterum . Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera . & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia . At hæc quidem de his sufficiant . Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumquē formationis dicunt esse principium . Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus . triplici nanq; distant Intervallo, & vndequaq; partibiliū, variegue permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumquē materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt : quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemquē præbent . Iurē igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dīs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens . nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam : & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit . Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumquē existens . Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt : iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem . propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit . Si autem Triangulorum etiā differentia ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur . nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat : Rectanguliquē Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit :

Obtu-

vel Cæo-
goniū ap-
pellatur.

Quadran-
gulū quin-
quilaterū.
Digressio.
Pythago-
rei.

Timæus.

Attēde si-
militudi-
nem pul-
cherrimā,
& nota q̄s
sit Aduēti-
tius Angu-
lū, quē Tri-
anguli tres
Anguli Li-
neis Triū-
gularibus
præbēt.
Philolaus
quatuor
Dīs Triā-
gulare An-
gulū cōse-
crauit.
Quadri-
partita E-
lemētōrū
exornatio
Saturnus.
Mars.
Pluto.
Bacchus.
Nota quē
sint horū
Deorū in
īferiorib;
operōnes.
Nota quē
sint horū

Deorū p-
prie natu-
ræ.

Cōfirmat
Pythago-
reorū, &
Timei di-
scum alia
ratione.
Finis Di-
gressio-
nis Docu-
mentum.

Septē Tri-
angulorū
sunt spēs.

Digressio
Aequilate-
rum Triā-
gulū Diui-
nis asimi-
latur Ais.
Aequicus
meliorib⁹
generibus

Scalenum
Vitis par-
tibilibus.

Obtusangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ip-
forum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuisiones ipsis in infini-
tū fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio Intervallo di-
stantem, & vndequaq; partibilē materialium corporum constituit
essentiam. Tot quidē de Triangulis erant a nobis inspicienda. Ex
hisce autē diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulo-
rum species esse septē numero, nec plures, neque pauciores. nam
æquilaterum quidē vnum est, cū Acutangulum tantū sit: reli-
quorum autē vtrunque est triplex. Aequicus nanque aut Rectan-
gulū est, aut Obtusangulū, aut Acutangulum: Scalenumque simili-
ter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem triplici-
ter, Aequilatera verò vnico modo se habēt, septē omnes Triangulo-
rum species dicantur. Rursus autē iuxta Laterum quoq; diuisionem,
Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionē intelligas: nam Aequi-
laterum quidē æqualitate prorsus, simplicitateque præstans, Diuinis
cognatū est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æquali-
tas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicus autem
melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior
pars quidē mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materia-
lemque imoderationem attingunt: Aequicurium nanq; duo quidē
Latera æqualia sunt, Basis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis
partibilibus, quæ vndequaq; claudicāt, se sequē præparant, cū ad
generationē tendant, refertæque materia sint.

Defb 30.

31.

32.

33.

34.

Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquila-
tera est, atque rectangula.

Alterā verò partē longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.

Rhomboides verò, quæ ex opposito Latera, & Angulos habens inuicem æqua-
les, neque æquilatera est, neque rectangula.

Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

Quadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. vtrūque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāum. Non Parallelogrāmorū autē alia quidem duo tantum habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela, & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiusmodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hæc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verum Posidōnius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorū diuisionem, quippe qui septē horum quoque posuit species, quēadmodum etiā Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit, quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit, neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia aut, Trapezoideaque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorū verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum namque, & Altera parte longius, ipseque Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantum hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cum neque æquilaterrū ipsum dixisset, neque rectangulū. in quibus .n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verum iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cum illa rectangula sint. si .n. Quadrangulū,

Cōm. 18.
Diuisio
Quadrila-
terarū Fi-
gurarū se-
cundū Po-
sidonium.

Septē sūt
spēs Qua-
drilatera-
rum Figu-
rarum.

Euclidis
Diuisio.

Parallelo-
gramorū
pprietas.

In Propo-
sitione 34
primi.
Documē-
tum.

Dubitatio

Solutio.

† optimū.

Digressio

Pulchra

Pythago-

reorū con-

sideratio.

Motus ab

inæqualita-

te emanat

Quies autē

ab æquali-

tate idē in

r. lib. c. 13

Philolaus

tribus Deis

Quadrangulum an-

gulum cōse-

ciuit.

Quadrangulum pri-

mū Terræ

est Elemē-

tū. Idē in

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies; alios vero dilatari, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moveri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur, Quemadmodum porro si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ipsi etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterum indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est, Solum Quadrangulum spatium & iuxta Latera, & iuxta Angulos Terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipient, quæ neque intenditur, neque remittitur. Utroque igitur modo præstans, iure commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae asserre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant, nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas vero firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dñs ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentiae sunt auctores, merito Quadranguli Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cercris, Vestaque Angulum appellatum. n. Quadrangulum Terræ constituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo dicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, foecundasque suscipiat potentias, non iniuriâ hisce Dñs vitam largien-

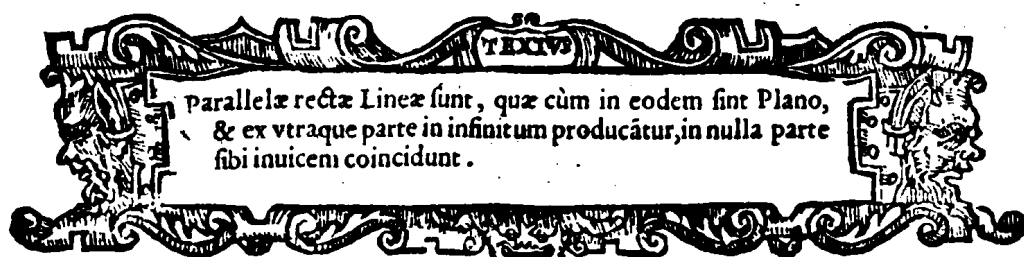
gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Ter-
ram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rheia ipsam
participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terre-
stri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem
Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit.
Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum,
quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quem-
admodum porro Virtutum quoque vnamquaque perfectam dici-
mus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, om-
nisque Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autem non latere quod
Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò
tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum osten-
dens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem
in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus,
Quaternariusque Triadicus fecundorum quidem, efficaciumque bo-
norum participes, totam generabilium exornationem continent, in
statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excita-
tur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū
Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodena-
rii Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud
Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute
regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda du-
ximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad in-
spectiores apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectilium, oc-
cultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca.
9. vide et
Platonem
in Timæo.
Vide iter
retem. -
heog n
Ta Ho -
ni. eſio
odi.
Quorūdā
cōtēplatio

Notādum
pulcherri-
mum.

Cōclusio.

Duodena-
rius est Io-
uis impe-
rium.
Dodeca-
goni An-
gulū Ioui
Philolaus
cōsecrauit
cuius cām
vide etiā
apud Pla-
in 10. de
Rep. & in
Epinomi-
de. et apud
Proclū in
Timæo,
& apud
Plutar. in
op. de Pla-
citis.
Epilogus.
Defō 35.



QUæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidenti-
bus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ
sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Pla-
no, & dum ex vtracque parte producuntur non coincidere, sed in infini-
tū produci. & non Parallelæ. n. si aliquatenus producuntur, non coin-

Cōm. 19.
In ppōne
27. & 28.

cident . in infinitum autem produci , & non coincidere , Parallelas exprimit . neque etiam hoc absolute , verum ex vtraque parte in infinitum produci , & non coincidere . nam fieri potest vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur , ex altera vero minime . annuentes enim in hacce parte , plurimum ab inuicem in altera distant . Causa autem hæc est , quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt . quod si ex vtraque parte annuant , hoc non accidet . Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano , rectè insuper acceptum fuit . si enim altera quidem in subiecto esset Plano , altera verò in sublimi , iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident . non tamen proinde Parallelæ sunt . Vnum igitur Planum sit , producanturque ex vtraque parte in infinitum , & neutra in parte sibi inuicem coincidant . his enim existentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt . & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas . Posidonius autem hæc Parallelæ sunt (inquit) quæ neque annuunt , neque abnuunt in vno Plano : sed æquales habent omnes Perpendiculares , quæ à Signis alterius ad alteram ducuntur . Quæcunque verò maiores semper , atque minores fecerint Perpendiculares , coincident aliquando , quia sibi inuicem annuunt . Perpendicularis siquidem Spatorum altitudines , Linearumque distantias terminare potest . Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus , æquales etiam sunt rectarum Linearum distantia : maioribus verò , atque minoribus factis , distantia quoque fit maior , & minor , & sibi inuicem annuunt illis in partibus , in quibus sunt Perpendiculares minores . Sciendum autem est , quod ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas . Concentricorum namque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt : sed opus est etiam ipsas in infinitum produci . Hoc autem non solis Rectis , verum etiam alijs inest Lineis . possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi , quæ si vnâ cum rectis Lineis in infinitum producantur , nunquam coincidunt . Hæc itaque Gemînus ex his rectè diuisit , à principio dicens , quod Linearum quidem aliæ sunt terminatæ , Figuramque continent , vt Circulus , ipsiusque Ellipsis Linea , necnon Cissoïdes , & aliæ quàm plurimæ : aliæ verò indeterminatæ , quæ in infinitum etiam producantur , vt Recta , Rectangulique Coni , atque Obtusanguli sectio , necnon Conchoïdes ipsa . Rursus autem earum , quæ in infinitum producantur , aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram , vt Recta , & iam dictæ Conicæ sectiones : aliæ verò coeuntes , Figuramque facientes , in infinitum postea produ-

Duæ rectæ
Lineæ nul-
lū spatiū
cōprehen-
dere pos-
sunt . Idē
in cō. 15.
& 16. &
hæc est cā-
surā nō Pa-
rallelæ ex
vna parte
in infinitū
pducī pos-
sint .
Cōdōnes
Parallelæ
rū rectarū
Linearū .
Posidonii
Parallelæ
rū d. fō .
Perpen-
diculares
termināt
Spatorū
altitudi-
nes , & Li-
nearū di-
stantias :
ideo ppen-
dulari
Figurarū
metimur
altitudi-
nes , vt di-
ctū est su-
perius in
cōm. 10 .
Notandū .
Diuisio Li-
nearū se-
cundū Ge-
minum .

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ
 vtcunque productæ fuerint non coincidunt; aliæ verò coincidentes
 sunt, quæ scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem,
 aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano: aliæ verò, minimè. Non
 coincidentium autem, in vnoque Plano existentium, aliæ quidem
 æquali semper interuallo distant ab inuicem; aliæ verò interuallum
 semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam,
 & Conchoides ad Rectam Lineam. hæc siquidem cum imminuatur
 semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi
 inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maxime
 admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarun-
 dam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper
 distant interuallo, quæ sunt rectæ Lineæ, Spatium, quod
 inter eas positum est nunquam imminuentes

in vno Plano, Parallelæ sunt.

Tot etiam ab elegan-
 ti Gemini

studio ad propositorum explana-
 tionem decerpsimus.



FINIS SECVNDI LIBRI.

Admirabi-
 le in Geo-
 met. Theo-
 rema. de
 quo et in-
 ferius in
 côm. 3. &
 3. quart.
 Hic quedā
 q̄ non sūt
 parui mo-
 mēti ani-
 maduerte-
 mus in cō-
 mentariis
 nostris.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

E V C L I D I S E L E M E N T O R V M

L I B E R T E R T I V S .



De Petitione, & Pronuntiato

Cap. Vnicum.

Cōtinua-
tio: Libri .In cap. 8.
superioris
Libri .Cōmuni-
tas Peti-
tionū, &
Pronūti-
atorum [ex
sententia
auctoris, et
Gemini .
Eorū dif-
ferentia .

V V M Geometriae principia trifariè diuifa, sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntia-
ta, quæ nam inter hæc sit differentia in superio-
ribus tradidimus. De Petitione autem peculia-
riter, & Pronuntiato accuratius differere in præ-
sentia propositum nobis sit, quandoquidem &
de ijs præcipue nunc sermonem habeamus. Sup-
positiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis
exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quam Petitio-
nibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tan-
quam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt au-
tem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus di-
stincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id,
quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus:
in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem
sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque
per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt
in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque
factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō
defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione.
Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sum-
ptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt. quemadmodum etiam
demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sum-
ptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia,
simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quod per se se fidem fa-
ciunt, ijs, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter si-
quidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia
quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitio-
nem

Speusip-
pus .

nem præparat, euidentioremquæ horum habet apprehensionē, quàm obiectorum visus: alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuquæ facile suscipit. Cum enim indecliu Signi fluxu componatur, simulquæ progrediatur, eò quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnus reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione, varijs nanque moribus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicit .n. Geometrica Mens quod cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnus reuolutionis Helicē descripsi, cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenierint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descripserim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque natione perficiantur, nam contenti essemus oris ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggredientium habitus euenit; prorsus verò Demonstracione egere, atque Constructione, propter Quæstorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidencia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verum Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemquæ deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūquæ .n. principium est indemonstrabile, verum hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones

Exemplum.

Helicis
Planę ge-
neratio.Æquilate-
ri Triangu-
li cōstitu-
tio.

vocat-

Archimedis, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in libro Aequiponderantium.

Aliorum opinio, de qua videtur et in superiori libro cap. 8.

Ut Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiatio differt. Idem in principio capituli.

Aliorum opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationis.

Aristotelis opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationis, quæ videtur et in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25.

Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus communari debent.

Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatio illud, quod ultimum in

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia. Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauiâ ab æqualibus Longitudinibus æquè ponderare: quanuis hoc, Pronuntiatio potius quispiam appellaret: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (ut videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transire. differt tamen ut Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiatio. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factum facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quod Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidem, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, quæ tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus videtur quod commune est suæ accommodationis materiæ. Aristoteles verò (ut prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audiente quæ non concedatur, tanquam principium tamen suscipi: Pronuntiatio verò, per se indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiatio distinguit, manifestum est, quod illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio: nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores: hæ siquidem nec in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatio illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatio adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationem quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. rectè enim Gemînus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quòd non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneè. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursum autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitatem metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Æquales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtrique & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiatas enumeratur. Quæ sint Petitiones, & quæ Pronuntiata ex Aristotelici sententia. Reprehendit Apollonius iuxta Arist. et Gemini sententiam. Reprehendit Euclidem iuxta Gemini, et iuxta propriam sententiam, quippe quæ quartam, & quintam Petitionem, malè in Petitionibus enumerauit. In Propositione 17 primi Elementorum. Hoc inferius ostenditur in comment. 2. Iuxta Gemini sententiam excludit a Pronuntiatorum ultimam pronuntiatam. Epilogus. Pronuntiatorum, et Petitionum diuisio, per quam 1. opinio & propria Petitionis & Pronuntiatas, confutatur.

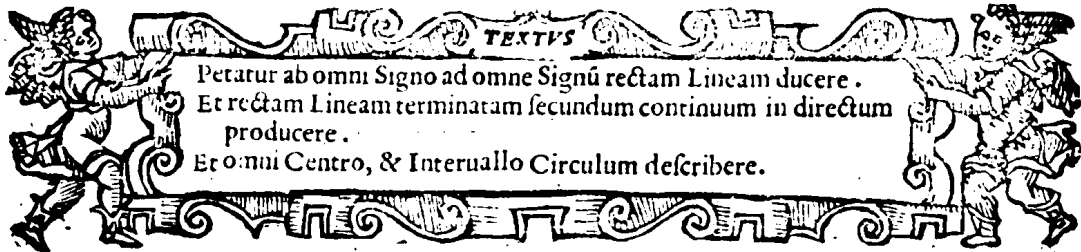
scientiis, aliæ verò cōmunes omnibus . nam illam quidē, quæ petit di-
uidere Numerū in partes minimas, peculiarē Arithmetices Petitionē
esse dixeris : quæ verò omnem rectā Lineam finitā in directū produ-
cere, Geometriæ : quæ autē Quantitatem in infinitum augere, amba-
bus cōmunem. Numerus nanq̃, & Magnitudo possunt hoc pati.

PETITIONES.

Quāritas
hic cōter
p̃ genere
accipitur .

Petitio 1.
Secūda.

Tertia.



Cōm. 1.

TRes istę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare no-
bis imperant, in Petitionibus ex Geminī sententia necessariō collo-
candæ sunt . nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectā
Lineam ducere, eam consequitur definitionem , quæ Lineam Signi
fluxum esse ait , & Rectam indecliuem, atq̃ inflexibilem fluxum. Si
igitur Signum indecliui, breuissimōq̃ue motu moueri intellexerimus,
in alterum Signum incidemus , & prima Petitio facta est, nilq̃ue va-
rium intelleximus. Si autem cū Recta ipsa Signo terminetur, simi-
liter ipsius Extremum breuissimō, indecliuiq̃ue motu moueri intelle-
xerimus, secunda Petitio à facili, simpliciq̃ue apprehensione compa-
rata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem
secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod ma-
net, secundum reliquū, tertia porrò facta erit . nam Centrum quidē ,
est Signum id, quod manet : Interuallum verò , recta Linea . quanta

Dubitatio

Solutio

. n. hæc est , tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distan-
tia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus
adhibemus, īmobilibus existentibus, quō autē impartibilia mouemus
(hec . n. minimē fieri posse) eum rogabimus non pasim molestū esse,
si memoria tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere . quod utiq̃
Rationes eorū, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describūt. Cogita-
tionis imagines, quarū Cogitatio ipsa rationē habet. Tabella . n. non
scripta, huiuscemodi Mens est, vltima, atq̃ pasibilis . At nulla apud
nos oratio hec. Mēs . n. illa, quæ recipit species, aliunde per motū ipsas
recipit . & motum quidē non corporeum, sed imaginarium intelliga-
mus. impartibiliaq̃ue corporeis moueri motibus minimē cōcedamus,
verūm imaginarios pati decursus . Etenim Mens impartibilis exi-
stens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

Mens vlti-
ma, & pas-
sibilis, & q̃
recipit spe-
cies, idē in
superiori
lib. cap. 1.

Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus.

A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi [†] mouetur, & à loco comprehenditur . lo-

† iacet

cus enim eorum quidem, quæ cum dimensione sunt, dimensionem habet & ipse: impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantasia excogitantur: necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetque hæc distinguendo, rerum essentias non confundere, neque perturbare. Videtur autem harum trium Petitio-

Digressio.

num prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ sunt, in suis causis continentur impartilibus existentibus, ab ipsisque terminantur: & quod etiam prius quā constituentur, unde quaque ab ipsis comprehensa sunt. nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia, quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur: sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare conantur. Tertia aut, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regressum. Scire aut oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis: neque .n. Circulari, neque Cissoïdi, neque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neque illis, quæ nullam faciunt Figuram. neque .n. vnius reuolutionis Helix in infinitū producitur: nam inter duo Signa constituitur. neque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est. non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

Finis Digressionis Documentum.



Et omnes rectos Angulos sibi inuicem æquales esse.

Petitio 4.

O 1 Præ-

Cōm. 2.

Excludit
quarta Pe-
titio à Pe-
titionū nu-
mero, tū
iuxta Ge-
mini, tum
iuxta Ari-
stentia.
idē supe-
rius cō. 1.
hui⁹ libri.

Demōstra-
tio quartę
Petitionis

In 10. de-
finitione.

Pappi do-
cumentū.

PRæfens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-
monstratione à nobis cōceditur, Petitio quidē non est ex Gemini
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se
accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verū neq; etiam
iuxta Aristotelis diuisionē Petitio est. Petitio enim ex sententia illius
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse
dicimus, ipsiusquē demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta
Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum
æqualitas. Cum .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad An-
gulorum, qui vtrobiq; sunt accretionem in infinitum, atq; decreti-
onem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est: etenim primum rectum
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam
stetit vtrobiq; Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-
guli vnus a b c, alter d e f.

Dico quod æquales sunt. si .n. non sunt æquales, alter ipsorū
sit maior, vtputa qui ad Signū
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā
a b adaptetur, Linea e f intra
cadet. Cadat vt Linea b g, &
producatur Linea b c vsq; ad
Signum h. Quoniā igitur An-
gulus a b c rectus est, Angulus
quoque a b h rectus erit, & sibi
inuicem erunt æquales. habē-
mus .n. in Definitionibus quod

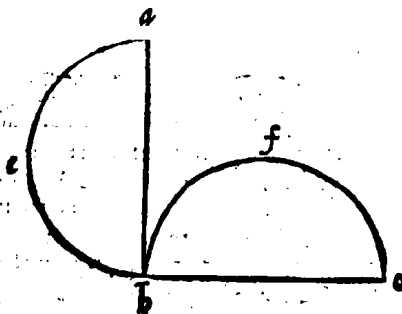
rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus er-
go a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque
ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur
a b k Angulo a b g æqualis est; quapropter Angulus a b h, Angulo
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-
ctē nos animaduertit quod huius Petitionis conuersa, vera non est,
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verū si re-
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Possē autem curvilineum

quoq;

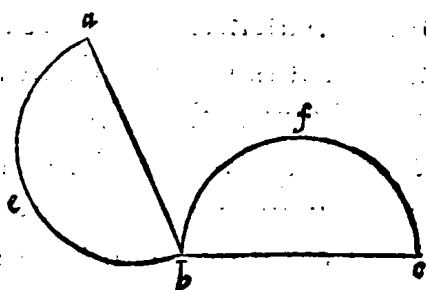
quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quod huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilíneorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem neque rectilineus. Intel-

In 10. definitione.

ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales $a b$, & $b c$, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisque Semicirculi, Centro, & Intervallo descripti $a e b$, & $b f c$. Quoniā itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cōgruent, & Angulus $e b a$ æqualis est Angulo $f b c$. Cōmunis apponatur reliquus, nempe $e b c$.



Totus igitur Rectus, ~~Cō~~spicuari æqualis est, ipsi scilicet $e b f$, ~~Cō~~spicuaris tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus $a b c$, æqualis ipsi ~~Cō~~spicuaris Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quod in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea $e b$, & $b c$ Circunferentia continetur addere oportet : in Acuto verò, auferre. recta enim Linea $c b$, Circunferentiam $b e$ secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaque descripta sint, quæ quidem ostendunt & quod omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quod non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si neque rectilineus est, quo nam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autē est ex hac quoque Petitione, quod Anguli Rectitudo æqualitati cognata est,



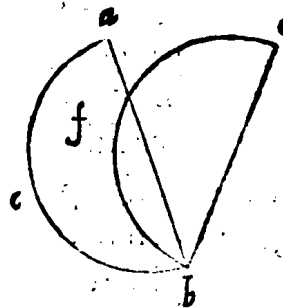
Documētum.

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

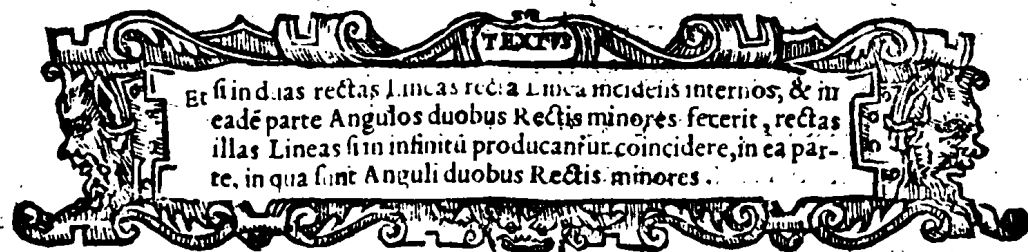
Idē vide in 2. libro cōm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem, quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est.



Petitio 5.



Cóm. 3.
Ptolemæus
in Lib. cui
titulus est,
à minori-
bus duobus
rectis pro-
ductas coi-
cidere.

In 17. pro-
pone pri-
mi Elem.
Quorūda
obiectio.
Gemini re-
sponso
Aristo. 1.
Ethi. cap.
3. idē ēt su-
perius i 1.
lib. c. 11.
Simmias i
Phedone
Platonis,
de quo vi-
de ēt Plu-
in vita Pe-
riclis.

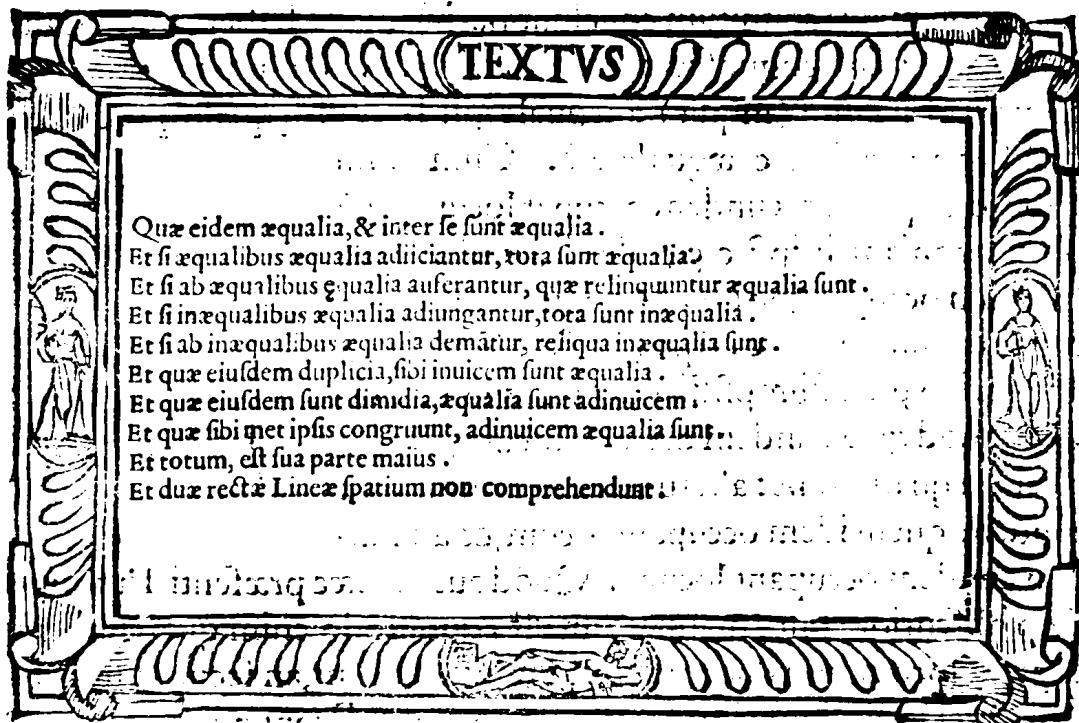
Idē in fine
secundi li-
bri.

Hanc penitus è numero Petitionum delere oportet. Theorema. n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematis in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit. Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectōrū diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet. Ad quos Geminus rectē respondit, dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capessendas. simile. n. est, inquit etiā Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare. & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio. Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est: hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est. nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis observatum fuit. Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis fit Lineis: antequam. n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam afferunt. Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitā-

tes valde mordaces essent, quomodo nō eō magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verū quòd quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusque rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturū est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verū per demonstrationem manifesta sit.

Excludit
oīno Peti-
tio hæc è
numero
Petitionū.

PRONUNTIATA.



Primū p-
nuntiatiū

2
3
4
5
6
7
8
9
10

HAec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicatur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediatæ propriæ sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiatricem Orationē, Pronuntiatiū appellare consueuerunt: cumque dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseque propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsique Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatiū, & communis

Cóm. 4.

Idē in 2. li
bro cap. 8.

Aristo. &
Geometra-
rū opinio:
idē in lib.
2. cap. 8.

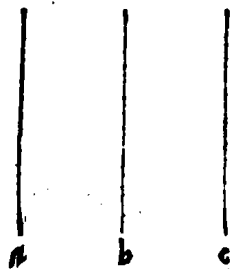
nis

Dānatur
Apolloni⁹
qui Pronū
tiata de-
mōstrauit
idē supe-
rius i c. 1.
huius lib.
In demō-
strabilia à
demōstra-
bilibus na-
tura diffe-
rūt. & eo-
rū sciē di-
uerse sunt
idē Arist.
1. post. t.
5. & 6.

Apollonii
demō.

Prīa Pro-
nūtiatorū
pprietas.
Secunda
Pronūtiā-
torum p-
prietas

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram lau-
demus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur . nam hic quidem &
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est . Hæc autem na-
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est . earū
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-
pter euidētiā in nostram cognitionem cadunt : & earum, quæ de-
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-
ceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur . Quod autem
primi Pronuntiatī demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiā
magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-
spexerit . Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico
quod etiam a ipsi c æquale est . Cum enim
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē
b . & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē
& ipsum occupat locum . & a igitur eundē oc-
cupat locum, quem c . equalia igitur sunt . In his
itaque duo præassumpsisse oportet . vnum qui-
dem, quod quæ eundem occupāt locum, sibi in-
uicem æqualia sunt : alterum verò , quod quæ
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-
cem eundem occupant locum . Quod autem hæc præsentī Pronun-
tiato obscuriora sint , manifestum est . quomodo enim quæ eundem
expleant locum æqualia sunt : secundum Totum, an secundum par-
tem : vel secundum Rationis figurationem : Propterea non omni-
no admittendum est, ad locum transire, qui r̄s, quæ in loco sunt igno-
rior nobis est . difficilis enim , atq; ambigua est essentia ipsius inuen-
tio . Ne igitur prolīxa oratione vtamur , omnia Pronuntiatā tanquā
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cum per se nota & credi-
bilia sint . qui enim r̄s, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est : Sed minuit euidētiā,
quam in indoctis prenotionibus habemus . hoc autem de Pronuntia-
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium . &
quod omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,
& non solum in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari di-
citur, verū etiam in Numeris, & Moribus, & Temporibus . hocque
necessarium est . Aequale enim, atq; Inæquale : & Totum, atq; pars :



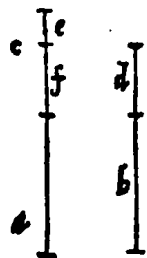
&

& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam evidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cōgruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiā alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nō comprehendere, cum Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cum ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia, propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quedam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiungantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adicianturque ipsis inæqualia c, d, sit autem c maior d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d, a f ipsi b d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantum superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursum sint inæqualia c, d, adiunganturque ipsis æqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quo-

Quo ex
comuni-
bus
principiis
pprie fiāt
conclusio-
nes. idem
superius
cap. pri-
mo.
Heron tria
tm Pronū-
tiata po-
suit.
Refecat
sextum, &
7. & 10.
Pronūtia-
tum.
Pronūtia-
ta comu-
nis sūt ge-
neris. idē
superius.
cap. 1.

Quædam
alia Pro-
nuntiata
quæ à Pap-
po addun-
tur.

Demon-
stratio pri-
mi Pronū-
tiati à Pap-
po adiecti



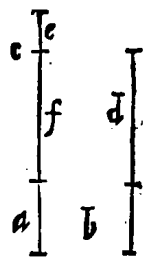
Demonstra-
tio secūdi.

P niam

Reliqua
ex defini-
tionib⁹ ma-
nifesta fi-
unt.

Eorū, qui
cōtra Geo-
metriam i-
stant diui-
sio .
† Termi-
nos .
Stoici ,
quorū opi-
nionē vi-
de in lib.
secundo
com. 1.
Pyrrhonii
Philoso-
phi ,
Epicurei .
Zeno Si-
donius .
Iiber Po-
sidonii ad-
uersus Ze-
nonem .
† Verum
enimvero
qui de pri-
cipiis di-
uersi inter
se afferūt
sermōnes,
moderatē
à nobis ex-
iis, q^{ui} p^{re}-
cedūt, abso-
luti sunt .
In comēt.
sequenti .
Propositū
Auctoris i
sequētib⁹ .

niam igitur a æquale est ipsi b, & ipsi d, a f ipsi b d
erit æquale . totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantum
excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat . Hæc itaque,
iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito
in pluribus exēplaribus prætermittuntur . Quotcunq;
autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta
fuere, illasq; consequuntur . Verbi gratia, quod om-
nes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-
gruunt . quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemo-
di habent naturam . Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem
autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit . omnia enim ijs diui-
duntur, quibus etiam proximè terminantur . Et quod Infinitum in
Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem
vtrunque . nam omne continuum diuidi, augeriq; in infinitum po-
test . Verum enimvero quoniam de his quoque summam diximus,
reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus . hucusq;
enim principia se extendunt . Eorum autem, qui aduersus Geome-
triam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt,
quippe qui † partes nullam habere subsistentiam ostendere conati
sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem
quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena
regione, fœcundaq; Philosophia demolientium, quemadmodum
Pyrrhonorū Philosophorum : aliorum verò Geometrica tantum
principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum : alij autem
cū principijs iam permisissent, non posse inquit ea, quæ princi-
pia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis con-
cedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit : hunc .n. contra-
dicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicu-
reus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scri-
psit librum, imbecille n. totam ipsius opinionem ostendens . † Ve-
rum enimvero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt mo-
dicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se
coniunctæ sunt . Zenonis aut infestum accessum paulò post conside-
rabimus . Nunc verò cū Theoremātū, Problemātumq; sermonē
& de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis
sunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum,
quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchrio-
ra quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes,
infinitamq; ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes : ea ve-



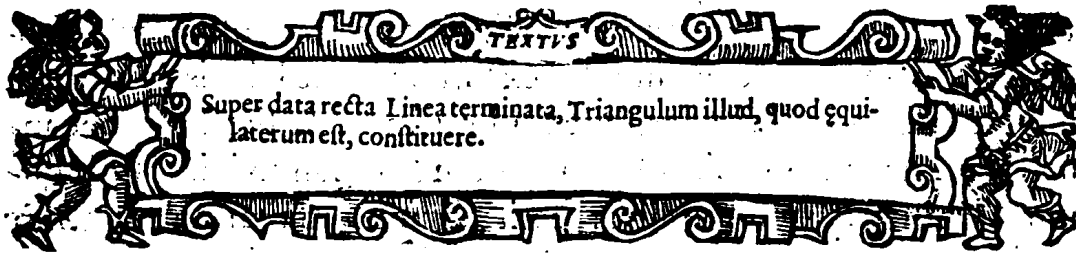
rò,

ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratè rerum tractationi magis, quam Casuum, Sumptionumque varietati incumbentes, ad quæ ut plurimum iuvenes currentes videmus,

Iuvenes
ad Casuū,
Sumptio-
nūq; va-
rietatē li-
bēter cur-
runt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.



Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod equilaterum est, constituere.

Proposi-
tio prima
Problemata
primum.

QVum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quæ ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumque inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struereque proponit. Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaque huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusque conuincere emittuntur. de quibuscunque. n. Quæsitum fieri possibile est, de iis omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quærit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cum quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc. n. quærens, vel huiusmodi Lineæ definitionem inuenire desiderat, quod similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, utputa quod aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5.
Sciētia du-
plex.

Differen-
tia Proble-
matum, et
Theore-
matū. idē
in primo
cap. huius
Libri.
Munus
Proble-
matis.
Munus
Theore-
matis.
De quib⁹
Geome-
triæ sit ser-
mo.
Geome-
tria quæ
quatuor
ea, quæ
ri solent.
Geome-
tria quæ ip-
sū Quid
est, dupli-
citer.

P 2 ipsum

Quo Geo-
metria q-
rat ipsum
Si est.
Quomo-
do, Qua-
le quid ē.
Respō det
Procl. cō-
tra Ampho-
nomi, &
Ari. lentē
tia, ex sen-
tētia Ge-
mini.
Argumē-
tum.

Quo, &
quō pro-
pter quid
Geome-
tria qrat.

Epilogus.

Problema
tum, atq;
Theore-
matū par-
tes.

Proposi-
tionis of-
ficiū.

Expositio
nis offici-
um.

Constru-
ctionis of-
ficiū.

Demōstra-
tionis of-
ficiū.

Cōclusio
nis officiū

Tres par-
tes sūt ma-
ximē ne-
cessarię, q
semp esse
debent tū
in Proble-
matib⁹, tū
in Theore-
matibus,
Proposi-

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maxime in Determinatio-
nibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut pos-
sibile: & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum
[quale quid est] cum enim per se accidentia Triangulo, & Circulo,
& Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [quale est] ibi
quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minime
contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Am-
phinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Gemi-
nus) huius etiam inquisitionem in Geometria, quomodo enim Geo-
metræ non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Mul-
tiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula soli-
da æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa
infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc in-
uestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogis-
mus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire
cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rur-
sus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum ma-
nifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuo
& ipsum [propter quid] manifestum fit. Verum de Quæsitis quidē
hec sufficient. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod
perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet,
Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē,
Demonstrationem, & Conclusionem, Horum autem Propositio
quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit, perfecta enim
Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū
excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quæ-
situm quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quę Dato desunt
ad Quæsitū venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritē ex cō-
cessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad
Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est, &
omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt:
maximē autem necessarię, & in omnibus existentes, Propositio, De-
monstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum præcognosce-
re, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, ha-
rumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis
quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtili-
tatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in il-
lo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod
habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui du-
plum.

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematis non est, † Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cum in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio ut plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit: verum aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, ut in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat utrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quod opus est hoc comparare. Et fit quidem hic etiam ex præcognitis propositi acceptio, etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subicitur, quemadmodum in alijs Problematibus, ut quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hic enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatum est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cum igitur utrunque Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cum autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt, siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quod huiusmodi Aequicrus inuenire oportet: tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem taceatur, eò quod Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoque huiusmodi Problemata reperies, & maxime in Arithmeticis, & in decimo libro, ut duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantum datur, Linea autem, & alia, omnibus. cum enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quod scilicet rectilinea, ne quidem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cum verò, quod duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cum autem dicimus, quod si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoque proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demo-
stratio, &
conclusio.
Proposi-
tio deci-
ma Quar-
ti Elemen-
torum.
Quando
constru-
ctio def-
iciat.
† Demone

Prio post.
tex. 1.

Quæ Deter-
minatio,
& Expositio
deficiat
& quando
non.
Expositio,
atque Deter-
minatio
Dati est.

Propo 29
Decimi
Elem.
Documē-
tum.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cum verò in dato Signo datae rectae Lineae æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cum Positio varia esse possit, Constructio quoque varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectae, vel inter ipsius Extrema. Cum igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifestum est quod Expositio quoque quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem. hæc .n. Demonstrationis perfectio est: quandoque verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq. .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbiq. autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quod extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc? quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cum interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutum est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quia etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consuevere. cum enim vt in Dato ostenderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusionem ad vniuersalem recurrentes. nam cum subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur transcendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positum non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantum. Est autem Quantitas quidem proposita Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinem in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcendere minimè possem. Si autem Rectitudinem quidem ipsius non subiungo,

Quadrupliciter
Datum accipitur. &
ideo Expositio quoque quadrupliciter fit.
Demonstratio Geometrica duplex est.
Perfectio Demonst.

Conclusio
Geometrica duplex est.

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat. nam data quidē est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem, sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hæcce. & vides quod ipsum Datum solum aut Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilatrum constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demōstrationem nos efficit, Quæsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, in interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineæ recte continuentur. & vides quod in Constructione Petitionibus vtōr. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demōstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ æqualis est. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circumferentiam æquales esse dicebat. Vtraque igitur, eidem æqualis est. Quæ autē eidem equalia, & inter se sunt equalia,

Primi Euclidis Problematis Propositio.

Nota quō omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Euclid. prob. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In cōstructione Petitionibus, in demōstratione autē pronuntiatis Geometre vtunt.

Demō.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quę Expositio- nem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quę nunc proposita est datam feceris, eadem Constru- ctiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Proble- maticā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemquę enuntiat. Omni- no itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolu- tam quidē Mentem, rursusquę ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit osten- disse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & per- spicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quę quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittun- tur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum .n. perspi- cax contemplatio, non paruam exercitationem; Geometricorumquę sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quę his annexa sunt breuiter disse- ramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quidq; Inductio. Sumptionem itaq; de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero prædicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cū enim vel in Constructione, vel in De- monstratione aliquid sumimus eorum, quę ostensa non sunt, sed ra- tione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū in- quisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis exi- stit, cū illa absq; Demonstratione ad aliorum fidem faciendā perse- sumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-

lutio-

Prima cō-
clusio pri-
mi probl.
Elemē.
Secunda
cōclusio

Particula
rū Quod
fecisse, &
Quod de
mōstrasse
oportuit
pulchra
cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio
quid.

lutionibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientiis omnibus fit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuerfos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, cum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum cum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quæ à Plat. traduntur.

Casus qd.

Corollarium quid.

Vide Varronē i lib. de lingua Latina. Instantia quid.

Inductio quid. Nota inductionis Geometricæ, cum inductione Logica similitudinem. Hippocrates primus fuit inductionis Geometricæ inuentor. Digressio.

Q Triā-

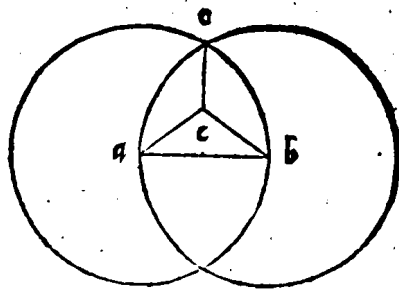
Triangulū
Aequilate
rū omniū
Triangulo
rū optimū
est, asimi
laturq; cir
culo.
Duorū cir
culorū Ae
quilaterū
Triangulū
comprehe
dentiū cō
templatio
† Intelli
gētiās.
Vide Pla
tonem in
Phēdro, &
Proclū in
Timō pa
gi. 123.

Triangulum inter Triangula optimū sit, & Circulo maximē cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamq; simplicem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum comprehensio, horumq; ex parte vtriusque (non enim in toto vtroq; descriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusq; partibus constat) ostendere in Imaginibus quomodo ea etiā, quæ à principijs egressa sunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt, nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunvoluuntur, propter continuā generationē: & Animæ ipsæ cū motus transientes habeant, per restitutiones, & circunvolutiones non transientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autē & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem essentia Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, propter æqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurē sanē & hoc per Circulos cū mediū in ipsis includatur Aequilaterum ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cū triplicis Animarum substantiæ Notā sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum suscipere. Verum enimvero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniā autem quidā aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refellere Geometriā putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam superius mentionē feci, quod & si quis principijs Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequuntur cōmuni compararet consensu hoc ipsis non concesso, quod duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt, nisi .n. hoc datum esset, + æquilaterum Triangulum minimē constitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, super qua constituendum est æquilaterū Triangulum. Describantur autem Circuli, & à cōmuni ipsorum sectione protendantur rectę Lineæ c e a, c e b cōmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cōmuni sectione protensas, Lineæ a b datæ æquales esse, non autem Trianguli quoque Latera esse æqualia, verū duo reliquo minora, nempe ipso

Epilogus.

Zenonis i
festus ac
cessus, &
eius funda
menta.

† Triangu
gulum nō
ostēderet
æquilate
rū. Sit .n.



ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituē-
tur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua mini-
mè consequuntur, nisi hoc quoque præacceptum esset, neq; Circun-
ferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta?

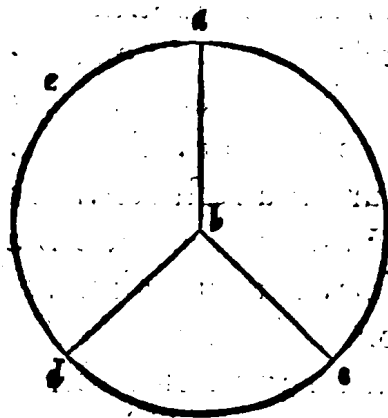
Aduersus hæc porro dicendum, primùm quidē quòd hoc quodam-
modo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non
esse cōmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc comprehen-
debat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa.
hoc .n. æquale esse Signorum interuallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa
Signa coniungit, vnā, breuissimamque efficit, ita vt si quis ipsam se-
cundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi
congruat. cū .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd bre-
uissima est et tam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam
in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait
[& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicue
ostendit, quòd ea, quæ producitur, vna esse debet, vnoque motu pro-
duci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius.

Respon-
sio
cōtra Ze-
nonem.

Alia Re-
spon-
sio.

Secūda Pe-
titio.

accipere, sit si fieri potest a b, ipsius
a c, & ipsius a d cōmune Segmen-
tum. & Centro quidem b, interual-
lo autem b d, Circulus describatur
a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c
per Centrum est ducta, Semicirculus
est ipse a c c. & quoniā recta Linea
a b d per Centrū est protracta, Se-
micirculus est ipse a e d. Aequales
igitur sibi inuicem sunt Semicirculi
a c c, a e d, quod fieri non potest.



Demōstra-
tio contra
Zenonē.

Aduersus autem hanc Demonstra-
tionem dicit forsan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam
Circulū bifariam secare demonstratum est, quoniā nos præacce-
pimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum.
sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel
si non congrueret, aut extrā, aut intrā cadere. Nihil autem obstat (ait
ille) non totam toti congruere, verū secundum aliquam partem.
donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū di-
spescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius
rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā consciū
quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

Argumen-
tum Zeno-
nis cōtra
Demōnē.

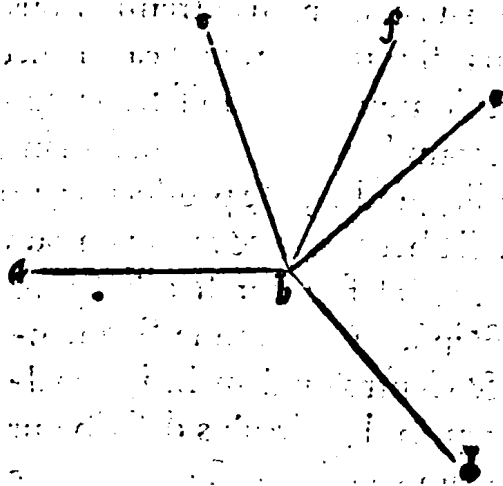
Posidō-
nii
Respon-
sio.

Q 2 stratio

stratio tamen bene succedit . nam iuxta illam partem , in qua non congruunt , altera quidem intrā ; altera verò extra erit , eademque absurda sequentur , Recta à Centro ad externam Circumferentiam protrahita . æquales , n. erunt quæ à Centro sunt , tum maior , quæ ad Circumferentiam externam : tum minor , quæ ad internam . Aut igitur tota toti congruet , æqualesque sunt : aut secundum partē congruens , secundum reliquam vicissim variat : aut nulla ipsius pars , nulli alterius parti congruit , & si hoc fuerit , vel extrā cadit , vel intrā . hæc autem omnia consimiliter redarguuntur . Verum de his hæc sufficiant . Zeno autem aliam Demonstrationē adscribit huiusmodi , cui etiā ob-

Alia Demonstratio quam dābat Zeno.

trectare conatur . Sit . n. duarum Rectarum $a c$, $a d$, cōmune Segmentum ipsa $a b$. & excitetur ipsi $a c$ ad Angulos rectos ipsa $b c$. Angulus igitur $e b c$ rectus est . Si itaque Angulus etiam $e b d$ rectus est , æquales erunt , quod fieri nō potest . Si autem non , erigatur ipsi $a d$ ad Angulos rectos ipsa $b f$. Angulus igitur $f b a$ rectus est . Erat autē Angulus etiam $e b a$



rectus . & æquales igitur adinvicem sunt , quod fieri non potest . Demonstratio itaque hæc est , quā Zeno obtrectavit , veluti aliquid eorum , quæ posterius ostendenda sunt assumentem . à dato nempe . Signo , datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare . Posidonius autem nusquam quidem in Elementaribus Institutionibus huiusmodi Demonstrationem ferri inquit , verum Zenonem suos Geometras veluti flagitiosa Demonstratione videntes calumniari : esse autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam . Siquidem est etiā quædam prorsus utrique Rectarum ad Angulos rectos . quæcunque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt , hocque præassumpsimus rectum Angulum definientes . tali enim inclinatione . solum rectum Angulum constituimus . Sit autem fortasse hæc , quam ereximus . siquidem ipse etiam Epicurus , omnesque alij Philosophi multa quidem eorum , quæ fieri possunt , multa autem impossibilis quoque materiæ , ad consequentis contemplationem supponere concedunt .

Posidonii contra Zenonem rationem.

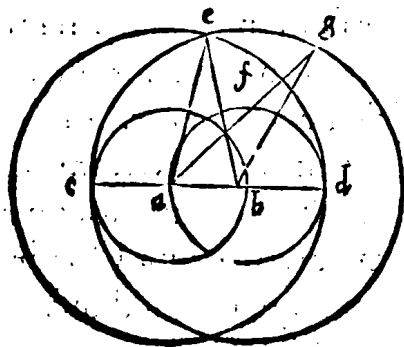
Epicurus.

Toti

Totidem de æquilatero Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Acquicrus. Sit igitur

Finis Di-
gressionis

Linea recta a b, super qua oportet Acquicrus constituere. & describantur Circuli, ut in Æquilatero. & producat ex utraque parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipsi a d æqualis est. Centro itaque b, Intervallo autem e b, Circulus c e describatur. Rursusque Centro quidem a, Intervallo vero d a, Circulus d e designetur, & à Signo e, in quo Circuli se invicem intersecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi a d, e b verò ipsi b c æqualis est, æqualis autem est a d ipsi b c, e a quoque ipsi c b æqualis erit. Verum maiores etiam sunt ipsa a b. Acquicrus igitur est Triangulum a b c, quod fecisse oportuit. At porro iussu sit Scalenum constituere Triangulum super data Recta a b. & describantur Circuli Centris, & Intervallis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producatque ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum est, a f ipsi a d æqualis est. Maior igitur est a g, ipsa a d, hoc est ipsa g b. Centrum autem est & ipsum b, æqualis ergo est g b, ipsi c b. Maior est igitur g b, ipsa b a. At g a maior est, ipsa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales sunt. Scalenum ergo Triangulum est. Tri itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem divulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Acquilæterum quidem unde quaque æquale existens, unico modo constituitur. Acquicrus autem in duobus tantum Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data, n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus; vel ambabus maior. Scalenum verò vndique inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet utranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autem quæ sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplantur quod Problematum alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis sunt. Vocantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata; illa autem, quæ multipliciter, st-



Reliquorum
Triangulo-
rum consti-
tutio,

Documē-
tum.

Problema
tū vniuer-
salis Diui-
sio.
Amphino-
mus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ū verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiuscemodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dissecere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius quàm duplum esset, vtpote triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tripla (multiplex .n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quod multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantē operationem proponitur. quod namque in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædā Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiuscemodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc .n. superuacaneū est, frustra que adicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiā quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinē, Scientiamque parientē Terminū reducat. Vt si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem utroque æqualium Laterū habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulū vtriusque eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet, vt Semi-quadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Basim

Problema
multipliciter
dicitur.

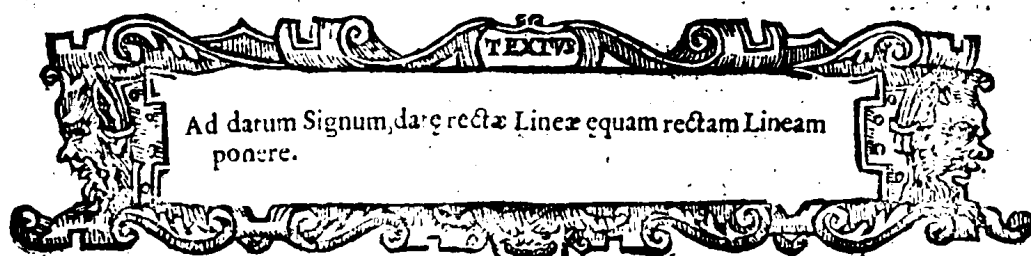
Problema
Geometricum.

Excedens
Problema
quid.

Impossibile
Problema
quid.
Maius
Problema
quid.
Deficiens
Problema
quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplū habet: vel quod secundum quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam, fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiocationem, Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat, quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cōstruitur, tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum,

Hoc, proponitur i Propositione 10. quarti Elementi. Quale dicitur esse perfectū Problema quod & propriè problema dicitur. Primum problema primi Elementi cæteris problematibus præstat.



Propositio secunda. Problema secundum,

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcunque igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesque mutantia eundem Demonstrationis seruant modū, hæc Casum habere dicuntur; quæcunque verò iuxta vnā tantum Positionem, vnāque Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt. simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaque Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantum modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione, quæritur siquidem huic rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, ubicunque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quòd omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in sublimiori. omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnū subijci Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est? præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamque pertinet, siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum no-

Cóm. 6.

Casus in Constructione est.

Documentum

Dub.

In præcedenti Prob.

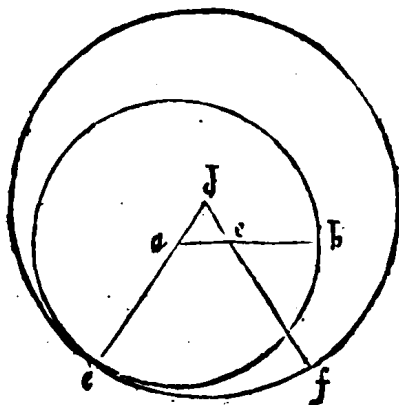
bis

Ip 12. Pro-
positione.
Solutio.

Varii huius
Prob. Ca-
sus.

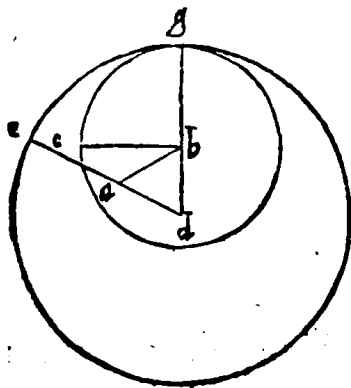
bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cum eam, quæ datæ est æqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nō fecit quòd data, finita est? prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminavit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt si ipsa producat, in extra posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extra posito, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea

a b, Signumque datum c, quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea c a, quod sit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Intervallo autem a b, Circulus b e describatur. Rursusque Centro quidem d, Intervallo verò d e, Circulus e f designetur. Quoniam itaque a, Centrum est, b a, ipsi a e æqualis est. & propterea æqualis est d e, ipsi d f. quarum d c, ipsi d a æqualis est. Triangulum enim d a e, æquilaterum positum fuit. reliqua igitur a e, ipsi c f æqualis est. Erat autem a e, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Latrum protensiones, Circulorumque descriptiones, adhuc multò plu-

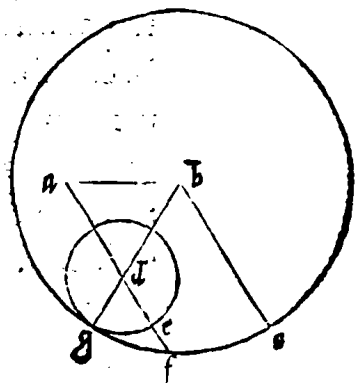


res.

res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaque Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque equi-

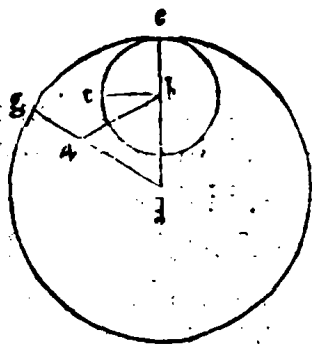


laterum in ipsa non constituitur superius habens verticem (quoniam locus non est) sed inferius, & sit a d b. Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c: aut maior: aut minor. Si igitur æqualis, quod iussu erat factum est. + Si autem minor, Centro



quidem b, intervallo verò b c, Circulus designetur, & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, intervallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt. sed & a d, ipsi, d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est. At b g etiam æqualis est ipsi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendū erat. Si verò maior est a d, ipsa b c, (hoc enim reliquum est) Centro quidem b, intervallo autem b c, Circulus designetur e c. Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, intervallo autem d e, Circulus describatur e g. Quoniā igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e. Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b e. Verum b e, ipsi b c æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. a g igitur ipsi b c æqualis est. & est posita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiā Casibus existentibus, satis est hos quoque in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixerunt. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Intervallo verò tanto quanta est ipsa b c, Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circumferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est. tanta enim erat quæ ex

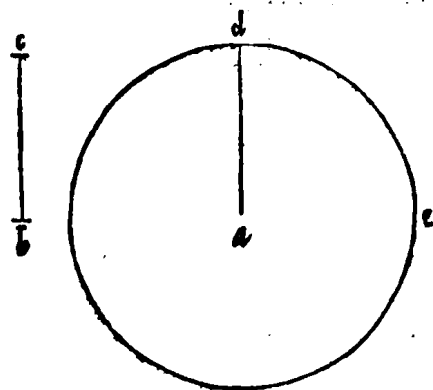
+ Si aut minor, Cetro quidē b, intervallo verò b c, Circulus describatur, & producantur a d, d b vsq; ad Signa g f. & Cetro quidē d, intervallo aut d g, Circulus designetur. Quoniā itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro. n. sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis ē. æquilaterū. n. est. Tota igitur a e, toti b g est æqualis. Verum b g æqualis est ipsi b c, ex Cetro enim. ipsa ergo a e, ipsi b c æqualis est, quod fecisse oportuit.



Quorūdā
prava de-
mōstratio

R Cen-

Centro, quanta est ipsa bc . & factum est id, quod iussu erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cum .n. dicat Centro a , intervallo autem bc , describi circulum $e d$, æqualem iam accipit quodammodo ipsi bc , ad Extremum a positam, & seruans Petitio Extrema intervalli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hic autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò intervalllum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non [†] approbabitur.



† conciliabimus.

Propo 3.
Problema
tertium.

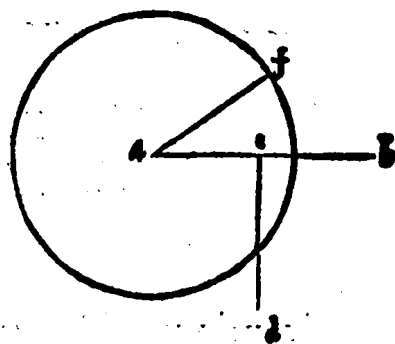
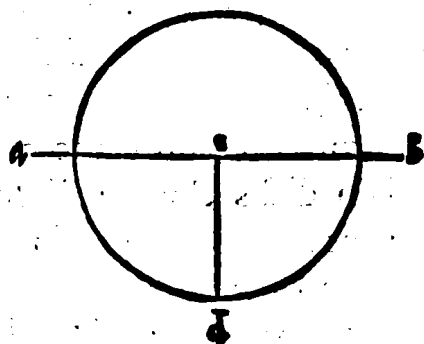
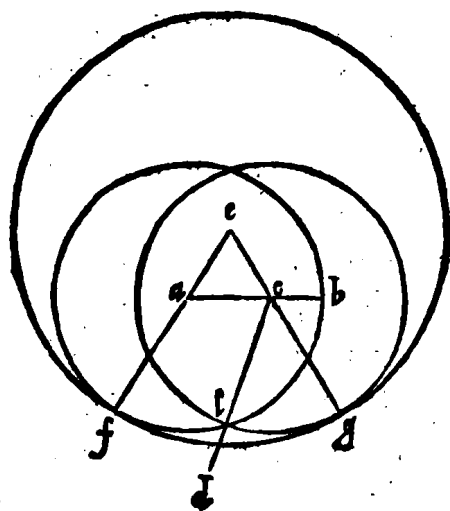
TEXTVS
Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori equalè minori abscindere.

Cóm. 7.

Varii huius
Problema
tis Casus.

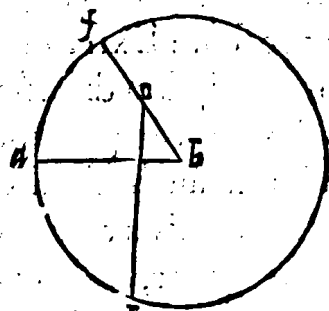
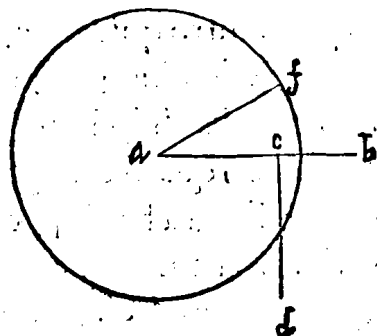
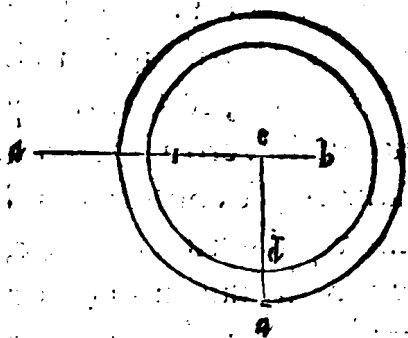
TERTIUM Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocque dupliciter, aut maior minorem: aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio, communi .n. Extremo Centro vsus, intervallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel e conuerso, & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

ribus quædam. Sint datæ rectæ Linæ inæquales $a b$, & $c d$, maior autē $c d$, secetquē ipsam $a b$ sui ipsius Extremo c , & Centro quidem a , Intervallo verò $a b$, Circulus describatur $b f$, & constituatur Triangulum æquilaterum super $a c$, quod sit $a e c$, & producantur $e a$, $e c$. & rursus Centro quidem e , Intervallo autem $e f$, designetur Circulus $g f$. rursusquē Centro quidem c , Intervallo verò $c g$, Circulus $g l$. Quoniam igitur $e f$ æqualis est ipsi $e g$ (Centrum enim est e) quarū $e a$, ipsi $e c$ æqualis est, reliqua $a f$, reliquæ $c g$ æqualis erit. Verūm $a f$ etiam, ipsi $a b$ est æqualis. a enim Centrum est. & $c g$ igitur, ipsi $a b$ æqualis erit, & hæc æqualis est ipsi $c l$. centrum enim est Signum c . & $a b$ igitur ipsi $c l$ æqualis est. Aequalis igitur ipsi $a b$ ablata est ipsa $c l$. Verūm sit $c d$ minor ipsa $a b$, secetquē ipsam $a b$, iuxta c suum Extremum. Aut itaq; in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primū in medio, $c d$ igitur aut dimidiū est ipsius $a b$, & est æqualis $a c$, ipsi $c d$: aut medietate minor, & Centro quidem c , Intervallo verò $c d$, Circulum designans ab ipsa $a b$ ipsi $c d$ æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a si ipsi $c d$ æqualem ponens, describensquē Circulum Centro a , Intervallo autem $a f$, ab ipsa $a b$, ipsi $a f$, hoc est ipsi $c d$ æqualem abscindes. Si autem $c d$ ipsam $a b$ non per mediū dispescit, erit $c d$ aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque $c d$ medietas est, vel minor medietate ipsius $a b$, Centro vtens Signo c , Intervallo autem $c d$, abscindes ab ipsa $a b$, ipsi $c d$ æqualem, iustumquē factum est. Si verò

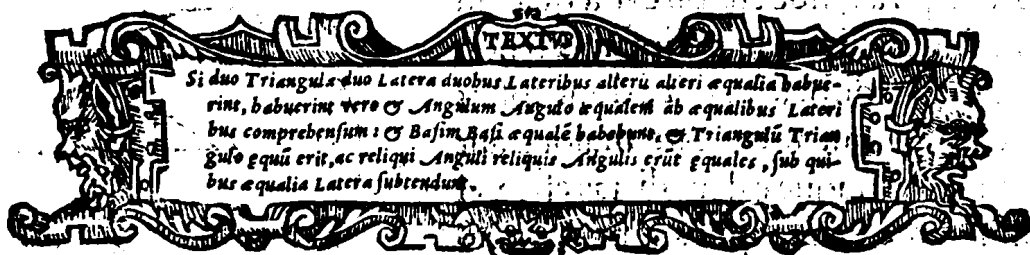


R . . ipsa

ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem interfecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Intervallo vero b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producaturs vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunq; enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur. nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cum ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elementorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens. & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremum Centro vtentem, & posita Intervallo Circulum describere, qui a maiori minori æqualem abscindet, siue se inuicem interfecerint, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.



Propo 4.
Theorema
ma primū



Si duo Triangula duo Lateralibus alteri alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateralibus comprehensum: & Basim Basim æqualem habebunt. & Triangula Triangulo æquæ erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erunt æquales, sub quibus æqualia Lateralibus subtendunt.

Cóm. 2.

Hoc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās: Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam aliā rectam Lineam comparare proponentia: horumque illud quidem a non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiēbat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo namq; qui prius Triangula non constituit, ortumque ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquā Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non ne igitur facile penitus est + ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint, non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter, transitusque a Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & equalium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices. nam alteram quidem, omnino nō existentem producit: alteram verò, ab Inequali per ablationem acquirit. hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent: Basim quoque Basim, & Arcam Arcæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur: duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel equalia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur ad Angulum æqualitas: queruntur autem tria, Basim ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primū in quātitate est Symptoma.

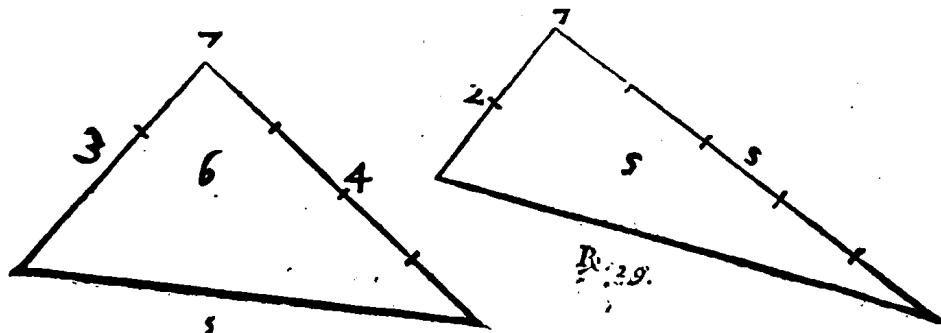
+ Ipsi occurrere? neq; n. omnino scimus an Triangulum constitutum sit.

Vide 16. Propōne tertiū Elementorū.

Datum huius Theorematis. Queritur huius Theorematis.

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib.
4. in cōm.
propōnis
37. & in
cōm. pro-
pōnis 47.



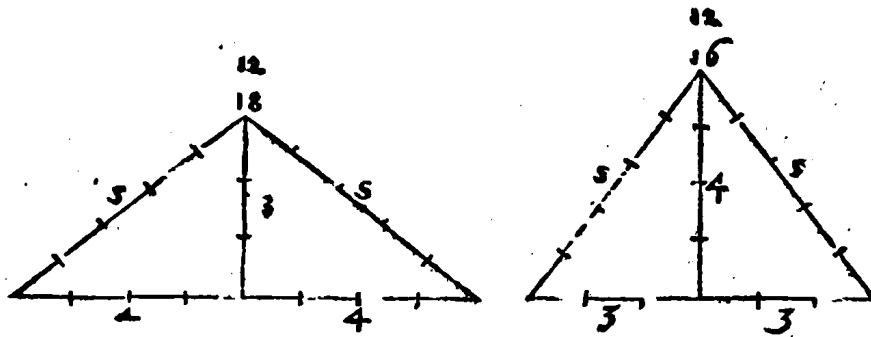
Pulchrū.

Documē-
tum.
Basis Triā-
guli quid.
Duplex ē
Trianguli
Basis.

Quo Triā-
gulū Triā-
gulo æqua-
le sit.
Area Triā-
guli quid.
Ambitus
Trianguli
quid.

geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cum maiorem agrum sumpsissent, iusti existimati fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtracque simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & vbiunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniā ^{non} ab re hoc addit. si quidē de datorū quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquēdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod ē regione ante oculos iacet: duobus autem iam præacceptis necessariò reliquum Basim esse supponendū est. Quapropter hinc quoque Elementorum institutor cum duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cum ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Arcam autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Lineam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam . Diuersum igitur est vtrunque , & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem , Angulos etiam æquales esse , si & Area Areae debet esse æqualis . Accidit autem in quibusdam Triangulis Arcis quoque æqualibus existentibus , Ambitus esse inæquales : Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse . Duo-



bus enim Aequicruris Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex . horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basium octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit . Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans . Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse . & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū sumpserunt . Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alij rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint . nam omnis recta Linea , omni rectæ Lineæ congruit : æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt . Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit : cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit : cum verò intra, minor . nam ibi quidem alterum continet, hic verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra
cōsidera-
tio. Vide
ē in lib. 4.
in cōm. p
pōnis 37.
& 47.

Quo re-
cta Linea
alii rectæ
Lineæ æ-
qualis di-
catur.

Quo re-
ctilineus
Angul^o re-
ctilineo
Angulo di-
catur æqua-
lis.

stroidibus,

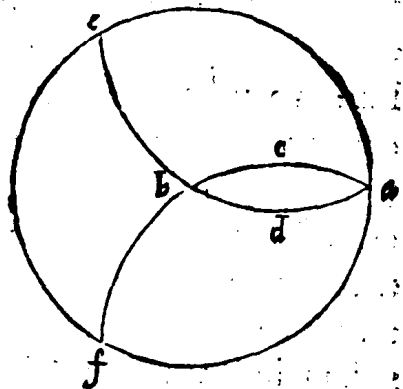
Quo Late
ra dicatur
Angulos
subtendere.

stroidibus, atque in vtrunque conuexis. quoniam fieri potest vt & æquales sint, & Latera sibi inuicem non congruant. Rectus .n. cui-
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest, vt rectis Lineis
Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum
est, quod Angulos subtendere Latera dicuntur, quæ e regione iacent.
omnis enim Triangularis Angulus a duobus quidem, Trianguli La-
teribus continetur, a reliquo verò subtenditur. Propterea Geometra
quoque cum dixisset Angulos æquales esse, adiecit [sub quibus æqua-
lia Latera subtendunt] ne diuersum non esse intelligamus qualem-
cunque Angulum suscepisse, huncque cuicunque reliquorum Trian-
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos
æqualia Latera subtendunt. æqualium etenim Laterum alterum qui-
dem, alterum æqualium Angulorum subtendit: reliquum verò, reli-
quum. Ad præsentis itaque Theorematis declarationem totidē cō-
siderentur. Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit. Si enim, inquit, Ba-
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt: si
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit
igitur quod hoc fieri nō possit? Sint

Documē-
ti finis.
† præassu-
matur. Ad
ipsius aut
Demonē
illud

Demon-
strat quod
duæ rectæ
Lineæ spa-
tium non cō-
prehēdūt.

duæ Rectæ Spatium comprehēden-
tes a c b, a d b, & producantur in in-
finitum. & Centro quidem b, inter-
uallo autem a b, Circulus a e f desi-
gnetur. Quoniā itaque Linea a c b f,
Dimetiens est, medietas Circunfe-
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-
tas Circunferentiæ Circuli est ipsa a e.
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f



Documē-
tum.

Circunferentiæ, quod minimè fieri potest. Duæ igitur rectæ Lineæ
nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoque in-
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad om-
ne Signum, rectam Lineam ducere] eò quod vna recta Linea sem-
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ. nam plures qui-
dem Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-
tibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-
tis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniungun-
tur. Fieri autem potest vt & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-
cūferentiæ

cunferentia data Signa coniungentes describantur. causa verò est,
 quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum
 autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudi-
 nis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ce-
 terorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque
 inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem ma-
 ximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quod
 autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cōmunibus de-
 pendet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniēs est, ab ipsa quæ
 Suppositionum euidētia egressa, cuilibet manifestum est. nam cum
 quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, si-
 bi inuicem congruunt. Cum verò Anguli, qui ab æqualibus Lateri-
 bus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt.
 Angulo autem ad Angulum, Lateribusquæ ad Latera coaptatis, in-
 ferre etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæc, Basis
 quoque congruet Basi. Si verò Triā Tribus, totum etiam Triangu-
 lum toti Triangulo, omniaquæ omnibus æqualia erunt. Aequalitas
 igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstra-
 tionis causa esse apparuit. duo enim hic sunt Pronuntiata totam pro-
 positi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum
 quidem dicens quod ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt,
 & hoc simpliciter verum est, nullaquæ indiget limitatione, quo Ele-
 mentorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisquæ Angulis vti-
 tur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt.
 Alterum verò, quod ea, quæ equalia data sunt, sibi inuicem congruunt.
 Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia
 sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, &
 Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à si-
 milibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem
 dico quod quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt
 tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit.
 Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus,
 & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcquæ sibimetipsis conueniunt.
 Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusquæ
 omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt.
 Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quod o-
 mnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitio-
 nis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verū enim vero de tota
 Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib.
secundo.
Cōm. 10.

Finis Do-
cumēti.

Præsentis
Theore-
maris De-
mōstratio

Octauum
Pronūcia-
tum.

Conuer-
sum octa-
ui Pronū-
riati.
Nota q
speciē hic
specialissi-
mā intelli-
git.

† Simplic.

Digressio

S Astro-

Distinctio
Problemata,
& Theorematum
secundum
Carpum.
Prima dif-
ferentia.
Secunda dif-
ferentia.

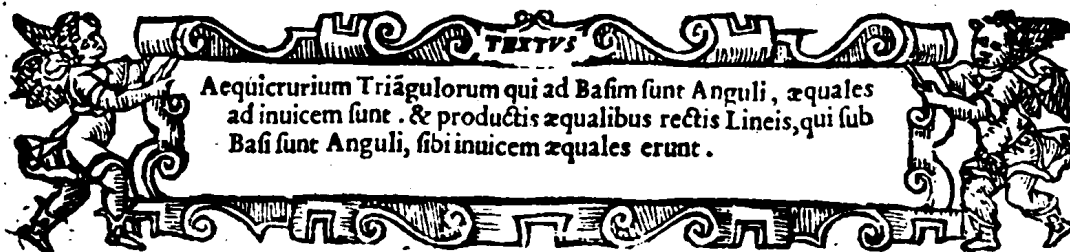
Astrologica tractatione de Problematicis, atque Theorematibus sermonem suscitavit siquidem oportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac denique horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematicis inueniri quærentur . Nec non Problematicis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquæ artificiosa intelligentia indigentem . hoc aliquid enim facere manifestè iubet, ut æquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentique scientiam iudicio indigentem . ut neque veritatem excedere, neque à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoque est, Theorematum primum existens . Præterea in Problematicis quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus . hoc pacto enim faciliora Problematicorum inuestigantur . in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, ut ad tempus usque nostrum (inquit ipse) nemo communem horum inuentionis methodum tradere possit . Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius utique esset . His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoque institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorum institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartum est in ordine . non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si èt nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema . omnino enim communibus in hoc utitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem . veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iure Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primarium illa sortita sunt locum . & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimum apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensibilia versantur, ad contemplationem ascendunt : dignitate verò Theoremata Problematicis præcellunt . & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cõiungit, problematicè agere : quatenus verò primæ sciẽtiæ coheret, Theorematicè à Problematicis ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab istis, quæ ad Artes magis spectant

Propria
opinio.

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemîno obtreſtare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenſi. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſſignauit: Gemînus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cūm quidē in Theorematibus Simpliſſimum ſit, atq; principaliffimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicā, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demōſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſq; Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoq; Data ipſa conſtruuntur.

Defendit
Gemînū.



Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Propoſ. 9.
Theore--
ma ſecun--
dum.

Theorematum alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiuiſibilia ſunt, vnum habētia Datum, & vnū Queſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quę ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cōcluſiones Suppoſitione Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horū alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimē poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verū fieri non poteſt vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq; fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola æqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſſibile

Cōm. 9.
Theore--
matum di-
uiſio.

Prima p-
positio se-
xti.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quæ sub eadē sunt Al-
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisquē
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata; alia verò
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquē omnibus
inferunt Conclusionem; alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quæ concluduntur,
Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui An-
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-
tendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &
Parallelogrāmorū Theoremate sub eadem Altitudine existiētū.

Theore-
ma.

Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [Circularum, Ellipsiūquē
Dimetientem tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā
diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt;
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus
quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaquē diuidit,

† Vnam
quāq; qui
dem Com-
plexi par-
tē nō vni-
uersaliter.

† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,
quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem di-
camus, in Circulo omnes per Centrum transcentes se inuicem bi-
fariam secant. Segmentorumquē omnium Angulos æquales fa-
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quæ à Dimetiente fiunt.

† Sed eorū
tātū, quæ

Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolu-
tionumquē gratia machinati sunt, multa .n. cū incompressa qui-
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Cōmoditates
ad Resolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum
cū vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsitā ap-
posuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æ-
quales sunt. rursusquē deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,
qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-
tum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtro-
que. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Trian-
gulum: si autem qui sub Basi, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

† quæ.

&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elementorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primum quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquam enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematum Constructione, aut Demonstratione utetur. Cum igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interferere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quamuis nusquam hoc usus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarum tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc utilissimum erit. Artificiosum autem est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium ijs, quæ dicenda sunt præparare, responsionumque subsidia præmoliri. ut non solum eorum, quæ vera sunt Demonstrationes ex ijs, quæ prius sunt demonstrata, verum etiam Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem, ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentum. nam qui in illis etiam sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sane præter propositum est) alijs primò ipsorum solutiones præparare, is utriusque certissimam mirum in modum disputationum viam prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, ijs, quæ nunc ostenduntur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendacem, quòd in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuum erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextum non conuertit, quoniam neque etiam præcipuam hoc affert vtilitatem, verum per accidens ad totam scientiam nobis confert. Siquis autem à nobis petat, nos non producentes etiam æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodammodo Constructionem transponentes, & eas quæ extra sunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit .n. Aequicrus abc , accipiaturque in Linea ab quodcunque Signum, sitque illud d , & ab ipsa ac , ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit e , & protrahatur rectæ Lineæ bc , dc , de . Quoniam itaque ab , ipsi ac : & ad , ipsi

Vide inferius in præfati com.

Dubitatio

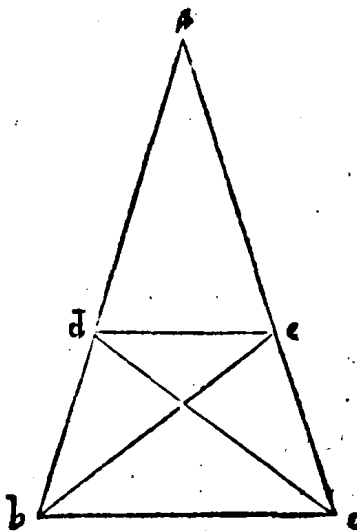
Solutio.

Notandum
† ex hoc
quoque eius
qui in Geo-
metria est
est ordinis
ad Rhetorica
emolumentum.

Ecce causa,
quæ superius
promissit.
Quidam huius
Theoremat
causam.

a e æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāobrem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c: & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, à quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d c, e e b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri æqualia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtrēdunt æquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est: nam Angulum quidē d b c, Linea d c; Angulum verò e c b, Linea e b subtenit. Acquicrurum igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā rectis Lineis non productis. Adhuc autē breuius hoc Pappus ipse demonstrat, + quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Acquicrus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vñū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b æquales sunt, dux vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē. n. est) & omnia igitur, omnibus æqualia sunt. Basis quidē b c, Basi c b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his. n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Acquicrurum igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quòd Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,

† nulla ad
ditione i-
digens,
Demōstra-
tio Pappi.



&

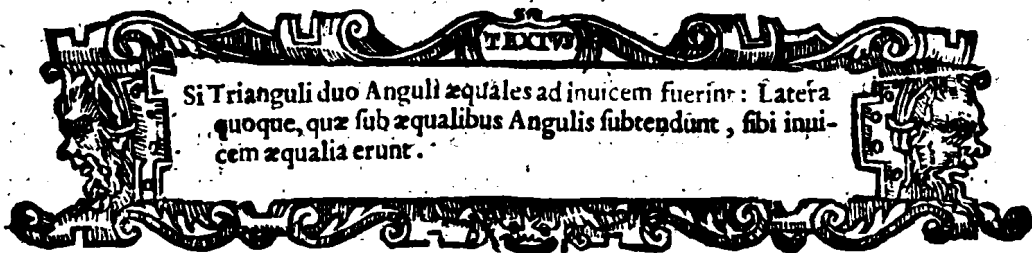
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstramus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quòd vtique omnis Acquiruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt: moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (e quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circumferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc. n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quòd tres solæ Lineæ & non plures similium partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quèadmodum fanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Acquiruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similium partium Lineam incidentium. illis enim primū inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor.

Laudat Geminus.

Theorema Geminus.

In 20. Propositione.



Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subtendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propo 6. Theorema 3.

Præsens Theorema duo hæc Theorematum in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio verò

Cōm. 10.

Cōuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio inferitur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hic est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si. n. Compositum Theorema fuerit, a pluribus Suppositionibus incipiens, in vnāque Conclusionem desinens, accipientes Conclusionem, vnāque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus equalia Latera posita, æquales Angulos continent, quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod a duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatæ, sed quedam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quod multæ falsæ Conuersiones fiunt, & nō sunt propriæ Conuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quod omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Meneghini, Amphinomi que familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum autem, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cū. n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cū autē e contrario Suppositionem quidem Symptoma

† accipien-
tes Con-
clusionem
vnāque
ex Suppo-
sitionib⁹
conclusio-
nē faciūt.
vnā Sup-
positionū,
vel et plu-
res. & hoc
modo.

Duplex
Cōuersio
Geometri-
ca, ppria,
atq; imp-
pria.
† Et non
vnū vni,
Sed vnum
multis cō-
uertēs, iux-
ta Sup-
positionū
Notādū.

Quid præ-
cedēs, & qd
Conuer-
sum Theo-
rema.

ma fecerint: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ijs, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ijs, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principijs sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principijs quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidencia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ijs, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principijs illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quam Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtendentia

Genus hic
pro subie
cto.

Epilogus.

Deductio
ad impos
sibile quid
apud Geo
metras.

Documen
tum.

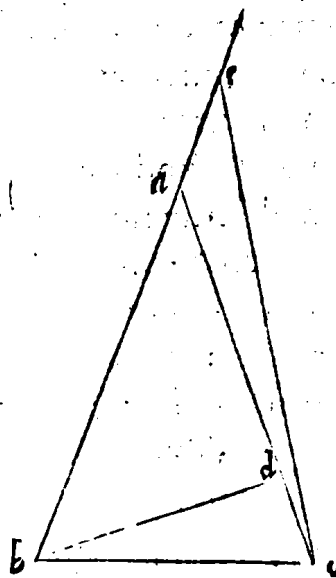
Porphyri

T æqualia

Epilogus.

In principi-
pio huius
cōmenti.Quidā hu-
ius Theo-
matis ca-
sus.

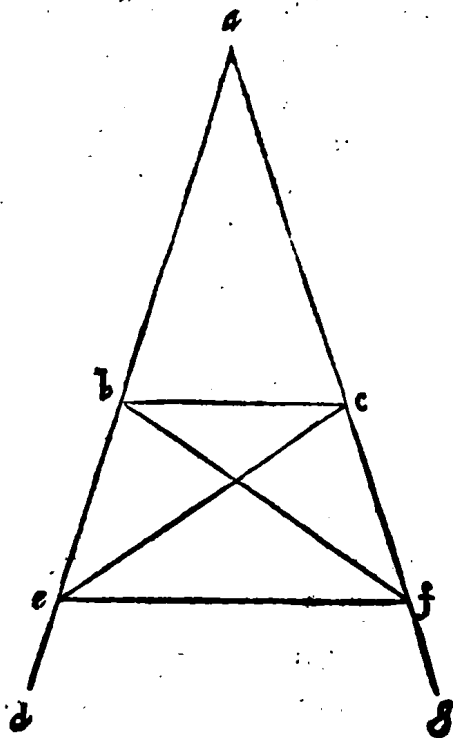
æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est; verum hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium La-
tera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem
de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur
sufficiant. Vtitur aut (quod iā diximus) Elementorū institutor Con-
uersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti
Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquā
Quæsitum adiecit: Deductione autem ad impossibile, in Constru-
ctione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes,
quod nō oportet ipsi a b ab ipsa a c æqua-
lem auferentem, ad Signū c, facere abla-
tionē, sed ad Signum a, hanc quoq; po-
nentes Suppositionem in idem impossi-
bile incidemus. Sit .n. a b æqualis ipsi a d,
& producat b a, ponaturque æqualis
a c, ipsi d c. Tota igitur b e, toti a c æqua-
lis est. Connectatur ipsa e c. Quoniam itaq;
a c æqualis est ipsi b e, cōmunis autē b e,
duæ duabus æquales sunt, & Angulus,
qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis
est. Sic .n. positum fuit. & omnia igitur
omnibus (per quartum Theorema) æ-
qualia sunt. Quamobrem Triangulum
quoque e b c, Triangulo a b c æquale est,
Totum parti, quod minimè fieri potest.



Verum quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum
etiam Conuersionis ostendamus. nam Elementorum quidem insti-
tutor ad quinti Theorematis partē, totum sextum conuertit. Ope-
ræpretium est autem reliquam quoq; Conuersionem adncere. hæc
autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuius-
dam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse: ostendit
verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, &
producantur a b, a c ad Signa d g, sintque Anguli, qui sub Basi sunt,
æquales. Dico quod Triangulum a b c, Aequicrus est. Sumatur .n.
in Linea ad Signum c, ipsique b e æqualis c f. & connectantur Lineæ
e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipsi c f æqualis est, cōmunis autē b c,
duæ duabus æquales sunt, & Angulus e b c, Angulo f c b æqualis est.
sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theo-
rema) æqualia sunt. & Basis igitur e c, Basi f b æqualis est, Angu-
lusque

Demō re-
liqui con-
uersionis
membri.

lusque $b e c$, Angulo $c f b$: & Angulus $c b f$, Angulo $b c e$. sub ipsis enim æqualia Latera subtendunt. erat autem totus $e b c$ Angulus toti $f c b$ Angulo æqualis, ex quibus Angulus $f b c$, Angulo $e c b$ æqualis est. & reliquus igitur $e b f$, reliquo $f c e$ æqualis est. est autem $b e$, ipsi $c f$: & $b f$, ipsi $c e$ æqualis, æqualesque continent Angulos. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam $b e f$, Angulo $c f e$ æqualis est. Quamobrem Latus quoque $a e$, Lateri $a f$ æquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus $b e$, ipsi



$c f$ æqualis est. sic enim ablatae fuere. reliqua igitur $a b$, reliquæ $a c$ æqualis est. Aequicus ergo est Triangulum $a b c$. Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicus est: tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habuerit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicus erit. Qua de causa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non convertit. An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus Triangulum Aequicus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi confert, cum sequentibus etiam Theorematis hoc confirmetur, ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus existentibus, Aequicus & Triangulum ostendi: si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quod Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequicus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

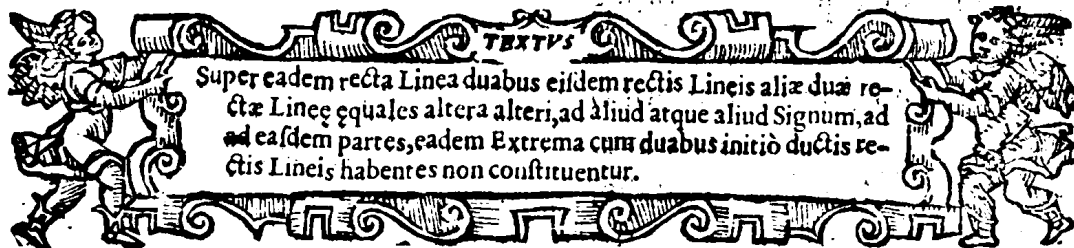
Dubitatio

Solutio.

T a matum

Propo 13.

matum Demonstrationem . nam paulò pòst apparebit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigere : quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propo 7.
Theorema 4.

Super eadem recta Linea duabus eisdem rectis Lineis aliæ duæ rectæ Lineæ æquales altera alteri, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes, eadem Extrema cum duabus initio ductis rectis Lineis habentes non constituentur.

Cóm. 11.

Aristote.
in 1. po. st
tex. 31.† nam sine
affirmone
neque

11. 11. 2

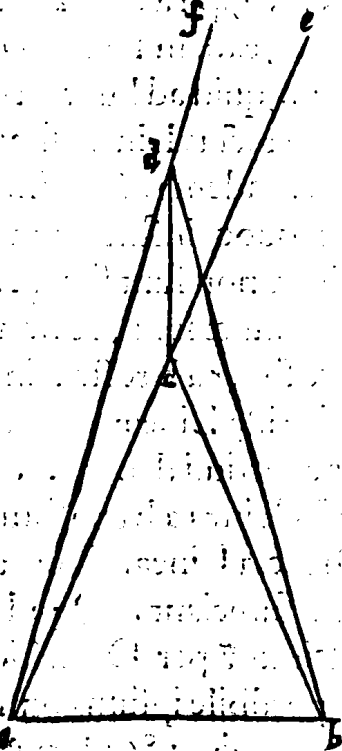
Prima huius
Theoremat
cōditio.

Secunda.

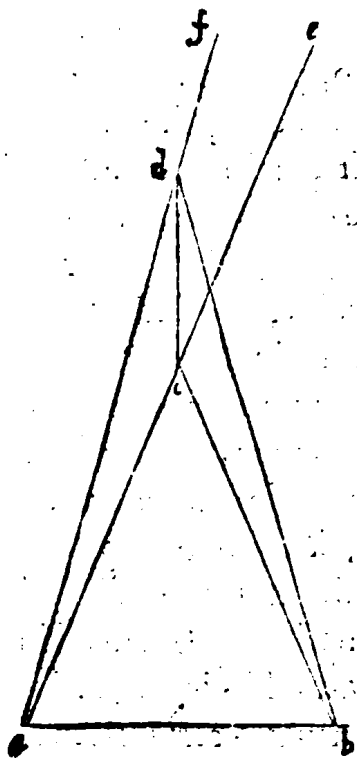
Tertia.

PRÆSENS Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter
iis, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per nega-
tionem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium
ipsis est. ut plurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorū
Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut
inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientiis
maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negatione quæ nihil in-
digens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si de-
bet ostendi † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est,
neque Ratiocinatio quædam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ,
plurima quidem affirmantia ostendunt, rarò verò negantibus vtun-
tur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce
Theorematis Propositio, omnibusque additionibus vincta, quibus
adeò certa, atque indubitata facta est, ut ab iis, qui calumniari conan-
tur, coargui, cōvincique minimè possit. nam primò quidem particula
illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus
alteram alteri æquales ostendamus, Propositione quæ vtentes circun-
ueniamus. Secundo vna recta Linea existēte, nō inquit super ipsam
duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest)
sed alteram alteri. quid .n. mirū est vtrasque vtriusque æquales sumpsis-
se eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: al-
teram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossi-
bile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æqua-
les fecisset, hasce illis in eodē Signo, quod subiectas rectas Lineas iux-
ta verticem coniungit, coaptasset, hasque constituisset? omnino .n.
æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum con-
gruēt.

gruent. Quartò adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si Quarta.
 vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuiffemus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem partes,]. Quintò subdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis Quinta.
 rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituiffet, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ijs, quæ constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteri quæ Dimetienti. Verum æquales eadem non habebunt Extrema: neque .n. Parallelae, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipse autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur. Instantia.
 Fortasse autem quidam præter hos quoq; omnes scientiam gignentes Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit. Sit .n. a b recta Linea, & super hac duabus a c, c b, duæ æquales a d, d b, sint quæ hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d sint, eadem quæ Extrema cum ijs, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b. & sit a c quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi b d. Aduersus itaque hoc modo instantes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his .n. constructis manifestum, quòd Triangulũ quidem a c d Acquirus est, æquali existente (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c: Anguli verò, qui sub Basi, æquales, Angulus scilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est Responso.
 Angu-



Angulus bcd , Angulo bdc . Sed quoniam rursus Linea db æqualis est Lineæ bc , Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus bcd , Angulo bdc . Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minime fieri potest. Et hoc quidem est,



quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quod, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicē æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematū Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximè affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quod $a c$, $a d$ æqualibus existentibus, Anguli quoque ecd , fdc æquales erunt. Consimiliter autē in alijs quoque Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cōferre apparebit.

Alia Instantia.

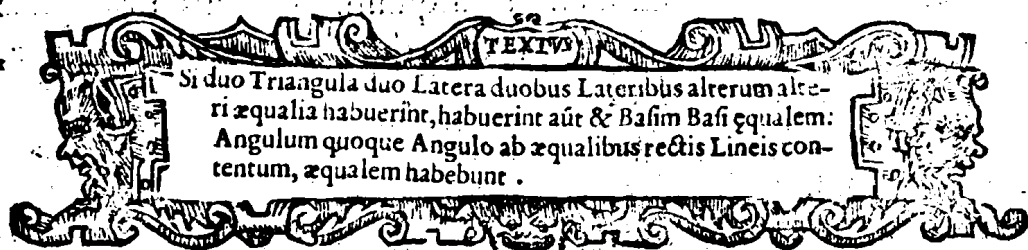
Responsio.

† quæque
ipsis æqua
les sunt.

Si quis autem dicat quod sint super recta Linea ab , rectæ Lineæ bd , bc æquales rectis Lineis ac , ad , quarum bc quidem equalis sit ipsi ac , bd verò, ipsi ad , ad aliud atque aliud Signū, a scilicet, atque b , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis $a c$, $a d$ habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quod oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea ab constituere, hisque æquales super eadem recta Linea ab constitui? hoc modo enim Elementorum quoque institutor in Propositione dicit. Ipse autem ac , & ad rectæ Lineæ non sunt super recta Linea ab , sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super ab recta Linea consistunt, ut ac , cb , & ad , db : aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæque ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea ab constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa ab recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficient. Quod autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quod impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeque esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octavi

Theo-

rematis esse, ad illius namque Demonstrationem confert, & necque Elementum simpliciter est, neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit utilitatem. Rarisimum igitur apud Geometram ipsius usum reperiemus.



Propō 8.
Theore--
ma. 5.

OCTauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Cōm. 12. Conuersionem sumptum, non .n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verum aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæditorum, quæ in illo sunt contexens, vnū quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæditorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæditorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autem causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positū est, Quæstio & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo sit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniā verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam eum per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cōmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodū octauū) ab alio Theoremate. euidentiōra .n. ad redargutionē sunt ea, quæ cōmunibus notionibus oppugnantia sunt, ipsæ quæ Theorematibus contradicunt. hæc siquidē per

Responso.

Philonis
Demon-
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demon-
stratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam de-
monstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit.
Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū se de-
monstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis
existentibus abc , & def , duoque Latera duobus Lateribus equalia,
& Basim bc , Basi ef equalem

habentibus, Basis Basi con-
gruens, Triangulumque abc ,
& Triangulum def positum
in eodem quidem Plano, ne
Basis declinatio duorum sit:
ad alteram verò utcunque ip-
sius ef rectæ Lineæ partem,
ita ut oppositi ipsorum verti-
ces sint, viceque ipsius abc ,
sit hoc modo positum ipsum
 efg . & sit ipsi quidem de , æ-
qualis eg : ipsi autem df , ipsa
 fg . Ipsa itaque fg aut in dire-
directū posita erit Lineæ df ,
aut non in directum. & si nō

Casus De
monstra-
tionis Phi-
lonis,

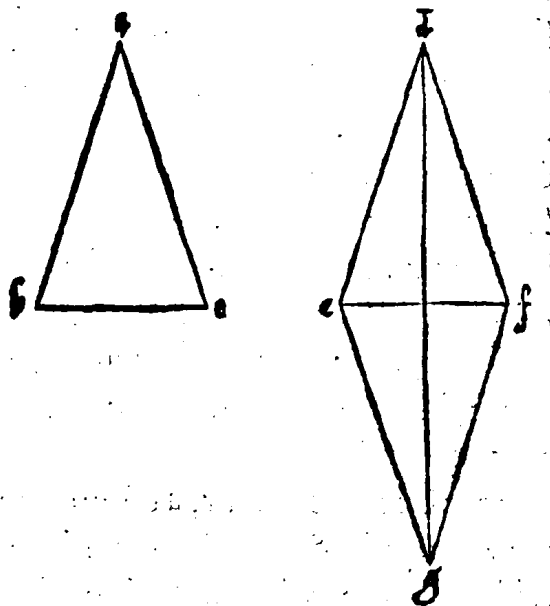
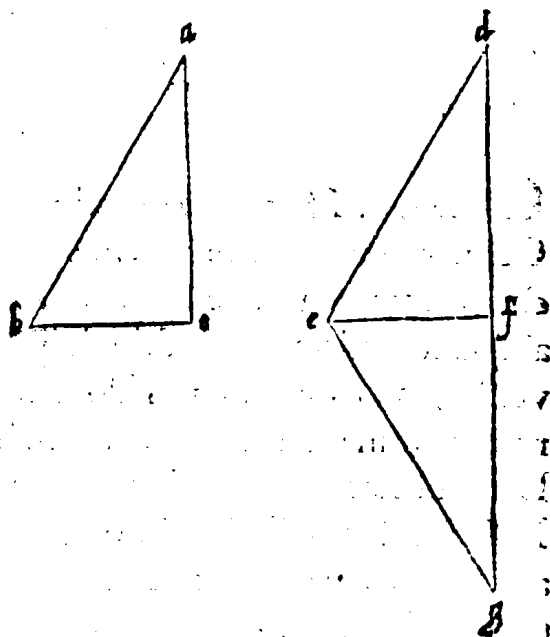
Primus.

Secundus.

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut
iuxta externam. Sit primū in directū posita. Quoniam igitur equa-

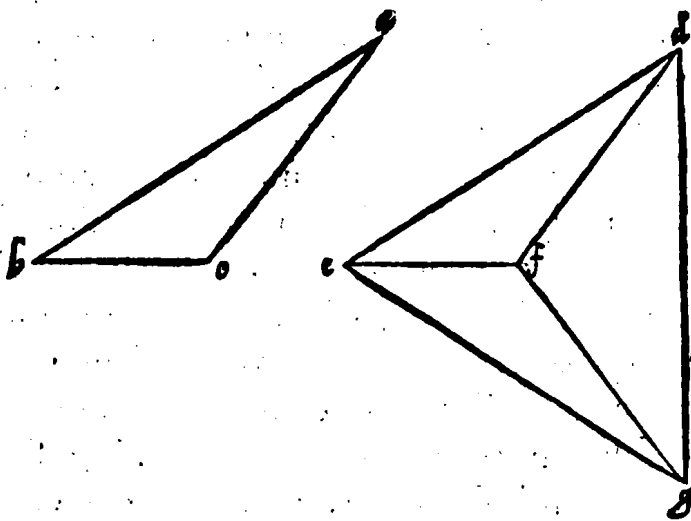
lis est de ipsi eg , vnaque est Li-
nea ipsa dfg , Triangulū $d eg$
Acquicrus est, & Angulus, qui
ad Signum d , Angulo, qui ad
Signum g æqualis est. Si verò
non indirectum iacet, intus fa-
ciat Angulum, cōnectaturque
 dg . Quoniam igitur de , eg æ-
quales sunt, Basisque dg , An-
gulus etiam edg Angulo egd
æqualis est. Rursus quoniā æ-
qualis est df , ipsi fg , Basisque
 dg , Angulus quoque fdg , An-
gulo fgd æqualis est. Erat autē
& Angulus edg æqualis Angulo egd . Totus igitur edf , toti fge

equalis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta exter- Tertius.
nam partem faciat Angulum ad ipsam df , ipsa fg , & connectatur
extra recta Linea dg .

Quoniam igitur dc ,
 eg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Anguli
 cdg , dge æquales sūt.
Rursus quoniam df ,
 fg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Angulus
 fdg , Angulo fgd æ-
qualis est. Erāt autem
toti etiam cdg , dge
Anguli ad inuicem æ-
quales. & reliqui igi-
tur cdf , fge Anguli



inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet fg rectæ
Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-
mus, septimòque nusquam vli fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) fru-
stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter
octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam
illo ostensum est, quonam pacto penitus inutile septimum non ap-
paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ ñ etiam, qui nos præces-
sere dixerunt) quòd septimum Theorema demonstratum, ñs, qui
Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque
defectibus habetur sermo, maximam affert utilitatem. hoc .n. aiunt
vntes ostendisse quòd tres consequenter Defectus æquali spatio ab
inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tan-
to temporis spatio distet à primo, quanto tertius à secundo. Exem-
pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, vigintique diebus
elapsis factus fuit: Tertium utique post secundum tanto tēporis spa-
tio minimè factum esse, verum aut maiori, aut minori. hoc autem sic
se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum
Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-
ferens obiter ostendisse, verum multa quoque alia Theoremata, atq;
Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulo-
rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū pro-
ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui
enim descripserunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,

Dubitatio

Solutio.

Tres defe-
ctus cōse-
quēter æ-
quali spa-
tio distan-
tes esse nō
possunt.

Vltima p-
positio li-
bri quarti
quō ad A-
stronomiā
conferat.

V Polo-

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quindecim angulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Elementorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa praestostendere, ad illam quoque scientiam nos praeparans. Cum autem simul vidisset quod septimum hoc Theorema ex quinto Theoremate ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi locum praebuit, siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Casuum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.

Dubitatio Ad hanc igitur Quaestionem haec dicta sint. Siquis autem dubitet quare ratione tot etiam in octauo non addidit, quod in quarto Theoremate,

Solutio. & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, aequales esse: Dicemus quod verticali Angulo aequale demonstrato, omnia quoque omnibus aequalia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tamquam

Documentum. consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum aequalitatem, Latrum illos Angulos comprehendentium, Basiumque aequalitas efficere. neque enim Basibus inaequalibus existentibus eisdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus aequalibus suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur, & dum crescit illa, Angulus quoque una crescit. neque eisdem Basibus existentibus, Lateribus autem inaequalibus euadentibus Angulus manet, verum dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò augentur, imminuitur. Contrariam. n. passionem Anguli, Lateraque illos comprehendentia patiuntur. etenim si in eadem Basi Latera in inferiorem partem descendere intelligas, ipsa quidem diminuis, Angulum autem ab ipsis comprehensum auges, maioremque ipsorum ab inuicem distantiam efficis. Si autem in altum ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quem continent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis remoto à Basi facto. Certum igitur est dicere, quod & Basis eadem existens, & Latera aequalia existentia, ipsius Anguli aequalitatem determinant.

Propo. 9.
Probl. 41

Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Com. 13.

Problematibus Theoremata admiscet, Theorematisque Problematibus contextit, & utrisque totam Elementarem institutionem conficit, cum quidem Subiecta comparas, tum verò Symptomata circa subiecta ipsa

ipsa considerans. Cum itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo equalitati Laterum consequentem equalitatem Angulorum, & e contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quod Conversionis modus in vno, in duobusque Triangulis diversus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quod Angulus hic quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicumque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites utrum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis eorum, quæ posterius tradenda sunt utentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mixtæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomides quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inventor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippig, Nicomidisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mixtis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt, quorum considerationes res, qui instituuntur contemplatu difficiles cum sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circumferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab eisdem Lineis præsci omnem Circumferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iure igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circumferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixtione constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quæcunque mixtis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profectò est, quod etiam in præsentia proponitur Problema [Datum An-

Circa hoc
Vide Vi-
tellionē i
28. Propo-
sitione pri-
mi.

Nicomē-
des ap-
propri-
etatis Con-
choidū Li-
nearū fuit
inventor.

In Pro-
positione
30. tertiæ
Elemen.

Hic tradit
causam p-
pter quā
Eucl. recti-
lineū An-
gulū solū,
& Circun-
ferentiam
in duas tā-
tū partes
æquales se-
cuit.

In lib. 2.
cap. 8.

Instantia.

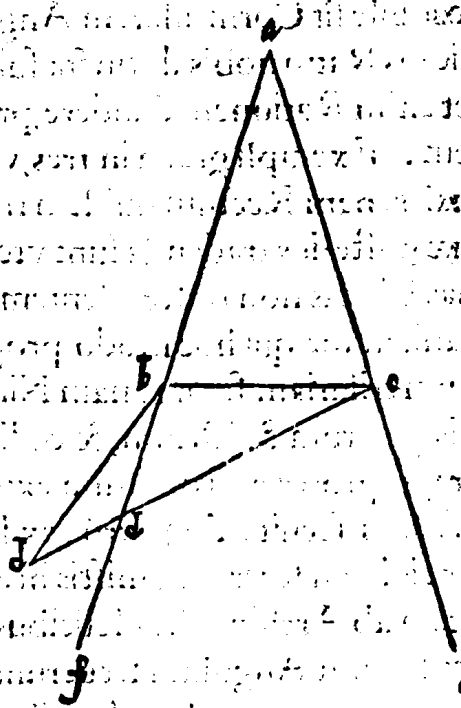
gulum rectilineum bifariam secare in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione & primo ac tercio Theoremate; in Demonstratione vero, solo octavo Theoremate valetur, omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram instant dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus bac , quem

bifariam secare oportet. & in Linea ab , Signum b , & ipsi b aequalis ca , & connectatur bc , constituturque in ipsa Triangulum aequilaterum bcd . hoc porro d Signum aut inter ab , ac rectas Lineas est, aut in ab , aut in ac , aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam

Solutio.

vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea ab , ita vt bcd Triangulum aequilaterum sit. Aequalis igitur est db , ipsi dc , & Anguli, qui ad Basim, aequales sunt, Angulus scilicet cbd , & Angulus bcd . Totus igitur bce maior est Angulo cbd . Rursus quoniam ab , ipsi ca aequalis est, Triangulum abc aequicrusum est, & Angulos, qui sub bc Basi sunt, aequales habebit. Angulus igitur bce , Angulo cbd aequalis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea abd esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea ace . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quonia igitur bd , ipsi cd aequalis est, Anguli, qui ad Basim, aequales sunt, nempe bcd , & cbd . Maior igitur est Angulus bcd , Angulo cbf . multo igitur maior est bce , ipso cbf . verum aequalis etiam ipsi est, sub Basi siquidem bc Aequicruris abc sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra

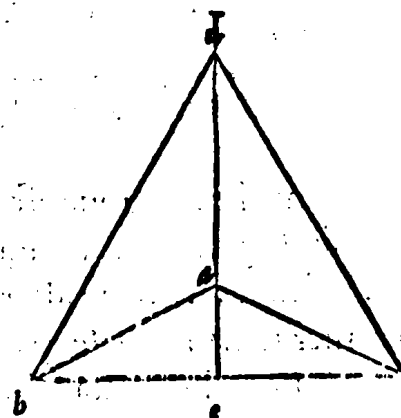
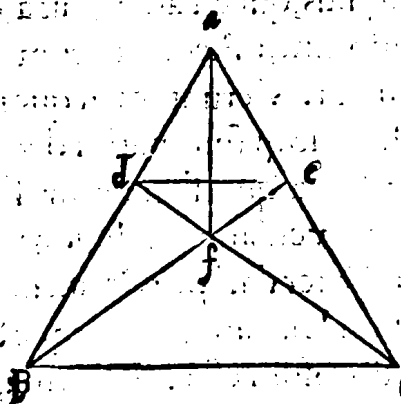
duas



duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quod neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quod Instantias redarguimus hoc videntes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quod plura scientiæ oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quod hanc Geometræ præstat utilitatem. Siquis autem dicat sub Basi $b c$ locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ $b a$, $a c$ constituere, necesse vtrique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsæ $b a$, $a c$ congruere, si ipsæ quoque Basi $b c$ æquales: aut extra ipsas cadere: si ipsæ Basi $b c$ minores: aut intra, si ipsæ $b a$, $a c$, ipsa $b c$ maiores fuerint. Congruant primum, sitque Aequilaterum ipsum $b a c$, & sumatur in Latere $a b$ Signū d , & a Latere $a c$ auferatur æqualis ipsi $a d$, quæ sit $a e$, connectanturque $d e$, $b e$, $c d$, $a f$. Quoniam itaque $a b$, ipsi $a c$: & $a d$, ipsi $a e$ æquales sunt, duæ $b a$, & $a e$, duabus $c a$, $a d$ æquales sunt, eisdemque Angulum comprehendunt. Quamobrem & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus $d b e$, Angulo $e c d$ equalis est. Aequalis autem est & $d b$ ipsi $e c$: & $b e$, ipsi $c d$. Et omnia igitur omnibus equalia sunt. Quapropter Angulus $d e b$, Angulo $e d c$ æquus est. sub his. n. equalia Lateralia subtendunt. Et $d f$ igitur ipsi $e f$ (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur $a e$, ipsi $a d$ equalis est, & $a f$ cōmunis, Basisque $d f$, Basi $e f$ equalis, Angulus $d a e$ in duas partes æquales dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra $b a$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Lateralia cadant, sint $b d$, $d c$, connectaque $d a$ producaturs vsq; ad Signū e . Quoniam itaque $b d$, $d c$ æquales sunt, communis autem $d a$, Basesque $b a$, $a c$ æquales, Angulus quoque $b d a$ (per octauum) Angulo $c d a$ equalis est. Rursus quoniam $b d$, $d c$ æquales sunt, & $d a$ cōmunis, Angulosque æquales continent (vt ostensum est) Basis quoque $b c$, Basi $e c$ (per

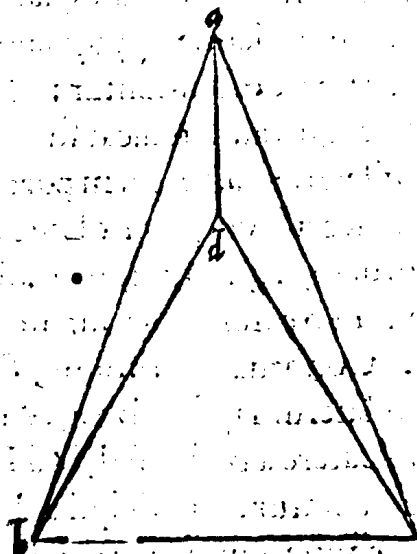
Idē superius in cō. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Casus.



quar-

quartum) æqualis est. Quoniam igitur $a b$ æqualis est ipsi $a c$, communisque $a c$, Angulus quoque $b a c$, Angulo $c a c$ æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra $a b$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, ut ipsa $b d$, $d c$, connectatur rursus Linea $a d$. Quoniam itaque $b a$, ipsi $a c$ æqualis est, communisque ipsa $a d$, Basis autem $b d$ æqualis est Basis $c d$, et Angulus ergo $b a d$ Angulo $c a d$ (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū a , quomodocumque Aequilaterum constituitur. Veruntamen quoniam de his quoque summam diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theorema veniamus, tale adijcimus circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiā partem Recti dicimus. Præfens autem Angulus Forma tantum datus est.



Documē-
tum.



Propo 10.
Elem. 5.

Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

Problemata hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signum sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio. illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiantur quæ bifariam secari debet. Forlasse autem quidam ab hoc

Dubitatio

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartilibus constet, aut ex imparibus finita, còpletaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartilibus constat. Si autem nò ex impartilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quiddam Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cum enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem còmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiam dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo insecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadam Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim vero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita ab , quam bifariam secturi sumus, & Cē-

Solutio ex
Gemini sē
tentia.

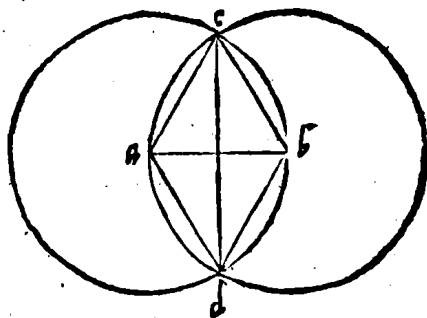
Vide Ari-
sto. in li-
bello de
Lineis in-
secabilibus.

Confutatur
hic Xeno-
cratis opi-
nio de Li-
neis in-
secabilibus. vi-
detur et Ari-
sto. in libello
de Lineis
insecabili-
bus.

Apollonii
Pergei De-
monstratio

tro quidem a , interuallo autem $a b$, Circulus describatur. Rursusque Cētro quidem b , interuallo verò $b a$, alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea $c d$. hæc bifariam secat rectam Lineam $a b$. cōnectantur enim $d a$, $d b$, & $c a$, $c b$, quæ æquales sunt. nam vtraque ipsi $a b$ æqualis est. Communis autem $c d$, & $d a$, ipsi $d b$ per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo $a c d$, Angulo $b c d$ æqualis est. Quamobrem $a b$ (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatēro quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū est bifariam dissectū suscepisse, bifariam eum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multò igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.

Epilogus.

Melior est
Eucli. De
mō Demō
stratione
ApolloniiPropō 11.
Probl. 6.

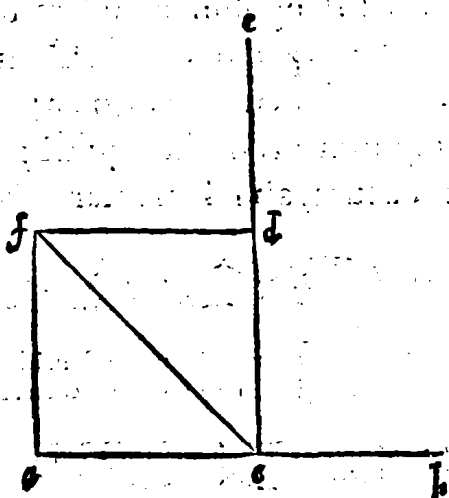
Data rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos erigere,

Com. 15.

Casus pro
blematis,

Siue ex vtraque parte finitam, siue ex vtraque infinitam, siue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cōmodè Geometræ succedet. quauis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est, cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Tertio, vnaque Petitionum, prima scilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaque Definitione, propositum ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostendimus.

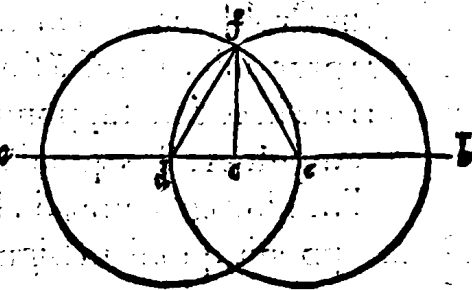
mus. Sit enim recta Linea ab , datumque in ea Signum a , & sumatur in recta Linea ab quodcunque Signum, sitque illud c , & ab hoc (quemadmodum Elementum nos docuit) ipsi ab , recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa ce , & ab ipsa ce , ipsi ac æqualis abscindatur dc , & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea cf , & à Signo d , ipsi ce ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea fc in Signo f , & à Signo f , ad Signum a connectatur fa . Dico quod Angulus, qui



ad Signum a , rectus est. cum .n. dc , ipsi ca æqualis sit, communis autem cf , Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum c , bifariam sectus fuit) & d figitur, ipsi fa æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a , Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d , Rectus igitur est & qui ad Signum a . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius vero Lineam ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apollonii
Demô.

Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea ab , datum vero in ea Signum c , sumatur autē in ipsa a quodcunque Signum, sitque illud d , et ab ipsa cb , æqualis ipsi c d auferatur, quæ sit ce , & Centro quidē d , intervallo vero dc , Circulus describatur, rursusque Centro quidē c , intervallo autem cd , Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f , ad Signum c . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. fd , & fe contextæ fuerint, æquales erunt. Æquales autem sunt & dc , ce , & communis fc . Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octavum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma

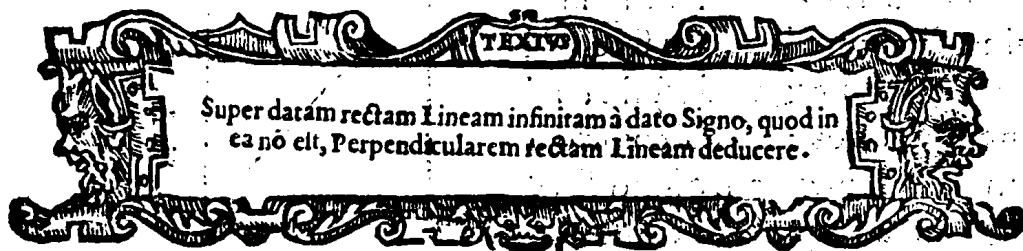


Comédæ
Euclidis
Demô.

Danat De
monē, quę
fit per Se-
micircu-
los.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quę est apud Elementorum institutorē, Circulorumquę descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatorum designaret, propositumquę ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quę per Semicirculam fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quę posterius ostendenda sunt, ab Elementarisquę institutionis ordine omnino decidit.

Propō 12.
Probl. 7.



Super datam rectam Lineam infinitam a dato Signo, quod in ea nō est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cóm. 16.
Oenopi-
des primus
fuit huius
Problematis
indagator.

Duplex p
pendicula
ris.

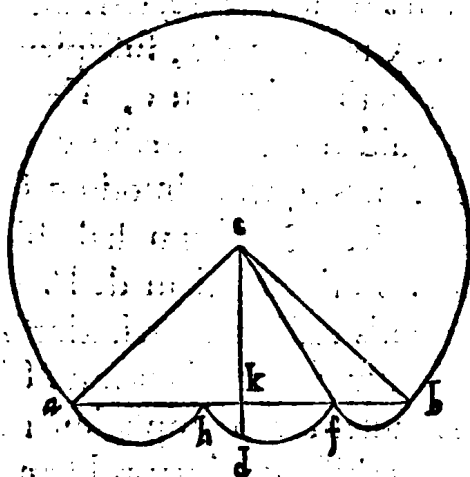
HOc Problema Oenopides primus indagavit, utile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodū (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aut rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida, & cum quidē Signū, a quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cum verò Signū sublime, extraquę subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida aut, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad unā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quę in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū .n. Perpendicularis deducta fuit. In præfenti igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpendicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpendiculari aut, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, a quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si .n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, ut extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita ut protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaquę haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, ut ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusq; loco ipsi relicto, in quo datę rectę Lineę in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponēdū sit. Hæc igitur
de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quod itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vnius cuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multo minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eo quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non potest relinquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia posuissent, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito vitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationem vitur, & non Infiniti gratia, sed Finito Infinitum assumit. quoniam si concesseris ipsi datum signum neque in directum finitæ datæ rectæ Lineæ iacere, neque sic ab ipsa distare, ut nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Ut igitur finita recta Linea Cogitatio vteris sine reprehensione, contrariaque ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phantasia

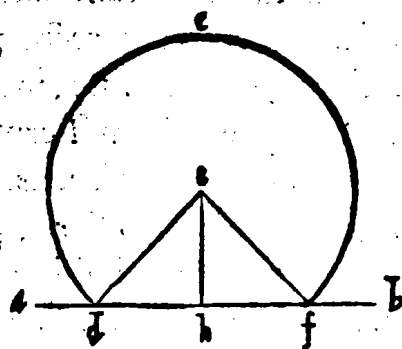
Digressio

Aristo. 3.
phy. in c.
de infinito.Infinitum
in Phantasia
subsistit.Pulcherri-
mum ex-
emplum.Phantasia
habet vim
impartibi-
lem. idem
in 2. libro
cóm. 1.

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f , recti sunt. Rursum quoniam æqualis est fh , ipsi $h b$, cõmunisque ch cõnecta, & Basis $c f$ æqualis Basis $c b$, ex Centro. n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h , recti sunt. æquales. n. deincepsque sunt. Quoniã igitur uterque Angulorum $c f h$, $c h f$ rectus est, æqualis est $c f$, ipsi $c h$. Verum $c f$, ipsi $c e$ æqualis est, ex Centro enim sunt, & $c h$ igitur, ipsi $c e$ inæqualis non est, quod fieri minime potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere. Secet. n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b , & in Signis f, h . Nos itaq; secantes rectam Lineam $a b$ bifariam in Signo k , & cõnectentes Lineas $c a, c f, c k, c b$ id, quod fieri nõ potest ostẽdemus. cum enim $a k, k b$ æquales sint, & communis $c k$, Basesque $c a, c b$ æquales, & Anguli igitur, qui ad $a b$ Signa, æquales sunt, qui autem ad Signũ k , recti. Verum vtracq; ipsi $c f$ æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f , recti sunt. æquales sunt. n. deinceps existentes. ipsa igitur $c f$ æqualis est ipsi $c k$, rectos. n. Angulos subtendunt. At $c f$ æqualis est ipsi $c d$, ex Centro siquidem sunt, $c d$ ergo, ipsi $c k$ æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt in vno Signo, vel in duobus, vel i pluribus alijs præter Signa $a b$ Circulus, qui describitur rectam Lineam $a b$ secet. Instantiæ itaque hæc sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instãtijs sunt distinguendi. non. n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumque est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enũtiant. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita $a b$ datum autẽ Signũ c . Dicit itaque aliquis quod nõ est amplius locus in altera rectæ Lineę parte, sed in illa tantum vbi Signum c



Quo differat Casus ab Instãtia. & quo vide et superius cõ. primo huius libri.

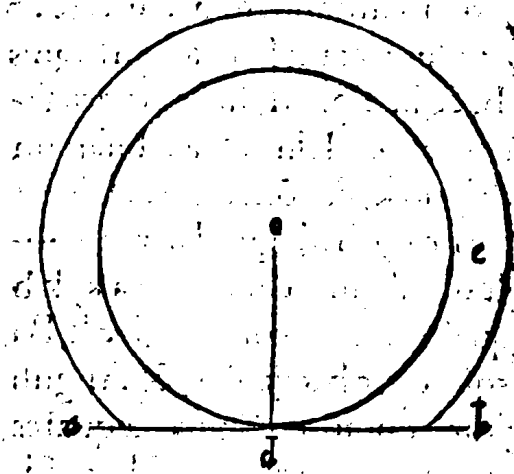


Casus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpendicularis ergo est c h ad ipsam d f.

Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si



Digressio

libet autem contemplationem quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendens, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesque à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusque, firmusque, atque indeclinis antescensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiae à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

Vnum hic
pro Deo.

hæatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;
adherēs.



Propo 13.
Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Proble-
mata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis,
& ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere;
si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se ha-
bentes ad rectam Lineam efficeret quæ in ipsa consistit. Hoc igitur uni-
uersaliter ostēdit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea
cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius in-
decliuis, firmus; nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis equa-
les, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta
Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in
alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet
autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentia
Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quod omnis
recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duo-
bus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in recte
Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quan-
doque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest.
omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quem-
admodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum,
qui maxime Obtrusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tan-
quam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit.
Opus est itaq; rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc
ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid au-
tem sibi volens adiicit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis
æquales]? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales effi-
cit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqua-
lium quoque Angulorum cōmune est, alterum verò equalium tantum
propriū? Consuevimus autem cum quidem & propriū, & com-
mune

Cōm. 17.

Propo. 13.

Dubitatio
31. 2. 3.

Dubitatio
31. 2. 3.

Solutio.

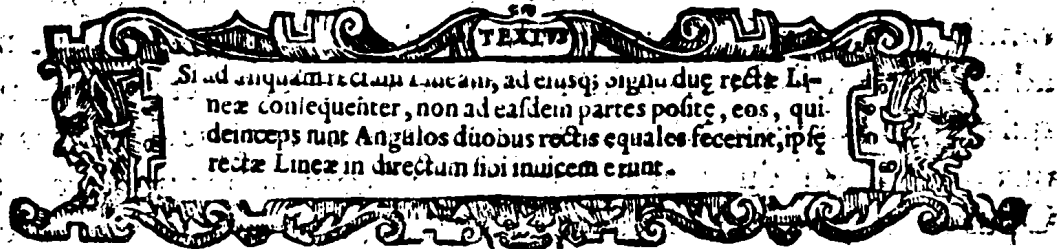
munc

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cum verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verum non solum de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit. Solum igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solum verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoque institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cum. n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtroque Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspiciere quod æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quauis. n. Obtusi, Acutique Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminumque suscipere dicitur, & uterque quidem seorsum à similitudine ad illū recedit: ambo verò iuxta vniūeam vñionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatem recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cum per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaque vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur: nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitaque fertur intellectilibus congruit, quod amodoque ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentis ipsa progrediuntur, seseque tantum multiplicant: quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateque manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio
Idē superius in lib.
2. cō. 10.
& aliis in locis.

Epilogus.

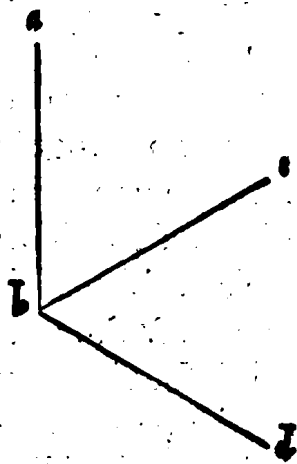
Propb 14.
Theor. 7.



Cōm. 11.

P Ræfens Theorema præstēs Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cum itaque illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemquæ ad impossibile ostenditur. hoc modo. n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamquæ orationis scientiam gignentis diligentiam aspicere. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineã, addit [ad eiusquæ Signum] quid .n. si duobus recte Lineæ Extremis existētib, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusquæ rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusquæ Signum] cum vtraque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulã [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [consequenter] tum ad easdem partes, tum vtrobique cōsideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobique positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostēdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusquæ Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaq; consequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis .n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacēt, in directum minime sunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamquæ recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.



Conuersa
Theore--
mata per
Deductio
nē ad im-
possibile
vt pluri-
mū debet
ostēdi, p-
blemata
verò p p-
cipuã De-
monē, cu-
ius causã
vide infe-
rius in cō.
Propōnis
19.
Primò.
Secundò.

Tertiò.

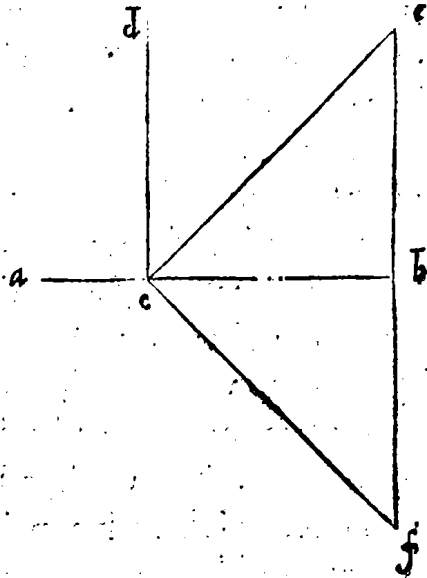
Vide Defi-
nitionem
hãc apud
Proclũ in
lib. demo-
na.

† Signum
b sunt.

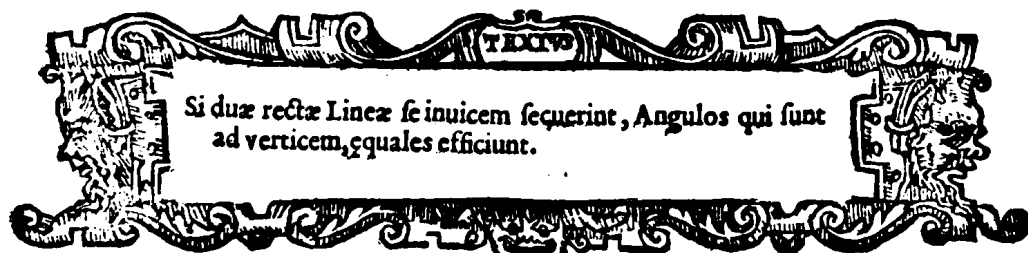
Y se.

esse . tot de Propositione sufficient . In Constructione autem vna Pe-
titione vtitur , secunda scilicet , quæ rectam Lineam in directum pro-
ducere petit , quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theo-
remate , duobusque Pronuntiatis , eo scilicet , quod quæ eidem æqualia
ad inuicem quoque esse æqualia dicit : & eo , quod si ab æqualibus
æqualia ablata fuerint , reliqua æqualia esse . Ad impossibilis au-
tem collectionem , Pronūtiato , quod ait Totum sua parte esse maius ,
est enim & æquale vno communi Angulo ablato , quod fieri non
potest . Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam , ad
eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes , ad easdem
tamen partes , Angulos , qui ad vnam illā rectam Lineam sunt , duo-
bus rectis æquales efficere , ostendemus sic , quemadmodū & Porphy-
rius . Sit quædam recta Linea a b , &
quodcunque in ipsa Signum c , & ipsi
a b exicitetur ad Angulos rectos re-
cta Linea c d , seceturque bifariā An-
gulus d c b per Lineam c e , & a Si-
gno e ad Lineam a b ducatur perpē-
dicularis e b , & producaturs ipsa e b ,
ponaturque ipsi e b æqualis b f , &
connectatur c f . Quoniam itaque e b ,
ipsi b f æqualis est , communis autem
est b c , æqualesque continent Angu-
los (recti enim sunt) Basis igitur
e c , Basi c f æqualis est . & omnia igi-
tur omnibus æqualia sunt , Angu-
lus ergo e c b , Angulo f c b æqualis
est . Angulus autem e c b recti dimidium est , rectus siquidem d c b
bifariam sectus fuit per Lineam e c . dimidium ergo recti est & An-
gulus f c b . Vnus igitur rectus , rectique dimidium est Angulus d c f
Est autem & Angulus d c e dimidium recti . ad rectam igitur Lineā
c d , ad eiusque Signum c , duæ rectæ Lineæ consequenter posite sunt ,
ad easdem partes , ipsæ nempe c e , & c f Angulos duobus rectis æqua-
les facientes , dimidium quidem recti ipsa c e , vnū verò & dimidium
ipsa c f . Ne igitur ea , quæ fieri non possunt queramus , quonam pacto
scilicet c e , c f rectæ Lineæ Angulos , qui sunt ad rectam Lineam d e
duobus rectis æquales facientes , sibi inuicem in directum sunt , adiecit
Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad
vtrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas , quæ Angulos duo-
bus

Porphyrii
Demo.



bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Propo 15.
Theor. 8.

ANgulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuierint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem ... omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertriodecimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verumenimvero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theorematis aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea ab , & quodcuncq; in ipsa Signum c , & ad Signum c duæ rectæ Lineæ cd , ce non ad easdē partes sumantur facientes Angulos acd , bce æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ cd , ce . Cum enim recta Linea cd super rectam Lineam ab infederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe dca , $dc b$. Verum Angulus dca , Angulo bce æqualis est. Anguli igitur $dc b$, bce duobus rectis æquales sunt.

Cóm. 19.

Anguli deinceps qui sunt.
Anguli ad verticem qui sunt.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referre Eudemus. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersum huius Theorematis.

Demò Cōuersi præsentis Theorematis.

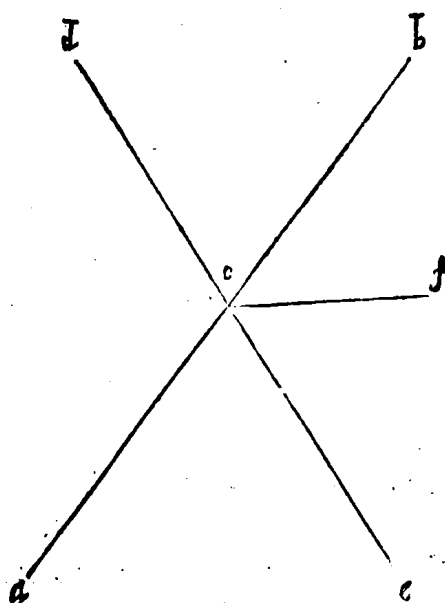
Y : Quo

Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam bc , ad eiusque Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter cd , ce non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ cd , ce . Conuersum igitur præsentī Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quantum decimum

Cur Euclidēs hoc prætermiserit

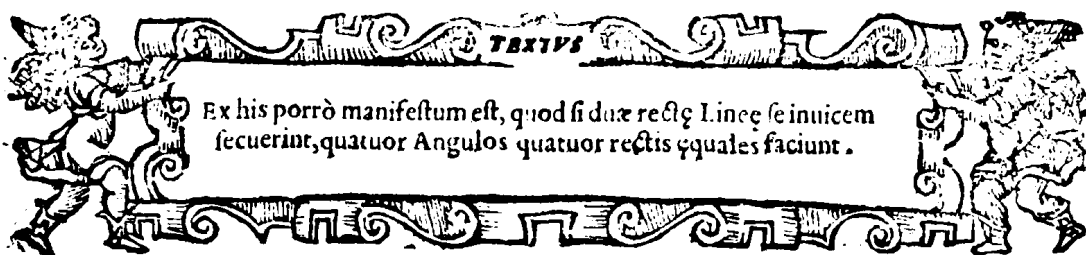
Alia eiusdē ostēsis indirecta.

Documentum.



ostendimus. n̄sdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea cd , rectæ Lineæ ce in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi cd in directum recta Linea cf . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant ab , & df , Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur acd , bce æquales sunt. Erant autem acd , bce quoq; Anguli æquales. Angulus ergo bce , Angulo bce æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam cd , ipsi ce in directum erit. Ipsæ ergo cd , ce rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cū itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessario æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verū non etiā reliquos, vtrinque cauum scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmentorū

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Corolla-
rium.

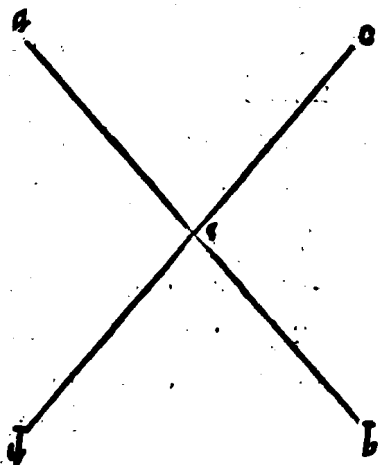
V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc au-
tem duplex quidpiam significat. vocant. n. Corollaria quæcunque
etiam Theoremata vnâ cum aliorum Demonstrationibus probantur,
veluti Lucra inexpectata, atq; emolumēta quærentium existentia: &
quæcunq; quærentur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; ge-
nerationis solæ causa quærentur, neq; simplicis contēplationis. nam
quodd quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt,
contēplari oportet, existentiumq; rerum huiuscemodi cognitio est.
Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel re-
ctam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid
fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Ma-
gnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum commu-
nem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo
inter Problemata, atq; Theoremata sunt, neq; n. Quæstorum or-
tus in his, neq; sola contēplatio, sed inuentio est, opus est siquidem
Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæ-
cunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corolla-
riorum construxit. verum de huiuscemodi quidem Corollaris dice-
re præmittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Co-
rollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa
verò non præcipue quærentur, veluti
id, quod in præsentia proponitur. nā
quærebatur quidē si duabus rectis Li-
neis se inuicē secantibus, Anguli ad ver-
ticē æquales sunt. Dum aut hoc osten-
debatur simul etiam demonstratū est,
quod quatuor qui sūt Anguli quatuor
sunt rectis æquales. Cum .n. diceba-
mus sint duæ rectę Lineę a b, c d se in-
uicē in Signo e secantes. quoniā igitur
ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps

Cōm. 29.

Duplex
Corolla-
riū. idem
in cōm. 1.
huius lib.

Primum
tertium.
Tertium
decimi.

Euclides
libros Co-
rollariorū
cōstruxit.



An-

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa $b e$ super ipsam $c d$ stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improviso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, nec etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoque lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuerunt nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd utique vera Dei munera, veraque lucra hæc sunt, non autem quæ illi videntur. hæc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxque sciētiae vis præcipuis quæsitis adiicit, copiosas Theorematum opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicendum. Diuidenda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præsens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secundi Theorematis septimi libri Arithmeticonum Elementorum adiicitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematis consequentia sunt, alia verò Theorematis. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostensiones. nam alia quidē vnà cum vijs ostendentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directa ostensione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsentī hæc quoque sufficiet. Præsens autē Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æquales Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theorematis ansam præbuit, quòd Tria hæc solā Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atque equiangulum. Verum æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæque eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater nam vnus quisque Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt,

Definitio
Corollarii.

Vide Var
ronem in
lib. de lin
gualatina

Corollario-
riorū Di-
uisio.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documen-
tum.

Admirabi-
le Pytha-
goricum
Theore-
ma.

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomocuncq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quocuncq;, omnes qui sunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fiunt. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicem secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterq; in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Propo 16.
Theor. 9.

Q Vi hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipue Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi ansam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicuncq; autem hanc e medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometre familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integraq; fuit per scripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorem reperies. nam ambobus quidem simul æqualis paulò post ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito

Cóm. 21.

Philippi
Mathema-
tici obr e-
ctatio refe-
rente He-
rone.

In 32. p-
positione.

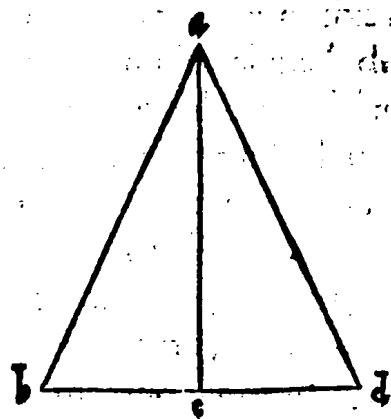
sunt

sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumquæ ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusangulū fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cōparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur utroque internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus utroque interno, ex oppositoque iacenti maior est: & duo quilibet internorum Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò post in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppositoque existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hic quoque igitur in similibus Quæsitæ contexere, Propositionēque compositam efficere æquū esse censent. & est manifestū, quod id quidē, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoque erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnumque Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hæc de his. Assumemus aut ex præsentī Theoremate, quod fieri non potest ut ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres æquales rectæ Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaque a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b c æqualis est Angulo a c b.

Quorūdam
opinio.

Eorū fun-
damentū.
In 32. p-
positione.

Documen-
tu n.
Corolla-
rium tanq̃
sumptio.

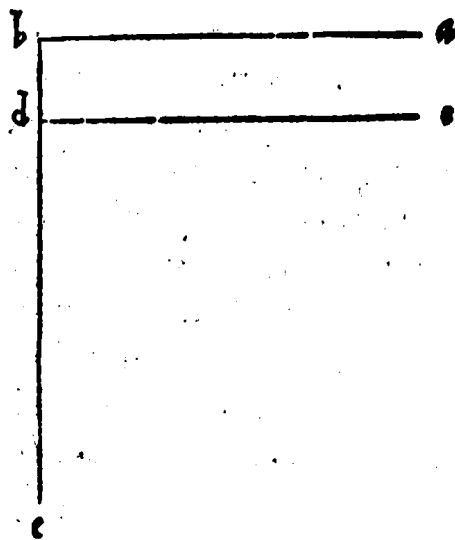


Rursus

Rurſus quoniā equalis eſt $a b$, ipſi $a d$, Angulus $a b d$, Angulo $a d b$ æqualis eſt. Erat autem Angulo $a b c$, Angulus $a c b$ equalis. Angulus ergo $a c b$, Angulo $a d b$ æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę æquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exē-

Aliud Copollarium

pli gratia, ſint $a b, c d$ rectę Lineę, in ipſasq; recta Linea $e b$ incidens Angulos $a b d, c d e$ æquales faciat, non coincident porrò rectę Lineę $a b, c d$. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus $c d e$ æqualis Angulo $a b d$. & cū externus ſit, interno, ex oppoſitoq; iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, ſed omnino illū, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim $a b$ immobili manente, $c d$



ad ipſam moueri excogitaueſis vt coincident, maiorem efficies diſtā-
tiam in Angulo $c d e$. nam quantò magis $c d$ accedit ad ipſam $a b$, tã-
tò magis ab ipſa $d e$ recedit. ſiue etiam manente ipſa $c d$, excogitaue-
riſ $a b$ ad ipſam moueri, Angulum $a b d$, minorem efficies. ſimul .n.
ad ipſam $c d$ fertur, & ad ipſam $b d$. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem
moueri feceris, ipſam quidē $a b$ ad ipſam $c d$ tendentē, Angulumq; $a b c$,
contrahentem: ipſam verò $c d$ ab ipſa $d e$ recedentem propter
motum ad Lineam $a b$, Angulumq; $c d e$ creſcentem reperiſ. Ne-
ceſſariò igitur ſi Triangulum fuerit, & rectę Lineę $a b, c d$ coincide-
rint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacē-
ti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo
manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus
magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum mo-
tus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū,
altera verò ad eas, vbi externum augere tendente. Ex hocq; tibi cō-

† Altera quidē ad eas partes in quibus internū fa-
cit Angulū redēte: altera ve-
rò ab iis partibus, i
quibus ex-
ternū fa-
cit Angu-
lū ſeſe mo-
uente.

Z ſiderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæstionum causas ante conspectum nobis afferunt.

Propo 17
Theo. 10.

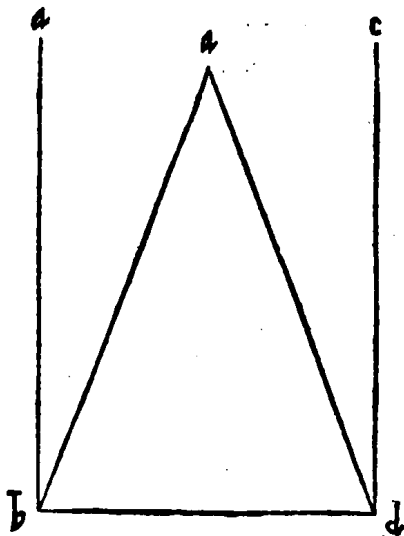
Omnia Trianguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

Cóm. 11.

In Propo
sitione 32

Documē-
tum.

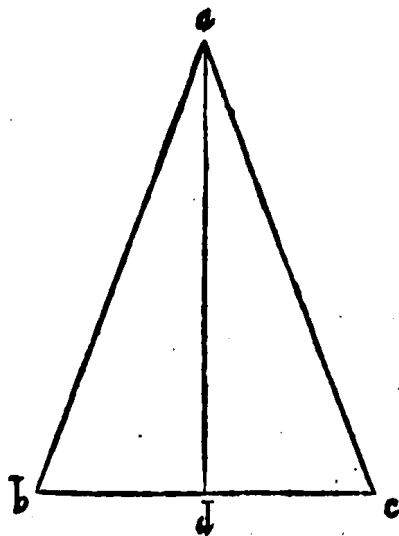
Nunc quidem indeterminate ostenditur, quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quanto minores, quod scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet viam. præcedenti siquidem utitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur $a b$ rursus, & $c d$ rectæ Lineæ, ipsi $b d$ ad Angulos rectos. si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas $a b$, $c d$ ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti .n. sunt ante nutum. Consimiliter autem si etiam in Latere $a b$, rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui sunt ad Signa a , b , erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse Latius, necessarium non est, neque aliquem extrā constitutum esse Angulum. duos verò quoslibet interiorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verum (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum



rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

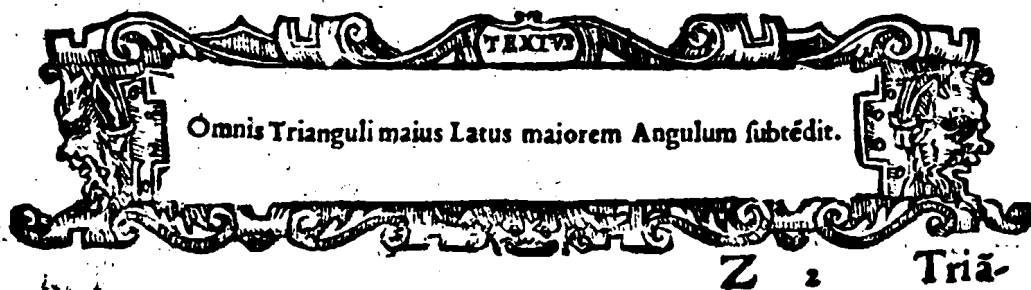
Casus huius Theorematis.

Sic Triangulum abc , sumaturque in Latere bc quodcunque Signum d , & connectatur ad . Quoniā itaque Trianguli abd Latus unū productum est, ipsum scilicet bd , Angulus externus adc , interno abd maior est. Rursus quoniam Trianguli adc Latus unum productum est, ipsum nempe cd , Angulus externus adb , Angulo interno acd maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa ad rectam Lineā, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur abc , acb duobus sunt Rectis minores. Simili-



ter ostendemus, quod Anguli etiam bac , & bca duobus Rectis minores sunt, in ac Latere Signum accipiendo, à Signoque b ad Signū acceptum connectendo. & rursus Angulos cab , abc minores duobus Rectis affirmabimus in ab Latere Signū suscipiendo, à Signoque c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest ut per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad unam rectam Lineam duæ Perpendiculares minimè ducentur. sint. n. à Signo a ad rectam Lineam bc duæ Perpendiculares ab , ac . Angulitaque abc , acb , recti sunt. At quoniam ipsum abc , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur abc , acb , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.

Corollarium t. nō Sumptio.



Propō 18
Theo. 11.

Cóm. 23.

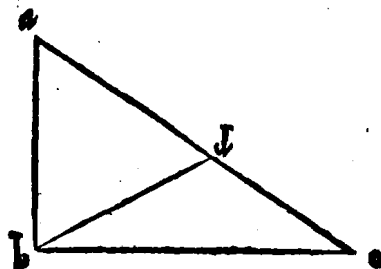
QUòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūque æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplantur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contemplatum fuit.

Documētum. Manifestum autem est, quòd maius, minusque Latus proportionaliter sumemus, maximumque, medium, & minimū distinguemus, Angulosque similiter in Scalenis Triangulis; in Aequicruris autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quæadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicrurisque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruris, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatem constituuntur. atque alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per misionem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque consequenter omnes. Verum enimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mistum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoque est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis] Anguli Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequens existimare: quòd autem maius, minusque Latus habet, huic sub maiori Latere maiorem Angulum esse. Quoniam autem

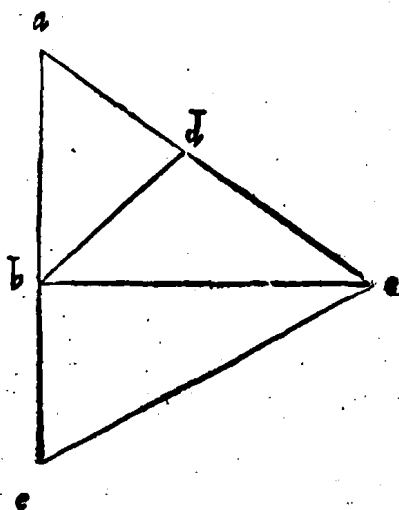
Finis Digressionis

tem

tem Geometra cum in Constructione Triangulū abc , Latusque ac maius Latere ab suscepisset, vt Angulo qui ad Signū c Angulū qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere ac , Lateri ab , æqualem rectam Lineam ad abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet ad Signum c ablationē fieri, age in hac quoque suppositione Propositū ostēdamus quemadmodum Porphyrius. sit $m. d c$ equalis ipsi ab , & producat ab ad Signum e , ponaturque be æqualis ipsi da . tota igitur ae , toti ac æqualis est. connectatur ec . Quoniā itaque ae , ipsi ac æqualis est, Angulus quoque aec , Angulo ace , per quintum æqualis est. Angulus igitur aec maior est Angulo acb . Est autem Angulus etb maior Angulo aec . Trianguli siquidē cbe vnū Latus productum fuit, ipsum scilicet be , & sic Angulus abe externus cum sit, interno, ex opposito quæ iacēti maior est. Multo maior igitur est Angulus abc , Angulo acb , quod erat ostendendū. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostēditiones huiusmodi sunt. Manifestum est autē quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nā maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in suis extremitatibus sitū. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorū quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem cōmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus abc , & sumatur in ipso ab Latere Signum d , & ipsi ad , æqualis auferatur ae , connectaturque de . Angulus igitur, qui ad a Signum est rectæ Lineæ de , bc subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor, infinitasque eodem

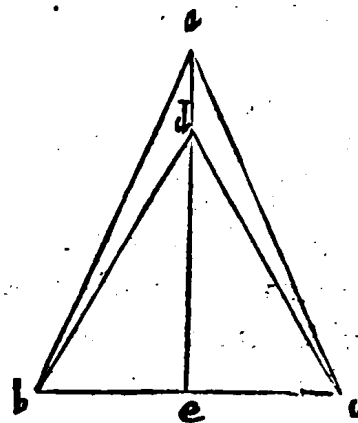
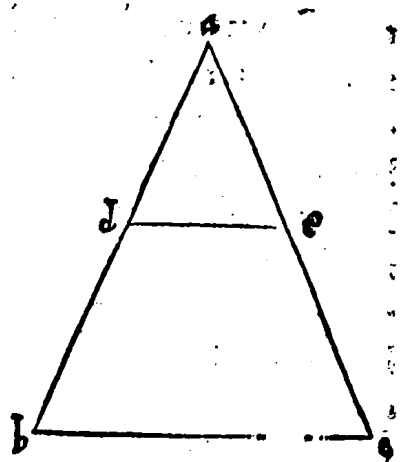


Porphyrii
Demō.



Documē-
tum.

codem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus abc Aequicrus, sitque bc minor ipsis ba , & ac , constituaturque super bc Triangulum æquilaterum bcd , & connectatur ad , & producat ad Signum e . Quoniam itaque Trianguli abd , Angulus bde externus est, maior est Angulo bad . Similiter Angulus cde maior est Angulo cad . Totus ergo bde maior est toto bac , eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verum in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.



Propo 19
Theo. 12.

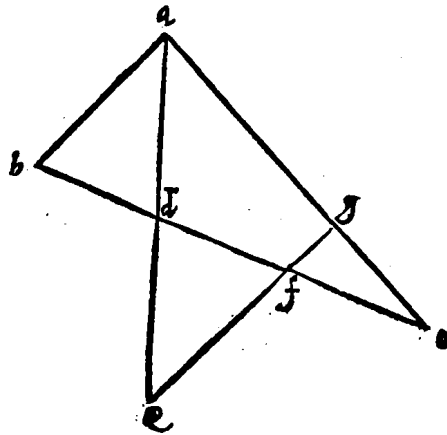
Omnia Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

Cōm. 24. Hoc præcedenti Theoremati cōuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hîc Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcesit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt. & maius

maius maiorem datum Angulum subtendit . si . n . quæ maiorem subtendit Angulum maior non est , aut æqualis est , aut minor . Verum si æqualis quidem est , Anguli etiam , quos subtendunt (per quintum) æquales sunt . Si autem minor , Angulus etiam , quem subtendit , minor est , per præcedens . ostensum . n . fuit , quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit , minoremquæ minus . At è contrario Anguli se habent . Latus igitur Latere maius est . Fieri autē potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus , quandam prius sumptionculam demonstrantes , quæ talis est . Si Trianguli Angulus bifariam

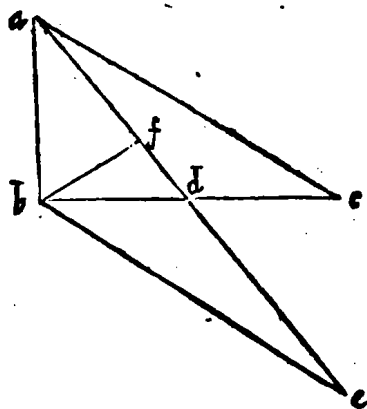
Sumptio .

sectus fuerit , secansquæ Angulū recta Linea ad Basim ducta , in partes inæquales ipsam diuidat : Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt , & maius quidem illud , quod cum maiori Basis segmento coincidit , minus verò quod cum minori . Sit Triangulum abc , seceturquæ bifariā Angulus qui ad



Signum a , per rectam Lineam ad , & ipsa ad secet Basim bc in partes inæquales , sitquæ pars cd maior parte bd . Dico quòd maius est Latus ac , Latere ab . Producat ad ad Signum e , & ponatur æqualis de , ipsi ad . & quoniam dc , ipsa db maior est ponatur df æqualis ipsi bd , & connectatur ef , & producat ef usque ad Signum g . Quoniā itaq; ad , ipsi de : & bd , ipsi df æquales sunt , duæ sunt duabus æquales , Angulosquæ æquales comprehendunt , qui ad verticem sunt . Basis igitur ba , Basi ef æqualis est , & omnia ergo omnibus equalia sunt . Quamobrem Angulus quoque dfe æqualis est Angulo dab . At hic ipsi dag inæqualis non est . Quapropter Latus etiam ag , Lateri eg æquum est , per sextū . Latus igitur ac , Latere ef maius est . Latus aut fe æquale est Lateri ab . maius est ergo Latus ac , Latere ab , quod demonstrandum erat . Hoc præassumpto ostendemus , quòd sub maiori Angulo , maius Latus subtendit . Sit Triangulum abc habens Angulum qui ad Signum b , maiorem Angulo qui ad Signum c . Dico quòd Latus ac maius est Latere ab . Secetur bc bifariam in Signo d , & connectatur ad , & ducatur de æqualis ipsi ad , & connectatur be . Quoniam itaque bd , ipsi dc : & ad , ipsi de æquales sunt , duæ duabus sunt æquales , Angulosquæ æquales comprehendunt eos , qui sunt ad verticem . Et Basis igitur bc , Basi ac æqualis est , & omnia

omnibus. Quamobrem Angulus etiam $d b e$, Angulo qui ad Signū c æqualis est, minor autem Angulo $a b d$. Secetur igitur bifariā Angulus quoque $a b c$ per rectam Lineam $b f$. Maior est igitur $e f$, ipsa $f a$. Quoniā itaq; Trianguli $a b c$, Angulus qui ad Signum b , bifariā sectus fuit per rectam Lineam $b f$, & maior est $e f$, ipsa $f a$, maius est

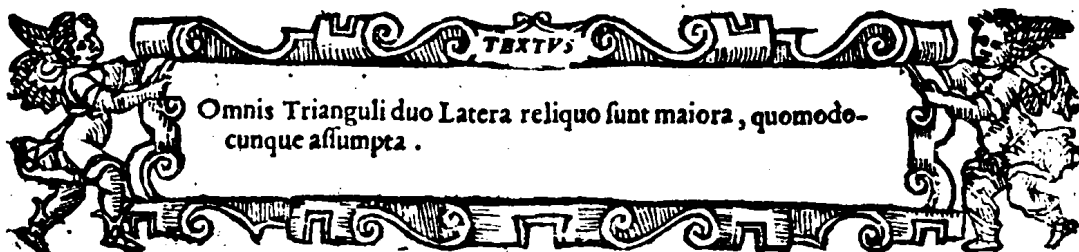


Documē-
tum.

Causa p-
pter quā
Conuersa
Theore-
mata per
impossibile
ostēdunt.

(per præostensum) Latus $b e$, Latere $b a$. ipsa autē $b e$, ipsi $a c$ equa-
lis ostensa fuit. Latus igitur $a c$ maius est Latere $a b$, Quæsitum ergo
ostensum est. Et est manifestum quod Elementorum institutor va-
rietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se
abstinuit, ostensioneque vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile
ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio fa-
cere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur ma-
gnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu
difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per im-
possibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quā præcipua
Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuer-
sa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Propō 20
Theo. 13.



Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

Cōm. 25.
Epicureo-
rū impu-
gnatio.

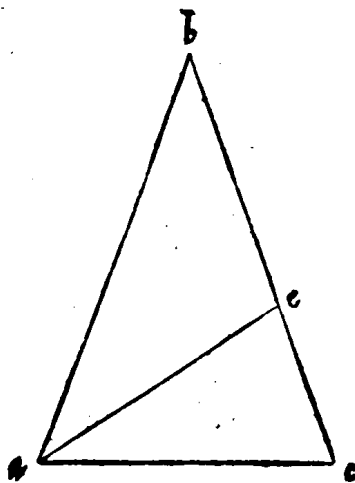
Præsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum
Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione :
similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna
censere, immanifestisque per se fidem præstare. qui .n. hæc confun-
dit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur.
Quod autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex
eo, quod herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum
expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq;
dicendum quod præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non
autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus,

Responsio.

Exēpli

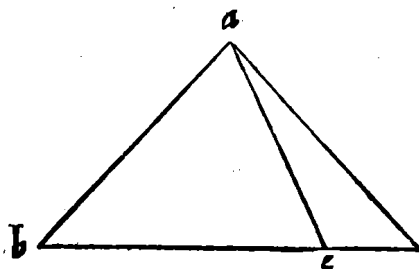
Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quas cunctas Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minimè producta descripsere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum abc , oportet itaque Latera ab , ac Latere bc maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam ae . Quoniam itaque Trianguli abc , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . Verum Angulus bac Angulo eca æqualis positus fuit. Angulus igitur aec maior est Angulo eca . Quapropter Latus quoque ac , Latere ce maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā ab maius est Latere be . Trianguli enim aec , Angulus aeb externus est, maiorque Angulo cae , hoc est Angulo eab . Quapropter Latus quoque ab , Latere be maius est. Latera ergo ab , ac toto Latere bc maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū abc . Si itaque æquilaterum est Triangulum abc proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa bc maior, abscindaturque alterutri illorum equalis, quæ sit be , & connectatur ae . Quoniam igitur Trianguli aeb , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . eadem sanè ratione Angulus etiā aeb , Angulo cae maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū bea æqualis est ipsi bac , siquidem

Porphyrii
& Heronis
Demonstrationes.

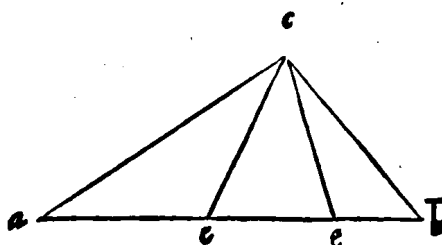


a dem

dem a b, etiam ipsi b e æquale est. reliquus igitur a c c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium

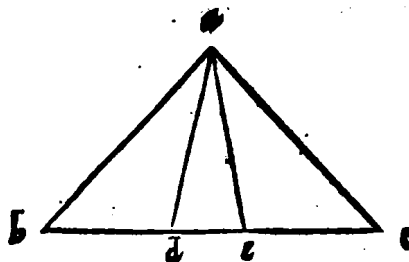
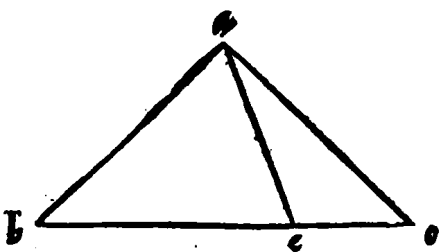


a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se namque utroque maius est. Si autem Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæremus, ut in Aequicrura faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis vtentes. Sit rursus quod



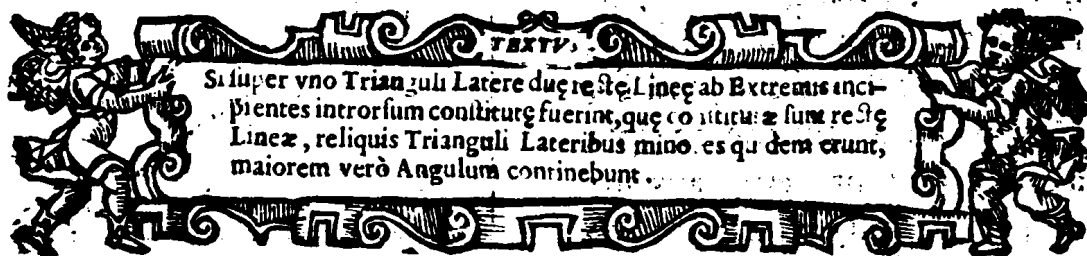
Demō per
Deductio
nē ad im-
possibile.

cunq; Triangulum a b c. Dico q; Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturq; b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e æqualis est, æquales subtendunt Angulos. Similiter porro & quoniam a c, ipsi c e æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturq; ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inæqualis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c æqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniā Trianguli a d c, Angulus b d a



exter-

externus est, Angulo $c a e$ est maior. maior est nantq ipso $c a d$. Par ratione & quoniam Trianguli $a b c$, Angulus $c e a$ externus est, maior est Angulo $b a d$. etenim Angulo $b a e$ maior est. Anguli ergo $b d a$, $c e a$ duobus $b a d$, $c a e$ maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur $a b$, $a c$ neque æqualia sunt Lateri $b c$, neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



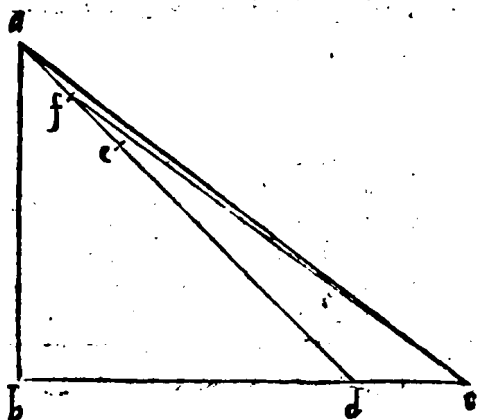
Propo 23
Theo. 24.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorē, euīdens est: Theoremaque prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex præostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliqua sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis comprehensum Angulo ab externis comprehenso maiore, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quæ in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Latere, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusque alias minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc. n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quòd necessario Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superque vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituentur: simul verò (quòd iā diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto

Cōm. 26.

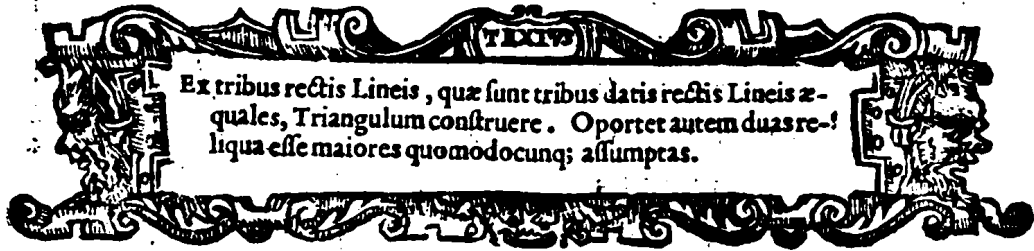
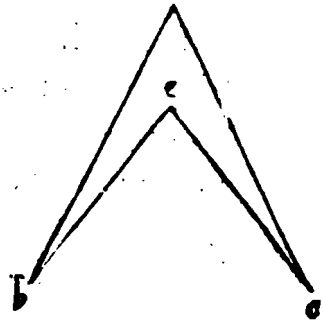
Quoddā
admirabi-
le in Geo-
metria.

constituuntur Latere, externarum minores sunt : quæ verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum abc , Angulum, quod ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere bc quodcunque Signum, sitque illud d , & connectatur $a d$. Maior est igitur $a d$, ipsa ab . Auferatur ab ipsa ad , æqualis ipsi ab , quæ sit de , & diuidatur ea bifariam in Signo f , & connectatur fc . Quoniam igitur afc , Triangulum est, ipsæ af , fc maiores sunt ipsa ac . Verum af æqualis est ipsi fc . Rectæ Lineæ igitur fc , fd maiores sunt rectis Lineis ab , ac , & sunt intra. Sit rursus Triangulum æquicrus



abc Basim bc utroque equalium Laterum maiorē habens, abscindaturque $a b$ ipsa bc , æqualis ipsi ab , quæ sit bd , & connectatur ad , sumaturque in ipsa ad quodcunque Signum, sitque illud e , & connectatur ce . Quoniam itaq; ab , ipsi bd æqualis est, Angulus quoque bad , Angulo bda æqualis est. & quoniam Trianguli edc Angulus bda externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe $d e c$. Quamobrem Angulus quoque bad , Angulo $d e c$ maior est. Multo maior est igitur Angulus $b a c$, Angulo $d e c$, & continetur $b a c$ quidem ab externis, $d e c$ verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ $d e$, ec minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum comprehendētes. Cum aut hoc modo ab Extremis incipiendo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoque eorum, quæ in Geometria admi-

admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum abc . nam à quatuor quidem Lateribus ba , ac , ce , eb continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b , alterum autem qui ad a , reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præfens Figura.



Ex tribus rectis Lineis, quæ sunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum construere. Oportet autem duas reliqua esse maiores quomodocunq; assumptas.

Propositio 22.
Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliqua sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primum cognouit, quòd fieri non potest vt ex iisdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construat: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacquæ de causa adiecit, quòd vtrique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: optis esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunq; assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæquæ per hanc solam additionem dissolui possunt. Præfens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodum & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua sunt maiores, quomodocunq; assumptæ, Determinatum est, atque Possibile. sit enim hoc quoq; Quemadmo-

Com. 27.

In 20. Propositiones

De Problematis Determinatis, Indeterminatis, Possibilibus, & Impossibilibus vide superi in com. primo.

Instantiæ
huius Pro-
blematis.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio,
ita quoque Problematum iuxta Possibile enuntiatum, atque Impossibi-

le. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem fe-
runtur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam in-
spicientes. Geometre. n. verba
sequemur. Sint tres rectę Li-
neæ a, b, c, quarum duæ quo-
modolibet assumptæ reliqua
sint maiores, iussuque facere
opus sit. Ponatur quędam re-
cta Linea d e ex altera quidẽ
parte finita, utputa i Signo d:
ex altera verò, infinita. & po-
natur ipsi quidem a, æqualis
ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g:
ipsi verò c, ipsa g h. & Centro
quidem f, intervallo autem f
d, Circulus k describatur. rur-
susque Centro quidẽ g, intervallo
verò g h, Circulus l designe-
tur. & secent se inuicem Cir-
culi. hoc siquidem Elementorũ insti-

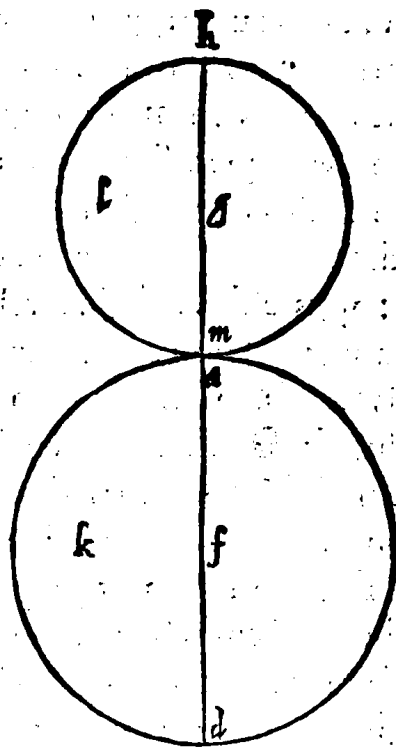
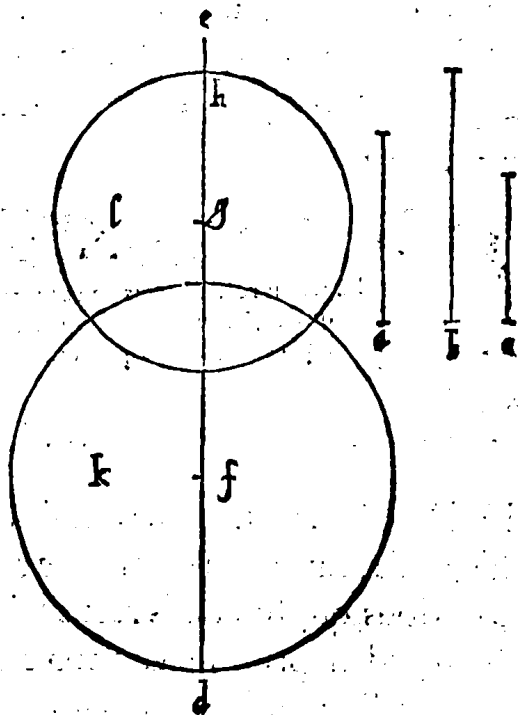
† alsupst.

tutor † fortitus est. Vnde igitur hoc
euenit dicat aliquis? fortasse enim vel
tangunt tantum se inuicem, vel neque
etiam tangunt. nam trium vnum quid
iplos pati necesse est, aut se inuicem in-
tersecare, aut tangere, aut distare ab in-
uicem.

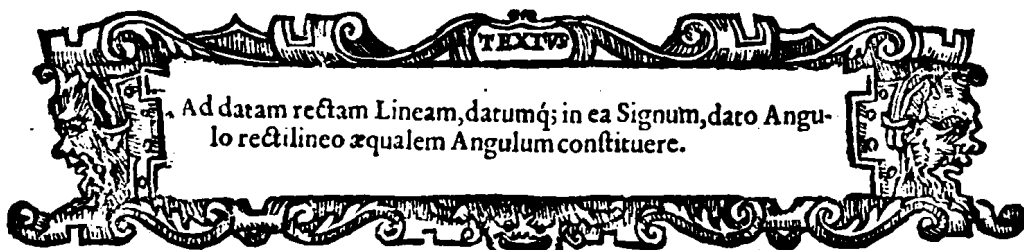
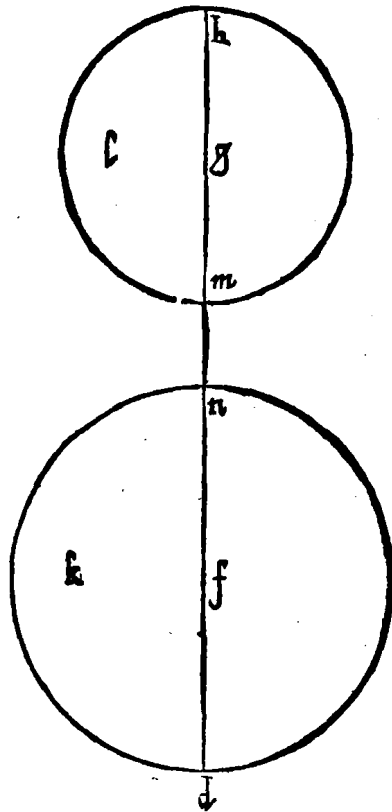
Responso.

Dico itaque quod necessario se
inuicem intersecant. tangant enim pri-
us se inuicem. Quoniam itaque f Signũ
Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis
est ipsi f n. & quoniam g Signum Cen-
trum est Circuli l, æqualis est ipsa h g,
ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni æqua-
les sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem
sunt ipsa maiores, quemadmodum etiam
a vnâ cum c, ipsa b est maior. illis siqui-

dẽ sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod
fieri



fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a : ipsa autem f g, ipsi b : ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem interfecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocumq; assumptas, non autem vni æquales, neq; ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales : distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum constituere.

Propo 23
Prob. 9.

Problema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuētum lucrum est, vt ait Eudemus : Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessariò Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum. n. fuit quòd duo tantum curuilinearū Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit : & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Fit

Cóm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referēte Eude.

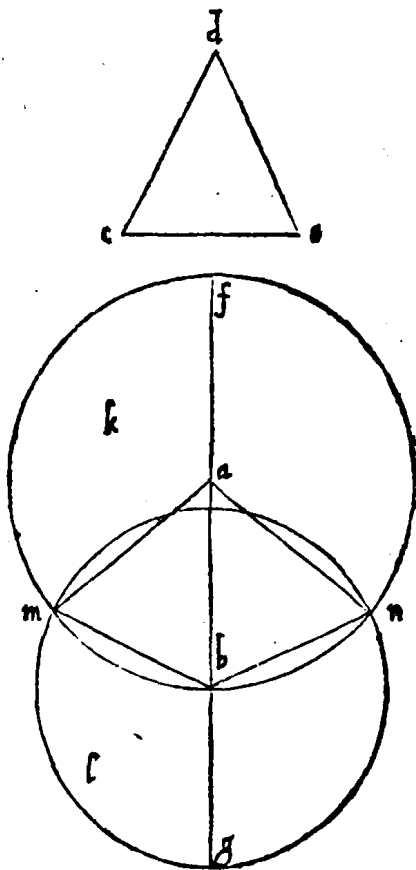
In cóm. 2.
huius lib.

Nota, q
Angul^{us} Fi
gurę simi-
lis Securi,
species est
Anguli lu-
nularis, &
vocat^{ur} Pe-
lecoides
Angulus.

Alia exq-
sitor hui^{us}
Problematis
Demo.

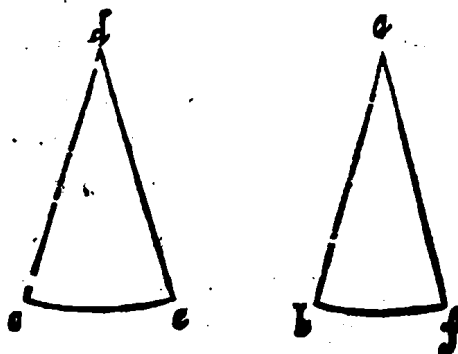
Fit aut^{em} huiusmodi Lunularis Figura, quę Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandā rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui constituitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut rectilineum, aut mistum. cum autem nullus mistus rectilineo æqualis esse possit, manifestum quod ipse quoque omnino rectilineus est. Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter vsus, ex tribusque rectis Lineis, quę tribus datis æquales sunt, Triangulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cōstitutionem exquisitori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq^{ue} facere id, quod iussu est. Cōnectatur c e, & producat^{ur} a b ad vtranq^{ue} partem vsq^{ue} ad Signa f g, & ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò e c, ipsa b g. & Centro quidem a, interuallo autē a f, Circulus k designetur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l describatur. Circuli igitur se inuicem intersecant, quemadmodum superius ostensum est. Secēt se in Signis m, n, à Signoque n cōnectantur ad Centra rectę Lineę, similiterq^{ue} à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m & ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a, æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m, & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rursus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e inæqualis non est, ipsę etiā b m, & b n, ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duę igitur a b, a m duabus d e, d e inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est. Rursusq^{ue} duę n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, iussūq^{ue} dupliciter factum est. non .n. vnum tantū, sed duos constituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

vt in

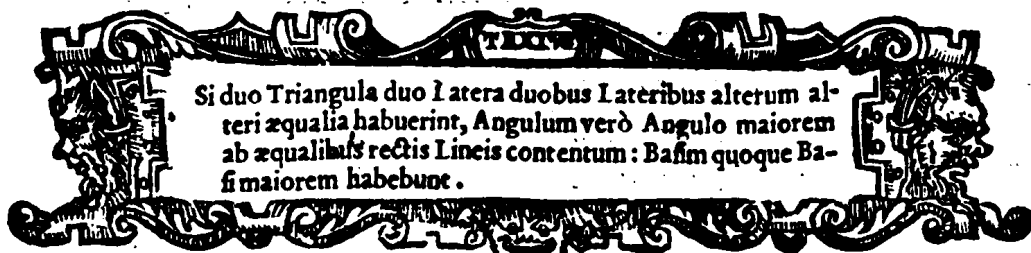


vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adiicimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quę ipsi indiget, quę in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum cde , & rectam Lineam ab , Cētro quidem d , interuallo autē cd , ce Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem a , interuallo verò ab , bf Circunferētiā designat. intercipiēsq; ce Circunferentiam æqualem ipsi bf , connectit rectam Lineam af , Angulosque a, c æqualibus Circunferētijs insistentes, æquales affirmat.

Dānat A-
pollonii o-
stensionē.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiā ab , ipsi cd æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiusmodi itaque ostensionē tanquam posterioribus vtētem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometrę tanquam principia consequentem præponimus.



Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basim maiorem habebunt.

Propō 24
Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiit, & similes de inæqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq; interdum autem inæqualem. & æqualitati quidem illius consequentē esse demonstrauit Basium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorū Verticalium æqualitatem esse consequentem similiter demonstrauit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

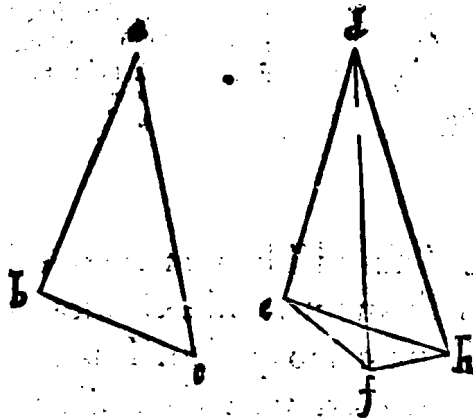
Cōm. 29

b pro-

proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc vero inæquales ipsos supponit, & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstrauit, hoc vero eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati. nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit; hoc vero ē conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum, nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoque inæquales ostendit. Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū; duo verò circa inæquale, hoc vtiq; & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus: duo autem à Basibus, octauum porro, quodque deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus existētib; omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hęc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoque institutoris præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque de-

Varii huius
Theore-
matis Ca-
sus.

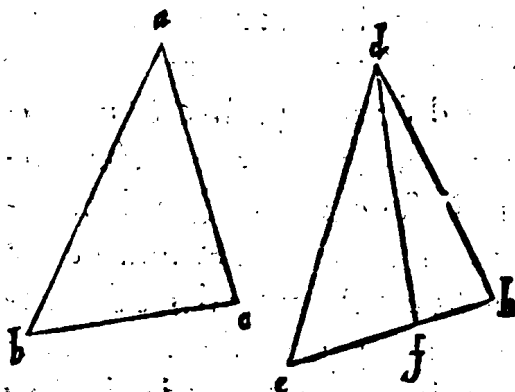
ficit ipsi adiciamus. accipiens enim duo Triangula abc , def , Latera ab , ac Lateribus de , df æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad a Signum existentem Angulo ad d Signum esistenti maiorem, & volens ostendere Basim bc , Basim ef maiorem, ad rectam Lineam ed , ad Signumque in ipsa, quod est d , Angulo qui ad a Signum est æ-



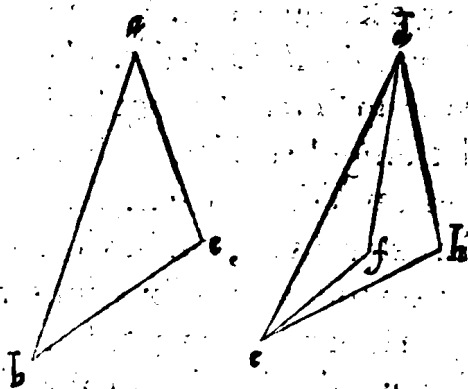
qualem constituit Angulum edh . maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d , connectiturque ipsi ac , æquale df . Recta itaque Linea eh ad Signum h producta aut supra rectam Lineam ef cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sanè institutor vtpotē supra iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa
recta

recta Linea. Rursus itaque idē

ostendemus. duæ enim $a b, a c$ duabus $d e, d h$ æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur $b c$, Basi $e h$ æqualis est. At ipsa $e h$ maior est quàm ipsa $e f$, quapropter ipsa quoque $b c$ maior est quàm ipsa $e f$. Verùm sit infra ipsam $e f$, posita. Connectentes itaque



ipsam $e h$ dicemus quòd cum ipsæ $a b, a c$ ipsis $d e, d h$ æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque $b c$, ipsi $e h$ æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum $d e h$ duæ rectæ Lineæ $d f, f e$ in Latere $d e$ sunt constitutæ, externis minores sunt. Æqualis autem est $d h$, ipsi $d f$, ipsi namque $a c$ æqualis est. Maior est igitur ipsa $h e$ quàm ipsa $e f$. Sed $h e$ æqualis est ipsi $b c$. Maior est ergo ipsa $b c$ quàm ipsa $e f$. Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Quæ de causa igitur, quemad-



modum in quarto Theoremate simul demonstravit quòd Aræ quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd præter Basium inæqualitatem, Aræ quoque inæquales sunt. Aduersus hanc utique dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in equalibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Basibus equalibus existentibus, Triangulorum etiam equalitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arcarū inæqualitatem consequi. sed tum equalia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quòd maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparisonem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arcarum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem fermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-

Dubitatio

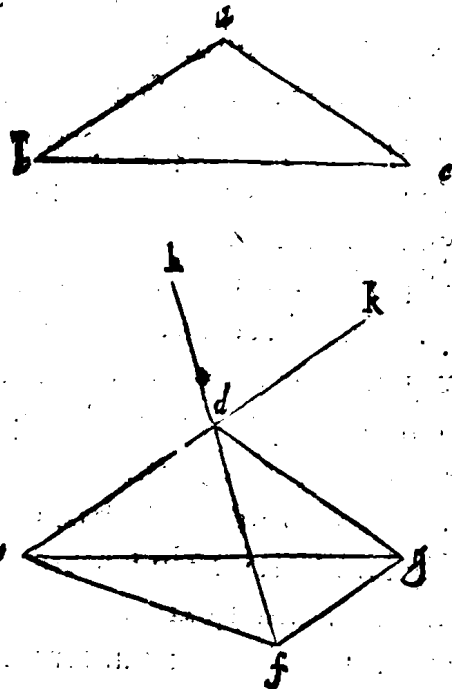
Solutio.

Digressio

Arcarum
pulchracō
paratio.

b a dūn-

duntur : maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet : minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipsę e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis æquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g æqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis æquales sunt. Sunt autē Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis æquales. Cōmunis auferatur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis est. Verum ipse e d f æqualis est ipsi h d k. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, æqualis est. At isti æquales sibi inuicē sunt, ipsa namq; d g, ipsi d f æqualis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemq; d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verum Triangulum g d e, Triangulo a b c est æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non est. Et vides quod tribus indiguimus Theorematibus, quę ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quod omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus æqualis est : altero autem, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelę rectę Lineę sunt : tertio verò, quod Triangula super eadem Basi, in eisdemq; Parallelis constituta, æqualia sunt. Quę Elementorum quoq; institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verum sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt : Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior

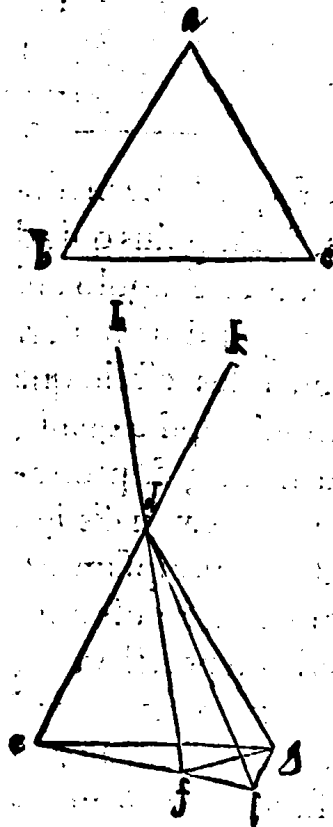
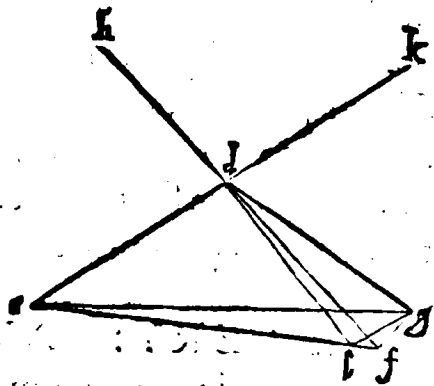


Proposi-
tio 32.

Proposi-
tio 27.

Proposi-
tio 37.

ior Angulo gdk . Angulus igitur
 gdh maior quam duplus est An-
 guli gdk , ipse nempe, qui duplus
 est Anguli ad g Signum existentis.
 Angulus igitur gdk minor est An-
 gulo, qui ad g Signum est. Pona-
 tur ipsi gdk , æqualis dgl , & con-
 nectatur el , & dl . Parallela ergo
 est gl , ipsi de . Triangula igitur gde ,
 lde æqualia sunt. At Trian-
 gulum lde minus est Triangulo fde .
 Triangulum igitur gde , Triangulo fde minus est. Acquale
 autem est Triangulum gde , Triangulo abc . Triangulum ergo abc ,
 Triangulo fde minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum
 habet. Tertiò Sint minores duobus Re-
 ctis Anguli inæquales eadēque construa-
 tur. Quoniā itaq; Anguli edg , gdk duo-
 bus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato
 edg , totus gdh minor quam duplus est
 ipsius gdk . Sed duplus etiam ipsius qui
 ad g Signum est. Angulus igitur gdk ,
 Angulo qui ad Signum g , maior est. Po-
 natur Angulo gdk , æqualis dgl , & co-
 incidat gl cum ipsa e in Signo l , & con-
 nectatur dl . Parallela igitur est gl , ipsi
 de . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triā-
 gula gde , lde . Verū Triangulū qui-
 dem lde maius est Triangulo fde : Triā-
 gulum verò gde æquale est Triangulo abc .
 Triangulum ergo abc , Triangulo
 dfe maius est. Ostensum est igitur Triā-
 gulum abc , Triangulo dfe & æquale, &
 maius, & minus, Angulis qui sunt ad a ,
 & d Signa aut duobus Rectis æqualibus,
 aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus. omnes-
 que suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Si-
 gnum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum
 d , Recti dimidium, non ne duo isti Anguli duobus Rectis æquales
 essent? Quid autem si qui ad Signum a , vnus Rectus, & Recti dimi-
 dium



dium esset : qui verò ad Signum d, binæ vnus Recti Tertie, non nè duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a, vnus Rectus, Recti q̄ esset dimidium : qui autem ad Signum d, tercia Recti pars, non nè duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior? Omnes itaq̄ hæ Comparationes Parallelarū vsu nobis factæ sunt. Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

INCERTI AVTORIS SCHOLIUM

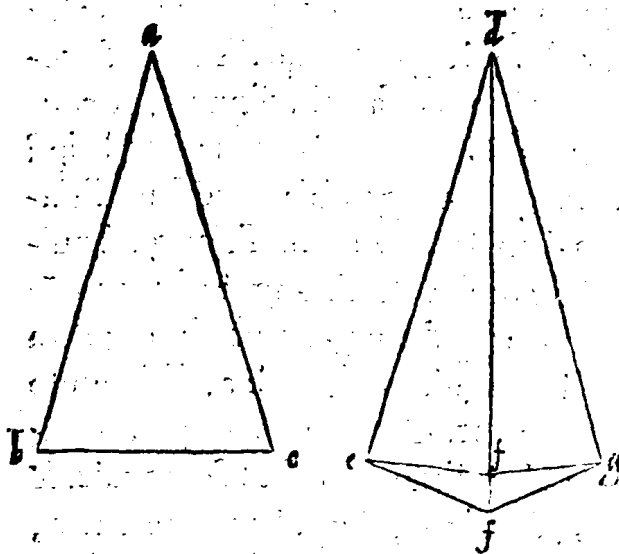
in vigesimum quartum Theorema Primi
Libri Elementorum Euclidis.

Scholium
in exēpla
ri quodā
veteri re-
pertum.



I MEAM afferre sentētiā operæpretium est, errauit Philosophus. nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quę postērius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq̄ institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modò ostendemus. Sint duo Triāgula æquicrura a b c,

d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f equalia, & Angulus qui ad Signū a, Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d. Si autē ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi e f in directum sit. nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq̄ duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterum ipsi etiam d f e est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e æqualis

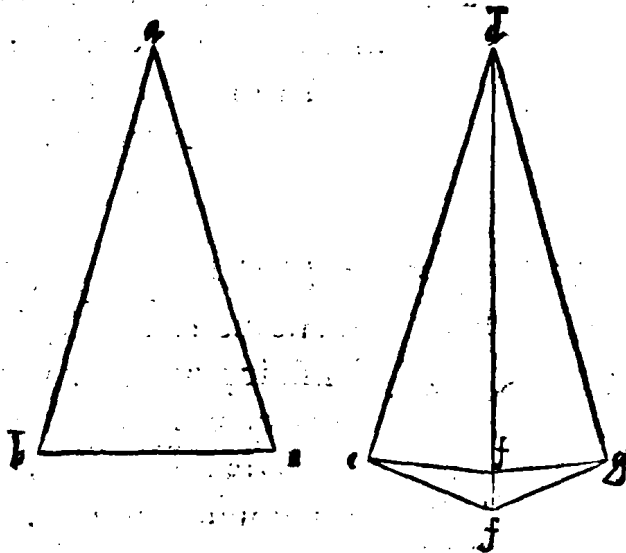


lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autem hoc verum est, Trianguli dfg , externus Angulus interno, & ex opposito collocato equalis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minime potest ut recta Linea eg , rectæ Lineæ ef in directum sit. Si verò hoc fieri non potest, eò magis neque extra incidet. Intra igitur. Non ergo recte dixit Philosophus. Veruntamen alia quoque ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cum enim ipsa de , tum ipsi df , tum ipsi dg equalis supponatur, ipsa quoque df , ipsi dg erit equalis.

Quapropter tria Triangula æquicrura sunt, utputa def , dfg , & $d eg$. æqualia siquidem inter se tria Latera ostensa sunt. & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum e , ei

qui ad Signum g , & adhuc ipsi dfe ; & qui ad Signum g , ipsi dfg . Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e , & g Signa, duobus dfe , dfg æquales utriusque simul utrisque. Anguli igitur dfe , dfg , duobus sunt Rectis æquales. siquidem recta Linea df super rectam Lineam eg steterit. Quocirca Anguli quoque dfe , $d g f$ duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimum decimum Theorema destructum est.

At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producit recta Linea eg , super eadem recta Linea ef non connectitur. Si verò hoc fieri non potest, multò magis (ut dictum est) neque extra incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdum, absurdum hoc maius est. Dicendum igitur pro Philosopho quod eos, qui instituuntur alloquens, non satis scite exposuit. Vel exercitationis gratia, animique excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cum enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicem ostensi sint, hoc est ipse dfe , & ipse dfg ; & adhuc qui ad Signum e , & qui ad g Signum. Cum verò recta Linea super rectam consistens Lineam Deinceps



Defendit
P. oculum
magis eum
ostendendo.

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum dfe , dfg rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursum septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostēdit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigessimū quartū Theorema

Primi Lib. Elementorū

Euclidis.

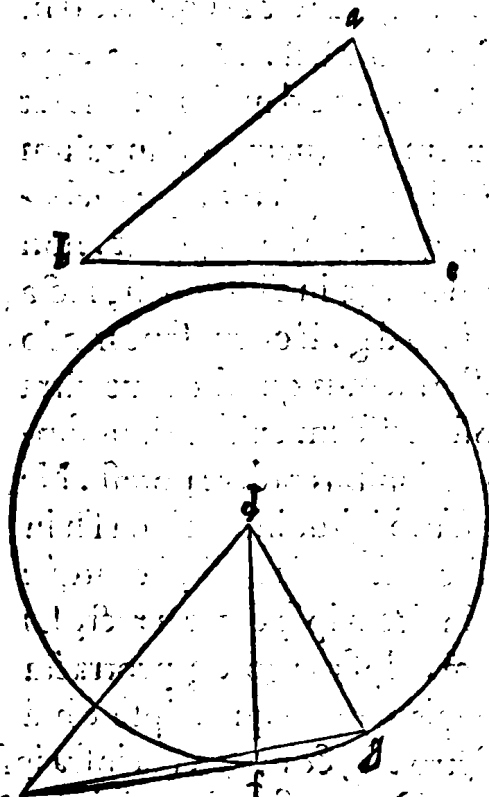


Scholium
Interpre-
tis.



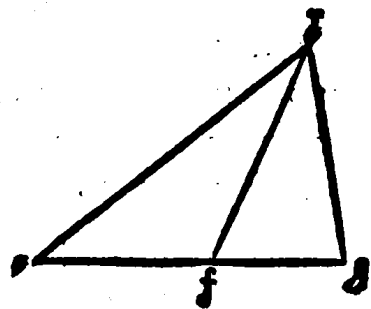
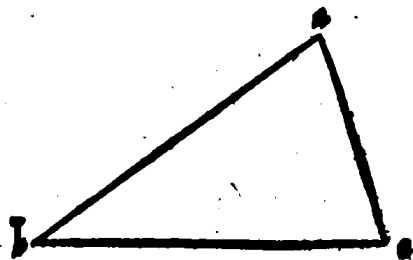
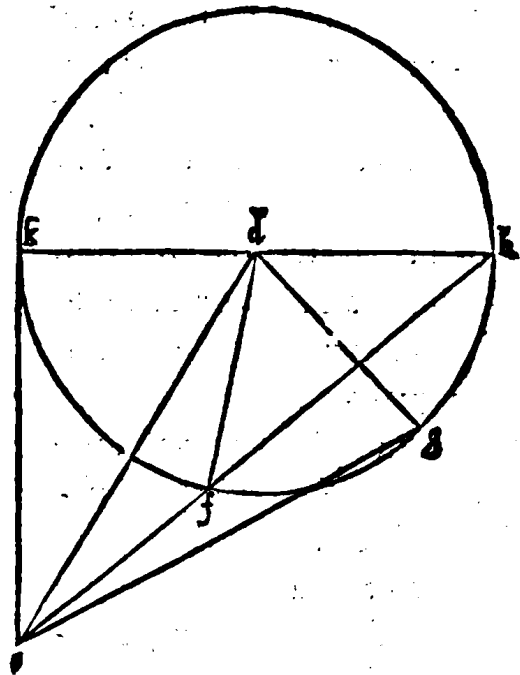
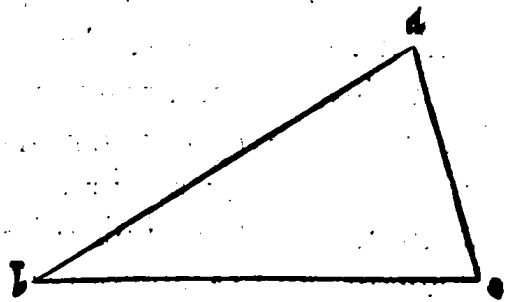
I ME A quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autē Philosophus. nam sciēdum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erūt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessario supra subtendentem quæ ultimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ ultimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extra, vel super ipsa subtendente ultimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiauit. Cum autē indeterminatè aliquid affirmamus, in quibus fieri potest ipsum intelligimus, nō aut in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantū virum deceptum ostēdat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cum ait incertus Autor in æquicru-

quicruribus Triangulis postremo productam rectam Lineam supra subtendentem necessario cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, ut quæ ultimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula abc , def æquicrura ita, ut Latus quidem ab æquale sit Lateri bc , & Latus ac , utroque minus: Latus verò df æquale Lateri fe , & Latus de , utroque maius. & sit Latus ab æquale Lateri ed , & Latus ac , Lateri df . nec non Angulus bac , maior Angulo edf . Ponatur autem Angulus edg æqualis Angulo bac , & protrahatur ipsa dg , ponaturque æqualis ipsi ac , & connectatur ipsa eg . Dico quòd fieri potest ut ipsa eg , & supra ipsam ef , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d , intervallo autem Linea df , Circulus describatur, quem aut tangit Linea ef , aut secat. Tangat primum. Linea igitur dg in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessario ipsa eg supra ipsam ef cadet. Secet autem ipsa ef Circulum ut habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea ef , quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa dg , ipsi df æqualis est, necessario in Circuli Circumferentia cadit. Aut igitur inter fh Signa in Circumferentia cadit, aut in Signum h , aut ultra h Signum. At qui fieri non potest ut in Signum h , aut ultra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f , & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h , neque ultra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primum in Signum h , ut ipsa dh , & producat ipsa hd in directum usque ad Signum k , & connectatur Linea ke , quæ tangat Circulum,



in Signo k . Quoniam igitur
 duæ $k d$, d de duabus $e d$, $d h$ æ-
 quales sunt, Basis autem $e h$,
 Basi $e k$ est maior, Angulus sa-
 nè $e d h$, Angulo $e d k$ maior
 est. Verum Angulus $e d k$ ma-
 ior est Angulo $e h d$. Multò
 maior igitur est Angulus $e d h$,
 Angulo $e h d$. & Latus ergo
 $e h$, Latere $e d$ maius est. Erat
 autem & æquale, Triangulum
 siquidem æquicrus supponeba-
 tur, quod fieri non potest. non
 cadet ergo in Signum h , recta
 Linea $d g$. Eodem sanè modo
 ostendemus quòd neque ultra
 ipsum ñsdem existentibus sup-
 positionibus cadere potest. Ne-
 cessariò igitur inter Signa $f h$ in
 Circumferentia cadit, secantque
 se inuicem ipsæ $d g$, $e h$ rectæ Li-
 neæ. Ipsa ergo $e g$ protracta
 magis remota quam ipsa $e h$ à

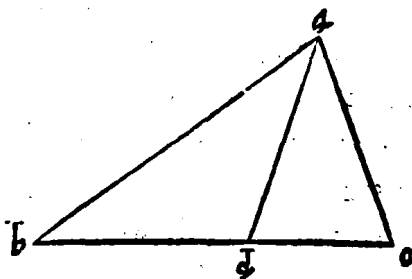
Cẽtro est, & propterea infra ipsam $e f$ cadit, quod demonstrandum
 erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cade-
 re potest. Reliquum autem est ostẽde-
 re quòd fieri potest, vt etiam super ipsa
 subtendente quæ vltimò protracta est
 recta Linea cadat. Sint itaque duo
 Triangula æquicrura $a b c$, $d e f$ vt ca ,
 quæ superius descripta sunt. & sit qui-
 dem vterq; Angulorum $b a c$, $a c b$ re-
 liqui duplus, itemque duplus Anguli
 $e d f$. hoc enim fieri potest. constituatur
 aut ad $d e$ rectā Lineā, ad Signūque in
 ea d , Angulus $e d g$ æqualis Angulo b
 $a c$, & ponatur cuius Linearū $a c$, $d f$ æ-
 qualis ipsa $d g$, cōnectaturq; Linea $e g$.
 Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



sa fg ipsi ef in directū est, ipsa quē e g postremò protracta, super ipsa ef g velis nolis cadet. Primum igitur ostendendum quòd in directū est ipsa g f, ipsi fe, vnaquē est recta Linea ipsa e fg: postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea e g, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quedā, quæ talis est. Si Trianguli æquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basi Trianguli, quod initio erat, itemquē alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquū est.

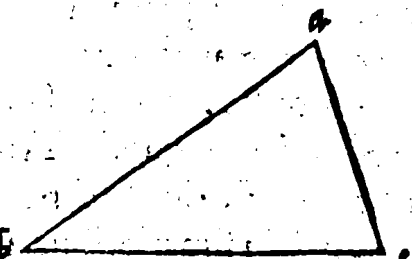
Sumptio.

Sit Triangulū a b c æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad a c Basim sunt Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectā Lineam a d, & ducatur ipsa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis est recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b.

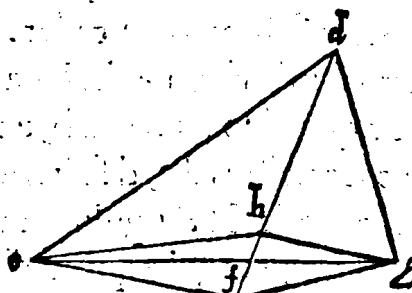
Demō Sū
ptionis.

Quoniam Angulus b a c duplus est vtriusq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis est. Aequale igitur est & Latus a d, Lateri d b. Rursus quoniam Trianguli a b d externus est Angulus a d c, duobus internis, ex oppositoquē iacentibus, ipsis nēpe a b d, b a d est æqualis, qui ipsi b a c æquales sunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non est. At ipse b a c, ipsi a c b est æqualis. æquicrūs. n. Triangulum a b c supponebatur.

Angulus igitur a d c, Angulo a c d equalis est. & Latus ergo a d æquale est Lateri a c. Ostensum est aut ipsi etiam d b æquale. Recta igitur Linea a d vtrique a c, d b rectarum Linearū æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Hoc præassumptio

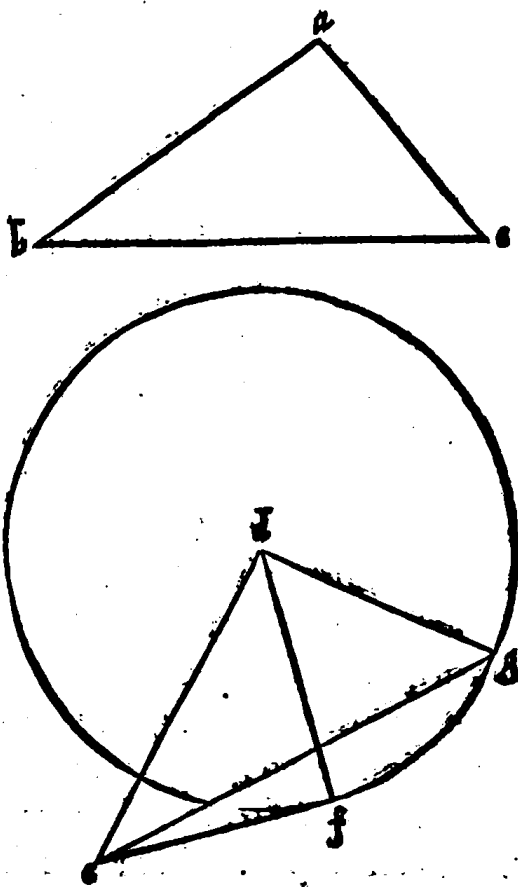
Propositi
Demō.

Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Sit itaq; ipsa g f in directum non est ipsi fe, sed sunt duæ Rectæ ipsæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signū recta Linea, quæ aut supra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lineis



c 2 vna

vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f. secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e : & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basis e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ suæ pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producaturs ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cadet. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cū autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiusmodi igitur Aequicruribus, quæ hoc modo se se habent recta quæ vltimò protracta est Linea, neq; suprà, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiusmodi Aequicruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdēte cadat. Sint ergo duo Triangula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstitua-



Demó in Scalenis .

tlit

A geometric diagram featuring a circle with several points labeled with letters: 'a' at the top, 'b' on the right, 'c' at the bottom left, 'd' at the bottom, 'e' on the left, 'f' on the left, 'g' on the left, 'h' on the left, 'i' on the left, and 'k' on the right. Lines connect these points to form a complex polygonal structure within the circle. The diagram illustrates a geometric construction, likely related to the study of conic sections or projective geometry, as suggested by the accompanying text.

Digresio

&

Triangulo
rū ad sua
principia
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inequalitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeternationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mistæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præfens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatera esse non possunt (hoc siquidē inequalitatē ostēdit, illa autem ab æqualitate vndique scatent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut non similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quam in æquicruribus. in scalenis. n. quæ postremo protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autem necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quam ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quam illorum Constructio est. Iurē igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quam in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quam æquicrura participant: æquicrura verò infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurum siquidem duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vtriusque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verū de his quidem hæcenus.

Pulchra
Triangulo
rum iuxta
Pythagoreos
ad ea
quæ sunt
comparatio.

Finis
Scholii

Corollarium ex Scholio.

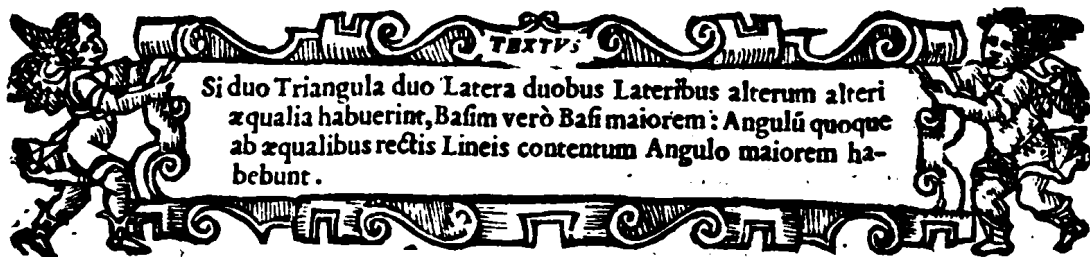
Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vtrius duplus fuerit Angu-

li Verticalis alterius, necessariò quæ vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit : cū autem maior quā duplex, infra ipsam ; cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtruncq̃ eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVVTVR PROCLI

Commentarij

Propō 25
Theo. 16.

PRæfens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorū institutor de Angulorum, Basiumq̃ æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq̃ coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostētionibus : in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens : interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusq̃ e conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verū ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere ipsi, qui discendi tenentur desiderio idimitemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula abc, def duo Latera ab, ac duobus Lateribus de, df æqualia habentia alterum alteri, Basimq̃ bc, ef maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi bc , Basi ef æqualis, quæ sit bg , & constituatur ad b Signum Angulo d, ef , æqualis Angulus gbh , & ponatur bh ipsi de æqualis, & connectatur hg , & producat̃ usque ad k Signum, cōnectaturq̃ ah . Quoniam itaque

Côm. 30.

Demōstra
tio Mene
lai Alexā
drini.

que

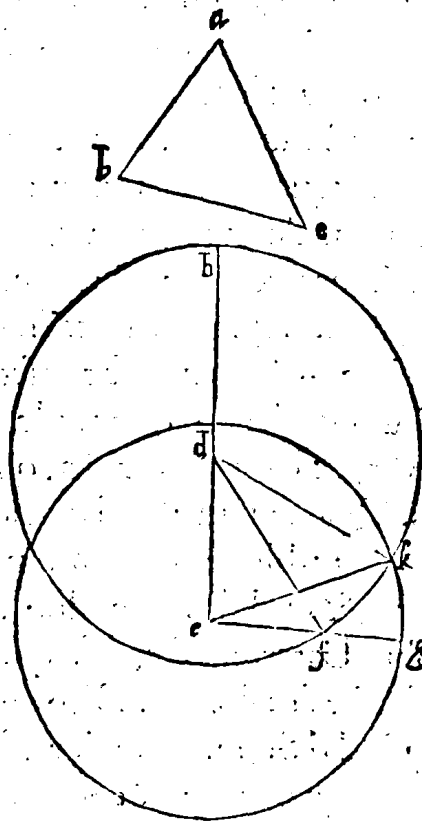
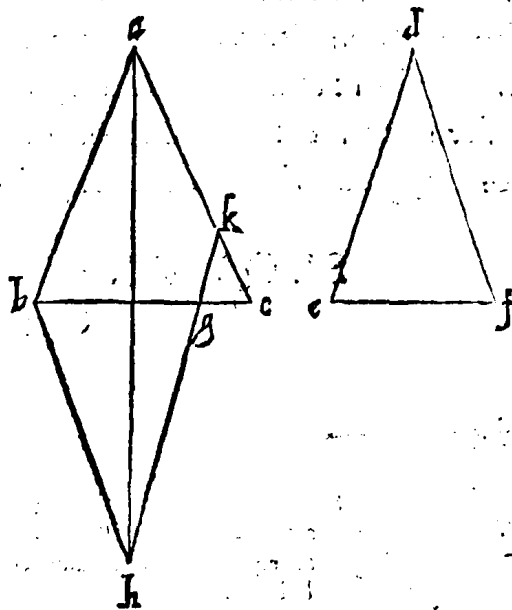
que bg æqualis est ipsi ef , bh autem ipsi ed , duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales continent. Ipsa igitur gh , ipsi df æqualis est, et Angulus bhg Angulo edf inæqualis non est. Et quoniam gh æqualis est ipsi df , ipsa autem df , ipsi ac , ipsa quoque gh , ipsi ac æqualis est. Maior est igitur hk , quam ac , quamobrem multò maior quam ak . Et Angulus ergo kah , Angulo kha maior est. Rursus quoniã æqualis est ipsi ab , ipsa bh , ipsi nanque de est æqualis,

Angulus bha , Angulo bah æqualis est. Totus igitur bhk Angulus toto bac Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d , ostensus est. Angulus ergo bac , Angulo, qui est ad d Signum, est maior. Talis quidem Menelai Demonstratio est. Heron autem Me-

Heronis
Mechanici
Demô.

chanicus hoc modo non per impossibile idem ostendit. Sint duo Triângula abc , def , egedẽque sint suppositiones. & quoniam bc maior est quam ipsa ef , producat ef , & ponatur ipsi bc æqualis eg , similiterque protrahatur de , & ponatur ipsi df æqualis dh . Circulus igitur, qui Cẽtro d , interualloque df describitur transibit etiam per Signum h . Describatur ut fk h . & quoniam ac , ab maiores sunt ipsa bc , hæc autem ipsi e h æquales sũt, & bc , ipsi ge , Circulus, qui Centro quidem e , interuallo autem eg describitur, secat ipsam eh . Secet ut ipse gk , & connectantur à communi Circulorum sectione ad Centra rectę

Linę kd , ke . Quoniam itaque d Signum Centrũ est Circuli hkf , ipsa



ipsa dk , ipsi d h e equalis est, hoc est ipsi a c . Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli gk , ipsa e k ipsi e g e equalis est, hoc est ipsi b c . Quoniam igitur duæ a b , a c duabus d e , dk sunt æquales, & b c Basis, e k Basis, Angulus quoque b a c , Angulo e dk est æqualis. Angulus ergo b a c , Angulo fd e maior est.



Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, unumque Latius vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod sub vno æqualium Angulorum subrendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt.

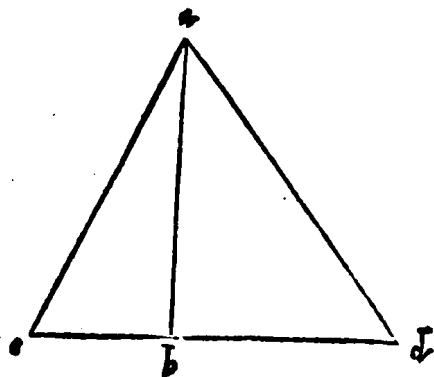
Propō 26
Theo 17.

Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaque Angulos quidē e quales cū accepisset Euclides, Latera quoque Triangulorum nō potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaque spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim e quales habeāt. Sola verò Latera e qualia cū supposuisset, omnia æqualia esse demonstraui per octauū Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimque Basis æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessario consequentem, nullaque Demonstratione egentem. Latera autem, atque Angulos accipiens, vel vnum Latius vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latius, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrā vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latius, & tres Angulos: vel plura etiā vno Latere, vnoque Angulo plures. Verū vnum Angulum, vnumque Latius cū accepisset, Propositum minimē ostendit, reliquorum scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latius, vnumque Angulum e qualia existentia, quō ad reliqua prorsus inæqualia sint. Sit enim recta Linea ab Perpendiculariter erecta super rectam Lineam cd , sit autem maior bd quā bc , & connectan-

Cóm. 31.
Pulcherri
ma cōpar
ationis
Triangulo
rū Diuifio

d tur

tur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præsens Theorema. Vnū verò Latus, & tres Angulos equales iterum supponere superuacaneum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū,

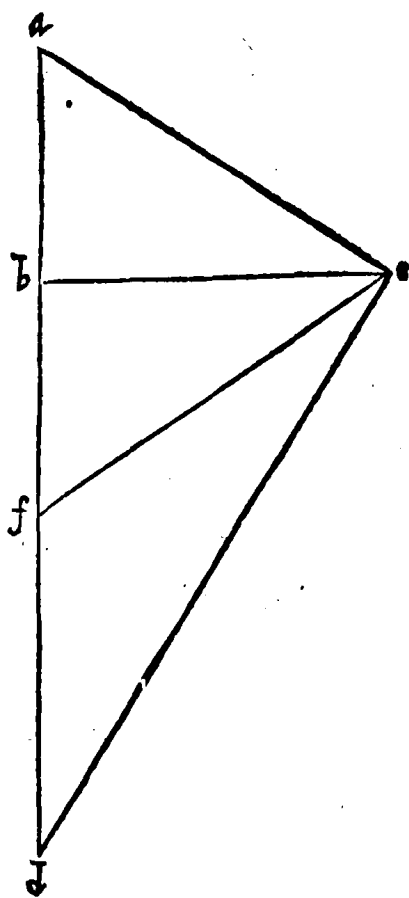
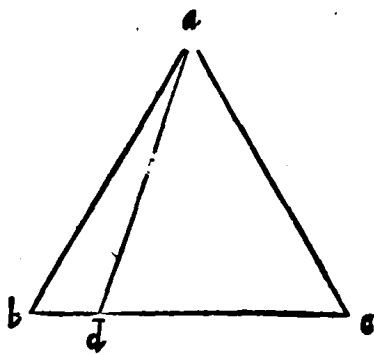


duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstrat. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantum equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inuolidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quāadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verū aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsentī Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatelo a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo

† decētib.
bus.

Trian-

Triangula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnūquē Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verūm nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanē modo præsens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latusq; b c maius Latere b a, & producat a b, & cōstituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumq; in ea c, Angulo b a c, æqualis Angulus b c d, & coincident b d, c d productæ vsq; ad Signum d. Duo itaq; Triangula sunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosq; Angulos duobus Angulis æquales a b c quidē, ipsi c b d (Recti. n. sunt) b a c autem, ipsi b c d. sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum b d c maius Triangulo a b c. causa autem est quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum æqualiū Angulorū subtēdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non est: constituatur. n. ad rectam Lineam b c, ad Signumq; in ipsa datum



c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterū alteri æquales habentia, vnūque Latus cōmune æqualibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autē æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoque diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præsens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisssorumque causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas re-
darguentes. & huc vsque finem habere Elemētorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Constitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ circa existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodque sibi ipsi idem est, à se ipsoque discrepat, propter eam, quæ in ipso est multitudinem: omniaque eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquoque Triangulorum, tum in pluribus vno Triangulis æqualitas, inæqualitasque reperta fuit.

Porphy-
rius.
Eudemus
i Geome-
trici enar-
rationib?
ad Thale-
tem hoc
Theore-
ma refert

Epilogus
primæ se-
ctiōis pri-
mi lib. E-
lemēto-
rum Eucli-
dis.
Documē-
tum.

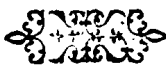
Pulchra
confide-
ratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



DE TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrammis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrammorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

Continua
tio Libri.In cō. 18.
Libri 2.Inferius i
Propōne.
35.

Propō 33.

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Lateraliter ex opposito iacentia, Parallelamque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

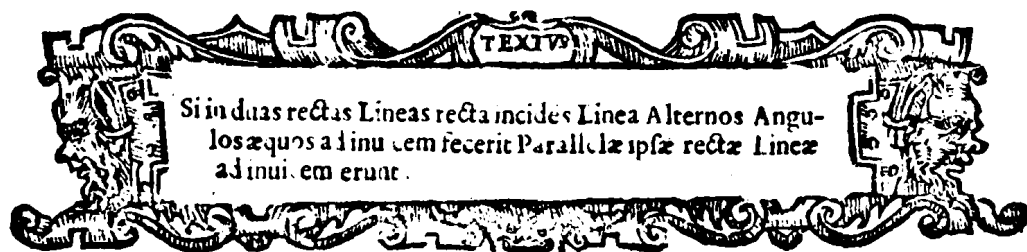
Tria, quæ
Parallelis
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed vnumquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnum quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueverunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apolloni
† Nicodemus.
Hippias.
† Erseus.

SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propo 27
Theor. 18



Cōm. pri-
mum.

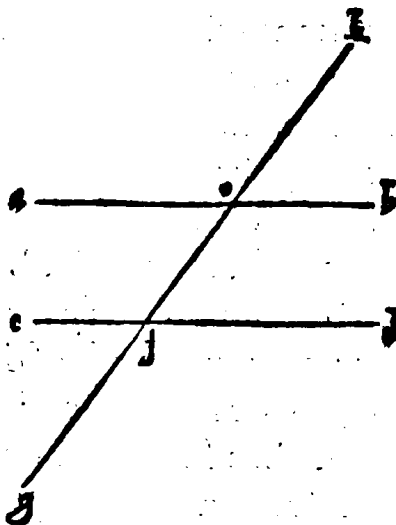
IN præfenti quidem Theoremate tãquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quæ in Plano considerantur. Adhucitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim obstat in modum literæ X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasq; incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non sunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò qd alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternatim Angulos appellat. Dico autē, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteq; in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēq; Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alternos, commutatoūe ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex sunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem. Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrā pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrā, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & e f g: aut vnum quidem intrā, alterum verò extrā, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunq; intrā pones,

In lib. 2.
in cōm. 7.

Notandū

Qui sint
Alterni
Anguli.



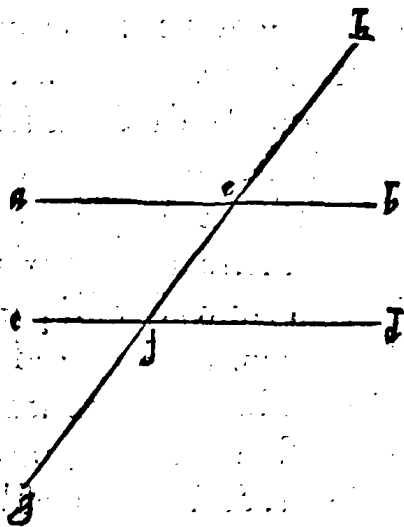
Documē-
tum.

Diuisio
Sympto-
marū Pa-
rallelarū
Linearū.

Anguli in
Parallelis
sex modis
sumuntur.

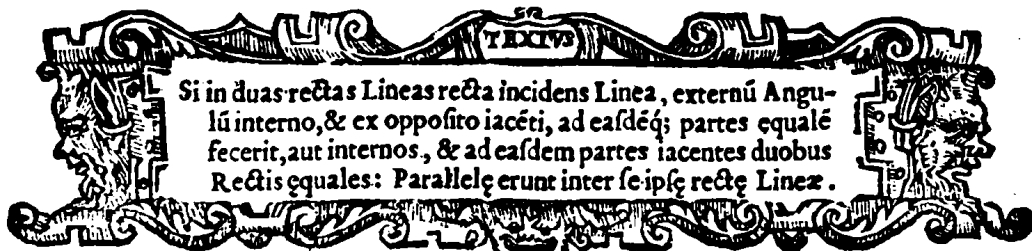
nes, ut ipsos $a e f$, & $e f d$, vel ipsos $c f e$, & $f e b$: aut utrunque extra, ut ipsos $a e h$, & $d f g$, vel ipsos $h e b$ & $c f g$: aut vnum quidem intra, alterum verò extra, hocque rursus quadrupliciter. aut enim ipsos $a e h$, & $e f d$: aut ipsos $h e b$, & $e f c$: aut ipsos $g f c$, & $f e b$: aut ipsos $g f d$, & $f e a$ pones. & præter has alia Sumptio non est. Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexit. & hæc quidem consequentia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdem sunt partes, ex ijs quidem, qui intra tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita ut $i j$, qui extra ambo sunt, & $i j$, quorum vnus quidē extra, alter verò intra, prætermisisti sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intra sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intra, alter verò extra, quos æquales esse dixit, vna sanè Sumptione relicta, quæ ambos extra supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermisissas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extra Anguli $h e b$, $d f g$, dico quod hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim $d f e$, Angulo $h e b$: & Angulus $b e f$, Angulo $d f g$ æqualis est. Si autem Anguli $b e f$, $e f d$ duobus rectis æquales sunt, Anguli etiā $d f g$, $h e b$ duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdem partes Anguli $a e h$, $e f d$, quorum alter quidem sit intra, alter verò extra, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus $a e h$, Angulo $b e f$ æqualis est, Anguli autē $b e f$ & $e f d$ duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque $a e h$, & $e f d$ duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, ut Anguli $a e h$, $d f g$, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli $a e h$, & $b e f$ ad inuicem æquales sunt, Angulus autem $d f g$, Angulo $b e f$ est æqualis, Angulus igitur $a e h$, Angulo $d f g$ inæqualis non est. Si igitur quæ in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus consequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequentur. præter hoc, quòd in quibus quidem hæc Geometra suscepit iuxta quidem.

duas



duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales: in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cum enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non imeritò quæ prætermiffæ, ijs, quæ memoria dignæ factæ sunt sumptionibus è contrario se habent. Videtur autem Geometra hæcæ suppositiones elegisse, quæcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

Cur tres
sumptio-
nes Angu-
lorū Eucli
des præ-
miserit.



Propō 18
Theo. 19.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat: hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extra] & [intra] Angulos separat, altera verò ambos intra supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, tria que Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quē admodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in præsentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Quenam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cōm. 2.

Dubitatio

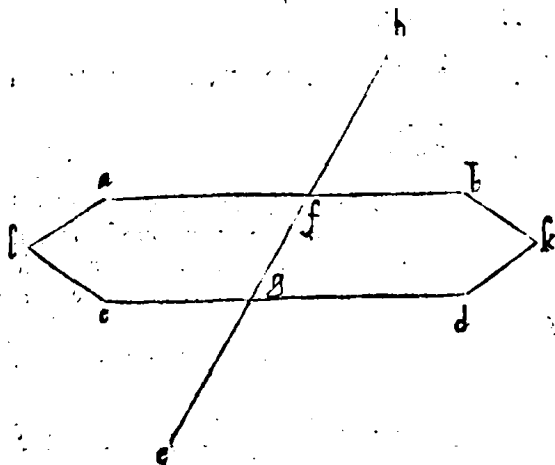
Hierapoli-
ta Aeneas
cōpendiū
Elemento-
rū scripsit.

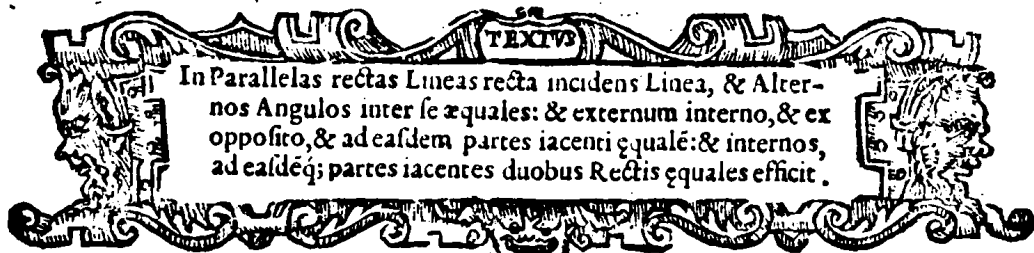
Solutio.

e pro-

Ptolemæi
Dēmōstra-
tio I libro,
cui titulus
est Rectas
Lineas ab
angulis mi-
noribus, q̄
duo Recti
productas
coincidere.

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam præcedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt; hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est, Verum quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quod internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex his, quæ scripta sunt. Ptolemæus autē in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quam duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nempe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ $a b$, $c d$, secetque ipsas quædam recta Linea $e g f h$, ita vt Angulos $b f g$, & $f g d$ duobus Rectis æquales efficiat, dico quod ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur $b f$, $g d$ rectæ Lineæ in Signo k . Quoniam itaque recta Linea $e f$ stetit super rectam Lineam $a b$, Angulos $a f e$, $b f e$ duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam $f g$ super $c d$ stetit, duobus Rectis æquales efficit $c g f$, $d g f$ Angulos. Quatuor igitur, $b f e$, $a f e$, $c g f$, $d g f$ quatuor Rectis æquales sunt, quorum duo $b f g$, $f g d$ duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur $a f g$, $c g f$ hi quoque duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ $f b$, $g d$ duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur $f a$, $g c$ dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoque $a f g$, $c g f$ æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincident itaque rectæ Lineæ $f a$, $g c$ in Signo l . Duæ igitur $l a f k$, $l c g k$ rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt.





In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter se æquales: & externum interno, & ex opposito, & ad easdem partes iacenti equalē: & internos, ad easdēq; partes iacentes duobus Rectis æquales efficit.

Proposi-
tio 19.
Theo. 20.

PRæfens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in utroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aut in illis Data sunt, ostendere proponit. & hæc etiam Conuersorum differētia tiliētio prætereūda nō est, q̃ omne, quod cōuertitur, aut vnū vni cōuertitur, vt quāto sextū: aut pluribus vnū, vt præcedentibus quod in præsentia proponitur: aut plura vni, vt paulo post nobis manifestū erit. In præsentī autē Theoremate primū Elementorū institutor hac Petitione vsus est, quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitū producuntur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentie certum Signum non est, eò quod aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cū hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorū institutore vt Petitiō assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ a minoribus quā duo Recti producuntur, coincidere. ostenditq; ipsum cū multa præassumpsisset eorū, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorū institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocq; veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vnū autē hoc quoq; est eorum, quæ præostensa sunt, quod ait rectas, quæ a duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quod Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam
Cōuerso-
rum diffe-
rentia.
In cō. 32.
Propōnis.

Quita Pe-
titiō.

In lib. 3. i
cap. 1. & i
cōm. 3.

In fine se-
cūdi lib. et
in cōm. 3.
libri tertii
Digressio.
Quæ Pto-
lemæus di-
cat in suo
Libello.

Secūda ps
Propōnis
28.
Conuersa
secūde par-
tis 28. Pro-
pōnis, &
tertia 29.
pars.

Flagitiosa
Ptolemæi
rôciatio.

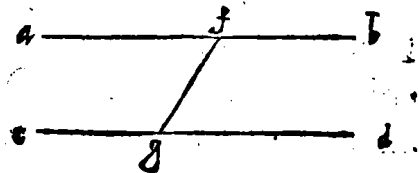
Demô ter-
tiz Partis
huius Theo-
rematis se-
cundû Pto-
lemæum.

Demô qui-
tæ Peritio-
nis secundû
Ptolemæum

Alia quin-
tæ Peritio-
nis secundû
Ptolemæum ac-
curatior
Demô.

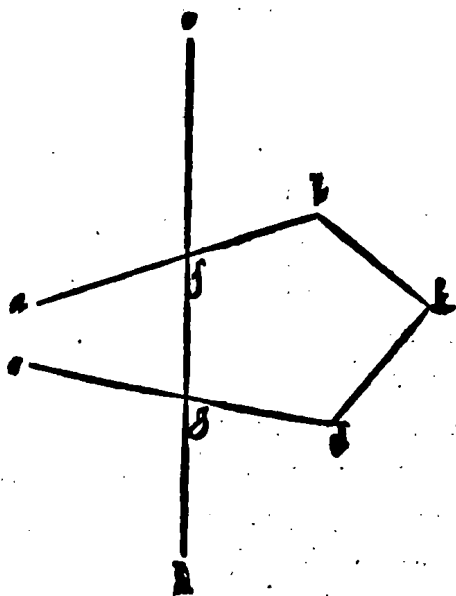
ab vna recta Linea secantur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in

ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdē partes Angulos duobus Rectis maiores nō efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiā



Rectis iisdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quāobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficit. Verum ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quod quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdēque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præ-
ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multo magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad utrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verum ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficit. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adhibere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

sunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quod itaque non sunt non coincidentes rectę Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidūt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triāguli ergo g f k externus interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hasce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, captiosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quod recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtriscq; partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuisiō est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnā, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoq; aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quod non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdem partes in vtriscq; partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hasce suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum sup-



Aduersus
Ptolemæū

Primū fun-
damentū.

Secūdum
fundamē-
tum.

posi-

positionum fieri non potest. quandoquidem si quis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdem suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex his, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Quorundā
instātia ad
uersus qui
tā Petitiō
nem.

Agē autem illos quoque inspiciamus, qui dicunt fieri non posse ut quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincident.

Cum enim accepissent duas rectas

Lineas a b, c d, & incidentem in ip-

sas rectam Lineam a c, internosque

duos Angulos duobus rectis mino-

res facientem, fieri potest inquit

ut rectę Lineę a b, c d non coincidē-

tes ostendantur. diuidatur enim bi-

fariam ipsa a c in Signo e, & abscin-

tur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d,

æqualis ipsi e c, ipsa c g. Manifestum itaque est quòd rectę Lineę a f,

c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duę ipsę

a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus

f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindaturque æquales. Neque

hæ igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum faci-

entes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam se-

cando, à rectis que Lineis hisce dimidijs æquales Lineas abscindendo,

ostendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineę nusquam coincidunt. His

itaque talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidē dicunt;

non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Si-

gnum simpliciter hoc modo, verum non est, neque verū est ipsas nul-

lomodo prorsus coincidere. non coincidunt enim ipsę a b, c d rectę

Lineę Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g,

nihil tamē impedit quin coincidant in Signis k, l, si et ipsę f k, g l ipsis

f h, h g æquales fuerint. coincidentibus. n. ipsis a k, c l nō adhuc hūc mā-

nēt ipsi k f h, l g h Anguli, & quedā ipsius f g rectę Lineę pars extra ip-

sas a k, c l rectas Lineas reliquitur. & sic duę rursus ipsę scilicet f k, g l

tanta Basi maiores sunt, quā intercipiunt in interiori ipsius f g rectę

Lineę parte. Præterea aut illud quoque dicendū est indeterminate ipsis

dicentibus Rectas, quę à minoribus quā duo Recti protrahuntur nō co-

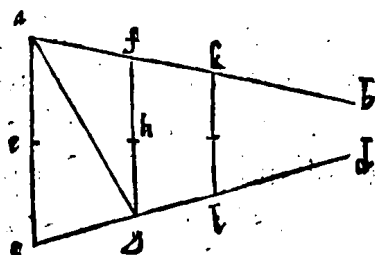
incidere, quòd ea quoque destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim

eadem descriptio. Vtrum igitur possibile est à Signo a ad Signum

g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile

quidem est, præter quintam Petitionem primam quoque destruunt

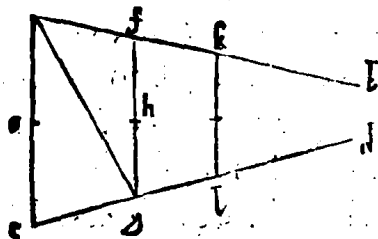
dicen-



Responso
ad instā-
tiam.

Alia Re-
sponso.

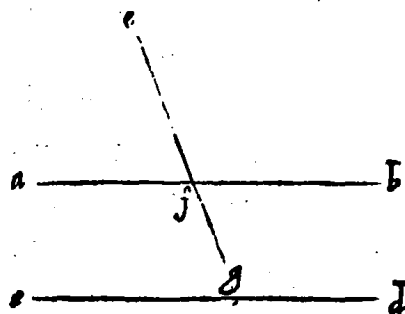
dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse ut recta Linea ducatur : si verò possibile, connectatur . Quoniam itaque Anguli fa c, g c a duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etiã ig a c, g c a multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productę, qui duobus sunt Rectis minores . Fieri ergo non potest ut indeterminate dicatur eas, quę à minoribus quàm duo Recti producantur non coincidere . Verũ enim uero quòd aliquę quidẽ rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc querere sermo videatur . dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidẽ tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem perspicere, quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum præassumpsisse) quo Aristoteles quoque usus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit . ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiã productę sunt infinitis existentibus, intervallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit . finito siquidem existente, fieri potest ut distantia augeatur. Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt . Omni igitur finita Magnitudine maius intervallum rectę, quę in infinitum producantur Lineę ab inuicem distabunt . Hoc sanẽ præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallele a b, c d, sec utq; ipsam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipsam quoq; c d secabit, cum enim duę rectę Lineę sint, quę ab vno Signo fin in infinitũ producantur, ipsę nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent distantiam . Quapropter hac quoq;, quę tanta est quantũ est intervallũ, quòd inter Parallelas adia-



Alique re-
ctę Lineę
à minori-
bus q̃ duo
Recti pro-
ductę coi-
cidũt, & a
liq; non
coincidũt.
& hac est
ppria Au-
toris opi-
nio .
Pronuntia-
tũque vsq;
est et Ari-
stot. i. de
cõlo tex.
35.
Ostẽsio
Aristo.

Sumptio.

Demõ Sũ-
prionis.

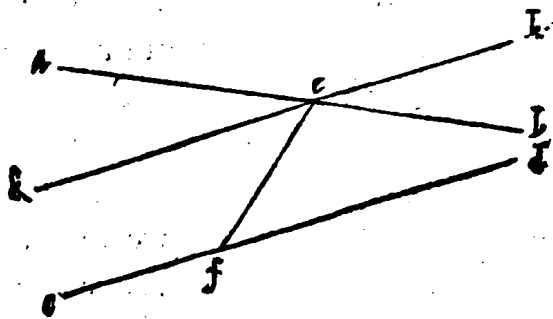


cet.

Quæ Pe-
titiõis pul-
chra De-
mõ.

cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa fg ipsam cd secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoque secabit. Hoc ante demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectæ Lineæ ab, cd ,

cadatque in ipsas recta Linea ef Angulos bef, dfe duobus Rectis minores efficiens. Dico quod rectæ Lineæ hisce in partibus coincident, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli bef, dfe duobus Rectis mi-



nores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, heb Angulus, & producat he ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas hk, cd , recta Linea ef incidit, internosque Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet hef, dfe , rectæ Lineæ hk, cd Parallelæ sunt. & secat ipsam kh , ipsa ab . Secabit igitur & ipsam cd , per summptionem, quæ præostensa est. Coincident ergo rectæ Lineæ ab, cd ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.

Propo 30.
Theo. 21.

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelæ.

Cõm. 4.

Primū p-
nuntiatiū.
Propo 21.
sexti Ele-
mentorū.
Propo 11.
quinti Ele-
mentorū.

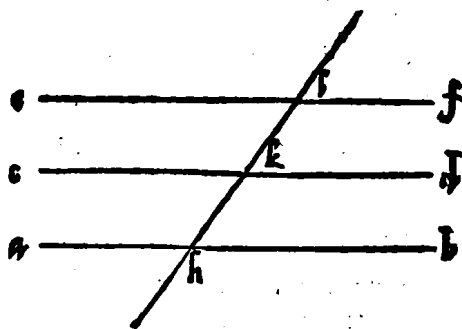
Documē-
tum.

Consuevit Geometra in Sermonibus istis, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quæ ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoque dicebat, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusque dicit, Quæ eidem similia, & inter se sunt similia, & Quæ eidem Rationi eadem, ad inuicem quoque eadem sunt. Hoc modo igitur nunc quoque demonstrat quod quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter se sunt Parallelæ. Accidit autem non in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quæ eiusdem dupla, ad inuicem quoque dupla sunt: nec quæ eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoque sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quæcunque vniuocè cōuertuntur, in equalitate,

in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallele Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum equali æquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. + ipse nanque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæ similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallele. Fieri autem potest ut qui etiam situm iā permutauit, idem ostendat eisdem vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum usus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit,

ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, utrunque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k æqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur c d, e f, Parallelae sunt.



Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelae, & inter se igitur Parallele sunt, dicemus quod a h, h b vnus Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum rectæ, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallele sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallele. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idemque redibimus.

In quibus respectibus identitatis consequentia verificetur. *tex. græc.* sic habet + ipsa namque Parallelas si dici potest similitudo. Finis Documenti.

Casus huius Theorematis.

Dubitatio

Sol.

Notanda.

f Per

Propo 31.
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam
Lineam ducere.

Côm. 5.

Documē-
tum.

Cōmunica-
tes huius &
duodeci-
mi Proble-
matis.

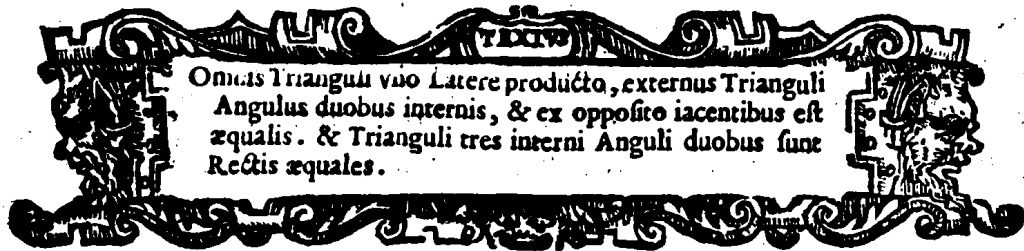
In cō. 22.
lib. tertii.

Differēti-
e huius &
duodeci-
mæ Propo-
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quoniam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectæ Lineæ Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est ut Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicauit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hīc verò Parallelam. Verū illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallele erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio; quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectæque Lineæ distantiam. quantum enim datum

Signū

Signum à data recta Linea distat, tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.



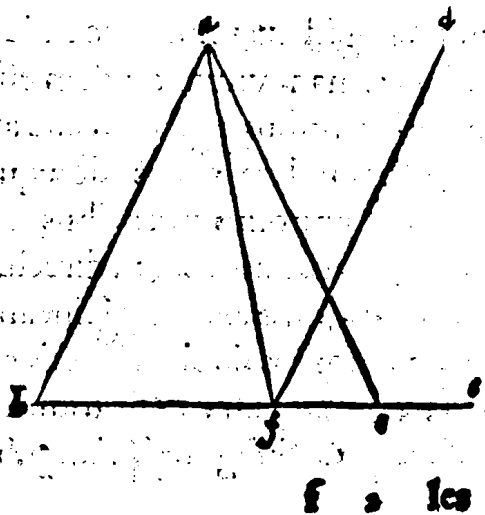
Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus est æqualis. & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt Rectis æquales.

Propo. 32
Theo. 22.

Q Vantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quantum maior. ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est. nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quantum etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuerit Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit. nec propterea superuacua illa esse diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire. Veruntamen Elementorum quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quaeruntur ostendit. fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hocque reliquum probauit. nos verò è contrariis faciemus. Sit igitur abc Triangulum, & producaturs Latus bc usque ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa bc , quod sit f , & conectatur $a f$, & per Signum f Parallela ducatur ipsi ab , ipsa fd . Quoniam itaque fd , ipsi ab Parallela est, in ipsasque incidit recta Linea $a f$, & recta Linea bc , Anguli Alterni quæ

Com. 6.
Respondet
tacite ob
iectioni.

Casus huius
us Theo.

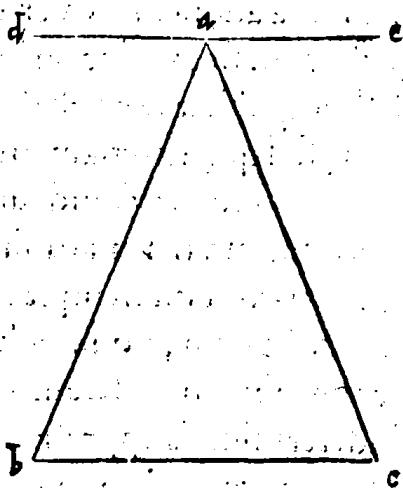


les sunt, necnon externus interno. Totus igitur $a f c$ ipsis $f a b$, $a b f$ equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam $a f b$ equalis est Angulis $f a c$, $a c f$. Duo igitur $a f b$, $a f c$ tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe $a f b$, $a f c$. Verum ipsi etiā $a c f$, $a c e$ duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur $a c f$. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus atq; Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utiq; omne Triangulū internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit.

Pythagorei inueniunt hoc Theo. referēte Eudemo.

Pythagoreorum Demonstratio

Sit Triangulum $a b c$, ducaturque per Signum a ipsi $b c$ Parallela $d e$. Quoniam igitur rectæ Lineæ $b c$, $d e$ Parallelae sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem $d a b$ Angulo $a b c$, Angulus autem $e a c$ Angulo $a c b$. Communis addatur Angulus $b a c$. Anguli igitur $d a b$, $b a c$, $c a e$ hoc est Anguli $d a b$, $b a e$ hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt.

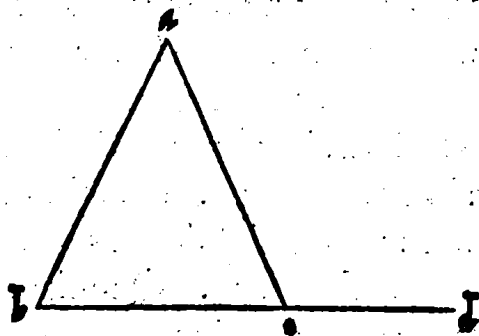


Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur in super tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum, & Quæsitum, similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extra est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum $a b c$, externusque Angulus $a c d$ æqua-

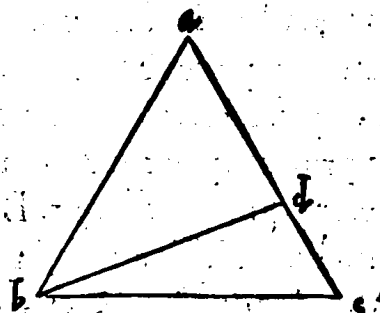
Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertium Cōuersorū dīferētiā mēbrū, qđ sūperiōri cō. tertio p. miserat.

Cōuersū. primę partīs, & eius demō.

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus bc productum est vsq; ad d Signum, vnaque recta Linea est ipsa bcd . Cum enim Angulus acd internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adiciatur Angulus acb . Anguli igitur acd , acb tribus Angulis Trianguli abc æquales sunt. At tres Anguli Trianguli abc duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur acd , acb duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicē erunt. Recta Linea igitur bc rectæ Lineæ cd in directū est. Sit rursus quædā Figura



rectilinea abc tres habēs Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet a, b, c ; dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa ac . Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusque abd, dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb, cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da .



Cōuersū
secundæ
partis, cū
q; Demō-
stratio.

Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus q; Latus $cū$ ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū $abcd$, & super Latere ab ,

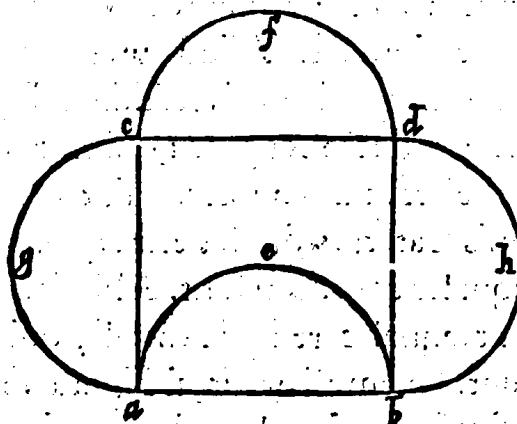


Figura ex
Circuliferē
tijs cōstru-
cta, quæ
hēt inter-
nos Angu-
los duobus
Rectis æ-
quales. sūt autem
& alię cur-
uilineę Fi-
gure, quæ
hoc pati-
untur.

gulos

In lib. 3.
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,
i qua sunt
quatuor
pulcherrimi
me cōside-
rationes.

Prima.

Plato i Ti-
mo.
i recta.

Secunda.

Semicirculus a e b intra describatur : super alijs autē Lateribus extrā, qui sint f, g, h. Figura igitur, quæ à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoque omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumque consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod + rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo : Si quinque Laterum, in tria : Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæteræ quoque differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita : omnis verò quinque Laterum, sex, hocque consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summam dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrā cōstituuntur Rectis quatuor æquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrā sunt quatuor Rectis æquales sunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodque ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

nūi interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquencq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primū inest, ita [†] rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla.
in Timæo.

Quarta.

Exéplū fa-
miliarissimū
Arist.
† TrianguloIuxta etiā
cōes no-
tiones ve-
ritas p̄sen-
tis Theo-
rematis ap-
paret. simi-
le dixit in
cōm. 22.
lib. 3.

RECTÆ LINEÆ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes
easdem coniungunt, ipsæ quoq; æquales, & Parallelæ sunt.

Propō 33
Theo. 23.

Præsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrā-
morūque Cōm. 7.

Superius
cap. 1.

Diligētia
proponis.

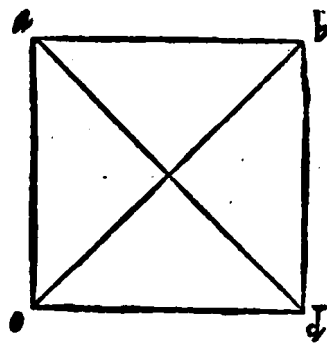
Primò.

Secundò.

† ad illa-
rū aut Pa-
rallēla po-
sitionē, ha-
rū equali-
tate.

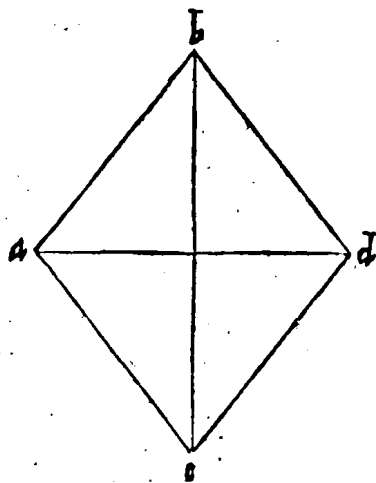
Tertiò.

morūque considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogramorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogramum tum ex ijs, quæ initiò ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ equales coniungunt, equales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd nec hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autē positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, equales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem equales, quandoque quidē fieri potest, quandoque verò minimè. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimerientes equales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui equalia, & Parallela dictorum Spatorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-

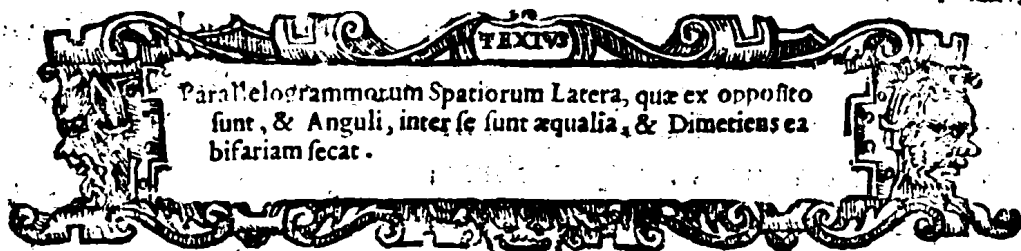


tem

rem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimittentes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim $a b$, ipsi $c d$ æqualis sit, communis autem $a c$, Angulusque $b a c$, Angulo $a c d$ inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censet ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis $a c, b d$ suppositis, ipsas $a d$, & $b c$ coniungentes accipiamus, sed ipsas $a b$, & $c d$. hæc enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboidē nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



~~TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM~~



Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

Propo. 34.
Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrammum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiēte secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hæc itaque tria per se Parallelogrammis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatiorumque per Dimetiētes bipertita sectio. Et vides quod ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisque Areis. Quatuor autem Parallelogrammis existentibus, quæ in

Com. 8.

Tres huius Theorematis passionēs.

Documētum.

Differētia,
q̄i diuifio-
nib⁹ Paral-
lelogram-
mōrū ap-
paret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quod si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verum ipsas quoque Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, ut in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidē non solum Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non æquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus

$abcd$, & Dimetiens ad . Quoniam igitur ab , bd Latera ac , cd Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Anguli quæ abd , acd æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia.

Quapropter Anguli etiā bac , cdb bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel

Altera parte longius, vel Rhomboides. Si itaque Angulus bac , & Angulus cdb bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem cad Angulo

adb æqualis est, Angulus etiā bda Angulo adb erit æqualis. Quamobrem

Latus quoque ab Lateri bd æquum erit.

Verum inæqualia sunt. Angulus igitur

bac à Dimetiēte bifariā nō secatur. Si-

militer autē neque Angulus cdb , qui ipsi

æqualis est. Ut itaque paucis rem com-

plectar, in Quadrangulo quidem & Di-

metiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli

bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem,

& Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Pa-

rallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Di-

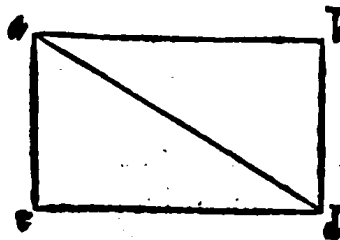
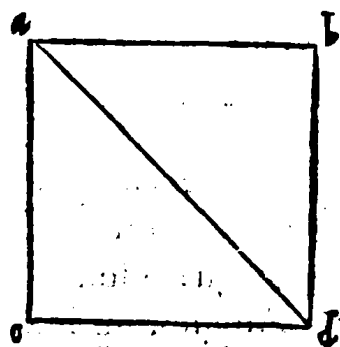
metientes quidē æquales sunt eò quod rectangulum est, Anguli autē

à Dimetientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilate-

rum, Spationum verò in partes æquales diuifio huic quoque inest qua-

tenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem

Dime-



Conclusio.

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogramum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquã non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrasq; Diagoniorum partes, æqualia sunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrammorum quatuor existentium diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundum non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtrunq; horum dicimus, commemorabimus cum Quæsitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidẽ esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorũ institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solum Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verum etiam Dimetientẽ vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersè ostendi dicimus, alia verò non vniuersè. aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne æquicrus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationẽ alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrammis inest: hoc verò, Dimetientem Spatiũ bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsibus hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cum enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetiens

Epilogus
Documẽ-
ti.
Digressio
Pulcherri-
ma & vni-
uersali cõ-
sideratio.
Theore-
marũ alia
vniuersal-
ia, alia nõ
vniuersal-
ia.

Duplex
vniuersa-
le. idẽ vide
apud Ari.
in primo
Posterio-
rũ tex. 11.

Propria
vniuersa-
lis Signifi-
catio.

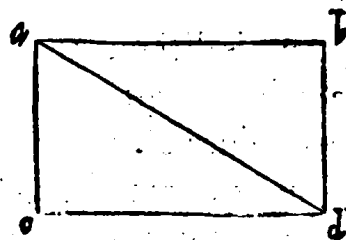
Vide Ari.
primo Po
sterio tex.
12. & 13.

Conuersū
primæ, &
secūde pas
sionis huius
Theore-
matis.

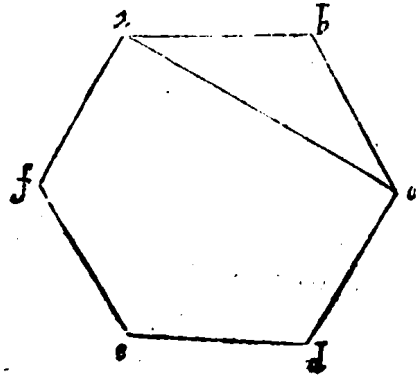
Finis Di-
gresſiōis.
Documē-
tum.
Vnde ortū
ſit hoc no-
mē Paral-
lelogrā-
mum.

Quid ſit p-
priè Paral-
lelogrā-
mum, &
quid ſit
Parallelo-
grammū
apud Eu-
clidem.

bifariam ſecat Ellipſim, Circulum, atq; Parallelogrāmum, cōmune in his poſtea contēplari fuere. Hallucinatur aut (inquit Ariſt.) quidē non vniuerſale tanquā vniuerſale oſtendens, eò quòd commune in- nominatū eſt, cui primū Symptoma ineſt. nam quid commune ſit Numeris, & Magnitudinibus, & Metibus, atq; Sonis, quibus omni- bus alterna Ratio ineſt, non eſt dicere. quid præterea cōmune ſit El- lipli, & Circulo, & Parallelogrāmo, difficile eſt exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea eſt, altera autem Circularis, tertia verò mi- ſta. Qua propter vniuerſe eum oſtendere opinamur, qui demonſtrat quòd omne Parallelogrāmum Dimeriens bifariam ſecat. eò quòd commune ſimul non cernimus, propter quòd hoc verum eſt. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuerſale non eſt, propter iam dictam cauſam: Illud verò eſt, Omne Parallelogram- mū Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos æqualia habere. etc- nim ſi aliqua Figura ſuppoſita fuerit quæ ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc eſſe oſtendetur. ſit enim talis $a b c d$, & Dimeriens $a d$. Quoniam itaque $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$ Lateribus æqualia ſunt, & qui ab ipſis comprehenduntur Anguli æquales, Ba- ſiſquæ communis, omnia quoq; omnibus æqualia erunt. Angulus igitur $b a d$ An- gulo $a d c$, & Angulus $a d b$ Angulo $c a d$ æqualis eſt. Parallela ergo eſt ipſa quidē ab ipſi $c d$, ipſa verò $a c$ ipſi $b d$. Quamobrem Parallelogrammum eſt Figura $a b c d$. Totidem de his dicta ſufficiant. Videtur autem ipſum quoq; Parallelogrammorū nomen Elementorum inſtitutor compoſuiſſe, accipiendō occasionem ex præcedenti Theoremate. Cū enim oſtendiſſet quòd rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoque æquales, & Parallele ſunt, perſpicuum eſt quòd Latera quidem, quæ ex oppoſito ſunt tum ea, quæ coniungunt, tū ea, quæ coniunguntur Parallela eſſe pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Paral- lelogrāmum appellauit, quemadmodū & eam, quæ à rectis compre- henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et eſt manifeſtum quòd Elementorum quidem inſtitutor Parallelogrāmum in Quadrilateris poſuit. Animaduersione autem dignum eſt, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus conſtat Lateribus cū æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrāmum dicendum ſit. habet enim

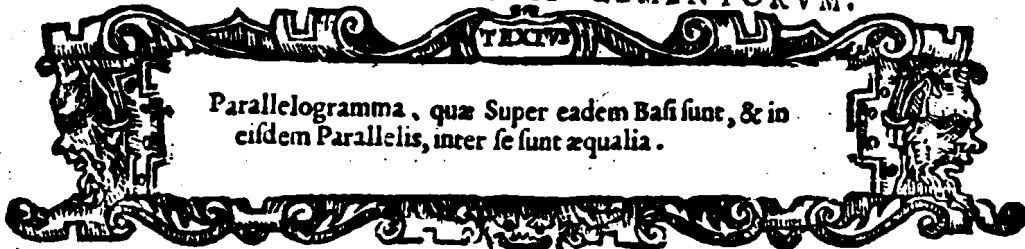


enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales. Exempli causa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. si enim Sexangulum $a b c d e f$ intelegeris, rectamque Lineam $a c$ coniunxeris, ipsam $a f$, ipsi $c d$ Parallelam ostendes. Angulus enim, qui ad b Signum, unus est Rectus, & tertia Recti pars, & unus quisque Sexanguli Angulus, cum æquiangulum fuerit. æquale præterea est Latus $a b$ Lateri $b c$, æquilaterum enim est positum. vterque igitur Angulorum $b a c$, $b c a$ tertia Recti pars est. Anguli ergo $f a c$, $a c d$ Recti sunt. Quapropter ipsa $a f$ ipsi $c d$ Parallela est. Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaque Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. + Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, patet. Fit autem perspicuum in illo potissimum Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse. hoc enim in solis Quadrilateris verum est.



† Præter quæ quod ex Scétia Elementorū institutoris omne Parallelogrammū manifestum Quadrilaterum est.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogramma, quæ Super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 35.
Theo. 25.

Quemadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidque horum vnumquodque sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuscunque idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineæ, vel Superficie situm,

Com. 9.

In Superiori cōmēto, & i cō. 9. libri 3. Theorematū alia Localia, alia nō Localia.

Quis sit
Locus Ge-
ometricus.
Localium
Theore-
matum di-
uisio.
Linearum
aliq. Planæ,
aliq. Soli-
dæ.

Præfens
Theore-
ma & Lo-
cale, & in
Lineis Lo-
cale, et Pla-
num est.
Theore-
ma Loca-
le, & in Li-
neis Loca-
le, & So-
lidum.
Qua d' ca-
usa Theo-
remata Lo-
calia Ideis
Chrysippi
assimila-
uerit.

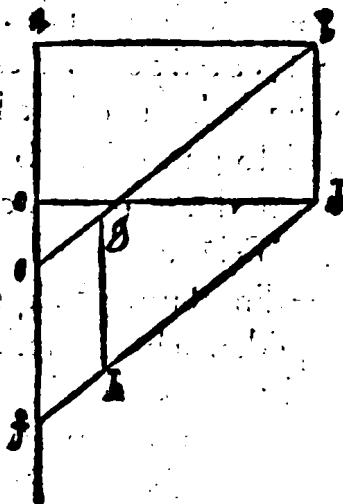
Causa qua
Euclides i
hoc libro
Theore-
mata loca-
lia Plana i
rectis Li-
neis tantum
trahat, in
tertio aut
ea etiam q
i Circu-
ferentiis consti-
tuunt, & ha-
bes hic di-
uisionem Lo-
calium i Li-
neis Plano-
rum Theore-
matum, q
alia in re-
ctis, alia in
Circunfe-
rentiis.

situm, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum alia quidem sunt Planæ, alia verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, ut ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ sectione apparet, ut Cylindricæ Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem utique eorum etiam, quæ in Lineis constituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præfens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum, totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Basi constituuntur, quæ sanè equalia quoque inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale sit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inscribuntur, æqualia sunt, quod enim Hyperbole solida sit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiusmodi itaque Theoremata (ut ait Geminus) Ideis Chrysippus assimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelligantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum institutor præfens adscripsit. & videtur cum ad modum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata varietate distinguat, iurè neque huiusmodi ipsorum ideam prætermisisse. Veruntamen cum in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contemplari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentiis constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siquidem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt æquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circunferentia constituti fuerint eadem existente Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si verò quod a Basi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportionem respondent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cum Spatorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantum nancq; Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq; Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatorum æqualitas maneat, non immerito forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq; in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema ē numero eorum esse, quæ huiusmodi sunt. Stupet itaq; vulgus statim cum Longitudo multiplicata Spatorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda ue Spatia. quantum enim Angulos inæquales efficimus, tantum Spatium magis diminui- mus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producat Latus a c in infinitum, sit q; hoc fortasse rectangulum, & in Basi b d alterum cōstituatur, sitque illud b e f d. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus b e, Latere a b, cum Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verum hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius b e f d Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit cò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipsi b d ducatur, quæ sit g h. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoque eadem, Spatiū

Dubitatio
rudium.

Præfatus
Theore-
ma ē nū-
mero admi-
rabiliū i
Mathema-
ticis Theo-
rematum.
Quid sit
Locus ad-
mirabilis,
apud Ma-
themati-
cos, &
apud Stoi-
cos.
Respon-
sio ad dubi-
tationē ru-
dium.



D. mōstrat
q. d. Lon-
gitudinis
accretione
opus ē ad
Spatoriū
æqualitatē
seruandā.

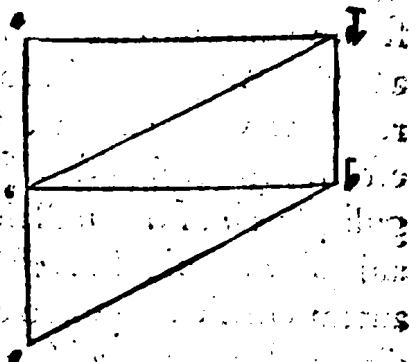
Spatium tamen Spatio minus . ipso nanque $b e f d$ minus est . Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit , Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit , tantum adijciens , Spatiorum æqualitatem seruauit . Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est . nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur : æqualiteris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulū non est . Angulorum nanque rectitudo , & Laterum æqualitas omnem

Terminus
accretiōis
Longitudi-
nis Paral-
logrammo-
rum æqua-
liū, est loc-
ipse Paral-
lelarū Li-
nearum .
Pulchrū.

Isoperime-
trorū Pa-
rallelogra-
morum
Quadrang-
ulū quidē
maximū ē,
Rhomboides
verò
minimū .
Ex hoc lo-
co , & ex
13. cō. lib.
3. habes q
Procli itē-
tio erat to-
tā Euclidis
Elemēta-
rē institutio
nē expo-
nere .
Documē-
tum
Trapeziū
quid,

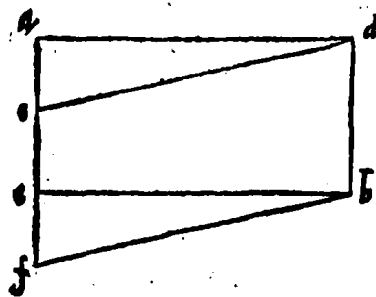
Reliq. duo
huius The-
oremaris
Casus .
† ex hoc lo-
co . id est
rōne loci .

habet vim ad augenda Spatia . Vnde sanē Quadrangulum quidem his omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur : Rhomboides verò, cunctis minus . At hæc quidem alias ostendemus . magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt . Quò ad præfens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera . in præsentia siquidem de Arcis sermo est : & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit . ex quo manifestum etiam sit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq; quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum . quòd enim quæ ex opposito sunt Latera , & Angulos non habet æqualia , e Parallelogrammorum excidit ordine . Elementorum itaque institutor cū difficiliorem Casum elegisset , Propositum demonstrauit . Siquis autem dicat , sint Parallelogramma $a c b d$, & $b d c e$ super eadem Basi $d b$, ita vt Latus $c d$ sit Dimetiens Parallelogrammi , $a b$, ostendens quòd ex hoc loco æqualia sunt . Triangulum enim $b c d$, vtriusque dimidium est . quoniam ipse quidem $a b$, Dimetiens est Latus $c d$: ipsius verò $d e$, Latus $c b$. Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam secant . Parallelogrā-mum ergo $a b$ æquale est Parallelogrāmo $d e$. Rursus siquis supponat Latus $a c$ ipsius $a b$ Parallelogrammi secari à Latere $d e$, sicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa $a d b c$, $b d c f$, ostendemus quòd hæc etiam æqualia sunt .



cū

cùm enim Latus $a e$ Lateri $c f$ æquale sit, vtruncq; enim cùm ex opposito iaceat, æquale est Lateri $d b$. Auferatur communis $c e$ recta Linea. Aequalis est igitur $a c$, ipsi $e f$. Verùm $a d$ etiã equalis est ipsi $e b$, & Angulus $c a d$ Angulo $f e b$. Parallela enim est $a d$, ipsi $e b$. & Basis igitur $e d$, Basi $f b$ æqualis est, totũque $a d c$ Triangulũ toti $e b f$ Triangulo est æquale. Cõmune adñciatur $c b$ Trapeziũ. Totũ igitur $a b$, toti $d f$ inequale non est. Et vides quòd isti tres soli sunt Casus. Latus enim $d c$ aut secat Latus $e b$, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus $a e$, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentiq; descriptione altera est Species. ipsa enim $c e$, ipsi $d b$ est Parallela.



Causa cur tres soli sint Casus huius Theoremati.

†. Rursus quòd Nota quod Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noie Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cõ. 18. lib. secũdi.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 36 Theo. 26.

Com. 10.

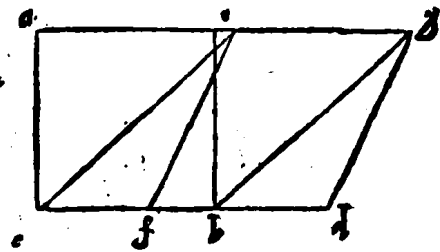
Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cùm Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterũ Elementorum quidem institutor cùm Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim $a b$, & $c d$ Parallelogramma, super æqualibus Basibus $e b$, $f d$ communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur $c e$, $b g$ rectæ Lineæ.

Cõmunitas, & differentia præsentis, & præcedentis Theore.

Quo Parallelogrãma in eisdẽ dicat esse Parallelis.

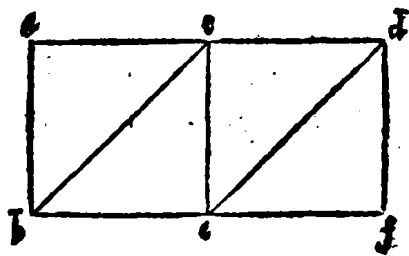
Reliq; duo Casus huius Theore.

neæ. Quoniam igitur ipsa ef , æqualis est ipsi bd , etenim Basis e b
 Basi f d æqualis erat, sed Latus c f Lateri d g est æquale, & Angulus
 c f e æqualis Angulo g d b, & c e
 igitur ipsi b g æqualis est. est autem
 & Parallela ipsi. Parallelogrammū
 ergo est ipsum c b, habetque eandē
 Basim cum utroque Parallelogrā-
 morum a b, c d, & in eisdem est Pa-
 rallelis. Parallelogrammum igitur
 a b Parallelogrammo c d est æqua-



le. Si quis autem neque communem habentes partem, neque à se in-
 uicem separatas Parallelogrāmorū Bases supponat, verūm quod
 solūm reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, ut in Paralle-
 logrāmis a e, e d, dicemus quod Basis

b e, Basi e f, & Lateri c d est æqualis.
 Quamobrem & recta linea c b, rectæ
 Lineæ d e æqualis, & Parallela est.
 quæ enim æquales, & Parallelas con-
 iungunt, æquales & ipsæ, Parallele
 sunt. Parallelogrāmum igitur est ip-
 sum b d, & est super eisdem Basibus,

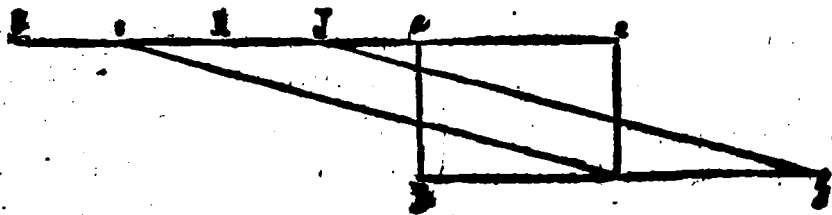
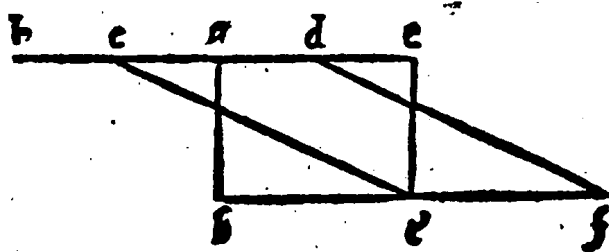
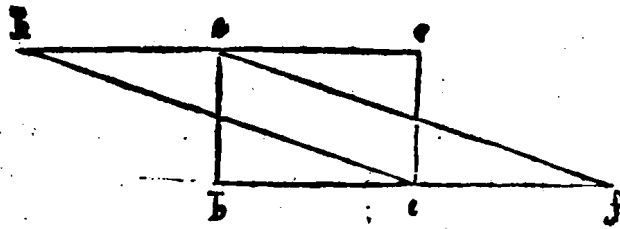
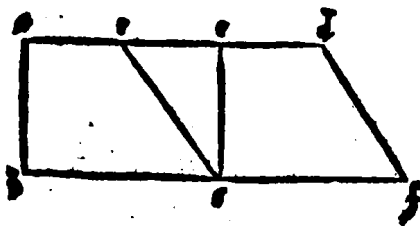
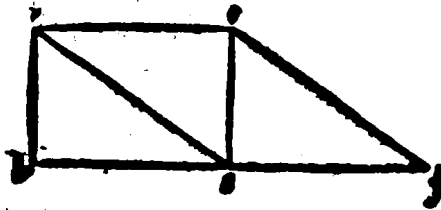
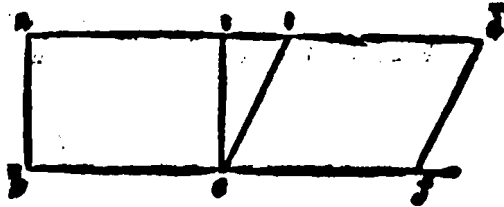


Diuisio
 triū huius
 Theo. Ca-
 suū, & pri-
 mō vltimi.

† aut à se
 inuicē sepa-
 ratas esse,
 aut tangere
 in se inui-
 cem.

& in eisdem Parallellis cum ipsis c b,
 d e Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt c b, d e Parallelogram-
 ma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Con-
 structiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habe-
 re partem, † aut tangere tantūm se inuicem, aut à se inuicem distare.
 Fieri autem potest ut quauis se se tangant quemadmodum ipsæ b e,
 e f, totum d e Parallelogrāmum extra Latus c e supponatur, vel c e
 Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e secans Latus a c,
 vel Latere a c producto vsque ad Signum h Latus c e cadens tan-
 quam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem
 fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus secans Latus a h, vel a h La-
 tere producto vsque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h ,
 & Latus d f secans Latus a h * vel congruens *

SECTIONAL



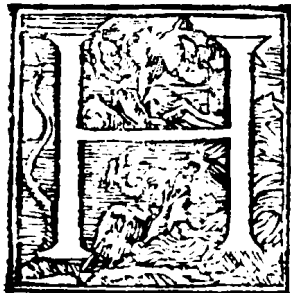
FRANCISCVS BAROCIVS

A D

LECTOREM.



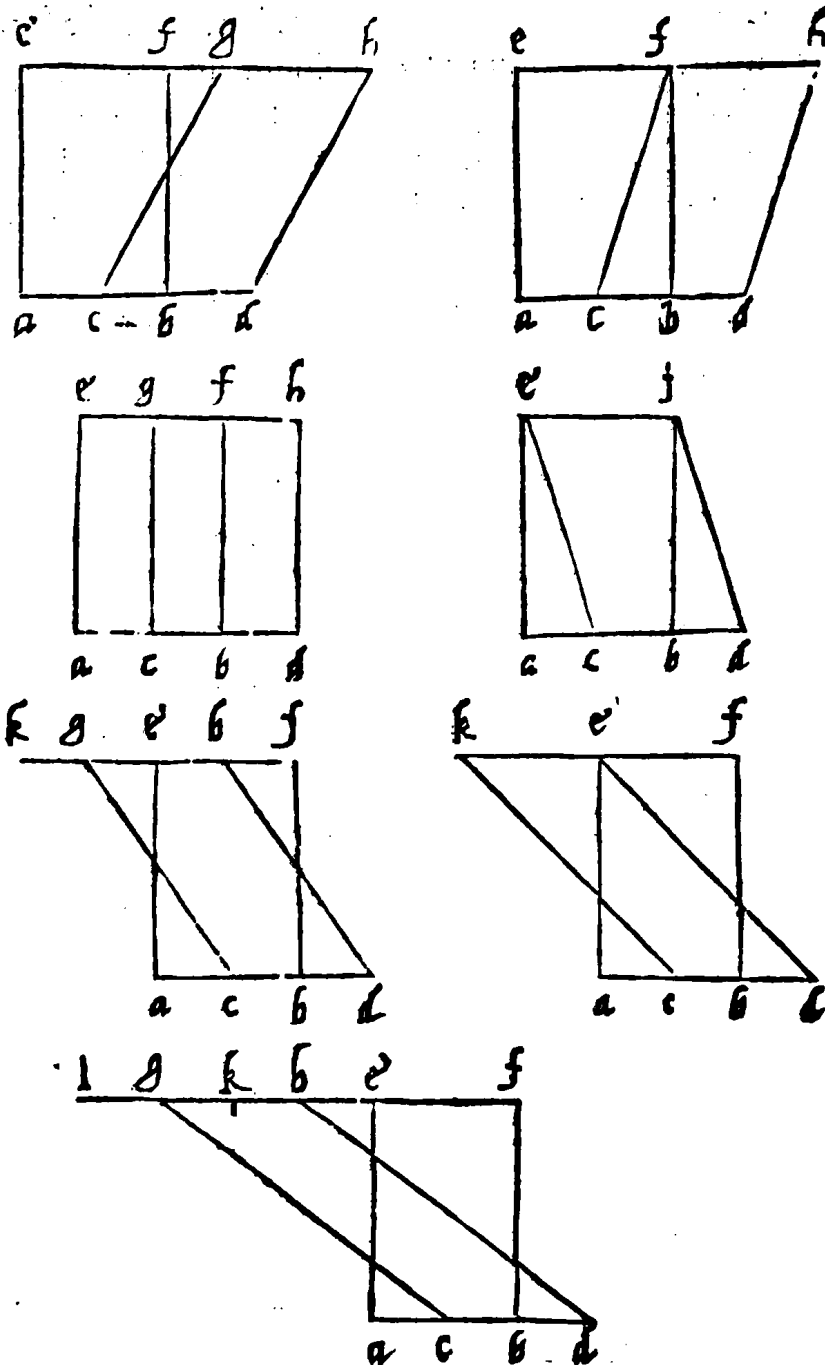
Scholiū



IC tibi animaduertendum est candide Lector, quod praesens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc usque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cum itaque Proclus noster primum communitatem, atque differentiam praesentis, & praecedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (ut apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt n, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cum declarauerit, & ostenderit quod Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, ut Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantum Signo coniunctæ, ut Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habent partem communem, ut idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

nam

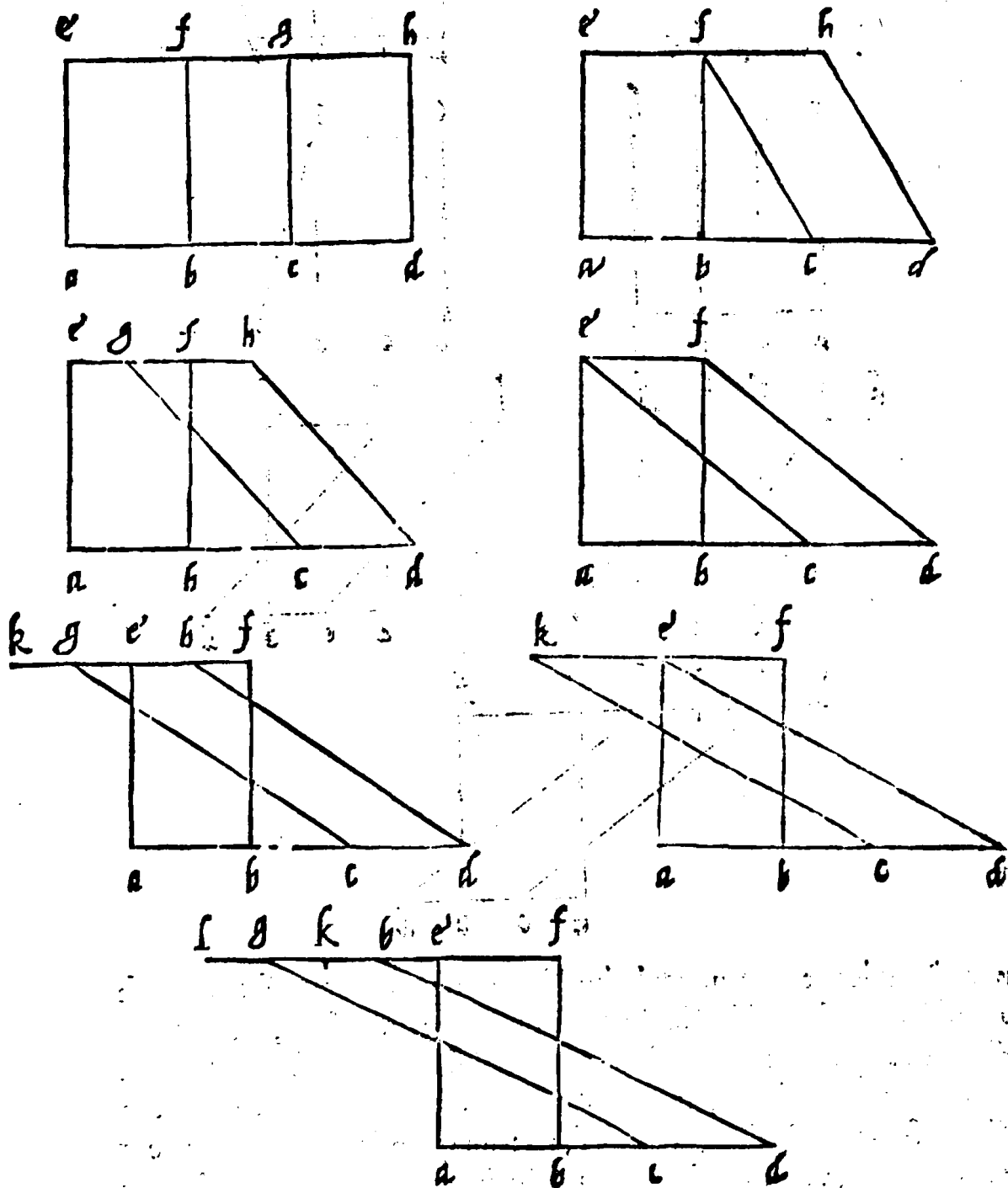
Diuisio
Casuum.



nam si quidem communem habuerint partem, ut exempli gratia ipse $abcd$ Latera sanè hisce Basibus opposita, quæ sint e, f, g, h , aut ita à sese distant ut quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet fg : aut in vno tantum Signo, in quo coincidunt etiam Signa fg : nempe in Signo f coniuncta sunt, ut ipsa e, f, fh : aut quandam habent partem communem, ut puta ipsam gf : aut sibi inuicem congruunt, & tunc Signa gh coincidunt cum e, f Signis: aut Producto Latere ef , & posita Linea k æquali ipsi ef , Latus gh communem habet partem & cum Latere ef , ut ipsam eh , & cum Linea ke , utpote ipsam ge :

aut

aut totū Latus gh cadit super tota Linea ke , tāgitque Latus e fin Signo e tantū, & tunc Signa gh coincidunt cū ipsis ke Signis: aut producta rursus Linea ke , & posita Linea lk æquali ipsi ke , Latus gh partē habet cōmunem & cū Linea ke , ipsam scilicet kh , & cū Linea lk , ut ipsā gk , & tunc Latus gh distat à Latere e f, ipso h e intervallo.

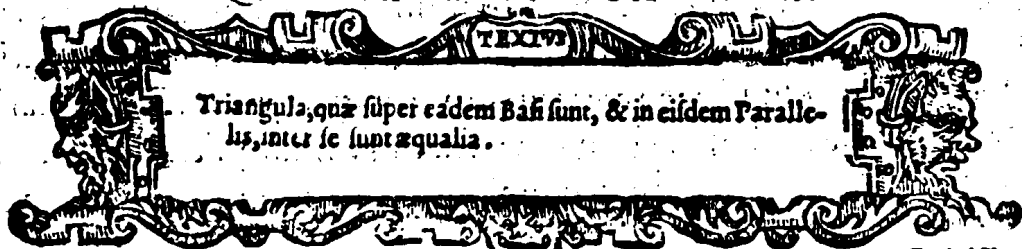


Si verò penitus à se se disiunctæ fuerint, ut ipsæ a, b, c, d , Latera porro e, f, g, h , quæ hisce Basibus e regione sunt, aut & ipsa à se se distant intervallo.

teruallo fg : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f , cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, ut puta ipsam gf : aut Latus gh cadit super Latere ef , coincidendo Signa gh cum ef Signis: aut productio Lateris ef , & posita æquali ke Linea ipsi ef , Latus gh cōmuni fruitur partem quidem cum Latere ef , ipsa scilicet eh , tum verò cum Linea ke , nempe ipsa ge : aut Latus gh congruit Lateri ke , & Signa gh eadē sunt cum Signis ke , tangit quæ Latus ef in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea ke , & posita æquali Linea lk ipsi ke , Latus gh communem sortitur partem ipsam quidem kh cum Linea ke , ipsam verò gk cum Linea lk , tuncquæ Latus gh à Latere e interuallo he distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presenti cōmentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuio, qui Basēs æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuum diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, ut auctoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedenti quæ Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verum enim vero de Diuisione quidē hæc sufficiat. Demonstrationes autē presentis Theorematis iuxta singulas Casuum partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in cōmentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenierit vnā cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit
i. 11. Pro-
cli cōmen-
tario.

SEQVNTVR PROCLI COMMENTARIA.



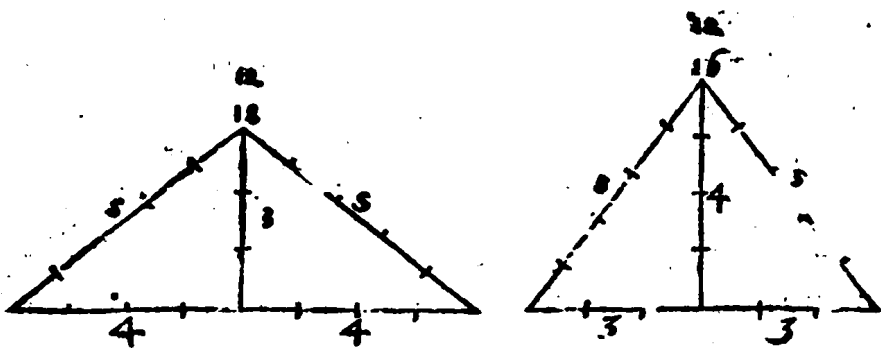
Prop. 37
Theo. 27.

Initiū

Com. 11. * affirmant . æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur . Tale autē quid Chorographi perpesi sunt Vrbium magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes . Oī verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui vna cū ipsi diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura q̃ sumpserunt cū peragrātes eam suscepissent possessionē, quæ à maiori Ambitu continebatur : Arcam autem cū in quædam Spatia, quæ minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere,

Chorogra-
phorū hal-
lucinatio .

Idē in lib.
tertio in
com. 8.



duobus enim æquicruribus Triangulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem : alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt . nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum . At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint . vtruncq̃ siquidem duodecim est . si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq̃ in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium : ipsam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hīc verò trium . oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq̃ ei, quod à Basis dimidio sit esse æquale . Verū si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor : & si hoc quatuor, illa profectò trium erit . Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis . hoc autem iuxta vtruncq̃ idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris . Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatiorum æqualitas non omni-

† æquale
Triangulo
Spatio ha-
bentis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Quo Triangula i eisdem Parallelis esse dicantur.



Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 38
Theo. 28.

Præfens quoque Theorema locale quidem est; quippe quod Parallelogrammis proportionem respondet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theoremā tradere, latereque vulgus eum hoc facere cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrā. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit
Altitudo
Figurarū.

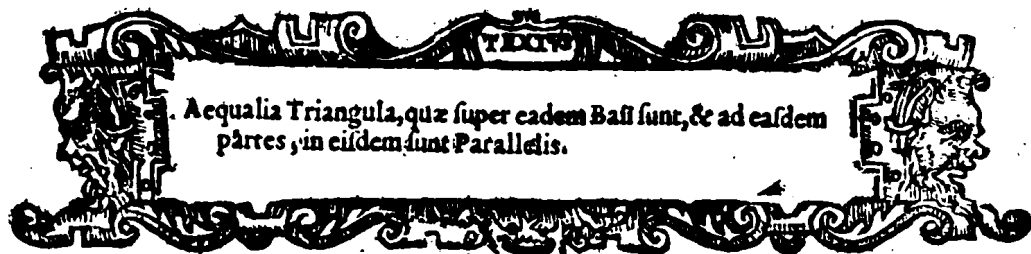
† oino qd
vel
pfectū qd.

i Bases

Casus huius
Theore.

Bases fuerint Hæc de his. Quòd autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruente, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatæ ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est his etiam, qui paululum intelligere possunt. & quòd iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere.

Propo. 39
Theo. 29.



Com. 13.

Causa propter quam
Conuerse
35. & 36.
Propo. nis
tū ab Euclide,
tū d. Proclo
p. termiſſæ
ſunt.

Quando quidem æqualitatē ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuerſa sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenſuimus. Causa verò, quoniā modus quidem Demōstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. cōtenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere his, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quòd in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorū intra cadet productis his, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra. utcumque autem ceciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quòd utique Totū suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quòd autem iurē Elementorum institutor particulam illam addidit [& ad easdem partes], manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula sumantur, vnum quidem ad hæc partes, alterū verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adiecit

Geometri
ca diligē
tia.

cit

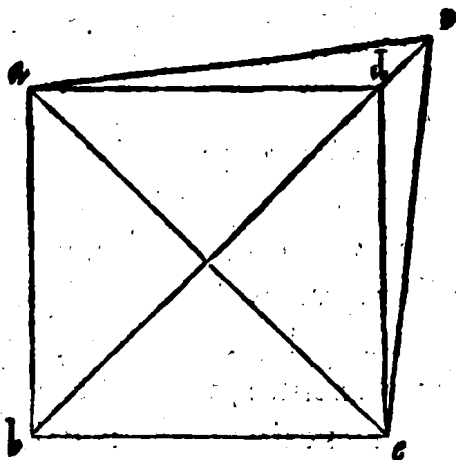
cit particulam. Cum autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intrā, aut extrā, ipse quidem Euclides intrā eam duxit: nos verò extrā ducentes, eadem ostendemus. Reliquis absurda suppositio nis Calus.

Sint enim abc , dbc Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisde sunt Parallels, & quæ ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur ad recta Linea. Si autē hæc Parallela non est, sit quæ extra hanc iacet, ipsa nempe ae , & producaturs ipsa bd vsque ad e Signum, & connectatur ipsa ec .

Æquale ē igitur Triangulū abc Triangulo ebc . Verūm Triangulum abc æquale est Triangulo dbc .

Triangulum ergo ebc Triangulo dbc est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extra ipsam ad , Parallela cadet. Ostensum est autē quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo ad ipsi bc Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallels æqualia Triangula, quæque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatu autem dignum est quòd

Triplex cum sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimū, & nonumdecimū diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quæsitū in altero est: nec Quæsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hæc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cum partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quòd quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.



notandū.

Triplex
Cōuersio
nū differē
tia.

Propo. 40
Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad eandem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

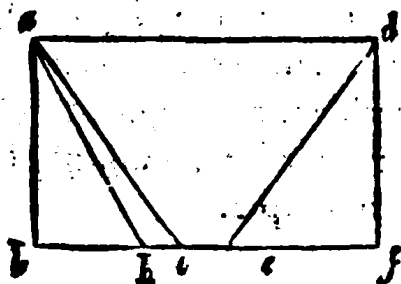
Tres pas-
siones, ex
quib' decem
sunt Loca-
lia Theo.

Causa vi-
dei supe-
riori co.

Quia & cau-
sa reliqua
quatuor o-
miserit Eu-
clides The-
oremata.

Demōstra-
tio reliquo-
rum duorum.

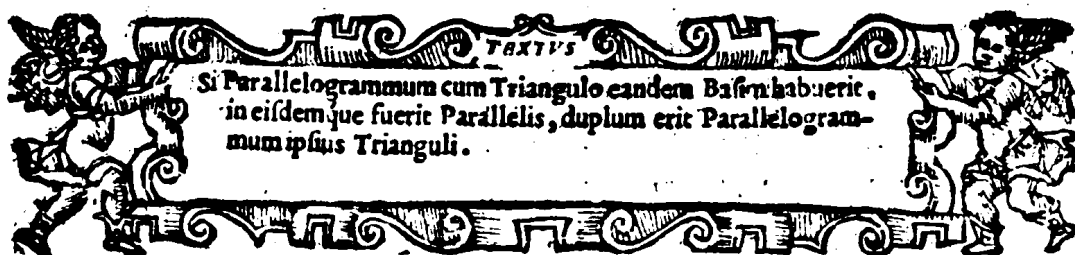
EST & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elemētorum institutore Deductionis ad impossibile prætermittitur est pars eodem modo demonstratur, & nō est opus eadē repetere. Cū autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quod duo semper contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemque Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porro quæ in Triangulis sunt: aut & cū æqualia sumptimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quod utique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quod duo ex his quatuor per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quæ in eisdem sunt Parallelis, necessariò super eadē Basi sunt, sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quod super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptas suppositiones consequitur. Quapropter cū decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cū eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quod si æqualia fuerint, in eisdemque Parallelis, aut super eisdem, aut super æqualibus Basibus erunt. nō sint enim, sed si fieri potest sint a b c, d e f Triangula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsis scilicet b c, e f, &



sit

sit maior ipsa $b c$, & abscindatur $b h$, quæ sit æqualis ipsi $e f$, connectaturque ipsa $a h$. Quoniam itaque Triangula $a b h$, $d e f$ super equalibus sunt Basibus ipsis $b h$, $e f$, in eisdemque Parallelis, equalia utique sunt. At ipsa quoque $a b c$, $d e f$ Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo $a b c$, $a b h$ æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum $a b c$, $d e f$ Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogrammis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suæ parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quæ prætermisssa sunt, quæque sit horum reticentiæ causa. Verum transcamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Epiloga.

Propo. 41
Theo. 31.

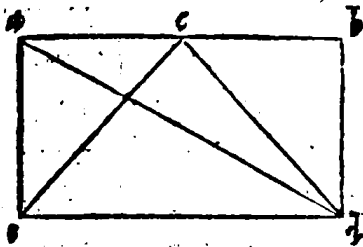
Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma secusum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumpserimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quæ super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis. in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, cum sumpserimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum $a b c d$, & $e c d$ Triangulum, & ponatur Signum e inter a , & b Signa, connectaturque $a d$ recta Linea. Quoniam itaque

Paral-

Com. 15.

Casus huius Theorematis.

Parallelogrammū Trianguli $ac d$ est
duplum, Triangulū autem $a d c$ equale
est $e d c$ Triangulo, Parallelogrammum
porro ipsius $e c d$ Trianguli duplum est.



Demōstra
tio i Basi-
b^o equali-
bus.
† Paralle-
logramo-
rum.

Quod igitur eadem existente Basi, du-
plum esse Trianguli Parallelogrammum

ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem
modo ostenderetur, † Parallelogrammi Dimerientem nobis ducenti-
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrammum,
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-
tem. Iurè igitur hæc quoque Geometres omisit, eadem enim est De-
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-
tū Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-
stratio. Atqui Conuersa quoque huic Theoremati eodem modo De-
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-
grammum duplum fuerit, eandemque Basim, aut æqualis inuicem ha-
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Paralle-
lis.

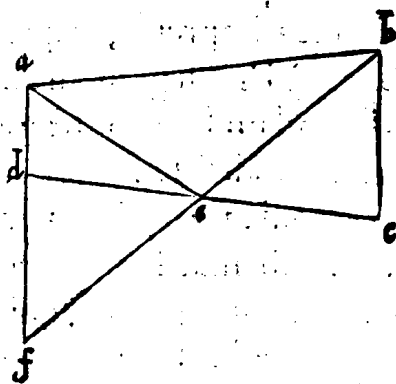
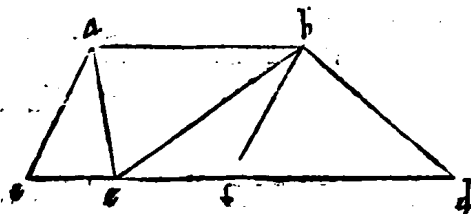
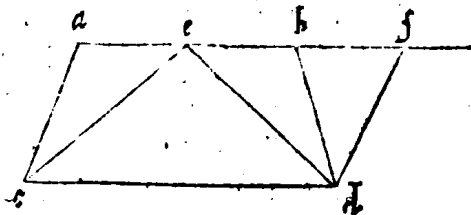
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eandemque ratio vi-
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemque ambo
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim
super inæqualibus, cum æquales sumpserimus, vniuersum Totū suæ
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia
hec Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cum in simplicioribus
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verum enim-
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-
tionis causa nos Parallelogrammū non accipiendo sed Trapeziū, cuius
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-
mum esset, cū Quadrilaterum porro sit. Dico autem quòd aut duplo
maius est, aut minus. cum enim duo Latera Parallela sint, omnino
vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus
existen-

Cur Theo-
remata in
æqualibus
Basis Eu-
clides præ-
termiserit.
Conuersa
hui^o Theo-
& nota cō-
uersionis
modum.
† Si autē.

Nota q^d
ex trib^o qⁱ
hoc etiam
Theo. sūt
passionib^o
quiq^{ue} fieri
possunt
Theo. quo-
ra vnu tm
posuit Eu-
clides, reli-
qua aut p^o-
termisit, q^{uod}
alidit
Proclus,
vna q^{uod} ob-
stet cōtra-
dictio.
† iterit.
Digressio
Hic elicit
quoddam
aliud hui^o
Theo. cō-
uersū, iux-
ta alium
Cōuersio-
nis modū.

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quam duplū Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim $abcd$ Quadrilaterum, sitque minus Latus ab Latere cd , & producat Latus ab in infinitū, & Triangulū ecd eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe cd , ducaturque per d Signum ipsi a c Parallela, quæ sit df . Duplum est igitur Trianguli ecd ipsum acd & f Parallelogrammum. Quare $abcd$ Quadrilaterū minus quam duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim ab , ducaturque ipsi a c Parallela bf . Parallelogrammum igitur $abfc$ duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum $abcd$ maius quam duplū est. His itaque ostensis dicimus quod Quadrilatero existente, cuius duo tantū Latera ex opposito iacentia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ linæ ductæ fuerint, eius, quod sit Trianguli aut maius quam duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Linæ ducantur, eius, quod sit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum $abcd$, sitque in ipso Latus ad Latere cb Parallelum, & secetur bifariam Latus dc ad e Signum, & connectantur ae , & b rectæ Linæ, & producat ipsa bc , coincadatque cum Latere ad ad Signum f . Quoniam itaque Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus fde Angulo bce est æqualis, Latus etiā fe Latere bc erit æquale, & Triangulum dfe Triangulo bce æquale.

Com-



Per 33. Propōne. Pulcherrima Trianguli cum Trapezio sup eadē Basī, & in eisdē Parallelis cōparatio. nota qd aīe cadit etiā iter Parallelorum cōparatio. & Trapezii sup eadē Basī, & iisdem Parallelis cōparatio & qua dicē dū in Cōmentariis nris. oīa aut hęc vera sūt & i Basibus æqualib⁹, hōrūq; cōuersa, si cōueniētib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio sup eadē basī nō in eisdē Parallelis, sed cū quāda alia cōditiōe & hoc est qd Proclus obiter ostēdit.

* huc ad finem usque omnia fortasse. Procli non sunt, sed ab aliquo addita.

Commune apponatur Triangulum $a d e$. Totum igitur $a e f$ Triangulum duobus $a d e, b c e$ Triangulis est æquale. Verum Triangulum $a e f$ æquale est $a e b$ Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe $b c, e f$, in eisdemque Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur $a e b$ æquale est Triangulis $a d e, b c e$, & Quadrilaterum $a b c d$ duplum Trianguli $a e b$, quod erat ostendendum. Eodem sane modo ostendemus quod si etiam à Latere $a b$ bifariam dissecto ad Latus $c d$ quædam rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.



O C rursus in loco Lector benevole silentio pretereundum non est, quod in omnibus fere, quæ hucusque vidimus exemplaribus maximam hinc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, una cum principio septimidecimi desideratur, præterquam quod legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintusdecimum cōmentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] usque ad finem cōmentarii, ut videre potes in Exemplari græco-Basilicæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (ut arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latine reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaque habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarii finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extrat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò quod quā superius tum in octauo Commentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Comenta-

Prima ratio.

menta-

mentarios partis tertię primas tenet, nec secūde parti tertiā cōnexerit, neq; tertię propositū discusserit, quēadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porro cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesimę septimę Propositionis expositionē accederet, quę secūdę partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secūdā primę annexā ostēdit, quę q̄ in ea pertractāda erāt ab Elemētorū institutore declarauit, hęc planē hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimū Theoremate tertię partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quōd in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundę partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigesimę quintę Propositionis interpretationem se contulit: quod q̄ in principio quintidecimi nec hęc duas partes inuicē colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quę ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cū enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartūdecimū, & quintūdecimū Cōmentarium hęc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum vltimę propositum tetigerit, neq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripartitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quōd præsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorē ea, quę in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo verō, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficilique aggressus est, quippe quę pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materię partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triangulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hic quoque exercitationis nostrę causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemque alteri Trapezio super eadem, aut super æqualibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriē Trapeziū à Posidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantū habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quę etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causā passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cū Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secūda ratio.

qd doceat Proclus in sua digressionē.

Responſio
ad ratiō-
obſectio-
nem.

Quæ de-
ſunt in di-
greſſione,
& in hoc
cōmenta-
riū.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrila-
teræ ſimul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ in eisdem dicuntur eſſe
Parallelis. Quare Proclus ipſe prius quàm Trapezij cum Triangu-
lo, vel Parallelogrāmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret,
declaraui de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod proprio
nomine Trapeziū appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium
Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis, qua compara-
tione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemquæ
Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo
ſuper eadem Baſi, & non in eiſdem Parallelis, ſed cū alia conditione:
necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum
quadam alia conditione comparare. At finem verſus comparatio-
tionis, quæ ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis cum conditio-
ne bipertitæ Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis ſit, cōmenta-
rius deliquium patitur, deſtque primum quidem comparatio Tra-
pezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Paral-
lelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit
Parallelis, quarum vna cadat ſuper communi eorum Baſe, altera ſe-
cet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitū in duas partes æqua-
les: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſi-
bus, in eiſdemquæ Parallelis comparatio: tertio autem, Comparatio
Trapezij cum Parallelogrammo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus
Baſibus, & in eiſdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezij cū
Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam
ſui moris pulchrā in fine cōmentarij conſiderationē, aut documentū,
deſt procul dubio ſecundæ, atque tertiæ primi Elementorū libri par-
tiſ continuatione, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum in-
ſtitutore pertractantur brevis commemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in
preſenti cōmentario iudicio meo deſiderantur, ibi [in eiſdemquæ Pa-
rallelis] quanuiſ aliquis Procli ſtudioſus manū iniecerit, poſtremā quæ
earū, quæ nunc extant in eo Demōnem perfecit, ac demū ita cōmen-
tariū epilogo conſuſerit, vt integrū videatur. Veruntamen poſſibile
etiam eſt quod cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima,
ſynceraque ſint, deliquium verò cōmentarij incipiat poſt illa verba
[Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quodque verba illa [Hæc
quidem &c.] quæ poſtremū ſortita ſunt locum, ſint totius cōmentarij
epilogus. Aut fortasſe etiam fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis,
primum ibi [Quadrilaterū eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt
verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilogus digreſſionis, illa autem
[ad ea

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac denicq; totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hæc quidem] vsque ad illa [eundum nobis est] sint totius digressionis epilodus, secundaq; imperfectio sic se habeat [eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentī potissimū Propositione apparet tertiæ primi Elementorū partis Propositum, cōmunis nempe Triangulorum, Parallelogrammorumq; contemplatio] & similia. Verumenimvero vtcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum querere non desistant quousq; omnes Procli cōmentarij perfecti, integriq; reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere cōmentarium reperias, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Propo. 48
Prob. 11

Cōmentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq; nostrum eam cōmentario illustrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotas se quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, vt vnusquisq; discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi cōmentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de his etiam, quæ desiderantur sententiā afferre possimus. Quū itaque tres quidem sint huiusce trigesimisecondi Theore-

Scholium
secūdum.

Quæ continetur
in 17. cōmentario.

Quæ reperiuntur
in 17. cōmentario.

k 2 matis

Quæ de-
sint i 17.
Cōmen-
tario.

matris Casus nec plures, neq; pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbiq; summa cura, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimē consuevit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemque perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiuscemodi forsan essent [Verum Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetientē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodque porro Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus vbiq; antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrum Ordinatū, vel Inordinatū, vel Mediū: vtrum Determinatū, an Indeterminatū: vtrum Abundans, an Diminutū: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutū, vtrum Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrum Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrum Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrum Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrum Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrum Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrum Locale, an secus: & si Locale, vtrum in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrum in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrum in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrum in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi: Quod si in solidis, vtrum in sphericis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

spiricis, vel alius cuiusdam speciei : & si in Sphæricis, vtrūta in Helicibus, vtrūta sphaerarum æqualium, vel inæqualium. & si in conicis, vtrūta in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus : & si in cylindricis, vtrūta in Ellipsis, vel Helicibus : & si in spiricis, vtrūta in ijs, quæ sunt à sectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variæ sunt. similiterquæ si est Locale in Superficiebus, vtrūta in planis, an in solidis : & si in planis quidē, vtrūta in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimquæ multilateris : & si in trilateris, vtrūta in æquilateris, vel æquicruribus, vel scalenis : & si in æquicruribus, siue scalenis, vtrūta in rectangulis, obtusangulis, vel acutangulis : & si in quadrilateris, vtrūta in parallelogrammis, an secus : & si in parallelogrammis, vtrūta in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & si in non parallelogrammis, vtrūta in trapezijs, an trapezoideis : & si in trapezijs, vtrūta in æquicruribus, an in scalenis : & si in multilateris, vtrūta in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsquæ in infinitum : & si in quibuslibet istarum, vtrūta in æquilateris, & æquiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, vtrūta in sphaericis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei : & si in sphaericis quidem, vtrūta in semisphaericis, vel semisphærica maioribus, aut minoribus : si autem in spiricis, vtrūta in spiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : si verò in conicis, vtrūta coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli : & si in aliquibus istarum, vtrūta in conicis Coni æquicruris, vel scaleni : si demū in cylindricis, vtrūta in ijs, quæ sunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Parte altera longioris : & si in qualibet istarum, vtrūta Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodquæ Consequens : necnon quod sit eius Conuersum, quisquæ Conuersionis modus, vtrūta iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtrūta totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propositio condiciones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtrūta sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum : ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atq; demonstretur, vtrūta per Demonstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nasci sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoquē cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi prae oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademquē perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæquē iandiu desideratum munus impertiar. Quod si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hætenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

Propo. 43
Theo. 320

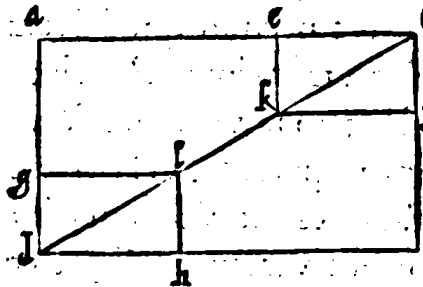
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem
cuiusunque Parallelogrammi cōtinentium, inter se sunt
æqualia.

Principium huius commentarii desideratur.

Com. 17.

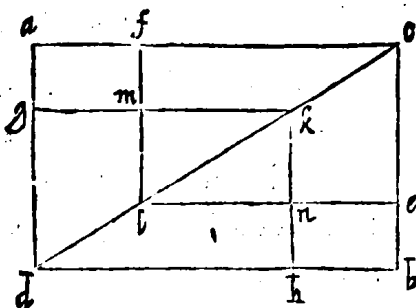
Reliq duo
huius The.
Casus.

* vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnunq
Signum, quodquē porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sis enim Parallelogrammum ab , quod habeat Parallelogramma ck , d l circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam kl recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum acd æquale Triangulo bcd , & Triangulum ekc , Triangulo kcf , necnon dgl Triangulo dhl Triangulo. Reliqua igitur ag l k e quinque Laterum



Figura,

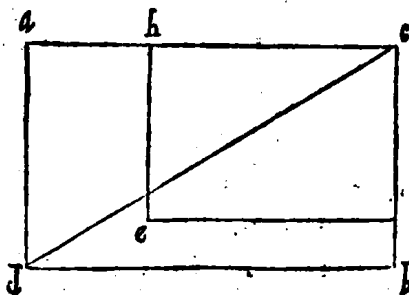
Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterū Figurę æqualis est. Hęc autē erant complementa. Si verò nec; coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, nec; distarent ab se inuicē, sed inuicē interfecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmū a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrāma circa ipsam, vnum quidē ipsum e c f l, alterū verò, à quo etiā hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cōplementa æqualia sunt. Cū enim totū d g k Triāgulū toti d h k Triāgulo æquale sit, est autē pars quoc; ipsius Triāgulum k l m æquale Triāgulo k l n, Parallelogrāmū siquidē est & ipsum l k. Reliquū igitur d l n h Trapeziū reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verū a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziū d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantū, nec plures, nec; pauciores. Parallelogrāma enim, quę circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam à sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum à re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoc; præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimatū nō fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem; vt cognoscere-mus quid esset Parallelogrāmum, quęquē essent ea Parallelogrāma, quę toti Parallelogrāmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiā hoc tantū modo cognitum vtrique fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eādē Dimetientē sunt, quęcunc; partē totius Dimetientis pro sua etiā Dimetiente habent: quęcunc; verò nō, minimē. cū enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmū hoc toti Parallelogrāmo circa eādē Dimetiētē nō est. Exēpli gratia vt in a b Parallelogrāmo c d Dimetiens secat e h Latus ipsius c c Parallelogrāmi. Parallelogrāmū ergo e c Parallelogrāmo c d circa eādē Dimetiētē nō est.



Cur tres
soli sit hui-
us Theo-
Casus.

Documē-
tum.
Vnde or-
tū sit hoc
nomē Cō-
plemēta.

Cur in Te-
finitionib;
cōplemē-
ta Eucli-
des nō de-
finierit.
Quę Pa-
rallelogrā-
ma dicantur
esse cir-
ca eādē Di-
metiētē.



Ad

Propo. 44.
Prob. 12.
† in dato
Angulo re-
ctilineo.

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelo-
grammum applicare † in Angulo, qui sit æqualis dato
Angulo rectilineo.

Com. 18.

Noia hæc
περα-
λῆ, ὅτι
βαλῆ, ἔλ-
λειψις
qd signifi-
cent apud
Antiquos,
quidque
apud iuni-
ores. circa
hoc vide-
et Gemi-
nū i 6. lib.
Geometri-
carū enar-
rationū, et
Eutocium
i primum
conicorū
Apollonii.
In propo-
nibus 18.
& 29.
Quo Ap-
plicatio
fiat.

Tria sunt
Data i ho-
Proble.

Documen-
tum.

ANtiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæ q̃ Musę inuenta, Applicatio vtriq̃ Spatorum, & Excessus, atq̃ Defectus. Ab his aut̃ & iuniores cū nomina suscepissent, transulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolē, alteram autem Hyperbolē, Tertiā verò Ellipsim vocarunt. cū illi quidem priscæ autoritatis, diuiniquē viri in plana Spatorum ad terminatā rectā Lineam descriptione quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verò Spatiū Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatiō descripto aliqua extrā sit rectę Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectā Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non solū Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verū etiam ad determinatā rectā Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Areā duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, æquale Triangulo Parallelogrammum ad rectā Lineam applicamus, si cū acceperimus totā quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oportet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cū itaq̃ fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cū Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem sunt in præsentī Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, vt tota ipsius Spatiū Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatiū Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuū, q̃ recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Parte altera longius erit: acuto verò, siue ob-

uso,

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quòd rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quòd etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione præsentis Problemat^{is} Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio^{et}, Constitutio, vti diximus. verum hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc cōstituit ipsum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extensionem, neq; excedit, sed vno hoc vtitur Latere, quòd Aream comprehendit. Quia igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebatur: cum verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, consideratione quæ sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinatione quæ æqualitas indiget, quippe cum per sese inuentu difficilis sit.

Quo differat Applicatio a Cōstitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.



Propo 45.
Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

Com. 19.
Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problema te, & vltima Propo ne secundi libri. Superius i com. 6. Demo pblematis.

1 resol-

Exemplum
in Figura
decē Late-
rum

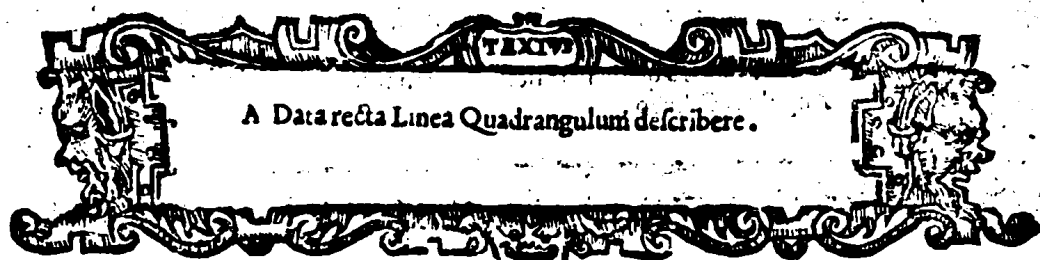
Vide Ar-
chimedem
& Eutociū
in lib. de
Circuli di-
mensione.

Epilogus.

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum
constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Pa-
rallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus
primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex
his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis con-
stabat Triangulis, quodque iussu est factum erit. Et si ergo de-
cem Laterum Figura Rectangulum^{lineam} illud fuerit, in octo quide Tri-
angula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Paralle-
logrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus
id, quod quaeritur. Ex hoc autem (vtrahitor) Problemate pri-
scipititati æquale Circulo Quadrangulum describere quassierunt.
Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale repe-
ritur, quaestione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ pos-
sint Curvilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod
omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna qui-
dem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linea-
rum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus:
Ambitus verò, ^{alteri} Basia^{alteri} æqualis est. Verum hæc quidem alibi. ad ea
verò, quæ consequuntur eamus.

Prop. 46.
Probl. 14.

Com. 20.
Optima f
ctilineorū
equilaterū
triangulū,
et Quadra-
gulū sunt,
quibus op^{er}e
ad consti-
tutionem
quorū mū-
dinarū Fi-
gurarum.
idē in lib.
2. cap. 9. et
cō. 17. &
9. & aliis
in locis.



Indiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theo-
rematis Constructionem. Videtur autem duorum in Recti-
lineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Tri-
anguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque
mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus
est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est. nam Icosaëdru quidē,
& Octaëdru, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant:
Cubus

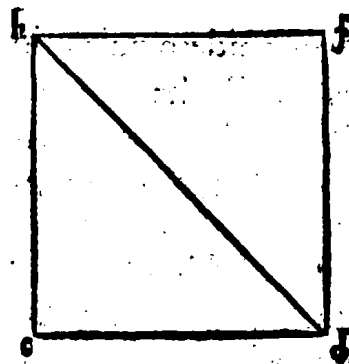
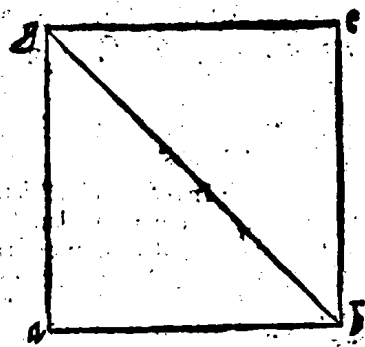
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis construitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est autē qd rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ $a b$, $c d$ rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem $a b$ describatur $a b e g$ Quadrangulum, ab ipsa verò $c d$, ipsum $c d h f$, & connectantur $g b$, $h d$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ $a b$, $c d$ æquales sunt, ipsæ etiam $a g$, $h c$ sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis $g b$ Basis $h d$ æqualis, & Triangulum $a b g$ Triangulo $c d h$, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo $a c$ Quadrangulo $e f$ inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa $a f$, $c g$, & ponantur ita vt in directum sit Latus $a b$ Lateri $b c$. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea $f b$ rectæ Lineæ $b g$ in directum est. Connectantur $f c$, $a g$, $a f$, $c g$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur $a f$ Quadrangulum æquale est $c g$ Quadrangulo, & $a f b$ Triangulum $c b g$ Triangulo est æquale. commune apponatur $b c f$

Cur Euclides vnum horū cōstituat, alterū describat.

Quo ex Circulorū descriptio ne oriatur Triangulū æquilatērū.

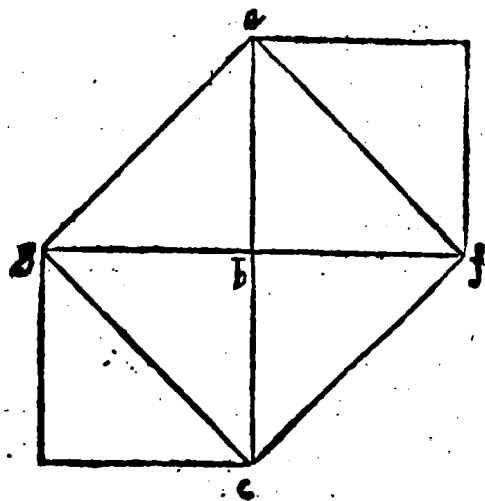
Documē.

Demō cuiusdā vtilis simi Theorē quē dependet ex Definitione Quadranguli.



Demōstrati Theore. Conuersum, eiusq; Demō.

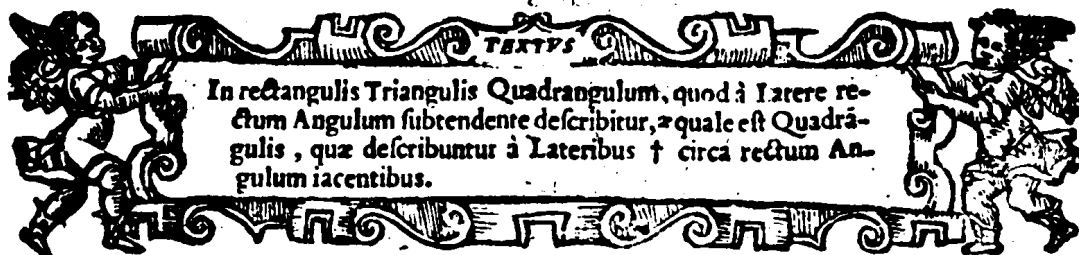
Triangulum . Totum ergo
 $a c f$ Triangulum Toti $c f g$
 Triangulo æquale est. Paral-
 lela est igitur ipsa $a g$, ipsi $f c$.
 Rursus quoniam, tū ipse $a f g$,
 tum ipse $c g b$ Angulus dimi-
 dia recti pars est, ipsa $a f$,
 ipsi $c g$ est Parallela. Aequalis
 igitur est recta Linea $a f$ rectæ
 Lineæ $c g$, Parallelogrāmi si-
 quidē Latera ex opposito ia-
 centia sunt. Quoniam itaq̃
 duo sunt Triāgula $a b f$, $b c g$,



quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cū ipsæ $a f$, $c g$ Pa-
 rallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet $a f$ Lateri $c g$ æquale,
 Latus quoq̃ $a b$ Lateri $b c$, & Latus $b f$ Lateri $b g$ erit æquale. Ostē-
 sum est igitur quòd Latera etiam, à quibus descripta sunt $a f$, $c g$ Qua-
 drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus.

Propo. 47
 Theo. 33

† rectū An-
 gulum cōp-
 hēdentiō.



Com. 27.

Præfens
 Theo. ad
 Pythago-
 rā referi,
 qui et sacri-
 ficauit i i-
 uentione.
 vide Vi-
 struuium.
 Euclidis
 commen-
 dario.
 Vide 31.
 Propōne
 Sexti.

SI eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præfens Theo-
 rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes eum cū
 id inuenerit bouem immolasse. Ego verò miror quidem & eos, qui
 primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autē admira-
 tione prosequor Elementorum institutorem, non solum, quia per
 euidentissimam Demonstrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod
 ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique
 minimè possunt in sexto libro persuasit. nam in illo vniuersè osten-
 dit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-
 gulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus
 rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, simi-
 literq̃ describuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-
 drangulo est simile, non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea,
 Quadrangula sunt. in Triangulis siquidem, alijsq̃e multiangulis si-
 militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunque alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quam illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta + fit vniuersali ostenso, quod utique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaque ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quod hîc vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarum similitudine docuit, neque omnino aliquid de Proportionibus ostendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particularim, + in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruris quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximiorum dicat. qui enim à Septenario fit, eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitatem deficiente. in scalenis verò fieri potest ut Numeri suscipiatur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ipsi, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ipsi, quæ ab illis fiunt. hoc enim est viginti quinque, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Tradite autem sunt & viæ quædam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagoræ, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datū imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cum acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

ab

† ostendit
Causa passionis tum huius, tum 31. Theo. le-
xti Elem. ē ipsa Anguli rectitudo, quæmodum Hebetudo, & Acumen ex
cessus, diminutionisq; causæ sūt. Ex hoc loco, & ex cō. 9. huius & 13. tertii habes q. Procli iterio etas tota Euclidis Elementarē institutionē exponere. Notandum. † nobis Digressio. Duplex rectangulum Triangulum. Nō inuenit quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus quæ pbat Caput 10. Elementorum. De hoc Triangulo vide Platonē in Rep. Dux sunt viginti quinque, quæ inueniunt Triangula rectangula Numeros integros in Lateribus habentia. Via Pythagorica.

Exemplum
vię Pytha-
goricę.

Via Pla-
tonicę.

Exemplū
viz Pla-
tonicę.

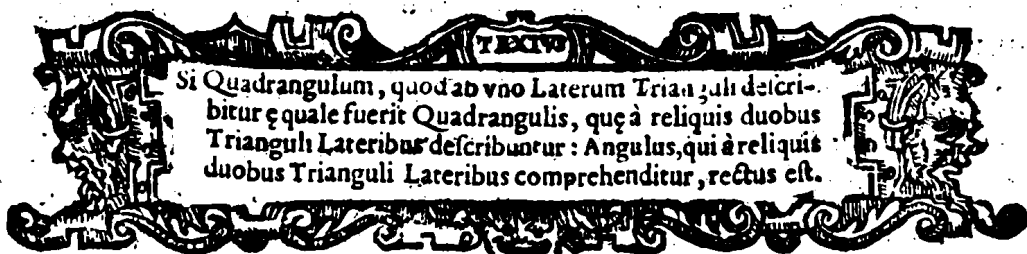
¶ qđ enim
ā Quina-
rio fit, &
quāle ē ei,
quod fit ā
Ternario,
& ei, qđ ā
Quaterna-
rio Com-
positis.
Finit di-
gressiois.
Reprehē-
dit Hero-
nis, & Pap-
pi secta-
tores.

Propō. 48
& vltima
primi Ele.
Theo. 34.

Cō. 22. &
vltimum.

Modus cō-
uersionis
hui⁹ The.

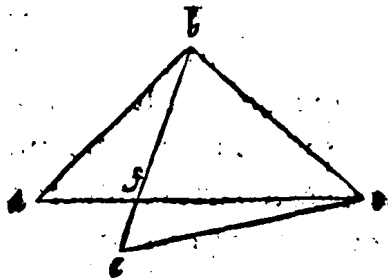
ab hocq̃ue Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quę circa rectum sunt Angulum, cū autem huic quoq̃ Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit. Exempli gratia cū Ternarium acceperit, ab ipsoq̃ue quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicq̃e rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumq̃ue est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertiū verò quinq̃ Vnitatū habet. At Platonica, ā Paribus adoritur. cū enim datū parē suscepit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quę circa rectum Angulum sunt, huncq̃ue cū bifariam diuiserit, & ā dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem ā quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quę circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumpserit, huiusq̃ue dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumq̃ue Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemq̃ue Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. ¶ quod enim ab hoc fit, ei, quod fit ā Ternario, & ei, quod ā Quaternario æquale componit. Hęc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse cenſeo, quod sit superuacaneum, sed ijs, quę scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunq̃ etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quę in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quęq̃ue ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaq̃ ad ea, quę sequuntur tranſeamus.



CONuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod ā subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quę ā reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quę

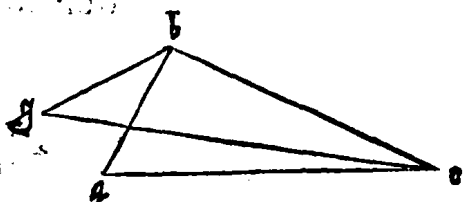
quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

Triangula autem existente abc , & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere ac , æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri bc à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quòd ad alteras partes recta



Instantia
huius Theore-
matis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitavit, dicemus quòd sermo hic impossibile ait. neque enim intra Triangulū ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quàm ipsa ab . nam si fieri potest cadat, ut ipsa be . Quoniam itaque Angulus ebc rectus est, Angulus certe efb acutus est. Quamobrem reliquus afb obtusus erit. Maius est igitur Latus ab , Latere bf . Ponatur ergo ipsi ab æqualis, quæ sit be , & connectatur ec . Quoniam igitur Angulus ebc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere ec describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus eb , bc describuntur. Verum ipsa eb ipsi ba , est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere ec , æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere ac describitur. Acquale igitur est quod à Latere ec , ei, quod à Latere ac describitur Quadrangulo. Et ipsa ec ergo ipsi ac æqualis est. Erat autem, & ipsa eb recta Linea, æqualis rectæ Lineæ ab . Duæ igitur be , ec rectæ Lineæ, duabus ba , ac rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea bc constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atqui neque extra ad alteras ipsius ab rectæ Lineæ partes. Si enim fieri potest cadat, ut ipsa bg , & sit æqualis ipsi ab ipsa bg , & connectatur cg . quoniam itaque Angulus gbc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere gc describitur, æquale est Qua-



drangulis, quæ à Lateribus bg , bc describuntur. Erat autem & quod à Latere ac , æquale ijs, quæ à Lateribus ab , bc , æqualis verò est ab , ipsi

Responso.

Nota quod huius Theore-
matis Instantia sol-
uitur p. septi-
mâ Propo-
ne primâ
Quapp. a
ab re ab
Elemen-
tū institu-
tore inter
sextâ. & o-
ctavâ iter
iecta sunt.
utilis. n. ē
ad instan-
tias solu-
endas, nec
non ad A-
stronomiā
vide com.
12. lib. 3.

Epilogus
totius pri-
mi lib. Ele-
mentorū.

ipsi gb . Aequalis est igitur gc , ipsi ac . At ipsa quoque gb recta Li-
nea rectae Lineae ba aequalis est, super vna bc recta Linea, quod fieri
non potest. Neque ergo intra, neque extra cadet recta Linea, quae ad
Angulos rectos ipsi bc à Signo b excitatur. Super ipsa igitur a b ca-
det. Angulus ergo abc rectus est. Soluta est igitur instantia. At pri-
mum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compleuit,
quippe qui multas quidem Conuerſionum species tradidit (tota
nanque ad tota saepenumero Theorematum, & tota ad partes, &
partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem
excogitauit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Posi-
tiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem &
Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata
Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium pre-
terea, Particulariumque Theorematum Elementarem institutionē
parefecit, & Indeterminatorum, Determinatorumque Problematum
differentiā indicauit (quae sanē omnia nos quoque ipsum consequen-
tes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Pro-
positum retulit, ad Elementarem vtiq; institutionem eius, quae de
simplicioribus rectilincis Figuris est contemplationis, ac demum tum
Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quae ipsis per se se insunt
considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi po-
terimus, Deis gratiam habebimus. si autem aliae curae nos ab insti-
tuto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem
viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo.

Hinc per-
spicuū est
q̄ Procli
propositum
erat oēm
Euclidis e-
lementarē
institutiō-
nē expone-
re, sed cer-
tū nō ē ip-
sū eā expo-
nisse, quia
cū cōdone
hoc polli-
cetur.

quod difficile passim est, & ad rē ipsam pertinet, facileque diui-
di potest sectantes. quoniam ea sanē, quae hoc tempore
afferuntur Commentaria multam, atque variam in
se se confusionem continent, quippe quae
nullam causae assignationem simul in-
ferunt, neque iudicium Diale-
cticum, neque contempla-
tionem Philosophi-
cam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; paging declarat.

A

Litera.



CIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 189. p.

Acumen, & Ob-

tusitas inæqualita-

ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-

perficierum pro-

prium.

68. m.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.

m. 116. f. & 119. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema

174. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-

neis, quæ intra Triangulum constituun-

tur.

187. f.

Aenigma Pythagoreorum.

49. m.

Aequalitas primū in Quantitate est Sym-

ptoma.

111. p.

Altorum antiquorū opiniones de differen-

tia Theorematis, & Problematis.

45. m.

Altitudo Figurarum quid.

147. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus

bisariam secari possit.

155. p.

Ambitus Trianguli quid.

114. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &

Problemate.

45. p.

Anguli Sphærales qui.

71. m.

Anguli ex Linea recta, & Circumferentia

duo sunt.

73. p.

Anguli ex rectis Lineis tres fiunt.

73. m,

& 75. p.

Anguli consideratio vniuersalis.

74. p.

Anguli Deinceps qui sint.

171. p.

Anguli ad Verticem qui sint.

171. p.

Anguli Alterni qui sint.

115. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-

tur.

116. p.

Angulorū oīū pulcherrima cōsiderō.

74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt
consideratio. 74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt conside-
ratio. 74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superfi-
ciibus sunt consideratio. 74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mistis
sunt consideratio. 74. m.

Angulorū Circulariū consideratio. 74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio. 74. m.

Angulorū mistorum consideratio. 74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species,
quas ait Socrates in Rep. ex Suppositi-

tione apud Geometras accipi. 75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pul-
cherrima comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt
comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem,
& vitium comparatio. 76. f.

Angulorum Verticalium æqualitas unde
fiat. 154. f.

Angulorum Curvilinearum duo tantū
rectilineis æquales sunt. 109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas
maximā habet vim ad augenda, dimi-

nuendaue Spatia. 119. m.

Angulos Oracula Nodos cur nuncu-
pent. 74. p.

Angulos quomodo diuersi Diis attribuāt
Pythagorei, & Philolaus, Aſinauſq;

philosophus. 74. f.

Angulum omnem bisariam secare secun-
dum Elementarem institutionem est

impossibile. 155. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Li-
nea. 71. f.

Angulus Cissoides quid. 71. f.

Angulus ex hippopedis Lineis. 71. f.

Angulus triplex sit ex Circūferētiis. 71. f.

m Angu-

Angulus utrinque conuexus quis. 72. f.
 Angulus utrinque cæuus, Vél Syſtroides
 quis. 73. p.
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.
 Angulus Cornicularis quis. 73. p.
 Angulus rectus nõ rectorum mensuræ est,
 Vt inæqualium æqualitas. 77. m. & 137.
 p. & 168. p.
 Angulus planus quid sit. 69. f.
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
 Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui
 sint. 75. p.
 Angulus aduēticius Trianguli quid. 95. m.
 Angulus quomodo Angulo equalis, &
 quomodo similis dicatur. 110. p.
 Angulus rectilineus Angulo rectilineo
 quomodo dicatur equalis. 135. f.
 Angulus rectus in tres partes equalis fa-
 cile secari potest, Acutus autem nõ po-
 test nisi per Lineas mistas. 155. m.
 Angulus quadrupliciter dari potest. 158. m.
 Angulus Pelecoides, siue Angulus Figu-
 re Securi similis quid. 192. p.
 Anima aliquando motus principium est,
 aliquando ab alio motum recipit secun-
 dum Platonem. 18. f.
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex
 mente Platonis, & ideo Arithmetica
 præcedit Musicam, & est pulcherrima
 ratio. 21. m.
 Anima ad mentem eandem habet rationem, &
 generatio ad celum. & ideo circulariter
 etiam mouet ex Platonis sententia. 84. m.
 Animæ duplex actio. 61. f.
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.
 Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
 Apollonii demonstratio primi Pronun-
 tiari Euclidis. 111. m.
 Applicatio quid sit, & quomodo fiat. 164. m.
 Applicatio à Constitutione quomodo dif-
 ferat. 165. p.
 Apſis quid. 91. p.
 Archimedes, & Apollonius tanquam
 euidentibus vtuntur principiis, iis, quæ
 in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.
 Archimedes ostendit Circulum esse equa-
 lem cuiusdam Triangulo. 166. m.
 Area Trianguli quid. 144. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum dubitationis bimembris de Geo-
 metricæ materia. 28. f.
 Argumentum destruens idem. 28. f.
 Argumentum ad idem. 29. p.
 Argumenta quatuor destruens secundum

dum membrum dubitationis bimem-
 bris de Geometrica materia. 29. m.
 Argumenta quod phantasia ab impari-
 bili ad partem procedat. 55. p.
 Argumenta contra Democriti opinionem
 de Figura. 80. p.
 Argumenta destruens opinionem Sto-
 corum de Figura. 80. m.
 Argumentum secundo hypotheticorum
 modo, quod Finis, & Infinitum Mathe-
 maticarum scientiarum principia sint. 3. m.
 Argumentum quod Mathematica essen-
 tia media sit inter naturalem essentiam,
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
 Argumentum quod communia Mathe-
 matica Theoremata, considerationes, &
 principia ante multa subsistant. 4. f.
 Argumentum quo confutatur Arist. opi-
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-
 tiæ. 7. p.
 Argumentum contra Arist. opinionem
 quomodo Anima constituat Mathe-
 maticas formas. 7. f.
 Argumentum contra eundem de eodem. 8. p.
 Argumentum aduersus eundem de eodem. 8. f.
 Argumentum destruens primum membrum
 trimembris conclusionis de ortu for-
 marum Mathematicarum ab Anima. 9. p.
 Argumentum destruens idem. 9. p.
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
 Argumentum destruens secundum me-
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.
 Argumentum destruens idem. 9. m.
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de
 Repu. contra Mathematicarum vili-
 tatem. 17. p.
 Argumentum Zenonis contra demonstra-
 tionem sibi contrariam. 123. f.
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematicæ essentia. 7. p.
 Arist. opinio quomodo Anima constituat
 Mathematicas formas. 7. f.
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum
 corporis. 33. m.
 Arist. opinio de Plano. 67. p.
 Arithmetica certior est quam Geometria,
 & quam Musica. 34. f.
 Arithmetices tres sunt partes, Linearium, &
 Planorum, Solidorumque Numerorum
 consideratio. 21. p.
 Arithmetices, & Geometriæ principia dif-
 ferunt inuicem, & comunicant. 35. p.
 Artes omnes Arithmetica, & Arte meti-
 di, Arte ponderandi indigent ex me-
 te Socratis in Philebo. 14. f.

Arist.

I N D E X.

Artificiosum est, ad scientiamq̃ spectat solutiones oppugnantium dicendis præparare. 141. m.
Astrologiæ considerationes. 24. m.
Astrologiæ tres sunt partes, Gnomonica, Meteoroscopica, & Dioptrica. 24. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 52. m.
Axis quid sit, & quomodo differat à Diagonio, & Dimetiente. 89. m.

B. Litera.

Basis Trianguli quid. 134. f.
Basis Trianguli duplex est. 134. f.
Binarij intolerabilis audacia, de qua in Theologumenis Arithmeticæ. 58. f.
Binarius quomodo medius sit inter Unitatem, & Numerum. 92. m.
Bonum, & suprema causa. de qua Plato, & Proclus in 7. de Rep. 18. m.

C. Litera.

Calliclis reprehensio in Gorgia. 14. p.
Calypso, de qua Plutarchus in opusculo de vitanda usura. 32. m.
Canonica q̃ nihil aliud sit q̃ Musica. 23. m.
Canonica quid consideret. 23. f.
Carpi opinio de Angulo. 69. f.
Casus quid sit. 121. m.
Casus in Constructione est. 127. f.
Casus varij secundi Problematis primi Elementorum. 128. m.
Casus varij tertij Problematis primi Elementorum. 130. m.
Casus varij quintæ Propositionis primi Elementorum. 141. f.
Casus sextæ Propositionis primi Elementorum. 146. p.
Casus tres Demonstrationis Propositionis 8. primi Elementorum secundũ Philonem. 152. m.
Casus varij Propositionis 9. primi Elementorum. 157. p.
Casus Propositionis 11. primi Elementorum. 160. f.
Casus ab Instantia quõ differat. 121. m. & 155. f.
Casus Propositionis 12. primi Elementorum. 165. f.
Casus Propositionis 17. primi Elementorum. 179. p.
Casus Propõ. 18. primi Elementorũ. 181. p.
Casus tres Propositionis 24. primi Elementorum. 194. f.

Casus Propositionis 30. primi Elementorum. 225. p.
Casus Propositionis 32. primi Elementorum. 227. m.
Casus Propositionis 35. primi Elementorum. 240. f.
Casus Propositionis 36. primi Elementorum. 241. f.
Casus Propositionis 38. primi Elementorum. 250. p.
Casus Propositionis 41. primi Elementorum. 253. f.
Casus Propositionis 43. primi Elementorum. 262. f.
Causa prima, per quam Figura circularis apparuit. 88. f.
Causa, propter quam Philolaus quatuor Diis triangularem Angulum, & tribus quadrangularem attribuerit. 99. m.
Causa cur Perpendiculari Figurarum metiamur altitudines. 100. m.
Causa, propter quam Euclides non fecit conuersionem secundæ partis quintæ Propositionis primi Elementorum. 141. f. & 147. f.
Causa, propter quam Euclides retilineũ Angulum solum, & Circumferentiam bifariam tantũ secuit. 155. f.
Causa, propter quam conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile vti plurimum ostenduntur. 184. m.
Causa vera Symptomatis Propositionis 17. primi Elementorum. 178. m.
Causa Symptomatis octauædecimæ Propositionis primi Elementorum. 181. f.
Causa cur tres tantũ sint Casus 35. Propositionis primi Elementorum. 241. p.
Causa cur conuersæ. 35. & 36. Propositionis tũ ab Euclide, tum à Proclo prætermittæ sint. 250. m.
Causa passionis tũ 47. Propositionis primi, tum 31. sexti Elementorum, est Anguli retilitudo. 269. p.
Causæ quinque Figurarum perficientes. 82. f. & 83. p.
Centra Sphærarum quid faciant. 52. m.
Centri Mathematici ad Centrum intelligibile pulchra comparatio. 88. m.
Centrum Circuli quid sit. 84. p. & 87. p.
Centrum Semicirculi quid sit. 90. m.
Centrum tres tantũ habet locos. 92. f.
Certitudo Mathematica ab Anima ipse emanat. 7 m.
Certitudo eadem nõ est ab omnibus Mathematicis requirenda, neque eisdem

I N D E X.

Demōstrationibus Sciētię omnes vtuntur ex Arist. sententia.	10. p.	Cōtras Linearū, & Superficierū.	68. m.
Circularis Numeri contemplatio.	86. p.	Communitas secunda Linearum, & Superficierum.	68. f.
Circuli duplex consideratio.	82. m.	Communitates duodecimę, & 31. Propositionum primi Elementorum.	226. m.
Circuli pulchra in Numeris contemplatio.	86. p.	Communium Arithmetice, & Geometrie Theorematum distinctio.	35. m.
Circulorum quilibet Linea tātū est.	53. f. cuius oppositum habetur.	Cōparatio Definitionis Figurę secundū Propositionē ad Definitionē Euclidis.	82. p.
Circulus quid sit.	84. p.	Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio super eadem Basi, & in eisdem Parallelis.	255. p.
Circulus est omnium Figurarum præstantissima.	84. p.	Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio super eadem Basi non in eisdem Parallelis, sed cum quadam alia conditione.	255. f.
Circulus perfectionem quomodo rebus omnibus præbeat.	84. f.	Cōplementorū nomē unde sit ortū.	263. f.
Circulus verus, & vera circularis Natura quid sit.	88. p.	Compositio in Mathematicis quid.	145. f.
Circulus est prima omnium Figurarū.	89. p.	Conclusio trimembris in questione quomodo Anima constituat Mathematicas formas.	9. p.
Circulus, monadicus esse dicitur.	91. p. & 92. p.	Conclusio Geometrica duplex est.	118. m.
Circulus quomodo fiat Ellipsis.	93. p.	Conclusiones primi Problematis Euclidis.	120. p.
Circumferentia quid sit.	84. p.	Conclusionis officium.	116. f.
Circumferentia omnis per Lineas mixtas in tres partes ita quales secatur.	155. f.	Conditiones, quę requiruntur ad optimam Elementarem institutionem.	43. p.
Circumferentiam cur Euclides bifariam tantū secuit.	155. f.	Cōditiones sex definitionis Circuli.	89. m.
Cissoides Angulus quid sit.	71. f.	Conditiones Parallelarum rectarum Linearum.	100. m.
Cissoidum Linearum denominatio.	71. f.	Conditiones quartę Propositionis primi Elementorum.	13. p.
Cœlogonium Triangulum quid.	94. f.	Conditiones quinque 7, Propositionis primi Elementorum.	148. f. & 149. p.
Cogitatio est instrumentum iudicans Mathematicas.	6. m.	Conditiones tres Propositionis 14. primi Elementorum.	159. m.
Cogitatio media est inter intelligentiam, & opinionem.	5. f.	Confirmatio tertii membri trimembris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima.	9. m.
Cogitationis intelligentiæ iuxta suum finem Mathematicas scientias constituerunt.	21. f.	Confirmatio dicti Pythagoreorum, & Philolai de Triangulo.	95. f.
Cogitatio quomodo Mathematicas producat, omnesque scientias.	26. f. & 27. p.	Gōfutatio opinionis Carpi, & Apollonii, & Plutarchi de Angulo.	70. p.
Cognitio Mathematica obscurior est prima sciētia, euidēior autē opinione.	6. f.	Confutatio opinionis Eudemii de Angulo.	70. p.
Cognitionum proportio secundum Platonem.	6. p.	Confutatio opinionis Euclidis de Angulo.	70. m.
Commendatio Mathematicarum ex 7. de Rep.	12. f.	Confutatio Definitionis Anguli, quam trudit Euclides.	73. m.
Commendatio Mathematicarum ex Plotino.	11. f.	Confutatio opinionis Democriti de Angulo.	79. f.
Communia eorum, quę sunt, Mathematicę & essentię principia Finis, & Infinitum.	2. m. & 7. m.	Confutatio opinionis Antiquorum de Figura.	80. p.
Communia Mathematica Theoremata, considerationes, & principia ante multa subsistunt.	4. f.	Confutatio opinionis Stoicorum de Figura.	80. p.
Communia Arithmetice, & Geometrię Theoremata, & virique propria quę sint.	35. p.		
Cōmunitas Propositionū 35, & 36. primi Elementorum.	241. f.		

- Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis infecabilibus . 159. f.
- Confutatio primi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . 9. p.
- Confutatio secundi membri trimēbris cōclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . 9. m.
- Coni ortus . 68. p.
- Conicæ sectiones, quæ, & quot. 64. m.
- Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt mista Corpora 68. f.
- Coniunctio Mathematicarū non est Proportio, ut censuit Eratosthenes, 25. m.
- Coniunctio prima Mathematicarū. 25. f.
- Cōiunctio secunda Mathematicarū. 25. f.
- Cōiunctio tertia Mathematicarum, 26. p.
- Conoides Superficies quæ dicantur. 68. f.
- Conoides rectangulum quid . 68. f.
- Conoides obtusangulum quid. 68. f.
- Consideratio pulchra in Triangulis, & in iis, quæ sunt. 262. f.
- Cōsideratio pulcherrima de vli 235. p.
- Constructio quando deficiat. 117. p.
- Constructio primi Problematis Euclidis. 119. m.
- Constructionis officium. 115. f.
- Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere, Vestā, & Rheā . p. 99. p.
- Cōtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium. 112. p.
- Continuatio libri secundi Autoris cum primo. 28. p.
- Continuatio libri tertii Autoris cum secundo. 102. p.
- Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. 113. p.
- Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt. 162. f.
- Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile ut plurimū debent ostēdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem. 169. p. & 184. m.
- Conuersa quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 171. f.
- Conuersa quadragesimæ primæ Propositionis primi Elementorum. 254. m.
- Conuersæ trigessimæ secundæ Propositionis primi Elementorum. 228. f.
- Conuersio apud Geometras quid. 141. f.
- Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria. 144. m.
- Conuersio triplex est. 151. f.
- Conuerfiones falsæ quæ sint. 144. f.
- Conuerfionis modus, quæ conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. 270. f.
- Cōuersum octauū Pronuntiati primi Elementorum nō est verum nisi in similibus specie specialissima . 137. f.
- Conuersum primæ, & secundæ passionis 34. Propositionis primi Elementorum. 236. m.
- Conuersum quoddam aliud quadragesimæ primæ Propositionis iuxta alium Conuerfionis modum . 254. f.
- Cornicularis Acuto semper inæqualis est. 133. m.
- Corollarium quid sit . 121. m.
- Corollarium quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 173. p.
- Corollarium duplex est. 121. m. & 173. p.
- Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens. 176. f.
- Corollarium aliud ex 16. Propositione primi Elementorum. 177. p.
- Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorum. 179. f.
- Corollarium ex Scholio Francisci Barocii. 106. f.
- Coronæ apud Geometras quid. 91. m.
- Cur Plato in Timæo Animam ex Mathematicis formis constituat, 9. f.
- Cur Plato multas experientias, & Artes, quæ veræ scientiæ non sunt, scientias appellauerit. 17. f.
- Cur proceres Faridicos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auertat in Thyeto. 16. p.
- Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finem versari. 21. f.
- Cur tertia Geometriæ species non sit, q̄ de Punctis, & Lineis tantum agat. 23. p.
- Cur Plato adamantinam Polorum substantiam dicat. 52. m.
- Cur Pythagorei Polum sigillum Rheæ vocabant. 52. f.
- Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
- Cur Plato naturales Rationes per Plana manifestari iubebat. 53. f.
- Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. 54. f.
- Cur Pythagorei Lineam dyadicam appellabant. 57. f.
- Cur Euclides duas tantum Lineæ species tradiderit. 61. p.
- Cur Pythagorei Ternario Superficem

assimilauerint.	66. p.
Cur Euclides Planam tantum definiuerit Superficiem.	69. p.
Cur Euclides Semicirculum in primo libro definiat, & non in tercio, vbi proprius est locus.	91. p., & 92. p.
Cur Euclides duplicem Triangulorum diuisionem tradat.	94. f.
Cur Euclides prætermiserit conuersam 15. Propositionis primi Elementorum.	172. p.
Cur Euclides Propositionem 19. primi Elementorum per Demonstrationem directam non demonstrauit.	184. m.
Cur Euclides tres Angulorum in Parallelis sumptiones prætermiserit.	217. m.
Cur non sit conuertenda 30. Propositio primi Elementorum.	225. f.
Cur familiarissimum Arist. exemplum sit hoc. Omne Triangulum habet tres Angulos æquales duobus rectis.	231. f.
Cur Theorema in Basibus æqualibus de Parallelogrammo simul, & Triangulo Euclides prætermiserit.	254. p.
Cur tres soli sint 41. Propositionis primi Elementorum Casus.	263. m.
Cur in Definitionibus Complementa Euclides non definiuerit.	263. f.
Cur Euclides duorum tantum Rectilinearum ortum tradat.	266. f.
Cur Euclides Triangulum æquilaterum per Constitutionem producat, Quadrangulum autem per Descriptionem.	267. p.
Cur vniuersæ 47. Propositio primi Elementorum ostendenda non sit.	269. m.

D. Litera.

D ata tria sunt in Propositione 44. primi Elementorum.	264. f.
Datum oë quatuor modis dari pot.	117. f.
Datum primi Theorematis primi Elementorum.	133. f.
De Petitione, & Pronuntiato caput vnicum.	102. p.
Deductio ad impossibile quid apud Geometras.	145. p.
Defectus tres consequenter æquali Spatio distantes esse non possunt.	153. f.
Defensio Gemini.	139. p.
Definitio Problematis, & Theorematis secundum Posidonium.	47. p.
Definitio rectæ Lineæ secundum Platonem.	63. p.
Definitio rectæ Lineæ secundum Archimedem.	61. m.

Definitio Centri Circuli.	87. p.
Definitio Poli Circuli.	87. m.
Definitio Centri ab Oraculis tradita.	88. m.
Definitio perfecta Anguli Plani.	71. f.
Definitio perfecta Anguli Solidi.	71. f.
Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius Anguli.	71. f.
Definitio Parallelarum Linearum secundum Posidonium.	100. m.
Definitio eorum, quæ consequenter, vel deinceps esse dicuntur.	169. f.
Definitio Corollarii.	121. m., & 174. p.
Definitiones variæ ipsius rectæ Lineæ.	63. m.
Definitiones variæ Superficiæ.	65. f.
Definitiones variæ Plani.	67. m.
Definitionis Mathematicæ Circuli consideratio.	86. m.
Democriti opinio de Figura.	79. f.
Demonstratio Mathematica quod Circulus bifariam à Dimetiente secatur.	89. f.
Demonstratio quartæ Petitionis Euclidis.	108. m.
Demonstratio Geometrica duplex est.	118. p.
Demonstratio primi Problematis Euclidis.	119. f.
Demonstratio contra Zenonem.	123. m.
Demò alia, quàm dānar Zeno.	124. p.
Demonstratio praua Quorundam secundæ Problematis primi Elementorum.	129. f.
Demonstratio vltimi Pronuntiati primi Elementorum.	133. f.
Demonstratio quartæ Propositionis primi Elementorum.	137. p.
Demonstratio quintæ Propositionis à Pappo tradita.	141. f.
Demonstratio conuersionis secundæ partis 5. Propositionis primi Elementorum, quæ ab Euclide prætermissa est.	146. f.
Demonstratio octauæ Propositionis primi Elementorum secundum Philonem.	152. p.
Demonstratio Apollonii Pergæi in Propositionem 10. primi Elementorum Euclidis.	160. p.
Demonstratio Propositionis 10. primi Elementorum ab Euclide tradita melior est ea, quam tradidit Apollonius.	160. m.
Demonstratio Apollonii in 11. Propositionem primi Elementorum.	161. f.
Demonstratio Euclidis in Propositionem 11. primi Elementorum melior est Demonstratione Apollonii.	161. f.
Demonstratio vndecimæ Propositionis primi Elementorum, quæ sit per Semicirculos.	

- non approbatur. 152. p.
- Demonstratio Porphyrii, quæ confirmat quandā particulam quartędecimę Propositionis primi Elementorū. 170. m.
- Demonstratio conuersę 15. Propositionis primi Elementorū. 171. f.
- Demonstratio alia eiufdē indirecta. 172. m.
- Demonstratio octauędecimę Propositionis primi Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.
- Demonstratio directa Propositionis 19. primi Elementorū. 184. p.
- Demonstratio Propositionis 23. primi Elementorū ab Autore tradita, quæ est exquistor Demonstratione Euclidis. 192. p.
- Demonstratio Apollonii in 23. Propositionem primi Elementorū, quæ datur ab Autore. 193. p.
- Demonstratio cuiusdam pulchrę Sumptionis. 203. p.
- Demonstratio vigesimęquintę Propositionis primi Elementorū secundum Menelaum Alexandrinum. 207. f.
- Demonstratio vigesimęquintę Propositionis primi Elementorū secundum Heronē Mechanicum. 208. m.
- Demonstratio vigesimęoctauę Propositionis primi Elementorū secundum Ptolemęum. 212. p.
- Demonstratio tertię partis 29. Propositionis primi Elementorū secundū Ptolemęum. 210. p.
- Demonstratio, quā habet Arist. primo de Cęlo tex. trigesimoquinto. 223. m.
- Demonstratio Sumptionis, per quam demonstratur quinta Petitio primi Elementorū. 223. f.
- Demonstratio pulchrę 3. Petitionis primi Elementorū ab Autore tradita. 224. p.
- Demonstratio trigesimęsecundę Propositionis primi Elementorū secundum Pythagoreos. 228. m.
- Demonstratio Autoris quod longitudinis accretione opus sit ad Spatorum æqualitatem seruandam. 239. f.
- Demonstratio trigesimęnonę Propositionis primi Elementorū in reliquo absurde Suppositionis Casu. 251. p.
- Demonstratio duorum Theorematum ex his quatuor, quæ Elementorum institutor omisit. 252. f.
- Demonstratio quadragesimę primę Propositionis primi Elementorū in Bāsis etā æqualibus. 254. p.
- Demonstratio Propositionis 43. primi Elementorū. 263. f.
- Demonstrationes quorundā Pronuntiatorū à Pappo additorū. 113. f. & 114. p.
- Demonstrationes vigesimę Propositionis primi Elementorum à Porphyrio, & Herone traditę. 185. p. & 186. m.
- Demonstrationes quatrę Petitionis secundum Ptolemęum. 220. m.
- Demonstrationes conuersarū trigesimęsecundę Propositionis primi Elementorum. 229. p.
- Demonstrationes duorum vtilissimorum Theorematum. 257. m.
- Demonstrationis officium. 116. f.
- Demonstrationis Geometricę perfectio. 118. p.
- Destructio Argumenti Platoniorū contra Mathematicarum vtilitatem. 18. m.
- Destructio Argumentorū, quæ nō flecti possent in Autorem circa opinionem suam de Angulo. 71. m.
- Destructiones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72. p.
- Determinatio quando deficiat. 117. m.
- Determinatio Dati est. 117. m.
- Determinatio primi Problematis Euclidis. 119. m.
- Determinationis officium. 116. f.
- Deus vnum esse dicitur. 66. m.
- Deus Triadicus quid. 83. f.
- Diagonius quid sit. 89. m.
- Dialectica est purissima Philosophię pars. 25. p.
- Dialecticā, quæ Metaphysica est cur Platon Mathematicarum fastigium in 7. de Rep. appellauerit. 24. f. & 25. f.
- Differentia secunda Linearum, & Superficierum. 69. p.
- Differentia inter Dimetentem, Diagonium, & Axem. 89. m.
- Differentia quædam Cōuersionū. 219. p.
- Differentia, quæ in Parallelogrammorum diuisionibus apparet. 214. p.
- Differentia Propositionum 35. & 36. primi Elementorum. 241. f.
- Differentiæ tres Problematis, & 3 Theorematum secundum Carpum. 118. p.
- Differentię duodecimę, & trigesimę primę Propositionū primi Elementorū. 226. f.
- Difficile est Elementa construere. 42. f.
- Digressio contra Arist. quod Anima non sit tanquā tabula rasa. 9. m.
- Digressio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21. p.
- Digressio contra Stoicos, & Aristotelē de Terminorū corporis substantiā. 31. p.

- Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine.** 61. p.
- Digressio d' Termino, et Terminato,** 66 m.
- Digressio de Anguli Quod, quid esse.** 69. f.
- Digressio de Circuli perfectione.** 84. f.
- Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circumferentiæ in Exemplaribus.** 87. m.
- Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristo. in corporis Terminis, & corpore.** 96. f.
- Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus.** 98. f.
- Digressio de Anguli consideratione in intellectibus.** 71. f.
- Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli.** 173. m.
- Digressio de Figuræ cõsideratione.** 78. m.
- Digressio de causis Figuram perficientibus.** 82. f.
- Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt,** 91. f.
- Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensibus consideratione.** 93. f.
- Digressio de Triangulorũ in iis, quæ sunt consideratione.** 95. p.
- Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt.** 96. m.
- Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt.** 98. f.
- Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus.** 107. m.
- Digressio de consideratione Trianguli æquilateri.** 122. f.
- Digressio cõtra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis.** 138. p.
- Digressio de Infiniti in Mathematicis substantia.** 163. p.
- Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt.** 166. m.
- Digressio passionis Propositionis tertie decime in iis, quæ sunt.** 168. p.
- Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum.** 180. m.
- Digressio de cõparatione Arearum Triangulorũ viginti quatuor Propositionis primi Elementorum.** 195. f.
- Digressio contra Ptolempum de quinque Petitionis demonstrationibus.** 219. f.
- Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis.** 230. p.
- Digressio de Vniuersali.** 235. p.
- Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atq Trapezis.** 25. f.
- Digressio Francisci Barocci de Triangulorũ ad principia totius Mathematicæ essentiæ relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione.** 205. m.
- Dii Polorum Sphæræ quid faciant.** 52. f.
- Dii Axium Sphæræ quid faciant.** 53. p.
- Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum.** 232. p.
- Diligentia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum.** 250. f.
- Dimetiens Circuli quid.** 89. p.
- Dimetiens in Circulo tantum proprie dicitur, & Diagonius in Figuris, quæ habent Angulos.** 89. m.
- Dioptrica quid consideret.** 24. f.
- Distãtia nauigiorũ in mari ostendit per 26. Propositione primi Elementorũ.** 212. m.
- Distributio opinionum de Angulo.** 72. f.
- Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet.** 4. p.
- Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima. & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia.** 5. m.
- Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur.** 1. f.
- Diuisio Scientiarum, & Artium secundũ Platonem.** 27. f.
- Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ.** 20. f.
- Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini.** 22. p.
- Diuisio ipsius Vniuersalis.** 29. f.
- Diuisio Lineæ secundũ Gemini 61. f. 110. f.**
- Diuisio Cognitionum secundum Platonem.** 1. f. & 5. f.
- Diuisio eorum, quæ sub cognitione eadẽ iuxta Platonis sententiam.** 2. p.
- Diuisio primi libri Elementorum.** 42. f.
- Diuisio Lineæ secundum Platonem, & Aristotelem.** 60. p.
- Diuisio Angulorum.** 72. m.
- Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur.** 91. p.
- Diuisio Planarum Figurarum.** 95. p.

Diui-

I N D E X.

Diuifio Quadrilaterarum Figurarum fe-
 cundum Euclidem. 96. f.
 Diuifio Quadrilaterarum Figurarum fe-
 cundum Pofidonium. 97. p.
 Diuifio Pronuntiatorum, per quam con-
 futatur quorundam Mathematicorum
 opinio de Pericitionis, & Pronuntiatori cō-
 munitate, & differentia. 105. f.
 Diuifio Autorum qui contra Geometriā
 infarunt, & opinionum eorū. 114. m.
 Diuifio vniuerfalis Problematum. 123. f.
 Diuifio Theorematum. 139. m.
 Diuifio Mathematicarum probationū ex
 mente Autoris, & Porphyrii. 145. f.
 Diuifio triplex Corollariorum. 174. m.
 Diuifio pulcherrima comparationis Tri-
 angulorum ad inuicem. 209. p.
 Diuifio Symptomatum Parallelarum Li-
 nearum. 225. m.
 Diuifio Theorematum Localium. 238. p.
 Diuifio Cafuum 36. Propositionis primi
 Elementorum. 242. f. & 244. f.
 Documentum Pappi in 4. Euclidis Peti-
 tione. 108. f.
 Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus
 cur confecrauerit. 99. m.
 Dux rectæ Lineæ nullum Spacium com-
 prehendere poffunt: & hæc eft caufa
 quod non Parallelæ in infinitum ex al-
 tera parte producant, necnō aliarū rerū
 eft caufa. 92. m, 93. m, 100. p, & 111. m.
 Dux Circumferentiæ duo Signa coniun-
 gere poffunt, fed dux rectæ Lineæ ne-
 quaquam. 136. f.
 Dubitatio huiusmodi de Geometricæ
 materia. 28. f.
 Dubitatio de partitione rerum impar-
 tibilium. 51. p.
 Dubitatio an Circumferentia indigeat re-
 ctæ Lineæ ad constitutionem. 61. f.
 Dubitatio quomodo omnis Superficiæ
 Extrema fint Lineæ, cum neque infinitæ,
 neque omnis finitæ Extrema fint. 66. f.
 Dubitatio nunquid Signum folum im-
 partibile fit. 54. p.
 Dubitatio quomodo impartibilia in Phā-
 rassa infpiciantur, quæ cuncta partibili-
 ter recipit. 55. p.
 Dubitatio quomodo Lineæ extremitates
 Signa dicta fint, cum neque infinita Li-
 nea, neque omnis finita extremitates
 habeant. 59. f.
 Dubitatio Xenocratis contra Platonis, &
 Arist. diuifionem Linearum. 60. f.
 Dubitatio de infinitis Dimetientibus, qua

& Io3. Grammaticus vſus fuit. In lib.
 contra Proclum. 90. p.
 Dubitatio contra Euclidis definitionem
 Figuræ. 82. m.
 Dubitatio de Quadranguli nomine. 98. p.
 Dubitatio pulchra de motu Geometri-
 co. 106. f.
 Dubitatio de datâ rectâ Linea in ſecunda
 Propositione primi Elementorū. 127. f.
 Dubitatio familiarū Philonis de 8. Pro-
 positione primi Elementorum. 153. m.
 Dubitatio cur tot conſequentia in 8. Pro-
 positione primi Elementorum Euclides
 non poſuit, quot in 4. 154. p.
 Dubitatio Quorundam, vtrum Linea cō-
 ſtet ex impartibilibus. 159. p.
 Dubitatio cur Euclides ſecundam partem
 quintæ Propositionis primi Elemento-
 rum demonſtrauiſſet cum ea nuſquam
 vtaſſet. 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.
 Dubitatio cur Euclides adiecerit in 13.
 Propositione primi Elementorum par-
 ticulas [duos rectos, aut duobus rectis
 æquales] 167. f.
 Dubio cur Euclides nō adiecit in Propoſi-
 tione 24. primi Elementorū inæqualita-
 tem Arearū, vt in 4. equalitatē. 195. m.
 Dubitatio de partitione Propositionum
 rum 17. ſū 28. primi Elementorū. 217. p.
 Dubitatio aduerſus Propositionem 30.
 primi Elementorum. 225. f.
 Dubitatio rudium in 35. Propositionem
 primi Elementorum. 239. p.
 Dubitatio cur Euclides cum Triangula
 Triangulis æqualia ostendebat, Theo-
 rematibus utebatur: cum autem Tri-
 angula Parallelogrammis, Problema-
 tibus. 265. p.
 Duo rerum omnium principia ſecundum
 Platonem. 2. f.
 Duodenarius eſt Iouis imperium. 99. m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere.
 43. p.
 Elementare quid. 42. p.
 Elementaris inſtitutio vnde dicta ſit, &
 cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc
 eſt Elementorum inſtitutor voca-
 tur. 41. f, 42. & 43.
 Elementorum rationes Triangulares ait
 eſſe Timæus. 95. m.
 Elementum quid. 42. p.
 Elementum duplex ex Menæchmi ſen-
 tentia. 42. m.

I N D E X.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet.	141. m.
Epicureorum impugnatio vigesimæ Propositionis primi Elementorum.	184. f.
Epicurus, omnesq; alii Philosophi multa supponunt, quæ fieri nō possunt.	114. f.
Epigramma Persei.	64. m.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli libro dicta sunt.	28. p.
Epilogus primæ partis primi Elementorum.	222. m.
Epilogus totius primi lib. Elemēto.	272. p.
Epinomides Dialogus, qui Platoni ascribitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia.	24. f.
Eratosthenis carmen.	64. m.
Error Theodori Mathematici.	68. p.
Error Apollonii ex Arist. Gemini, & Autoris sententia.	105. p., & 112. p.
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Autoris sententia.	105. m.
Euclides finem suæ Elementaris institutionis statuit quinque Platoniarum Figurarum constitutionem.	39. f.
Euclides quædam eum prætermittat.	43. f.
Euclides non ab re in vno quoq; suorum librorum exponit principia.	44. m.
Euclides ipsemet suas Propositiones demonstravit ex Autoris sententia.	110. p., 128. m., & 152. p.
Euclidis opera.	39. f., & 40.
Euclidis Elementaris institutio omnes habet conditiones, quæ ad optimam Elementorum institutionem requiruntur: ideo omnes aliorum institutiones excellit.	43. m.
Euclidis Elementaris institutio partim habet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem alternatim utitur, quandoq; verò alteris abundat.	47. m.
Euclidis opinio de Plano.	67. p.
Euclidis opinio de Angulo.	69. f.
Eudemis opinio de Angulo.	69. f.
Exemplum pulcherrimum actionis Animæ.	81. p.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati.	126. p.
Exemplum pulcherrimū quomodo phantasia Infinitum cognoscat.	163. m.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Localis in Lineis Solidis.	238. p.
Exemplum Demonstrationis Propositionis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum.	266. p.

Expositio verborū Platonis in 7. de Republica ubi Scientiæ nomen ab ipsa Mathematica abstulit.	17. f.
Expositio quādo deficiat.	116. f., & 117. m.
Expositio Dati est.	117. m.
Expositio quadrupliciter fit.	118. f.
Expositio primi Problematis Euclidis.	119. m.
Expositionis officium.	116. m.
Ex quibus Animam constituat opifex secundum Timæum.	21. p.
Extrema Lineæ quæ sint.	58. m.
Extrema Superficies quæ sint.	66. m.
Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ.	11. f.

F. Litera.

Figura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone.	67. f.
Figura quid sit.	78. m.
Figura multipliciter dicitur.	78. m.
Figura in Deis qualis sit.	80. f.
Figura qualis sit in Naturis.	80. f.
Figura qualis sit in Animis.	80. f.
Figura quæ à Geometra consideret.	81. m.
Figura Finem, & Infinitū in propriis formis quomodo ostendat.	81. p.
Figura ab Euclide definita qualis sit.	81. p.
Figura à Posidonio definita qualis sit.	82. p.
Figura quomodo Diis attribuat.	83. f.
Figura Lunularis quid.	91. m.
Figura, quæ Corona dicitur quid.	91. m., & 93. p.
Figura utrinque convexa quid.	91. m.
Figura rectilinea quid.	91. p.
Figura trilatera quid.	91. p.
Figura quadrilatera quid.	91. p.
Figura multilatera quid.	91. p.
Figura dupliciter mista dicitur.	93. f.
Figura ex circumferentiis constructa, quæ habet internos Angulos duobus rectis æquales.	129. f.
Figure, Modulationes, & Motus, quibus Atheniēsis hospes eos institui vult, qui virtutem ab ineunte ætate sunt consecuturi.	14. p.
Figure sex species.	78. f., & 79. f.
Figure bifformes quæ sint.	90. p.
Figurarum omnium consideratio.	79. f.
Finis Mathematicarum quid.	26. p.
Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio.	210. p.
Formarum immaterialium ordo.	51. p.
Fundamenta Autoris aduersus Ptolemæum.	221. m.

Fusus Platonis quid. 12. f.

G. Litera.

Gelonis Syracusii Regis dictum. 37. m.
 Gelonis corona. 37. m.
 Gemini laus. 143. p.
 Geminus tradit ortus Spiricarum, & Choidū, & Hederę similiū Linearū. 65. p.
 Geodæsiæ tot sunt partes, quot Geometriz. 23. p.
 Geodesię subiecta, & cōsiderationes. 23. m.
 Geometre processus à compositionibus ad simpliciora. 49. f.
 Geometre nō possunt reddere causam triplicis rectilinei Anguli diuisionis. 75. m.
 Geometria præcedit Astronomiam, quia motu status prior est. 21. f.
 Geometria totius Mathematicę pars est. 28. p.
 Geometria vniuersale illud considerat, quod in imaginabilibus distributum est. 31. f.
 Geometria cuiusmodi Scientiā sit. 32. m.
 Geometria quæ consideret. 33. m.
 Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi. 34. m.
 Geometria certior est quā Sphærica, siue Astronomia, & quā Mechanica, & quā Perspectiua, & Specularia. 34. f.
 Geometria promittit se se Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuam, aliasq̃ Scientias. 37. p.
 Geometria ortū habuit ab agrorū emensione apud Aegyptios primū. 37. f.
 Geometria, quę ab initio fuit qd sit. 78. p.
 Geometria quærit quatuor ea, quæ quæri solent. 125. f.
 Geometria quærit ipsum Quid est dupliciter. 125. f.
 Geometria quō quærat ipsum Si est. 126. p.
 Geometria quomodo quærat ipsum Quale quid est. 126. p.
 Geometria quomodo, & quando quærat ipsum Propter quid est. 126. m.
 Geometriz duę sunt species, Planorum consideratio, & Stereometria. 22. f.
 Geometriz principale officium. 22. p.
 Geometriz subiecta sub cogitationem cadunt ex mente Platonis. 33. m.
 Geometriz subiecta, accidentia, & principia quæ sint. 34. p.
 Geometriz, & Arithmetices principia differunt inuicem, & communicant. 35. p.
 Geometriz laudes. 87. m.

Geometriz ortus, & inuētores. 37. f.
 38. & 39.
 Geometriz propositum. 41. p.
 Geometriz primum propositum. 41. p.
 Geometriz secundum propositum. 41. m.
 Geometriz totum propositum. 41. f.
 Geometriz de qbus sit sermo. 115. f. 127. f.
 Geometrica materia qd. 28. p. 34. f. & 32. p.
 Geometrice formæ in cogitatione positæ sunt, nosq̃ a sensilibus separant, & a sensu ad mentem excitant. 29. m.
 Geometricorum sermonum ordo. 44. p.
 45. 46. & 47.
 Gnomonica quid consideret. 24. m.

H. Litera.

Hallucinatio quorundā ex Arist. sententia, qui non Vniuersale tanquā Vniuersale ostendebāt. 237. p.
 Hallucinatio Chorographorum. 248. p.
 Helicis Planę generatio. 103. m.
 Helicium, Cylindrica sola est similiū partium, non tamen simplex. 40. f.
 Helix in Sphæra quid. 60. f. & 64. p.
 Helix in Cono quid. 60. f. & 64. p.
 Helix Cylindrica quid. 61. p.
 Heron tria sola Pronūtiata posuit. 113. m.
 Hieronis Syracusii Regis dictum. 37. p.
 Hieronis nauis. 37. p.
 Hippocrates Chius fuit primus inuētor Inductionis Mathematicę. 120. f.
 Homerica Minerva. 37. m.
 I. Litera.
Identitatem in quibus ostendat Euclides. 124. f.
 In quibus respectibus consequentia identitatis verificetur. 125. p.
 In Rebus immaterialibus simpliciora compositionibus præcellunt. 50. p.
 In Rebus materialibus compositiora præcellunt simplicioribus. 50. m.
 Indemonstrabilia à demonstrabilibus natura differunt, & eorum Scientię diuerse sunt ex mente Arist. 120. p.
 Inductio Mathematica quid sit. 121. f.
 Inductionis Mathematicę cū Inductione logica similitudo. 122. f.
 Infinitum in phantasia subsistit. 126. m.
 Inscriptio Elementorum Euclidis. 41. p.
 Instantia Mathematica quid sit. 121. f.
 Instantia quorundā aduersus quintā Propositionem primi Elementorum. 122. p.

Instantia vltimi Theorematis primi Elementorum. 278. p.
Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum. 149. m., 150. m.
Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum. 164. p.
Instantiæ Propositionis 22. primi Elementorum. 190. p.
Intellectilis materia, qua Signū materiale dicitur, vnitās autē immaterialis, & Numerus. 53. f.
Inuentio Interualli Tyranniæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq; generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
Iuuenes ad Casuū, Sumptionumq; varietatem libenter currunt. 115. p.

L. Litera.

Latera quomodo dicantur Angulos subuendere. 136. p.
Lateralis æqualitas in Triangulis infert æqualitatem Angulorū ab eis subtenforum, & e contrario. 180. p.
Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 18. & 19. Propositionibus, cum in Aequicruris, cum in Scalenis Triangulis. 180. p.
Linea quid sit. 163. p.
Linea longè primum, & Simplicissimū est Interuallum. 55. p.
Linea cum finita est, cum infinita. 59. m.
Linea tripliciter Geometra vtitur. 59. m.
Linea recta cuius sit Nota. 62. m.
Linea Incomposita quid. 63. f.
Linea Composita quid. 63. f.
Linea refracta quid. 63. f.
Linea Figuram efficiens quid. 63. f.
Linea, quæ in infinitum Figuram non facit quid. 63. f.
Linea conchæ similis, vel Conchoides quid. 63. f.
Linea indefinita quid. 64. p.
Linea Plana quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Solida quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Cissoides quid. 64. p.
Linea Helix quid. 64. p.
Linea recta quid sit. 60. p.
Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur æqualis. 135. f.
Linea recta non rectarū mēsurā est. 137. p.
Lineæ variæ definitiones. 56. f.
Lineæ notio iuxta Apollonium. 56. p.
Lineæ pulcherrimus sensus. 98. m.

Lineæ partium similium tres solæ sunt. 64. f., & 69. p.
Lineæ per confusionem missæ sunt. 67. f.
Loci, ex quibus habet quod Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem. 155. f., 240. m., & 269. p.
Locus, ex quo habetur quod Euclides suas Propositiones demonstrauit. 130. p.
Locus Geometricus quid sit. 238. p.
Locus Admirabilis apud Mathematicos, & aptid Stoicos quid sit. 239. m.
Locus, vbi quedam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendū cōmentariū. 236. p.
Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor. 272. f.
Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

Materia duplex ex sententia Arist. & Autoris. 30. p., & 51. p.
Materia intelligibilis quæ. 45. f.
Materia Problematis, & Theore. 46. m.
Mathematica essentia media est inter essentiam Naturalem, & Metaphysicā. 1. p.
Mathematica Scientia propter se est expectanda. 16. p.
Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animæq; oculum ad Vniuersorum cognitionem preparat. 12. p., & 16. p.
Mathematica Scientia propter vitā contemplantem est expectanda. 16. m.
Mathematicæ essentiæ medietas. 1. p.
Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas. 6. m.
Mathematicæ per se soli aliquod bonū est, ideo non est spernenda etiam ad humanos vsus non prodest. 16. f.
Mathematicæ Scientiæ partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiua, Geodesia, Canonica; siue Musica, & Supputatrix. 21. p.
Mathematicæ disciplinæ præcipuè remissionem ostendunt ex mente Platonis. 16. f.
Mathematices nomen vnde sit ortum. 16. f., & 17. p.
Mathematices nomē à Pythagoreis quomodo sit repertum. 16. m.

Mathematici clari. 38. p.
 Mathesis omnis, reminiscencia est ex Platonis sententia, & Pythagoreorū. 26. f.
 Mathematicæ quatuor sunt partes, instrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 24. f.
 Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 12. m.
 Medietas Mathematicæ Scientiæ. 10. m.
 Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. f.
 Menæchmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64. m.
 Mens vltima, & passibilis, & quæ recipit species quæ sit. 30. m, & 106. f.
 Mercurialia, & Mineralia munera. 17. m, & 32. m.
 Meteoroscopica quid consideres. 24. f.
 Methodi tres Mathematicæ, quæ à Platone traduntur. 12. p.
 Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicinæ, & aliæ. 22. m.
 Miraculorum Effectricis tres sunt partes, vna, quæ spiritibus: altera, quæ ponderibus: tertia, quæ neruis, Spærisque vititur. 24. p.
 Mistra Linea quæ sit. 61. m.
 Mistio in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sententia. 67. f.
 Mistio dupliciter fit. 67. f, & 93. f.
 Modulationes, & morus, & Figure virtuti conuenientes, quibus Atheniensis hospes eos instrui vult, qui ab ineunte adoleſcentia virtutē cōsecuturi sūt. 14. p.
 Motus vt Suppositio principii est. 44. m.
 Motus ab inæqualitate emanat, Quies autē ab æqualitate. 24. p, & 98. f.
 Munus Problematis duplex secundum Menæchmum. 45. f.
 Munus Problematis quid. 115. m.
 Munus Theorematis quid. 115. m.
 Musarum sermo in 8. de Rep. 4. m. 13. f, & 85. f.

N. Litera.

Naturæ ad Animam pulchra comparatio. 80. f.
 Negatiuæ orationes principii conueniunt ex Platonis sententia. 54. f.
 Neutrū Theorema quid. 42. m.
 Nikomedes fuit inuentor proprietatis

Conchoidum Linearum. 155. m.
 Nomina hæc *παραβολή, ὑπερβολή, ἡλλήλως* quid significant apud antiquos, quidq; apud iuniores Mathematicos. 264. p.
 Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sententia. 105. m, & 109. p.
 Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest. 107. f.
 Notanda quinque in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis. 76. p, & f.
 Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensuræ fertilitatis, sterilitatisq; apparent secundum Platonem. 14. m.
 Numeri in opinione subsistunt. 55. f.
 Numerorum cognitio apud Phœnicias incipit. 13. p.
 Numerus Geometricus Platonis, quoniam nil obscurius ex M. Tullii sententia. 3. f.
 Numerus præcedit Continuū, & Binarius Lineam, & Vnitatis Signum ex mente Platonis. 25. m, & 108. p.
 Numerus quadrangulus Numeri quadranguli duplus inueniri nō potest. 169. m.

O. Litera.

Oblitio quorundam quod quinta Euclidis Petitio in Petitionibus conuenienda sit. 110. m.
 Obtusanguli Consectio quid. 63. f, & 100. f.
 Onopides fuit primus inuentor Propositionis 23. primi Elementorum referente Eudemo. 191. f.
 Omnia quæcūq; in Plano tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. 69. m. 127. f, & 135. p.
 Opinio Autoris de Centris, Polis, Axibus, & Sphæris. 33. p.
 Opinio triplex de Angulo. 69. f.
 Opinio Autoris de Angulo. 70. f.
 Opinio Autoris de Figura. 80. p.
 Opinio alia Autoris. 80. m.
 Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 138. f.
 Opinio quorundam de Propositione 26. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 176. p.
 Opinio Autoris quod aliquæ rectæ Lineæ à minoribus q̄ duo recti productæ coïcidunt, & aliquæ non coïcidunt. 223. p.
 Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma-

thematicarum finis est. 18. m. & 26. p.
Optimus Geometrici studii finis, & doni
Mercurialis opus. 18. m. 26. p. & 32. m.
Opus Mathematicæ à nomine sit manife-
stum. 27. m.
Opus Mathematices simile est operi
Dei. 27. m.
Oraculi dictum de Veritate. 27. m.
Orphei carmen. 28. f.

P. Litera.

Parallele lineæ quæ sunt. 99. f.
Parallelae Lineæ aliæ etiam sunt præter
rectas. 100. m.
Parallelae Lineæ non dicuntur omnes,
quæ non coincidunt, sed omnes, quæ nõ
coincidendo in infinitum possunt pro-
trahi. 100. m.
Parallelogramma quomodo æqualia esse
dicantur. 104. m.
Parallelogramma quomodo in eisdem di-
cuntur esse Parallela. 104. f.
Parallelogrammi nomē unde sit ortū. 106. p.
Parallelogrammorum proprietates quid
sint. 97. f. 103. m. 104. f. & 106. m.
Parallelogrammorum Isoperimetrorum
Quadrangulum quidem maximum est,
Rhomboides verò minimum. 104. p.
Parallelogrammum propriè quid sit. 106. f.
Parallelogrammum apud Euclidem quid
sit. 107. m.
Partes altera longior Figura quid. 96. f.
Partes, quæ partibus præcipuis Problema-
tum, & Theorematum annexæ sunt,
quot, & quæ sint. 100. p.
Particularum [quod fecisse oportuit] &
[quod demonstrasse oportuit] pul-
chra consideratio. 100. p.
Passio Propositionis 15. primi Elemento-
rum unde scaturiat. 172. f.
Passiones tres, ex quibus decem fiunt Lo-
calia Theoremata. 152. p.
Passiones tres, ex quibus fiunt quinque Lo-
calia Theoremata, quorum vnum tan-
tum non ab re posuit Euclides, reliqua
autem prætermisit, quæ addit Autor
cum reticentiæ causa. 154. m.
Perpendiculari Figurarum metimur ali-
tutudines. 76. m. & 100. m.
Perpendicularis terminat Spatiarum altitu-
dines, & Linearum distantias. 100. m.
Perpendicularis pulchra consideratio, &
ad ea, quæ sunt comparatio. 76. m.
Perpendicularis duplex est. 162. p.

Perseus fuit inuentor Linearum Spiritua-
rum. 64. m.
Perspectiva quid consideret. 23. f.
Perspectivæ totius tres sunt partes, Per-
spectiva nomine generis, Specularia,
& Sciographica. 23. f.
Petitio à Pronuntiatio ita differt ex men-
te Gemini, & Autoris, ut Problema à
Theoremate. 102. p. & 104. p.
Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota
sunt in Petitionibus cõnumeratõ ex sen-
tentiâ Gemini, & Autoris 104. f. & 108. p.
Petitio 5. primi Elementorum non est in-
demonstrabilis. 104. f. 108. p. & 119. p.
Petitiones Theorematum Elementarum sunt. 42. f.
Petitiones tres, quæ veræ Petitiones sunt
iuxta omnium sententiam. 106. p.
Petitionibus quidem in Constructione,
Pronuntiatis verò in Demonstratione
vimur. 109. f.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia ex sententiâ Gemini, & Au-
toris. 102. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta Archimedis, & sequen-
tium opinionem. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta opinionem tum Scio-
corum, tum Speusippi, & Amphino-
mi. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta aliorum sententiâ. 104. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta opinionem Aristo-
44. m. & 104. m. & 111. f.
Phantasia media est inter sensum, & men-
tem ex sententiâ Arist. 30. f.
Phantasia ex impartibili ad partibile
procedit. 55. p.
Phantasiæ duplex vis. 55. m. & 103. m.
Phantasiarum Aristoteles mentem pas-
sibilem vocaverit. 30. m.
Philippi Mathematici obretractio in Pro-
positione 16. primi Elementorum refe-
rente Herone. 173. m.
Ppilolaus Diis quatuor Triangularem
Angulum cur consecrauerit. 95. f.
Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem
Angulum cur consecrauerit, & quib-
us. 99. f.
Planum quomodo in Geometria intelli-
gendum sit. 69. m.
Platonis opinio quomodo subsistat Ma-
thematica essentia. 7. p.
Platonis opinio quomodo Anima confi-

eunt Mathematicas formas. 7.f.
 Platonis sententia de Mathematicarū utili-
 tate, & dignitate, & si scientiæ sunt. 18.p.
 Platonis opinio de Plano. 67.p.
 Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.
 Pelus Circuli quid sit. 87.m.
 Ponderum motionis quidē inæquilibrium,
 Status verò, æquilibrium est causa ex
 Timæi sententia. 24.p.
 Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
 Primæ, principalissimæq; rectilineæ Figu-
 ræ, Triangulū, & Parallelogramū. 48.m.
 Primum Problema primi Elementorū
 ceteris Problematis præstat. 127.p.
 Principia Mathematicæ scientiæ cum vnū,
 & Multitudo; tum Finis, & Infini-
 tum. 11.m.
 Principium secundæ partis primi Elemen-
 torum. 114.f.
 Principium tertiæ partis primi Elemento-
 rum. 237.f.
 Problema à Theoremate quomodo diffe-
 rat. 103.m, & 115.m.
 Problema omne in Theorema reduci po-
 test. 119.p.
 Problema Ordinatū quid. 123.f.
 Problema medium quid. 126.p.
 Problema Inordinatum quid. 126.p.
 Problema multipliciter dicitur. 126.m.
 Problema Mathematicum quid. 126.m.
 Problema Exceedens quid sit. 126.m.
 Problema Impossibile qd sit. 126.f, & 129.f.
 Problema Maius quid sit. 126.f.
 Problema Deficiens, vel Minus quid
 sit. 126.f.
 Problema Determinatum, vel Indetermi-
 natum quid. 126.f, & 129.f.
 Problema perfectū cuiusmodi debuisse,
 quod & propriè Problema dicit. 127.p.
 Problematis omnibus, quæ in Plano
 aliquid faciunt, vnum subiici Planum
 existimandum est. 69.m, 127.f, & 215.p.
 Problematis partes quæ, & quorū sunt.
 116.m.
 Problematum alia simpliciter, alia multi-
 pliciter, alia infinitis modis sunt. 125.f.
 Problematum alia sunt sine Casu, alia
 multos habent Casus. 127.m.
 Productio in infinitum non omnibus inest
 Lineis. 170.f.
 Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque
 regressus. 11.m.
 Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda
 sint ex mente Arist. 105.p.
 Pronuntiata communis sunt generis ex

mente Autoris. 105.f, & 113.m.
 Pronuntiata quædam, quæ à Pappo ad-
 dita sunt. 113.f.
 Pronuntiatorum duplex proprietas ex
 Autoris sententia, vbi notanda est con-
 tradictio cum superioribus, simulque
 soluenda. 112.f.
 Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppositio
 quomodo differant secūdū Arist. 44.m.
 Pronuntiatum vltimum primi libri Eu-
 clidis non est collocandum inter Pro-
 nuntiata ex sententia quorundam Ma-
 thematicorum, & Gemini, & Auto-
 ris. 104.f, & 105.f.
 Pronuntiatum 7. & 10. resecatur ex men-
 te Autoris. 113.m.
 Pronuntiatum quoddā, quo vsus est Arist.
 primo de cælo tex. 35. 223.m.
 Proportio cuncta in Mundo colligatur
 ex mente Timæi. 13.p.
 Propositio prima, Problema primū primi
 Euclidis Elementorum. 115.p.
 Propositio primi Problematis Euclidis
 qualis sit. 119.p.
 Propositio secunda, Problema secundum
 primi Elementorum. 127.m.
 Propositio tertia, Problema tertium pri-
 mi Elementorum. 136.m.
 Propositio quarta, Theorema primum
 primi Elementorum. 132.f.
 Propositio 5. Theorema 2. primi Elemen-
 torum. 139.m.
 Propositio 6. Theorema 3. primi Elemen-
 torum. 141.m.
 Propositio 7. Theorema 4. primi Elemen-
 torum. 148.p.
 Propositio 8. Theorema 5. primi Elemen-
 torum. 151.p.
 Propositio vltima libri quarti Elemento-
 rum quomodo ad Astronomiam con-
 ducat. 153.f.
 Propositio 9. Problema 4. primi Elemen-
 torum. 154.f.
 Propositio 10. Problema 5. primi Ele-
 mentorum. 158.f.
 Propositio 11. Problema 6. primi Ele-
 mentorum. 160.m.
 Propositio 12. Problema 7. primi Ele-
 mentorum. 162.p.
 Propositio 13. Theorema 6. primi Ele-
 mentorum. 167.p.
 Propositio 14. Theorema 7. primi Ele-
 mentorum. 168.f.
 Propositio 15. Theorema 8. primi Ele-
 mentorum. 171.p.

I N D E X

Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum.	175. m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.	178. p
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.	179. f
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.	182. f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.	184. f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.	187. p
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.	189. p
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.	191. f
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.	193. m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.	207. p
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.	209. p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.	214. f
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.	217. m
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.	219. p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.	224. m
Propositio 31. Problema 19. primi Elementorum.	226. p
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.	227. p
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.	231. f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.	233. m
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.	237. m
Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum.	239. p
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.	241. m
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.	247. f
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.	249. p
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.	250. p
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.	252. p
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.	253. m

Propositio 41. Problema 11. primi Elementorum.	259. m
Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum.	262. m
Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.	264. p
Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.	265. f
Propositio 45. primi Elementorum vniuersalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon vltima secundi Elementorum.	265. f
Propositio 46. Problema 14. primi Elementorum.	266. f
Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum.	268. m
Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit.	268. m
Propositio 31. sexti Elementorum vniuersalior est Propositione 47. primi Elementorum.	268. m
Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum.	270. f
Propositiones tum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum vtriusque affirmationes sunt.	148. p
Propositionis officium quid.	116. m
Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.	162. p
Propositum Geometriæ duplex.	41. p
Propositum primi libri Elementorum.	48. p
Propositum primæ partis primi libri Elementorum.	48. f
Propositum secundæ partis eiusdem.	48. f
Propositum tertiæ partis eiusdem.	48. f
Propositum secundæ partis primi Elementorum.	213. p
Pulchra de rectæ Lineæ passione in his, quæ sunt contemplatio.	63. m
Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.	15. m
Pythagorei inuenerunt Propositionem 32. primi Elementorum referre Eudemo.	228. p
Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis vtens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum regunt disciplinam.	13. p
Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.	98. f

Q. Litera.

Qua de causa Timæus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit.

Qua

I N D E X.

- Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
- Qua de causa duarū rārū rectilinearū Figurarū mentionē Euclides fecerit. 92.m
- Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilaerit. 238.m
- Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantū tradat. 238.f
- Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m
- Quadrangulū terrestris Elementi est proxima causa. 48.m. 98.f. & 267.p
- Quadrangulum quinq; Laterū quid. 95.p
- Quadrangulum quid sit. 96.f
- Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f
- Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f
- Quadrilaterarum Figurarū septem sunt species. 97.m
- Quadrilatera Elementorum exornatio quid sit. 95.f
- Quæ sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f
- Quæ sint communes Mathematicæ considerationes. 4.p
- Quæ scientia cognoscat cōmunia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
- Quæ sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p
- Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
- Quæ dicēda sit scīa secundū Platonē. 17.f
- Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 19.p
- Quæ Demonstrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philosopho exigendæ sint ex Aristor. & Platonis sententia. 19.f. & 110.m
- Quæ, & quot sint totius Mathematicæ scientiæ species, vel partes secundum Pythagoreos. 20.f
- Quæ sit Geometriæ materia. 28.p
- Quæ sint Quæstia Geometrica, & quæ non Geometrica. 34.p
- Quæ scientia alia scientia certior sit ex mente Arist. 34.f
- Quæ à principiis emanant, in Problemata, Theoremataq; diuiduntur. 45.p
- Quæ sint propriæ naturæ, & operationes in inferioribus rebus horum quatuor Deorū, nēpe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
- Quæ desiderentur in 11. & 12. Procli cōmentariis libri quarti. 247.m
- Quæ desint in digressionē Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 256.m
- Quæ continerētur in 17. commentario libri quarti si integrum esset, quæque in eo reperiantur. 259.f
- Quæ desint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m
- Quales sint Mathematicæ rōnes. 10.m
- Quantitas quandoq; communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera rārū: Magnitudo verò pro cōtinua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p. & 133.p.
- Quæsitū non Geometricū duplex ē. 34.m
- Quæsitum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f
- Quæstio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
- Quæstio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
- Quæstio vbi Termini Terminatis præcelant, & vbi Terminata Terminis. 50.p
- Quæstio de ordine octauæ Propositionis primi Elementorum. 152.m
- Quid sit ex æquali inter sua collocari signa. 63.p
- Quid doceat Proclus in digressionē commentarii 15. quarti libri. 257.f
- Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m
- Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m
- Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m. & 88.p
- Quod opus, & quæ vires Mathematicæ scientiæ sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
- Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
- Quomodo intellectilia genera Fine, & Infinito participant. 2.f
- Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
- Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruantur. 3.f
- Quomodo cōmunia Mathematica Theoremata, & cōsiderationes, atq; principia subsistant, & à qua considerēt scientia. 4.f
- Quomodo differat Animæ cognitio à co-

gnitione mentis. 9.m
 Quomodo res Mathematicę in Anima
 sint intelligendę. 10.p
 Quomodo Plato in Timęo ortum, atque
 creationem Animę ex formis compleat
 Mathematicis. 10.p
 Quomodo cogitatio omnem Mathema-
 ticarum Scientiarum varietatem con-
 stituat. 10.m, & 21.m
 Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-
 ciunt in Mathematicis sint. 11.m
 Quomodo differat Ars à Scientia secun-
 dum Platonem, & Aristotelem. 18.p
 Quomodo quispiã eruditus, de aliquo sen-
 tentiã afferre possit ex mente Ari. 19.p
 Quomodo erret Mathematicus demon-
 strando. 20.p
 Quomodo Quotum, & Quantum à Ma-
 thematico considerentur. 21.p
 Quomodo Mathematicis Ars militaris, &
 Ars historiã scribēdi dicantur vt. 22.m
 Quomodo Dialectica Mathematicarum
 scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarũ
 coniunctio ex Platonis sententia. 24.f
 Quomodo rerum opifex rectas Lineas
 terminet secundum naturam circum-
 iens, vt ait Plato. 62.f
 Quomodo Centrum, à Centro ad Circũ-
 ferentiam Lineę, & Circumferentia ipsa
 cum intellectibus communicent. 87.f
 Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
 Quomodo inueniatur ille, qui verē est Cir-
 culus, & vera Circularis natura. 88.p
 Quomodo recta Linea ex duobus simpli-
 cibus moribus generetur. 61.m
 Quomodo itidem Circumferētia ex duo-
 bus simplicibus oriatur moribus. 61.f
 Quomodo ex cõmunibus principiis pro-
 prię fiant Conclusiones. 104. m. 105.
 f, & 113. m.
 Quomodo Parallelogrãma dicantur esse
 circa eandem Dimetientem. 267.f
 Quomodo ex Circulorum descriptione
 oriatur Triangulum equilaterum. 119.
 m, & 267.p
 Quorundam duplex obiectio cõtra Ma-
 thematices vtilitatem, eiusque solutio.
 14. f, & 15. p.
 Quorundam Platoniorum contra Ma-
 thematicarum vtilitatē obiectio, eiusq;
 solutio. 17.p
 Quotum, & Quantum principalia Ma-
 thematices subiecta. 20.f
R. Litera.

primi Elementorũ apud Euclidē. 151.p
 Ratio Figurę duplex est. 31.p
 Ratio quidem, quę à Fine provenit rectũ
 efficit Angulum, quę autē ab Infinito,
 Obtusum, atq; Acutum. 75.f
 Recta Linea simplicior est Circulari. 61.f
 Rectāguli Coni sectio quid. 63.f, & 100.f
 Rectilinea omnis Figura in Triangula re-
 soluitur. 210.p, & 265.f
 Rectilineę Figurę quibus Diis peculiare
 sint. 93.f
 Rectilineę Figurę Elementarem exorna-
 runt regionem. 84. f, & 93.f
 Rectilineorum omnium constitutionis
 principium est Triangulum ex Plato-
 nis, & Autoris sententia. 230.p
 Rectitudo quarum rerum Nota sit, atq;
 imago. 76. p, & 93.f
 Rectitudo equalitati cognata est. 109.f
 Rectitudo Planę Basis ex Triangulis cõ-
 stituta est, vt ait Plato in Timęo. 230.m
 Rectitudo Angulorum, & Laterum equa-
 litas omnem habent vim ad augenda
 Spatia. 240.p
 Rectitudo equalitatis causa est, Heberudo
 autē, & Acumen, inęqualitatis. 269.p
 Recto existente Angulo Propositionis
 44. primi Elementorum Spatium, quod
 applicatur, Quadrangulum, aut Par-
 tealteretralongius est: acuto verò, siue
 obtuso, Rhombus, aut Rhomboi-
 des. 264.f
 Rectum, & Circulare, & Mistum à Lineis
 incohantia ad Solida vsque perue-
 niunt. 60. m, & 61.p
 Reliquus Absurdę Suppositionis Casus
 Propositionis 39. primi Elemento-
 rum. 251.p
 Reprehensio Heronis, & Pappi. 270.f
 Res, quę non reddit rationem, non est sciē-
 tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p
 Resolutio in Mathematicis quid. 145.f
 Respectus Parallelarũ ad sese, vel (vt Pro-
 clus ait) Parallelitas ipsa, qd sit. 225.p
 Responsio ad obiectiõem Platoniorum
 contra Mathematicarũ vtilitatē. 17.m
 Responsio tacitę obiectiõis quomodo
 Formę immateriales, alię quidem Fini,
 alię verò Infinitati vicinę dicuntur,
 cum ex Fine, Infinitoq; ortę sint. 51.p
 Responsio Gemini ad quorundã obiectiõ-
 nem quod quinta Petitio Euclidis in
 Petitiõibus connumeranda sit. 120.m
 Responsio Autoris, & Gemini cõtra Ari-
 stotelis, & Amphinomi opiniõē, quod

Rarissimus est vsus 7. Propositionis.

I N D E X.

Geometria non querat ipsum Propter
quid, 116.p
Responsio Posidonii contra Argumentum
Zenonis. 121.f
Responsio alia Posidonii contra Zeno-
nem. 124.f
Responsio tacite obiectionis cur tria Pro-
blemata primo Theoremati Euclides
preposuerit. 133.p
Responsio ad Questionem de ordine octauę
Propositionis primi Elementorum. 151.m
Responsio ad instantias duodecimę Pro-
positionis primi Elementorum. 154.m
Responsio ad impugnationem Epicureo-
rum in 10. Propositionem primi Ele-
mentorum. 184.f
Responsio ad instantias vigesimę secundę
Propositionis primi Elementorum. 190.f
Responsio tacite obiectionis quod 16, &
17. Propositiones primi Elementorum
superuacaneę non sint. 227.m
Responsio ad dubitationem rudium in 35.
Propositionem primi Elementorum. 239.m
Responsio ad tacitam obiectionem quod
non valeat dicere, Triangula nullum
habent Latus Parallelum, ergo non
possunt esse in eisdem Parallelis. quod
tamen verum est de Trapezoides. 258.p
Responsio ad instantiam vltimi Theore-
matis primi Elementorum. 271.p
Responsiones contra Zenonem. 123.p
Responsiones ad instantias septimę Propositio-
nis primi Elementorum. 149.m, & 150.m
Responsiones aduersus instantiam quorun-
dam in quintam Petitionem. 222.f
Rhomboides quid sit. 96.f
Rhombus quid sit. 96.f
Rhombus videtur dimotum esse Qua-
drangulum, & Rhomboides dimotum
Parte altera longius. 97.f

S. Litera.

Scholium Francisci Barocii in 41. 42, &
43. Propositiones primi Elementorum,
vbi Procli Commentaria mutilata
sunt. 256.m
Scholium incerti Autoris contra exposi-
tionem Procli in 14. Propositionem
primi Elementorum. 198.p
Scholium Francisci Barocii aduersum in-
certum Autorem in defensionem Pro-
cli. 200.p
Scholium Francisci Barocii in 36. Propo-
sitionem primi Elementorum. 144.p

Sciētia nulla, sua demonstrat principia. 44.p
Scientia duplex est. 115.m
Scientię omnes a prima philosophia, sua
assumunt principia. 5.m, & f, & 44.p
Scientia, & Artes subiecta differre fa-
ciunt. 19.f
Sciographica scia, siue Sciographia quid
consideret. 23.f
Segmenta quid. 93.p
Semicircularis Angulus Acuto nunquā
æqualis est, vt etiam Cornicularis, &
ideo fit transitus a maiori ad minus non
per æquale. 133.m
Semicirculi pulchra consideratio. 91.f
Semicirculi ad ea, quę sunt cōparatio. 91.f
Semicirculus quid sit. 90.m, & 91.p
Semicirculus solus ex omnibus Figuris
Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
Semicirculus cum Circulo dupliciter
communicat. 91.f
Semicirculus biformis dicitur. 91.p, & 92.p
Semicirculus quomodo medius sit inter
Circulum, & rectilineas Figuras. 92.m
Sensus ex violentis passionibus fiunt, ex
mente Platonis. 30.f
Sententię eadem sæpe ad homines per-
ueniūt iuxta quasdam ordinatas ipsius
orbis conuolutiones. 37.f
Signi definitio secundum Pythagoreos,
eiusq; expositio. 55.m
Signum quid sit. 49.f
Signū dupliciter considerat. 54.p, & 57.m
Signum solum in Geometria est impar-
tile. 54.m
Signum, Vnius affert imaginem iuxta
Platonis sententiā. 60.m
Signum Positione tantum dari potest, re-
liqua autem, quę dantur in Geometria
tum Positione, tum Ratione, tum Ma-
gnitudine, tū Forma dari possunt. 117.f
Similitudo pulcherrima Triangulorum
ad Elementa. 95.m
Simplex Linea quę. 61.m
Singulorum Elementaris Institutionis Eu-
clidis librorum Proposita, ad Mundum
referenda sunt, vt volunt quidam. 41.f
Solutio dubitationis bimembris de Geo-
metrica materia. 29.f
Solutio dubitationis de rerum impar-
tibilium partitione. 51.p
Solutio dubitationis nunquid Signum
solum impartibile sit. 54.p
Solutio dubitationis quomodo impar-
tibia in phantasia inspiciant, quę cuncta
partibiliter suscipit. 55.p

I N D E X.

Solutio dubitationis quō Lineę extremi- tates Signa dicta sint, cū neque infi- nita Linea, neq; omnis finita extremi- tates habeat.	59.f	gula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebat: cū verō Tri- angula Parallelogrammis, Proble- matibus.	265.m
Solutio dubitationis Xenocratis contra Arist. & Platonis Linearum divisio- nem.	61.p	Specularia quid consideret.	23.f
Solutio dubitationis vtrū Circumferentia idigeat recta Linea ad cōstitutionē,	62.p	Specus Platonis ex 7. de Rep.	12.p
Solutio dubitationis quomodo omnis Superficie Extrema sint Lineę, cū neq; infinitę, neq; omnis finitę Extrema reperiantur.	66.f	Speusippi opinio de Theoremate, & Pro- blemate.	45.p
Solutio tacitę obiectiōis quomodo Li- neę Angulum continere dicantur, cū Angulus diuinę vnionis Nota sit, quę omnia in se comprehendit.	74.f	Sphæroides oblongum quid,	68.f
Solutio dubitationis contra Euclidis de- finitionem Figurę.	82.m	Sphæroides Latum quid.	68.f
Solutio dubitationis de infinitis Dimeti- entibus Circuli.	90.p	Spira triplex est.	68.m
Solutio dubitationis de Quadranguli nomine,	98.m	Spira continua quid,	68.f
Solutio dubitationis de motu Geome- trico,	106.f	Spira Implicita quid.	68.f
Solutio dubitationis de data recta Linea in Propositione 2. primi Elemento- rum,	128.p	Spira Diuidua quid.	68.f
Solutio dubitationis cur Euclides demō- strauit secundam partem quintę Pro- positionis primi Elementorum cū ea nusquam vsurus sit.	141.p, & 147.m	Spirę ortus.	68.m
Solutio dubitationis Philonis Familiarū de 8. primi Elementorum Propositio- ne.	153.m, & 171.f	Spiricę sectiones quę, & quot,	64.m
Solutio dubitationis cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non addiderit, quot in 4.	154.p	Spiricę sectiones tres sunt.	68.f
Solutio ex sententia Gemini, dubitationis quorundam vtrum Linea ex imparci- bilibus confet.	159.p	Stoicorum, & quorundam aliorum opi- niones de Pronuntiato, Petitione, & Suppositione.	45.p, & 111.f
Solutio dubitationis cur Euclides adiece- rit in Propositione 11. primi Elemen- torum particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis æquales]	167.f	Stoicorum opinio de subsistētia Termi- norum corporis.	51.p, & 114.m
Solutio dubitationis cur Euclides non ad- dedit in 24. Propositione primi Ele- mentorū inæqualitatem Arearum, quemadmodum in 4. æqualitatē.	195.m	Stoicorum opinio de Figura.	80.p
Solutio dubitationis de partitione vige- simę septimę, & vigesimę octauę Propo- sitionis primi Elementorum.	217.f	Sumptio quid sit.	120.f
Solutio dubitationis, quę instat Proposi- tioni 30. primi Elementorum.	223.f	Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro- positio primi Elementorum demon- stratione directā.	183.p
Solutio cur Euclides cū quidem Trian-		Sumptio quędam pulchra.	203.p
		Sumptio quędam, per quam demonstrat quinta Petitiō primi Elementorū.	223.f
		Superficie pulchra notio, & sensus.	65.f
		Superficies per temperationem mistę sunt.	68.p
		Superficies mistę duplici modo sunt.	68.f
		Superficies partium similium duę sunt tantum.	69.p
		Superficies quid sit.	65.m
		Superficies Plana quid sit.	67.p
		Supputatrici tot sunt partes, quot Ari- thmetices.	21.p
		supputatrici subiecta, & consideratio- nes.	23.p
		Symptoma prædicatum quid.	46.m
		Symptomata Parallelarum Linearum sex sunt.	215.m

T. Litera.

T erminata materialia præcellunt Ter- minis materialibus.	50.m
Termini immateriales præcellunt Ter- minis immaterialibus.	50.p
Termini quatuor, quibus Mathematicus diudicandus est.	19.p
Terminus primus, quo Mathematicus in-	

dicandus est.	19.p	Tehurgia quid,	79.m
Terminus secundus.	19.f	Timæus ex rectis, circularibusque Lineis	
Terminus tertius.	20.p	Animam constituit.	53.f
Terminus quartus.	20.m	Timæus Elementa rectilineis Figuris cō-	
Terminus quid sit.	77.f	stituit.	84.f
Terminus ad quas Magnitudines sit refe-		Trapezia, & Trapezoidea Euclides com-	
rendus.	78.p	muni nomine Trapezia vocauit.	97.f
Terminus ab Extremo quō differat.	78.p	241.m, & 257.f.	
Terminus Accretionis Longitudinis Pa-		Trapezium non ab re Euclides in primo	
rallelogrammorum est Locus ipse Pa-		libro definiuit.	240.m
ralleclarum Linearum.	240.p	Trapezium à Trapezoide quō differat ex	
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius		sententia Posidonii, & Autoris.	97.m
Triadicus totam generalium exorna-		Tres, qui euehuntur secundum Platonem	
tionem continent.	99.m	in Phedro.	22.m
Thales Milesius primus demonstrauit Cir-		Tres sunt Mathematicarum coniunctio-	
culum à Dimetiente bifariā secari.	89.f	nes.	25.m
Thales Milesius primū ab Aegypto in		Tres partes sunt maximè necessarię, quę	
Græciam Geometriam transtulit.	38.p	debent semper esse tum in Problemate,	
Thales fuit primus inuentor quintę primi		tum in Theoremate, Propositio, De-	
Elementorum Propositionis.	143.p	monstratio, & Conclusio.	116.f
Thales fuit primus inuentor Propositionis		Tres sunt Passiones 34. Propositionis pri-	
13. primi Elementorū, Euclides verò		mi Elementorum.	233.f
eam primò demonstrauit.	171.m	Tria sunt, quę pulchritudinem efficiunt	
Thales fuit inuentor 26. Propositionis pri-		ex Aristotelis sententia.	15.m
mi Elementorū referēte Eudemo.	212.m	Tria in vna quaq̃ scientia requiruntur, Su-	
Theorema triplex, Elementum, Elemen-		biectum, Accidens, & Principium.	33.f
tare, & Neutrū.	41.p	Tria sunt, quę circa existentia tum in Quā-	
Theorema vtilissimum ad intelligendum		titatibus, tum in Qualitatibus versantē,	
locum Platonis in Timæo de constitut-		Essentia, Idem, & Alterum.	212.m
ione Elementorū.	42.m	Tria sūt, quę Parallelis per se insūt.	214.p
Theorema pulcherrimum, & vtile Ge-		Tria sunt, quę per se Parallelogrammis	
mini.	64.f	insunt.	233.f
Theorema Simplex quid sit.	139.m	Triangula, quorū duo Latera vnus, duo-	
Theorema Compositum quid.	139.f	bus Lateribus alterius ſqualia sunt, &	
Theorema Complexum quid.	139.f	Angulus vnus ab illis ſquis Lateribus	
Theorema Incomplexum quid.	139.f	comprehēsus Angulo alterius ab ſquis	
Theorema Vniuerſale quid sit.	140.m,	Lateribus comprehēso æqualis, &	
& 235.p.		tamen non sunt ſqualia nec Triangu-	
Theorema particulare qđ.	140.m, & 235.f.	la, nec Bases eorū, nec reliqui An-	
Theorema secundum primi Elementorum		guli.	214.p, & 248.p
cuiusmodi sit.	140.f	Triangula quandoq̃ habent Areas ſqua-	
Theorema præcedens, & Theorema Con-		les, & Ambitus inæquales, quandoque	
uerſum quid.	144.f	autē ē contrario.	235.p, 195.f, & 248.p
Theoremata Euclidis clīr Elementa vo-		Triangula duo dupliciter æquicrura esse	
centur.	41.f	possunt.	201.p
Theoremata cōposita tripticia sunt.	140.p	Triangula quomodo in eisdem dicantur	
Theoremata quę Localia sint, & quę non		esse Parallelis.	242.p
Localia.	237.f	Trianguli ſquilateri constitutio.	203.m,
Theorematis omnibus, quę in Plano		215.p, & 19.f	
aliquid contemplantur vnū ſubiici Pla-		Triangulorum duplex diuifio.	54.p
nū intell. gēdū est.	69.m, 127.f, & 215.p	Triangulorum ſeptem sunt ſpecies.	96.p
Theorematis Gemini Conuerſum.	143.p	Triangulorum reliquorum ſuper data	
Theorematis partes quę, et quot sūt.	116.m	recta Linea constitutio.	125.p
Theorematis alia sunt ſine Caſu, alia mul-		Triagulorū ad ſua principia relatio	206.p
tos habent Caſus.	217.m	Triagulorum ad ea, quę sunt comparatio	

iuxta Pythagoreorum sententiam. 106.f
 Triangulum æquilaterum trium Elemē-
 torum est proxima causa. 48.m
 Triangulum totius Elementorū exorna-
 tionis primaria est causa. 74.f, & 166.f
 Triangulum est prima rectilinearum Fi-
 gurarum. 49.p, & 89.p
 Triangulum quadrilaterum qd sit. 94.f
 Triangulum simpliciter generationis, ge-
 nerabiliumq̃ formationis principium
 dicunt esse Pythagorei. 95.p
 Triangulum æquilaterum omnium Tri-
 angulorum est optimum, assimilaturq̃
 Circulo. 122.p, & 166.f
 Triangulum æquilaterū vnico modo con-
 stituitur, æquicus autem duobus, Sca-
 lenum verò tribus. 125.f
 Triangulum Triangulo quomodo fit æ-
 quale. 134.f
 Triangulum æquilaterum, & Quadran-
 gulum optima Rectilineorum omniū
 sunt. 98.m, & 122.p, & 166.f
 Triangulū rectangulū duplex est. 269.m
 Triangulum Rectangulum Platonis, de
 quo loquitur in libro de Rep. 269.f
 Triplices debent esse Mathematicæ De-
 monstraciones. 20.f

V. Litera.

Veritas Propositionis 32. primi Elemē-
 torum apparet etiā iuxta cōmunes
 noriones. 231.f
 Via inueniendæ multitudinis Triangu-
 lorum, in quæ quodcunq̃ Rectilineum
 resoluitur. 230.m
 Viq̃bus pcedit sciētia Mathematica. 11.p
 Viæ duæ sunt, quibus inueniunt Trian-
 gula rectangula Numeros integros in
 Lateribus habentia. 269.f
 Vires Mathematicę sciētię duplices. 11.p
 Vna recta Linea duo Signa coniungere
 potest, sed duæ nunquam. 136
 Vndenā tota inceperit Geometria, &
 quousq̃ progrediatur, & quæ sit ipsius
 utilitas. 36.p
 Vnitas dupliciter consideratur, 54.p
 Vnitas sola in Arithmetica impartibilis
 est. 54.m

Vnitas, & Numerus in opinione substi-
 stunt. 55.f
 Vnitas Puncto simplicior est. 56.p
 Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem
 sunt. 62.f
 Vniuersale in multis distributum duplex
 est. 30.p
 Vniuersale quidem affirmans scientiis ma-
 ximè cōuenit, negationeq̃ non indiget:
 vniuersale verò negans affirmatione
 indiget si demonstrari debet, ex mente
 Arist. 148.p
 Vniuersale duplex est ex sententia Auto-
 ris, & Arist. 235.m
 Vniuersales formæ triplices sunt. 30.p
 Vniuersalis propria Significatio ex eo-
 rundem sententia. 235.f
 Vnius causa, quæ rerum omnium est pro-
 ductrix secundum Platonem. 2.f
 Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m.
 81.m, & 166.f
 Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem
 mens vocatur. 85.m
 Utilitas, quam affert Mathematica ad to-
 tam philosophiam. 12.f
 Utilitas, quam affert ad Theologiam. 12.f
 Utilitas Mathematicę ad Naturalem phi-
 losophiam. 13.p
 Utilitas Mathematicæ ad Politicā. 13.m
 Utilitas Mathematicæ ad Moralem phi-
 losophiam. 14.p
 Utilitas Mathematicæ scientiæ ad ceteras
 scientias, & Artes. 14.m
 Utilitas Astrologiæ ad Medicinam ex
 sententia Hippocratis. 22.f

X. Litera.

Xenocratis confutatio de Lineis infe-
 cabilibus. 199.f
 Xenocratis dubitatio contra diuisionem
 Linearum. Arist. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

Zenodoti opinio de differentia Proble-
 matis, & Theorematis. 47.p
 Zenonis infestus accessus, & eius funda-
 damenta. 122.f



PATAVII,
Excudebat Gratiofus Perchacinus.

1 5 6 .