



# Notes du mont Royal

[WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM](http://WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM)



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES  
Google Livres

PROCLI DIADOCHI  
LYCII  
PHILOSOPHI PLATONICI

A C  
MATHEMATICI PROBATISSIMI  
IN  
PRIMUM EVCLIDIS  
*Elementorum librum*

COMMENTARIORVM  
A D  
VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM  
PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM  
*Libri IIII.*

A  
FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO  
*summa opera, cura, ac diligentia tuncis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quæ  
in græco codice omnes desiderabantur aucti: primum iâ Romane  
linguæ venustate donati, & nunc recens editi.*

*Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrum, atque Auctorum:  
Elêcho librorû, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt:  
& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum.*

CVM PRIVILEGIO.



PATAVII,  
Excudebat Gratiofus Perchacinus



# VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QUAM DE  
Proclo capere possit vilitatem.

**L**ector si plenam cupias iam scire Mathesin,  
Esse Geometres non modo, discere viam.  
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,  
Huncq; stude manibus voluere saepe tuis.  
Omnem summam tractat, vel Dogmata Plato  
Qua scripsit Magnus, qua vel Aristoteles.  
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,  
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.  
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis  
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-  
mine eius, & Cognomine.

**F**amiliae nomen quid Diadochus vult sibi?  
Proclus quid propriū? nil aliud quam quod puro.  
Ab errore procul ut sunt dicite omnia;  
Et candidus verbis, & re Gemma est nicens.  
Magistratus instat, vel olim quod Virum  
Vnus successit Philosophis haeres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

**A**ntiquam cano Termilen,  
Illustremq; Virum, qui sapientia  
Claram iam mage redeidit.  
Tu caepta saueas Iuppiter inuoca  
Musa principium mea,  
Naturalis amans maximus extitit,  
Diuina & Sophia simul:  
Platonis doceant scripsit in aurea  
Doctis qua Placita auribus,  
Natus Nicomachi clavior est quibus;  
Si non quo Scholio monet  
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,  
Ascrumq; poliuerit.  
Sed quid quod Megarum conspicuum magis  
Reddat nunc memorem Sophum?  
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,  
Cursus (preter in omnibus  
Mensuram propriam) & Sidera calleat?  
Est Maioribus vnicus,  
Qui se consimilem prabeat vndique,  
Maioremq; Sequentibus.  
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,

Non quod nomine sis nouo  
Elata a Lycio, qui Ionis abnepos.  
Nam Pandione iam satus  
Est sortitus Auum, qui Draco erat gradu;  
Quem mirè quoque Mulciber  
Produxit genitus patre fulminum.  
Olim coninge de sua,  
Tradunt cui veteres imperium Aëris.  
Lapsus suscipit. Insula  
Ob turpem faciem vertice calico,  
Deiectumq; parentibus;  
Quo casu pede adhuc claudicat altero.  
Hic Bronte, & Sterope additis  
Fecit quæ Deus est tela Gigantibus  
E' calo iaculatus, et  
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.  
Quam tunc per Stygias aquas  
Firmam pollicitus maximus est Deūm.  
Heros dum voluit da' am  
Amplecti, monita hæc restitit artibus.  
Quare semina proicit  
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.  
Rexit Cecropias opes  
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modo.  
Matris nomine mania  
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.  
Ne mirum ergo quis audiat  
Cum tam præcipuos hos perhibent viros.  
Iunxit primus equos, pedes  
Vt sædos tegeret, curribus, & rotis.  
Successit genitus Patri  
Dictus qui Proauo totus inhæreat.  
Natos consequitur duos,  
Et natas geminas, nunc miseras aues.  
Absint sed volo tragica,  
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.  
Natorum Lycus alite  
Felici, imperium rexerat, auxerat.  
Hic solus mihi dicitur,  
Qui nomen dederat post tibi Termile.  
A nobis alii procul,  
Dircai, Iliada, cuncti beant simul.  
Hoc gaude Lycia omine,  
Quodq; a te Lycius dictus Apollo; non  
Vndas quod capiat Lupus  
Tanquam saeuus oues (nam Patera Deus  
Hinc dictus colitur suus)



189  
 At latere magis quod Lycius Proclus  
 Iactas ignominum Polo  
 Montem perpetuo culmine proximum,  
 Qui monstro similis, Leo  
 Cantatur ingiter pectoreq; oreq;  
 Tum Capra inguine, & horridus  
 Extremò Coluber, laus Epbyra Ducis.  
 Te te Semideo Proclo  
 Effer, qui melius sidera tangere  
 Posit, Numinibus frui,  
 Et secum pariter quosque reducere.

I N E V N D E M A B  
 Interprete recognitum.

Q Vantum nunc tibi Procle debet orbis,  
 Tantum & tu studiis, Barocioque.  
 Nam quantum insignias scientiæ, ille  
 Tantum ponere diligentiz vltro  
 Conatur, valeant recens vt omnes  
 Et quæ, & quo doceas videre pacto.  
 Sic & te ex lacero integrum reponit,  
 Te verè lacerum, te vt ediderunt  
 Qui græcè prius, alta proditorum  
 Turba; vt ficariis manus dedisse  
 Iam visus fueris malis, & inde  
 Vitam vix miser abstulisse tandem.

A D F R A N C I S C V M B A R O C I V M  
 Precatio bona ob Procli restitutionem.

F Rancisce vt dignus mi pro meritis videris opto  
 Sit tibi vita, salus, honor vndique; sint tui labore:  
 Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,  
 Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquæ,  
 Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi  
 Solum per se quisque breui bonus. O tibi fit autor  
 Alie boni bene tanti iterumq; iterumq; dico, & oro  
 Diuq; Deq; omnes faveant simul, astra, cuncta, q; sunt.

Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)  
 Mercurii, atque Minerva munera qui suo decori  
 Restituis, parcis sudoribus, aspicias, nullos  
 Suptus. quod bene sit his oibus, et bene vsq; in eum

A D E V N D E M, D E  
 eius cognomine.

V T tu mira Baroci  
 Es molesque, veloxque  
 Κίχους ecce triuisti,  
 Gaude eam amicum.  
 Pondus tu graue dictus  
 Nobis ocia miscens  
 Et pares, resonasque,  
 Quod nunc ἴσα recludunt.  
 Hoc tam nemo venustè  
 Munus σάλλαν, atque  
 Εἰμὲν: tam κατὰ καιρὸν  
 Vnquam condidit ἄλλος.  
 Summum iam decus extas  
 Orbi, non modò cunctis  
 Notis τοῖς πατριώταις  
 Annis sic tener altus.  
 Felix perpetuo sis.  
 Μουσαν tempore Alumne,  
 Et gratos habeas nos  
 Multum te vique rogamus.

ἀεικίστην πρὸς αὐτὸν ἑλληνιστὴν  
 τὸν ἐπίσημον.

Ε λληνίζεις, ἰλλόγμως τ' εἶ,  
 ἀλλ' ἐμῶς ἰσῶ, καὶ μάλλον  
 βαρβαρος. εἰ μὲν τοι χεῖν κτυπῶ  
 ὡς πόρ, αἰδῶ φωνοῦντων  
 νῦν μετὰ κύκταν, ἐπ' ὁπ' ἔθους γε,  
 ὅς μὲ στυγᾷ σοῦ μοῖ ἐπαίνων.  
 γάμβασι πῶς βούλησιν, καὶ τοῦτο  
 ἡμῶν τις λυγρὸς ὢν σύμῳ.  
 ἀμύμητος πίνδαρος οὐδέ τις  
 εἰμὶ γὰρ, οὐδέ τις ὅστις ὁμῶς.

# CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHÆ AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



**MOR** Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisque causis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dijsque genitum cum philosophi, poetęque finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuersorū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, mistisque constat: quę quidem omnia iuxta suarum, quę in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Diī vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigio quodam, diuinoque semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & sine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principii rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū priscę autoritatis philosophi, diuiniq; viri cum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendę pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, & summā

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfectā Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cum ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suū ipsius Amore, ne ab eo corrūpatur. Cum ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quam humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ proprię cuiusq̃ rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est. quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atq̃ disperdit. Amor autem cōiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iure autor omnium dicitur, & seruator. Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuiq̃ satis, superque perspicuum est, eum scientiarū quoq̃ autorem, & custodem esse. nam (si Aristoteli credendum est) eędem sententię, eędemque scientiæ sæpenumero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atq̃ euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excoģitatę, repertęque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluua, quibus iā deperierant, atq̃ deciderant: eodemque modo iterū florescent, atq̃ peribunt. Quę quidem res cum ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalionē eos imbres propter nimiam aquarū copiam non modò vrbes, edificiā, & cuiuscunq̃ generis animantia (pręter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) periire, verū etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimī, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malicia, atq̃ versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidē aurea ætate cum rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciēdi de-

fide-

siderio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demū totam Mūdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cōtemplari, necnō modō huius, modō illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt sciētīę iterum omnes, paruo quasi quodā à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summū suę perfectiōnis euexerint. Pōst verò cūm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuastatæ fuerant, multa præclara priscorum Autorum opera omnibus in scientiis radicitus interierunt: multa excecata, atq; euerfa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel saltem quæ in illis continebātur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hæc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi cum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanè ad Deum suum opificem reuertitur, cūm per hæc inferiora ipsius pulchritudinem cōtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quā opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cūm sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quæ alias florere, nunc abolitas propè, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non ne ea, quæ prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erāt, hoc nostro seculo tanquam enigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cūm persæpe inuestigare, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quæ à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientiis nobis relicta fuere. multæ enim, & variez præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cōmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hæc cūm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, eumque Euclidem Megarensē insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quā exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideravi, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basilæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeo laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis dicere potuerim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cum diuina providentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit ut cum essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andree Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ætatis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendavi. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cum in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq; eos instaurandi desiderio, Amoreq; ardebam. Quapropter ut eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primum Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, ut appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis ut transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreq; erga me quodam impulsu maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio proficentis, qui etiam que maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cum illhinc discessissem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo è græca lingua in latinam conuertit, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq; Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam ut amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem græcum non callent, confulerem. Ac denique quum hoc iam pridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumq; vidissem, pluresque ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim  
Stripserv in Metu descendat indicis aures,  
Et patris, & nostras, nominq; prematur in annum.  
Membranæ intus posuere delere licebit  
Quod non edideris. nescit vox missa reuerſi.*

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patavij ex bibliotheca Io. Vincentij Pinelli Genuensis viri tã genere, quã animo, & moribus nobilissimi . Ex quibus sanẽ omnibus, quæ hucusque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimũ, lucidissimum q̃ volumẽ, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primũ renouatæ Phœnicis instar exoritur . De cuius ortu felicissimo primũ Deo summo rerum opifici, deinde Amori non solũ scientiarum, verũ etiam rerũ omnium autori, seruatoriq̃ue immortales habendæ sunt gratiæ . Vides igitur, dignissime Patriarcha tum præsentẽ meã lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta sunt, oriunturq̃ue quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri. Cũ itaq̃ opus hoc Amore factum à me sit, operepretium est, vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat . Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea, quæ vera Amicitia est. cũ enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundũ : alter, quo vtile : tertius, quo verè bonum, honestumq̃ue diligimus, quorum etiam vnusquisq̃ duplex est, siquidem aut simplex, aut mutuus, cumq̃ue Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tũ nascatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens est, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem esse. vnã quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : tertiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum . Hæc autem sola perfectã, vera inuiolabilis, atq̃ indissolubilis est, cũ cæteræ omnes vndiq̃ claudicent, *φειλοφιλία* sint, & violari facili, dissolui q̃ possint. Hęc porro & in rationalibus tantũ animis, & rarò reperitur, quæ à philosophis varijs fuit modis definita . Alij namq̃ tum ad eius finem, tum ad subiectum respicientes, modò habítum ex Amore diuturno contractum eam definierunt : modò, honestam perpetuæ voluntatis cõmunionem. Alij verò, beneuolentiam mutuam, non latentem, propter bonum simpliciter, atq̃ honestum comparatam . Alij præterea, summam omnium diuinarum, humanarumq̃ue rerum cum beneuolentia, & eharitate cõsensionem. Alij demũ, aliter . Hæc scilicet ea est Amicitia, quæ maximũ Amoris munus esse mihi videtur. Vtinam aut tale munus Amoris à præsentĩ meo, Amorisq̃ue opere mihi daretur. O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duę vitę sequuntur. O diuinum lucrum, diuinamq̃ue Amicitia, quãdo vnus animus duo occupat corpora, vna q̃ vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq̃ geminam habeat vitam, alterq̃ue alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit . Diuinam inquam, propterea quòd excepta sapientia ( vt rectè ait Cic. ) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaq̃ue Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-

clare positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quam virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est à vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissime semper observandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam convenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, sidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfecta coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neque villo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verum enim vero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, ut non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non graueris. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineræque munus, ut sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò ut Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige.

Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembris M. D. LIX.

# FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

LECTOREM.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primæ rerum omnium causæ providentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti ( ut mihi persuadeo ) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam operepretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui ( si Suidæ credendum est ) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisse, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam ( ut refert Spartianus ) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἐργα καὶ ἡμῆρας*, in Theologiam Orphei, aliæque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis aditum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros ( quoad fieri potuit ) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileæ dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpfi, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quauis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos inuitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adiiciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij ( ut iam dixi ) nescio, cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsa; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula ( quod fieri non potest ) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in Latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruauit dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pædagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-



## P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmaculant, atque evertunt. Silentio autem prætereundum non est in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uiro- rum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, sinceraque uertere uolui. Ambitus præterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutari, ac ea usus sum figura, quam ὅτιον πρὸς τὸν Græci uocant. Ambiguitates insuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiusmodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Vniiformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nonnullis proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quæ quidem nomina ad cōdiuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facile percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores pleriq; græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cum tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quid ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdron, Octaëdron, Icosaëdron, Sphæra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solum communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonice rationes, διαπασσάων nempe, διαπέντε, διαπασών, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se inuicem interfecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cælis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cum ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonice manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quod Anima

# P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se præassumpsit. Præterea cum Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam ( omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim ) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immerito Sphæricam quoque ipsam præsumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematices partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hæc scias præ cæteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui tēporis curriculo cupis enadere, præsens Procli doctissimū, lucidissimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

**P** Ræter ea, quæ communiter de tota tralatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimū animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem q̄ ubicunq; inter parua nostra Scholia signum hoc † reperiēs, uerba ipsum cōsequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras pertinerunt, in quibus nonnulla denuo in primo, secundoq; libro, qui iā impressi erant, uaria esse cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q̄ hoc ordine subsequitur.

Pag. 25. Lin. 3. } Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur,  
uiretq; &c.

Pag. 29. Lin. 22. } Geometriæ formas appellat, separari autem nos  
à sensilibus per huiusmodi formas, excitariq; à sensu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. } Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

**Q** UONIAM autem in libris imprimēdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

| Errata                                         | Sic corrigito | Pag. | Linea                       |
|------------------------------------------------|---------------|------|-----------------------------|
| Respiciens                                     | respiciens    | 3    | 21                          |
| Anti.                                          | autoritate    | 16   | 25 In scholijs              |
| Memnone                                        | Menone        | 26   | 28 & in scho. Lin. 11 & 13. |
| Decucurrit                                     | decurrit      | 32   | 14                          |
| Quæq;                                          | quiq;         | 37   | 22                          |
| Excucurrit                                     | excurrit      | 49   | 26                          |
| Mænechmos                                      | Mænæchmios    | 64   | 14                          |
| Dixit                                          | dixit         | 77   | 11                          |
| Corniculari                                    | Lunulari }    | 109  | 16                          |
| Cornicularis                                   | Lunularis }   |      |                             |
| Cornicularis                                   | Lunularis     | 109  | 18                          |
| Ab re                                          | non ab re     | 134  | 17                          |
| Propter                                        | præter        | 135  | 2                           |
| Ad Basim                                       | sub Basi      | 147  | 27                          |
| Internus                                       | externus      | 176  | 10                          |
| Anguli                                         | Trianguli     | 180  | 35                          |
| Ipsi                                           | Ipsis         | 189  | 18                          |
| Igitur                                         | autem         | 199  | 25                          |
| Infiniti                                       | Finiti        | 206  | 23                          |
| Alternim                                       | Alternatim    | 215  | 12                          |
| Puzostensa                                     | Præostensa    | 224  | 19                          |
| Problematis                                    | Theorematis   | 225  | 17 in scholijs.             |
| Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum. |               | 233  | 21                          |
| Habebant                                       | habeant }     | 241  | 30                          |
|                                                |               | 244  | 31                          |
| Summantur                                      | sumantur      | 250  | 32                          |
| Constitutio                                    | & Constitutio | 265  | 7                           |
| Rectangulis                                    | Rectilineis   | 266  | 26                          |

Cæterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata pasim reperiēs, huic paruo peccato ignosces.

**A**T N E fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostræ Aristotelem. M. Antonium Muretum Galum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcæ linguæ peritissimos, cunctisq; scijs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinate maxime spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vlllo meo discrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

# CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrum, & Autorum, quorum hoc  
in volumine mentio facta est.

## Deorum.

|               |            |
|---------------|------------|
| <b>A</b> Mor. | Mercurius. |
| Apollo.       | Neptunus.  |
| Bacchus.      | Oracula.   |
| Ceres.        | Pluto.     |
| Caelius.      | Rhea.      |
| Diana.        | Saturnus.  |
| Iuno.         | Venus.     |
| Iuppiter.     | Vesta.     |
| Mars.         | Vulcanus.  |

## Virorum Illustrum.

**G**elon Syracusius Rex.  
Hieron Syracusius Rex.  
Pericles Atheniensis Senator clariss.  
Ptolemaeus Aegyptiorum Rex.

## Autorum.

**A**eneas Hieropalita.  
Ameristus Stesichori poetae frater.  
Amphinomus.  
Amyclas Heracleotes.  
Anaxagoras Clazomenius.  
Apollonius Pergeus.  
Archimedes Syracusius.  
Architas Tarentinus.  
Aristoteles.  
Asineus Philosophus.  
Autor Epinomidis.  
Campanus.  
Carpus Antiochenus.  
Chrysippus.  
Cicero.  
Cratistus Platonius.  
Cyzicinus Atheniensis.  
Democritus.

Dinostratus Meneghmi frater.  
Epicurus, & sequaces.  
Eratosthenes.  
Euclides.  
Eudemus.  
Eudoxus Cnidius.  
Eutocius Ascalonita.  
Geminus.  
Hermotimus Colophonius.  
Heron.  
Hesiodus.  
Hippias Eleus.  
Hippocrates Cous.  
Hippocrates Chius.  
Homerus.  
Ioannes Grammaticus.  
Interpres Hesiodi in Theogonia.  
Leodamas Thasius.  
Leon.  
Marcus Antonius.  
Marinus.  
Menæchmus.  
Menelaus.  
Neoclideus.  
Nicomedes.  
Oenopides.  
Orpheus.  
Pappus.  
Perseus.  
Philippus Mendæus.  
Philo Academicus.  
Philolaus.  
Plato.  
Plotinus.  
Plutarchus.  
Porphyrius.  
Posidonius.

**Ptolemæus Primus .**  
**Ptolemæus .**  
**Pyrrhonij philosophi .**  
**Pythagoras .**  
**Quintilianus .**  
**Simmias .**  
**Simplicius .**  
**Spartianus .**  
**Speusippus .**  
**Stoici .**  
**Suidas .**  
**Thales Milesius .**  
**Theætetus Atheniensis .**  
**Theodorus Cyrenæus .**  
**Theodorus Mathematicus .**  
**Theodorus Gaza .**  
**Theudius Magnus .**  
**Varro .**  
**Victruuius .**  
**Vitellio .**  
**Xenocrates .**  
**Zeno Sidonius .**  
**Zenodorus .**  
**Zenodotus Andronis discipulus .**

**E L E N C H V S   L I B R O R V M ,**  
 qui in eodem hoc volumine  
 citati sunt ,

**A**strologica tractatio Carpi Mechanici.  
 Bacchæ Philolai .  
 Ciuilis , vel de Regno Platonis .  
 Commentaria Procli in Timæum Platonis .  
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis .  
 Commentaria Eutocii Ascalonitæ in libros  
 Conicorum Apollonii .  
 Commentaria Eutocii in Archimedem .  
 Cōmentaria Simpliij in lib. Physic. Arist .  
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta .  
 Compendium Elementorum Aenææ Hie-  
 rapolitæ .  
 Critias Platonis .  
 Elemēta Geometrica , & Arithmetica Eucl .  
 Elementa Musicalia eiusdem .  
 Elementa Hippocratis Chii .  
 Elementa Leontis .  
 Elementa Hermotimi .  
 Elementa Theudii .  
 Epinomides falso Platoni ascriptus .  
 Ερμια , καὶ ἑμπεδοκλεους Hesiōdi .  
 Gorgias Platonis .

Liber Archimedis de Circuli dīmenſione .  
 Liber Archimedis Aequiponderantium .  
 Libri Archimedis de Sphæra , & Cylindro .  
 Liber Aristotelis de Lineis inſecabilibus .  
 Liber Arist . de Diuinatione per ſomnum ,  
 Liber Arist . de Senſu , & Senſili .  
 Libri Arist . Reſolutorij .  
 Libri Metaphyſicorum Arist . XIII .  
 Libri Arist . Moralium Nicomachiorum .  
 Libri Arist . de Partibus animalium .  
 Libri Arist . Phyſicorum ,  
 Libri Arist . de Anima .  
 Libri Arist . de Cælo .  
 Liber Eudemi de Angulo .  
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemi .  
 Liber Euclidis Mendaciorum , ſiue Falla-  
 ciarum .  
 Liber Euclidis de Diuiſionibus .  
 Libri Corollariorum Euclidis .  
 Libri Platonis de Rep .  
 Libri Platonis de Legibus ,  
 Liber Hippocratis Coi de Locis .  
 Liber Procli de motu .  
 Liber M. Varronis de lingua latina .  
 Liber Ptolemæi , cui titulus eſt , A minori-  
 bus quàm duo recti pductas coincidere .  
 Liber Apollonii de Cochlea ,  
 Liber Apollonii Conicorum .  
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii .  
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura  
 Lunulæ .  
 Liber Io. Grammatici contra Proclum .  
 Libri Theurgiæ .  
 Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ .  
 Libri Geometrici Menæchmi .  
 Libri Geometrici Dinoſtrati .  
 Libri Geometricarum enarrationū Gemini  
 Libri Vitellionis .  
 Meno Platonis ,  
 Miſcellanea Porphyrii  
 Odyſſea Homeri .  
 Opusculum Plutarchi de vitanda uſura .  
 Parmenides Platonis .  
 Perſpectiua Euclidis .  
 Phædo Platonis .  
 Phædrus Platonis .  
 Philebus Platonis .  
 Quæſtiones Philippi Mendæi .  
 Rituales Platonis .  
 Sophiſta Platonis .  
 Specularia Euclidis .  
 Sympoſium Platonis .  
 Theætetus Platonis .  
 Theologumena Arithmeticæ .  
 Theogonia Hesiōdi .  
 Theologia Orphei .  
 Timæus Platonis .  
 Vita Periclis à Plutarcho tradita ,

**F I N I S .**

# PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



## De Mathematicæ Essentiæ medietate Cap. I.



**M**ATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, à simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompositas, & indiuisibiles substantias; & partibiles, atq; in multiplicibus compositionibus, varijsque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea vitur, & quæ ab alijs principijs alia præparat, inferiorem ipsi dat ordinem, eo ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfectè cõstituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectualem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnus formæ ratione se coniungat, resque ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, postremamque naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nacta est: Medijs verò (cuiusmodi sane Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq; superioribus, cogitationem. hæc enim mente quidē, supremaque scientia inferior est, opinione autem perfe-

Cõclusio  
vniuersalis.

Cõclusio-  
nis pbatio

Platonis i  
Repu. &  
aliis i lo-  
cis cogni-  
tionū di-  
uisio.

A ctior,

Eorum, quæ  
sub cogni-  
tione ca-  
dunt diui-  
sio.

etior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisquæ impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quæ diuisa sunt, ad mentemquæ refert. Quemadmodum igitur ipsæ inter se distant cognitiones, ita sanè & quæ sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quæ intelligi quidem possunt vnius formæ existentis omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentis. Mathematica autem, & omnino quæcuncq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cum ea quidem, quæ intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cum materiæ sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione præsent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentis notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumquæ in vnum coactam, & impartibilem, & fecundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientem quæ imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animæ notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohæreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præsentia huiusmodi esse intelligatur. Medium utiq; complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

† progre-  
diendi.

Epilogus.

### Communia eorum, quæ sunt, Mathematicæquæ Essentis. principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hisce  
duobus re-  
rum princi-  
piis, & Vni-  
causâ vide  
Platonem i  
Philebo.

PRincipia autem totius Mathematicæ Essentis considerantes, ad ipsa regredimur principia, quæ per ea omnia, quæ sunt permeant, & omnia à seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his namq; duobus primis post illam Vnius causam, quæ neq; explicari, neq; omnino comprehendi potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinitoq; participāt. quippe quæ propter quidē vnionē, & idēitatē, firmāq; ac stabilem

Quo intel-  
lectilia ge-  
nera his  
principiis  
participēt

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nāciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectilibus, occultisque principijs: verum etiā ex ijs, quæ ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibentur verò ab ea, quæ Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totiusque particulæ actu finitæ existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quæ aut verbis explicari, aut ratione comprehendere non posset (quibus sanè ea, quæ in Geometria tractantur, ab ijs, quæ in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimè possent, neque omnes eorum, quæ sunt rationes in seipsis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, & eam quæ ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quęcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principijs opus est. Postrema verò, quęque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifestè videntur. Infinito quidem quò ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verum quò eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quæ & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

Quo Mathematica gēa ex his orta sint principijs.

Arguit secundum hypotheticorum modo quòd Finis, & Infinitum Mathematicarum Essentiarum principia sint.

Item qui ante ipsum est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principijs fruuntur. Epilogus.

Quenam sint communia Mathematicarum Essentiarum  
Theoremata. Cap. III.

Quemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permiscantia contemplati sumus, eodē sanè



Diuina sci-  
entia.

Cómunēs  
Mathema-  
ticę confi-  
deratiões.

Socrates i  
8. de Rep.  
idē inferi-  
i cap. 8. &  
i com. 13.  
libri 2.

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintq; tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiuscemodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemq; Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisq; oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodq; horum naturam quādam habet cōmunem, suiq; simpliciore præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atq; dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemq; modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quæ potentijs illis subiunguntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaq; loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisq; Numeris obfirmauit, in quibus sanè mensurę quoq; vbertatis, huicq; contrarię sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-  
nis pro-  
batio.

Oportet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neq; postremò, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateq; & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisq; principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamq; referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus existētib; alternatim quoque proportionales erunt, demonstretq; hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alterna-

tim

tim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris: compositarumquē Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem: non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multæ communes suscipiunt rationes. & ad tantas usque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeò quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quæ sunt vnā, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quæ scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Theeteto Socrates iocosa ferijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quæ in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subiiciuntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatæ primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusque de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia hæc neque à naturali Scientiā, neque à Mathematica cognoscunt, sed à Diuina.

Diuina Scientia omnium Scientiarum capacissima, quam Aristoteli Dominā Scientiarum vocat in priorum post. tex. 23. Socrates in Theeteto.

Epilogus. Prima Philosophia, quā Plato Dialecticā vocat in primo de Rep.

### Quod sit instrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

Post hæc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ipsæ, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio Platonis in septimo de Rep. & alijs locis.

Cognitio  
nū ppor-  
tio secūdu  
Platonē.

Mathema-  
ticæ res co-  
gitationi  
subiectæ  
sūt, & Co-  
gitatio est  
instrumē-  
tū iudicās  
ipsas.

Socrates i  
seprimo d'  
Rep.

Idē supe-  
rius cap.  
primo.

apilogus:

buit . nam eorum, quæ sunt, alia quidem intellectuilia, alia verò sensilia  
ponens. rursus autem intellectuiliū alia iterum intellectuilia, alia cogi-  
tationi subiecta . & sensiliū alia quidem sensilia, alia verò coniectu-  
ralia, intellectuilibus quidem (quæ sanè prima sunt quatuor generum)  
cognitionem assignat intelligentiam : ipsæ autem, quæ cogitationi subie-  
cta sunt, cogitationem : sensilibus verò, fidem : cōiecturalibus autem,  
coniectandi vim . & eandem rationē coniectandi vim ad sensum ha-  
bere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam . vis enim con-  
iectandi sensiliū spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus  
perspicuè imaginem referentibus inspicuntur . quippe quæ postremā  
quodāmodo in aquis sortita sunt sedem , & simulacrorum verè facta  
sunt simulacra . similiter cogitatio intellectuiliū imagines inspicit ,  
quæ à primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinē,  
diuisionem quæ sunt delapsæ . Quapropter huiusce quidem cognitio ab  
alijs antiquioribus dependet suppositionibus : intelligentia verò ad  
ipsum non suppositum principium peruenit . Si igitur Mathematicæ  
res neque impartibilem, ab omni quæ diuisione , ac varietate separatam  
substantiam sortitæ sunt, neque eam, quæ sensu deprehenditur, & mul-  
tis mutationibus obnoxiam, & quacumque ratione diuisibilem, cuiuslibet  
manifestum est, quòd iuxta suam essentiam cogitationi quidē subie-  
ctæ sunt : cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum  
ipsis præest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis .  
Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harū cognitionem pri-  
ma scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinio-  
ne positus est . nam id quidem ultra intelligentiam obtinent, ut quod  
euolutum est, & progrediendi vim habet contēplentur : ea verò, quæ  
in ipsis reperitur rationum stabilitate, quæ etiam confutari non potest,  
opinionem superant . & quòd quidem ex suppositione ortum trahāt,  
id sortitæ sunt, iuxta primæ scientiæ diminutionē : quòd verò in ipsis for-  
mis constitutæ sint, quæ sine materia existūt, iuxta perfectiorem sensi-  
lium cognitionem . Instrumentum itaque aptum ad iudicandum cun-  
ctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Plato-  
nis, statuimus . quippe quæ opinione quidem seipsam superiorem sta-  
tuit, ab intelligentia verò superatur .

Quænam sit Mathematicorum generum , ac formarum  
essentia, & quomodo subsistat . Cap. VI.

Quæstio. SEquitur autem , ut consideremus quænam dicenda sit Mathema-  
ticarum

ticarum formarum, generumque essentia, & vtrum à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem ( vt dici solet ) siue per collectionem particularium in communem vnam rationem : an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremò in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis : hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est impossibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educuntur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ijs autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit : vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas : vbi semper stabiles Laterū rationes : vbi Angulorum rectitudines : non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmista sunt, nullumque in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nam modo igitur immobilibus rationibus ex ijs, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmamque attribuemus essentiā : quidquid enim ab ijs, quæ mouentur ortum ducit essentijs, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adiciemus : quicquid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verum si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quedam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta : si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamque gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris : quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est meretur : quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, quæ est Aristotelis.  
 Secunda opinio, quæ est Platonis.  
 Prima opinionis confutatio.  
 Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Conclusio argumenti.  
 Alia quaestio.  
 Prima opinio, quæ est Platonis.  
 Secunda opinio, quæ est Aristotelis.  
 eiusque confutatio.  
 Primum argumentum.

Cōclusio  
primi ar-  
gumentū.

Secūdum  
argumen-  
tū.

Cōclusio  
secūdi ar-  
gumentū.

Tertiū ar-  
gumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neq; à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius vtrique animæ partus, ac foetus, permanentes, æternasquæ patefaciunt formas. Secundò, si inferius, & a sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstraciones, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusquæ formis? causas enim vbique demonstrationibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationē dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quòd demonstracionis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi subiiciuntur essentia, potius quàm sensiliū essentia cognatior demonstracionibus, magisquæ affinis ostendatur? nam neque si quis (vt dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis æquales habere Angulos, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodāmodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstraui, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstracionem, quàm particulare. itemquæ demonstraciones ex magis vniuersalibus cōstant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstraciones, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntquæ causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, vt quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraquæ sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplantur, quæ à cogitatione comprehenduntur, quæquæ perfectiora sunt ijs, quæ à sensu, opinionequæ cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæquæ magis esse dicuntur, manifestioraquæ à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animā imbecilliolem, inferioremquæ materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipue sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitationē factæ sunt. Quonā pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisquæ essentiæ primò est particeps, & hinc cognitione,

gnitione, totâque vita repletur, obscuriores recipit formas ñs, quæ ab ultima eorû, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima recipiuntur sede? Verû enimvero huic quidẽ occurrere opinioni, quæ sepe à plerisq; exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd si neq; per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, neque per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est utiq; animam aut à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibilẽque naturam fuerint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quomodo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, ac mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus formarum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à mente hæc producere, ipsamque formarum plenitudinem esse, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque vacua ipsa anima, imò semper scripta, seseque suapte natura describens, cum à mente quoq; describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iuxta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoque illius, & adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoscit, anima quoq; cuncta animando, & si illa per exempla, & anima per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis constituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum principia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa existentes ciet intelligenter. Cunctę igitur res Mathematicę primũ in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur: & ante apparentes Figuras, Figure + animales: & ante ea, quæ cõcinata sunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mouentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vbertas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, & à proprio producitur principio, & vita seipsum explet, ab opificeque sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promit ra-

Cõclusio  
trimẽbris  
ex iis, quæ  
dicta sũt.

Primum  
mẽbrum.  
Scũdum.  
Tertium.  
primi mẽ  
bri cõfu-  
ratio.  
Primum  
Secundũ.  
Tertium  
argumẽ.  
Secundi  
mẽbri cõ  
furatio  
Primũ ar.  
Secũdum.  
Tertii mẽ  
bri cõfir-  
matio.  
Cõclusio.

Digressio  
cõtra Ari.

Cognitio  
animę dif-  
fert à co-  
gnitione  
mentis.

Plato i Ti-  
mõo ani-  
mã ex om-  
ni Mathe-  
maticis  
formis cõ-  
stituit.

+ vitales

B rationes,

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque for-  
 mis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum  
 multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimensione sunt ideæ  
 corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia ap-  
 parentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum  
 exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius or-  
 tum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūque  
 causas in ipsa collocavit. nam omnium quidem Numerorum linea-  
 rium, & planorum, & solidorum septem termini principia compre-  
 henderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū es-  
 sentiam in ipsa præextiterunt. Figurarum autem principia, secun-  
 dum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus,  
 qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit.  
 omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusque circularis  
 principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū  
 rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes pro-  
 mouens, prouoluensque cogitatio, omnem Mathematicarum scienti-  
 arum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem  
 semper, aliaque post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes ex-  
 plicans: cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infi-  
 nitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitque  
 Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, &  
 quousq; suis actionibus se extendant. Cap. VII.

VERUM post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnā ip-  
 sarum scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus,  
 & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quo-  
 usq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicæ  
 scientiæ cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. nec  
 fanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm,  
 & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuius-  
 modi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hæc siquidē cogni-  
 tiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas corū, quæ  
 ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus à re-  
 cordatione quidem sumit initium, in intimas verò definit rationes, &  
 excitatur quidē à posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū  
 essentiam. nec immobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec mo-  
 tu locali

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non vix potest ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, vt sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasquē cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cū enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quò ad comprehēssionem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamquē partibiles sortita sint ordinem, iurē sanē (vt arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum scientiæ duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemquē cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secundā, à principijsquē multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quę rerū sensiliū absolutio- nes sunt, naturęquē iungitur, & multa vnā cū naturali scientia demonstrat. quemadmodū porro ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumquē rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit considerationē, aliasquē multas scientias, quę sensilibus implexę sunt, per eaq; operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quę in progresibus feruntur cognitiones, suaq; genera, & formas perficit, illisq; assimilat essētijs: necnō de Dñs ipsis veritatē, & de ijs, quę sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Vires quib; præcedit scientia Mathematica

Duplices Mathematicæ sci vires.

Principia Mathematicæ sciæ tū vnū & Multitudinem, tū Finem, & Infinitum.

Progressus scientiæ Mathematicæ, atq; regressus.

Extremæ cōsiderationes Mathematicæ scientiæ.

Epilogus.

### De vtilitate Mathematicæ scientiæ Cap. VIII.

Postea verò scientiæ huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuers-

Qua d' causa Timæus Mathematicam cognitionē erudiendi viam appellat.



† Circum  
actionē.  
Quid di-  
cat Socra-  
tes vide i  
septimo d  
Repu.

Despecu  
Platonis  
vide Pro-  
clū in se-  
ptimo de  
Rep.

Socrates  
in Phæd.

† Prælu-  
dium.

Plotinus.

Dialecti-  
cas. i. Me-  
taphysi-  
cas.  
Utilitas,  
quā affert  
Mathe-  
matica ad  
Philoso-  
phiam.  
Ad Theo-  
logiam.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad vir-  
tutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfe-  
ctam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque  
oculum ad eam, quæ hinc fit + euectionem præparat. Ideo & in Re-  
publica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs  
excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recreari,  
excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem,  
& à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id,  
quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, &  
vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque  
retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam.  
nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque,  
ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectibus, per-  
fecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper  
diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem  
seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tra-  
dit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum  
nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem eue-  
ctionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitatio-  
nibus medijs formis pulchritudinum vrenti. Musico verò, qui tertiam  
sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibi-  
les harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri qui-  
dem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei  
autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelli-  
gentis cognitionis + reminiscencia est, & ad id, quod verè est, verita-  
temque ipsam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectio-  
nem proprii principii opus est. naturalis enim virtus, & ocu-  
lum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso,  
& eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi,  
inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, vt cum natura assuescat  
incorporea, cumque his tanquam figuris vrentem, ad Dialecticas ra-  
tiones, prorsusque ad omnium eorum, quæ sunt considerationem du-  
cere oportet. Ceterum quod ad Philosophiam Mathematica præcipuam  
affert vtilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis  
quoque mentionem faciamus, & quod Theologiæ quidem intelligen-  
tes apprehensiones præparat. quęcumque enim imperfectis scrutatu dif-  
ficilia, ardua que ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Ma-  
thematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagi-  
nes ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum si-  
gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ipsis, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinusque sermo, & Philolai in Bacchis, totusque modus enarrationis Pythagore de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maximè confert, quippe quum rationum ordinem, quo Vniuersum fabricatum est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mundo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicem oppugnant, & conuenientia, consentientiaque ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaque elementa conmensurabilitate vndeque, & equalitate comprehensa ostēderit, per quæ totum quoque celum confectum est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, itemque proprios vnicuique eorum, quæ sunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq; ostendens, de omnium natura contemplationem Mathematicis nominibus patefacit, elementorumque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores fecundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & concinnos vitæ ministros, inconcinnitatēque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indissolubilis persecrantia, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusque deditæ sunt. quod enim ad totam Mathematicā disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiā tradere, & nō ad vnā quādam, vtpote Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est. per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mundo sunt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. Ad Politicam.

Musæi s. de Repub.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. de quo dicendum in comētariis nostris.

Ad mo-  
ralem.

Atheniē-  
sis hospes  
in 2. de  
legibus.

Socrates  
in Gorg.

Socrates  
in nono de  
Rep.

Ad cere-  
bras iōias,  
& artes  
utilitas  
Mathema-  
ticae iōia.

Socrates  
in Phileb.

Epilog<sup>o</sup>.

tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus moralem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus sanè Atheniensis etiā hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutum insuper rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demū excessus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ornatique efficiamur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinate, intemperatęque vitę accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā æqualitatem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verūtamen quanta cæteris quoque scientijs, atque artibus à Mathematica scientia prodeat utilitas didicerimus utique considerantes quòd contemplantibus quidem, ut Rhetoricę, atque huiusmodi omnibus, quęcunque in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atque vltimis ad eius similitudinem compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum proposuit, quippe quę mensuras etiam in ipsa existentes præposuit. Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobilesque formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicę scientię sermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varietas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur totius Mathematicę scientię ad Philosophiam ipsam, cæterasque scientias, & artes, per hæc, quę iam dicta sunt cognita erit audientibus.

### Quorundam obiectio contra Mathematicę utilitatem, ipsiusque solutio. Cap. VIII.

Prima o-  
pinio.

Secunda  
opinio.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues sunt propter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientię dignitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque auferentes tanquam quę de ijs verba non faciat. Alij verò, utiliores sensilium experientias affirmantes ijs, quę in ipsa vniuersę spectan-

spectantur, verbi gratia Geodasiam, hoc est terræ distributricem; Geometria: & vulgarem Arithmetica, Arithmetica, quæ in Theorematis est posita: nauticamque Astrologiam, ea, quæ vniuersè docet. non enim ditescimus, dicunt ipsi, diuitias cognoscendo, sed illis vtendo, neque felices sumus felicitatem cognoscendo, sed felicitate viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas scientias, quæ in cognitione, sed eas, quæ in exercitatione versantur, prodesse fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ipsi, qui in contemplatione sola versati sunt, ad vsus humanos omni ex parte sunt præstantiores. Aduersus itaque eos, qui hæc dicunt, responsum daturi sumus, Mathematicarum disciplinarum pulchritudinem quidem ab ipsis ostendentes, à quibus Aristoteles quoque nobis persuadere conatus est. tria enim hæc potissimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. si quidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indeterminatione iam in composito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinateque se se mouente, & rationi dissonante, & terminum illinc non suscipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipsa in contrariis quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque existit. Hæc autem in Mathematica scientia maximè inspicimus, ordinem quidem, in posteriorum semper, magisque variorum ex primis, atque simplicioribus ostensione, semper enim sequentia præcedentibus annexa sunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, consequentium primas Suppositiones: conuenientiam verò, in consonantia adinuicem eorum, quæ demonstrantur, ad mentemque omnium relatione, cōmunis siquidem mensura totius scientiæ mens est, à qua principia quoque accipit, & ad quam discentes conuertit: determinationem autem, in manētibus semper, immobilibusque rationibus, non enim interdum quæ sub ipsius cognitionē cadunt aliter se habent quæadmodum opinabilia, atque sensilia, sed eadem semper se se offerunt, intelligentibusque formis determinata sunt. Si itaque pulchritudinis parandæ vim habentia, hæc præcipuè sunt, Mathematicæ autem res per hæc exprimuntur, perspicuum quidem est, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque esse nō debet, mente quidem scientiam desuper illustrante, hac autem ad mentem properante, nosque à sensu ad illam transferre festinante? Eius autem

Fundamē-  
tū secundæ  
opinionis

Responso  
ad primā  
opinionē

Tria sunt,  
quæ pulchri-  
tudine effi-  
ciunt ex  
sententia  
Arist. 13.  
metaphi-  
1 cap. 3.

Quo tria  
hæc in Ma-  
themati-  
cis sunt.

Conclusio.

Responso  
ad secundā  
opinionē.

tem

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neque necessitati studentes iudicare equum ducemus. sic enim ipsam quoque contemplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcque minimè respicere, nec cognoscere appetit. Quod sane Socrates etiam in Theætero de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsaque contemplationem propter se expectandam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim nos deducit, animæque oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersamque sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoque est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quod nullum cum sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, voluntque omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicumque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimè degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunque cum materia operantur huiuscemodi vsum cōsiderant) sed contrā eius immaterialitatem, ipsique soli quid boni esse admirandum. cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt, & non imerito. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuique coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quæ animam ab ortu seiungunt, idque, quod est, in memoriam redigunt.† Iurè igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensuique cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaque animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

Socrates  
in Theæ-  
teto.  
Vide etiā  
finē Me-  
nonis.  
Mathema-  
tica scien-  
tia pp se  
experien-  
da est.

Idē i supe-  
riori capi-  
te.

Mathema-  
tica scien-  
tia ppter  
vitā cōre-  
planē est  
expetēda.  
Fūdamē-  
tū sūptū  
ab anti-  
Arist.

Cōclusio.

Idem ait  
Arist. in  
prio Me-  
taph. cap.  
primo.

† Sic

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint.

Epilogus.

Alia quorundam Platoniorum contra Mathematicarum  
utilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap.

X.

Forſan autem nonnulli ex noſtra familia inſurgētes, Platonemque rationum teſtem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum diſciplinarum rudiores provocare conabuntur. Etenim dicent ipſum omnino Philoſophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem a choro ſciētiarum excludere, ipſamque tanquam principia ſua ignorātem redarguere, & cui principium quidem ſit, quod ne nouit quidem: ſinis autem, & media, ex ipſis, quæ non nouit. His addent etiam quotcunq; alia ibi a Socrate opprobria contra hanc contēplationem obiecta fuisse. Aduerſus igitur amicos viros nos verba facientes, ipſis in memoriam redigemus, quod ipſe etiam Plato animę purgatricem, ſurſumque ductricem Mathematicam eſſe perſpicue aſſeuerat, quippe quę caliginē auferat ab intelligenti cogitationis lumine, quod potius conſeruandum eſt, quā infirmi corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęque non ſolum Mercurialium, ſed Minerualium quoque munerum eſt particeps: & quod ipſam ubique ſcientiam vocat, quodque exercitiis maximę felicitatis cauſam. Verū quid ſibi velit verbis, quibus in libris de Republica ſcientiæ cognomen ab ipſa abſtulit, breuiter dicam. ad doctos enim præſens erit mihi ſermo. Scientiā Plato plerique quidē in locis, omnē (vt ita dicam) vniuerſalium appellat cognitionem, ipſam ſenſui ſingularia cognofcenti in diuiſione opponens, ſeu talis cognofcendi modus arte, ſeu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) ſenſu in Ciuili, æque in Sophiſta ſcientiæ vti nomine videtur, ipſam quoque præclaram Sophiſticam ſcientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam eſſe dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ ſunt, non autem veræ ſcientiæ. Hanc autem rurſus vniuerſalium cognitionē diuidens in eam, quæ cauſas, & eam, quæ ſine cauſa cognofcit, alteram quidem ſcientiam exiſtimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & ſic artibus quidem alicui

Argumētū ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Reſpōſio ad Platonicos.

Homerus in Odif.

Explicat Platonis ſententiā.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophiſta. Socrates in Gorgia.

Platonis diuiſio.

bi scientiæ nomen attribuit : experientijs autem nequaquam . res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem , quonam pacto scientia esset ? & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, scientia quædam est. Rursus itaque hanc quoque scientiam, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, scientiam appellat . Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertem esse vult; alteram verò ex suppositione scaturire . & illam quidem, quæ suppositionis est expertis, vniuersorum cognoscendorum vim habere : ad bonum vsque, supremamque omnium causam scandere : finemque scandendi bonum illud sibi efficere : hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè à principio, sed ad finem tendere . & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere . vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quod Mathematicam à scientiarum numero Plato expellit, sed quod eam ab vnica scientia, quæ supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quod dicit ipsam sua ignorare principia, sed quod cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare . animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit : aliquando autē, à generibus, quæ intelligentiæ subiiciuntur motum ipsum recipere . quadrantque hæc inter se . ijs enim, quæ ab alio mouentur quædam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sanè modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta : est attamen scientia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subiiciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint,

Quæ

Quo differat ars à scientia, ostendit Aristoteles. sexto Moraliū cap. 3. & 4.

De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclū in 7. de Rep. † in principio, sed in fine esse.

De supra — stio Argumenti.

Circa hoc vide Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto  
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

**Q**Væ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conveniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē specie differentibus insunt, ut omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē prædicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, ut in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio: non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quod si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna, nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. + Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilincis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt convenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quādam prorsus proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, utputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figure. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, utpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, convincique minime possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteque præditus convenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, ut de his pertractantem: cum verò, qui de intellectilibus, stabiliisque essentia differit, rationes, quæ nec convinci, nec moveri quidem possunt. Confestim namque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, utpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moveantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in 1. de partib. animalium, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematicus iudicandus est. Primus terminus.

+ Illudque, cui id contingit, idē est in omnibus, Triangulum nempe, Triangulorumque ratio

Secundus terminus.

Arist. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timæo.

Metaph. 6.



Idē vide  
apud Ari-  
sto. secun-  
do Meta.  
tex. 16.

Tertius  
terminus.

Quo er-  
ret Mathe-  
matico d.  
mōstrādo.

Quartus  
terminus.

Triplices  
debēt esse  
Mathema-  
ticę demō-  
strationes

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiecto- rum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera ma- gis. ideo Arithmetica harmonica dicimus certiorē. Neque om- nino Mathematicam, cæterasque scientias iisdem vti demonstratio- nibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exiguam ipsis præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Ma- thematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demon- strant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrēt, vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circumferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū q̃ Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hæc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cum Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas qui- dem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspi- ciendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem at- tingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoq; Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaptat rationes. Verum de his quidem hætenus.

Quæ, & quot sint totius Mathematicę sciētię species iuxta  
Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio  
Mathema-  
ticarū Sci-  
entiarū ex  
mente Py-  
thagoræ.

Quotum,  
& Quātū  
principalia  
Mathema-  
tices Su-  
biecta.

DE partibus autem Mathematices posthęc determinandum, quæ, & quot numero sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciē- tiarum quoque magis particularium differentias per species conside- rare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius par- tem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere di- xerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut  
stare

stare, aut moueri. & Arithmericam quidem quod per se est Quorum contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quantum quatenus immobile est, & Sphericam quod per se mouetur. Cōsiderare præterea hasce scientias Quorum, & Quantum non magnitudinem absolutè, neque multitudinem, sed quod iuxta vtrunq; est definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit. Cũ autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quorum, quod in sensilibus ipsis est, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cōtemplatio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identitatemq; vnà cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad animam complendam rerum opifex suscepit, ex hisq; generibus ipsam constituit, quemadmodum Timæus nos docuit, dicendum quod iuxta quidem ipsius diuersitatem, rationumq; diuisionē, ac multitudinem consistens cogitatio, seseq; intelligens esse & vnum, & multa, Numeros profectò sibi proponit, producitq; horumq; cognitionem Arithmericam: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cōmunicationē, colligationemq; Musicam sibi cōparat, ideo etiā Arithmetica Musicam antiquitate præcellit, cū porrò anima quoq; ipsa ab opifice prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rursusq; iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens, Geometriam ex se se deprompsit, vnamq; essentialē Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphericā. mouetur namq; ipsa quoq; per Circulos, consistit autē semper eodem modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare. & præterea hinc quoq; Geometria Sphericam, vt motum status præcedit. Quoniam aut cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditam formarū conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hasce genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineq; infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omnium siquidem principia, pariterq; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipsa cogitatione collocauit: cū enim tota ad seipsam similitum partium sit, & vna, atq; indiuisibilis, rursusq; diuisibilis, formarumq; ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis essentialis ex ipsis intellectilibus est particeps. verum intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, rationesq; varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentiæ hasce constituere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitæ

Quo Quorum  
& Quantum à  
Mathematico  
consideretur.

Digressio.

Ex quibus Ani-  
mā cōstituat o-  
pifex ex Timæi  
sententia.

Quo cogitatio  
Mathematicas  
producat scias.

Anima prius ē  
diuisa, postea  
collecta ex mē-  
te Platonis in  
Timæo. & ideo  
Arithmetica p-  
æcedit Musicam.

Geometria præ-  
cedit Astrono-  
miā, quia motu  
prior est status

Cur dicant Py-  
thagorei Ma-  
thematicam cir-  
ca finitum ver-  
sari.

Cogitatiois in-  
telligentiæ iuxta  
suum Finē Ma-  
thematicas sciē-  
tias cōstituerūt

Infini-

Epilogus.

Infinitem . mentis siquidem imaginem afferunt , non autem vitæ .  
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia , & quatuor sciētiarum diuisio .

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex  
mente Gemîni. Cap. XIII.

Alia Mathema-  
ticarum Diui-  
sio, ex Gemini  
sententia .

Mathematicæ  
sciētiæ partes .  
Arithmetica .  
Geometria .  
Mechanica .  
Astrologia .  
Perspectiua .  
Geodesia .  
Canonica, siue  
Regularis .  
Supputatrix .

Excluditur Ars  
militaris à Ma-  
thematicis sciē-  
tiis, & aliæ .

Hippocrates  
in lib. de locis .

Quomodo Ma-  
thematicis Ars  
militaris utat̃ .

Geometriæ due  
sūt species, Pla-  
norū considera-  
tio, & Stereo-  
metria .

**R**Vrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathema-  
ticam censent, sicuti & Gemînus . & vnā quidem eius partem in  
intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt,  
hæcquē attingere . Intellectilia vtrique appellantes quascunque in-  
spectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans for-  
mis . Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè  
primas, præcipuasquē ponūt partes, Arithmetica, & Geometriam  
eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Me-  
chanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiā, Canonicam,  
atq; Supputatricem . Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad  
instruendas, coordinandasquē pertinet acies, quam Græci ( *τακτική* )  
vocant, vnā aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non  
censent, vt quidam alij voluere, sed vtrā eam volunt, modò quidem  
arte supputandi, vt in enumerandis legionibus : modò verò Geodæ-  
sia, vt in diuidendis, dimetiendisquē castrorum metationis campi spa-  
tius . Quemadmodum porro eo magis neque historiam scribendi, ne-  
que medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet sæ-  
penumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur  
Theorematibus . Rerum quidem gestarum scriptores, vel Clima-  
tum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel  
Ambitus, & Circuitus colligendo : Medici verò, quam plurimas res  
in arte sua huiuscemodi vñs dilucidando . nam vtilitatem, quæ in  
Medicinā ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit,  
ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisque  
dixere . Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis ope-  
ram accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus,  
nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem vo-  
lens, quæ numerosa est, paucissimā ostendere multitudinem, castra  
suosquē exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā  
Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli,  
vbi plurimā apparere cupit . Cum autem hæ sint totius Mathema-  
ticæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtem-  
plationem, & Solidorum dimensionem, quæ Stereometria vocatur .  
siquidem

siquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio, quoniam neque figura <sup>†</sup> ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparet, aut diuidat. Eidem Arithmetices distributio est in Numerorum linearium, & planorum, & solidorum contemplationem. species nanque Numeri per se se considerat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad tertiam vsq; accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque his ( Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ ) similes in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium acervos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passionēs, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus ( *passis* ) quasdam, & ( *quantas* ) appellans. & nullum quidem concedit esse minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi promensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque communis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorijs tanquam Lineis vritur, & Angulis, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earum apparentiarum, quæ aliter quàm sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atque alios situs, & distantias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquam Circulorum aspectionis: & in vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est vmbrearum designatrix appellatur, quæ ostendit quid fieri possit vt ea, quæ in imaginibus apparēt, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cōcinentiarum considerat rationes, Regularum sectiones reperiens, sensusque vbiq; vtens adminiculo, ac ( vt Plato inquit ) talis existens, vt menti

Pulchrum.  
† in his

Principale Geo-  
metriæ officium.

Tres Arithme-  
ticæ partes, li-  
nearium, & pla-  
norum, & soli-  
dorum Num-  
erorum conside-  
ratio.

Geodæsia, &  
Supputatrix eo-  
dem modo di-  
uidentur, quo  
Arithmetica, &  
Geometria.

Quæ Geodæsia  
& Supputatrix  
considerent.

Canonica intel-  
lige esse Musi-  
cam.

Tres totius Per-  
spectiue partes

Perspectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid  
consideret, de  
qua Plato in 7.  
de Repu.

Mechanicę par-  
tes.

Instrumento-  
rum effectrix.

Miraculorum  
effectrix, quę  
triplex est.

Timæus.

Aequilibrantiũ  
& centropon-  
derantiũ co-  
gnitio.

Sphęrarum ef-  
fectrix.

Astrologię cõ-  
siderationes, &  
partes.

Gnomonica.

Metheorosco-  
pica.

Dioptrica.  
Epilogus.

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porrò, quas hucusq; enume-  
rauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quędam  
existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materia-  
quę coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quę  
( *ὀργανωτική* ) vocatur, eorum inquam, quę gerendis sunt bellis ido-  
nea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-  
ra, mariquę obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quę  
( *θαυματοποιική* ) dicitur, quippe quę alia quidem spiritibus maximo  
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron  
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inequili-  
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus  
etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisque animatas conuolu-  
tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquili-  
brantium omnino, & eorum, quę centropōderantia vocantur cogni-  
tio: nec non ( *σφαίρωσία* ) hoc est Sphęrarum effectrix ad celestium  
circinuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiā fabricatus  
est: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aut  
Astrologia est, quę de mundanis edisseri. moribus, de corporum ce-  
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquę  
distantiis, ac de omnibus, quę huiusmodi sunt, multa quidem à  
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-  
municans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quę in horarũ di-  
mensione positu Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica,  
quę eleuationum differentias, siderumquę reperit distantias, necnon  
multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars  
est Dioptrica, quę sanè quinq; Solis, & Lune, cæterarumquę stellarũ  
distantias huiusmodi Dioptriciis dignoscit instrumentis. Talia de  
partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memoriæquę prodi-  
ta suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ scientiarum vertex sit, & quę  
sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIII.

Plato in 7. de  
Repub.

Vide Epinomi-  
dem, qui Plato  
ni ascribitur.

AT quę hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Pla-  
to Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fa-  
stigium in libris de Republica nuncupauit, & quę nam ipsarum  
coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-  
suit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione  
superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-  
nemq;

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sanè modo Dialectica quoque purissima Philosophiæ pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientiis varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definiientem, & demonstrantem: à quibus sanè adiuta, & perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, volunturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immerito igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiaque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendat: compositiones insuper, quæ ex principijs producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia conflunt, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, nō vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidē proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciori quodā modo in seipsam cōplectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentijs suis

Cōiunctio Mathematicarū, nō est proportio, vt voluit Eratosthenes.

Secunda Mathematicarū cōiunctio. Plato in Repub.

D. reducit

Tertia Ma-  
themati-  
carum cō-  
iunctio.

† pgressū.

Finis opti-  
mus, Mōsh.

† ipsum  
optimum.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliquè reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumquæ varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudinēquæ, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum<sup>†</sup> cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis<sup>†</sup> longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in  
Memnone

Socrates in  
Memnone.

**R**Vrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumquæ disciplinarum vnde nam diceremus scientiis his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellatio-  
nē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vrest, & dicitur) à Pythagoreis: cum perspexissēt quidē, q̃ omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscencia est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaquæ veluti quæ in opinione posita est cognitio, verū excitatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumquæ perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscenciæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscenciam esse facilimè cōprobabit. Vnde porro Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quàm animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quàm cogitans animæ pars: hæc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promit autem vnāquancq; cum impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fluctunt.

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipfos fit conuersio-  
 nis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est expers  
 cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus  
 obnoxium, eius, quæ nullis affectibus leditur actionis est impedimen-  
 tum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in  
 ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus:  
 & actu scientes esse: & essentialē cognitionem depromere. Dum  
 autem vincti, captiuique sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo  
 modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc  
 itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū  
 reminiscētia est. Mathematicaque (hoc est disciplinatiua scientia, vt  
 sic exponā) propter hanc ea cognitio potissimū nuncupatur, quæ  
 nobis ad earū rationū reminiscētiā maximè confert. Et opus igitur,  
 atque officium huiusce scientiæ, quale porro sit à nomine fit manife-  
 stum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intel-  
 ligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū  
 essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab  
 ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate pro-  
 ueniunt: ad Dei planè similitudinem huius scientiæ præsidis, qui in-  
 telligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, &  
 animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & in-  
 quisitione ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, pu-  
 regque mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanè nos quo-  
 que præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplatio-  
 nem perscribemus.

Opus Ma-  
 themati-  
 ces à noie  
 fit mani-  
 festum.

Opus Ma-  
 themati-  
 ces, simile  
 est operi  
 Dei.

P R I M I   L I B R I   F I N I S .



# P R O C L I   D I A D O C H I

## I N   P R I M V M   E V C L I D I S

E L E M E N T O R V M.



L I B E R   S E C V N D V S.



Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &  
quænam sit ipsius materia.   Cap. I.

Epilogus  
eorû, quæ  
in prio li-  
bro dicta  
sunt.



**OMM VNIA** quidem, ad omnemque Ma-  
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-  
monibus perspeximus, & à Platone non dissen-  
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-  
sentem pertinent tractatum colligentes. Posthæc  
autem consequens est, ut de ipsa quoque Geome-  
tria, deque proposita Elementorum institutione

differamus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd  
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post  
Arithmeticam secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-  
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-  
gnosci potest, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus  
dictum fuit, nec lōgo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque  
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-  
teriam considerarem, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &  
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam  
cognoscentis, utilitasque ab ipsa proveniens, nec non illud, quod à  
discipulis comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-  
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-  
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,  
de quibus Geometria differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari  
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-  
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-  
ctuum inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem  
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus  
vnuquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non

Dubitatio  
bimēbris.

Primū mē-  
brum.

Primū ar-  
gumentū.

Secundum  
argumētū

pro-

profundam superficiem, vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq; basium figuras omnes, de quibus Geometria docet: Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cum sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniq; sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnā cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumq; sint progressa: Quod si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæq; puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoq; interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnā cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumq; secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipforumq; & figurarum accretiones, atque decrectiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectorum linearum contactus? Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam qd Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereq; à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūq; plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereq; tale, quod existētiā quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisq; dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterq; consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisq; gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoq; multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt censeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemq; subsistunt.

Tertiū argumentum

Secundum membrum

Primū argumentum.  
Secundum argumentū  
Tertiū argumentū.Quartum argumentū  
ab auctoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiā Arist. 2. phisico. & 3. de aīa  
Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices  
vniuersa-  
les formæ  
sunt.

Duplex  
materia  
ex sentē-  
tia Arist.  
i 7. meta.  
35. & 39.  
Duplex  
vniuersa-  
le, quod in  
multis est

Arist. 3. de  
aia, tex.  
20.

Plato in  
Timæo.  
Phantasia  
media est  
inter sen-  
sū & mē-  
tem.

subsistunt. Triplicibus autem ( vt vnico verbo absoluam ) vniuer-  
salibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quæquæ  
in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam ma-  
teriam considerabimus. Ipsiusquæ participantia duplicia ponentes,  
vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia ( materia si-  
quidem duplex est : vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt :  
altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco  
& Aristoteles ait ) id vniuersale, quod in multis est distributum, du-  
plex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia  
participent : alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasie  
multitudinibus subsistat. Phantasia nanq; propter motum forma-  
tem, atque eò quod cum corpore, & in corpore subsistit : partibiles  
semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea  
cognoscitur, talē sortitū est existentia. Vnde sanè & mentē passibilē  
eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā mo-  
do non impassibilis est, nec materiæ expert? Sin autem cum passio-  
ne agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassi-  
bilitas quidem menti, intelligentiquæ naturæ competit : passibile ve-  
rò, ab illa longè abest essentia. Sed ( ni fallor ) ipsius inter maximè  
primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens,  
simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similes, & pas-  
sibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam  
primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumquæ expertes sunt :  
intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis,  
quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omniquæ impressione, ac  
passione aliunde adueniente immunes. Vltimæ verò, per instrumen-  
ta sese exercent, & passiones potius sunt, cognitiones extrinsecus ad-  
mittentes, vnaquæ cum subiectis sese commouentes. Tales enim (in-  
quit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phan-  
tasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem  
à sese, promittquæ id, quod sub cognitionem cadit : eò autem q; extra  
corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & inter-  
uallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et  
ideo quicquid nouerit, impressio quædam est, & forma intelligentiæ.  
Circulum q; vnā cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidē ma-  
teria immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam ha-  
bentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemad-  
modum neq; in sensilibus. Simul nanq; apparet distantia, maius q;  
& minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur  
insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquenq; etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibiinuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus vero, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa consedit natura. Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnus in ipsis existens formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cælo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt namque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & e contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, experta magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantum, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cum de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponens, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est circularis, & triangularis ratio.

Geometria vniuersale illud considerat, quod in imaginabilibus distributum est.

rò, qui in Geometria est circulus) verum vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium verò demonstrationes facere. Cum enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à sensilibus separationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decurrit, cum cogitatio ipsa ad exteriora inspicat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus utatur, à seseque ad exteriora moueatur. Quod si vnquam cum interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atque vniuniformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentielles, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porro Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eum transitum, qui à phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibili que mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est. Per quam cuncta sine interuallo cernet, & sine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo sunt multiangula, omniaque in omnibus, & vnumquodque seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcirco igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper vtimur, huiuscemodique ex hac distantis. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenita, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verum quæcunque etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio est: à quo autem pro-

Idè vide  
superius i  
lib. I. c. I.

Optimus  
finis Geo-  
metrici  
studij, &  
doni Mer-  
curialis  
opus.  
De Caly-  
psone vi-  
de Plutar.  
in opusc.  
de vitanda  
yſura.

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quâplurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subijciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphy --  
rius in Mi-  
scellaneis.

Pla. in Ti-  
meo, & in  
7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.

Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumque Positionum, ac Motuum cognitrix. Ab imparibili quidē Signo progrediēs, ad Solida autem usque descendens, multiformesque ipsorum differentias inueniens. Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad horum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præuia sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vrs vtens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definiētibuscque orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Ut & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demōstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidentibus, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque .n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque passionibus sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Tria i vna  
quaq; scia  
requirunt  
subiectum  
Accidens,  
& Principium.

E qui-

quidem cōmunia sunt omnibus ( licet singulæ propriè ipsis in subie-  
cta sibi vtantur materia ) genus verò , & per se accidens diuersum .  
Geometrie igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Cir-  
culi, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ  
autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates,  
Applicationes, Excessus, Defectus, huiusmodi omnia . Petitiones  
verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat : illud, à quocunq;  
signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere . Et illud, si ab  
æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse: Quæ-  
que his cōsequentia sunt. Vnde etiā non omne Problema, nec Quæ-  
situm omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt  
principijs . Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit : conuincetur  
vtique vt Geometra . Quæcunque autem non ex his, haud Geome-  
trica quidem, verū à Geometrica contemplatione sunt aliena . Et  
hæc duplicia sunt, Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum il-  
lud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum  
dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autē  
à Geometriæ principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs,  
sed peruersè, vt si quis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geo-  
metria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus digno-  
scere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à  
principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redar-  
guere possumus prout errant, hanc habēt promissionem. Alia nanq;  
Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim  
de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimum distant? Certior  
nanq; alia, quam alia est scientia ( vt ait Aristoteles ) quæ quidem à  
simplicioribus emanat suppositionibus, quam ea, quæ magis varijs  
vtitur principijs : quæque dicit propter quid, quam ea, quæ tantum  
rem ita se habere cognoscit; & quæ circa intellectilia versatur, quam  
ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hæc certitudinis definitiones, Arith-  
metica quidem, Geometria certior est : eius siquidem principia sim-  
plicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidē, positionis est expers: Pun-  
ctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positionē  
susceperit, Geometriæ principium est : Vnitas verò, Arithmetica.  
Geometria autē certior, quam Spherica : & Arithmetica, quam Mu-  
sica. Hæc nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorema-  
tum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quam Mechanica, Per-  
spectiua, ac Specularia : quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt .  
Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum prin-  
cipijs

Geome-  
trie subie-  
cta.

Geome-  
trie acci-  
dentia.

Geome-  
trie prin-  
cipia.

Quæ sint  
quæta Geo-  
metrica.

Quæ sint  
quæta nō  
Geometri-  
ca.

Duplex ē  
quæta nō  
Geometri-  
cum.

Geome-  
tria nobis  
exhibet in-  
strumenta  
iudicandi

Aristo. 1.  
post. 1. 42.

Arithmeti-  
ca certior  
est q̄ Geo-  
metria.

Geome-  
tria cer-  
tior quam  
spherica;  
& Arith-  
metica, q̄  
Musica.

Geome-  
tria cer-  
tior quam  
Mechani-  
ca, Perspe-  
ctiua, &  
Specularia

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem  
 inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conue-  
 niunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theore-  
 matum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria.  
 Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit  
 Arithmeticæ: Geometriæ verò minime. Sunt enim in ipsa rationes  
 etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum  
 gnomones secundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in  
 Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriæ verò pe-  
 culiaria sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam  
 habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in conti-  
 nuis reperitur. Quæ circa eas proportioncs, quæ exprimi nō possunt:  
 vbi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non  
 potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus  
 habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in  
 extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus au-  
 tem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria  
 transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica  
 in Geometriam: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à to-  
 ta Mathematica sciētia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem,  
 & rationū conuersiones, et cōpositiones, ac diuisiones, hoc modo am-  
 babus cōmunia sunt. Quæ verò cōmensurabilia sunt, Arithmetica  
 quidem primū in spicit: postea verò Geometria, illam imitans.  
 Vnde etiam huiuscemodi cōmensurabilia, hæc esse determinat, quæ-  
 cuncq; rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum:  
 vtpotè quòd commensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi  
 nanque numerus, ibidem etiam cōmensurabile: & vbi cōmensura-  
 bile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria  
 quidem primū in spicit: iuxta proportionem autem ab ipsa acci-  
 piens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab  
 effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trā-  
 simus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia in spi-  
 cimus, veluti cū omne multiangulum à nobis in triangula resolui-  
 tur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cū qua-  
 drangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in nu-  
 meris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius du-  
 plū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri,  
 ille, qui fit à septenario duplus est, vno deficiente. At hæc quidem  
 in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithme-  
 tices, &  
 Geome-  
 triæ prin-  
 cipia diffe-  
 runt inui-  
 cem, & cō-  
 municant.

Quæ sint  
 cōia Arith-  
 metice, &  
 Geome-  
 triæ theo-  
 remata, &  
 quæ vtriq;  
 propria.

Cōmuniū  
 theoremata  
 distan-  
 tia.



scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs : propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam : hæc verò, ad aliam afferre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas.

Cap. III.

**A**Ltius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspiciemus. Intelligemus sanè per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi : & cunctis suas accōmodare animaduersiones : & omnium formas in se continere : & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verè sunt circūspicere : & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ sint : quæ verò primis essentijs : quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes : & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit : ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionis : necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. E quibus sanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialēque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectilium generum : exemplaria verò sensiliū : suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentiam. Per hæcque veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricè verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerum publicarum tradit ornatus : & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendique vi : materiā verò attingens, multas à se se pro-

mit scientias : vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim instrumenta, ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit. Et montium circuitus, locorumque situs cognitos fecit. Mensuras demum edocuit : alias quidem earum, quę in terra : alias verò earum, quę sunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinasque construxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certā ciuitatibus reddidit. Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia. Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur, cū nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat. Cū .n. omnes vnā Syracusij nauē illā protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit. Stupefactus autē ille, ab hac ( inquit ) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse, cū corona, quam fabricatus est non soluta, singulorum cōmistarum materiarum pondus comperisset. Hęc quidem Antiquorū plurimi memorię prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes : & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometrię omnino cognitionem, vtilitatemque ostendentes.

Hierō Syracusius.

Gelonis corona.

Quis sit Geometrię ortus, quęque fuerint ipsius inuectores Cap. III.

ORTus autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est. Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones. Nec nostris quidem temporibus primū, vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verū in alijs quoque conuolutionibus ( nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris ) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse. At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem considerata sunt, dicimus quòd à plerisque memorię proditum est, apud Aegyptios Geometriam primū inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit. Hęc siquidē illis necessaria fuit, propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium. Siquidem quod

Aristo. 1. de cœlo tex. 22. & 1. mereo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emensione apud Aegyptios primū.

in

Apud Phē-  
nicas nu-  
merorū i-  
cepit co-  
gnitio .  
Mathema-  
tici clari .  
Thales Mi-  
lesius pri-  
mus , ab  
Aegypto i  
Græciam  
Geome-  
triam trā-  
stulit .  
Ameristus  
Hippias  
Pythago-  
ras .

Anaxago-  
ras .  
Oenopi-  
des .

Hippocra-  
tes .  
Theodo-  
rus .  
Plato

Leoda-  
mas  
Architas  
Theæterus

Neoclides  
Leon .

Eudoxus .

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-  
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet  
transitus. Quemadmodum ergo apud Phēnicas propter mercaturas,  
atque cōmertia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sa-  
nē apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta  
est causam. Cum itaque Thales primū Aegyptum petiisset, hanc  
cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit,  
multorum autem principia sibi succedentibus enarravit. Alia quidē  
vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ame-  
ristus Stesichori Poetę frater, tanquam qui Geometrię studium teti-  
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Elęus mentio-  
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem  
Pythagoras eā Philosophiā, quę circa ipsam Geometriā versatur, in  
liberalis doctrinę figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans:  
immaterialiterque, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sa-  
nē eorum etiam, quę explicari in Geometria non possunt tractatio-  
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò  
secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quę ad Geometriam per-  
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora ali-  
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti  
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens  
Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusque  
Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus namque eorum, qui  
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cum  
his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Ma-  
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter  
ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse scse  
manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-  
quētia: & ubique excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque  
attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas  
Tarentinus, & Theæterus Atheniensis: à quibus theoremata aucta  
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-  
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quę  
superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa  
quocque construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter  
vsum eorum, quę in ipsis ostenduntur: & determinationem inuene-  
rit, quando scilicet quod quęritur problema possibile sit, & quando  
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,  
sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,  
quę

quæ vniuersalia appellantur locupletiore reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumperat initium, in huberiores diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis usus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusque frater Dinostratus perfectiorem adhuc totâ fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiâ in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregie, multa que particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicius præterea Atheniensis nsdem temporibus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegeto prius edita fuerant huberiora fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conscripsit. Philippus autem Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque in Mathematicis disciplinis incensus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicæ Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscribere, hucusque scientiæ huius perfectionem producant. Non multo autem his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thegeto reperta fuerant. Ea præterea, quæ a prioribus molliore brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autem iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esse ne aliqua ad Geometriam capeffendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viâ regiâ, quæ ad Geometriâ ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, antiquior verò Eratosthene, & Archimede (hi .n. vno, eodemque tempore vixerunt, vt tradit Eratosthenes) Secta aut Platonis, huicque philosophiæ familiaris est. Vnde sanè totius quoque Elemētorū institutionis finē statuit, earū, quæ Platonice appellantur figurarū cõstitutionē.

Amyclas  
Menæch-  
mus.  
Dinostra-  
tus.  
Theudius.

Cyzicius

Hermoti-  
mus.

Philippus  
Mendæus.

Euclides.

Primus  
Ptolem.  
Archime-  
des.

Eratosthe-  
nes.

Platonice  
figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina.

Cap. V.

Sunt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis  
opera

Perspecti-  
ua.  
Specula-  
ria,  
Musica.  
Liber de  
diuisioni-  
bus.  
Geometri-  
ca Elemē-  
ta.

na, admirandę diligentię, peritęquę cuiusdam considerationis plena. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad Musicam capeffendam conducunt Elementares institutiones. Item- quę de Diuisionibus liber. Pręcipue verò circa Geometricam Ele- mentorum institutionem eum quispiam admirabitur, propter ordi- nem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorema- tum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę po- terat dicere, sed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis syllogismorū modos, alios quidē à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamquę accommodatos. Pręter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: De- monstrantem autem, in his, quę à principijs ad quęsitā sunt pro- gressionibus: Resoluentem verò, in his, quę sunt à quęsitis ad principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species, tum earum, quę simpliciores, tum etiam earum, quę composicio- res sunt, in hac tractatione commodē est intueri. Et quę qui- dem tota totis conuerti possunt: quę verò, tota partibus, & con- trā: quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentio- num continuationem, dispositionem, atque ordinem pręcedentium, & sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumquę men- dacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imagina- mur tanq̃ quę veritati adherent, quęquę parientibus sciētiam princi- pijs sunt consequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principijs fluit errorem, rudioresquę decipiunt, horum quoque perspicacis pruden- tię Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediun- tur, ab omni quę deceptione permanere immunes. Atque hoc sa- nē volumen, per quod hanc infert nobis preparationē ( *παρασκευασ* ) hoc est Mendaciorū, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogita- tionem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio ve- rum comparauit, experientięquę ipsi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiquę vim habet. Ele- mentaris verò ipsius peritę Geometricarum rerum contemplationis institutio, inuincibilem, perfectamquę habet enarrationem.

Liber Men-  
daciōum,  
siue Falla-  
ciarum.

## Quod nam sit Geometrię Propositum.

## Cap. VI.

**Q**Uod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ sunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometriæ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque utilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscētem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā euidentibus videntur vtī principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p-  
positum.Primum  
Geometrię  
PropositūQuorūdā  
opinio.Secundum  
Geometrię  
PropositūArchime-  
des.Apollo-  
nius.Geome-  
trię totum  
Propositū

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen,

&amp; cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est

Elementorū institutor vocetur.

## Cap. VII.

**H**Oc ipsum autem (Stichioscos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,

Inscriptio

F

quā

Triplex  
Theore-  
ma.

Elementū  
quid.

Elementa  
re quid.

Theore-  
ma.

Quid sit  
Theorema  
quod neq;  
Elementū  
est, neque  
Elemēta-  
re.

Duplex E-  
lementum  
ex Menē-  
chmi sen-  
tentia.

Petitiones  
Theorema-  
tū Elemē-  
ta sunt.

Cur Eucli-  
dis Theore-  
mata Ele-  
menta vo-  
centur.

Difficile ē  
Elementa  
cōstruere.

quam habet rationem, ut sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-  
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Ele-  
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-  
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum  
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-  
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-  
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicis-  
sima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnis-  
quæ dictio, atque oratio ex his constituta est; ita sanè totius quoque  
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-  
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-  
torumquæ accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa  
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendūt,  
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen  
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contempla-  
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,  
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares  
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam  
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum quic-  
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-  
mentarium vim. Rursus autem Elementum (ut ait Menæch-  
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-  
firmatur Elementum est. ut Primum apud Euclidem Secundi,  
Quintiquæ, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterum  
alterius Elementa esse dicentur. Mutuò enim confirmantur.  
Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor  
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &  
è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptioniquæ huiusmodi  
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in  
quod cum sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem  
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verum ea, quæ  
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-  
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa  
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque  
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ  
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-  
do in Arithmeticis quoque, in Astronomicisque Elementares in-  
stitutiones multi conscripsere. Difficile autem hoc est, eligere  
quidem, commodequæ in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæquæ resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modum per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruantes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est, Cuncta verò propositum continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis comprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionem. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contemplationem maxime confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionem, ille, qui sit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à comunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ sit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæsitam migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel iisdem vris cognita fiunt, vt Scaleni, Acquirurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longe aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuersis  
modis mul-  
ti Elemen-  
ta tradide-  
runt.

Condones  
quæ requi-  
runtur ad  
optimam E-  
lementorū  
institutio-  
nem.

Euclidis  
Elemēta-  
ris institu-  
tio oēs iā  
dictas ha-  
bet condi-  
tiones. Et  
ideo om-  
nes aliorū  
institutio-  
nes excel-  
lit. Cur quæ-  
dā ab Eu-  
clide præ-  
termittantur

Apollonio-  
nius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo.

Cap. VIII.

Vniuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

F 2 nunc



Prima phi-  
losophia.

Nulla scia  
sua demō-  
strat prin-  
cipia.

Motus, vt  
suppositio  
principiū ē.

Euclides.

Quo diffe-  
rant inter  
se Pronun-  
tiatū, Peti-  
tio, & Sup-  
positio ex  
sententia  
Ari. 1. po-  
ste. tex. 25

nunc edocebimus. Quoniam hanc scientiam ( Geometriam inquā ) ex suppositione constare dicimus, ex definitisque principiis reliqua, quæ sequuntur demonstrare ( vna enim tantum absque suppositione est, reliquæ verò omnes ab illa sua assumunt principia ) necesse est utrique Geometricam Elementorum institutionem construendam seorsum quidem scientiæ tradere principia, seorsum verò, quæ ex principiis fluunt conclusiones: de quæ principiis nullam reddere rationem, quæ autem principia consequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque scientia sua demonstrat principia, neque de ipsis verba facit: verum circa ipsa per sese sibi facit fidem, magisque sunt ei euidencia, quam quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per sese, hæc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philosophus à definito rationes propagat principio, motum esse supponens. Ita Medicus, cæterarumque scientiarum, atque Artium vniuscuiusque peritus. Quod si quis principia, & quæ de principiis scatent, in idem permisceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quæ nullo pacto inuicem conueniunt. Principium siquidem, & quod ab ipso emanat, natura ab inuicem distincta sunt. Primum itaque ( vt dixi ) principia, ab eis, quæ principiis consequentia sunt, distinguenda erant. Quod sanè Euclides in vnoquoque ( vt ita dicam ) suorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem communia scientiæ huius exponit principia. Deinde ipsa quoque communia principia in Suppositiones, Petitiones, Pronuntiataque diuidit. Differunt namque hæc omnia inuicem, nec idem est Pronuntiatum, & Petitio, & Suppositio ( vt alicubi diuinus Aristoteles asserit ) sed cum quidem, & addiscenti cognitum, & per sese credibile fuerit quod in principii assumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum est: vt, quæ eidem equalia, ad inuicem quoque equalia esse. Cum verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per sese fidem faciat, verum tamen ponit, conceditque id assumentis, tale suppositio est. Nam quod Circulus sit eiusmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præsumimus: verum audiendo, absque demonstratione concedimus. Cum autem rursus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiscente concessum, assumitur tamen, tunc id ( inquit ) Petitionem appellamus: sicut, omnes rectos angulos equalis esse. Hoc autem hi manifestum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per se se concedi potest, pertractare studuerunt. Ac iuxta quidem Aristotelis doctrinam hoc modo distinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppositio.

fitio . Sæpenumero autem omnia quoque hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt . Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata : iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur . Rursus autem, quæ ex principijs scaturiunt , in Problemata , Theoremataque diuiduntur . Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia : Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia . Quæadmodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes : eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpserunt . Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt , quemadmodum Speusippi, Amphinomiique Sectatores, arbitrati scientijs contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quam Problematum . Præsertim cum de æternis verba faciant . Ortus enim in æternis non est . Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit : ortum, affectionemque eius, quod prius non erat enuntiando, vtruta Acquilateris Trianguli constitutionem , vel Quadranguli data recta linea descriptionem , vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem . Melius itaque ( inquiunt ) est, dicere quod omnia, huiusmodi sunt . Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes . Quapropter cuncta etiam Theorematicè , non autem Problematicè suscipi dicemus . Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant : Quemadmodum qui Menæchmum secuti sunt Mathematici . Munus autem Problematis esse duplex , aliquando quidem quæsitum comparare , aliquando verò cum determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus . Et rectè quidem utrique dicunt . Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt . Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata , cuiusmodi Mechanices . Sensilia nanque ea sunt, ortumque habentia , & cuiuscunque generis mutationem . Et qui Menæchmum secuti sunt, à veritate non dissentiant . Siquidem neque Theorematum inuentiones , absque in materiam accessu esse villo modo possunt : materiam inquam intellectilem . In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immeritò utique generationibus assimilari dicuntur . Cogitationis nanque nostre motum, rationumque in ipsa existentium productionem : Figurarum,

Stoicorū  
opinio.

Quæ à pri-  
cipiis ema-  
nāt in Pro-  
blemata,  
Theorema-  
taq; diui-  
duntur.

Speusippi,  
& Amphi-  
nomi opi-  
nio .

Eorū fun-  
damentum.

Menæch-  
mi opinio.

Munus p-  
blematis  
duplex se-  
cundū Me-  
næchmum

Duarū su-  
periorum  
opinionū  
cōciliatio.

Intelligi-  
bilis ma-  
teria.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- quæ mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometri- ca, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Pro- fus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta au- tem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematis egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsti Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnum- quodque eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumque opposi- tum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipe- re symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, ut puta Triangulum, vel Qua- drangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, ut puta Aequalitatem, vel Sectionem, vel Posi- tionem, vel aliquid aliud huiusmodi. Cum igitur ita quispiam pro- posuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Proble- ma dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusque super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, ut & non æquilaterum constituatur. Cum autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema eum proponere dicen- dum. Fieri enim non potest, ut non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa si quis Problematicè for- mans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geo- metriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamque ma- teriam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponen- dum est: Ut datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in par- tes æquales secare. nam fieri potest, ut in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispe- scere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrāgulum.

Aliorū o-  
pinio, in  
quo diffe-  
rat theore-  
ma à Pro-  
blemate.  
Materia  
Problematis,  
& theore-  
matis,  
quid.  
Prædicatū  
symptomatis  
quid.

descri-

describi. Atque omnia quaecunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinae fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quaerit quid sit symptoma, quod de ea, quæ in ipso est materia prædicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quaeritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quaeritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cōtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Acquiruris æquales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quaerentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere. Differe enim (dicebant ipsi) absolutè quidem, atque indefinitè quaerere sit ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineæ rectam Lineam ad Angulos rectos erigere, & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterum quòd quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifestum est. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quæ demonstrantur adiecit, interdum quidem [ quod ostendendum erat ] interdum verò [ quod faciendum erat ] vt hæc quidem particula [ quod faciendum erat ] Problematum, illa verò [ quod ostendendum erat ] Theorematum sit designatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia, nam vt ostendamus quòd id, quod iussu erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quæsi naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem, ipsisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quòd differat Theorema à Problemate iuxta Zenodoti opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonij sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata hêt, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum.

Cap. VIII.

Post hæc autem cum primi libri Propositum determinauerimus, diui-

Primi libri  
Propositū.

Maximè  
primæ, &  
principalis  
simæ Recti-  
lineorū Fi-  
guræ Triā-  
gulum, &  
Parallelo-  
grāmum.

Triangulū  
æquilaterū  
trium Ele-  
mentorum  
est proxi-  
ma causa.  
Quadrā-  
gulum ve-  
rò, vnius.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitio-  
nibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineo-  
rum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque  
ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior  
sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad  
intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens  
est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intel-  
lectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, &  
vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod  
autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero  
crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, princi-  
palissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquā,  
& Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elemento-  
rum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atque Scalenum,  
& quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, &  
Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitu-  
tæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadrā-  
guli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò  
ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium  
Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrāgu-  
lum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum  
toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elemento-  
rum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam,  
quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum re-  
ctè inuenit principia, accurateque colligauit.

### Primi libri Diuisio

### Cap. X.

Præ pars  
primi libri  
eiusque pro-  
positum.

Secūda, &  
eius propo-  
situm.  
Tertia, &  
eius propo-  
situm.

**D**iuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima qui-  
dem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta An-  
gulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit  
adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum namque  
vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat,  
interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inæqua-  
litatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit.  
Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Pa-  
rallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes de-  
scribens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Ter-  
tia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem  
ostēdit,

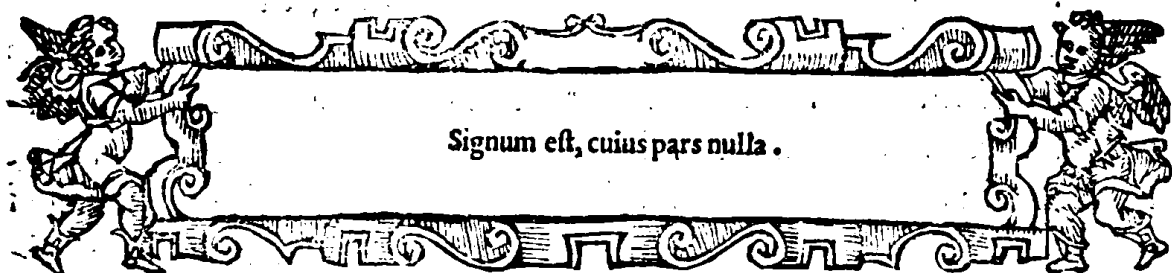
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparisonibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac deniq; de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis sit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

Incipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] ostendentibus quòd vtique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere finit, & contubernalem mortalibus explere vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit euectionem negligere.

Pythago-  
reorum  
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio  
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositionibus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie autem ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sæpenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cōment.  
primum.

Geome-  
tra pgre-  
ditur à cō-  
positiori-  
bus ad sim-  
pliciora.

G sim-

Qd vbi nā  
Termini  
Terminatis præcel-  
lāt, & vbi  
Termina-  
ta, Termi-  
nis.

In imma-  
terialibus  
rebus sim-  
pliciora præ-  
cellunt cō-  
positiori-  
bus.

Termini  
imateria-  
les præcel-  
lunt Ter-  
minatis i-  
materiali-  
bus.

Ratio.  
In mate-  
rialibus re-  
bus cōpo-  
sitoria sim-  
pliciorib.  
præcellūt.

Termina-  
ta mate-  
rialia præ-  
cellūt Ter-  
minis ma-  
terialibus.  
Ratio.

Cōfirma-  
tio eorum  
quæ dicta  
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum v-  
trunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspicatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorē, compositio-  
rum subsistentia. Proptereaquē & in Mente, & in Ornatibus tū me-  
dij, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis pri-  
marij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo,  
quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa  
subiecta sparguntur, vnionemquē habent ascititiam, compositio-  
res sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum  
materia, informata apparent, quæquē in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur ra-  
tiones: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur  
magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequa-  
que terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitquē ipsi adueniens.  
& Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsisten-  
tibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in  
ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū con-  
stituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti  
partes eorum, suntquē deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita  
sunt. Suamquē simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam  
suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem ho-  
rum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem,  
vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulquē distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaque simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existentibus, in materia alia quidem præcipue, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum sortitæ sint locum: & formarum aliarum quidem magis vniformes sunt, aliarum verò; magis multiplicantur: & aliarum quidem aggregatas suas habent potentias, aliarum verò in Interuallum tendentes: & aliarum quidem Fini vicinæ sunt, aliarum autem Infinitati. Et si enim hisce duobus principijs omnes participant, verū tamen alię quidem ab vno, aliarum verò ab altero ortæ sunt, eiusque magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latenter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusque omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinite naturæ magis est particeps. Quapropter eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaque omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundū Extremorum distantiā, aut ex eorum sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Si quidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cum ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cum autem Infinitatem latenter habeat, & vbi que ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vt tantum omnia existens. Vtque paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatem in principijs superiore tenent locū, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriorēs tamen cōpositionibus factę rationibus. Materia namque, harū clarius potest fieri particeps, ad hasque potius quam ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Quapropter se-

Nota hic  
Duplicem  
materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarū  
imateria-  
lium ordo

Respondet  
tacitæ o-  
biectioni.



paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quam Plani. huiusque magis, quam formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quam Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est

Digressio

Stoicorū  
opinio, ip-  
siusq; op-  
pugnatio.Cetra qd  
faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in 10.  
de Rep.Pythago-  
rei qua de  
causa Po-  
lum Rheę  
Sigillū ap-  
pellabāt.Cur cen-  
trū Iouis  
carcerem.Dii Polo-  
rum.

huiusmodi Terminos (Corporum inquā) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiusmodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarū Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseque constabiliunt. Axes autē ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicue non ostendunt. Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atq; incessabilis motus præbitrices? Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiae vim, & æternam, & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fursumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūsilire. Aliæ autem magis recondite, abstrusæque orationes Opificem quoque Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoque diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheę Sigillum appellandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitā largitur, inexplicabilē, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter, in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidē manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dī, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æternequæ euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cētra quidem Sphærarum omniū, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuerforum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasquæ ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphæræ autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilem, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodquæ isti, quatenus primarum, & maxime principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso sortiti sunt ordinem: Non enim eiusmodi Termini sunt Cētra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentquæ existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt inspicientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Significationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timæus quoque ex rectis, circularibusquæ Lineis Animam constituit. Quilibet namq; Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumquæ in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueq; iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasquæ à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodquæ partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē,

Dii Axii.

Propria opinio.

Quorūdā duplex opinio, prima Stoicorum, secundā Aristoteli. Quō isti Termini subsistant.

Timæus.

Quilibet circularū Linea tantum est. Pla. in Timæo, vide et à Arist. i tertio de Cælo.

hoc

Dupliciter  
vnitas cō  
sideratur.

Duplici-  
ter Signū  
cōsiderat.

Dubitatio  
Solutio.

Solum Si-  
gnū ī Geō  
metria par-  
titiū expers  
est, & solā  
vnitas in  
Arithme-  
tica.

Finis Di-  
gressiōis  
Cur Eucli-  
des à par-  
titiū nega-  
tione Si-  
gnū de-  
finiat,  
Parmeni-  
des.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam. & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causae excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est, existentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam absorbit impartibilitatem. Quamodum igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix, alia verò vt substrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita sane Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam. Nunquid ergo Signum solum impartibile sit: an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vt cuiusq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias: particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principiis contemplationem producenti, & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minime scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere: hancque intueri simplicitatem, quæ præest omnibus istis, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò iuxta Arithmetica. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in presenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia. & ipsorum resolutio adhuc vsque progreditur. At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum, hic verò, simplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam scientiam. Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus, neque imperfectam ipsam esse posuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est. hoc siquidem ipsi tantum deest, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum est. meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partitiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principiis conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit. Omne siquidem principium diuersa ab eis, quæ scænt à principio constat essentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

ciunt proprietatem . Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiusmodi doctrina perspicuum fit . Fortē autē quispiam dubitet : Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium experts Signum Geometra in ipsa inspicit ? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens . Ad quā sanē ambiguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantum est, neque impartibilis : Verum ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum . Nā si partibilis esset tantum, non utique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistantes obscurantibus . Si quidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus continetur Figuris : verum per secundas priores delentur . Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectante nō esset inferior, neque per Formas operaretur . Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + consatam, conspersamque promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium ; desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum . Quod si huiusmodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa . & iuxta illam, Signum præcipue essentiam habere dicendum . Lineæ nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est . Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter . Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint . Quod itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quam Magnitudines sint, & quod Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est . At cum dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quod utique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt . Numerum dico, Monadicum . Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtputa Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures : Figuraque carent, & aduentitia Forma . Signum autem in Phantasia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectualem materiam . Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omni que Interuallo, ac loco immunis . Ha-

Dubitatio

Solutio .

Fundamentum .  
Primum argumentum .

Secundum argumentum .

Conclusio .

†  
Cōuolutā promere &c.Phantasie duplex vis .  
Definitio Signi secundum Pythagoreos, & eius expositio .

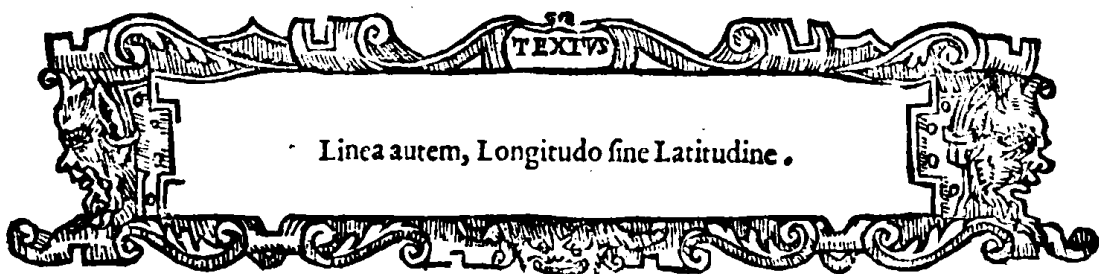
Vnitas, &amp; Numerus in opinione subsistunt .

Intellectus materialis .

bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasie gremijs apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio  
secunda.



Linea autem, Longitudo sine Latitudine.

Cóm. se-  
cundum.

**L**inea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adiiciens hoc verbum [ Sine Latitudine ] quandoquidem & Linea respectu Superficie, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principiū sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à ceteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cū ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partilibus existentiae est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partilibus essentiam præbentem. Ceterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionem correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

Alia Lineæ  
definitiones.

Digressio

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam. Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati asimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancquē seruire rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adque sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarj quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancquē Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarj verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum tāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportionem respondere positum fuit, Vnitas siquidem ibi primum, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaquē propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarj est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hæc vtrique Totalitatē imitatur, ordinemquē illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrecte, & vnico distat Interuallo: Binarjquē materiam. Superficies autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamquē formam, atque speciem suscepit, Triadica quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primum: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tripliciter distet, per Quaternariumquē Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnā cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hæc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secundam existentem, iuxtaquē primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immerito Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterum quòd & Signū

Arist. primo de cælo tex. 2.

Exemplum.

Signū duplex.

Oraculū.

Cur Pythagorei  
Lineā Dia-  
dicam ap-  
pellabāt.  
Parmeni-  
des.

† hoc nāq;  
Finis Dig-  
ressionis  
Notio Li-  
neæ iuxta  
Apollon-  
ium.

Pulcherri-  
mus Lineæ  
sensus.

post Vnitatem, & Linea post Binarium, Superficiesque post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primum negatione auferens, deinde Totum. Quod si Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasque ante Signum erit. siquidem verbum hoc [ non multa ] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [ non totum ] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apolloniū quoque sectatores dicentes, quod Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantum, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crassitiemque subiungimus: sed vnicam dūtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanē, cū etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cū autem Puteos, Solidum. omnes. n. distantias simul colligentes, tantum esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensum autem ipsius Lineæ habuerimus utique, si diuisiones locorū lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quæ super Terram est. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quæ vnā cū Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio  
tertia.



cōm. 3. OMne cōpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumque imagines in Mathematicis principijs palam se se offerunt. Cū .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeste videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quæ propter proprium progressum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamque intolerabilem audaciam sub Terminū, Finemque redigit, cū ab illa coerceatur: ita sanē Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cū .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in sensilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præstitit quidem partiū expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longē prima cum Interuallo seipsam consti-

Intolera-  
bilis Bina-  
rii audacia

Digressio

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequaque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cū .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineę occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hīc verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret utique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quę ipsis participant, iuxta causam precedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Pręterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum equilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quę tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraque parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Pręter hæc autem, illud quoque scitu dignum cū sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineę extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineę? siquidem neque infinitæ, neque cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quę in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus. n. quandam circumferentiā, quę à Signis terminatur, Lineęque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quęlibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figurę perficiendę vim habens. Ipsę ergo Lineę quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se coeunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperiēs utique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis  
Notādū

Prima propositio primi Elementorū.  
Vigesima secunda propositio eiusdem.

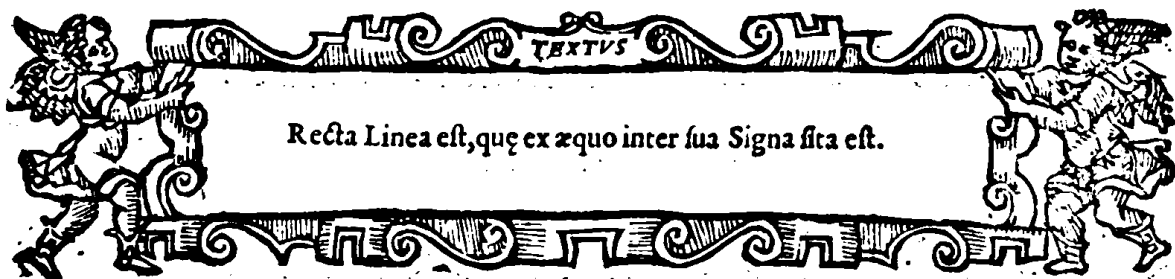
Duodecima propositio eiusdem.  
Tripliciter Linea à Geometra cōsideratur.  
Dubitatio

Solutio.



iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere,

Definitio  
quarta.



Recta Linea est, quæ ex æquo inter sua Signa sita est.

Cm. 4.  
Diuisio Li-  
nearum secun-  
dum Plat.  
& Arist.

Pla. in Par-  
menide.

Arist. 1. de  
coelot. 5.

Dubitatio  
Xenocra-  
tis.

Apollo-  
nius in li-  
bro de Co-  
chlea.

PLATO quidem Linearum duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam utique, & Circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunque per Solidorum sectiones producuntur curvarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, afferre imaginem. hoc nanque nullam habet partem, quemadmodum ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autem post Vnum, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitum, & Mistum, per hæc Linearum, & Angulorum, & Figurarum species in rerum natura producuntur. & Fini quidem Circumferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionem respondent: Infinitati verò, Rectum iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cõpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autem, quod in his omnibus est, Mistum illic existenti. Lineæ nanque mixtæ sunt, ut circunuolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apices: Solidæ verò, ut Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species, vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mixta. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantummodo simplices Lineas, verum quandam quoque tertiam dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrum describitur, quando, dum recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiem, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc est implexa, circunuolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundum partium similitudinem adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quæ quidem passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cõpetit. Plang namque Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnō eius, quæ circa Conum, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola aut

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Linee tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidè partium esse huiusmodi Helicem, quæadmodū Apollonius quoque docuit, simplicem autem minimè . non . n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex . siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam . Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoque Generationem manifestare. Oritur . n. dum recta quidè Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam constituerunt. Quamobrè ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium . Quod . n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est : sed Mistum . Recteque Geminus cum ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit : verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus . si . n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidè per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producet, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla . n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est . eius . n. quæ hoc modo mouetur Extrema cum æqualiter moueantur, rectā describunt : bipartita verò sectio cum inæqualiter deuoluatur, circulum designat : reliqua autem Signa, describunt Ellipsim . Quapropter Lationis, quæ bipartita fit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio . eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit . At hæc quidè de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus ( Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse . in hac . n. ne opinione quidè dissimilitudo excogitari potest . in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant . & Recta quidem Circunferentiā secundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam ( licet non iuxta generationem ) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim recte Linee terminatæ vtriusque quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

Solutio.

Digressio

Pla. in Ti  
mæo.

Timæus.

Linea re-  
cta cuius  
fit Nota.  
Circunfe-  
rentia cuius  
Nota fit.Duæ, quæ  
i Deo sūt  
Vnitates.Finis Di-  
gressionisPonderat  
definitionem  
Euclidis.

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum procul-  
dubio describet, eius autē Centrum, manens rectæ Lineæ Extremum  
erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens  
fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat,  
Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur.  
De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini  
proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā  
Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplici-  
bus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim  
producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reli-  
qua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne  
mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū,  
quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Ani-  
ma quoque Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassum-  
psit, vt omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, om-  
nemquē Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Cir-  
culari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in mul-  
titudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nō  
solum Anima, verū etiam ille, qui Animam produxit, hasquē poten-  
tias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cum enim  
omnium eorum, quæ sunt, principiū, Media, finesquē præassumpsis-  
set, rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Pla-  
to. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad sesequē re-  
uersus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē  
est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immacu-  
lata, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusquē assistentis proui-  
dentia. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit  
actionis, quæquē ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē ter-  
minum omnibus dominatur. Cum itaque duo hæc principia Rectum  
scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso preposuisset,  
duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agen-  
tem, intelligentiumquē essentiarum effectricem: alteram verò iuxta  
Rectum, sensilibusquē ortum præbentem. Quoniam autem Anima  
medium inter intelligentia, sensiliaquē sortitur locum, quatenus qui-  
dem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus ve-  
rò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū For-  
marum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineæ  
definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per  
quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est. Si-

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distantia, tanta est rectæ, quæ ab ipsis terminatur Lineæ magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineæ spatium, ipsorum distantia superat: omnisque Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere. Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à necessario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum posita sunt pati necesse est: quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariũ est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ipse, & Luna, nosterque oculus in vna fuerint recta Linea. tunc. n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectæ Lineæ passio ostenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ sunt, iuxta processus, qui à causis emanãt, Media quidem Extremorũ distantiam, adinuicemque cõmunicationem, diuidendi vim habent. quẽadmodum sanẽ iuxta regressus, quæ etiã ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eosdem. Cùm. n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdẽ Terminos habentium minima est. si. n. quẽdã fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineæ definitiones, in easdẽ recidunt sententias. Exẽpli gratia, quòd in suis constituta est extremitatibus. & quòd nõ est pars quidẽ ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipsa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ sit sibi specie similis Figurã non perficit. hæc. n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progressum. hæc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineã Geminus, primũ quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cõpositam, refractam, Angulumque efficientẽ: reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producit. Figurã facere dicens, Circularem, Clypei que Lineam, quæque Hæderẽ similis est: non facere autẽ Rectanguli, Obtusanguli que Coni sectionem, Conchæ

Definitio  
rectæ Li-  
neæ secun-  
dum Pla.

Pulchra d  
rectæ Li-  
neæ passio  
ne in iis,  
quæ sunt,  
cõtẽplario  
Defõ re-  
ctæ Lineæ  
secundum  
Archime.

Multæ re-  
ctæ Lineæ  
defõnes.

Alia Li-  
neæ diui-  
sio secũdũ  
Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incōpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoïdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Istas autē sectiones alias quidē à Menēchmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Eratosthe-  
nis Penta-  
metrum:

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epi-  
grāma.

Conicę se-  
ctiones  
Spiricę se-  
ctiones

Tres Lineas in quinque sectionibus spiricas cū inuenisset

Perseus, harum causa Dijs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atque Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equinque similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarū innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariē igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliū partiū, quemadmodū ceteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partiū similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vna verò mista circa Solidum. Idque euidenter Geminus demonstrat, cū insuper demonstrasset, quòd si ad similium partiū Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum,

Tres solæ  
sunt Lineę  
partiū si-  
milium

Theore-  
ma Gemi-  
ni.

Hæderę

Hæderęque similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesque cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsentī esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasque duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsentī definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Miste autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasque, Conos videlicet, atque Cylindros. Caterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, quide simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ort<sup>o</sup> Spiricarū, et Cōchoīdū, & Hædere similitū Linearum.

Cur Euclides duas tantū Lineæ spēs tradiderit



Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quæ duplici distat Intervallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [ tantū ] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Intervallo in superficie non existente. hæcque negationi Crassitudinis æquipollet, vt hīc quoq; Superficie ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idem declarantes. Superficie autē cognitionem nos habere dicunt, cū agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

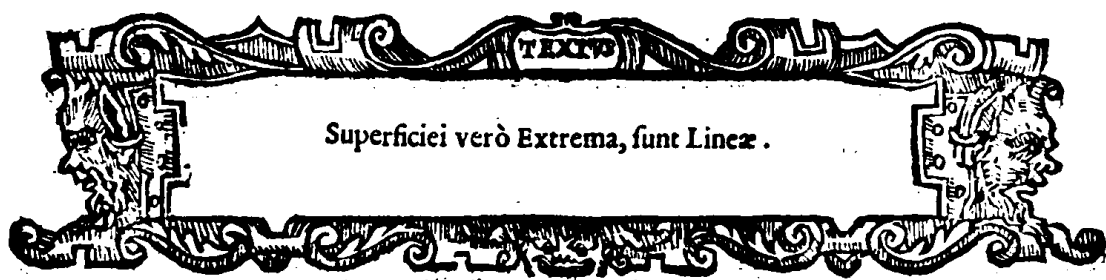
Aliæ Superficie definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 1.

Qua de cā  
Pythagorei Ternario  
Supficiem assimilari  
dicebant.

re, vmbras inspicientes . cū .n. ipsæ sine Crassitudine sint , eò quòd  
interiorem Terræ partem penetrare non possunt , Latitudinem tan-  
tū , atque Longitudinem habent . Pythagorei autē Ternario ipsam  
assimilari dicebant . Quoniā sanè omnibus , quæ in ipsa reperiuntur  
Figuris Ternarius longè prima est causa . Circulus .n. qui Orbicula-  
rium principiū est , latenter Ternarium habet , Centro , Interuallo , atq;  
Circunferentia . Triangulū autem cū omnium Rectilincorū prin-  
cipatum teneat , vnde quaque manifestum est , quòd Ternario claudi-  
tur , & iuxta illum Formam suscepit .

Definitio  
sexta.



Superficiei verò Extrema, sunt Lineæ .

Cōm. 6.

Digressio

Vnū hic,  
pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

**EX** his etiam tanquā imaginibus intelligendū est , quòd omne pro-  
ximum quolibet eorū , quæ sunt simplicius , Terminū cuiuslibet , & Fi-  
nem affert . Anima nanque Naturæ operationē perficit , atque deter-  
minat : & Natura , Corporū Motionem ; & ante hæc Mens , Animæ  
conuolutiones mētur : ipsiusquæ Mētis vitam , Vnū . illud .n. mē-  
sura omniū est . Quēadmodum sanè in his quoque Solidū quidem à  
Superficie , Superficies autē à Linea , Lineaquæ à Signo terminatur . il-  
lud siquidem , Terminus omniū est . In Formis igitur immaterialibus ,  
rationibusquæ impartibilibus Linea vniformis existēs , in Superficie  
progressu variū motum terminat , ac coërcet , ipsiusquæ proximè vnit  
infinitatē . In imaginibus autē cū Terminato Terminans aduenerit ,  
hoc pacto Terminū ipsi præbet . Siquis autē hīc quoque quærat quo-  
nam pacto omnis Superficiei Extrema sint Lineæ , cū non omnis  
etiam finitæ Extrema sint . Sphæræ nanq; Superficies , terminata qui-  
dem est , non autē à Lineis , sed à se se . Dicemus quòd accipiendo Su-  
perficiē qnatenus duplici distat Interuallo , à Lineis ipsam terminari  
iuxta Longitudinē , Latitudinemquæ reperiemus . Quòd si Sphæricā  
inspexerimus , ipsam vtrique accipimus vt eam , quæ iā Figuram susce-  
pit , & aliam habuit qualitātē , & finem principio coniunxit , ex duo-  
busquæ Extremis Vnum fecit . & hoc potentia duntaxat vnum exi-  
stens , non autem actu .

Plana



Plana Superficies est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas.

Definitio septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planū Superficieī ponere speciem, verūm vt idē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Interuallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Idē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidem Superficieī faciunt, eius verò speciem, Planum, quē admodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum a Superficie definit, ad rectæ Lineæ similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancq; similiter ait, duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficieū. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesq; rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū a Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cum Linea, nemque Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantum, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionē mista sunt. neque etiā si vtcunque secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaq; sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionē esse

Cōm. 7.

Plato in 7 de Rep.

Aristo. in pluribus locis.

Aliorum multæ Superficieī definitiones

In cōm. 4. Parmenides.

Documentum. Geminus.

Mistionis modus diuersus est in Lineis, & in Superficiebus.

Lineæ per Cōfusione nem mistæ sunt.



Error The-  
odori Ma-  
thematici.

Supficies  
per Tépe-  
rationem  
miste sūt.  
Coni ort<sup>9</sup>

Pulchrū.

Commū-  
ne Lineis,  
& Superfi-  
ciebus.

Admirabi-  
le Superfi-  
cierū pro-  
prium.  
Spiræ ort<sup>9</sup>

Tres sunt  
Spiræ.

1 Spira cō-  
tinua.

2 Spira im-  
plicita.

3 Spira di-  
uidua.

Tres sunt  
Spiræ Se-  
ctiones

Duplici-  
ter sūt mi-  
stæ Super-  
ficies.

Quatuor  
corpora, q̄  
mistashūt  
Supficies,  
à trib<sup>9</sup> Co-  
nicis Line-  
is produ-  
cuntur. Et  
eorū Sup

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficie-  
bus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē:  
sed potius per quandam Temperationē. Circulū .n. in subiecto Pla-  
no intelligentes, & Signum sublime, à Signoq; ad Circuli Circun-  
ferentiam rectam Lineam producentes, ipsamq; rotantes, Conicā  
vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusq; ipsam secan-  
tes resoluemus in simplicia. à vertice .n. ad Basim sectionē ducen-  
tes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea,  
Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit. neque .n. nos  
ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si fecen-  
tur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Mo-  
dus igitur Mistionis ( vt dictum fuit ) in Lineis, atque in Superficie-  
bus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simpli-  
ces, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præceden-  
te doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis  
artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus  
quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæ-  
ricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem  
cōstituuntur, scientia ipsa, eiusq; ratio inuestigat varietatē. Hoc autē  
admirabile in ipsis est, quod scilicet à circulari quoque Linea, Super-  
ficiēi Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricæ quoq;  
contingere dicimus Superficiēi. per Circuli .n. reuolutionē hæc in-  
telligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū  
non fit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut .n.  
in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.  
Quod si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua:  
si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresq;  
sunt Spiricæ sectiones, iuxta hasce tres differentias. Verū tamen om-  
nis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producit, Circularisque mo-  
tus. Fiant autē Superficies mistæ tum à simplicibus ( vt diximus ) Li-  
neis, dū huiusmodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cum ergo tres  
sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant  
Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Re-  
ctangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quæ Spheroidea nominan-  
tur. si circa maiore Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò  
circa minore, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoi-  
des. Sciendum autem est, quod interdum quidē ex Lineis in superfi-  
cierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Coni-  
cis .n. Spiricisque Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas  
Lineas.

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quod Lineæ quidem partiū similium tres sunt ( vt superius dictū fuit ) Superficies verò duæ tantum. Plana, atque Sphærica. non autē Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt. Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnā Geometra elegisset ( Planā inquam ) hanc utique definiuit, in hacque utpote subiecta, Figuras, harumque passiones contēplabitur. copiosior nanque in hac ei est sermo, quam in alijs Superficiebus. rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contractus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non imerito igitur hanc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat. hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, utpote proiectū, & ante oculos constitutum: cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur.  
1 Rectangulū Conoides.

2 Obtusangulū Conoides.

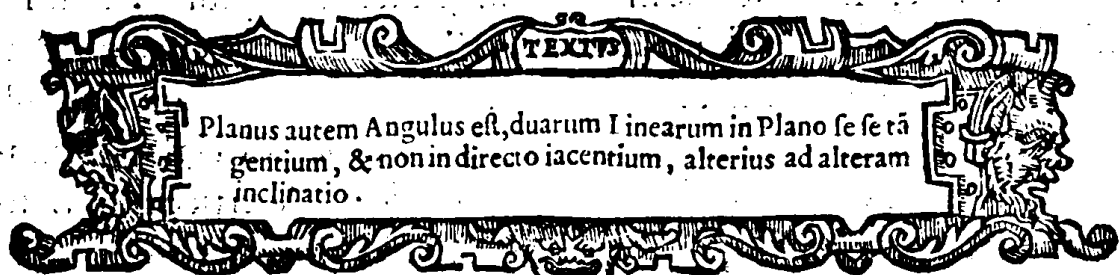
3 Oblongū Sphæroides.

4 Latum Sphæroides.

Secunda cōmunitas linearū, & superficierū Scda diuisio Linearū, & Superficierum.

In cōm. 4. Duæ tantū similiū partiū Superficies sunt. Cur Geometra Planā tantum definiuerit Superficiē Quo Planū intelligendū sit i Geometria.

Definitio octaua.



Angulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his ( inquiunt ) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis ( Linea siquidem à Signo diuiditur ) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidū.

Cōm. 8. Digressio Triplex d' Angulo opinio.

1 opinio, q̄ est Euclidis.

2 opinio, q̄ Eudemi.

3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūq; fundamentū.

Tertię o-  
pinionis  
cōfutatio.

In tertio  
Elem. pro-  
pone 16.  
Secundę  
opinionis  
cōfutatio.  
Primū ar-  
gumentū.

Secūdum  
argumētū

Primę opi-  
nionis cō-  
futatio.

Argumen-  
tū in con-  
trarium.

Propria o-  
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem ge-  
neris Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent :  
Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus  
sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad  
Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē ha-  
bent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur  
aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri po-  
test. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Quali-  
tas solum est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto  
in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Ma-  
gnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoque diuisibilitas;  
verūm similiter vtrisque per se se accidunt. Quod si ea, quibus hæc per  
se insunt, Quantitates quædam sunt, non autē Qualitates, manifestū  
est vtiq; quod Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis si-  
quidem Magis, & Minus proprię sunt passionēs, non autē Aequale,  
& Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inæquales dicere, & hūc  
quidem maiorem, illū verò minorem; sed dissimiles, aliumque ma-  
gis Angulum, alium minus. Verūm quod hæc aliena sint à Mathe-  
maticarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem  
Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis An-  
gulus est, ille verò minus. Tertiō si Angulus Inclinatio est, ac deniq;  
eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existen-  
te Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si  
nihil aliud est quā ipse Linearum, vel Planorum respectus, quā fieri  
potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli  
verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Trian-  
gulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Trian-  
gularium Linearum inspicies Inclinationem; duos verò distinctos  
Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli; alterum  
verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtriusq; à iam  
dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat.  
Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem,  
aut eorum, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates  
sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quę ad Aliquid. Opor-  
tet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci.  
Talibus planē Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum In-  
clinationē dicente, Apollonio verò Superfici, vel Solidi in vno Si-  
gno sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem  
vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorum no-  
strum

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vñ quoddam spectarunt. Non est autē Angulus duntaxat huiuscemodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationē habēs. Adest autē ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quā æqualia) hoc quidē ab alio, illud verò ab alio habēs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vñ aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem. Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt: neque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum, siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hasce perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficie, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cū hac quoque ipsius cōpleant essentiam) verū nihil aliud esse, quā Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea: ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Ut Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solum, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cū autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quā Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cū in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autē, & quicunque ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enarrant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicunque Angulum esse dicunt

primū

Destruit  
argumēta  
quæ in ip-  
sum refe-  
cti possēt.

Anguli  
Plani per-  
fecta defi-  
nitio.  
Anguli So-  
lidi perfe-  
cta defō.  
Vniuersa-  
lis, & pfe-  
cta Angu-  
li defō.

Opinionū  
distributio  
Eudemi fū-  
damētum  
in lib. suo  
d Angulo

Euclides.

Plutarchi,  
& Apolloni  
nii aliud  
fundamē-  
tum.

Fūdamēti  
destruētio  
Primū ar-  
gumentū.  
Secūdam  
argumētū

Carpi ali-  
ud funda-  
mentum .

Fūdamēti  
destruētio  
Finis Di-  
gressio  
Angulorū  
diuīso.

Anguli  
Sphærales

Angulus  
ex Clypei  
Linea .  
Linearum  
Cissoïdum  
denotatio.  
Angulus  
Cissoïdes.  
Angulus  
ex Hippo-  
pedis Li-  
neis  
Tres ex  
Circūferē-  
tiis Angu-  
li fiunt.  
Angulus  
vtrinque  
cōuexus

primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam . oportet .n. ( inquit ) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum , vel Superficierum Inclinatione . Imo cū Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest , vt primum accipiat . omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile . Præter hoc etiam si vtcunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus . Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum , vel Superficierum : hancquē vnico distantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum . non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam . Hoc autem omnium absurdissimum est , aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam. verū de his quidem satis, superquē . Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum . Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis. in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, in Sphærica, & in Plana . Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis constituuntur . facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialē in duas secans partes, ad Superficierum secantium verticem . suntquē in Sphærica Superficie huiusmodi Anguli . Eorum verò, qui in Planis , alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque . in Clypeo .n. ab Axe, Clypeique Linea Angulus comprehenditur : sed harum vna quidem mista est , altera verò simplex . Quod si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus . Cū autem Cissoïdes, hoc est Hæderæ similes Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, sicut Hæderæ folia ( illinc .n. denominationem habuere ) Angulum fecerint, à mistis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus . Itidem cū Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ . Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis . Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus. duæ nanque Circunferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt . ipsosquē triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa : aut vtrinque Ca-

quando vtracq; Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui comune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autē, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talē, quod duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido: hasque se se tangere, & se se tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autē hæc definitio primū quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoïdes cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoïdem vocamus, non autē eius particulas (ne aliquis dicat, quod hæc coeuntes Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliā. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunque alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [ & non in directo iacere ] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis: nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterā Inclinationis ipsum efficit Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus  
vtriusq; ca-  
uus, vel Sy-  
stroides.

Angulus  
Lunularis  
Duo fiunt  
Anguli ex  
Linea re-  
cta, & cir-  
cunferentia.

Angulus  
Semicircu-  
laris.

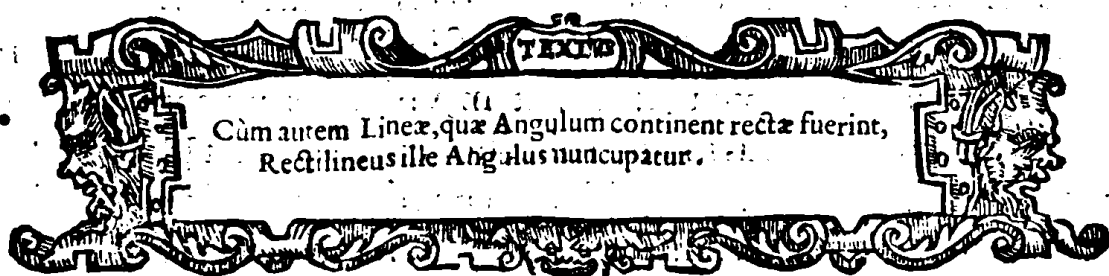
Angulus  
Cornicu-  
laris.

Tres ex re-  
ctis Lineis  
fiunt Angu-  
li. de quib-  
us inferius  
in cō. 10.

Ponderat  
Euclidis dē  
finitionē.  
Confutat  
Euclidis dē  
finitionem  
triplici sū-  
damēto.

Primū fun-  
damentū.  
Secundum  
fundamē-  
tum.

Tertiū fun-  
damentū.



Cum autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint,  
Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defō 9.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Cōm. 9.  
Digressio

K in

Vniuersa-  
lis Anguli  
cōsidera-  
tio .

Oracula .

Pulcherri-  
ma Angu-  
lorū oīum  
cōsidera-  
tio .

Angulorū  
qui in Sup-  
ficiebus.

Angulorū  
qui in Soli-  
dis .

Angulorū  
qui in sim-  
plicibus Su-  
pficiebus.

Angulorū  
qui in mi-  
stis Super-  
ficiebus.

Angulorū  
Circula-  
rium.

Angulorū  
Rectili-  
neorum.

Angulorū  
Miltorū.

Pythago-  
rei.

Philolaus

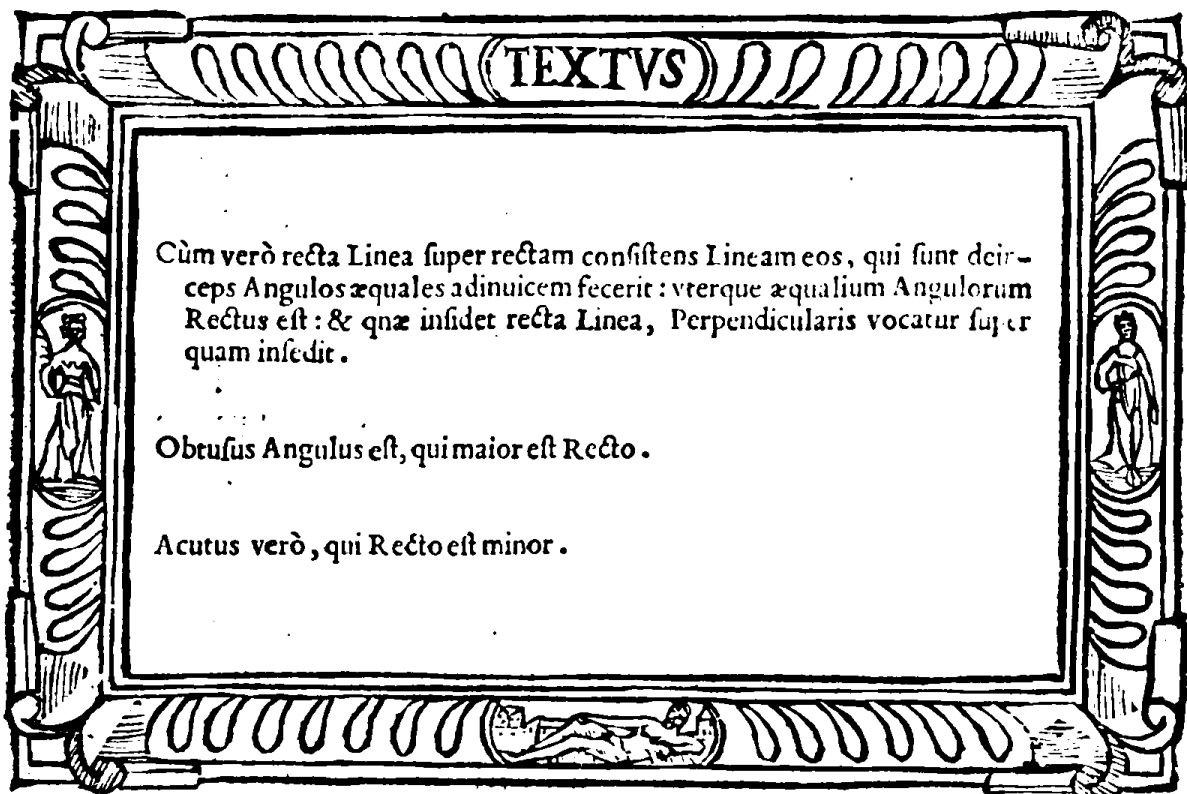
Asinæus  
Philoso-  
phus.

Vide idē  
superius  
cap. 9 .

Solutio ta-  
citę obie-  
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuīsa in vnū, & partibilia in im-  
partibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cōmunitatē.  
copula .n. is quoque plurium Linearū, Superficierumquē fit, & Ma-  
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per  
ipsum constituitur Figuræ cōprehenfor. Quapropter Oracula quo-  
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus  
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniu-  
ctionum, per quas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.  
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,  
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-  
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-  
munitatem, & vndequaq; partibilibus, eiusdem naturæ constructio-  
nem suppeditant. Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-  
mas ipsarum, imistasquē affingunt: alij verò eas, quæ infinitatē pro-  
gressionum in ipsis existentium complectuntur. & alij quidem intel-  
ligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum; alij  
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.  
Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitātur, quæ intel-  
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq; ad  
se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-  
gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsident, & Rationum  
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cōmuni-  
tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam  
immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiū est igitur adhæc  
respicendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud  
Pythagoreos nanque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inuenimus,  
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem  
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsquē alios consecrauit,  
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuersas,  
quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Asinæus  
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod  
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta  
Laterā: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,  
progressionem, atq; potentiā: hos autem, vniuersorum coniunctionē,  
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditantes. At hæc  
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę  
hīc Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est. nam quod in his Vnū, &  
impartibile reperitur, aduentitiū est: in ipsis autē Deis, & ñs, quæ ve-  
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuīsa præcedit.

Cūm



**H**æ sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (inquam) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per equalitatem, & identitatem, similitudinemque definito: his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminatè constitutis. At multi quidem Geometre huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .s. esse Angulos. Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum. n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem a se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidem a Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudinemque præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decretionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cm. 10.  
Socrates i  
Repub.

Digressio

Pythagorici Geometre reddunt cum cur tres sint rectilinei Anguli.  
Finis.  
Infinitum

Rō, quæ a Fine prouenit rectum efficit Angulum.  
Rō, quæ ab Infinito prouenit Obtusum, & Acutum prouoducit Angulum.



Rectili-  
neorū An-  
gulorum  
pulcherri-  
ma ad De-  
os compa-  
ratio.

Rectili-  
neorū An-  
gulorū ad  
ea, q̄ sunt  
cōparatio  
Pulchrum

Perpēdicu-  
laris pul-  
chra cōfi-  
deratio, et  
cōparatio  
Perpēdicu-  
lari Figu-  
rarū meti-  
mur altitu-  
dines Hu-  
ius at cau-  
sā vide in  
ferius i cō-  
mēto 19.  
Rectili-  
neorū An-  
gulorū ad  
virtutē, &  
vitiū cōpa-  
ratio.  
Epilogus.

Finis Di-  
gresſionis  
Primū no-  
tādum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cū vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dñs: Obtusos verò, atque Acutos Dñs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansæ prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causæ assimilatur. Quin etiam in ijs quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurē igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando .cuiusdam .n. conuenientiæ, coniunctionisque naturæ, vel (vt Græci dicunt) Sympathiæ distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē. Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, imaculatæ potētiæ, & indeclinabilis, huiuscemodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cū ipsi per se se indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acutique Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verū non omnis absolutè, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt, & non

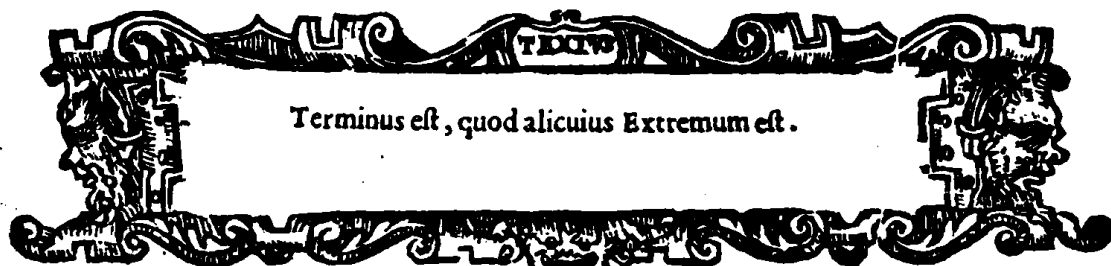
& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineum esse. Hoc itaq; primū adnotamus, Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stantē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrā inclinatæ partem, erant innumere: & non vnica tantum, quēadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit [ Angulos æquales adinuicem ] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti. cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [ deinceps ] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrā partē, æqualitatis ambo- bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutē adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hīc quoque Auro- ris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo, quod scilicet de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quā- obrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quæ in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quæ Solida appel- latur, non est præsentis tēporis definire. Quēadmodum igitur Planū definiuit Angulum: ita etiā huiusmodi Perpendicularē. quoniam solida Perpendicularis non ad vnica tantum rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verū ad omnes, quæ eam tangunt, & in su- biecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

Secūdum.

Rectus an-  
gulus non  
Rectorū  
mēsurā ē  
quēadmo-  
dū, & in-  
æqualium  
æqualitas.  
Tertium.

Quartū.

Quintum



Defō 13.

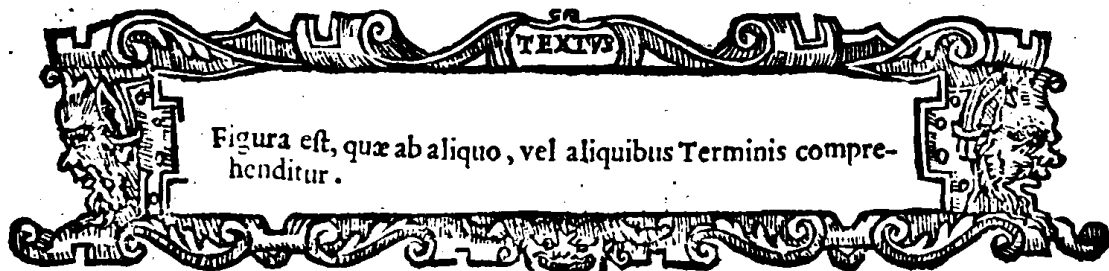
**T**erminus non ad omnes magnitudines referendus est, Lineæ nanq; Cóm. 11.  
Termini-

Geome-  
tria, q̄ ab  
initio fuit

Circulus  
est quod-  
dā Planū  
spatiū. Cō-  
trariū vi-  
de superi-  
or in cōm. 1.

Defō 14.

Terminus est, & Extremum : verūm ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora . nunc .n. Terminum vocat Ambitū, qui vnūquodque Spatium terminat, atque distinguit . huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit . non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atq; excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosque seruabant, ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenere . Cū itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset, nō immeritō ipsum, Extremum quoq; Spatorum definiuit . per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur . Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē, Terminum, atq; Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium: in cæterisque similiter .



Cōm. 12.  
Figura  
multiplici  
ter dicitur  
Prima spe-  
cies Figu-  
ræ.

Secūda .

Tertia.

Quarta.

**Q**Voniam Figura multipliciter dicitur, diuerfasque in species diuiditur, operepretium est primū eius differentias inspicere : postea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione differere . Est itaq; Figura quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterantur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura, quæ ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente . Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresque Figure, Naturę opificia . alię quidē in ijs, quæ sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes; alię verò in coelis, quæ ipsorū potentias, & motus distinguunt . per se se nanq; & adinuicē cēlestia corpora plurimā, admirabilēque exhibent Figurarū varietatē: & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes: & suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, imaterialesque Figurarū describunt potentias . Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cum vita quidem plenæ, per se seq̃ue mobiles sint, ijs, quæ ab alio mouentur præexistunt; cum verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ijs, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialēque Animarum explicauit Figuram. Quinetiā Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partibilibus essentijs præstant: vndiq̃ verò impartibili, Mentisquē luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquē firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vniciis suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq̃ exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiusmodi nanque characteres ignotas Deorū patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidē cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris: & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis: & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasquē demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognitionē. Cum itaq̃ Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriā naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenuitate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquē subsistunt. Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquē generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquē sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Figuras

Timæus.

Quinta.

Sexta, &amp; vltima Figurę spēs oium pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oium consideratio.

Democriti opinio, &amp; eius cō

futatio, vi  
de ét. Ari.  
in lib. de  
sésu & sé  
sili, & i. li.  
de diuina-  
tione per  
somnia.  
Primū ar-  
gumētum  
Secūdū ar-  
gumētum  
Opinio p-  
pria.  
Prima opi-  
nio, quæ ē  
Antiquo-  
rū, & eius  
cōfutatio.  
Secūda o-  
pinio, q̄ est  
Stoicorū,  
& eius cō-  
futatio, vi  
de ét. Ari.  
primū, &  
13. Meta.  
& 2. Phy.  
19.  
Primū ar-  
gumētū.  
Secūdū ar-  
gumētum  
Propria o-  
pinio.

guras,producere ( motus siquidem cū imperfecti sint , principalem  
vtique,primariamq̄e habere non possent effectuum causam : neque  
ex motibus contrarijs eadē sæpe fierent Figuræ . ex additione nanq̄,  
& detractiōe,eadem quandoque fiet Forma ) verū hęc alijs in ge-  
neratione seruire censebimus , perfectionemq̄e ipsis ab alijs primi-  
genijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ mate-  
riæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt , illæ verò tantū,  
quæ in materia sunt,subsistunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque  
( vt alijs aiunt ) sunt quidē extra materiam, subsistunt verò secundum  
excogitationē duntaxat, & abstractionem . vbi .n. certitudo, & pul-  
chritudo, & ordo Figurarum in ijs, quæ per abstractionem subsistunt,  
incolumis seruari potest : eiusmodi .n. cū sint , cuiusmodi sensiles;  
quā longē ab inconuincibili, puraquē deficiunt certitudine . Cū  
autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem; vndenā  
hæc accipient : aut .n. à Sensilibus ( verū in illis non erant ) aut ab  
Intellectilibus ( verū perfectius erunt in illis ) nā dicere ab eo, quod  
non est , omnium est absurdissimum . non .n. imperfectas quidem  
Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes re-  
liquit . nec fas est Animam nostram certiores, & perfectiores, ma-  
gisquē ordinatas producere Figuras, quā Mens, ipsiquē Dī . Sunt  
ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diui-  
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à sensilibus, pro-  
ferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt . & his  
sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diui-  
nas, per Imagines cognoscimus . emergentes .n. se seq̄e propagan-  
tes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt , vniformesquē  
vniuersorum Terminos . per quos inexplicabiliter in se se  
cuncta conuertunt, in se seq̄e continent . In Deis igitur cum egregia  
vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi , & cuncta infe-  
riora constituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem  
eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligē-  
tisquē perceptionis expertes sunt. In Animis verò particularibus, im-  
materialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio: fecunda  
autem, efficaxquē causa, non est . Quemadmodum igitur Natura ef-  
ficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cogni-  
tricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo  
Figurarum Rationes . Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensquē  
imagines earū, quæ intus existunt Rationum , per hasce quippe ima-  
gines præbet, Animæ intus conuersionem, ad se seq̄e ab ipsis spectris  
actionē

Qualis in  
Deis Figu-  
ra sit.

Qualis in  
Naturis.

Qualis in  
Animis.

Pulchra  
Naturæ ad  
Aiam cō-  
paratio.

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se seque obiectis inserere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Intervallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in visionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem; quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cum ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem eunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produxitur. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat, & si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit. Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vna cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur. Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidem terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositum adijcit. cum .n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicem progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiam Anguli Ratio) vnum quidem Terminum, Formamque simplicem infert ipsæ, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exemplum.

Applicat dictis exemplum.

Epilogus.

Vnū hic p. Deo, ut et superius i. cōm. 6. Finis Digressionis Geometra eā contemplat Figurā, quæ in Phantasia est. Ponderat Euclidis Defonem

Quo Figura, Finem, et Infinitū in proprijs Formis ostendat

Qualis sit  
Figura, q  
ad Eucl.  
d. finitur.

Cesō Po-  
sidonii.

Cōparat  
Posidonii  
Defōnem  
Definitio-  
ni Euclid.

Duplex  
Circuli cō-  
sideratio.  
vide ēt su-  
perius in  
cōm. 1. &  
in cō. 11.  
Ducō con-  
tra Eucli-  
dis defini-  
tionem.  
Argumen-  
tum.  
Solutio.

Digressio.  
Causę Fi-  
gura parti-  
ci ntes.  
Figure Ra-  
tionis tri-  
plex cā  
prima.

Secūda cā  
q̄ est pria  
Totalitas.

Euclides i  
ho. de Di-  
uisionibus

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut  
plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale;  
Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab ali-  
quo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At  
Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Ratio-  
nem Figuræ a Quantitate separans; ipsamque terminandi, & de-  
finiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim clau-  
dit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusque, a Ter-  
minato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus cir-  
cumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum.  
Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exte-  
rioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferen-  
tiam tantum ostendit, & alter quidem definit quod signatum est;  
quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Ratio-  
nem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quantitatem terminat;  
ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis  
obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, a formis definiat (quæ  
enim ab vno Terminio, & quæ a pluribus continetur; Figuræ sunt  
species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quod genera quorū  
que, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscae  
authoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa  
manifestare volunt, videntur quidem a formis propositum aggre-  
di: re vera autem ipsa a seipsis edocent, & a potentijs, quæ in ipsis  
existunt. Figuræ igitur Ratio cum vnà sit, plurium Figurarum  
comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infini-  
tatem. & qui hanc definit Rationem inanem vtique non erit, dum  
potentiarum in ipsa existentium differentias definitione comple-  
ctitur. Verum vndenam egreditur Figuræ Ratio, a quibusue cau-  
sis perficitur? Dico sanè, quod primum quidem ex Fine oritur;  
& Infinito, ex hisque Misto. Proinde ipsa quoque alias qui-  
dem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto produ-  
cit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Re-  
ctilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misto.  
Secundò autem a Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles diri-  
mitur partes. Vnde porro ipsa etiam cuiuslibet Formarum To-  
tum infert, & vnaquæque Figurarum in diuersas ipsarum disse-  
catur species. Circulus nanque, & Rectilineorum quodlibet, in  
ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in  
Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figu-  
ras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscumq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat utiq; donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quèadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sanè ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrà rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriè manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verũ qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes effcimus, siquidem longè prius in principiis præexistit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuscemodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

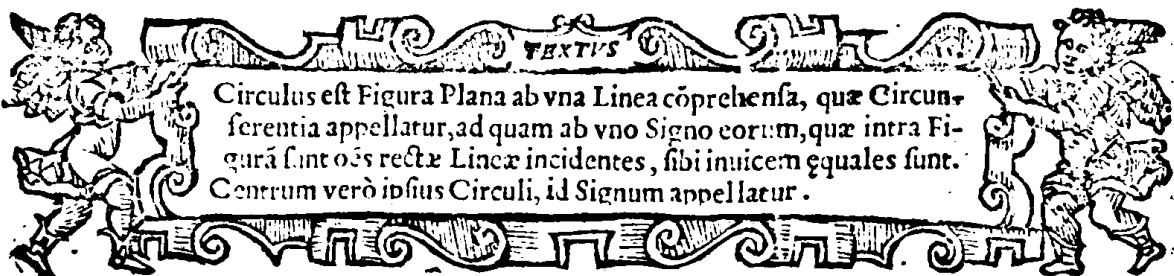
Tertia cã,  
quæ est accumulata  
Multitudo.

Quarta cã  
quæ est Numerus Ternarius.

Numerus est i Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.  
Quinta cã,  
quæ est secũda Totalitas

Quo Figura Diis attribuitur.





Defo 15.

Circulus est Figura Plana ab vna Linea cōprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā sunt oēs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt.

Defo 16.

Centrum verò ipsius Circuli, id Signum appellatur.

Cōm. 13.  
Circulus  
ē oīum Fi-  
gurarū p-  
fctissima.

**P**Rima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciore loco existit: ips verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquè, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionem respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuinioris esse nature Circulum reperiēs. si .n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemquè mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequè participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētissquè varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligēs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porrò Timæus quoq; cū vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamē quòd Circulus quidē vbiq; respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operæpretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & vsq; ad inferiora desinentē, omniaquè perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dñs itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in seipsis maneat, à beatitudinequè sua non discedant, summas quidē ipsorū

vni-

Socrates i  
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus  
pfectionē  
reb<sup>o</sup> oībus  
præbet.  
Deis.

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentijs hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se seque intellectiones perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti: Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circumsiliēdi, redeundi que iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinem, æquationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. his verò, quæ sub concauo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinem affert. ex feminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrā: vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. his verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo.) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium  
essentijs.

Animis.

Vnum hic  
pro Mēte.Cœlestib;  
corporib;Quatuor  
Elemētis.Animalibus,  
& Plātis.Iis, q̄pter  
naturam  
fiūt.Musæ i 8.  
de Repu.  
Socrat. in  
Repub.

Epilogus.

Circuli  
pulchra in  
Numeris  
cōtēplatioNumeri  
Circularis  
cōtēplatioQuinarius,  
et senarius  
mediū in-  
ter oēs nu-  
meros pos-  
sident locū.  
Finis Di-  
gressionis  
Mathema-  
ticę Circu-  
li definitio-  
nis, & cō-  
ditiones.  
Prima cō-  
ditio.  
Secunda cō-  
ditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dijs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē . Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suę participationis expers, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quę ab Vnitate vsque ad Denarium circunuoluitur . Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ipsis, quę fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur . cum .n. multiplicantur , in se se desinunt . Progressionis igitur imago est multiplicatio , siquidem in multitudinem extēditur . Regressionis verò, exitus in eadem specie . Horum autē vtrunque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas . Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes . Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturę conuertibile genus præcedit : alter verò omne femineum, & par, fecundasque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam . Verū hęc quidem hucusque terminata sint . Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndeque existētem contemplabimur . Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanē finitus est , & ab vno Terminō vndeque comprehenditur, & non est infinitę naturę, sed Terminō consociatus . Itemque Planū , quia cum Figurę vel in Superficiebus , vel in solidis spectētur Corporibus , Circulus planarū Figurarū prima est , simplicitate quidē solidis præstans , Vnitatis verò ad planas rationē habens . Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quòd Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit . Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quę intra ipsum sunt exeuntes , quoniam earum etiam Figurarum , quę ab vna Linea terminantur, alię quidem cunctas, quę à Medio exeunt æquales habent : alię verò haud cunctas . Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes , ad ipsamque incidentes, æquales sunt : verū duę tantum . Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnā habet continentem , non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint . Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum ( plura .n. vnus haud sunt Centra )

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas: infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet nancq̃ Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neq̃ hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum, siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessario igitur in fine quoq̃ adiecit, quod hoc Signum, quod vtrique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atq̃ Centrum. verū ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes .n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterq̃ in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidq̃ue tota Circularis Figura, hucusq̃ determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurrāmus contemplationem, in illisq̃ue Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq̃ intelligamus: à Centro autem distantiās, iuxta progressus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluntur vñionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaq̃ue Circunferentia: ita sanē in illis quoq̃ haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verū vnā quidem omnia sunt, permansio, progressus, atq̃ regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quod illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quod si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperies. Quod si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq̃ habebis omnia. Quod si regressum, similiter. Cum itaq̃ue cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Sexta.

Defo Cētri.

Quid sit Polus Circuli, &amp; ei⁹ defo.

Epilogus.

Digressio. Centri, &amp; distantiarū à Centro, &amp; Circunferētiæ in Exēplariis cōtemplatio.

Quo hæc cū illis cōmunicēt.

Quo differant.

Pulchrum

Quo inueniatur ille qui verē ē

Circulus,  
& vera  
Circularis  
natura.

Idē supe-  
rius in pri-  
cipio huius  
cōmenti.

Cētri Ma-  
thematici  
ad cētrum  
intelligi-  
bile pul-  
chra com-  
paratio

Defō Cē-  
tri ab Ora-  
culis tradi-  
ta.

Prima cā-  
pā quā Fi-  
gura Cir-  
cularis ap-  
paruit.

Orphei  
carmen

Triadicus  
Deus.

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā sit partitio ē cōspectu remoueris, eū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atque regredientem: nec non sui maxime impartibile, maximeque singulare firmiter collocantem: prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quae in ipso est infinitatem: ad vnum verò sese ex sese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui naturae, occultatricemque in ipso vnius vim se se excitantem. Quod porro vnum cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem aemulatur. quod namque conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquam Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbiq; Centrum est rei amabilis loco, atque desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumque progressuum initium, & autor. Quam quidem rem Mathematicum quoque Centrum exprimit, omnes a sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, aequalitatemque ipsis praebendo tanquam propriae vniōis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Centrum est, a quo omnes usque ad Circunferentiam equales sunt: Et ad quod.

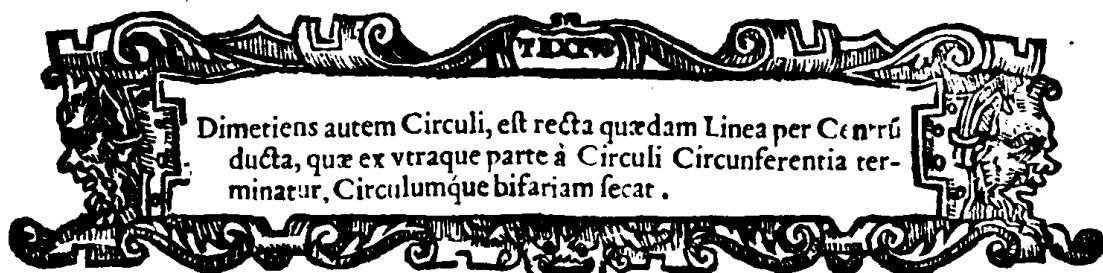
Verum quod quidem sit distantiae Linearum initium per particulam [ a quo ] indicant: quod verò Circunferentiae medium, per particulam [ ad quod ]. haec siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque suscipit, supremum utique intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis causae assimilatur: Lineae autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitae, Infinitatem affingunt; Linea uero, quae infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cum Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cum enim circa intellectuile intellectuiler moueatur, illudque tanquam Centrum suae habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumque maxime arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quod prima quidem Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectu- bus causas.

Prima Fi-  
gurarū cir-  
culus, &  
prima Re-  
ctilinearū  
Triangulū.  
Epilogus.



Dimetiens autem Circuli, est recta quædam Linea per Centrū ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur, Circulumque bifariam secat.

Defo 17.

QVod non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicue Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogramorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verum in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, proprie Dimetientem. Hæc itaque genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanè Dimetiens quoque hæc tantum vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neque huius terminum transcendit: sed vtrinque ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoque Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alteram partem inflexibilem seruet, equum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoque viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Cōm. 14.

Quo differat Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum proprie dicitur.

Thales.

Demonstratio.

extra : vtcunque autem se habeat, eueniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori . siquidem omnes à Centro ad Circunferentiam, sunt æquales . Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit . at hoc fieri non potest . congruunt ergo, & proinde æquales sunt , quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat . Verum si vnâ existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt , infinitè verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtrique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem . Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum . & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum vnâ Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitè erunt, & si in infinitum sumptè fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia , quæ continuè fiunt , finitorum duplicia sunt . semper siquidem sumptè Dimetientes , finitè numero sunt . quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit , & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperquæ partes, quæ oriuntur determinet :

Dubitatio  
Hac vñ  
obiectio-  
ne Io. gra.  
in lib. cō-  
tra Proc.  
Vide et Si-  
pliciu 13.  
digressio-  
ne contra  
Gra. in 8.  
philico.  
Solutio.

Defo. 18.

Semicirculus verò, est Figura, quæ à Dimetiente continetur, & ea, quæ ab ipsa Dimetiente aufertur Circuli Circunferentia .

Defo. 19.

Centrum autè Semicirculi, idem est , quod etiam Circuli .

Côm. 15.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit , à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo Signis discrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamquæ ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quòd à duobus Terminis continetur, hisquæ semper differentibus, Recta scilicet, atque Circunferentia : & quòd Recta illa non quælibet est , sed Circuli Dimetiens . siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaquæ continentur , non tamen hæc Semicirculi sunt . eò quòd Circuli diuisio , per Centrum facta non est . Cunctæ ergo huiusmodi Figuræ,

Figure bi-  
formes.

bifor-

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem interfecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsim: vel à mista, & recta, vtpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verum simplicibus, hisque per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusque fit Angulus. non enim seinuicem interfecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrunque conuexa Figura. Cæterum quòd idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocque omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales: hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circulique Centrum. Et est adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumue rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemque causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsan assimilatur vtrique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadic  
Circ. l. 5.  
Figura, q  
à duobus  
Terminis  
cōprehēdi  
tur diuisio

Cur Eucli  
des Semi-  
circulū in  
hoc 1. lib.  
definiat, et  
non in 3.  
vbi definit  
ēt segmen  
ta. ibi .n.  
locus est  
proprius.  
Figura Lu  
nularis

Corona

Vtrunque  
cōuexa Fi  
gura.

Notandum

Centrum  
tres habet  
locos.

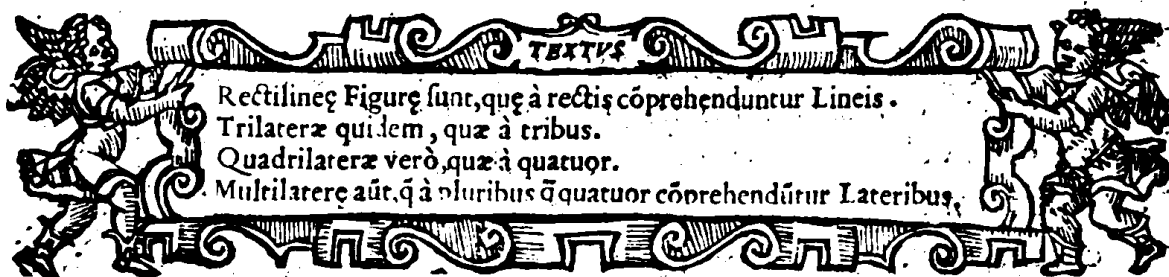
Digressio

Duplici-  
ter Semi-  
circul<sup>o</sup> cū  
Circulo  
cōicat.  
Pulchra se  
micirculi  
cōsidera-  
tio.



cipia coordinationibus, quæ illis principijs participant: & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamquæ ipsarum causam reducuntur.

Defo 20.  
Defo 21.  
Defo 22.  
Defo 23.



Cóm. 16.

Idēi supe-  
riori cō.

Quomo-  
do Bina-  
rii medi-  
us sit iter vni-  
tatem, &  
Numerū.  
Quo Semicircul-  
us medius sit  
iter Circulū, & Fi-  
guras rectilineas.

Duplici d-  
causa duarū tan-  
tūm recti-  
linearū Fi-  
gurarū Euclides  
mentionē  
fecit.  
Prima cau-  
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemquæ Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quā si multiplicetur; Numerus verò contra, plus si multiplicetur, quā si componatur. Binarius aut siue in se se multiplicetur, siue componatur, equale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est: ita etiam Semicirculus iuxta quidē Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circumferentiā, cum Circulo. Progrediuntur aut rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsquæ cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoque sunt: verum habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cum autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum proficere minimè potuissimus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarūquæ duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterque itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cum de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro docturus sit, non imerito ad hæc vsque propriam statuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his  
suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendum, quod planarum Figurarum aliae quidem à simplicibus continentur Lineis, aliae verò à mistis, aliae autem ab utrisque. Et earum, quae à simplicibus comprehenduntur, aliae quidem à similibus specie, ut rectilineae: aliae verò à specie dissimilibus, ut Semicirculi, & Segmēta, & Apfides, quae Semicirculis minores sunt. necnon earum, quae à similibus specie continentur, aliae quidem à Circulari comprehenduntur Linea: aliae verò à recta. Earum autem, quae à Circulari Linea comprehenduntur, aliae quidem ab una, aliae verò à duabus, aliae autem à pluribus continentur. Ab una quidem, Circulus ipse. A duabus verò, aliae quidem deangulares, ut Corona, quae à concentricis Circulis terminatur: aliae verò Angulosae, ut Lunula. A pluribus autem quam duabus, processus in infinitum. à tribus namque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quaedam continentur Figurae, si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum interceptiunt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter. Earum autem, quae à rectis continentur Lineis, aliae quidem à tribus, aliae verò à quatuor, aliae autem à pluribus comprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium comprehenditur, nec multo magis ab una. Quapropter omne quidem spatium, quod ab vno Terminò, vel duobus comprehenditur, aut mistum est, aut Circulare. Mistumque dupliciter, aut quoniam mistae ipsam comprehendunt Lineae, quæadmodum illud, quod à Cissoide Linea interceptitur: aut quia dissimiles specie ipsam continent, veluti etiam Apfides: dupliciter siquidem Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autem omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficitur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quod autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quodque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineae igitur Figurae hisce peculiares sunt Dñs, qui seracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hæc præcipue fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum  
Figurarum  
diuisione.

Rectili-  
neæ.  
Semicir-  
culi, &  
Segmēta,  
& Apfi-  
des.

Circulus.  
Corona.  
Lunula.

A duabus  
rectis Li-  
neis spa-  
tium nō cō-  
prehēdit.  
idē ī supe-  
riori com.  
& inferius  
ī 10. pro-  
nuntiatio.  
Figura dū-  
pliciter  
Mista di-  
citur:  
Duplici-  
ter fit Mi-  
stio. idē  
superius ī  
com. 7.  
Digressio.

Vide supe-  
rius cō. 10.  
Genera-  
tionē hic  
intelligit  
Elemēta-  
rē regio-  
nem. vide  
etiam in  
com. 13.

Tri-

## (TEXTVS)

Defo 24

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

25.

Æquicrus autem, quod duo tantum æqualia habet Latera.

26.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Côm. 17.

Duplex  
Triangulo-  
rum diuisio.

Diuisio  
Triangulo-  
rum à Late-  
ribus.

Diuisio  
Triangu-  
lorum ab  
Angulis

Cur Eucli-  
des dupli-  
cè Triangu-  
lorum tra-  
dat Diui-  
sionem.  
Trianguli  
Quadrila-  
terum, quod  
Acidoides

Triangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autem ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilincis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atque Acutus: Aequalitas verò Laterum, atque inæqualitas, est utique in non rectilincis quoque Figuris. Inquit igitur quod Triangulorum alia Aequalatera sunt, alia Acquirura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quod Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quæadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod utique omnes habet Acutos. non .n. hic quoque satis est vnicum habere Acutum. cuncta siquidem Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulum duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulum solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionem fecisse: quod scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ (*εισβεβησ*) hoc est cuspidis similia Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (*μειρογώνια*) hoc est capum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, superque

perque vno Latere duas Rectas introrsum constitue, Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis comprehenditur Lineis, tresque habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos vero, qui ab his, atque internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsae Lineae coniunguntur. Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel equilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit .n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quam quatuor Latera. & ideo non est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At haec quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumque formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timaeus. triplici namque distant Intervallo, & vndeque partibiliu, varieque permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumque materialium coniunctiones, solutas praeseferunt: quemadmodum sane Triangula quoque a tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemque praebent. Iure igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dominus quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper a coelo, vel a quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus vero humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumque existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta vero proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoque vnum Angulum, ipsorum unionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiam differentiae ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quae sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli quoque Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus vero vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Gono-  
goniu ap-  
pellatur.

Quadrangulum quinquilaterum. Digressio. Pythagorei.

Timaeus.

Attende similitudinem pulcherrimam, & nota quae sunt Aduertius Anguli, quae Trianguli tres Anguli Lineis Triangularibus praebet.

Philolaus quatuor Diis Triangulari Anguli consecrauit.

Quadripartita Elementorum exornatio Saturnus.

Mars.

Pluto.

Bacchus.

Nota quae sunt horum Deorum in inferioribus operationes. Nota quae sunt horum

Deorū p-  
prie natu-  
ræ.

Cōfirmat  
Pythago-  
reorū, &  
Timæi di-  
ctum alia  
ratione.

Finis Di-  
gressio-  
nis Docu-  
mentum.

Septē Tri-  
angulorū  
sunt spūs.

Digressio  
Aequilate-  
rum Triā-  
gulū Diui-  
nis asimi-  
latur Ais.  
Aequicus  
meliorib⁹  
generibus

Scalenum  
Vitis par-  
tibilibus.

Obtusangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ip-  
forum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuisiones ipsis in infini-  
tū fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio Intervallo di-  
stantem, & vndequaquē partibilē materialium corporum constituit  
essentiam. Tot quidē de Triangulis erant à nobis inspicienda. Ex  
hisce autē diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulo-  
rum species esse septē numero, nec plures, neque pauciores. nam  
æquilaterum quidē vnum est, cū Acutangulum tantū sit: reli-  
quorum autē vtrunque est triplex. Aequicus nanque aut Rectan-  
gulū est, aut Obtusangulū, aut Acutangulum: Scalenumquē simili-  
ter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem triplici-  
ter, Aequilatera verò vnico modo se habēt, septē omnes Triangulo-  
rum species dicantur. Rursus autē iuxta Laterum quoquē diuisionem,  
Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionē intelligas: nam Aequi-  
laterum quidē æqualitate prorsus, simplicitatequē præstans, Diuinis  
cognatū est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æquali-  
tas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicus autem  
melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior  
pars quidē mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materia-  
lemquē imoderationem attingunt: Aequicrurium nancquē duo quidē  
Latera æqualia sunt, Basis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis  
partibilibus, quæ vndequaquē claudicāt, se sequē præparant, cū ad  
generationē tendant, refertæquē materia sint.

Defō 30.

31.

32.

33.

34.

Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquila-  
tera est, atque rectangula.

Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.

Rhomboides verò, quæ ex opposito Latera, & Angulos habens inuicem æqua-  
les, neque æquilatera est, neque rectangula.

Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

**Q**Uadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. vtrūque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāmum. Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantū habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuscemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hæc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verū Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorum diuisionem, quippe qui septē horum quoque posuit species, quēadmodum etiam Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit, quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit, neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia autē, Trapezoideaque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nanque, & Altera parte longius, ipseque Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantū hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cum neque æquilaterū ipsum dixisset, neque rectangulū. in quibus .n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verū iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cum illa rectangula sint. si .n. Quadrangulū,

Cōm. 18.  
Diuisio  
Quadrila-  
terarū Fi-  
gurarū se-  
cundū Po-  
sidonium.

Septē sūt  
spēs Qua-  
drilatera-  
rum Figu-  
rarum.

Euclidis  
Diuisio.

Parallelo-  
gramorū  
pprietas.

In Propo-  
sitione 34  
primi.  
Documē-  
tum.

Dubitatio

Solutio.

† optimū.

Digressio

Fulchra

Pythago-

reorū con-

sideratio.

Motus ab

inequalita

te emanat

Quies autē

ab equali-

tate, idē in

1. lib. c. 13

Philolaus

tribus Deis

Quadrangulāre an-

gula cōse-

crauit.

Quadrangulū pxi-

mū Terræ

est Elemē-

tū. Idē su-

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios vero dilatarī, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombō à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutarum videbitur. Quemadmodum porro si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ijs etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [ Triangulum æquilaterum ] vel [ Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum ], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterū indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatium & iuxta Latera, & iuxta Angulos terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Utroque igitur modo præstans, iure commune obtrinit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit, præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae afferre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significat, nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam, Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dñ ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentie sunt autores, merito Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrā cōstituatur, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo dicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, fecundasque suscipiat potentias, non iniuriā hisce Dñs vitam largien-



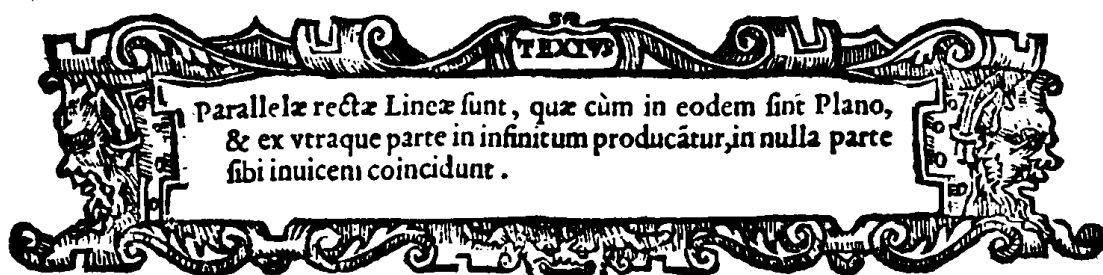
gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terrestri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porro Virtutum quoque vnamquaque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisque Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autem non latere quod Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetricus, Quaternariusque Triadicus fecundorum quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulum Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarii Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda diximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones hys ansam præbentes, qui intellectuum, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca. 9. vide et Platonem in Timæo. Videnter pretem in Theogonia Hesiodi. Quorundam cōtēplatio

Notandum pulcherrium.

Cōclusio.

Duodenarius est Iouis imperium. Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cōsecrauit cuius cām vide etiā apud Pl. in 10. de Rep. & in Epinomide. et apud Proclū in Thémæo, & apud Plutar. in op. de Platōis. Epilogus. Defō 35.



QVæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtracque parte producuntur non coincidere, sed in infinitum produci, & non Parallelæ. n. si aliquatenus producantur, non co-

Cōm. 19. In p.pōne 27. & 28.

N : cidēt



cident . in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit . neque etiam hoc absolute, verum ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere . nam fieri potest vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè . annuentes enim in hacce parte, plurimum ab inuicem in altera distant . Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt . quòd si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet . Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano, rectè insuper acceptum fuit . si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera verò in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident . non tamen proinde Parallelæ sunt . Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte sibi inuicem coincidant . his enim existentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt . & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas . Posidonius autem hæc Parallelæ sunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano : sed æquales habent omnes Perpendiculares, quæ à Signis alterius ad alteram ducuntur . Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt . Perpendicularis siquidem Spatorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest . Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantia: maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores . Sciendum autem est, quòd ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas . Concentricorum namque Circulorum Circumferentiæ non coincidunt : sed opus est etiam ipsas in infinitum produci . Hoc autem non solis Rectis, verum etiam alijs inest Lineis . possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi, quæ si vnà cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt . Hæc itaque Gemînus ex his rectè diuisit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ sunt terminatæ, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque Ellipsis Linea, necnon Cissoïdes, & aliæ quàm plurimæ : aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producantur, vt Recta, Rectangulique Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa . Rursus autem earum, quæ in infinitum producantur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones : aliæ verò coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea produ-

Duæ rectæ  
Lineæ nul-  
lū spatiū  
cōprehen-  
dere pos-  
sunt . Idē  
in cō. 15.  
& 16. &  
hæc est cā-  
usā nō Pa-  
rallē ex  
vna parte  
in infinitū  
p̄ duci pos-  
sunt .

Cōdōnes  
Parallelæ  
r̄ rectarū  
Linearū .  
Posidonii  
Parallelæ  
rum d. fō .  
Perpen-  
dicularēs  
termināt  
Spatorū  
altitudi-  
nēs, & Li-  
nearū di-  
stātiās :  
ideo ppen-  
diculari  
Figurarū  
metiuntur  
altitudi-  
nēs, vt di-  
ctū est su-  
perius in  
cōm. 10.  
Notandū .  
Diuisio Li-  
nearū se-  
cundū Ge-  
nium .

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ  
 vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes  
 sunt, quæ scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem,  
 aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano: aliæ verò, minimè. Non  
 coincidentium autem, in vnoque Plano existentium, aliæ quidem  
 æquali semper interuallo distant ab inuicem: aliæ verò interuallum  
 semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam,  
 & Conchoïdes ad Rectam Lineam. hæc siquidem cum imminuatur  
 semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi-  
 inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè  
 admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarun-  
 dam Linearum non annuentem.

Earum autem, quæ æquali semper  
 distant interuallo, quæ sunt rectę Lineę, Spatium, quod

inter eas positum est nunquam imminuentes

in vno Plano, Parallelæ sunt.

Tot etiam ab elegan-

ti Gemini

studio ad propositorum explana-

tionem decerpimus.



Admirabi-  
 le in Geo-  
 met. Theo-  
 rema, de  
 quo est in-  
 ferius in  
 côm. 3. &  
 3<sup>quarti</sup>  
 Hic quædã  
 q̃ non sũt  
 parui mo-  
 mēti ani-  
 maduerte-  
 mus in cõ-  
 mentariis  
 nostris.

FINIS SECVNDI LIBRI.

Procli

## PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

E V C L I D I S E L E M E N T O R V M

L I B E R T E R T I V S.



## De Petitione, &amp; Pronuntiato

## Cap. Vnicum.

Cōtinua-  
tio Libri.In cap. 8.  
superioris  
Libri.Cōmuni-  
tas Peti-  
tionū, &  
Pronūti-  
torum ex  
sententia  
authoris, et  
Gemini.  
Eorū dif-  
ferentia.

V V M Geometriæ principia trifariè diuisa, sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc sit differentia in superioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius differere in præsentia propositum nobis sit, quandoquidem & de his præcipuè nunc sermonem habeamus. Sup-

positiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quam Petitionibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tanquam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematicis distincta fuere. quemadmodum enim in Theorematicis quidem id, quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus: in Problematicis verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione. Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sumptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt. quemadmodum etiam demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sumptio Theoremata, à Problematicis seiunxit. vbique .n. principia, simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quod per se se fidem faciunt, his, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter siquidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitionem

Speusippus.

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quam obiectorum visus: alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cum enim indecliu Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnus reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione, varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicet .n. Geometrica Mens quod cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnus reuolutionis Helicē descripsi: cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descriperim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Mutū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque innotione perficiantur: nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter agredientium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæditorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidencia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verū Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verū hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones vocan-

Exemplum.

Helicis  
Planę ge-  
neratio.Æquilate-  
ri Triangu-  
li cōstitutio.

Archimedis, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in libro Aequiponderantium.

Aliorum opinio, de qua videtur in superiori libro cap. 8.

Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiatio differt. Idem in principio capituli.

Aliorum opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationum.

Aristotelis opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationis quod videtur in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25.

Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus connumerari debent.

Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatio illud, quod ultimum in

voeanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia. Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauiâ ab æqualibus Longitudinibus equè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatio potius quispiam appellaret: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transire. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiatio. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quod Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus vtitur quod commune est suæ accommodans materiæ. Aristoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tanquam principium tamen suscipi: Pronuntiatio verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiatio distinguit, manifestum est, quod illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio: nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores: hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. iuxta verò secundam non erit Pronuntiatio illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere, quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatio adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationem quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. recte enim Gemînus animaduertendo adnotavit, quod alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. ut Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quod rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [ Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti ] Quinetiam quod non prorsus quicumque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneæ. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab unitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Æquales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtræque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. ut Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiatas enumeratur. Quæ sint Petitiones, & quæ Pronuntiata ex Aristotelici sententia. Reprehendit Apollonius iuxta Arist. et Gemini sententiam. Reprehendit Euclidem iuxta Gemini, et iuxta propriam sententiam, quippe quæ quartam, & quintam Petitionem, malè in Petitionibus enumeravit. In Propositione 17 primi Elementorum. Hoc inferri ostenditur in comment. 2. Iuxta Gemini sententiam excludit à Pronuntiatas ultimum pronuntiatum. Prologus. Pronuntiatorum, et Petitionum diuisio, per quam 2. opinio dicitur Petitionis & Pronuntiatas, confirmatur.

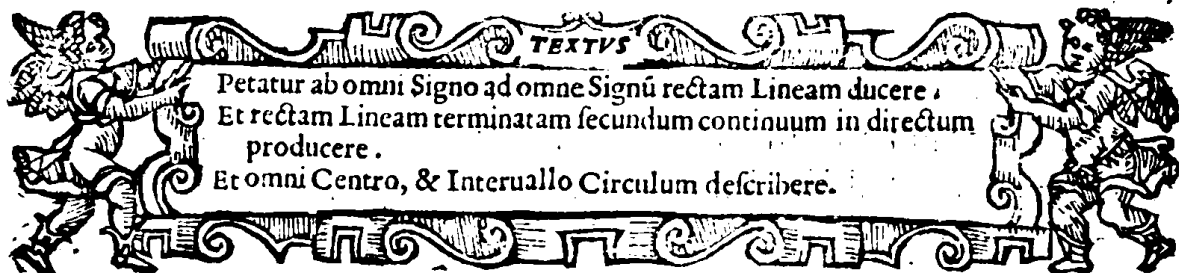
Quãtitas  
hic cõiter  
p genere  
accipitur.

scientiis, aliæ verò cõmunes omnibus, nam illam quidẽ, quæ petit diuidere Numerũ in partes minimas, peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ esse dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere, Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem, Numerus nanq̃, & Magnitudo possunt hoc pati.

### PETITIONES.

Petitio 1.  
Secũda.

Tertia.



Cõm. 1.

**T**Resiste tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemini sententia necessario collocandæ sunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere, eam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum esse ait, & Rectam indecliuem, atq̃ inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuissimoquẽ motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilquẽ varium intelleximus. Si autem cum Recta ipsa Signo terminetur, similiter ipsius Extremum breuissimo, indecliuiquẽ motu moueri intellexerimus, secunda Petitio à facili, simpliciquẽ apprehensione comparata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, secundum reliquũ, tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, est Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea, quanta

Dubitatio

Solutio

Mens vltima, & passibilis, & q̃ recipit species, idẽ in superiori lib. cap. 1.

.n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus adhibemus, imobilibus existentibus, quõ autẽ impartibilia mouemus (hec. n. minimẽ fieri posse) eum rogabimus non pasim molestũ esse, si memoriã tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere. quòd vtiq̃ Rationes eorũ, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describũt Cogitationis imagines, quarũ Cogitatio ipsa rationẽ habet. Tabella .n. non scripta, huiuscemodi Mens est, vltima, atq̃ passibilis. At nulla apud nos oratio hec. Mẽs. n. illa, quæ recipit species, aliunde per motũ ipsas recipit. & motum quidẽ non corporeum, sed imaginariũ intelligamus. impartibiliaquẽ corporeis moueri motibus minimẽ cõcedamus, verũ imaginarios pati decursus. Etenim Mens impartibilis existens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

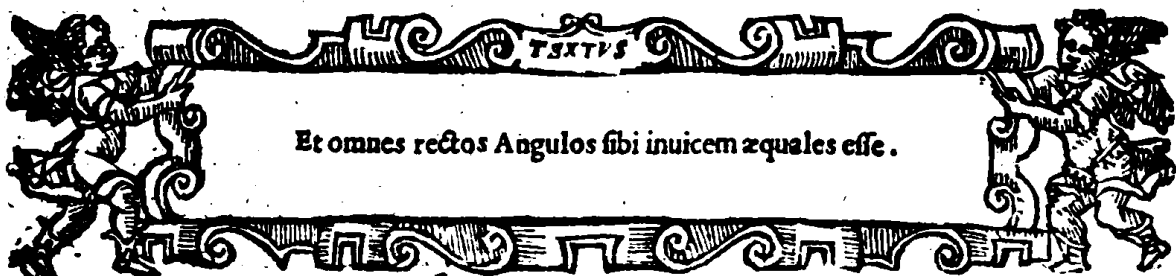
Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus . A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur . locus enim eorum quidem , quæ cum dimensione sunt , dimensionem habet & ipse : impartibilium verò nullam habet dimensionem . Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur : alius etiam motus corporum , & alius eorum , quæ in Phantasia excogitantur : necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium . Oportetque hæc distinguendo , rerum essentias non confundere, neque perturbare . Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea , quæ sunt, in suis causis continentur impartilibus existentibus, ab ipsisque terminantur : & quod etiam prius quā constituentur, vndeque ab ipsis comprehensa sunt . nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur . Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia , quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur : sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare conantur . Tertia aut, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur . Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum produciens, Circularem imitatur regressum . Scire aut oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis . neque .n. Circulari, neque Cissoïdi, neque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neque illis, quæ nullam faciunt Figuram . neque .n. vnius reuolutionis Helix in infinitū produciuntur . nam inter duo Signa constituitur . neque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt . At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est . non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest . Hæc etiam de his . Ad reliqua autem pergamus .

† iacet

Digressio.

Finis Digressionis Documentum .



Et omnes rectos Angulos sibi inuicem æquales esse .

Petitio 4.



Cōm. 2.

Excludit  
quarta Pe-  
ritio à Pe-  
titionū nu-  
mero, tū  
iuxta Ge-  
mini, tum  
iuxta Ari-  
sententiā.  
idē supe-  
rius cō. 1.  
hui⁹ libri.

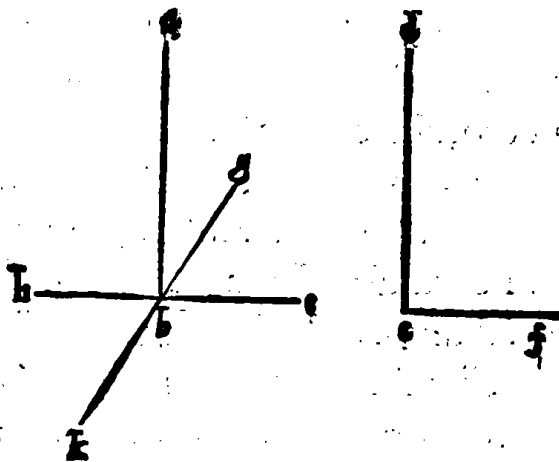
Demōstra-  
tio quartę  
Petitionis

In 10. de-  
finitione.

Pappi do-  
cumentū.

**P**Ræfens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-  
monstratione à nobis cōceditur, Petitio quidē non est ex Gemīni  
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se  
accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verū neq; etiam  
iuxta Aristotelis diuisionē Petitio est. Petitio enim ex sententia illius  
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse  
dicimus, ipsiusquē demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta  
Gemīni sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;  
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum  
æqualitas. Cum .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad An-  
gulorum, qui vtrobiquē sunt accretionem in infinitum, atq; decretio-  
nem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum  
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam  
stetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-  
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-  
guli vnus a b c, alter d e f.

Dico quòd æquales sunt, si .n.  
non sunt æquales, alter ipso-  
rum sit maior, vtputa qui ad Signū  
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā  
a b adapteretur, Linea e f intra  
cadet. Cadat vt Linea b g, &  
producatur Linea b c vsq; ad  
Signum h. Quoniā igitur An-  
gulus a b c rectus est, Angulus  
quoque a b h rectus erit, & sibi  
inuicem erunt æquales. habe-



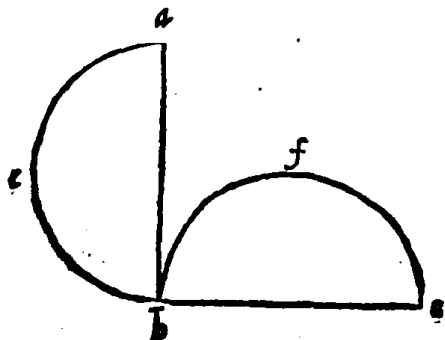
mus. n. in Definitionibus quòd  
rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus er-  
go a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque  
ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est  
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur  
a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo  
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quòd fieri non potest. Non est  
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus  
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-  
ctē nos animaduertit quòd huius Petitionis conuerſa, vera non est,  
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verū si re-  
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Posse autem curuilineum

quoq;

quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem neque rectilineus. Intel-

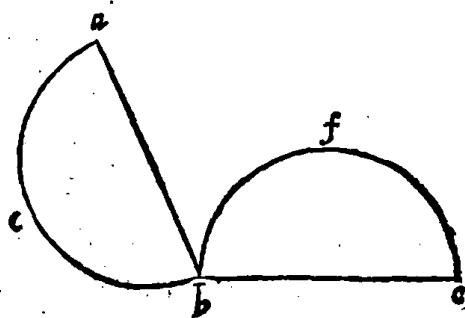
In 10. definitione.

ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales  $a b$ , &  $b c$ , Angulum, qui ad  $b$  Signum est, rectum facientes, in ipsisque Semicirculi, Centro, & Intervallo descripti  $a c b$ , &  $b f c$ . Quoniā itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cōgruent, & Angulus  $e b a$  æqualis est Angulo  $f b c$ . Cōmunis apponatur reliquus, nempe  $e b c$ ,



Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet  $e b f$ , Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus  $a b c$ , æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur ( hoc enim est genus illud curuilinearum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit ) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso, medium Angulum, qui à Linea  $c b$ , &  $b e$  Circumferentia continetur addere oportet : in Acuto verò, auferre. recta enim Linea  $c b$ , Circumferentiam  $b e$  secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaque descripta sint.

quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si neque rectilineus est, quonam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autē est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est,



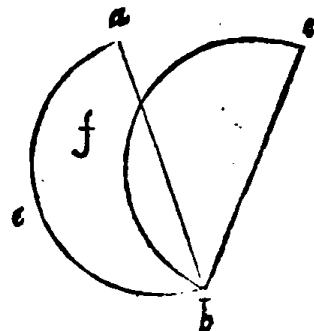
Documētum.

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

Idē vide in 2. libro cōm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .



Petitio 1.

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores .

Cōm. 3.  
Ptolemæ  
in Lib. cui  
titulus est,  
à minori-  
bus duobus  
rectis pro-  
ductas coi-  
cidere .

In 17. pro-  
pone pri-  
mi Elem.  
Quorūdā  
obiectio.  
Gemini re-  
sponso  
Aristo. 1.  
Ethi. cap.  
3. idē ēt su-  
perius i 1.  
lib. c. 11.  
Simmias i  
Phedone  
Platonis,  
de quo vi-  
de ēt Plu.  
in vita Pe-  
riclis,

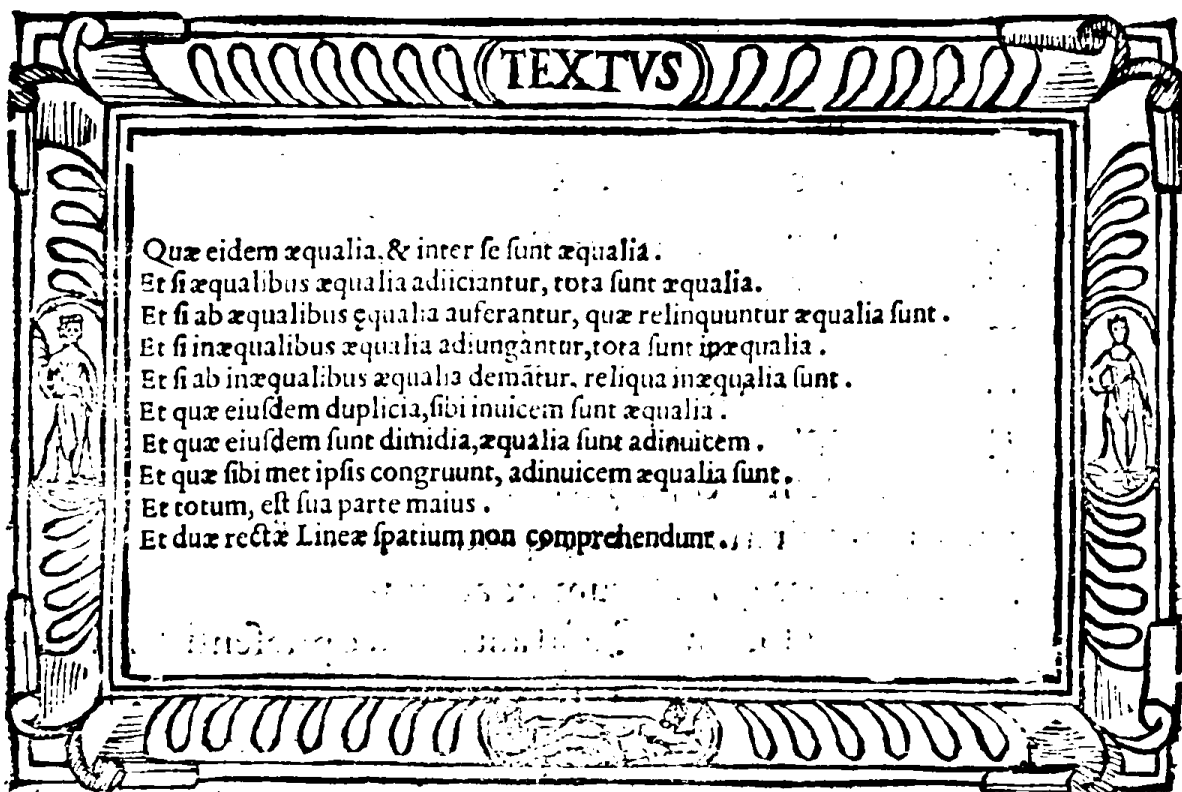
Idē in fine  
secundi li-  
bri .

**H**anc penitus ē numero Petitionum delere oportet . Theorema . n . est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectōrū diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet. Ad quos Geminus rectē respondit dicens, quod ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeffendas . simile . n . est, inquit etiā Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quod in rectis Lineis hoc verum est . nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis obseruatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis sit Lineis? antequam . n . per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasie molestiam afferunt . Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitantes

tes valde mordaces essent, quomodo nō eō magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verū quod quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quod à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusque rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturum est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verū per demonstrationem manifesta sit.

Excludit  
oīno Peti-  
tio hæc ē  
numero  
Petitionū.

## PRONUNTIATA.



Primū p-  
nuntiātū

2  
3  
4  
5  
6  
7  
8  
9  
10

**H**Aec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicatur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediate propriè sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiatricem Orationē, Pronuntiatum appellare consueuerunt: cumque dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratiū autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseque propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsique Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & communis

Cōm. 4.

Idē in 2. li  
bro cap. 8.

Aristo. &  
Geometra-  
rū opinio:  
idē in lib.  
2. cap. 8.

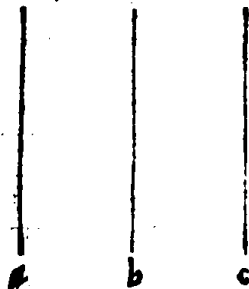
nis

Dānatur  
Apolloni  
qui Pronū  
tiara de-  
mōstrauit  
idē supe-  
rius i. c. 1.  
huius lib.  
In demō-  
strabilia à  
demōstra-  
bilibus na-  
tura diffe-  
rūt. & eo-  
rū scīe di-  
uersę sunt  
idē Arist.  
1. post. 1.  
5. & 6.

Apollonii  
demō.

Pria Pro-  
nūtiatorū  
pprietas.  
Secunda  
Pronūtia-  
torum p-  
prietas

nis notio. Multum igitur abest ut nos Apollonium Geometram lau-  
demus, qui Pronuntiatorum quoque ( ut videtur ) demonstrationes  
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur, nam hic quidem &  
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-  
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est. Hæc autem na-  
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est. earū  
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-  
pter euidentiā in nostram cognitionem cadunt : & earum, quæ de-  
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-  
ceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur. Quod autem  
primi Pronuntiatī demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-  
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam  
magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-  
spexerit. Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico  
quod etiam a ipsi c æquale est. Cū enim  
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē  
b. & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē  
& ipsum occupat locum. & a igitur eundē oc-  
cupat locum, quem c. equalia igitur sunt. In his  
itaque duo præassumpsisse oportet. vnum qui-  
dem, quod quæ eundem occupāt locum, sibi in-  
uicem æqualia sunt : alterum verò, quod quæ  
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-  
cem eundem occupant locum. Quod autem hæc præsentī Pronun-  
tīato obscuriora sint, manifestum est. quomodo enim quæ eundem  
expleant locum æqualia sunt : secundum Totum, an secundum par-  
tem : vel secundum Rationis figurationem : Propterea non omni-  
no admittendum est, ad locum transire, qui ipse, quæ in loco sunt igno-  
rior nobis est. difficilis enim, atque ambigua est essentiae ipsius inuen-  
tio. Ne igitur proluxa oratione vtamur, omnia Pronuntiatā tanquā  
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cū per se nota & credi-  
bilia sint. qui enim ipse, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-  
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est : Sed minuit euidentiā,  
quam in indoctis prænotionibus habemus. hoc autem de Pronuntia-  
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium. &  
quod omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,  
& non solum in Magnitudinibus vnumquodque horum verificari di-  
citur, verū etiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocque  
necessarium est. Aequale enim, atque Inæquale : & Totum, atque pars :  
&



& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam, eidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quo ad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis congruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiam alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium non comprehendere, cum Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cum ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia, propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quedam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiciantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & e contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adicianturque ipsis inæqualia c, d, sit autem c maius d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, nec non f ipsi d, a f ipsi b d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantum superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c, d, adiunganturque ipsis æqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quo-

Quo ex  
comuni-  
bus  
principiis  
pprie fiât  
conclusio-  
nes. idem  
superius  
cap. pri-  
mo.

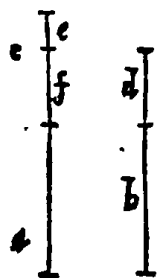
Heron tria  
enim Pronu-  
tiata po-  
suit.

Resecat  
sextum, &  
7. & 10.  
Pronuntia-  
tum.

Pronuntia-  
ta comu-  
nis sunt ge-  
neris. idem  
superius.  
cap. 1.

Quædam  
alia Pro-  
nuntiata  
quæ à Pap-  
po addun-  
tur.

Demon-  
stratio pri-  
mi Pronu-  
tiati à Pap-  
po adiecti



Demōstra-  
tio secūdi.

Reliqua  
ex defini-  
tionib<sup>9</sup> ma-  
nifesta fi-  
unt.

Eorū, qui  
cōtra Geo-  
metriam i-  
stant diui-  
sio .

† Termini-  
nos .

Stoici ,  
quorū opi-  
nionē vi-  
de in lib.  
secundo  
com. 1.

Pyrrhonii  
Philoso-  
phi ,

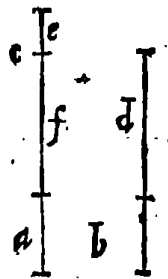
Epicurei .

Zeno Si-  
donius .

Liber Po-  
sidonii ad-  
uersus Ze-  
nonem .

† Verum  
enimvero ,  
qui de pri-  
ncipiis di-  
uersi inter  
se afferūt  
sermones,  
moderate  
à nobis ex-  
iis, q<sup>ue</sup> p<sup>re</sup>-  
cedūt, abso-  
luti sunt .  
In comē-  
sequenti .  
Propositū  
Auctoris i  
sequētib<sup>9</sup> .

niam igitur a æquale est ipsi b, & f ipsi d, a f ipsi b d  
erit æquale . totum igitur a c, ipsum b d, ipso c tantum  
excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat . Hæc itaque,  
iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito  
in pluribus exēplaribus prætermittuntur . Quotcunq<sup>ue</sup>  
autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta  
fuere, illasq<sup>ue</sup> consequuntur . Verbi gratia, quod om-  
nes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-



gruunt . quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemo-  
di habent naturam . Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem  
autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit . omnia enim i<sup>n</sup>s diui-  
duntur, quibus etiam proximè terminantur . Et quod Infinitum in  
Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem  
vtrunque . nam omne continuum diuidi, augeriq<sup>ue</sup> in infinitum po-  
test . Verum enimvero quoniam de his quoque summatim diximus,  
reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus . hucusq<sup>ue</sup>  
enim principia se extendunt . Eorum autem, qui aduersus Geome-  
triam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt,  
quippe qui † partes nullam habere subsistentiam ostendere conati  
sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem  
quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena  
regione, fœcundaq<sup>ue</sup> Philosophia demolientium, quemadmodum  
Pyrrhonorū Philosophorum : aliorum verò Geometrica tantum  
principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum . alij autem  
cū principijs iam permisissent, non posse inquit ea, quæ princi-  
pia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis con-  
cedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit . hunc .n. contra-  
dicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicu-  
reus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scri-  
psit librum, imbecille m totam ipsius opinionem ostendens . † Ve-  
rum enimvero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt mo-  
dicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se  
coniunctæ sunt . Zenonis aut infestum accessum paulò post confide-  
rabimus . Nunc verò cū Theorematū, Problematumq<sup>ue</sup> sermonē  
& de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & i<sup>n</sup>s, quæ in ipsis  
sunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum,  
quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchrio-  
ra quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes,  
infinitamq<sup>ue</sup> ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes : ea ve-  
rò,

ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumquę varietati incumbentes, ad quæ vt plurimum iuvenes currentes videmus.

Iuvenes  
ad Casuū,  
Sumptio-  
nūq; va-  
rietatē li-  
bēter cur-  
runt.

### Finis Principiorum.

## PROPOSITIONES.



Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod equilaterum est, constituere.

Proposi-  
tio prima  
Problemata  
primum.

**Q**Vum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quę ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quę principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumquę inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quę quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struerequę proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaquę huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quę Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusquę conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de ijs omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam querit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cùm quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiusmodi Lineę definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtrputa quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5.  
Sciētia du-  
plex.

Differen-  
tia Proble-  
matum, et  
Theore-  
matū. idē  
in primo  
cap. huius  
Libri.  
Munus  
Proble-  
matis.  
Munus  
Theore-  
matis.  
De quib⁹  
Geome-  
trię fit ser-  
mo.  
Geome-  
tria q̄rit  
quatuor  
ea, quę q̄  
ri solent.  
Geome-  
tria q̄rit ip-  
sū Quid  
est, dupli-  
citer.



Quo Geo-  
metria q-  
rat ipsum  
Si est.  
Quomo-  
do, Qua-  
le quid ē.  
Respō det  
Procl. cō-  
tra Amphi-  
nomi, &  
Ari. sentē-  
tiā, ex sen-  
tētiā Ge-  
mini.  
Argumē-  
tum.

Quo, &  
qdo pro-  
pter quid  
Geome-  
tria qrat.

Epilogus.

Problema-  
tum, atq;  
Theore-  
matū par-  
tes.  
Proposi-  
tionis of-  
ficiū.  
Expositio-  
nis offici-  
um.  
Constra-  
ctionis of-  
ficiū.  
Demonstra-  
tionis of-  
ficiū.  
Conclusio-  
nis officiū  
Tres par-  
tes sūt ma-  
ximē ne-  
cessarię, q  
semp esse  
debeat tū  
in Proble-  
matib⁹, tū  
in Theore-  
matibus,  
Proposi-

ipsum [ si est ] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinatio-  
nibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut pos-  
sibile; & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum  
[ quale quid est ] cum enim per se accidentia Triangulo, & Circulo,  
& Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [ quale est ] ibi  
quærit. At causam, & ipsum [ propter quid ] Geometriam minimè  
contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Am-  
phinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Gemi-  
nus) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geo-  
metræ non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Mul-  
tiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula soli-  
da æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa  
infinita inscribere est impossibile; ad quem enim spectaret hoc in-  
uestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogis-  
mus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire  
cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rur-  
sus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum ma-  
nifesta est; si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuò  
& ipsum [ propter quid ] manifestum sit. Verum de Quæsitis quidē  
hec sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod  
perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet;  
Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē,  
Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio  
quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim  
Propositio ex utrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū  
excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quæ-  
situm quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quę Dato desunt  
ad Quæsitum venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cō-  
cessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad  
Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. &  
omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt:  
maximè autem necessarię, & in omnibus existentes, Propositio, De-  
monstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum præcognosce-  
re, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, hæ-  
rumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis  
quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes utili-  
tatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in il-  
lo Problemate, quod ait, Acquirus Triangulum constituere, quod  
habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui du-  
plum.

plum, Constructio autem in pluribus frequenter Theorematis nō est, + Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cum in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio ut plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit: verum aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, ut in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat utrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum; sed quod opus est hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subiicitur, quemadmodum in alijs Problematis, ut quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hîc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatū est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cum igitur utrunq; Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cum autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quod huiusmodi Aequicrus inuenire oportet: tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositioni non habuerit, Expositio quidem tacetur, eò quod Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoq; huiusmodi Problemata reperies, & maxime in Arithmetis, & in decimo libro, ut duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma, nam Signum quidem Positione tantum datur, Linea autem, & alia, omnibus. cum enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quod scilicet rectilinea, neq; eodem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cum verò, quod duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cum autē dicimus, quod si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem ratio

tio Denō  
stratio, &  
conclusio.  
Proposi-  
tio deci-  
ma Quar-  
ti Elemen-  
torum.  
Quando  
constitu-  
tio defi-  
ciat.  
† Denōne

Prio post.  
tex. 1.

Quā Deter-  
minatio,  
& Exposi-  
tio deficiat  
& quando  
non.  
Expositio,  
atq; Deter-  
minatio  
Dati est.

Propō 29  
Decimi  
Elem.

Documē-  
tum.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cum verò in dato Signo datae rectae Lineae æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cum Positio varia esse possit, Constructio quoque varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectae, vel inter ipsius Extrema. Cum igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifestum est quòd Expositio quoque quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem. hæc .n. Demonstrationis perfectio est: quandoque verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbiq; autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc? quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cum interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutum est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consueuere. cum enim vt in Dato ostēderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusione ad vniuersalem recurrentes. nam cum subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur trāscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positis non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantum. Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinē in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcendere minimè possem. Si autem Rectitudinem quidē ipsius non subiungo,

Quadrupliciter  
Datum accipitur. &  
ideo Expositio quoque quadrupliciter fit.  
Demonstratio Geometrica duplex est.  
Perfectio Demonis.

Conclusio  
Geometrica duplex est.

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat. nam data quidē est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hæcce. & vides quod ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demōstrationem nos efficit, Quæsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem residuo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineæ rectæ continuentur. & vides quod in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere: & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demōstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ æqualis est, & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circumferentiam æquales esse dicebat. Vtræque igitur, eidem æqualis est. Quæ autē eidem æqualia, & inter se sunt æqualia,

Primi Euclidis Problematis Propositio.

Nota quomodo omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Euclid. prob. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In constructione Petitionibus, in demonstratione autem pronuntiatis Geometre vtuntur.

Demō.

Prima cō-  
clusio pri-  
mi probl.  
Elemē.  
Secunda  
cōclusio

Particula  
rū Quod  
fecisse, &  
Quod de  
mōstrasse  
oportuit  
pulchra  
cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio  
quid,

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quæ Expositio- nem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quæ nunc proposita est datam feceris, eadem Constru- ctiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [ quod fecisse oportuit ] Conclusionem Proble- maticā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [ quod ostendisse oportuit ] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omni- no itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolu- tam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [ quod fecisse oportuit ] aliquando verò, particulam [ quod oportuit osten- disse ] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & per- spicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quæ verò omittun- tur. & quot modis Datum, datum est, & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum .n. perspi- cax contemplatio, non paruum exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quæ his annexa sunt breuiter disse- ramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quidque Inductio. Sumptionem itaque de omni etiā Propositione, quæ in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero prædicari dicunt, ex tot Sumptionibus demonstratiōē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cum enim vel in Constructione, vel in De- monstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ra- tione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū in- quisitione dignum esse arbitrari, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis exi- stit, cum illa absque Demonstratione ad aliorum fidem faciendā perfe- sumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-  
lutio-

lutionibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuib; quoad fieri poterat; vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur, Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit, & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, cum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quò cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum cum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi  
tres, quæ à  
Plat. tra-  
duntur.

Casus qd.

Corolla-  
riū quid.Vide Var-  
ronē i lib.  
de lingua  
Latina.  
Instantia  
quid.Inductio  
quid  
Nota in-  
ductiois Geo-  
metricæ,  
cū inductio-  
ne Logica  
similitudi-  
nem.  
Hippocra-  
tes primus  
fuit indu-  
ctiois Geo-  
metricæ in-  
uentor.  
Digressio.

Triangulū  
Aequilate  
rū omniū  
Triangulo  
rū optimū  
est, assimi  
laturq; cir  
culo.  
Duorū cir  
culorū Ae  
quilaterū  
Triangulū  
comprehe  
dentiū cō  
templatio  
† Intelli  
gētiās.  
Vide Pla  
tonem in  
Phēdro, &  
Proclū in  
Timōe pa  
gi. 123.

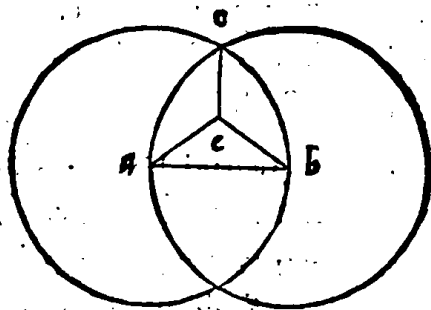
Triangulum inter Triangula optimū sit, & Circulo maximē cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamque simplicem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum comprehensio, horumque ex parte vtriusque (non enim in toto vtroq; descriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusq; partibus constat) ostendere in Imaginibus quomodo ea etiā, quæ à principijs egressa sunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunvoluntur, propter continuā generationē: & Animæ ipsæ cum motus transientes habeant, per restitutiones, & circunuolutiones non transientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autē & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem essentiaē Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, propter æqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurē fanē & hoc per Circulos cum mediū in ipsis includatur Aequilaterum ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cum triplicis Animarum substantiæ Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum

Epilogus.

Zenonis i  
festus ac  
cessus, &  
eius funda  
menta.

† Triangu  
lum nō  
ostēdere  
æquilate  
rū. Sit. n.

Epilogus. Verum enimvero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniā autem quidā aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refellere Geometriā putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam superius mentionē feci, quod & si quis principijs Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequuntur cōmuni compararet consensu hoc ipsis non concessio, quod duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi. n. hoc datum esset, + æquilaterum Triangulum minimē constitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, super qua constituendum est æquilaterū Triangulum. Describantur autem Circuli, & à cōmuni ipsorum sectione protendantur rectæ Lineæ c e a, c e b cōmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cōmuni sectione protensas, Lineæ a b datæ æquales esse, non autem Trianguli quoque Latera esse æqualia, verum duo reliquo minora, nempe



ipso

ipso a b . Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituē-  
tur . Nunquid igitur ( ait Zeno ) principijs etiam datis reliqua mini-  
mè consequuntur, nisi hoc quoque præacceptum esset, neq; Circun-  
ferentiarum, neque rectorum Linearum communia esse Segmenta?

Aduersus hæc porro dicendum, primùm quidē quòd hoc quodam-  
modo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non  
esse cōmune Segmentum . etenim Rectæ definitio hoc comprehen-  
debat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa.

Respon-  
sio  
cōtra Ze-  
nonem.

hoc .n. æquale esse Signorum interuallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa  
Signa coniungit, vnā, breuissimamquē efficit, ita vt si quis ipsam se-  
cundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi  
congruat . cū .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd bre-  
uissima est totam in totam cadere necesse erit . Deinde quòd etiam

Alia Re-  
spon-  
sio.

in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit . illa .n. Petitio, quæ ait  
[ & rectam Lineam terminatam in directum producere ] perspicuè  
ostendit, quòd ea, quæ producitur, vna esse debet, vnoquē motu pro-  
duci . Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius

Secūda Pe-  
titio .

accipere, sit si fieri potest a b, ipsius

a c, & ipsius a d cōmune Segmen-

tum. & Centro quidem b, interual-

lo autem b d, Circulus describatur

a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c

per Centrum est ducta, Semicirculus

est ipse a e c. & quoniā recta Linea

a b d per Centrū est protracta, Se-

micirculus est ipse a e d. Aequales

igitur sibi inuicem sunt Semicirculi

a e c, a e d, quod fieri non potest.

Aduersus autem hanc Demonstra-

tionem dicet forsan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam

Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nos præacce-

pimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum .

sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel

si non congrueret, aut extrā, aut intrā cadere . Nihil autem obstat (ait

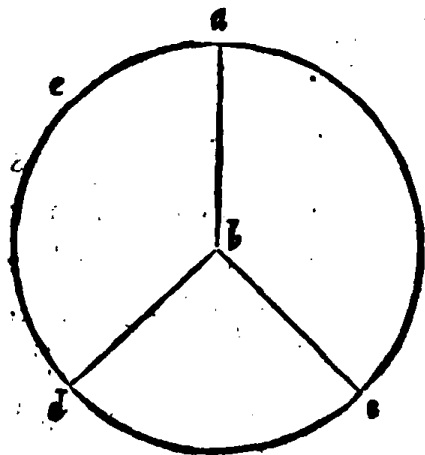
ille) non totam toti congruere, verū secundum aliquam partem.

donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū di-

spescere, neque etiam propositum ostendetur . His etiam Posidonius

rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā consciū

quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-



Demōstra-  
tio contra  
Zenonē.

Argumen-  
tum Zeno-  
nis cōtra  
Demōnē.

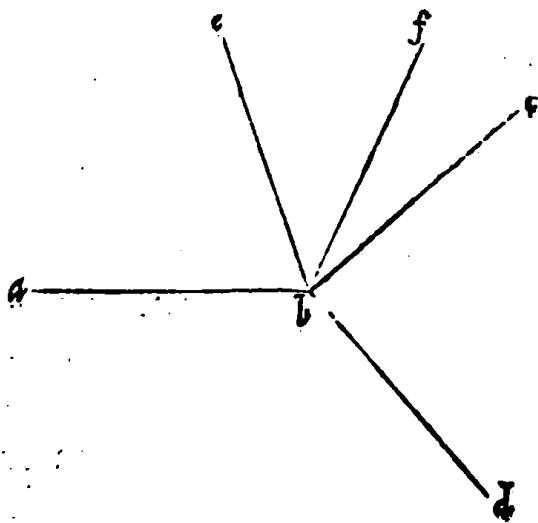
Posidnii  
Respon-  
sio.



stratio tamen bene succedit . nam iuxta illam partem , in qua non cōgruunt , altera quidem intrā : altera verò extrā erit , eademque absurda sequentur , Recta à Centro ad externam Circumferentiam protrācta . æquales . n . erunt quæ à Centro sunt , tum maior , quæ ad Circumferentiam externam : tum minor , quæ ad internam . Aut igitur tota toti congruet , æqualesque sunt : aut secundum partē congruens , secundum reliquam vicissim variat : aut nulla ipsius pars , nulli alterius parti congruit . & si hoc fuerit , vel extrā cadit , vel intrā . hæc autem omnia consimiliter redarguuntur . Verum de his hæc sufficiant . Ze-

Alia De-  
mōstratio  
quam dā-  
nat Zeno .

no autem aliam Demonstrationē adscribit huiuscemodi , cui etiā ob-  
trectare conatur . Sit . n .  
duarum Rectarum a c , a d ,  
cōmune Segmentum ipsa  
a b . & excitetur ipsi a c ad  
Angulos rectos ipsa b e .  
Angulus igitur e b c re-  
ctus est . Si itaque Angulus  
etiam e b d rectus est , æ-  
quales erunt , quod fieri nō  
potest . Si autem non , eri-  
gatur ipsi a d ad Angulos  
rectos ipsa b f . Angulus  
igitur f b a rectus est . Erat  
autē Angulus etiam e b a



rectus . & æquales igitur adinuicem sunt , quod fieri non pot . st . De-  
monstratio itaque hæc est , quā Zeno obtrectauit , veluti aliquid eo-  
rum , quæ posterius ostendenda sunt assumentem , à dato nempe Si-  
gno , datæ Rectæ i Rectam ad Angulos rectos excitare . Posidonius  
autem nusquam quidem in Elementariis Institutionibus huiusce-  
modi Demonstrationem ferri inquit , verum Zenonem suos Geome-  
tras veluti flagitiosa Demonstratione vtentes calumniari : esse autem  
aliquam rationem pro hac etiam dicendam . Siquidem est etiā quæ-  
dam prorsus vtrique Rectarum ad Angulos rectos . quæcunq; enim  
duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt , hocque præassumpsi-  
mus rectum Angulum definientes . tali enim inclinatione solum re-  
ctum Angulum constituimus . Sit autem fortasse hæc , quam crexi-  
mus . siquidem ipse etiam Epicurus , omnesque alij Philosophi mul-  
ta quidem eorum , quæ fieri possunt , multa autem impossibilis quoq;  
materiæ , ad consequentis contemplationem supponere concedunt .

Posidoni-  
cōtra Z . -  
nouem re-  
sponso .

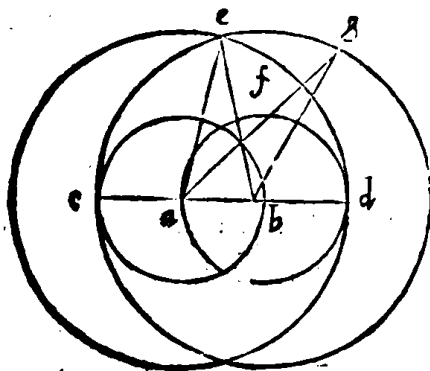
Epicurus .

Toti-

Totidem de æquilatèro Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Aequicrus. Sit igitur

Finis Digressionis

Linea recta  $a b$ , super qua oportet Aequicrus constituere. & describantur Circuli, ut in Aequilatero. & producat ex utraq; parte Linea  $a b$ , ad  $c d$  Signa.  $c b$  igitur, ipsi  $a d$  æqualis est. Centro itaque  $b$ , Interuallo autē  $c b$ , Circulus  $c e$  describatur. Rursusque Centro quidem  $a$ , Interuallo verò  $d a$ , Circulus  $d e$  designetur, & à Signo  $e$ , in quo Circuli se inuicē intersecant ad  $a b$  Signa rectæ Lineæ  $e a$ ,  $c b$



Reliquorū Triangulorum cōstitutio.

protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi  $a d$ ,  $e b$  verò ipsi  $b c$  æqualis est, æqualis autem est  $a d$  ipsi  $b c$ ,  $e a$  quoque ipsi  $e b$  æqualis erit. Verū maiores etiam sunt ipsa  $a b$ . Aequicrus igitur est Triangulum  $a b e$ , quod fecisse oportuit. At porro iussu sit Scalēnū constituere Triangulum super data Recta  $a b$ . & describantur Circuli Centris, & Interuallis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli  $a$  Centrum habentis, Signum  $f$ , & protendatur recta Linea  $a f$ , producatque ad  $g$  Signum, protendatur autem recta Linea  $g b$ . Quoniam igitur  $a$  Centrum est,  $a f$  ipsi  $a d$  æqualis est. Maior igitur est  $a g$ , ipsa  $a d$ , hoc est ipsa  $g b$ . Centrum autē est & ipsum  $b$ , æqualis ergo est  $g b$ , ipsi  $c b$ . Maior est igitur  $g b$ , ipsa  $b a$ . At  $g a$  maior est, ipsa  $g b$ . Tres igitur  $g b$ ,  $b a$ ,  $a g$  inæquales sunt. Scalēnū ergo Triangulum est. Tria itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem diuulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Aequilaterum quidem vndequequæ æquale existens, vñico modo constituitur.

Documētum.

Aequicrus autem in duobus tantū Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalēnum verò vñdicque inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autē quæ sunt exposita sufficiant. Vñiuerſaliter verò contemplantur quòd Problematū alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis sunt. Vocantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, se-

Problematū vñiuerſalis Diuifio. Amphinomus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ū verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiusmodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dissecere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius quàm duplum esset, ut puta triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tripla (multiplex . n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantē operationem proponitur. quod namque in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædā Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiusmodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc . n. superuacaneū est, frustra que adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiā quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, ut ab indeterminatione, in ordinē, Scientiamque parientē Terminū reducat. Veluti si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, utrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem utroque æqualium Laterū habet. nec non utrum illud, quod verticalem Angulū utriusque eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet, ut Semiquadrangulum: an illud, quod utrumque eorum, qui ad Basim

Problema  
multiplici-  
ter dicitur.

Problema  
Geometri-  
cum.

Excedens  
Problema  
quid.

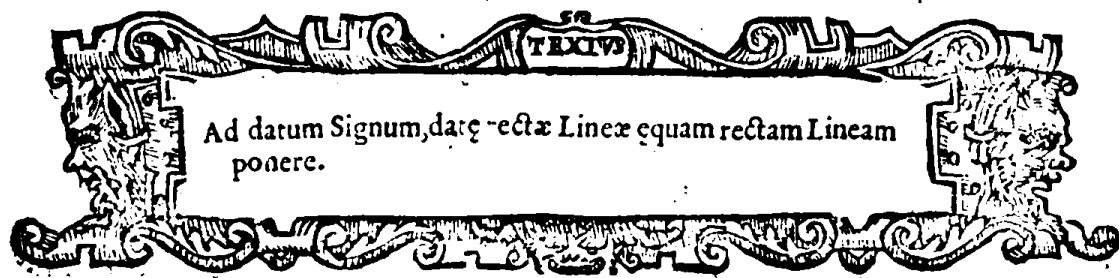
Impossi-  
bile Proble-  
ma quid.  
Maius Pro-  
blema quid.  
Deficiens  
Problema  
quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplū habet; vel quod secundum quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam. fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quod ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cōstruitur. tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum,

Hoc proponitur i Propositione 10. quarti Elementi.

Quale dēt esse pfectū Problema quod & propriè problema dicitur.

Primum problema primi Elementi cæteris problematib⁹ præstat.



Propositio secunda. Problema secundum.

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesquæ mutantia eundem Demonstrationis seruant modū, hæc Casum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnam tantū Positionem, vnamquæ Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt. simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantū modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione. quæritur siquidem huic rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, vbi-  
cunque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quod omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in sublimiori. omnibus, .n. Planorum Problematis, atque Theorematibus, vnum subijci Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est? præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamquæ pertinet. siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum no-

Com. 6.

Casus in Constructione est.

Documentum

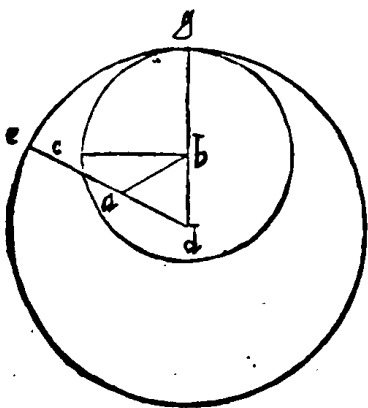
Dub.

In præcedenti Prob.

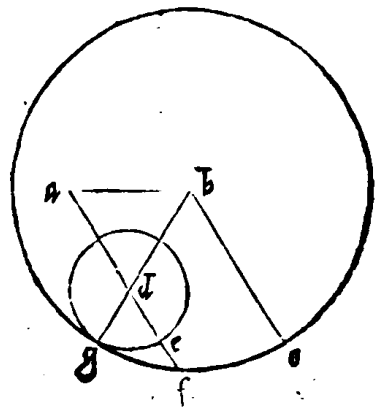
bis



res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaque Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque equi-

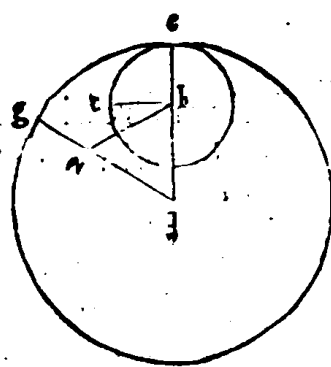


laterum in ipsa non constituitur superius habēs verticem ( quoniam locus non est ) sed inferius, & sit a d b. Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c : aut maior : aut minor . Si igitur æqualis , quod iussu erat factum est . + Si autem minor , Centro



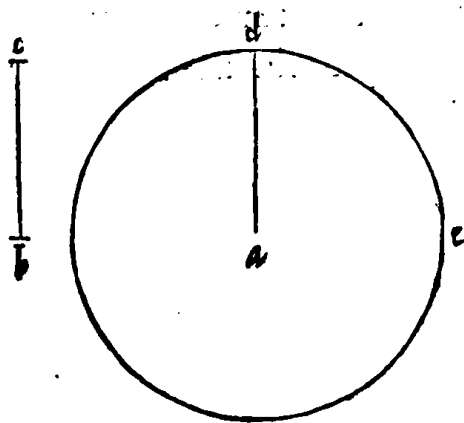
quidem b , intervallo verò b c, Circulus designetur , & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, intervallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt . sed & a d, ipsi d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum . reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est . At b g etiam æqualis est ipsi b c, à Centro enim & illæ exeunt . a e igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendū erat . Si verò maior est a d, ipsa b c, ( hoc enim reliquum est ) Centro quidem b , intervallo autem b c, Circulus designetur e c . Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, intervallo autem d e, Circulus describatur e g . Quoniā igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e . Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b e. Verum b e, ipsi b c æqualis est . ambæ enim ex Centro sunt . a g igitur ipsi b c æqualis est . & est posita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiā Casibus existentibus, satis est hos quoque in præsentia descripsisse . ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere . Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixerunt . Sit a datum Signum, b c autem data Recta , & Centro quidem a, Intervallo verò tanto quanta est ipsa b c , Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circumferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est . tanta enim erat quæ ex

+ Si aut minor, Cetro quidē b, intervallo verò b c, Circulus describatur . & producantur a d, d b vsq; ad Signa g f, & Centro quidē d, intervallo autē d g, Circulus designetur. Quoniā itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro. n. sunt . sed & a d, ipsi d b æqualis est æquilaterū. n. est. Tota igitur a e, tota b g est æqualis. Verum b g æqualis est ipsi b c, ex Cetro enim. ipsa ergo a e, ipsi b c æqualis est, quod fecisse oportuit .



Quorūdam  
prava demōstratio

Centro, quanta est ipsa  $bc$ . & factum est id, quod iussum erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cum .n. dicat Centro  $a$ , interuallo autem  $bc$ , describi circulum  $ed$ , æqualem iam accipit quodammodo ipsi  $bc$ , ad Extremum  $a$  positam, & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non <sup>†</sup> approbabitur.



† conciliabimus.

Propo 3.  
Problemæ  
tertium.

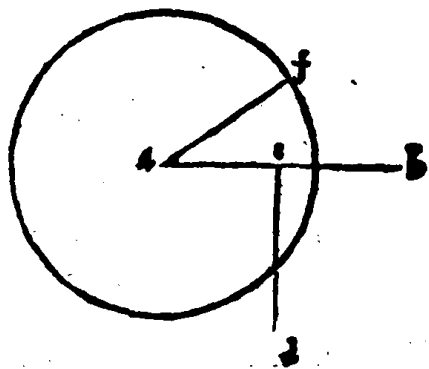
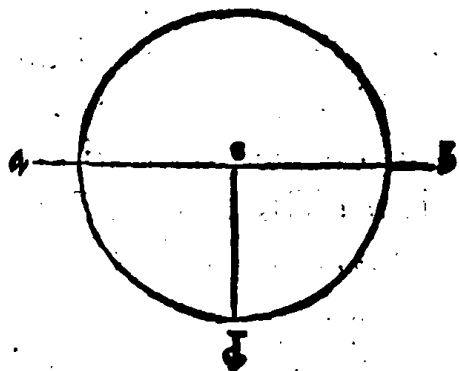
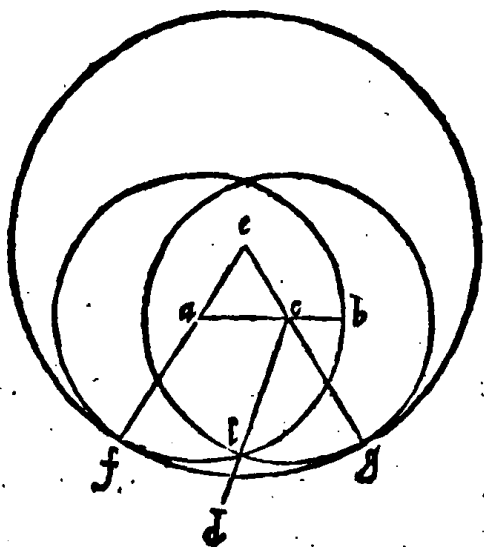
TEXTVS  
Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori equalē  
minori abscindere.

Côm. 7.

Varii huius  
Problematis  
Casus.

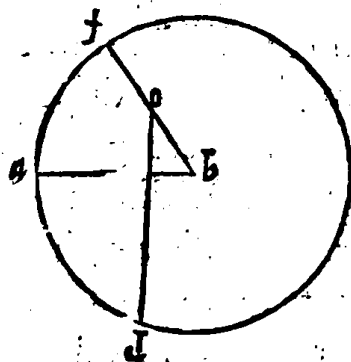
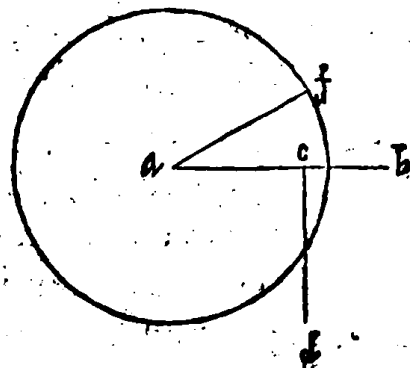
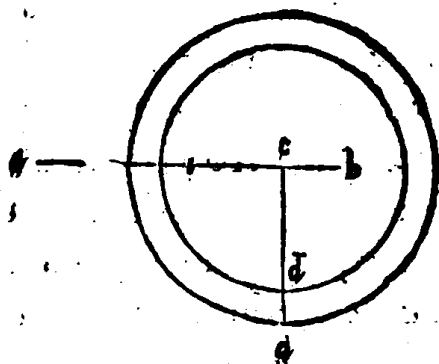
**T**ertium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocque dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio, communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel e conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

tribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales  $a b$ , &  $c d$ , maior autē  $c d$ , secetquē ipsam  $a b$  sui ipsius Extremo  $c$ , & Centro quidem  $a$ , Intervallo verò  $a b$ , Circulus describatur  $b f$ , & constituatur Triangulum æquilaterum super  $a c$ , quod sit  $a e c$ , & producantur  $e a, e c$ . & rursus Centro quidem  $e$ , Intervallo autem  $e f$ , designetur Circulus  $g f$ . rursusque Centro quidem  $c$ , Intervallo verò  $c g$ , Circulus  $g l$ . Quoniam igitur  $e f$  equalis est ipsi  $c g$  (Centrum enim est  $e$ ) quarū  $e a$ , ipsi  $e c$  æqualis est, reliqua  $a f$ , reliquæ  $c g$  æqualis erit. Verūm  $a f$  etiam, ipsi  $a b$  est æqualis.  $a$  enim Centrum est. &  $c g$  igitur, ipsi  $a b$  æqualis erit, & hæc equalis est ipsi  $c l$ . centrum enim est Signum  $c$ . &  $a b$  igitur ipsi  $c l$  æqualis est. Aequalis igitur ipsi  $a b$  ablata est ipsa  $c l$ . Verūm sit  $c d$  minor ipsa  $a b$ , secetquē ipsam  $a b$ , iuxta  $c$  suum Extremum. Aut itaque in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primum in medio,  $c d$  igitur aut dimidiū est ipsius  $a b$ , & est æqualis  $a c$ , ipsi  $c d$ : aut medietate minor, & Centro quidem  $c$ , Intervallo verò  $c d$ , Circulum designans ab ipsa  $a b$  ipsi  $c d$  æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad  $a$  Signum,  $a$  ipsi  $c d$  æqualem ponens, describensque Circulum Centro  $a$ , Intervallo autem  $a f$ , ab ipsa  $a b$ , ipsi  $a f$ , hoc est ipsi  $c d$  æqualem abscindes. Si autem  $c d$  ipsam  $a b$  non per mediū dispescit, erit  $c d$  aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque  $c d$  medietas est, vel minor medietate ipsius  $a b$ , Centro vtens Signo  $c$ , Intervallo autem  $c d$ , abscindes ab ipsa  $a b$ , ipsi  $c d$  æqualem, iussumque factum est. Si verò





ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Intèruallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producaturs vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Linæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur. Nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cū ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elemētorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens. & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Intervallo Circulum describere, qui à maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.



Propō 4.  
Theorema primū

*Si duo Triangula duo Lateralia duobus Lateralibus alteri alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateralibus comprehensum: & Basim Basi æqualem habebunt, & Triangulū Triangulo æquū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt æquales, sub quibus æqualia Lateralia subtrahuntur.*

cōm. 8. Hoc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primum quidē

quidem Triangulorum ortum tractās : Secundum verò , ac Tertium æqualem aliam alijs rectam Lineam comparare proponentia . horumque illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiebat . Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma , in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit . quomodo namq; qui prius Triangula non constituit , ortumque ipsorum non comparauit de ijs , quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematice pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquā Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma , hoc etiam prorsus habebunt . non ne igitur facile penitus est + ipsi occurrere , quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint , non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis , in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est . addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter, transitusque à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit . Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem ( tribus enim formis cōmune est ) & æqualium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices, nam alteram quidem, omnino nō existentem producit : alteram verò, ab Inequali per ablationem acquirit, hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula , quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent : Basim quoq; Basi, & Aream Areæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent . tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur : duo verò, quæ dantur , Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera ( & manifestum quòd Ratione data est ) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas: queruntur autem tria, Basis ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primū in quantitate est Symptoma.

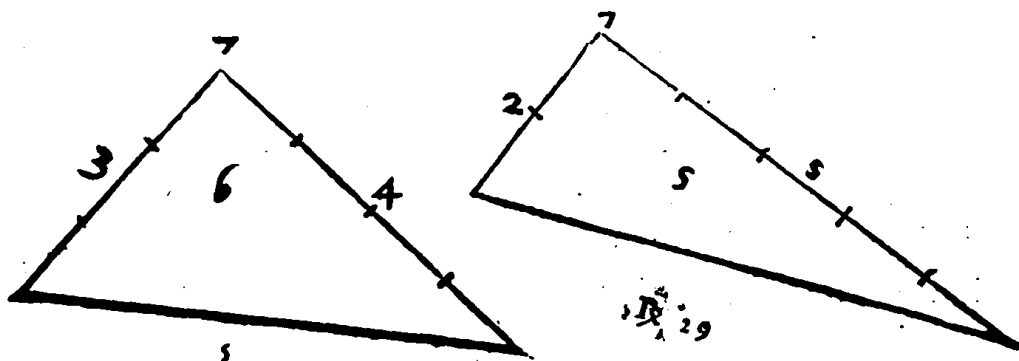
+ Ipsi occurrere? neq; n. omnino scimus an Triangulū cōstitutum sit.

Vide 16. Propōne tertii Elementorū.

Datum huius Theorematis . Questum huius Theorematis .

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, cò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Daris addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem infè  
rius in lib.  
4. in còm.  
propõnis  
37. & in  
còm. pro-  
põnis 47.



geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cùm maiorem agrum sumpsissent, iusti existimati fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtracq; simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & vbicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit. si quidẽ de datorum quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ ab æqualibus Lateribus comprehensum ] ne indeterminatè Loquẽdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quin etiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam præacceptis necessario reliquum Basim esse supponendũ est. Quapropter hinc quoque Elementorum institutor cùm duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Li-

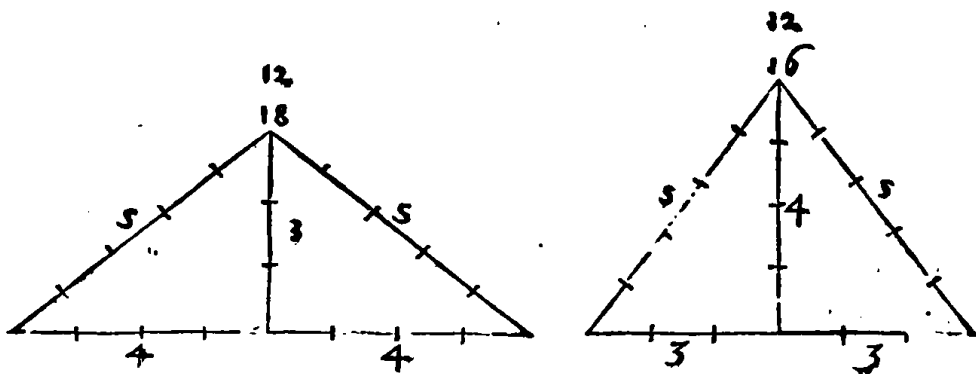
neam

Pulchrũ.

Duo latera unius sunt  
lateris alterius  
ut qm angulus codu  
ut ipse no est equa  
to a duobus sisdem  
eius, dicitur ne q  
Area aucta est  
in illis reperiant  
eius sequit. uni  
a. non. sat hoc est  
ipius d. Documẽ  
tum.  
Basis Triã  
guli quid.  
Duplex è  
Trianguli  
Basis.

Quo Triã  
gulũ Triã  
gulo æqua  
le sit.  
Area Triã  
guli quid.  
Ambitus  
Triãguli  
quid.

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam . Diuersum igitur est vtrunque , & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areae debet esse æqualis . Accidit autem in quibusdam Triangulis Areis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse . Duo-



bus enim Aequicruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex . horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet, totus enim Ambitus Octodecim erit . Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis-multiplicans . Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse . & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrum sumpserunt . Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea aliæ rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint . nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit : æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt . Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit : cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit : cum verò intra, minor, nam ibi quidem alterum continet, hinc verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra  
cōsidera-  
rio. Vide  
ēt in lib. 4.  
in cōm. p  
pōnis 37.  
& 47.

ut in exemplo  
satis abstrusum  
quod altera  
conuenientiam  
Quo re-  
cta Linea  
alii rectæ  
Lineæ æ-  
qualis di-  
catur.  
nam pe

Quo re-  
ctilineus  
Angulus  
rectilineo  
Angulo di-  
catur æqua-  
lis.

stroidibus,

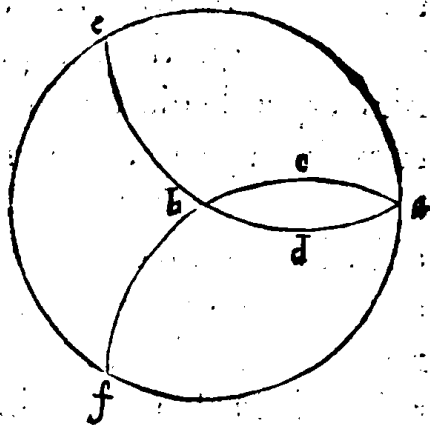
Quo Late  
ra dicatur  
Angulos  
subtendere.

Documē-  
ti finis.  
† præassu-  
matur. Ad  
ipsius aut  
Demōne  
illud.

Demon-  
strat quod  
duæ rectæ  
Lineæ spa-  
tium non cō-  
prehēdūt.

Documē-  
tum.

stroidibus, atque in vtrunque conuexis. quoniam fieri potest vt & æquales sint, & Latera sibi inuicem non congruant. Rectus .n. cui-  
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest, vt rectis Lineis  
Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum  
est, quod Angulos subtendere Latera dicuntur, quæ e regione iacent.  
omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli La-  
teribus continetur, à reliquo verò subtenditur. Propterea Geometra  
quoque cum dixisset Angulos æquales esse, adiecit [ sub quibus æqua-  
lia Latera subtendunt ] ne diuersum non esse intelligamus qualem-  
cunque Angulum suscepisse, huncquæ cuicunque reliquorum Trian-  
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos  
æqualia Latera subtendunt. æqualium etenim Laterum alterum qui-  
dem, alterum æqualium Angulorum subtendit: reliquum verò, reli-  
quum. Ad præsentis itaq; Theorematis declarationem totidē † cō-  
siderentur. Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-  
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc  
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit. Si enim, inquit, Ba-  
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt: si  
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit  
igitur quod hoc fieri nō possit? Sint  
duæ Rectæ Spatium comprehēden-  
tes a c b; a d b; & producantur in in-  
finitum. & Centro quidem b, inter-  
uallo autem a b, Circulus a e f desi-  
gnetur. Quoniā itaque Linea a c b f,  
Dimetiens est, medietas Circunfe-  
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam  
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-  
tas Circunferentiæ Circuli est ipsa a e.  
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f  
Circunferentiæ, quod minimè fieri potest. Duæ igitur rectæ Lineæ  
nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq; in-  
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ ab omni Signo ad om-  
ne Signum, rectam Lineam ducere ] eò quod vna recta Linea sem-  
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ. nam plures qui-  
dem Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-  
tibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-  
tis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniungun-  
tur. Fieri autem potest vt & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-  
cūferentiæ



transferentia data Signa coniungentes describantur. causa verò est,  
 quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum  
 autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudi-  
 nis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ce-  
 terorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque  
 inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem ma-  
 ximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quòd  
 autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cōmunibus de-  
 pendet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniens est, ab ipsa quæ  
 Suppositionum euidencia egressa, cuilibet manifestum est. nam cum  
 quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, si-  
 bi inuicem congruunt. Cum verò Anguli, qui ab æqualibus Lateri-  
 bus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt.  
 Angulo autem ad Angulum, Lateribusquæ ad Latera coaptatis, in-  
 ferne etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæc, Basis  
 quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangu-  
 lum toti Triangulo, omniaquæ omnibus æqualia erunt. Aequalitas  
 igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstra-  
 tionis causa esse apparuit. duo enim hîc sunt Pronuntiata totam pro-  
 positi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum  
 quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt.  
 & hoc simpliciter verum est, nullaquæ indiget limitatione, quo Ele-  
 mentorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisquæ Angulis vti-  
 tur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt.  
 Alterum verò, quòd ea, quæ æqualia data sunt, sibi inuicem congruunt.  
 Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia  
 sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, &  
 Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à si-  
 milibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem  
 dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt  
 tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit.  
 Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus,  
 & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcquæ sibimetipsis conueniunt.  
 Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusquæ  
 omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt.  
 Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd o-  
 mnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cogniti-  
 nis æqualium vndequatq; Triangulorum. Verū enim vero de tota  
 Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib.  
secundo.  
Cōm. 10.

Finis Do-  
cumēti.

Præsentis  
Theore-  
matis De-  
mōstratio

Octauum  
Pronūcia-  
tum.

Conuer-  
sum octa-  
ui Pronū-  
ciati.  
Nota q  
speciē hic  
specialissi-  
mā intelli-  
git.

† Simpliciter.

Digressio

Distinctio  
Problemata  
& Theorematum  
secundum  
Carpum.  
Prima dif-  
ferentia.  
Secunda dif-  
ferentia.

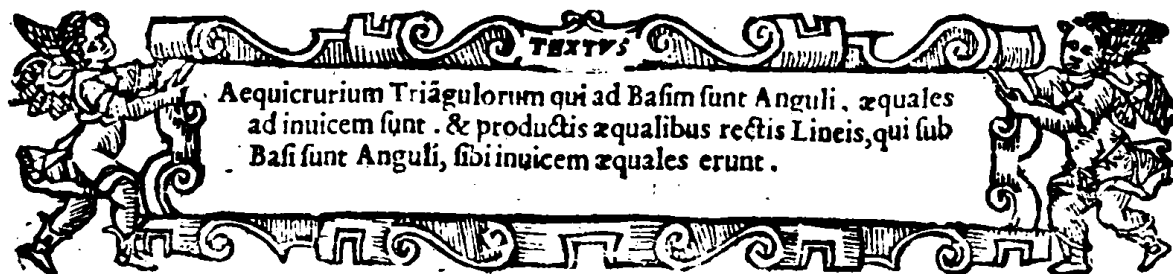
Tertia dif-  
ferentia.

Propria  
opinio.

Astrologica tractatione de Problematicis, atque Theorematibus sermonem suscitauit siquidem opportunè accidit ( inquit ) in præsentia silentio non prætereatur, ac denique horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quam Symptomata Problematicis inueniri quærentur. Nec non Problematicis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquæ artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, ut æquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiquæ scientiam iudicio indigentem. ut neque veritatem excedere, neque à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoque est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematicis quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematicorum inuestigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, ut ad tempus usque nostrum ( inquit ipse ) nemo communem horum inuentionis methodum tradere possit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius utique esset. His autem distinctis, propterea igitur ( inquit ) in Elementari quoque institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorum institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartum est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si est nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eo quod Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim communibus in hoc utitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iure Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primarium illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimum apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theorematum Problematicis præcellunt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se coniungit, problematicè agere: quatenus verò primæ scientiæ coheret, Theorematicè à Problematicis ad Theorematum, à Secundis ad Prima, & ab istis, quæ ad Artes magis spectant

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemîno obtreſtare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenſi. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſſignauit: Gemînus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cūm quidē in Theorematibus Simpliciffimum ſit, atq; principaliffimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicā, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demōſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſq; Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoq; Data ipſa conſtruuntur.

Defendit  
Gemînū.



Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Propoſ. 5.  
Theorema ſecundum.

Theoremata alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiſtribilia ſunt, vnum habētia Datum, & vnū Queſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quæ ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cōcluſiones Suppoſitione Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horū alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quæcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verū fieri non poteſt vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq; fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola æqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [ Triangula, atq; Parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Baſes. ] poſſibile

Cōm. 9.  
Theorematum diuiſio.



Prima p-  
positio se-  
xti.

Theore-  
ma.

† Vnam-  
quāq; qui-  
dem Com-  
plexi par-  
tē nō vni-  
uersaliter.

† Sed eorū  
tātū, quē

† quæ,

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Al-  
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisquę  
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-  
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò  
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquę omnibus  
inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta  
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-  
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quę concluduntur,  
Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui An-  
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-  
tendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &  
Parallelogrāmorū Theoremate sub eadem Altitudine existentium.  
Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [ Circulorum, Ellipsiūquę  
Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā  
diuidunt. ] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt:  
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus  
quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaquę diuidit,  
† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,  
quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem di-  
camus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bi-  
fariam secant. Segmentorumquę omnium Angulos æquales fa-  
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-  
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt.  
Omnino autem hasce compositiones Geometrę breuitatis, Resolu-  
tionumquę gratia machinati sunt. multa .n. cū incompressa qui-  
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Cōmoditates  
ad Resolutionē, quę tendit ad principia præbent. His itaque prius  
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum  
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-  
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum  
cū vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita ap-  
posuit, quippe qui Acquirurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æ-  
quales sunt. rursusquę deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,  
qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-  
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-  
tum, & iuxta Quæsitum. & utrūque eorum, quę componuntur  
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtro-  
que. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Acquirus est Trian-  
gulum; si autem qui sub Basi, æquales rectę Lineę protractę sunt,

&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elementorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquā enim hoc in aliorum Problematum, vel Theoremātū Constructione, aut Demonstratione vtetur. Cū igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interfere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarū tamen destructiones, obiectionumque Theorematis resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum autē est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium hīs, quæ dicenda sunt præparare, responsionūque subsidia præmoliri. vt non solum eorū, quæ vera sunt Demonstrationes ex hīs, quæ prius sunt demonstrata, verū etiā Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem, ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentū. nam qui in illis etiā sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanè præterpropositū est) alijs primò ipsorū solutiones præparare, is vtique certissimam mirū in modum disputationum viā prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, hīs, quæ nunc ostenduntur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendacij, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, precedentibus perspicuū erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextū non conuertit, quoniam neque etiā præcipuam hoc affert vtilitatē, verū per accidens ad totā scientiā nobis confert. Siquis autē à nobis petat, nos non producentes etiā æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodāmodo Constructionē transponentes, & eas quæ extra sunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit .n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodeunque Signum, sitque illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit a e, & protrahantur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

Vide inferius in præfati cōm.

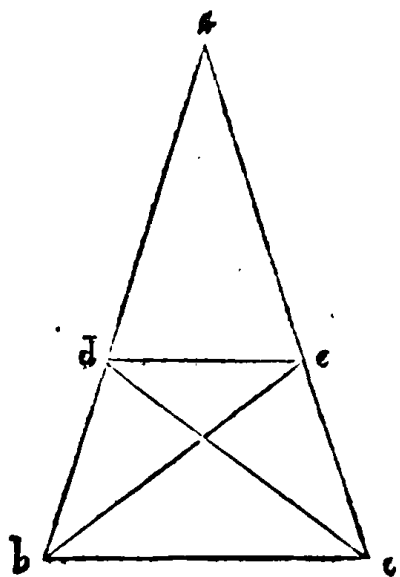
Dubitatio

Solutio.

Notandum  
† ex hoc  
quoque eiu<sup>s</sup>  
qui i Geometria est  
est ordinis  
ad Rhetoricā emolumentum.

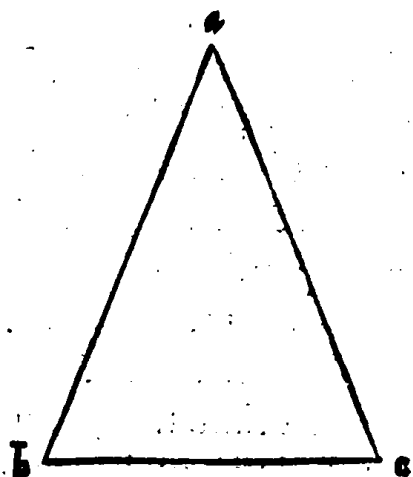
Ecce causa, quā superius promissit.  
Quidā huius Theorematis casus.

a e æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāobrem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c; & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, à quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d e, e c b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus e e, e b alterum alteri æqualia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtendunt æquales sunt. Angulus igitur d b e, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidē d b e, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit. Acquiruntur igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā relictis Lineis non productis. Adhuc autē breuius hoc Pappus ipse demonstrat, + quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit



† nulla ad  
ditione i-  
digens,  
Dēmōstra-  
tio Pappi.

Acquicrus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c; & a c, ipsi a b æquales sunt, dux vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē .n. est) & omnia igitur, omnibus æqualia sunt. Basis quidē b c, Basi c b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his .n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Acquiruntur igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quod Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,



&

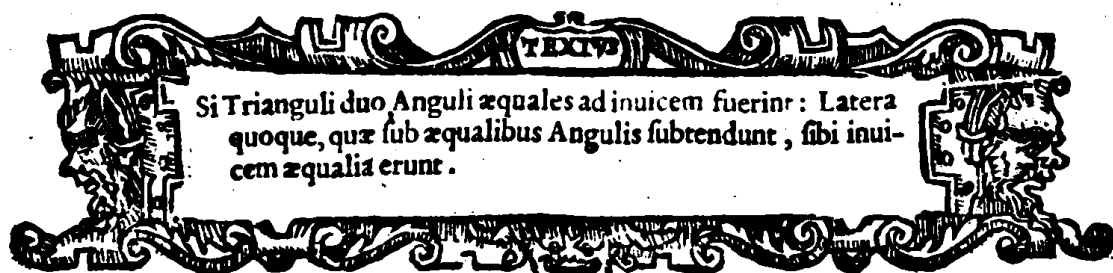
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstramus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quod vtrique omnis Acquiruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt; moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (e quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circunferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quod tres solæ Lineæ & non plures similium partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quæadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Acquiruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similium partium Lineam incidentium. illis enim primū inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit, primus huius Theorematis inuentor.

Laudat Geminus,

Theorema Geminus.

In 20. Propositione.



Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subtendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propo 6. Theorema 3.

Præsens Theorema duo hæc Theoremata in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio verò

Cóm. 10.

Cóuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio inferitur. vt, Acquicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Acquicrus Triangulum hic est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Acquicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium equalitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamque Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus equalia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quedam indeterminatę fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quòd multę falsę Conuersiones fiunt, & nō sunt proprię Cōuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Menęchmi, Amphinomi que familiares Mathematicos non latere. Ipsorum autē, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cū .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cū autē è contrario Suppositionem quidem Sympto-

† accipientes Conclusionem vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo.

Duplex Conuersio Geometrica, propria, atque impropria. † Et non vnū vni, Sed vnum multis cōuertēs, iuxta Suppositionū Notādū.

Quid præcedēs, & quod Conuersum Theorema.

ma fecerit: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ipsi, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ipsi, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebat corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principiis sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principiis quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidencia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ipsi, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principiis illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quam Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtēdentia

Genus hic  
pro subie  
cto.

Epilogus.

Deductio  
ad impos  
sibile quid  
apud Geo  
metras.

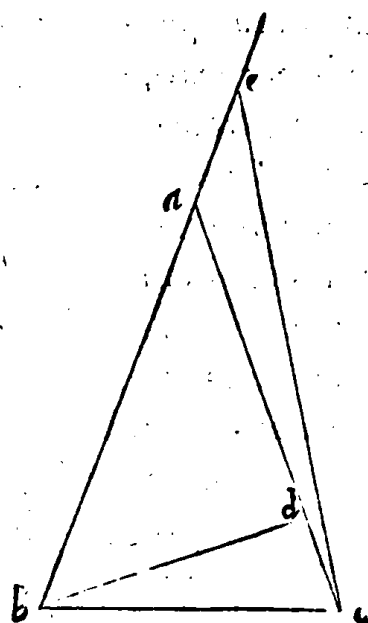
Documen  
tum.

Porphyri

Epilogus.

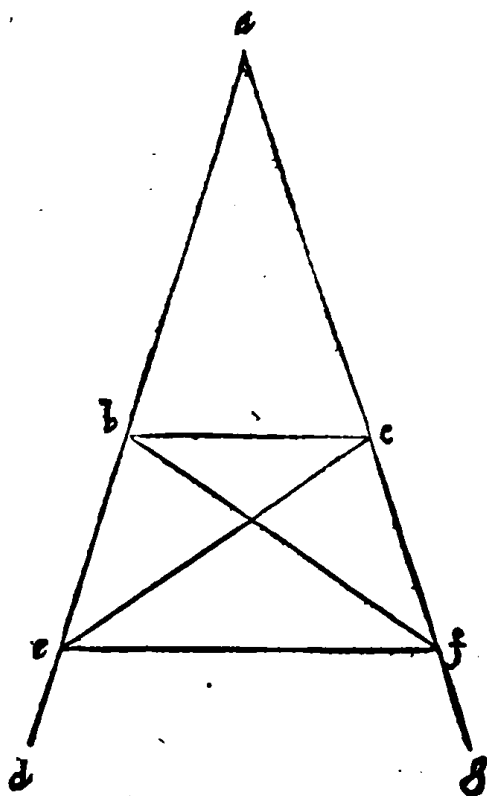
In principi  
huius  
comenti.Quidā hu  
ius Theo  
matis ca  
sus.Demō re  
liqui con  
uersionis  
membri.

æqualia nō sunt, Totum suæ parti æquale est: verūm hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium Lateralia quoque æquos Angulos subtendentia, æqualia sunt. Totidē de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur sufficiant. Vtitur autē (quod iā diximus) Elementorū institutor Conuersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquā Quæsitum adiecit: Deductionē autem ad impossibile, in Construtione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes, quod nō oportet ipsi  $a b$  ab ipsa  $a c$  æqualem auferentem, ad Signū  $c$ , facere ablationē, sed ad Signum  $a$ , hanc quoque ponentes Suppositionem in idem impossibile incidemus. Sit .n.  $a b$  æqualis ipsi  $a d$ , & producat  $b a$ , ponaturque æqualis  $a e$ , ipsi  $d c$ . Tota igitur  $b e$ , tota  $a c$  æqualis est. Connectatur ipsa  $e c$ . Quoniā itaque  $a c$  æqualis est ipsi  $b e$ , cōmunis autē  $b c$ , duæ duabus æquales sunt, & Angulus, qui ad Signum  $b$ , Angulo  $a c b$  æqualis est. Sic .n. positum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. Quamobrem Triangulum quoque  $e b c$ , Triangulo  $a b c$  æquale est, Totum parti, quod minimē fieri potest.



Verūm quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum etiam Conuersionis ostendamus. nam Elementorum quidem institutor ad quinti Theorematis partē, totum sextum conuertit. Operæpretium est autem reliquam quoque Conuersionem adijcere. hæc autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuiusdam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse: ostendit verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur  $a c b$  Triangulum, & producantur  $a b$ ,  $a c$  ad Signa  $d g$ , sintque Anguli, qui sub Basi sunt, æquales. Dico quod Triangulum  $a b c$ , Aequicrus est. Sumatur .n. in Linea ad Signum  $e$ , ipsique  $b e$  æqualis  $c f$ . & connectantur Lineæ  $e c$ ,  $b f$ ,  $e f$ . Quoniam igitur  $b e$ , ipsi  $c f$  æqualis est, cōmunis autē  $b c$ , duæ duabus æquales sunt. & Angulus  $e b c$ , Angulo  $f c b$  æqualis est. sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. & Basis igitur  $e c$ , Basi  $f b$  æqualis est, Angulusque

lusque  $b c c$ , Angulo  $c f b$  : & Angulus  $c b f$ , Angulo  $b c c$ . sub ipsis enim æqualia Latera subtendunt. erat autem totus  $c b c$  Angulus toti  $f c b$  Angulo æqualis, ex quibus Angulus  $f b c$ , Angulo  $c c b$  æqualis est. & reliquos igitur  $e b f$ , reliquo  $f c e$  æqualis est. est autem  $b e$ , ipsi  $c f$  : &  $b f$ , ipsi  $c c$  æqualis, æqualesque continent Angulos. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam  $b e f$ , Angulo  $c f e$  æqualis est. Quamobrem Latus quoque  $a e$ , Lateri  $a f$  æquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus  $b e$ , ipsi



$c f$  æqualis est. sic enim ablata fuere. reliqua igitur  $a b$ , reliquæ  $a c$  æqualis est. Aequicrus ergo est Triangulum  $a b c$ . Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est : tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habuerit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicrus erit. Qua de causa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non convertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqualibus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi confert, cum sequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus existentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi? si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit : Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque in tota Elementari institutione usus Euclides accipere potuit, quod Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequicrus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

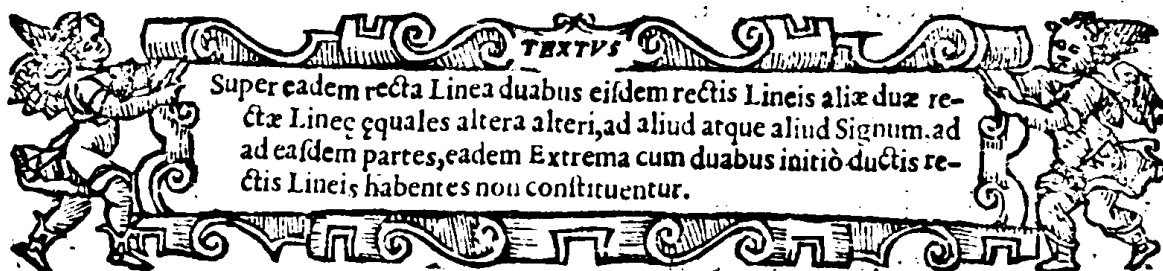
Dubitatio

Solutio.



Propo 13. matum Demonstrationem . nam paulò pòst apparebit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent : quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propo 7.  
Theorema 4.



Cóm. 11.

Aristote.  
in 1. po. st  
tex. 31.

† nam sine  
affirmōne  
neque

in 1. 2

Prima hu-  
ius Theo-  
rematis cō-  
ditio.

Secunda.

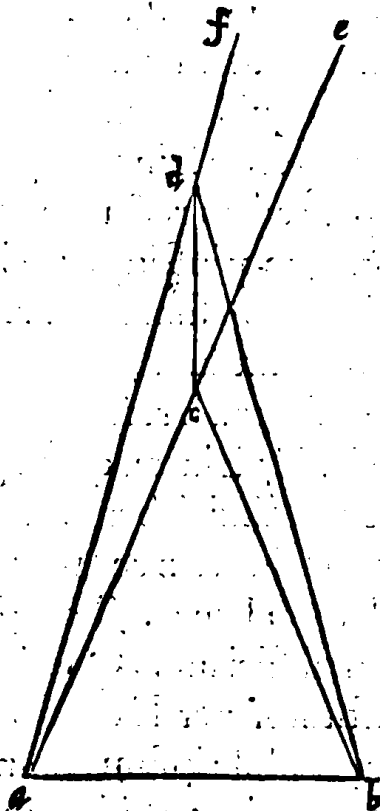
Tertia.

PRæsens Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter  
ijs, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per nega-  
tionem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium  
ipsis est. ut plurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmetico-  
rum Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut  
inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientiis  
maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negatione quæ nihil in-  
digens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si de-  
bet ostendi † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est,  
neque Ratiocinatio quædam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ,  
plurima quidem affirmantia ostendunt, rarò verò negantibus vtun-  
tur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce  
Theorematis Propositio, omnibusquæ additionibus vincita, quibus  
adeò certa, atque indubitata facta est, ut ab ijs, qui calumniari conan-  
tur, coargui, cōiunci quæ minimè possit. nam primò quidem particula  
illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus  
alteram alteri æquales ostendamus, Propositione quæ vtentes circun-  
ueniamus. Secundò vna recta Linea existēte, nō inquit super ipsam  
duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest)  
sed alteram alteri. quid .n. mirū est vtrasque vtriusquæ æquales sumpsis-  
se eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: al-  
teram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossi-  
bile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid  
enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æqua-  
les fecisset, hasce illis in eodē Signo, quod subiectas rectas Lineas iux-  
ta verticem coniungit, coaptasset, hasquæ constituisset? omnino .n.  
æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum con-  
gruēt.

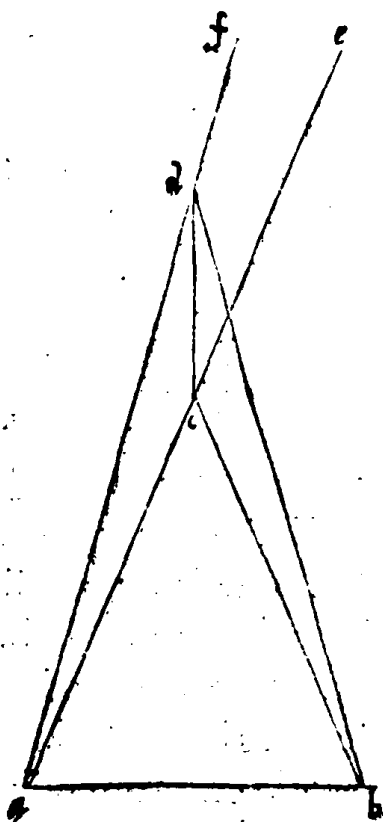
gruent. Quartò adiecit particulam [ ad easdem partes ] quid enim si Quarta.  
vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissimus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ ad easdem partes, ].

Quintò subdidit [ eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes ] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem Quinta.  
recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ips, quę constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quę initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteri quę Dimetienti. Verum æquales eadem non habebunt Extrema: neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipse autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur. Instantia.  
Fortasse autem quidam præter hos quoque omnes scientiam gignentes Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit. Sit .n.  $ab$  recta Linea, & super hac duabus  $ac$ ,  $cb$ , duę æquales  $ad$ ,  $db$ , sint quę hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, nempe, atque  $d$  sint, eadem quę Extrema cum ips, quę initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque  $b$ . & sit  $ac$  quidem æqualis ipsi  $ad$ :  $bc$  verò, ipsi  $bd$ . Aduersus itaque hoc modo instantes occurremus, connectendo quidem Lineam  $dc$ , producendo verò Lineas  $ac$ , &  $ad$  ad Signa  $e$   $f$ . his .n. constructis manifestum, quòd Triangulũ quidem  $acd$  Aequicrus est, equali existẽre (vt asserit eorum oratio)  $ad$ , ipsi  $ac$ : Anguli verò, qui sub Basi, æquales, Angulus scilicet  $ecd$ , Angulo  $fdc$ . Angulus igitur  $fdc$ , maior est Angulo  $bdc$ . multò maior igitur est

Responso.



Angulus  $b c d$ , Angulo  $b d c$ . Sed quoniam rursus Linea  $d b$  æqua-



lis est Lineæ  $b c$ , Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus  $b c d$ , Angulo  $b d c$ . Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minimè fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicè æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematũ Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximã affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd  $a c$ ,  $a d$  æqualibus existẽtibus, Anguli quoq;  $e c d$ ,  $f d c$  æquales erunt. Consimiliter autẽ in alijs quoq; Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cõferre apparebit.

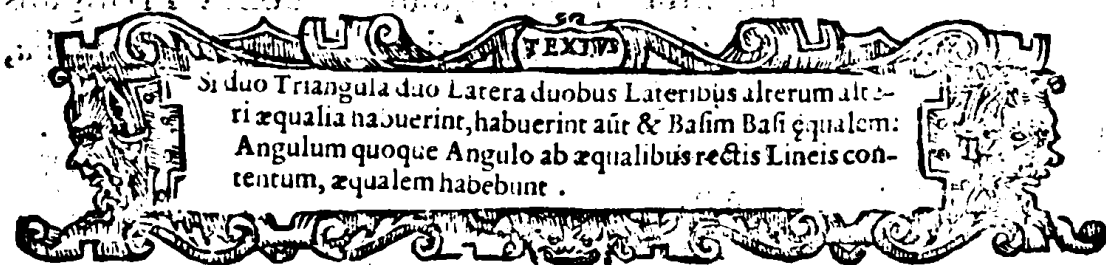
Alia Instãtia.

Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea  $a b$ , rectæ Lineæ  $b d$ ,  $b c$  æquales rectis Lineis  $a c$ ,  $a d$ , quarum  $b c$  quidem æqualis sit ipsi  $a c$ :  $b d$  verò, ipsi  $a d$ , ad aliud atq; aliud Signũ,  $a$  scilicet, atq;  $b$ , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis  $a c$ ,  $a d$  habentes,  $c$  nempe, &  $d$  Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea  $a b$  constituere, hisq; æquales super eadem recta Linea  $a b$  constitui? hoc modo enim Elementorum quoq; institutor in Propositione dicit. Ipse autem  $a c$ , &  $a d$  rectæ Lineæ non sunt super recta Linea  $a b$ , sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super  $a b$  recta Linea consistunt, vt  $a c$ ,  $c b$ , &  $a d$ ,  $d b$ : aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæq; ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea  $a b$  constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa  $a b$  recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficient. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeq; esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octau

Respõsio.

† quæque ipsis æquales sunt.

rematis efficitur illius namque Demonstrationem confert, & necque Elementum simpliciter est; neque Elementare. non in. ad plura suam extendit utilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram prius usum reperiemus.



Propo 8.  
Theore--  
ma. 5.

Octauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum. non. n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verum aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæditorum, quæ in illo sunt contexens, vnū quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæditorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæditorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autem causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positum est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo fit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniā verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cum per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cōmunibus notionibus quòd fieri non potest redarguit, & non (quemadmodū octauū) ab alio Theoremate. euidētiora. n. ad redargutionē sunt ea, quæ cōmunibus notionibus oppugnantia sunt, nō quæ Theorematibus contradicunt. hæc siquidē per

Cōm. 12.

Quæstio

Responso.

Philonis  
Demon-  
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato, septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus  $abc$ , &  $def$ , duoque Latera duobus Lateribus equalia, & Basim  $bc$ , Basim  $ef$  equalē habentibus, Basis Basis congruens, Triangulumque  $abc$ , & Triangulum  $def$  positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum sit: ad alteram verò utcumque ipsius  $ef$  rectæ Lineæ partem, ita ut oppositi ipsorum vertices sint, viceque ipsius  $abc$ , sit hoc modo positum ipsum  $efg$ . & sit ipsi quidem  $de$ , æqualis  $eg$ : ipsi autem  $df$ , ipsa  $fg$ . Ipsa itaque  $fg$  aut in directū posita erit Lineæ  $df$ , aut non in directum. & si nō

Casus De  
monstra-  
tionis Phi-  
lonis.

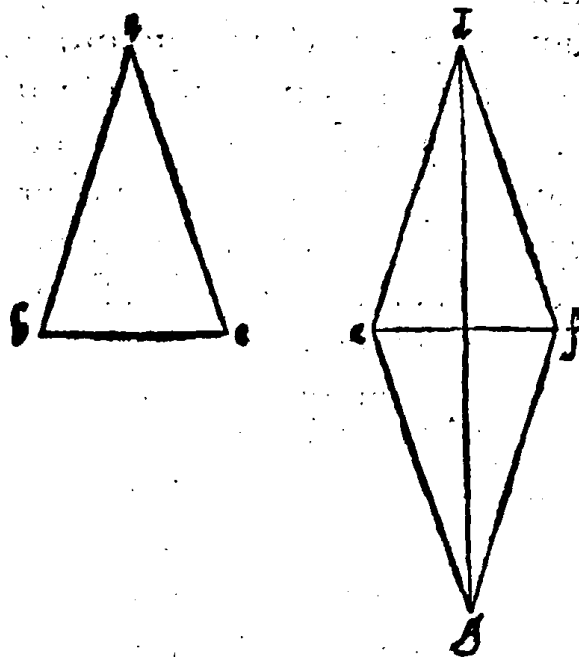
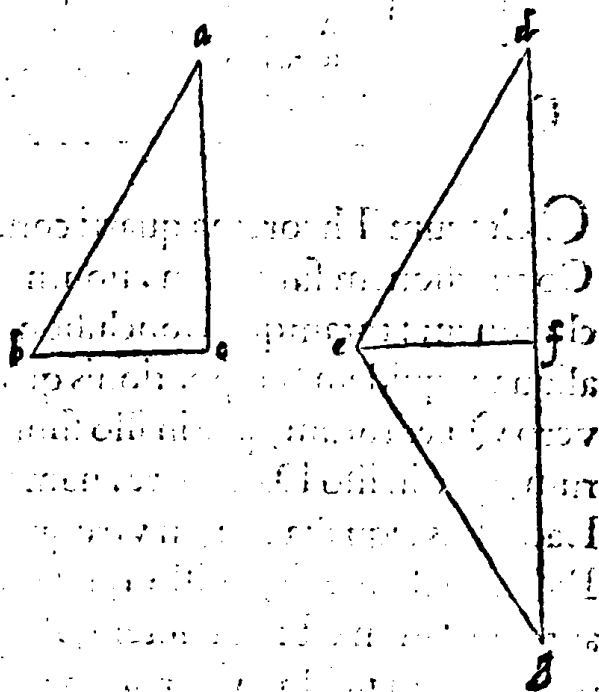
Primus.

Secundus.

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primū in directū posita. Quoniam igitur equalis est  $de$  ipsi  $eg$ , vnaque est Linea ipsa  $dfg$ , Triangulū  $d eg$

Æquicrus est, & Angulus, qui ad Signum  $d$ , Angulo, qui ad Signum  $g$  æqualis est. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cōnectaturque  $d g$ . Quoniam igitur  $ed$ ,  $eg$  æquales sunt, Basisque  $d g$ , Angulus etiam  $edg$  Angulo  $egd$  æqualis est. Rursus quoniā æqualis est  $df$ , ipsi  $fg$ , Basisque  $d g$ , Angulus quoque  $fdg$ , Angulo  $fgd$  æqualis est. Erat autē & Angulus  $edg$  æqualis Angulo  $egd$ . Totus igitur  $edf$ , toti  $fg e$

æqualis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta exter- Tertius.  
nam partem faciat Angulum ad ipsam  $df$ , ipsa  $fg$ , & connectatur  
extra recta Linea  $dg$ .

Quoniam igitur  $de$ ,  
 $eg$  æquales sunt, Ba-  
sisque  $dg$ , Anguli  
 $edg$ ,  $dge$  æquales sunt.

Rursus quoniam  $df$ ,  
 $fg$  æquales sunt, Ba-  
sisque  $dg$ , Angulus  
 $fdg$ , Angulo  $fgd$  æ-  
qualis est. Erant autem  
toti etiam  $edg$ ,  $dge$ .

Anguli ad inuicem æ-  
quales. & reliqui igi-  
tur  $edf$ ,  $fgc$ . Anguli

inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet  $fg$  rectæ  
Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-  
mus, septimòque nusquam vñ fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) frue- Dubitatio  
stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter  
octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam  
illo ostensum est, quonam pacto penitus inutile septimum non ap- Solutio.  
paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ ñ etiam, qui nos præcef-  
sere dixerunt) quòd septimum Theorema demonstratum, ñs, qui  
Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque  
defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt  
vtentes ostendisse quòd tres consequenter Defectus æquali spatio ab  
inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tan-  
to temporis spatio distet à primo, quanto tertius à secundo. Exem-  
pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, viginique diebus  
elapsis factus fuit: Tertium vtique post secundum tanto tēporis spa-  
tio minime factum esse, verum aut maiori, aut minori. hoc autem sic  
se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum  
Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-  
ferens obiter ostendisse, verum multa quoque alia Theoremata, atq;  
Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulo-  
rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū pro-  
ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui  
enim descripserunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,

Tres defe-  
ctus cōse-  
quenter æ-  
quali spa-  
tio distan-  
tes esse nō  
possunt.

Vltima p-  
positio li-  
bri quarti  
quō ad A-  
stronomiā  
conferat.

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quinde-  
 cangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Ele-  
 mentorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præ-  
 ostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cum autem  
 simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theorema-  
 te ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi  
 locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Ca-  
 suum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.  
 Ad hanc igitur Quæstionem hæc dicta sint. Siquis autem dubitet qua  
 ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,  
 & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales esse: Dice-  
 mus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque o-  
 manibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igi-  
 tur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tãquam  
 consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum æ-  
 qualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Basiumque  
 æqualitas efficere: neque enim Basibus inæqualibus existentibus  
 isdem Anguli manent comprehendentes Lateribus æqualibus  
 suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur,  
 & dum crescit illa, Angulus quoque vnà crescit. neque isdem Basi-  
 bus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angu-  
 lus manet, verum dum quidem imminuntur, augetur: dum verò  
 augentur, imminuitur. Contrariam. n. passionē Anguli, Lateraque illos  
 cõprehendens patiuntur. etenim si in eadē Basi Latera in inferiore  
 partē descēdere intelligas, ipsa quidē diminuis, Angulum autē ab ipsis  
 cõprehensum auges, maiorēque ipsorū ab inuicē distantiam efficis. Si  
 autē in astū ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quē con-  
 tinent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis  
 remoto à Basi factō. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadē exi-  
 stēs, & Latera æqualia existētia, ipsius Anguli æqualitatē determināt,

Propō 9.  
 Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bisariam secare.

Cóm. 13.

Problematibus Theoremata admiscet, Theorematibusq; Proble-  
 mata contextit, & vtrisque totā Elementarem institutionem cõficit,  
 tum quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa subiecta  
 ipsa

ipsa considerans. Cum itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo æqualitati Laterum consequentem æqualitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quòd Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quòd Angulus hinc quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicumque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites vtrum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis eorum, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare: nam Nicomædes quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippie, Nicomædisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt, quorum considerationes ipsæ, qui instituuntur contemplatu difficiles cum sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circunferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab hisdem Lineis prisce omnem Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circunferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circunferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixture constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profectò est, quod etiam in præsentia proponitur Problema [ Datum An-

Circa hoc  
Vide Vi-  
tellioné i  
28. Propo-  
sitione pri-  
mi.

Nicomædes  
des appie-  
tatis Con-  
choidu Li-  
nearu fuit  
inuentor.

In Pro-  
positione  
30. tertii  
Elemen.

Hic tradit  
causam p-  
pter quæ  
Encl. recti  
lineu An-  
gulu solu,  
& Circun-  
ferentiam  
in duas ta-  
tu partes  
æquales se-  
cut.

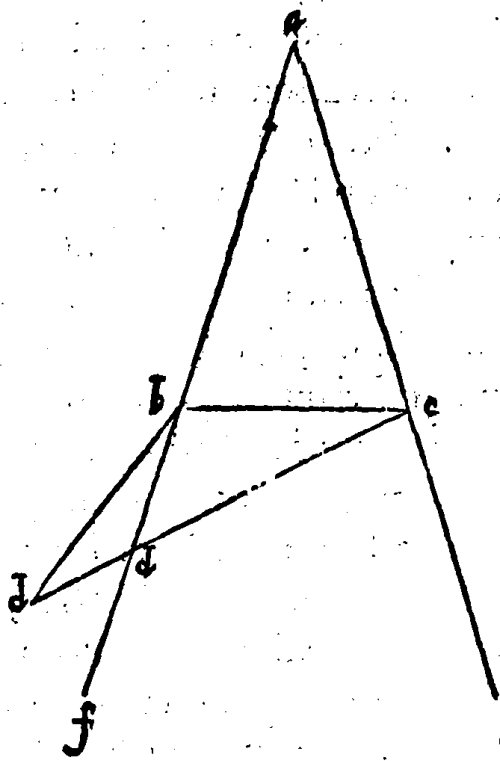


In lib. 2.  
cap. 8.

Instantia.

gulum rectilinerum bifariam secare ] in hoc enim in Constructione quidem una Petitione, & primo, ac tertio Theoremate ; in Demonstratione verò, solo octavo Theoremate vitur. omnino siqui Problemata quoque Demonstratione egent ( vt prius etiam diximus ) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram instent dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus  $bac$ , quem bifariam secare oportet. & in Li-

nea  $ab$ , Signum  $b$ , & ipsi  $ba$  æqualis  $ca$ , & connectatur  $bc$ , constituturque in ipsa Triangulum æquilaterum  $bcd$ . hoc porro  $d$  Signum aut inter  $ab$ ,  $ac$  rectas Lineas est, aut in  $ab$ , aut in  $ac$ , aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur  $d$  Signum in Linea  $ab$ , ita vt  $bcd$  Triangulum æquilaterum sit.



Solutio.

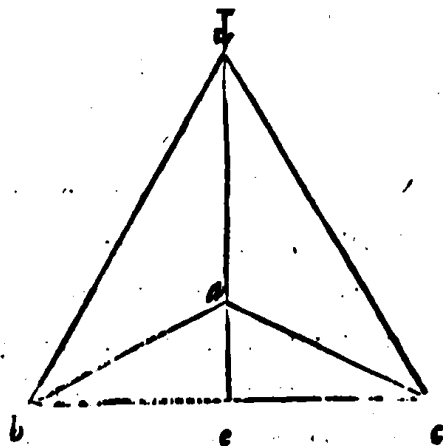
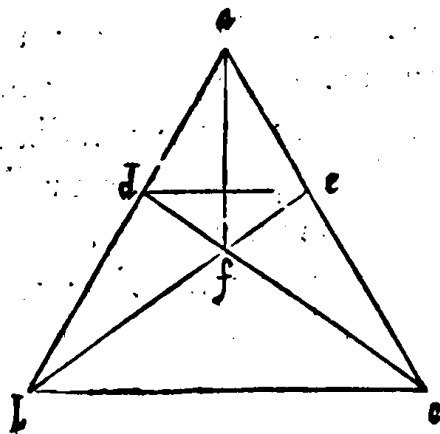
Aequalis igitur est  $db$ , ipsi  $dc$ , & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet  $cbd$ , & Angulus  $bcd$ . Totus igitur  $bce$  maior est Angulo  $cbd$ . Rursus quoniam  $ab$ , ipsi  $ca$  æqualis est, Triangulum  $abc$  æquicrus est, & Angulos, qui sub  $bc$  Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur  $bce$ , Angulo  $cbd$  æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea  $abd$  esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea  $ace$ . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniã igitur  $bd$ , ipsi  $cd$  æqualis est, Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, nempe  $bcd$ , &  $cbd$ . Maior igitur est Angulus  $bcd$ , Angulo  $cbf$ . multò igitur maior est  $bce$ , ipso  $cbf$ . verum æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidẽ  $bc$  Aequicruris  $abc$  sunt, quod fieri non potest. Non ergo  $d$  Signum extra duas

duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quòd Instantias redarguimus hoc videntes, Acquirures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quòd plura scientiæ oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quòd hanc Geometræ præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi  $bc$  locum non esse: opus esse verò

Idē superius in cō.  
9. 10. &  
11.

Varii huius Theorematis Casus.

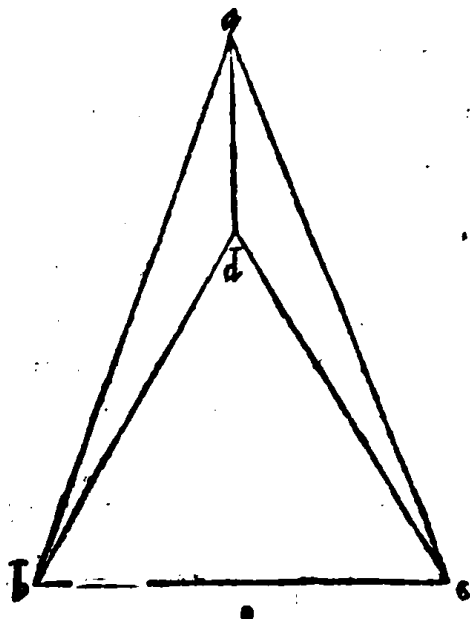
Aquilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ  $ba$ ,  $ac$  constituere, necesse utique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis  $ba$ ,  $ac$  congruere, si ipsæ quoque Basi  $cb$  æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi  $bc$  minores: aut intra, si ipsæ  $ba$ ,  $ac$ , ipsa  $bc$  maiores fuerint. Congruant primùm, sitque Aquilaterum ipsum  $bac$ , & sumatur in Latere  $ab$  Signū  $d$ , & à Latere  $ac$  auferatur æqualis ipsi  $ad$ , quæ sit  $ae$ , connectanturque  $de$ ,  $be$ ,  $cd$ ,  $af$ . Quoniam itaque  $ab$ , ipsi  $ac$ : &  $ad$ , ipsi  $ae$  æquales sunt, duæ  $ba$ , &  $ae$ , duabus  $ca$ ,  $ad$  æquales sunt, eundemque Angulum comprehendunt, Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus  $dbe$ , Angulo  $ecd$  æqualis est. Aequalis autem est &  $db$  ipsi  $ec$ : &  $be$ , ipsi  $cd$ . Et omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus  $deb$ , Angulo  $edc$  æquus est, sub his. n. æqualia Lateral subtendunt. Et  $d$  igitur ipsi  $e$  (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur  $ae$ , ipsi  $ad$  æqualis est, &  $a$  cōmunis, Basisque  $df$ , Basi  $ef$  æqualis, Angulus  $dae$  in duas partes æquales dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra  $ba$ ,  $ac$  rectas Lineas æquilateri Trianguli Lateral cadant, sint  $bd$ ,  $dc$ , connectaque  $da$  producaturs usque ad Signū  $e$ . Quoniam itaque  $bd$ ,  $dc$  æquales sunt, communis autem  $da$ , Basesque  $ba$ ,  $ac$  æquales, Angulus quoque  $bda$  (per octauum) Angulo  $cda$  æqualis est. Rursus quoniam  $bd$ ,  $dc$  æquales sunt, &  $d$  cōmunis, Angulosque æquales continent (ut ostensum est) Basis quoque  $bc$ , Basi  $ec$  (per



quar-

quantum) æqualis est. Quoniam igitur  $ab$  æqualis est ipsi  $ac$ , communisque  $ae$ , Angulus quoque  $bae$ , Angulo  $cae$  æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra

$ab$ ,  $ac$  rectas Lineas æquilateri Trianguli Lateralia ceciderint, ut ipsa  $bd$ ,  $de$ , connectatur rursus Linea  $ad$ . Quoniam itaque  $ba$ , ipsi  $ac$  æqualis est, communisque ipsa  $ad$ , Basis autem  $bd$  æqualis est Basis  $de$ , et Angulus ergo  $bad$  Angulo  $cad$  (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū  $a$ , quomodocumque Aequilaterum constituitur. Veruntamen quoniam de his quoque summam diximus,



Documē-  
tum.

ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcētes circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiā partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantum datus est.



Propō 10.  
Probl. 5.

Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

**P**roblema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signū sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio. illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiat, quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartilibus constet, aut ex imparibus finita, completaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quòque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest ut data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartilibus constat. Si autem non ex impartilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidē Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cum enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem commensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiam dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo infecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest ut bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadam Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono utens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariam secturi sumus, & Centro

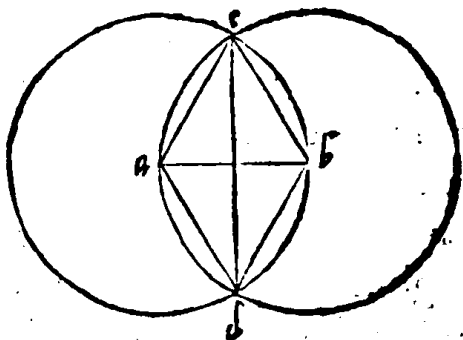
Solutio ex  
Geminis  
sententia.

Vide Aristot.  
in libello de  
Lineis infecabilibus.

Confutat  
hic Xenocratis  
opinio de Lineis  
infecabilibus. videt  
et Aristot.  
in libello de Lineis  
infecabilibus.

Apollonii  
Pergei  
Demonstratio

tro quidem  $a$ , intervallo autem  $a b$ , Circulus describatur. Rursusque Cētro quidem  $b$ , intervallo verò  $b a$ , alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea  $c d$ . hæc bifariam secat rectam Lineam  $a b$ . cōnectantur enim  $d a$ ,  $d b$ , &  $c a$ ,  $c b$ , quæ æquales sunt. nam vtraque ipsi  $a b$  æqualis est. Communis autem  $c d$ , &  $d a$ , ipsi  $d b$  per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo  $a c d$ , Angulo  $b c d$  æqualis est. Quamobrem  $a b$  (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatere quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad  $c$  Signū est bifariā dissectū suscepisse, bifariam cum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multò igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.



Epilogus.

Melior est  
Eucli. De  
mō Demō  
stratione  
Apollonii



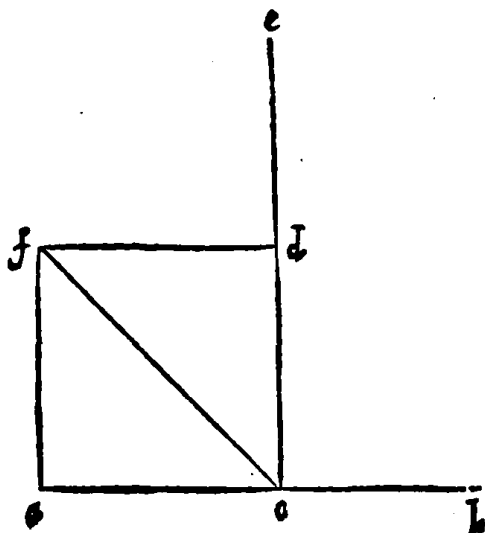
Propō 11.  
Probl. 6.

Com. 17.

Siue ex vtraque parte finitam, siue ex vtraque infinitam, siue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cōmodè Geometræ succedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est, cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Terrio, vnaquæ Petitionum, prima scilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaquæ Definitione, propositum ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostenderemus.

Casus pro  
blematis.

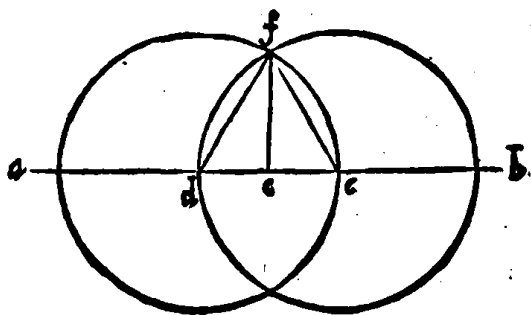
mus. Sit enim recta Linea  $a b$ , datumque in ea Signum  $a$ , & fumatur in recta Linea  $a b$  quodcunque Signum, sitque illud  $c$ , & ab hoc (quemadmodum Elementum nos docuit) ipsi  $a b$ , recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa  $c e$ , & ab ipsa  $c e$ , ipsi  $a c$  æqualis abscindatur  $d c$ , & Angulus, qui ad Signum  $c$  bifariam secetur à Linea  $c f$ , & à Signo  $d$ , ipsi  $c e$  ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea  $f c$  in Signo  $f$ , & à Signo  $f$ , ad Signum  $a$  connectatur  $f a$ . Dico quod Angulus, qui



ad Signum  $a$ , rectus est. cum .n.  $d c$ , ipsi  $c a$  æqualis sit, communis autem  $c f$ , Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum  $c$ , bifariam sectus fuit) &  $d f$  igitur, ipsi  $f a$  æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum  $a$ , Angulo, qui ad Signum  $d$  æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum  $d$ , Rectus igitur est & qui ad Signum  $a$ . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineam ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apollonii  
Demô.

Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea  $a b$ , datum verò in ea Signum  $c$ , fumatur autē in ipsa  $a c$  quodcunque Signum, sitque illud  $d$ , et ab ipsa  $c b$ , æqualis ipsi  $c d$  auferatur, quæ sit  $c e$ , & Centro quidē  $d$ , interuallo verò  $d e$ , Circulus describatur, rursusque Centro quidem  $e$ , interuallo autem  $e d$ ,



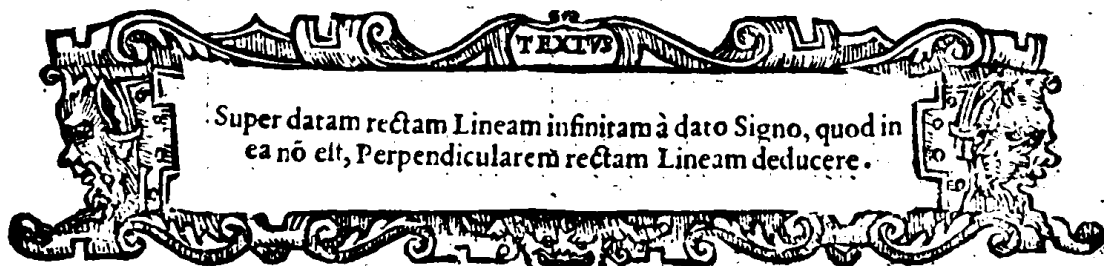
Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo  $f$ , ad Signum  $c$ . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n.  $f d$ ,  $f e$  connexæ fuerint, æquales erunt. Acquales autem sunt &  $d c$ ,  $c e$ , & communis  $f c$ . Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum  $c$  (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma

Comédar  
Euclidis  
Demôné.

Dānat De  
mōnē, quē  
fit per Sē-  
micircu-  
los.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumque descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilateralum designaret, propositumque ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est, multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisque institutionis ordine omnino decidit.

Propō 12.  
Probl. 7.



Cōm. 16.  
Oenopi-  
des prim⁹  
fuit huius  
Problema-  
tis indaga-  
tor.

Duplex p  
pendicula-  
ris.

**H**Oc Problema Oenopides primus indagavit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularē prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodum (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aut rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida. & cum quidē Signū, à quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cum verò Signū sublimē, extraque subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida aut, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quæ in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū. n. Perpendicularis deducta fuit. In præfenti igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpendicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaque ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpendiculari aut, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si. n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, vt extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaque haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, vt ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusquam loco ipsi relicto, in quo datæ rectæ Lineæ in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponēdū sit. Hac igitur

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quod itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multo minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eo quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit: quod enim tanquam quod percurri non potest relinquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia posuissimus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito utitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationem utitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitum assumit. quoniam si concesseris ipsi datum signum neque in directum finitæ datæ rectæ Lineæ iacere, neque sic ab ipsa distare, ut nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Ut igitur finita recta Linea Cogitatio utens sine reprehensione, controuersiaque ipsa utatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phan-

Digressio

Aristo. 3.  
phy. in c.  
de infinito.Infinitum  
in Phantasia  
subsistit.Pulcherri-  
mum exē-  
plum.Phantasia  
habet vim  
impartibi-  
lem. idem  
in 2 libro  
cōm. 1.

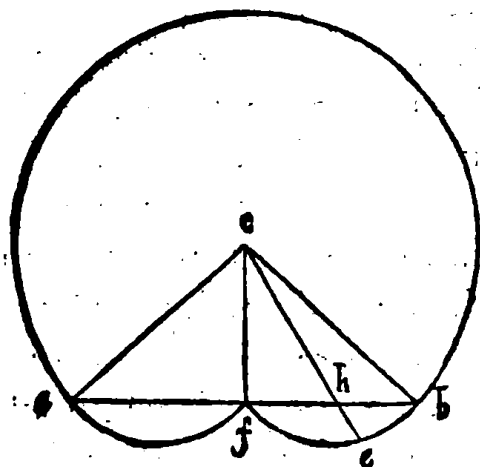
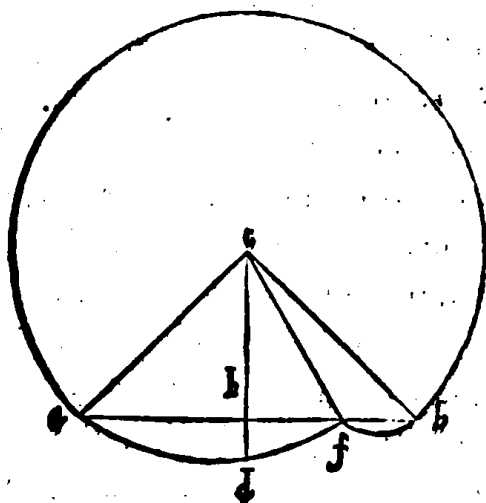


Finis Di-  
gressionis

Instantiz  
huius Pro-  
blematis,

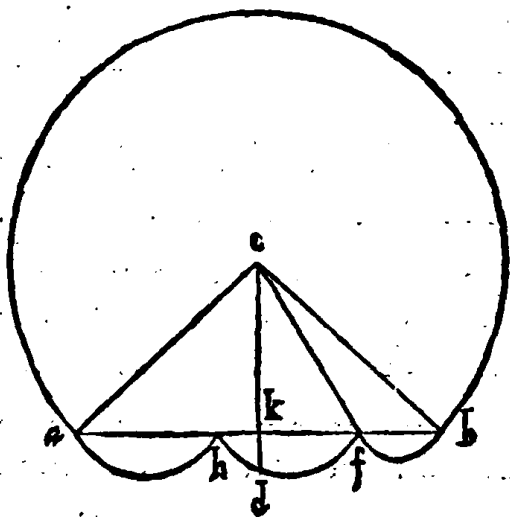
Responſio.

taſiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur.  
De Infiniti itaque ſuppoſitione tot in præſenti ſufficient. Poſt hæc autem  
veniamus ad Instantias, quæ aduerſus huiusce Problematis Conſtru-  
ctionem feruntur. Suſcipiatur .n. ( dicunt ) recta Linea infinita exi-  
ſtente a b, Signoque dato, a quo  
Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d,  
quæadmodum inquit Ceome-  
tra. verum Circulus, qui ſecat re-  
ctam Lineam a b in Signis a b,  
ſecet etiam ipſam in Signo f, ſi-  
tumque ſubſcriptum habeat .  
Aduerſus itaque hunc ſermonem  
dicemus quod impoſſibile dicit,  
ſecetur .n. recta Linea a b bifa-  
riam in Signo h, cõnectaturque  
c h, & producatuſque ad Cir-  
cunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam  
itaque ex Centro hæ ſunt, & a h, ipſi h b equalis eſt, cõmunis vero c h,  
omnia omnibus æqualia ſunt. Ipſa igitur c h ad Signum h rectos effi-  
cit Angulos. Rurſus quoniam c a, c b æquales ſunt, Angulos ad Si-  
gna a b æquales faciunt. verum c a quoque, ipſi c f equalis eſt, quam-  
obrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis eſt. Similiter An-  
gulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa,  
æquales ſunt, Angulus quoque c f a, Angulo c f b æqualis eſt, ſuntque  
deinceps, Recti igitur ſunt. Eſt autem vterque etiam Angulorum,  
qui ſunt ad Signum h, rectus. Ipſa igitur c h, ipſi c f æqualis eſt. At c f  
etiam æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt. & c h igitur, ipſi  
c d æqualis eſt, quod fieri nõ poſeſt.  
Nõ ſecat igitur Circulus in alio Si-  
gno rectam Lineam a b, Siquis autem  
dicat quod qui deſcribitur Circulus  
ipſam a b in Signo f bifariam ſecat,  
rurſus idẽ impoſſibile oſtẽdemus.  
Deſcribantur .n. omnia vt prius, &  
recta Linea f b bifariam ſecetur in  
Signo h. Quoniam igitur a f, f b æ-  
quales ſunt, cõmunis autẽ c f, Ba-  
ſisque c a, Baſi c b æqualis, omnia

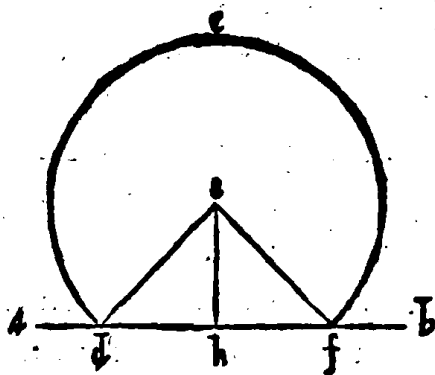


omni-

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum  $f$ , recti sunt. Rursus quoniam æqualis est  $fh$ , ipsi  $h b$ , cōmunisque  $ch$  cōnecta, & Basis  $cf$  æqualis Basi  $cb$ , ex Centro. n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum  $h$ , recti sunt. æquales. n. deincepsque sunt. Quoniā igitur uterque Angulorum  $cfh$ ,  $chf$  rectus est, æqualis est  $cf$ , ipsi  $ch$ . Verum  $cf$ , ipsi  $ce$  æqualis est, ex Centro enim sunt, &  $ch$  igitur, ipsi  $ce$  inequalis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiā Instantiam percurrere. Secet. n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis  $a, b$ , & in Signis  $f, h$ . Nos itaq; secantes rectam Lineam  $ab$  bifariam in Signo  $k$ , & cōnectentes Lineas  $ca, cf, ck, cb$  id, quod fieri nō potest ostēdemus. cum enim  $ak, kb$  æquales sint, & communis  $ck$ , Basesque  $ca, cb$  æquales, & Anguli igitur, qui ad  $ab$  Signa, æquales sunt, qui autem ad Signū  $k$ , recti. Verum utraq; ipsi  $cf$  æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum  $f$ , recti sunt. æquales sunt. n. deinceps existentes. ipsa igitur  $cf$  æqualis est ipsi  $ck$ . rectos. n. Angulos subtendunt. At  $cf$  æqualis est ipsi  $cd$ , ex Centro siquidem sunt,  $cd$  ergo, ipsi  $ck$  æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest ut in vno Signo, vel in duobus, vel i pluribus alijs præter Signa  $a b$  Circulus, qui describitur rectam Lineam  $ab$  secet. Instantiæ itaque hæc sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instantiis sunt distinguendi. non. n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumque est utrum Casus nobis, an Instantias scribere enūtient. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita  $ab$  datum autē Signū  $c$ . Dicit itaque aliquis quod nō est amplius locus in altera rectæ Lineæ parte, sed in illa tantum ubi Signum  $c$



Quo differat Casus ab Instantia. & quo vide et superius commo. primo huius libri.

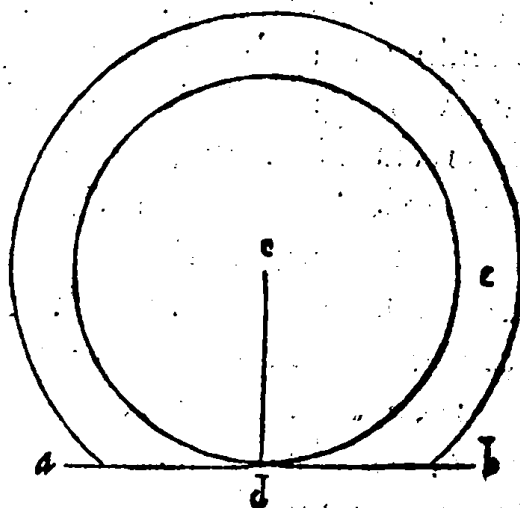


Casus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpendicularis ergo est c h ad ipsam d f.

Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere ut Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto. Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si



Digressio

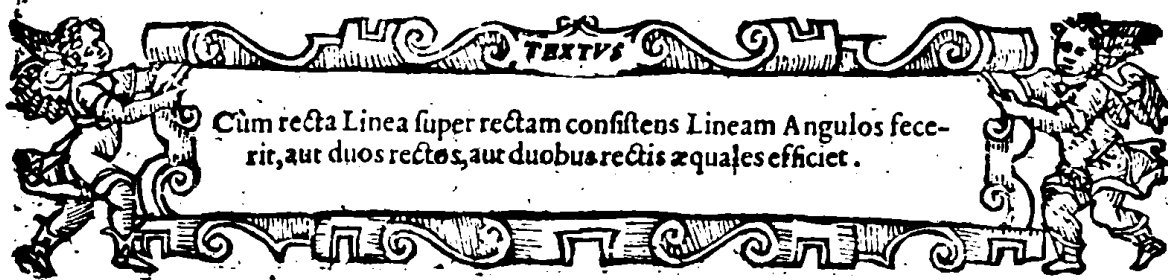
libet autem contemplationem

quoque hisce duobus problematibus adñcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendens, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angelus inflexibilis, Aequalitateque, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesque à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusque, firmusque, atque indecliuus ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiae, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiae à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

Vnum hic  
pro Deo.

Itatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;  
adherēs.



Cum recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.

Propo 13.  
Theor. 6.

**AD** Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Proble-  
mata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis,  
& ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere,  
si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se ha-  
bentes ad rectam Lineam efficeret quæ in ipsa consistit. Hoc igitur uni-  
uersaliter ostēdit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea  
cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius in-  
decliuis, firmus, nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis æqua-  
les, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta  
Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in  
alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet  
autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentia  
Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quod omnis  
recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duo-  
bus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in recte  
Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quan-  
doque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest.  
omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quem-  
admodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum,  
qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tan-  
quam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit.  
Opus est itaq; rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc  
ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid au-  
tem sibi volens adiecit particulam [ aut duos rectos, aut duobus rectis  
æquales ]? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales effi-  
cit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqua-  
lium quoq; Angulorum cōmune est, alterum verò equalium tantum  
proprium? Consueuimus autem cum quidem & proprium, & com-  
mune

Cōm. 17.

Dubitatio

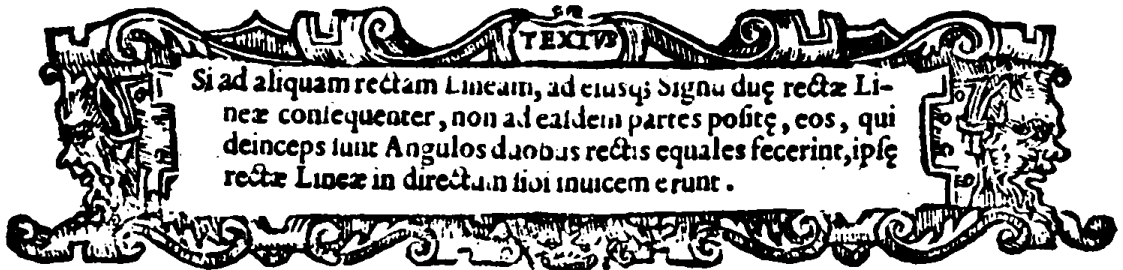
Solutio.

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explanationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verum non solum de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit. Solum igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solum verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cùm. n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtrobique Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspiciere quòd æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis .n. Obtusi, Acutique Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminumq; suscipere dicitur, & vterq; quidem seorsum à similitudine ad illū recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatē recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cū per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaq; vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitaque fertur intellectilibus congruit, quodāmodoq; ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentijs ipsa progrediuntur, seseq; tantum multiplicant: quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateq; manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio  
Idē superius in lib.  
2. cō. 10.  
& alijs in locis.

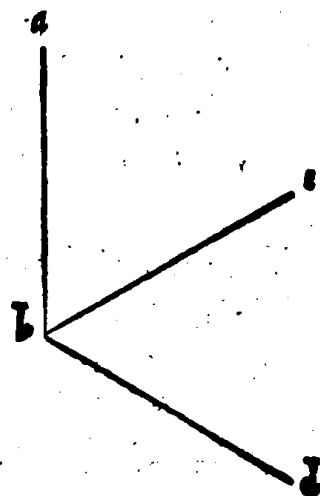
Epilogus.

Præpō 14.  
Theor. 7.



**Cōm. 18.** P Ræsens Theorema præstēsi Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cū itaq; illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictā rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemquæ ad impossibile ostenditur. hoc modo. n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamquæ orationis scientiam gignentis diligentiam aspicere. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineam, addit [ ad eiusquæ Signum ] quid .n. si duobus rectæ Lineæ Extremis existētib, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusquæ rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ ad eiusquæ Signum ] cum vtrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulā [ duæ rectæ Lineæ consequenter ] Tertiò autem, quoniam hoc verbū [ consequenter ] tum ad easdem partes, tum vtrobicquæ cōsideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobique positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostēdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusquæ Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaq; consequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis .n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacēt, in directum minimè sunt, licet duos etiā Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad + Lineam a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamque recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.



Conuersa  
Theore--  
mata per  
Deductio  
nē ad im-  
possibile  
vt pluri-  
mū debēt  
ostēdi, p-  
blemata  
verò p p-  
cipuā De-  
monē, cu-  
ius causā  
vide infe-  
rius in cō.  
Propōnis  
19.  
Primò.  
Secundò.

Tertiò.

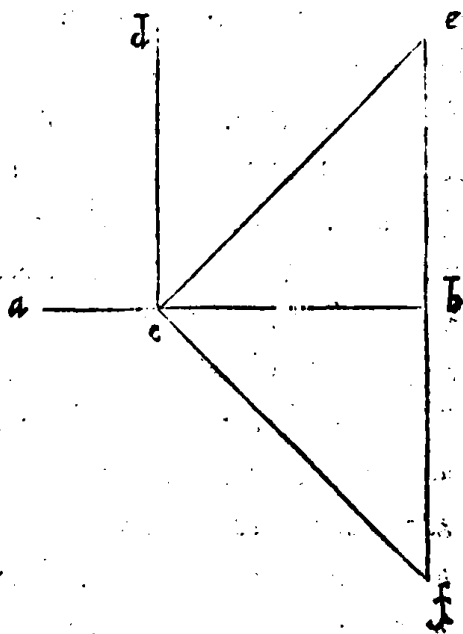
Vide Defi-  
nitionem  
hæc apud  
Proclū in  
lib. de mo-  
tu.

† Signum  
b sunt.

esse . tot de Propositione sufficient . In Constructione autem vna Pe-  
titione utitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum pro-  
ducere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theo-  
remate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quæ eidem æqualia  
ad inuicem quoque esse æqualia dicit : & eo, quod si ab æqualibus  
æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse . Ad impossibilis au-  
tem collectionem, Pronuntiato, quod ait Totum sua parte esse maius.  
est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non  
potest . Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad  
eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem  
tamen partes, Angulos, qui ad vnā illā rectam Lineam sunt, duo-  
bus rectis æquales efficere, ostendemus sic, quemadmodū & Porphy-

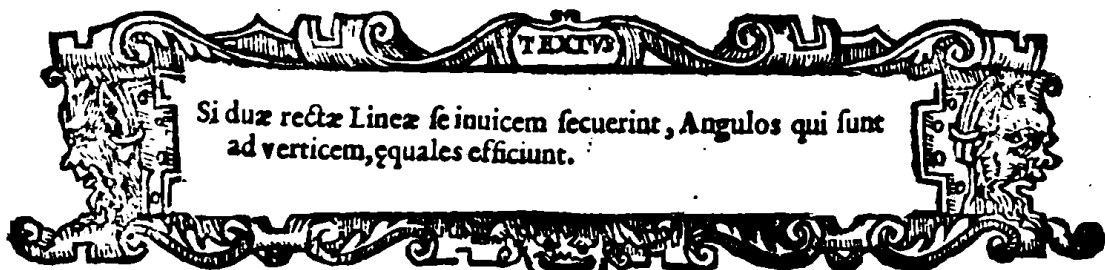
Porphyrii  
Demō.

rius. Sit quædam recta Linea  $ab$ , &  
quodcunque in ipsa Signum  $c$ , & ipsi  
 $a$   $b$  excitetur ad Angulos rectos re-  
cta Linea  $cd$ , seceturque bifariam An-  
gulus  $dc$  per Lineam  $ce$ , & à Si-  
gno  $e$  ad Lineam  $ab$  ducatur perpē-  
dicularis  $eb$ , & producaturs ipsa  $eb$ ,  
ponaturque ipsi  $e$   $b$  æqualis  $bf$ , &  
connectatur  $cf$ . Quoniam itaque  $eb$ ,  
ipsi  $bf$  æqualis est, communis autem  
est  $bc$ , æqualesque continent Angu-  
los ( recti enim sunt ) Basis igitur  
 $ec$ , Basi  $cf$  æqualis est. & omnia igi-  
tur omnibus æqualia sunt . Angu-  
lus ergo  $ecb$ , Angulo  $fc b$  æqualis



est . Angulus autem  $ecb$  recti dimidium est . rectus siquidem  $dcb$   
bifariam sectus fuit per Lineam  $ce$  . dimidium ergo recti est & An-  
gulus  $fc b$ . Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus  $d e f$ .  
Est autem & Angulus  $d c e$  dimidium recti . ad rectam igitur Lineā  
 $cd$ , ad eiusque Signum  $c$ , duæ rectæ Lineæ consequenter positæ sunt,  
ad easdem partes, ipsæ nempe  $ce$ , &  $cf$  Angulos duobus rectis æqua-  
les facientes, dimidium quidem recti ipsa  $ce$ , vnū verò & dimidium  
ipsa  $cf$ . Ne igitur ea, quæ fieri non possunt queramus, quonam pacto  
scilicet  $ce$ ,  $cf$  rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam  $dc$   
duobus rectis æquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit  
Geometra particulam [ non ad easdem partes ] Oportet ergo ad  
vtrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duo-  
bus

bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Propo 15.  
Theor. 8.

**A**ngulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertio decimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verum enimvero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusquæ Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea  $ab$ , & quodcuncq; in ipsa Signum  $c$ , & ad Signum  $c$  duæ rectæ Lineæ  $cd$ ,  $ce$  non ad easdē partes sumantur facientes Angulos  $acd$ ,  $bce$  æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ  $cd$ ,  $ce$ . Cum enim recta Linea  $cd$  super rectam Lineam  $ab$  infederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe  $dca$ ,  $dc b$ . Verum Angulus  $dca$ , Angulo  $bce$  æqualis est. Anguli igitur  $dc b$ ,  $bce$  duobus rectis æquales sunt.

Cóm. 19.

Anguli deinceps qui sunt.  
Anguli ad verticem qui sunt.

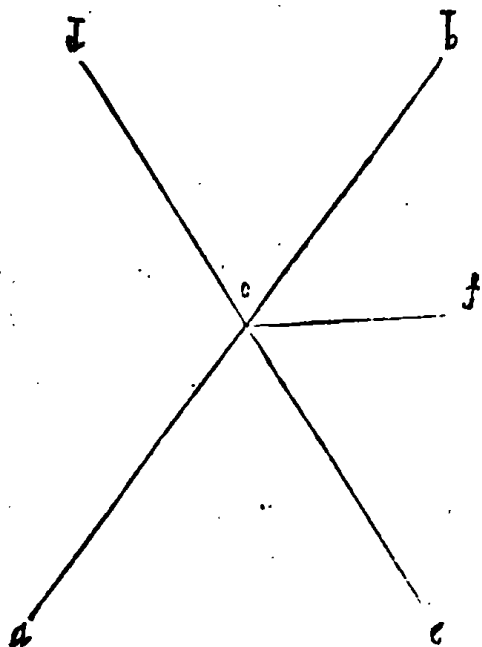
Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referre Eudemus. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersus huius Theorematis.

Demonstratio Conuersus præsentis Theorematis.



Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam  $bc$ , ad eiusque Signum  $c$  duæ rectæ Lineæ consequenter  $cd$ ,  $ce$  non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ  $cd$ ,  $ce$ . Conuersum igitur præsentī Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quantum decimum



Cur Euclides hoc prætermiserit

Alia eiusdem ostēso indirecta.

Documentum.

ostendimus. iisdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea  $cd$ , rectæ Lineæ  $ce$  in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi  $cd$  in directum recta Linea  $cf$ . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant  $ab$ , &  $df$ , Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur  $acd$ ,  $bce$  æquales sunt. Erant autem  $acd$ ,  $bce$  quoq; Anguli æquales. Angulus ergo  $bce$ , Angulo  $bce$  æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam  $cd$ , ipsi  $ce$  in directum erit. Ipsæ ergo  $cd$ ,  $ce$  rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cū itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpsa fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariò æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verū non etiā reliquos, vtrinque cauū scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmentorū

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Corollarium.

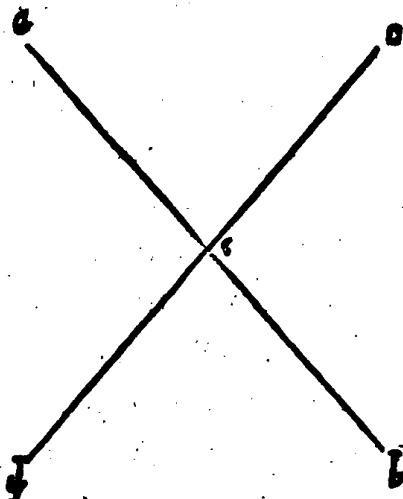
V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc autem duplex quidpiam significat. vocant. n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnâ cum aliorum Demonstrationibus probantur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumenta quærentium existentia: & quæcunq; queruntur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; generationis solæ causa quærentur, neq; simplicis contēplationis. nam quod quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contēplari oportet, existentiumque rerum huiusmodi cognitio est. Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæditorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verum de huiusmodi quidem Corollaris dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa verò non præcipue quærentur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nā quærebarur quidē si duabus rectis Lineis se inuicē secantibus, Anguli ad verticē æquales sunt. Dum aut hoc ostendebatur simul etiam demonstratū est, quod quatuor qui sūt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cum .n. dicebamus sint duæ rectæ Lineæ a b, c d se inuicē in Signo e secantes. quoniā igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deiceps

Côm. 20.

Duplex Corollarium. idem in côm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorum construxit.



An-

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa *b e* super ipsam *c d* stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa *e* Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improviso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuere nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd utiq; vera Dei munera, veraq; lucra hæc sunt, non aut que illi videntur. hæc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxque sciētiae vis præcipuis quæsitis adiicit, copiosas Theorematū opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicendum. Diuidēda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præsens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secundi Theorematis septimi libri Arithmeticonum Elementorum adiicitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsitā. nam alia quidem Problematis consequētia sunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostēensiones. nam alia quidē vnà cum vñs ostēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directā ostēensione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsentī hæc quoq; sufficiēt. Præsens aut Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æquales Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theoremati ansam præbuit, quòd Tria hæc sola Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verum æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæque eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater: nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt,

Definitio  
Corollari-  
um.

Vide Var-  
ronem in  
lib. de lin-  
gua latina

Corolla-  
riorū Di-  
uisio.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documen-  
tum.

Admirabi-  
le Pytha-  
goricum  
Theore-  
ma.

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocumq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunq;, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fiunt. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicem secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterque in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Propō 16.  
Theor. 9.

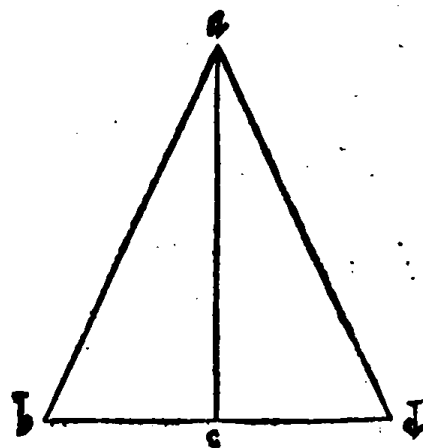
Cóm. 21.

Philippi  
Mathema-  
tici ob-  
statio refe-  
rente He-  
rone.

In 32. p-  
positione.

**Q**ui hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipue Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi ansam præbuere, non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc e medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometre familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integraq; fuit per-scripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem simul æqualis paulò post ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito sunt

sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipse quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumquæ ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusangulū fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cōparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur utroq; internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere productō, externus Trianguli Angulus utroq; interno, ex oppositoquæ iacenti maior est: & duo quilibet internorū Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò post in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus productō externus Angulus duobus internis, ex oppositoquæ existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hic quoq; igitur in similibus Quæsitā contexere, Propositionēquæ compositā efficere æquū esse censent. & est manifestū, quòd id quidē, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoq; erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vñquæ Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hæc de his. Assumemus aut ex præsentī Theoremate, q̄ fieri non potest ut ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres æquales rectæ Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales  $ab$ ,  $ac$ ,  $ad$  ad rectam Lineam  $bd$  ductæ. Quoniam itaq;  $ab$ , ipsi  $ac$  æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur  $abc$  æqualis est Angulo  $acb$ .



Rursus

Quorūda  
opinio.

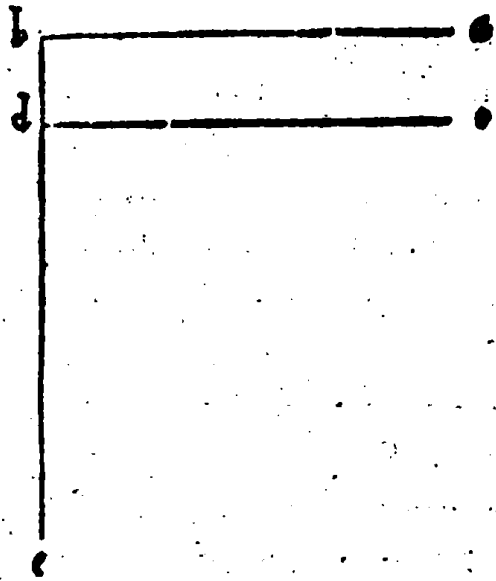
Eorū fun-  
damentū.  
In 3a. p-  
positione.

Documen-  
tu. n.  
Corolla-  
rium tanq̄  
sumptio.

Rurfus quoniā equalis est  $a b$ , ipsi  $a d$ , Angulus  $a b d$ , Angulo  $a d b$  equalis est. Erat autem Angulo  $a b c$ , Angulus  $a c b$  equalis. Angulus ergo  $a c b$ , Angulo  $a d b$  equalis est, externus interno, & ex opposito iacenti, quod fieri non potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę equales minimē ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoque demonstrabimus, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex opposito existenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimē facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod est impossibile. Exē-

Aliud Co  
rollarium

pli gratia, sint  $a b, c d$  rectę Lineę, in ipsasque recta Linea  $e b$  incidens Angulos  $a b d, c d e$  equales faciat, non coincident porro rectę Lineę  $a b, c d$ . si enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus  $c d e$  equalis Angulo  $a b d$ . & cū externus sit, interno, ex oppositoque iacenti maior erit. necesse igitur est si coincidunt, non amplius Angulos equales manere, sed omnino illū, qui est ad Signum  $d$  augeri. siue enim  $a b$  immobili manente,  $c d$



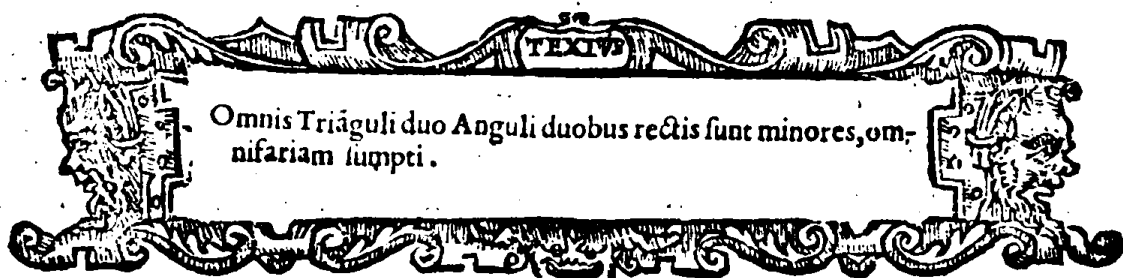
ad ipsam moueri excogitaues ut coincident, maiorem efficies distā-  
tiam in Angulo  $c d e$ . nam quantō magis  $c d$  accedit ad ipsam  $a b$ , tā-  
tō magis ab ipsa  $d e$  recedit. siue etiam manente ipsa  $c d$ , excogitaue-  
ris  $a b$  ad ipsam moueri, Angulum  $a b d$ , minorem efficies. simul .n.  
ad ipsam  $c d$  fertur, & ad ipsam  $b d$ . siue etiam vtrasque ad se inuicem  
moueri feceris, ipsam quidē  $a b$  ad ipsam  $c d$  tendentē, Angulumque  
 $a b e$ , contrahentem: ipsam verō  $c d$  ab ipsa  $d e$  recedentem propter  
motum ad Lineam  $a b$ , Angulumque  $c d e$  crescentem reperies. Ne-  
cessariō igitur si Triangulum fuerit, & rectę Lineę  $a b, c d$  coincide-  
rint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex opposito iacē-  
ti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo  
manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus  
magis distrahitur. Horum autem causa est rectarum Linearum mo-  
tus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū,  
altera verō ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocque tibi cō-

† Altera  
quidē ad  
eas partes  
in quibus  
internū fa-  
cit Angu-  
lū redēte:  
alterā ve-  
rō ab iis  
partibus, i  
quibus ex-  
ternū fa-  
cit Angu-  
lū sese mo-  
uente.

Z siderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæstionum causas ante conspectum nobis afferunt.

Propo 17  
Theo. 10.



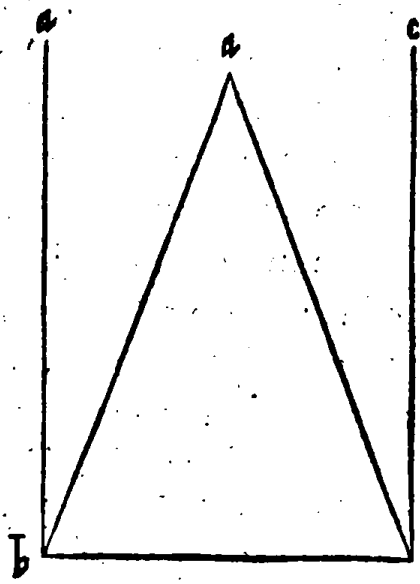
Omnis Trianguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

Cōm. 22.

In Propo  
sitione 32

Documē-  
tum.

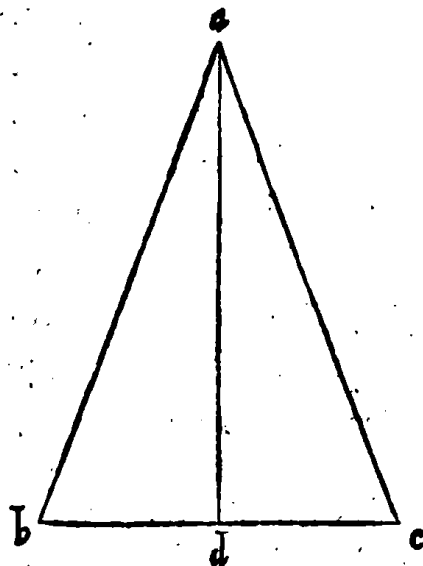
Nūc quidem indeterminatè ostenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet viam. præcedenti siquidem utitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur  $a b$  rursus, &  $c d$  rectæ Lineæ, ipsi  $b d$  ad Angulos rectos. si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas  $a b$ ,  $c d$  ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti .n. sunt ante nutum. Consimiliter autem si etiam in Latere  $a b$ , rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui sunt ad Signa  $a$ ,  $b$ , erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse. Latius, necessarium non est, neque aliquem extrā constitutum esse Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verum (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum



rum ad Basim rectos Angulos diminuentium natus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

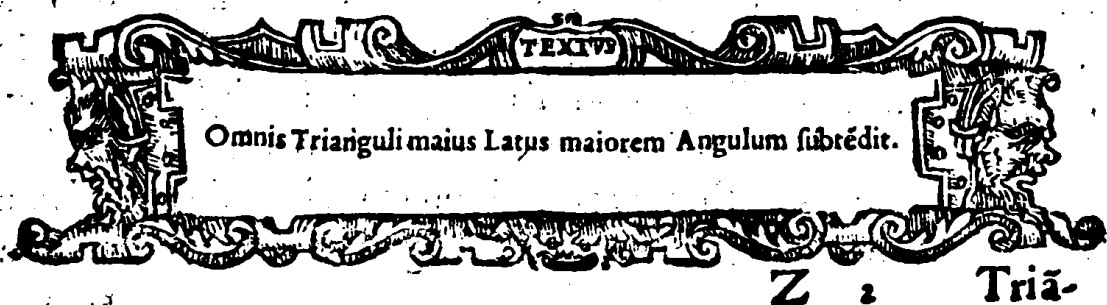
Casus huius Theorematis.

Sic Triangulum  $abc$ , sumaturque in Latere  $bc$  quodcunque Signum  $d$ , & connectatur  $ad$ . Quoniam itaque Trianguli  $abd$  Latus unum productum est, ipsum scilicet  $bd$ , Angulus externus  $adc$ , interno  $abd$  maior est. Rursus quoniam Trianguli  $adc$  Latus unum productum est, ipsum nempe  $cd$ , Angulus externus  $adb$ , Angulo interno  $acd$  maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa  $ad$  rectam Lineam, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur  $abc$ ,  $acb$  duobus sunt Rectis minores. Simili-



ter ostendemus, quod Anguli etiam  $bac$ , &  $bca$  duobus Rectis minores sunt, in  $ac$  Latere Signum accipiendo, à Signoque  $b$  ad Signum acceptum connectendo. & rursus Angulos  $cab$ ,  $abc$  minores duobus Rectis affirmabimus in  $ab$  Latere Signum suscipiendo, à Signoque  $c$  ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest ut per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad unam rectam Lineam duæ Perpendiculares minimè ducentur. sint. n. à Signo  $a$  ad rectam Lineam  $bc$  duæ Perpendiculares  $ab$ ,  $ac$ . Anguli itaque  $abc$ ,  $acb$ , recti sunt. At quoniam ipsum  $abc$ , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur  $abc$ ,  $acb$ , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.

Corollarium t. nō Sumptio.



Propō 18  
Theo. 11.



Dōm. 23.

**Q**Uòd quidem Laterum æqualitas in vnoquodq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūq; æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplantur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contemplatum fuit.

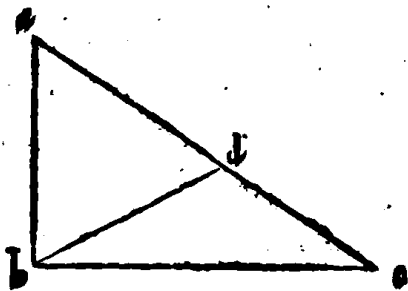
Manifestum autem est, quòd maius, minusq; Latus proportionaliter sumemus, maximumq; medium, & minimū distinguemus, Angulosq; similiter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quæadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicruribusq; Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatē constituuntur. atq; alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per mitionem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisq; Trilateras, Quadrilateras, cæterasq; consequenter omnes. Verumenimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mixtum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoq; est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemq; spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusq; Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequēs existimare: quod autem maius, minusq; Latus habet, huic sub maiori Latere maiore Angulum esse, Quoniam autem

Finis Digressionis

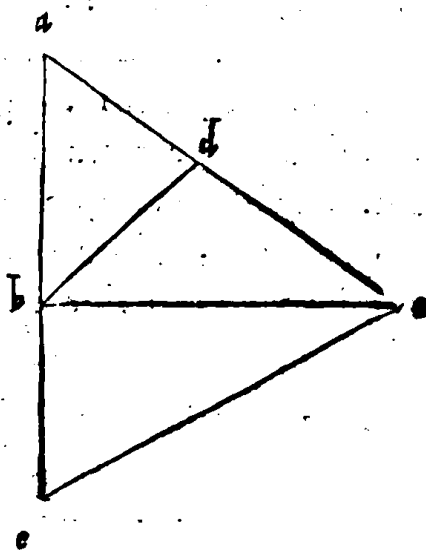
tem

tem Geometra cum in Constructione Triangulū  $abc$ , Latusque  $ac$  maius Latere  $ab$  suscepisset, ut Angulo qui ad Signū  $c$  Angulū qui ad Signum  $b$  maiorem ostenderet, à Latere  $ac$ , Lateri  $ab$ , æqualem rectam Lineam  $ad$  abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet ad Signum  $c$  ablationē fieri, age in hac quoque suppositione Propositū ostendamus quemadmodum Porphyrus. Sit in  $dc$  equalis ipsi  $ab$ , & producat  $ab$  ad Signum  $c$ , ponaturque  $be$  æqualis ipsi  $da$ . tota igitur  $ac$ , tota  $ae$  æqualis est. connectatur  $ec$ . Quoniam itaque  $ac$ , ipsi  $ae$  æqualis est, Angulus quoque  $ace$ , Angulo  $aec$ , per quintum æqualis est. Angulus igitur  $aec$  maior est Angulo  $abc$ . Est autem Angulus  $etb$   $abc$  maior Angulo  $aec$ . Trianguli siquidē  $cbe$  vnū Latus productum fuit, ipsum scilicet  $be$ , & sic Angulus  $abc$  externus cum sit, interno, ex oppositoque iacēti maior est. Multo maior igitur est Angulus  $abc$ , Angulo  $aec$ , quod erat ostendendū. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostensiones huiusmodi sunt. Manifestum est autē quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nā maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem euenit propter rectę Lineę in suis extremitatibus sitū. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorū quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem commutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest ut idem Angulus à maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus  $abc$ , & sumatur in ipso  $ab$  Latere Signum  $d$ , & ipsi  $ad$ , æqualis auferatur  $ae$ , connectaturque  $de$ . Angulum igitur, qui ad  $a$  Signum est rectę Lineę  $de$ ,  $bc$  subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasque

eodem

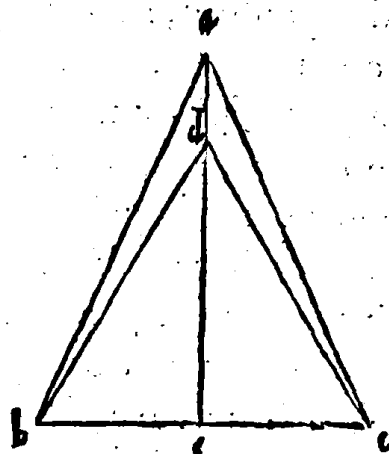
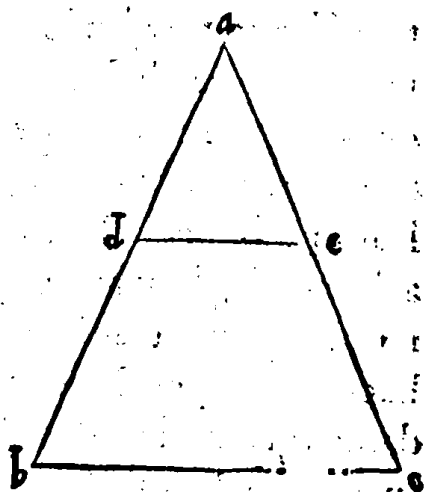


Porphyrū  
Demō.



Documē-  
tum.

codem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus  $abc$  Aequicrus, sitque  $bc$  minor ipsis  $ba$ , &  $ac$ , constituaturque super  $bc$  Triangulum æquilaterum  $bcd$ , & connectatur  $ad$ , & producat ad Signum  $e$ . Quoniam itaque Trianguli  $abd$ , Angulus  $bde$  externus est, maior est Angulo  $bad$ . Similiter Angulus  $cde$  maior est Angulo  $cad$ . Totus ergo  $bdc$  maior est toto  $bac$ , eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verum in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.

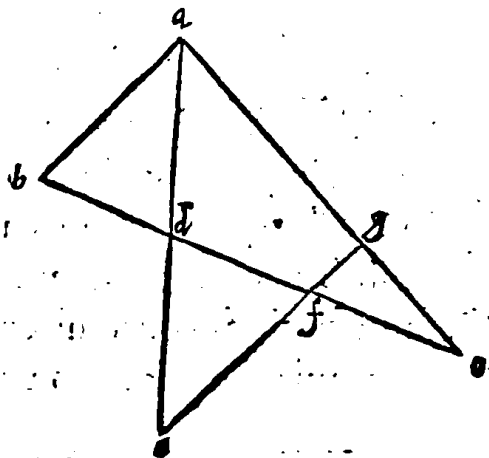


Propō 19  
Theo. 12.

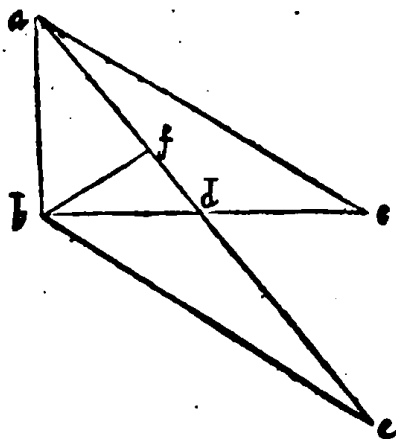
Omnis Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

Cōm. 24. Hoc præcedenti Theoremati cōuersum est. & est simplex in utroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hîc Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcescit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico ( inquit ipse ) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt. & maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si. n. quæ maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verum si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremquæ minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autè potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptionem demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansquæ Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum  $abc$ , seceturquæ bifariā Angulus qui ad Signum  $a$ , per rectam Lineam  $ad$ , & ipsa  $ad$  secet Basim  $bc$  in partes inæquales, sitquæ pars  $cd$  maior parte  $bd$ . Dico quòd maius est Latus  $ac$ , Latere  $ab$ . Producat  $ad$  ad Signum  $e$ , & ponatur æqualis  $de$ , ipsi  $ad$ . & quoniam  $dc$ , ipsa  $db$  maior est ponatur  $df$  æqualis ipsi  $bd$ , & connectatur  $ef$ , & producat  $ef$  usque ad Signum  $g$ . Quoniā itaque  $ad$ , ipsi  $de$ : &  $bd$ , ipsi  $df$  æquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosquæ æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur  $ba$ , Basi  $ef$  æqualis est, & omnia ergo omnibus equalia sunt. Quamobrem Angulus quoque  $dfe$  æqualis est Angulo  $dab$ . At hic ipsi  $dag$  inæqualis non est. Quapropter Latus etiam  $ag$ , Lateri  $eg$  æquum est, per sextū. Latus igitur  $ac$ , Latere  $ef$  maius est. Latus aut  $fe$  æquale est Lateri  $ab$ . maius est ergo Latus  $ac$ , Latere  $ab$ , quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum  $abc$  habens Angulum qui ad Signum  $b$ , maiorem Angulo qui ad Signum  $c$ . Dico quòd Latus  $ac$  maius est Latere  $ab$ . Secetur  $bc$  bifariam in Signo  $d$ , & connectatur  $ad$ , & ducatur  $de$  æqualis ipsi  $ad$ , & connectatur  $be$ . Quoniam itaque  $bd$ , ipsi  $dc$ : &  $ad$ , ipsi  $de$  æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosquæ æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur  $bc$ , Basi  $ac$  æqualis est, & omnia



omnibus. Quamobrem Angulus etiam  $d b e$ , Angulo qui ad Signū  $c$  æqualis est, minor autem Angulo  $a b d$ . Secetur igitur bifariā Angulus quoque  $a b e$  per rectam Lineam  $b f$ . Maior est igitur  $e f$ , ipsa  $f a$ . Quoniā itaq; Trianguli  $a b e$ , Angulus qui ad Signum  $b$ , bifariā sectus fuit per rectam Lineam  $b f$ , & maior est  $e f$ , ipsa  $f a$ , maius est



Documē-  
tum.

Causa p-  
pter quā  
Conuersa  
Theore-  
mata per  
ipossibile  
ostēdunt.

(per præostensum) Latus  $b e$ , Latere  $b a$ . ipsa autē  $b e$ , ipsi  $a c$  equalis ostensa fuit. Latus igitur  $a c$  maius est Latere  $a b$ , Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuicans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneque vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius. n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quàm præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Propō 20  
Theo. 13.



Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora; quomocunque assumpta.

Cōm. 25.  
Epicureo-  
rū impu-  
gnatio.

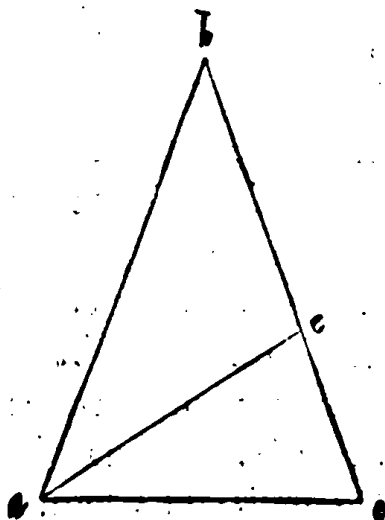
Præsens Theorema impugnare quidem Epicurei consuevere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna censere, immanifestisque per se fidem præstare. qui. n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq; dicendum quòd præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis. n. hoc accidit rebus.

Respōsio.

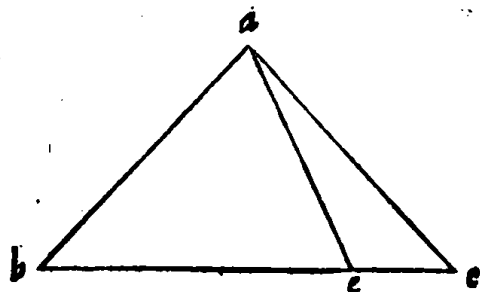
Exēpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum in corporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quas cunctas Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minimè producta describere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum  $abc$ , oportet itaque Latera  $ab$ ,  $ac$  Latere  $bc$  maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad  $a$  Signum est per rectam Lineam  $ae$ . Quoniam itaque Trianguli  $abc$ , Angulus  $ace$  externus est, maior est Angulo  $bac$ . Verum Angulus  $bac$  Angulo  $cae$  æqualis positus fuit. Angulus igitur  $ace$  maior est Angulo  $cae$ . Quapropter Latus quoque  $ac$ , Latere  $ce$  maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā  $ab$  maius est Latere  $bc$ . Trianguli enim  $ace$ , Angulus  $acb$  externus est, maiorque Angulo  $cae$ , hoc est Angulo  $eab$ . Quapropter Latus quoque  $ab$ , Latere  $bc$  maius est. Latera ergo  $ab$ ,  $ac$  toto Latere  $bc$  maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū  $abc$ . Si itaque æquilaterum est Triangulum  $abc$  proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa  $bc$  maior, abscindaturque alterutri illorum equalis, quæ sit  $be$ , & connectatur  $ae$ . Quoniam igitur Trianguli  $abe$ , Angulus  $ace$  externus est, maior est Angulo  $bac$ . eadem sanè ratione Angulus etiā  $eab$ , Angulo  $cae$  maior est. Anguli igitur, qui sunt circa  $e$  Signum, toto qui est ad Signum  $a$  maiores sunt, quorū  $ba$  æqualis est ipsi  $be$ , siquidem

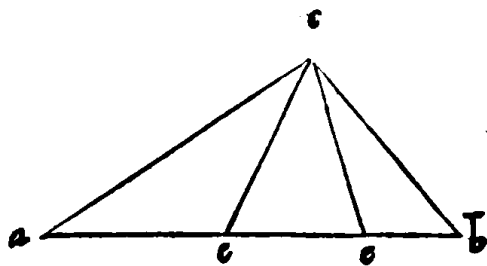
Porphyrii  
& Hero-  
nis De-  
monstra-  
tiones.



dem a b, etiam ipsi b e æquale est. reliquus igitur a c c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò

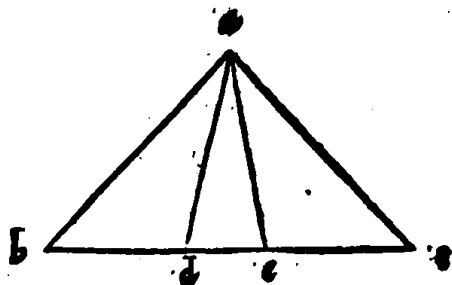
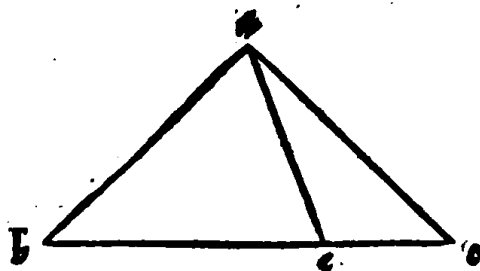


Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se nanque utroque maius est. Si autem Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæremus, ut in Aequicrura faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis utentes. Sit rursus quod



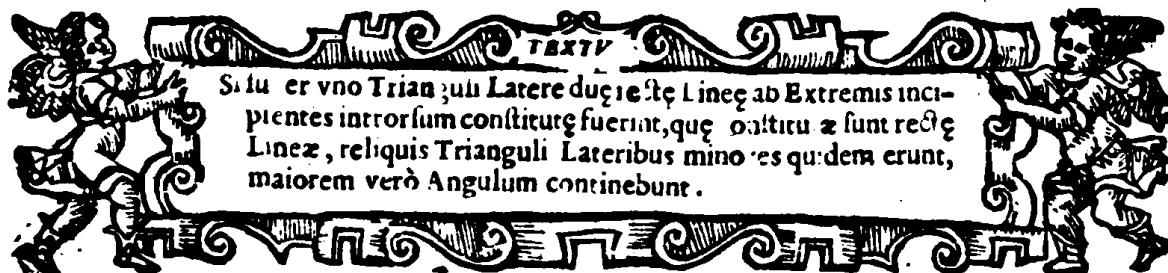
Demō per  
Deductio  
nē ad im-  
possibile.

cuncq; Triangulum a b c. Dico qd Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturq; h e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur c e, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e æqualis est, æquales subtendunt Angulos. Similiter porro & quoniam a c, ipsi c e æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturq; ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inequalis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c æqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniā Trianguli a d c, Angulus b d a



exter-

externus est, Angulo  $c a c$  est maior. maior est namq; ipso  $c a d$ . Pari ratione & quoniam Trianguli  $a b c$ , Angulus  $c e a$  externus est, maior est Angulo  $b a d$ . etenim Angulo  $b a c$  maior est. Anguli ergo  $b d a$ , &  $e a$  duobus  $b a d$ ,  $c a c$  maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur  $a b$ ,  $a c$  neque æqualia sunt Lateri  $b c$ , neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



Si ex vno Trianguli Latere ducere recte Lineæ ab Extremis incipientes introrsum constitutæ fuerint, quæ constructæ sunt recte Lineæ, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt.

Propo. 21  
Theo. 14.

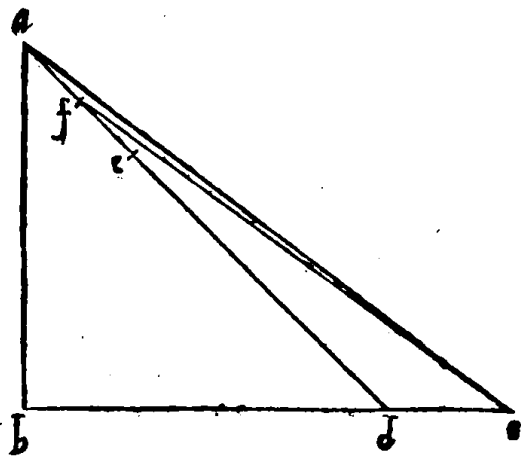
QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorē, euidens est: Theoremaquæ prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematis dependet, ex præostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliqua sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis comprehensum Angulo ab externis comprehensio maiore, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoquæ iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quæ in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quod possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusquæ alias minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc. n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quod necessario Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superquæ vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituentur: simul verò (quod iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto

Cōm. 26.

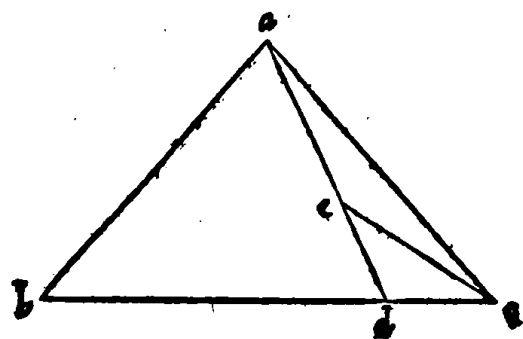
Quoddā  
admirabile  
in Geometria.



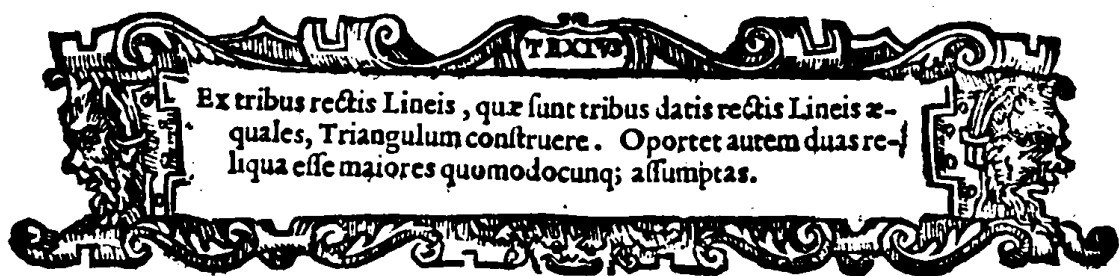
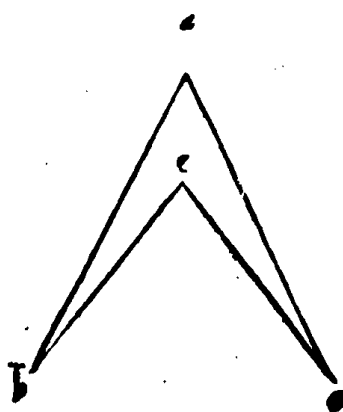
constituuntur Latere, externarum minores sunt : quæ verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum  $abc$ , Angulum, qui ad  $b$  Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere  $bc$  quodcunque Signum, sitque illud  $d$ , & connectatur  $ad$ . Maior est igitur  $ad$ , ipsa  $ab$ . Auferatur ab ipsa  $ad$ , æqualis ipsi  $ab$ , quæ sit  $de$ , & diuidatur  $e$  a bifariam in Signo  $f$ , & connectatur  $fc$ . Quoniam igitur  $afc$ , Triangulum est, ipsæ  $af$ ,  $fc$  maiores sunt ipsa  $ac$ . Verum  $af$  æqualis est ipsi  $fe$ . Rectæ Lineæ igitur  $fe$ ,  $fc$ , ipsa  $ac$  maiores sunt. Acqualis autem est  $de$ , ipsi  $ab$ . Rectæ Lineæ igitur  $fc$ ,  $fd$  maiores sunt rectis Lineis  $ab$ ,  $ac$ , & sunt intra.



Sit rursus Triangulum æquicrus  $abc$  Basim  $bc$  utroque equalium Laterum maiorē habens, abscindaturque  $a$  b ipsa  $bc$ , æqualis ipsi  $ab$ , quæ sit  $bd$ , & connectatur  $ad$ , sumaturque in ipsa  $ad$  quodcunque Signum, sitque illud  $e$ , & connectatur  $ce$ . Quoniam itaq;  $ab$ , ipsi  $bd$  æqualis est, Angulus quoque  $b$  ad, Angulo  $bda$  æqualis est, & quoniam Trianguli  $edc$  Angulus  $bda$  externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe  $dec$ . Quamobrem Angulus quoque  $bda$ , Angulo  $dec$  maior est. Multo maior est igitur Angulus  $bac$ , Angulo  $dec$ , & continetur  $bac$  quidem ab externis,  $dec$  verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ  $de$ ,  $ec$  minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere, quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum cōprehendētes, Cum aut hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoque eorum, quæ in Geometria admi-



admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum  $abc$ . nam à quatuor quidem Lateribus  $ba$ ,  $ac$ ,  $ce$ ,  $eb$  continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad  $b$ , alterum autem qui ad  $a$ , reliquum verò qui ad  $c$  Signum est, Quadrilaterum ergo Triangulum est præfens Figura.



Propo-  
tio 22.  
Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliqua sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere, quippe qui hoc quidem primū cognouit, quòd fieri non potest vt ex iisdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construat: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunque assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacquæ de causa adiecit, quòd vtique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunque assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæquæ per hanc solam additionem dissolui possunt. Præfens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua sunt maiores, quomodocunque assumptæ, Determinatum est, atque Possibile, fit enim hoc quoq;. Quemadmo-

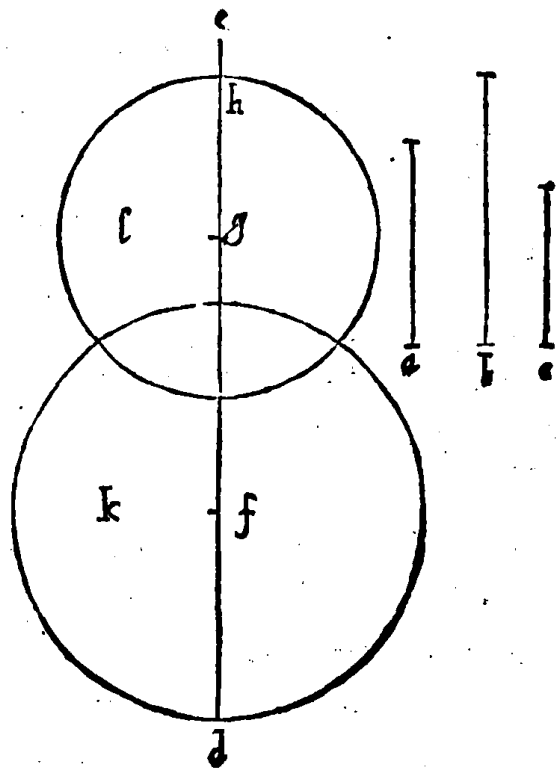
Com. 27.

In 20. Pro-  
positione;

De Pro-  
blematis  
Determinatis, Ind-  
termina-  
tis, Possi-  
bilibus, &  
Impossi-  
bilibus vide  
superi⁹ in  
com. pri-  
mo.

Instantiæ  
huius Pro-  
blematis.

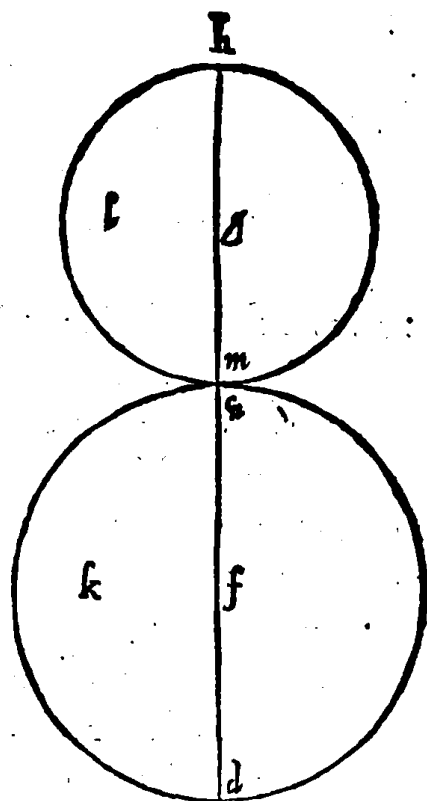
admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoque Problematum iuxta Possibile enuntiatur, atque Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometre. n. verba sequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet assumptæ reliqua sint maiores, iussuque facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, utputa in Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursusque Centro quidē g, interuallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Circuli. hoc siquidem Elementorū institutor + sortitus est. Vnde igitur hoc



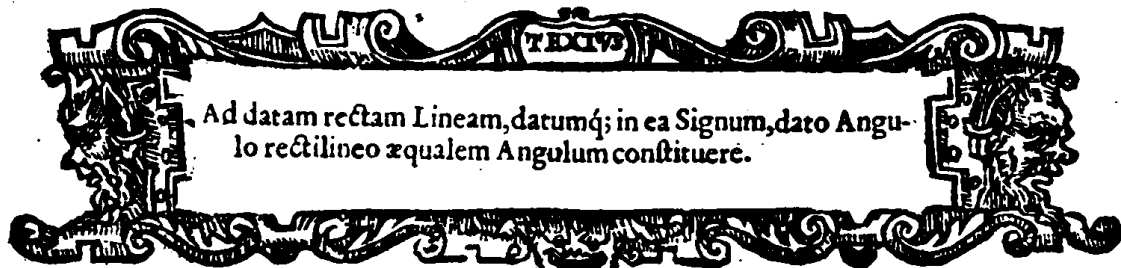
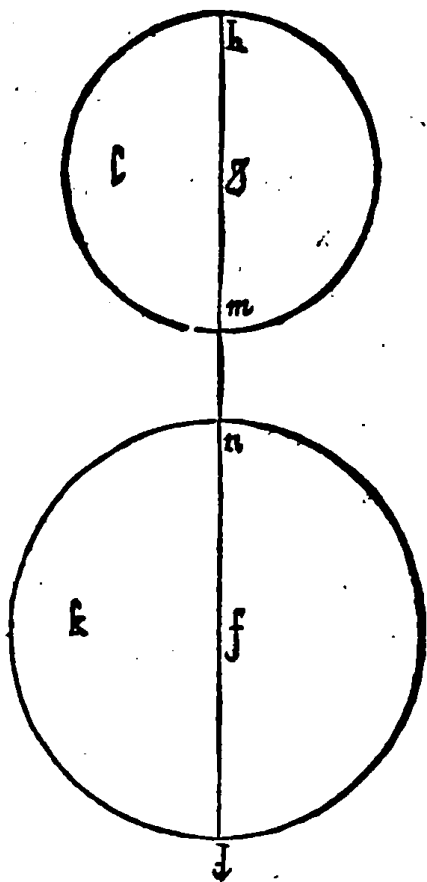
+ assūptis.

Responso.

euenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantum se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem interfecare, aut tangere, aut distare ab inuicem. Dico itaque quod necessario se inuicem interfecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaque f Signū Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signū Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni æquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodum etiam a vnā cum c, ipsa b est maior. illis siquidē sunt æquales. Æquales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod fieri



fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a : ipsa autem f g, ipsi b : ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem interfecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocuncq; assumptas, non autem vni æquales, neq; ipsa minores. necesse est autem tangenribus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales : distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum constituere.

Propo 23  
Prob. 9.

**P**roblema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quam Euclidis inuētum lucrum est, vt ait Eudemus : Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessario Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum .n. fuit quòd duo tantum curuilinearū Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit : & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Fit

Cōm. 28.  
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referē te Eude.

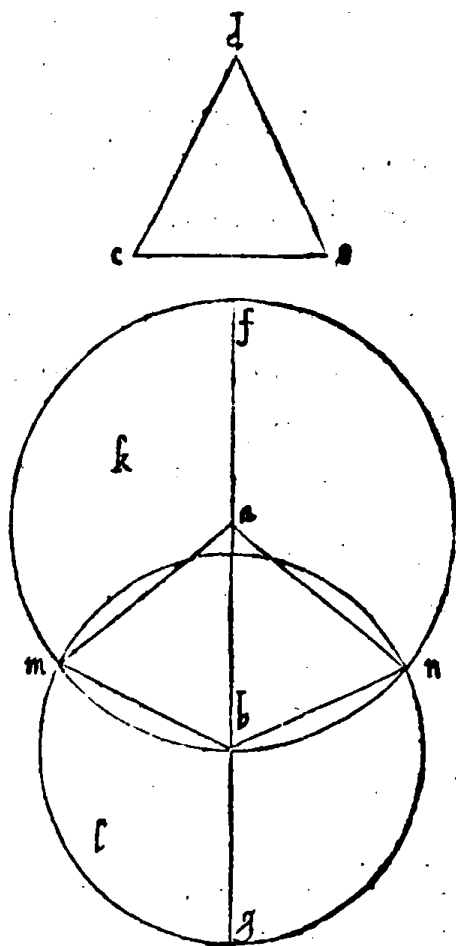
In cōm. 2.  
huius lib.

Nota, q  
Angul<sup>o</sup> Fi  
gurę simi-  
lis Securi,  
species est  
Anguli lu-  
nularis, &  
vocat<sup>r</sup> Pe-  
lecoides  
Angulus.

Alia exq-  
sitor hui<sup>o</sup>  
Problema-  
tis Demō.

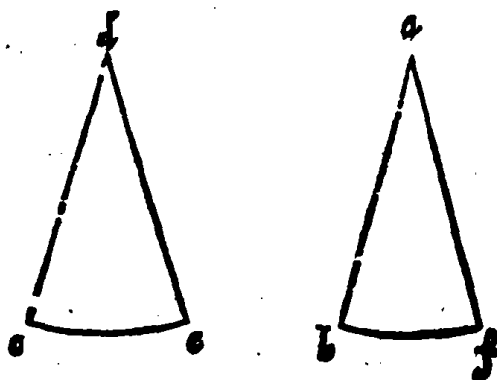
Fit aut<sup>m</sup> huiusmodi Lunularis Figura, quę Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandā rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui constituitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut rectilineum, aut mistum. cū autem nullus mistus rectilineo æqualis esse possit, manifestum quòd ipse quoque omnino rectilineus est. Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter vsus, ex tribusq<sup>ue</sup> rectis Lineis, quę tribus datis æquales sunt, Triangulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cōstitutionem exquisitori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq<sup>ue</sup> facere id, quod iussum est. Cōnectatur c e, & producat<sup>r</sup> a b ad vtranq<sup>ue</sup> partem vsq<sup>ue</sup> ad Signa f g, & ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò e c, ipsa b g. & Centro quidem a, interuallo autē a f, Circulus k designetur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l describatur. Circuli igitur se inuicem interfecant, quemadmodum superius ostensum est. Secēt se in Signis m, n, à Signoq<sup>ue</sup> n cōnectantur ad Centra rectę Lineę, similiterq<sup>ue</sup> à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m & ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a, æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m, & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rursus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e inæqualis non est, ipsę etiā b m, & b n, ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duę igitur a b, a m duabus d e, d e inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est. Rursusq<sup>ue</sup> duę n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, iussūq<sup>ue</sup> dupliciter factum est. non .n. vnum tantū, sed duos constituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

vt in

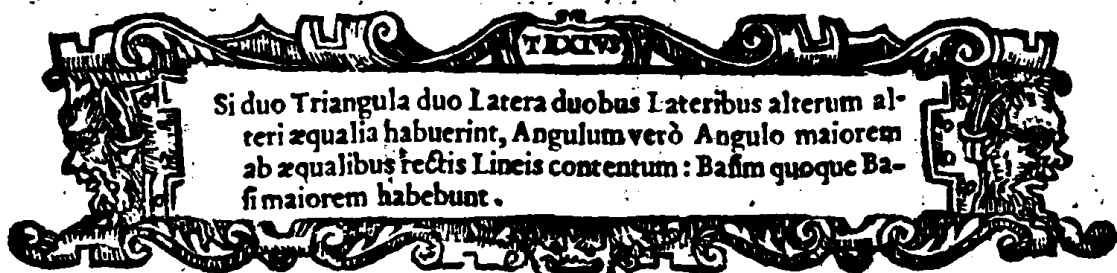


vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adiicimus. Apolloniꝝ autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ipsi indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum  $cde$ , & rectam Lineam  $ab$ , Cētro quidem  $d$ , interuallo autē  $cd$ ,  $ce$  Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem  $a$ , interuallo verò  $ab$ ,  $bf$  Circunferentiam designat. intercipientisque  $ce$  Circunferentiam æqualem ipsi  $bf$ , connectit rectam Lineam  $af$ , Angulosque  $a, c$  æqualibus Circunferentijs insistentes, æquales affirmat.

Dānat Apollonii ostensionē.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiā  $ab$ , ipsi  $cd$  æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiuscemodi itaque ostensionē tanquam posterioribus vtētem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.



Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basim maiorem habebunt.

Propō 24  
Theo. 15.

**R**Vrsus ad Theoremata transiit, & similes de inæqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroque, interdum autem inæqualem. & æqualitati quidem illius consequentē esse demonstravit Basium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorū Verticalium æqualitatem esse consequentem similiter demonstravit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

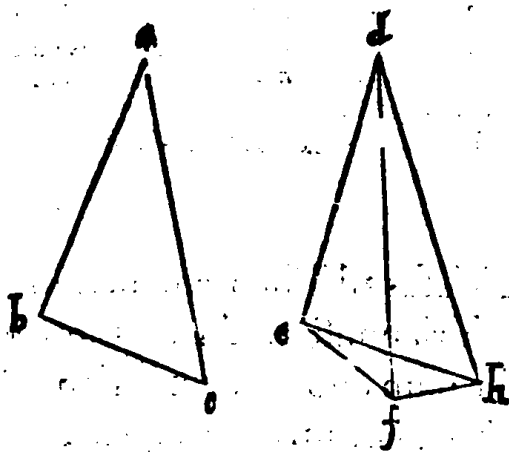
Cōm. 29

b pro-

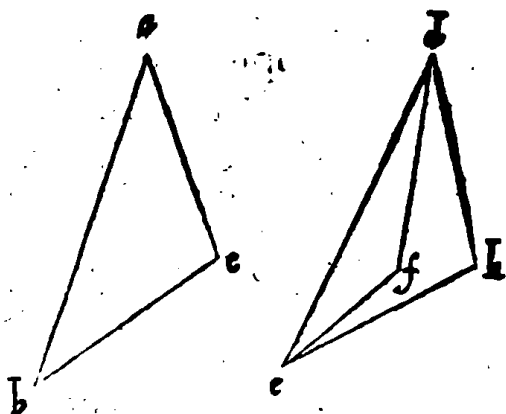
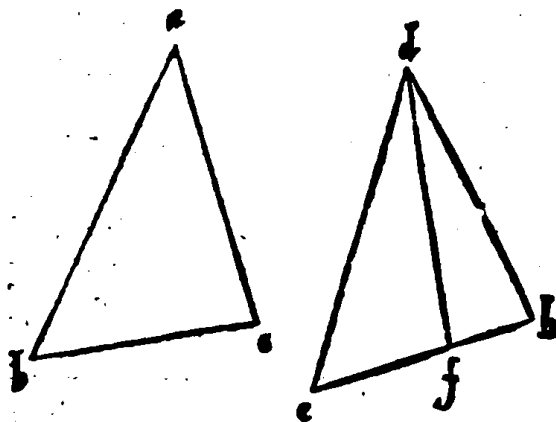
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstravit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati. nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit; hoc verò ē conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum. nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoque inæquales ostendit. Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū: duo verò circa inæquale, hoc utique, & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus: duo autem à Basibus, octauum porro, quodque deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus existētibus omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hęc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoque institutoris præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque de-

Varij huius  
Theore-  
matis Ca-  
sus.

ficit ipsi adiciamus. accipiens enim duo Triangula  $a b c, d e f$ , Latera  $a b, a c$  Lateribus  $d e, d f$  æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad  $a$  Signum existentem Angulo ad  $d$  Signum existenti maiorem, & volens ostendere Basim  $b c$ , Basi  $e f$  maiorem, ad rectam Lineam  $e d$ , ad Signumque in ipsa, quod est  $d$ , Angulo qui ad  $a$  Signum est æqualem constituit Angulum  $e d h$ . maior enim est Angulus qui ad  $a$  Signum est, Angulo qui ad Signum  $d$ , connectiturque ipsi  $a c$ , æqualem  $d h$ . Recta itaque Linea  $e h$  ad Signum  $h$  producta aut supra rectam Lineam  $e f$  cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sanè institutor utpote supra iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa recta



recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim  $a b, a c$  duabus  $d e, d h$  æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur  $b c$ , Basi  $e h$  æqualis est. At ipsa  $e h$  maior est quàm ipsa  $e f$ , quapropter ipsa quoque  $b c$  maior est quàm ipsa  $e f$ . Verùm sit infra ipsam  $e f$ , posita. Connēctentes itaque ipsam  $e h$  dicemus quòd cū ipsæ  $a b, a c$  ipsis  $d e, d h$  æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque  $b c$ , ipsi  $e h$  æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum  $d e h$  duæ rectæ Lineæ  $d f, f e$  in Latere  $d e$  sunt constitutæ, externis minores sunt. Aequalis autem est  $d h$ , ipsi  $d f$ . ipsi namque  $a c$  æqualis est. Maior est igitur ipsa  $h e$  quàm ipsa  $e f$ . Sed  $h e$  æqualis est ipsi  $b c$ . Maior est ergo ipsa  $b c$  quàm ipsa  $e f$ . Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstravit quòd Arces quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd præter Basium inæqualitatem, Arcæ quoque inæquales sunt? Aduersus hanc utique dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in æqualibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Basibus æqualibus existentibus, Triangulorum etiam æqualitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arcarū inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparisonem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arcarum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis  $a, d$  Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-



Dubitatio

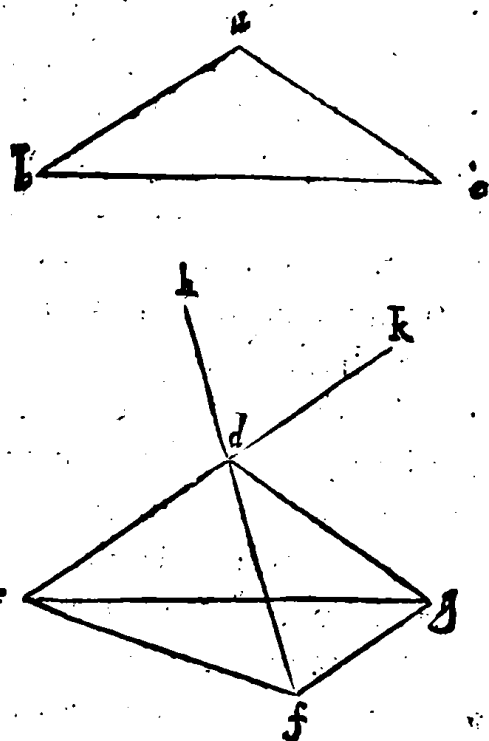
Solutio.

Digressio

Arcarum  
pulchræ  
paratio.



duntur : maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet : minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipse e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis æquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g æqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis æquales sunt. Sunt autē Anguli quoque e d g, k d g duobus Rectis æquales. Cōmunis auferatur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis est. Verum ipse e d f æqualis est ipsi h d k. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, æqualis est. At isti æquales sibi inuicē sunt. ipsa namque d g, ipsi d f æqualis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemque d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verum Triangulum g d e, Triangulo a b c est æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non est. Et vides quod tribus indiguimus Theorematibus, quę ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quod omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus æqualis est : altero autem, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelę rectę Lineę sunt : tertio verò, quod Triangula super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, æqualia sunt. Quę Elementorum quoque institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verum sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt : Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior

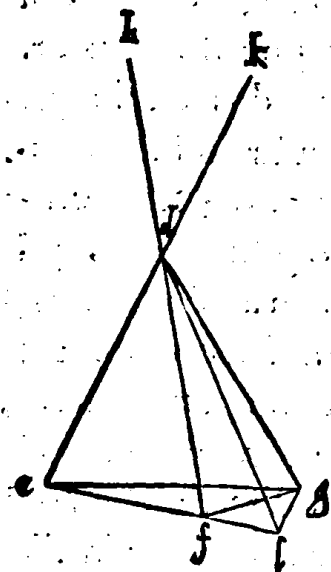
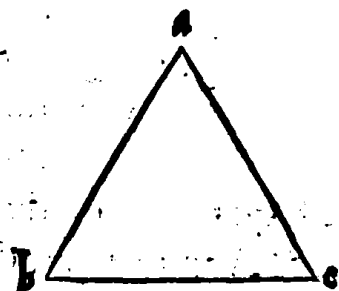
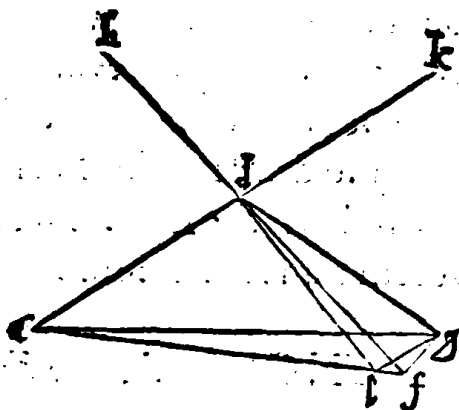


Proposi-  
tio 32.

Proposi-  
tio 27.

Proposi-  
tio 37.

ior Angulo  $gdk$ . Angulus igitur  $gdh$  maior quam duplus est Anguli  $gdk$ , ipse nempe, qui duplus est Anguli ad  $g$  Signum existentis. Angulus igitur  $gdk$  minor est Angulo, qui ad  $g$  Signum est. Ponatur ipsi  $gdk$ , æqualis  $dgl$ , & connectatur  $el$ , &  $dl$ . Parallela ergo est  $gl$ ; ipsi  $de$ . Triangula igitur  $gde$ ,  $lde$  æqualia sunt. At Triangulum  $lde$  minus est Triangulo  $fde$ . Triangulum igitur  $gde$ , Triangulo  $fde$  minus est. Aequale autem est Triangulum  $gde$ , Triangulo  $abc$ . Triangulum ergo  $abc$ , Triangulo  $fde$  minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inæquales eadēque construatur. Quoniā itaque Anguli  $edg$ ,  $gdk$  duobus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato  $edg$ , totus  $gdh$  minor quam duplus est ipsius  $gdk$ . Sed duplus etiam ipsius qui ad  $g$  Signum est. Angulus igitur  $gdk$ , Angulo qui ad Signum  $g$ , maior est. Ponatur Angulo  $gdk$ , æqualis  $dgl$ , & coincidat  $gl$  cum ipsa  $ef$  in Signo  $l$ , & connectatur  $dl$ . Parallela igitur est  $gl$ , ipsi  $de$ . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triangula  $gde$ ,  $lde$ . Verūm Triangulū quidem  $lde$  maius est Triangulo  $fde$ : Triangulum verò  $gde$  æquale est Triangulo  $abc$ . Triangulum ergo  $abc$ , Triangulo  $fde$  maius est. Ostensum est igitur Triangulum  $abc$ , Triangulo  $def$  & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad  $a$ , &  $d$  Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus, omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad  $a$  Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum  $d$ , Recti dimidium, nonne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum  $a$ , vnus Rectus, & Recti dimidium



dium esset : qui verò ad Signum d , binæ vnus Recti Tertie , non ne duobus Rectis essent maiores ? Quid verò si qui ad Signum a , vnus Rectus, Recti q̄ esset dimidium : qui autem ad Signum d , tertia Recti pars , non ne duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior ? Omnes itaq̄ hæ Comparationes Parallelarū vsu nobis factæ sunt . Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur .

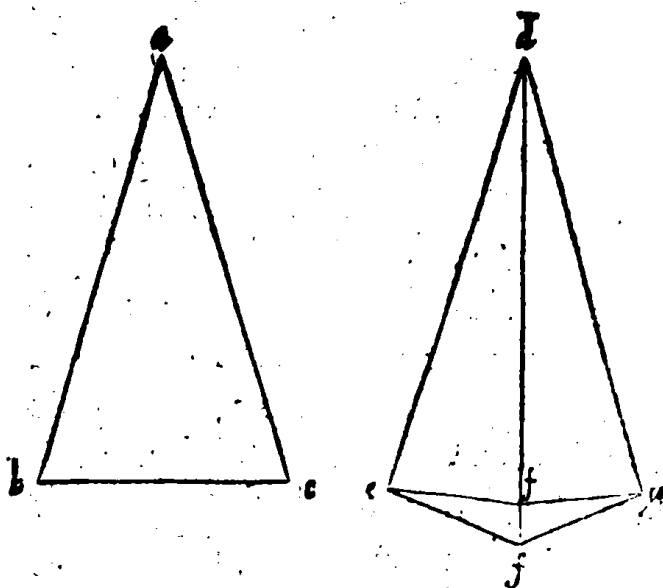
## INCERTI AVTORIS SCHOLIUM

in vigesimum quartum Theorema Primi  
Libri Elementorum Euclidis .

Scholium  
in exēpla  
ri quodā  
veteri re-  
pertum .



**I** M E A M afferre sentētiā operæpretium est, errauit Philosophus . nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quę postērius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq̄ institutor vsus fuit , quod autem dicimus, hoc modo ostendemus . Sint duo Triāgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latēra b a, a c duobus Latēribus e d, d f equalia, & Angulus qui ad Signū a , Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d . Si autē ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi e f in directum sit . nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq̄ duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterum ipsi etiam d f e est æqualis . & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e equalis



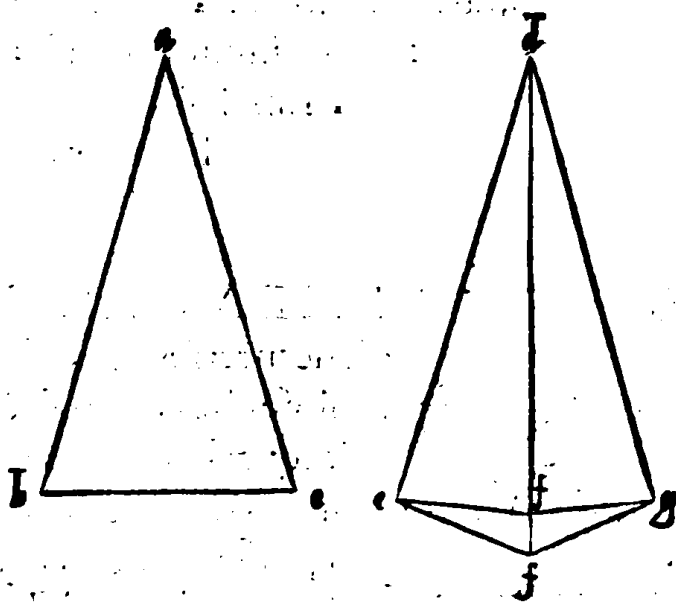
lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autē hoc verum est, Trianguli  $d f g$ , externus Angulus interno, & ex opposito collocato æqualis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minime potest ut recta Linea  $e g$ , rectæ Lineæ  $e f$  in directum sit. Si verò hoc fieri nō potest, eò magis neque extra incidet. Intrā igitur. Non ergo rectē dixit Philosophus. Veruntamen alia quoque ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cum enim ipsa  $d e$ , tum ipsi  $d f$ , tū ipsi  $d g$  æqualis supponatur, ipsa quoque  $d f$ , ipsi  $d g$  erit æqualis.

Quapropter tria Triangula æquicrura sunt, utputa  $d e f$ ,  $d f g$ , &  $d e g$ . æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt. & qui igitur ad Bases ipsorum

sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum  $e$ , ei qui ad Signum  $g$ , &

adhuc ipsi  $d f e$ : & qui ad Signum  $g$ , ipsi  $d f g$ . Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad  $e$ , &  $g$  Signa, duobus  $d f e$ ,  $d f g$  æquales utriusque simul utrisque. Anguli igitur  $d f e$ ,  $d f g$ , duobus sunt Rectis æquales. siquidē recta Linea  $d f$  super rectā Lineā  $e g$  steterit. Quocirca Anguli quoque  $d e f$ ,  $d g f$  duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimū decimū Theorema destructum est.

At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producit recta Linea  $e g$ , super eadem recta Linea  $e f$  non cōnectetur. Si verò hoc fieri non potest, multò magis (ut dictum est) neque extra incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdū, absurdum hoc maius est. Dicendum igitur pro Philosopho quod eos, qui instituantur alloquens, non satis scitē exposuit. Vel exercitationis gratia, animique excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cum enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint, hoc est ipse  $d f e$ , & ipse  $d f g$ : & adhuc qui ad Signum  $e$ , & qui ad  $g$  Signum. Cum verò recta Linea super rectā consistens Lineā Deinceps



Defendit  
Proclū mā-  
gis eū of-  
fendēdo.

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum  $dfe$ ,  $dfg$  rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad  $g$ , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursus septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostendit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

## FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigessimum quartum Theorema

Primi Lib. Elementorum

Euclidis.

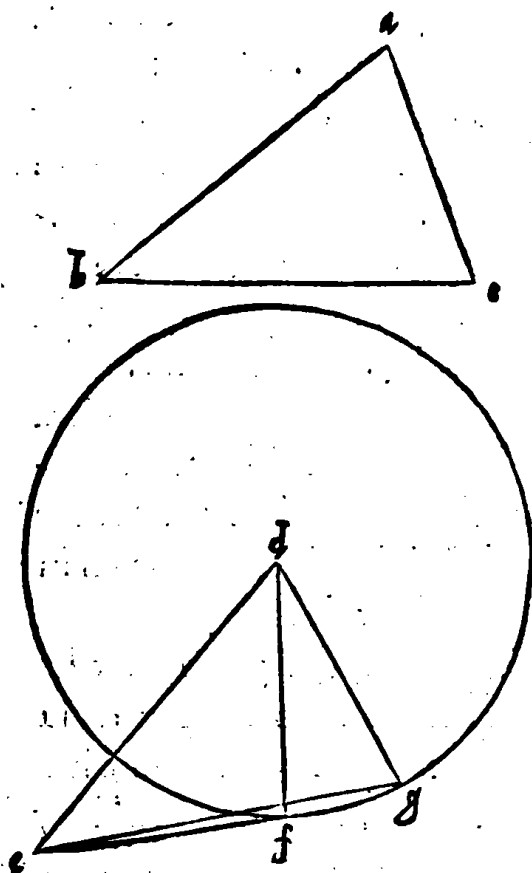


Scholium  
Interpre-  
tis.

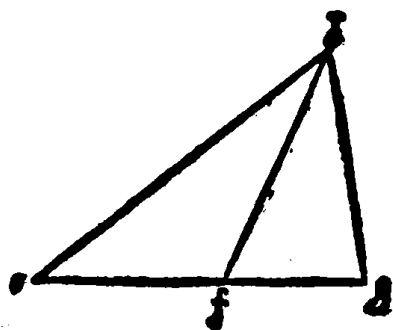
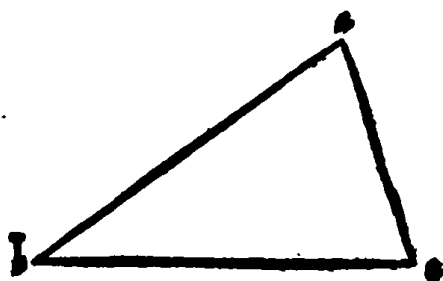
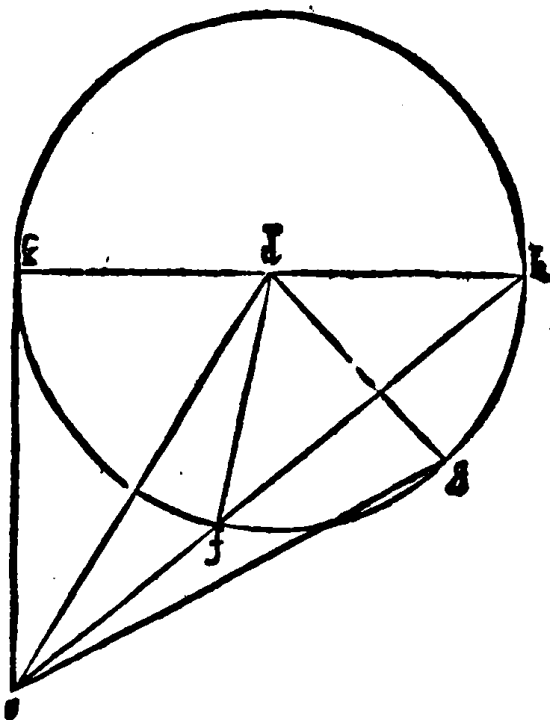
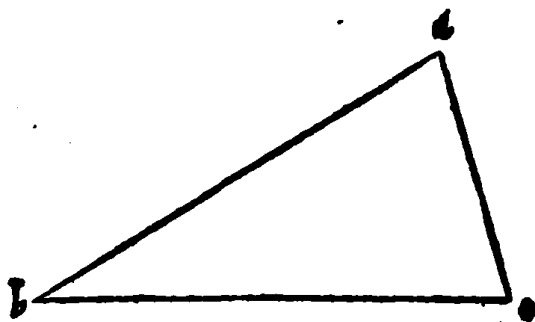


**I** M E A quoque afferenda est sententia errauit: planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autem Philosophus. nam sciendum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erunt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessario supra subtendentem quæ ultimò protracta est recta Linea incidet, ut incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, ut & Proclus ipsa suscepit, fieri potest ut quæ ultimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, ut apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruris Triangulis, extra, vel super ipsa subtendente ultimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiauit. Cum autem indeterminatè aliquid affirmamus, in quibus fieri potest ipsum intelligimus, non autem in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantum virum deceptum ostendat, aut exercitationis gratia, Animi quæ excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cum ait incertus Autor in æquicru-

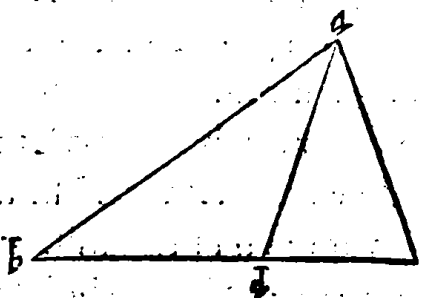
quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, ut quæ ultimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula  $abc$ ,  $dfe$  æquicrura ita, ut Latus quidem  $ab$  æquale sit Lateri  $bc$ , & Latus  $ac$ , utroque minus: Latus verò  $df$  æquale Lateri  $fe$ , & Latus  $de$ , utroque maius. & sit Latus  $ab$  æquale Lateri  $ed$ , & Latus  $ac$ , Lateri  $df$ . nec non Angulus  $bac$ , maior Angulo  $edf$ . Ponatur autem Angulus  $edg$  æqualis Angulo  $bac$ , & protrahatur ipsa  $dg$ , ponaturque æqualis ipsi  $ac$ , & connectatur ipsa  $eg$ . Dico quòd fieri potest ut ipsa  $eg$ , & supra ipsam  $ef$ , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo  $d$ , intervallo autem Linea  $df$ , Circulus describatur, quem aut tangit Linea  $ef$ , aut secat. Tangat primum. Linea igitur  $dg$  in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa  $eg$  supra ipsam  $ef$  cadet. Secet autem ipsa  $ef$  Circulum ut habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea  $ef$ , quousque Circulum iterum secet in  $h$  Signo. Quoniam itaque ipsa  $dg$ , ipsi  $df$  æqualis est, necessariò in Circuli Circumferentia cadit. Aut igitur inter  $fh$  Signa in Circumferentia cadit, aut in Signum  $h$ , aut ultra  $h$  Signum. At qui fieri non potest ut in Signum  $h$ , aut ultra  $h$  Signum ipsa cadat, necessarium igitur est inter  $f$ , &  $h$  Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum  $h$ , neque ultra  $h$  Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primum in Signum  $h$ , ut ipsa  $dh$ , & producat ipsa  $hd$  in directum usque ad Signum  $k$ , & connectatur Linea  $ke$ , quæ tangat Circulum,



in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales sunt, Basis autem e h, Basi e k est maior, Angulus sanè e d h, Angulo e d k maior est. Verùm Angulus e d k maior est Angulo e h d. Multò maior igitur est Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius est. Erat autem & æquale, Triangulum siquidem æquicrus supponebatur, quod fieri non potest. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem sanè modo ostendemus quòd neque ultra ipsum ipsdem existentibus suppositionibus cadere potest. Necessariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, secantque se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Lineæ. Ipsa ergo e g protracta magis remota quàm ipsa e h à Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cadere potest. Reliquum autem est ostēdere quòd fieri potest, vt etiam super ipsa subtendente quæ vltimò protracta est recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ superius descripta sunt. & sit quidem vterq; Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemque duplus Anguli e d f. hoc enim fieri potest. constituatur aut ad d e recta Linea, ad Signūque in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuius Linearū a c, d f æqualis ipsa d g, cōnectaturq; Linea e g. Dico quòd his suppositis, necessariò ip-

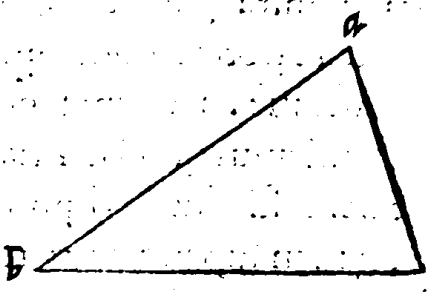


Ita  $fg$  ipsi  $ef$  in directū est, ipsa quē  $e g$  postremò protracta, super ipsa  $efg$  velis nolis cadet. Primum igitur ostendendum quòd in directū est ipsa  $gf$ , ipsi  $fe$ , vnaquē est recta Linea ipsa  $efg$ : postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea  $eg$ , postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quedā, quæ talis est. Si Trianguli equicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basi Trianguli, quod initio erat, itemquē alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquū est. Sit Triangulū  $abc$  æquicrus habens vtruncq; eorum, qui ad  $ac$  Basim sunt Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad  $a$  Signum est per rectā Lineam  $ad$ , & ducatur ipsa  $ad$  ad Latus  $bc$ . Dico quòd æqualis est recta Linea  $ad$  vtrique rectarum Linearum  $ac, db$ .

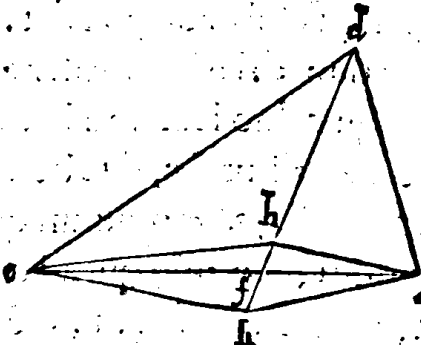
Demō Sū  
ptionis.

Quoniam Angulus  $bac$  duplus est vtriusq; Angulorum  $bad, abd$ , Angulus  $bad$ , Angulo  $abd$  æqualis est. Aequale igitur est & Latus  $ad$ , Lateri  $db$ . Rursus quoniam Trianguli  $abd$  externus est Angulus  $adc$ , duobus internis, ex oppositoquē iacentibus, ipsis nēpe  $abd, bad$  est æqualis, qui ipsi  $bac$  æquales sunt. Angulus ergo  $adc$ , Angulo  $bac$  inæqualis non est. At ipse  $bac$ , ipsi  $acb$  est æqualis. æquicrus. n. Triangulum  $abc$  supponebatur.

Angulus igitur  $adc$ , Angulo  $acd$  æqualis est. & Latus ergo  $ad$  æquale est Lateri  $ac$ . Ostensum est aut ipsi etiam  $db$  æquale. Recta igitur Linea  $ad$  vtriusq;  $ac, db$  rectarum Linearū æqualis est, quod



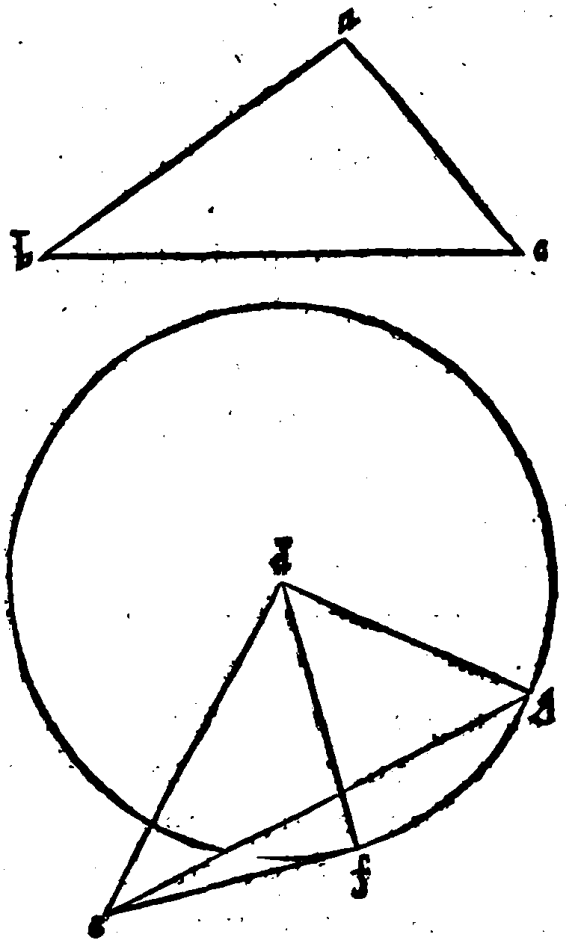
oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa  $gf$  in directum non est ipsi  $fe$ , sed sunt duæ Rectæ ipsæ  $ef, fg$ , ducatur à Signo  $e$ , ad  $g$  Signū recta Linea, quæ aut supra  $ef, fg$  rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lineis

Propositi  
Demō.



vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f. secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e : & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basi e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producaturs ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cadet. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectę Lineę nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cum autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiuscemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo se se habent recta quę vltimò protracta est Linea, neq; suprà, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiuscemodi Aequicruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdēte cadat. Sint ergo duo Triangula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstitua-

Demō in  
Scalenis.





Triangulo-  
rum ad sua  
principia  
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inequalitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mixtæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præsens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatera esse non possunt (hoc siquidē inequalitatē ostēdit, illa autem ab æqualitate vndique scitent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut non similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quam in æquicruribus. in scalenis .n. quæ postremo protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autem necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quam ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quam illorum Constructio est. Iurè igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quam in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quam æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurium siquidē duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quæ vndeque immoderatione, & inequalitate, omnisque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verū de his quidem hætenus.

Pulchra  
Triangulo-  
rum iuxta  
Pythagoreos  
ad ea quæ  
sunt comparatio.

Finis  
Scholii

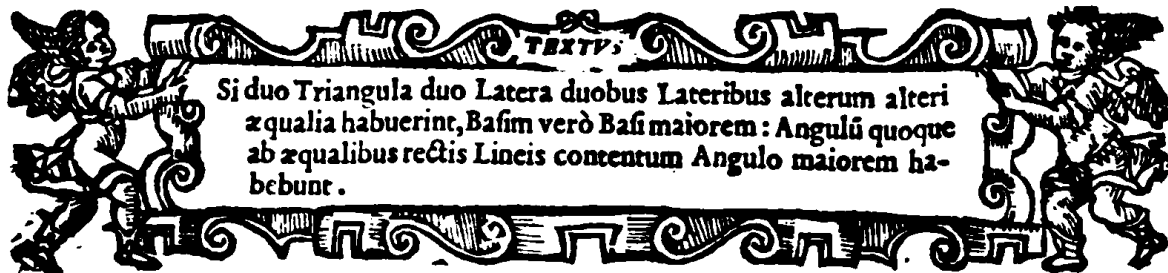
### Corollarium ex Scholio.

Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Angu-

li Verticalis alterius, necessariò quæ vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit : cū autem maior quā duplus, infra ipsam : cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtruncq̃ eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

## SEQVVTVR PROCLI Commentarij



Propo 25  
Theo. 16.

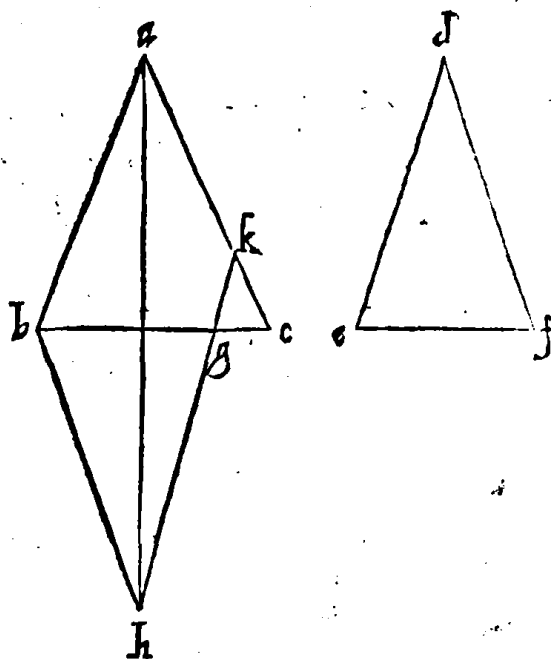
**P**Resens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumquæ æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq̃ coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostētionibus : in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens, Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens : interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusquæ è conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verū ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere ijs, qui discendi tenentur desiderio idimitemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula  $abc, def$  duo Latera  $ab, ac$  duobus Lateribus  $de, df$  æqualia habentia alterum alteri, Basiumquæ  $bc, ef$  Basi  $e$  maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad  $a$  Signum, Angulo, qui ad  $d$  Signum, maior est. abscindatur enim à Basi  $bc$ , Basi  $ef$  æqualis, quæ sit  $bg$ , & constituatur ad  $b$  Signum Angulo  $d$   $ef$ , æqualis Angulus  $gbh$ , & ponatur  $bh$  ipsi  $de$  æqualis, & connectatur  $hg$ , & producaturs vsque ad  $k$  Signum, cōnectaturquæ  $ah$ . Quoniam itaque

Cōm. 30.

Demōstratio  
Menelaus  
Alexandri.

que

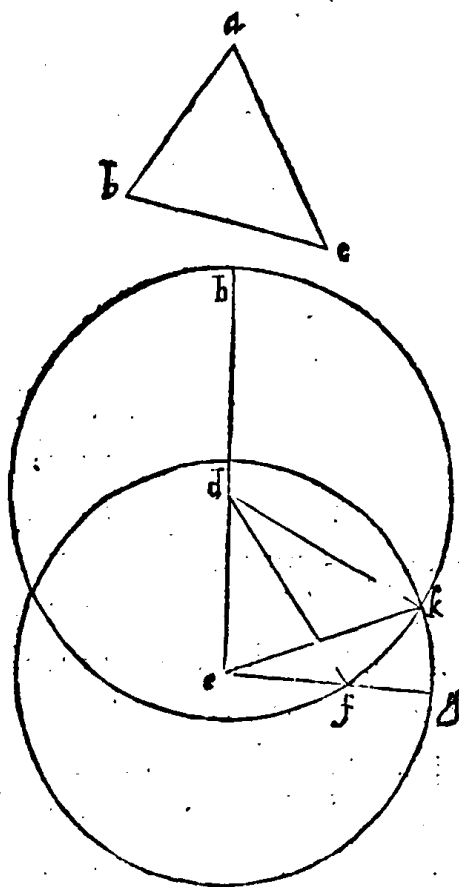
que b g æqualis est ipsi e f, b h autem ipsi e d, duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales continent. Ipsa igitur g h, ipsi d f æqualis est, et Angulus b h g Angulo e d f æqualis non est. Et quoniam g h æqualis est ipsi d f, ipsa autem d f, ipsi a c, ipsa quoque g h, ipsi a c æqualis est. Maior est igitur h k, quam a c, quamobrè multò maior quam a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior est. Rursus quoniã æqualis est ipsi a b, ipsa b h, ipsi nanque d e est æqualis,



Angulus b h a, Angulo b a h æqualis est. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d, ostensus est. Angulus ergo b a c, Angulo, qui est ad d Signum, est maior. Talis quidem Menclai Demōstratio est. Heron autem Me-

Heronis  
Mechani-  
ci Demō.

chanicus, hoc modo non per impossibile idem ostendit. Sint duo Triângula a b c, d e f, eedēque sint suppositiones. & quoniam b c maior est quam ipsa e f, producat e f, & ponatur ipsi b c, æqualis e g, similiterque protrahatur d e, & ponatur ipsi d f, æqualis d h. Circulus igitur, qui Cētro d, interualloque d f describitur transibit etiam per Signum h. Describatur ut f k h. & quoniam a c, a b maiores sunt ipsa b c, hæ autem ipsi e h æquales sūt, & b c, ipsi g e, Circulus, qui Centro quidem e, interuallo autem e g describitur, secat ipsam e h, Secet ut ipse g k, & connectantur à communi Circulorum sectione ad Centra rectę



Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrū est Circuli h k f, ipsa

ipsa  $d k$ , ipsi  $d h$  æqualis est, hoc est ipsi  $a c$ . Rursus quoniam  $e$  Signum Centrum est Circuli  $g k$ , ipsa  $e k$  ipsi  $e g$  æqualis est, hoc est ipsi  $b c$ . Quoniam igitur duæ  $a b$ ,  $a c$  duabus  $d e$ ,  $d k$  sunt æquales, &  $b c$  Basis,  $e k$  Basi, Angulus quoque  $b a c$ , Angulo  $e d k$  est æqualis. Angulus ergo  $b a c$ , Angulo  $f d e$  maior est.



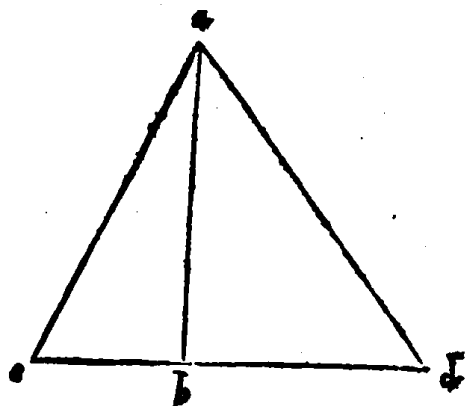
Propo 26  
Theo 17.

**T**riangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaque Angulos quidem æquales cum accepisset Euclides, Latera quoque Triangulorum non potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaque spacia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim æquales habeant. Sola verò Latera æqualia cum supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauum Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimque Basi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessario consequentem, nullaque Demonstratione egentem. Latera autem, atque Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contra vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiam vno Latere, vnoque Angulo plures. Verum vnum Angulum, vnumque Latus cum accepisset, Propositum minimè ostendit, reliquorum scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumque Angulum æqualia existentia, quò ad reliqua prorsus inæqualia sint. Sit enim recta Linea  $a b$  Perpendiculariter erecta super rectam Lineam  $c d$ , sit autem maior  $b d$  quam  $b c$ , & connectan-

d tur

Côm. 31.  
Pulcherri  
ma cõpa-  
rationis  
Triangulo-  
rũ Diuisio

tura c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præsens Theorema. Vnū verò Latus, & tres Angulos equales iterum supponere superuacaneum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū,

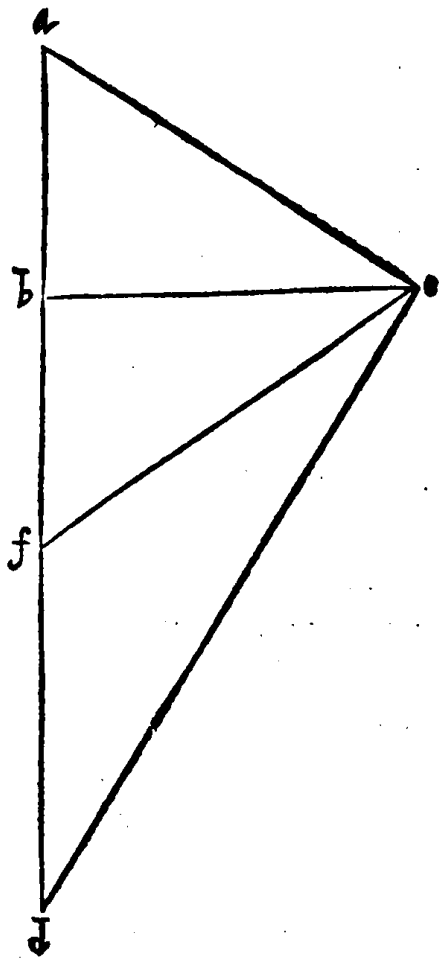
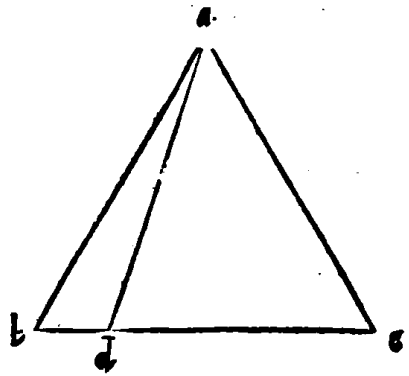


duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantum equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit; quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inuolidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quēadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verū aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsentī Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatERO a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo

† decētib.  
bus.

Trian-

Triangula duo Latera  $a b$ , ad duobus Lateribus  $a c$ ,  $a d$  æqualia habentia, vnūque Angulum, qui ad  $b$  Signum vni Angulo, qui ad  $c$  Signum æqualem, verum nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus  $b d$ , Lateri  $d c$ . inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus non cum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præsens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectangulum  $a b c$ , Angulum, qui ad  $b$  Signum est rectum habens, Latusq;  $b c$  maius Latere  $b a$ , & producat  $a b$ , & constitutur ad rectam Lineam  $b c$ , ad Signumque in ea  $c$ , Angulo  $b a c$ , æqualis Angulus  $b c d$ , & coincident  $b d$ ,  $c d$  productæ vsq; ad Signum  $d$ . Duo itaq; Triangula sunt  $a b c$ ,  $b c d$  vnum Latus  $b c$  commune habentia, duosque Angulos duobus Angulis æquales  $a b c$  quidē, ipsi  $c b d$  (Recti. n. sunt)  $b a c$  autem, ipsi  $b c d$ . sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum  $b d c$  maius Triangulo  $a b c$ . causa autem est quoniam commune Latus  $b c$  in Triangulo quidem  $a b c$  vnum æqualiū Angulorū subtēdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad  $a$  Signum est: in Triangulo verò  $b c d$ , æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum  $b c d$ , Triangulo  $a b c$  maius non est: constitutur. n. ad rectam Lineam  $b c$ , ad Signumque in ipsa datum



d    z    c,



c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterū alteri æquales habentia, vnūquē Latus cōmune equalibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autē æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoque diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præfens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisissorūque causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas re- darguentes. & huc vsque finem habere Elemētorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Con- stitutiones, æ Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Compa- rationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ cir- ca existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quan- titatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodque sibi ipsi idem est, à se ipsoque discrepat, propter eam, quæ in ipso est mul- titudinem: omniaque eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquoque Triangulorum, tum in pluribus vno Triā- gulis æqualitas, inæqualitasque reperta fuit.

Porphy-  
rius.  
Eudemus  
in Geome-  
tricis enar-  
rationib⁹  
ad Thale-  
tem hoc  
Theore-  
ma refert

Epilogus  
primæ se-  
ctiōis pri-  
mi lib. E-  
lemēto-  
rum Eucli-  
dis.  
Documē-  
tum.

Pulchra  
confide-  
ratio.

TERTII LIBRI FINIS.

## PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



**D**E TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrammis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens.

Continua  
tio Libri.In cō 18.  
Libri 2.

diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrammorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipse quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

Inferius i  
Propōne.  
35.

Propō 33.

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Lateraliter ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

Tria, quæ  
Parallelis  
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed unumquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum unum quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueverunt, uniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum incit, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apolloni  
† Nicodemus.  
Hippias.  
Perseus.

## SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propō. 27  
Theor. 18



Cōm. pri-  
mum.

IN præsentem quidem Theoremate tãquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematis, quæ in Plano considerantur. Adhuc autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim obstat in modum literæ X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent

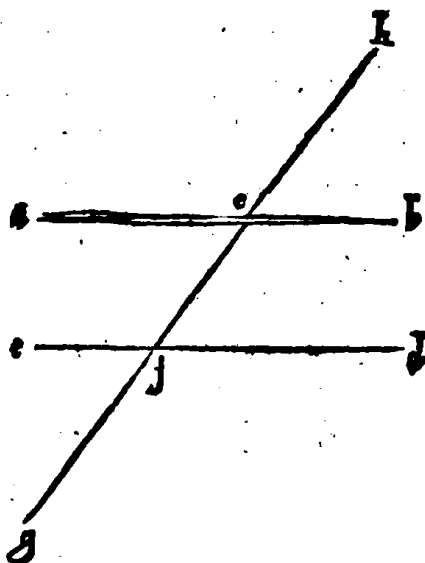
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [ Alternatim ] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticeis particula [ Alternatim ] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasq; incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò qd alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternim Angulos appellat. Dico autē, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteq; in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēq; Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, utpote Alternos commutatimq; ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem. Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intra pones, ut ipsos b e f, & c f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extra, ut ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intra, alterum verò extra, ut ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intra pones,

In lib. 3.  
in cōm. 7.

Norandū

Qui sint  
Alterni  
Anguli.

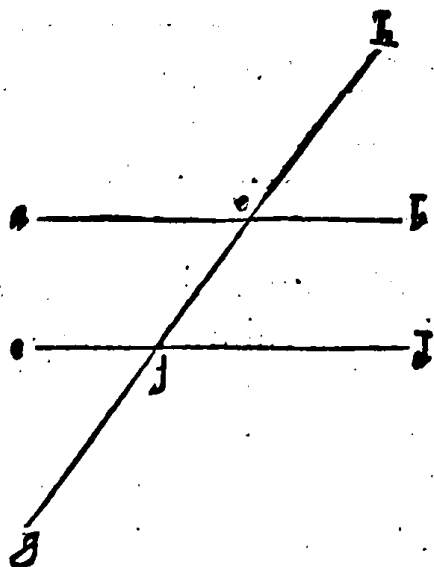


Documē-  
tum.

Diuisio  
Sympto-  
matū Pa-  
rallelarū  
Linearū.

Anguli in  
Parallelis  
sex modis  
sumuntur.

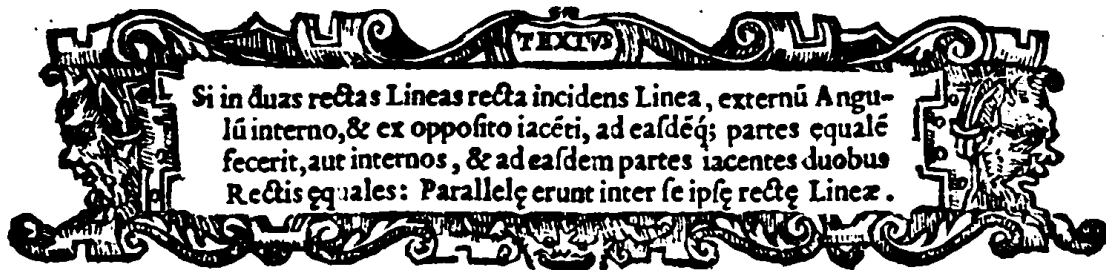
nes, ut ipsos  $a e f$ , &  $e f d$ , vel ipsos  $c f e$ , &  $f e b$ : aut utrumque extra, ut ipsos  $a e h$ , &  $d f g$ , vel ipsos  $h e b$  &  $c f g$ : aut unum quidem intra, alterum verò extra, hocque rursus quadrupliciter. aut enim ipsos  $a e h$ , &  $e f d$ : aut ipsos  $h e b$ , &  $e f c$ : aut ipsos  $g f c$ , &  $f e b$ : aut ipsos  $g f d$ , &  $f e a$  pones. & præter has alia Sumptio non est. Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequentia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum una quidem est ex his Angulis, qui non ad easdem sunt partes, ex his quidem, qui intra tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellavit, ita ut  $h$ , qui extra ambo sunt, &  $h$ , quorum unus quidem extra, alter verò intra, prætermisisti sint: duæ verò, ex his, qui sunt ad easdem partes, ex his quidem, qui ambo intra sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex his, quorum unus quidem est intra, alter verò extra, quos æquales esse dixit, una sanè Sumptione relicta, quæ ambos extra supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermisissas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extra Anguli  $h e b$ ,  $d f g$ , dico quod hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim  $d f e$ , Angulo  $h e b$ : & Angulus  $b e f$ , Angulo  $d f g$  æqualis est. Si autem Anguli  $b e f$ ,  $e f d$  duobus rectis æquales sunt, Anguli etiã  $d f g$ ,  $h e b$  duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdem partes Anguli  $a e h$ ,  $e f d$ , quorum alter quidem sit intra, alter verò extra, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus  $a e h$ , Angulo  $b e f$  æqualis est, Anguli autem  $b e f$  &  $e f d$  duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque  $a e h$ , &  $e f d$  duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, ut Anguli  $a e h$ ,  $d f g$ , dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli  $a e h$ , &  $b e f$  ad inuicem æquales sunt, Angulus autem  $d f g$ , Angulo  $b e f$  est æqualis, Angulus igitur  $a e h$ , Angulo  $d f g$  inæqualis non est. Si igitur quæ in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus consequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequuntur. præter hoc, quòd in quibus quidem hæc Geometra suscepit iuxta quidem



duas

duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales : in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cum enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non imeritò quæ prætermissæ, ñs, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus è contrario se habent. Videtur autem Geometra hasce suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ñs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit : ex ñs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse : reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

Cur tres  
sumptio-  
nes Angu-  
lorū Euclī  
des pter-  
miserit.



Propō 28  
Theo. 19.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat : hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [ extrā ] & [ intrā ] Angulos separat, altera verò ambos intrā supponit, eandemq; conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, triaqué Theoremata facere : aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit : aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in præsentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemq; partes iacentes duobus Rectis æquales. Quenam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cóm. 2.

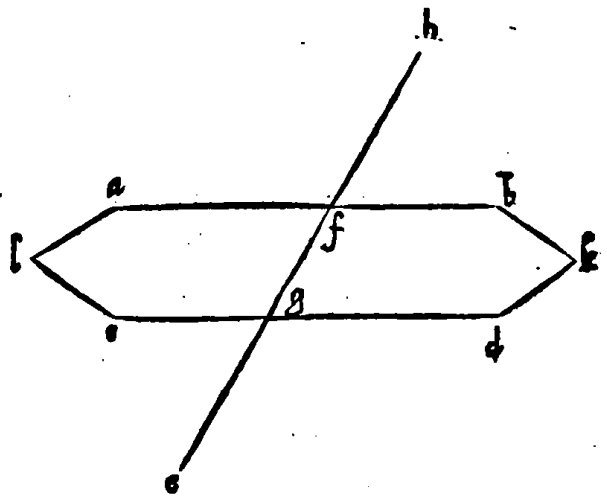
Dubitatio

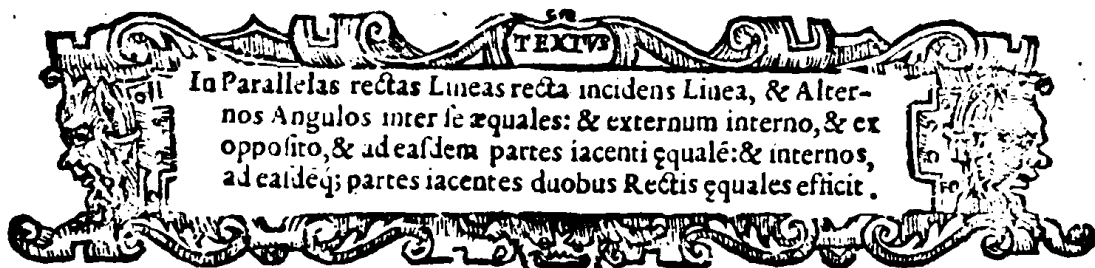
Hierapoli-  
ta Aeneas  
cōpendiū  
Elemento-  
rū scripsit.

Solutio.

Prolemæi  
Demōstra-  
tio i libro,  
cui titulus  
est Rectas  
Lineas ab  
angulis mi-  
noribus, q̄  
duo Recti  
productas  
coincidere.

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam præcedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verum quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quod internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex ijs, quæ scripta sunt. Prolemæus aut in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ  $a b, c d$ , secetq̄ue ipsas quædā recta Linea  $e g f h$ , ita vt Angulos  $b f g$ , &  $f g d$  duobus Rectis æquales efficiat, dico quod ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur  $b f, g d$  rectæ Lineæ in Signo  $k$ . Quoniam itaq̄ recta Linea  $e f$  stetit super rectam Lineā  $a b$ , Angulos  $a f e, b f e$  duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam  $f g$  super  $c d$  stetit, duobus Rectis æquales efficit  $c g f, d g f$  Angulos. Quatuor igitur,  $b f e, a f e, c g f, d g f$  quatuor Rectis æquales sunt, quorū duo  $b f g, f g d$  duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur  $a f g, c g f$  hi quoq̄ duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ  $f b, g d$  duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur  $f a, g c$  dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq̄  $a f g, c g f$  æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincident itaque rectæ Lineæ  $f a, g c$  in Signo  $l$ . Duæ igitur  $l a f k, l c g k$  rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt.





Propo-  
siti-  
o 19.  
Theo. 20.

**P**Ræfens Theorema ambobus præcedentibus conueritur. quod enim in utroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aut in illis Data sunt, ostendere proponit. & hæc etiam Conuersorum differētiā silētio prætereūda nō est, q̄ omne, quod cōuertitur, aut vnū vni cōuertitur, vt quāto sextū: aut pluribus vnū, vt p̄cedentibus quod in præsentia proponitur: aut plura vni, vt paulò pōst nobis manifestū erit. In præsentī autē Theoremate primū Elementorum institutor hac Petitione vsus est, quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitū producūtur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non est, eò quod aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cū hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore vt Petitiō assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. ostenditq; ipsum cū multa præassumpsisset eorū, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera ( ne nos quoque aliam superaddamus confusionem ) hocq; veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vnū autē hoc quoq; est eorum, quæ præostensa sunt, quod ait rectas, quæ à duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quod Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam  
Cōuerso-  
rum diffe-  
rentia.  
In cō. 32.  
Propōnis.

Quæta Pe-  
titiō.

In lib. 3. i  
cap. 1. & i  
com. 3.

In fine se-  
cūdi lib. et  
in cōm. 3.  
libri tertii  
Digressio.  
Quæ Pto-  
lemæus di-  
cat in suo  
Libello.

Secūda ps  
Propōnis  
28.  
Conuersa  
secūde par-  
tis 28. Pro-  
pōnis, &  
tertia 29.  
pars.



Flagitiosa  
Ptolemæi  
rôcinatio.

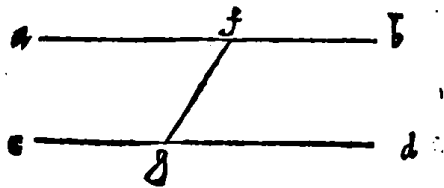
Demô ter-  
tiæ Partis  
huius Theo-  
rematis se-  
cundû Pro-  
lemæum.

Demô quî-  
tæ Petiti-  
onis secûdû  
Ptolemæum

Alia quin-  
tæ Petiti-  
onis secun-  
dum Pro-  
lemæum ac-  
curatior  
Demô.

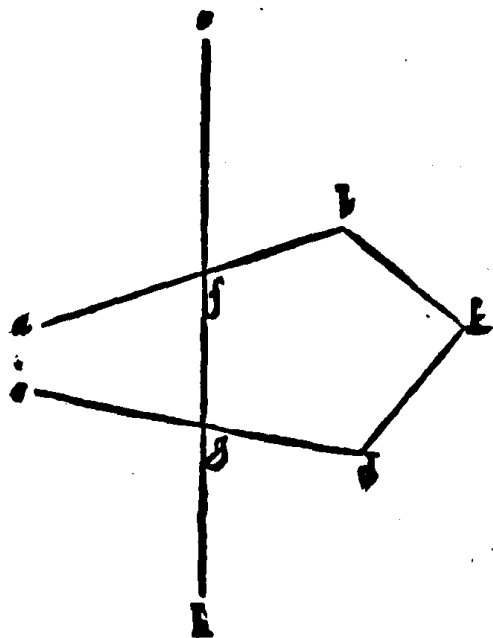
ab vna recta Linea secantur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos effice-

re, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdē partes Angulos duobus Rectis maiores nō efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiā



Rectis ijdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quāobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verum ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quod quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdēque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præ-  
ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verum ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

sunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quòd itaque non sunt non coincidentes rectę Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidūt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Trianguli ergo g f k externus interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hæc partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, captiosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtriscq; partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuisio est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnā, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoque aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quòd non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdē partes in vtriscq; partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hæc suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum supposi-



Aduersus  
Ptolemæū

Primū fun-  
damentū.

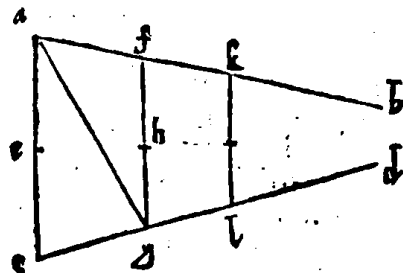
Secūdum  
fundamē-  
tum.

positionum fieri non potest. quandoquidem si quis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdē suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ns, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Quorūdā  
initia ad  
uersus qui  
tā Petitionem.

Age autem illos quoq; inspiciamus, qui dicunt fieri non posse ut quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincident.

Cum enim accepissent duas rectas Lineas  $ab$ ,  $cd$ , & incidentem in ipsas rectam Lineam  $ac$ , internosque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquit ut rectę Lineę  $ab$ ,  $cd$  non coincidentes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa  $ac$  in Signo  $e$ , & abscin-

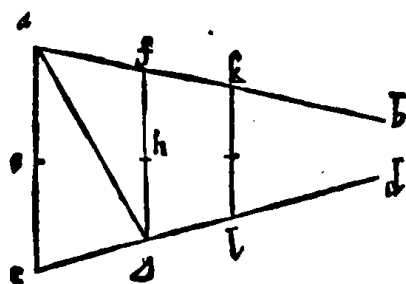


tur ab ipsa quidem  $ab$ , æqualis ipsi  $ae$ , quæ sit  $af$ : ab ipsa verò  $cd$ , æqualis ipsi  $ec$ , ipsa  $cg$ . Manifestum itaq; est quòd rectę Lineę  $af$ ,  $cg$  non coincident in Signis  $fg$ . Si enim coincident, erunt duę ipsi  $ac$  æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus  $fg$ , & diuidatur bifariam in  $h$  Signo, abscindaturque æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam fecando, à rectisq; Lineis hisce dimidijs æquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd  $ab$ ,  $cd$  rectę Lineę nusquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidē dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neq; verū est ipsas nullo modo prorsus coincidere. non coincident enim ipsę  $ab$ ,  $cd$  rectę Lineę Angulo  $bac$ , & Angulo  $dca$  determinato, in Signis  $f$ , &  $g$ , nihil tamē impedit quin coincidāt in Signis  $k$ ,  $l$ , si ēt ipsę  $fk$ ,  $gl$  ipsis  $fh$ ,  $hg$  æquales fuerint. coincidentibus. n. ipsis  $ak$ ,  $cl$  nō adhuc idē manēt ipsi  $kfh$ ,  $lgh$  Anguli, & quedā ipsius  $fg$  rectę Lineę pars extra ipsas  $ak$ ,  $cl$  rectas Lineas reliquitur. & sic duę rursus ipsę scilicet  $fk$ ,  $gl$  tanta Basi maiores sunt, quantā intercipiunt in interiori ipsius  $fg$  rectę Lineę parte. Preterea aut illud quoq; dicendū est indeterminate ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̄ duo Recti protrahuntur nō coincidere, quòd ea quoq; destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrum igitur possibile est à Signo  $a$  ad Signum  $g$  rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, præter quintam Petitionem primam quoque destruunt dicen-

Responso  
ad initian-  
tiam.

Alia Re-  
sponso.

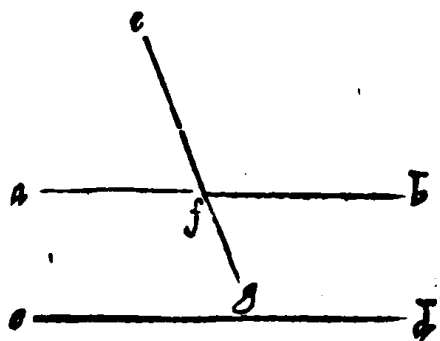
dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea ducatur : si verò possibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli  $f a c$ ,  $g c a$  duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etià  $ig a c$ ,  $g c a$  multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur  $a g$ ,  $c g$  in Signo  $g$  coinciderunt ab Angulis productę, qui duobus sunt Rectis minores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quę à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verū enim uero quòd aliquę quidem rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc querere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantā diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem perspicere querit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiā productę sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distantia augeatur. Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectę, quę in infinitum producuntur Lineę ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelę  $a b$ ,  $c d$ , secetq; ipsam  $a b$ , recta Linea  $e f g$ . Dico quòd ipsam quoq;  $c d$  secabit. cū enim duę rectę Lineę sint, quę ab vno Signo fin infinitū producuntur, ipsę nempe  $b f$ ,  $f g$ , omni Magnitudine maiorem habent distantiam. Quapropter hac quoq;, quę tanta est quantū est interuallū, quod inter Parallelas adia-



Aliquę rectę Lineę à minori- bus q; duo Recti pro ductę coi- cidūt. & a liq; q; non coincidūt. & hæc est ppria Au- toris opi- nio. Pronuntia- tū, quo vsus est et Ari- stot. 1. de cęlo tex. 35. Olfesio Aristo.

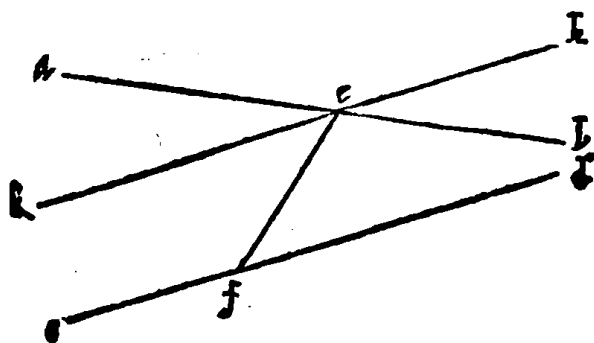
Sumptio.

Demō Sū- ptionis.



Quæ Pe  
titiois pul  
chra De-  
mô.

cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa  $fg$  ipsam  $cd$  secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoque secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectę Lineę  $ab, cd$ , cadatque in ipsas recta Linea  $ef$  Angulos  $bef, dfe$  duobus Rectis minores efficiēs. Dico quòd rectę Lineę hisce in partibus coincident, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli  $bef, dfe$  duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum,  $he$  b Angulus, & producat  $he$  ad  $k$  Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas  $hk, cd$ , recta Linea  $ef$  cecidit, internosque Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet  $hef, dfe$ , rectę Lineę  $hk, cd$  Parallelę sunt. & secat ipsam  $kh$ , ipsa  $ab$ . Secabit igitur & ipsam  $cd$ , per sumptionem, quæ præostensa est. Coincident ergo rectę Lineę  $ab, cd$  ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.



Propo 30.  
Theo. 21.



Cōm. 4.

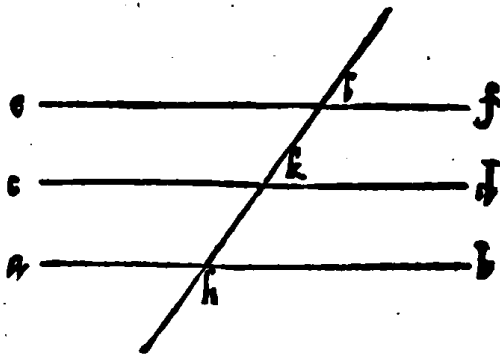
Primū p-  
nuntiarū.  
Propo 21.  
sexti Ele-  
mentorū.  
Propo 11.  
quinti Ele-  
mentorū.

Documē-  
tum.

Consuevit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoque dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusque dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quę eidem Rationi eadem, ad inuicem quoque eadem sunt. Hoc modo igitur nunc quoque demonstrat quòd quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nō in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoque dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoque sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quęcunque vniuocē cōuertuntur, in equalitate,

in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallele Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum equali equalis, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. + ipse namque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæ similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallele. Fieri autem potest ut qui etiam situm iā permutauit, idem ostendat nōdem vñs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum vsus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, utrumque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k æqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur c d, e f, Parallelae sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelae, & inter se igitur Parallele sunt, dicemus quod a h, h b vnus Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum rectæ, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallele sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallele. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idemque redibimus.



In quibus  
respec<sup>to</sup>  
identitatis  
cōsequen  
tia verifi  
cetur.

tex. græcus  
sic habet  
† ipsa namque  
Paralleli  
tas si dici  
potest si  
militudo.  
Finis Do  
cumentum.

Casus hui  
us Proble  
matis.

Dubitatio

Sol.

Notā. dū.

Propō 31.  
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam  
Lineam ducere.

Cōm. 5.

Documē-  
tum.

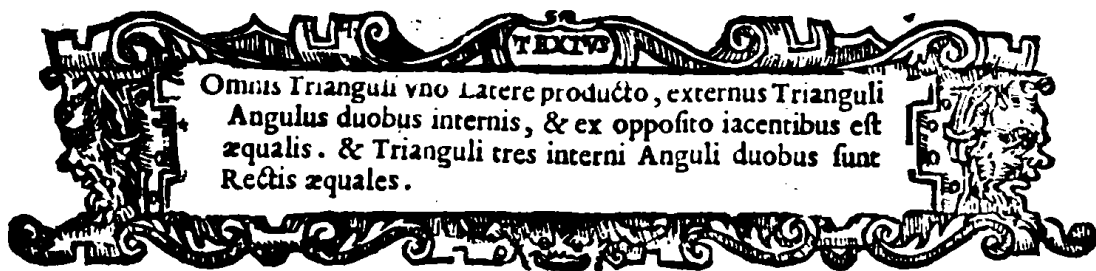
Cōmunita-  
tes huius &  
duodeci-  
mi Proble-  
matis.

In cō. 22.  
lib. tertii.

Differēti-  
huius, &  
duodeci-  
mæ Prepo-  
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectæ Lineæ Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est ut Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam, erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicauit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hīc verò Parallelam. Verum illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallelæ erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectæque Lineæ distantiam. quantum enim datum Signū

Signum à data recta Linea distat ; tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet .



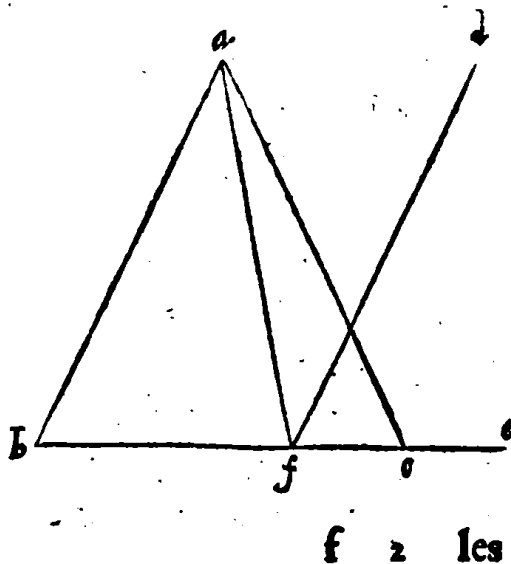
Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus est æqualis . & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt Rectis æquales .

Propo. 32  
Theo. 22.

Quantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit . non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quanto maior . ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est . nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quanto etiam minores . reliquo enim trium . Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata : hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit . nec propterea superuacua illa esse dicemus . maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus . & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire . Veruntamen Elementorum quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quærentur ostendit . fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando . nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hocque reliquum probauit . nos verò è contratio faciemus . Sit igitur  $abc$  Triangulum, & producat  $bc$  usque ad  $e$  Signum, & sumatur Signum in ipsa  $bc$ , quod fit  $f$ , & conectatur  $af$ , & per Signum  $f$  Parallela ducatur ipsi  $ab$ , ipsa  $fd$  . Quoniam itaque  $fd$ , ipsi  $ab$  Parallela est, in ipsasque incidit recta Linea  $af$ , & recta Linea  $bc$ , Anguli Alterni æqua-

Respondet  
tacite ob  
iectioni .

Casus  
us Theo.





les sunt, necnon externus interno. Totus igitur  $a f c$  ipsis  $f a b$ ,  $a b f$  equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam  $a f b$  æqualis est Angulis  $f a c$ ,  $a c f$ . Duo igitur  $a f b$ ,  $a f c$  tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe  $a f b$ ,  $a f c$ . Verum ipsi etiam  $a c f$ ,  $a c e$  duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur  $a c f$ . Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaque quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autem

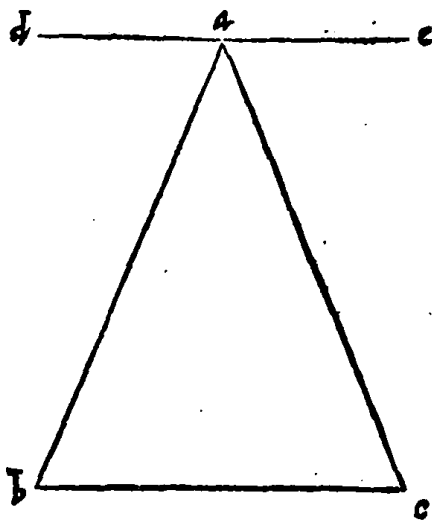
Pythagorei inueniunt hoc Theo. referente Eudemo.

Pythagoreorum Demonstratio

Peripatericus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utique omne Triangulum internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit.

Sit Triangulum  $a b c$ , ducaturque per Signum  $a$  ipsi  $b c$  Parallela  $d e$ .

Quoniam igitur rectæ Lineæ  $b c$ ,  $d e$  Parallelae sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem  $d a b$  Angulo  $a b c$ , Angulus autem  $e a c$  Angulo  $a c b$ . Communis addatur Angulus  $b a c$ . Anguli igitur  $d a b$ ,  $b a c$ ,  $e a c$  hoc est Anguli  $d a b$ ,  $b a c$  hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt.



Tres ergo Trianguli Anguli duobus

sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur insuper tradere.

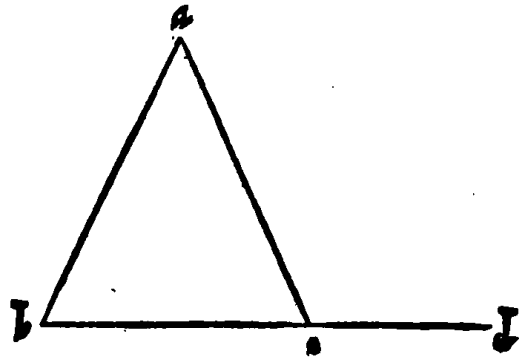
Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertium Conuersorū differētiā mebrū, quod super peripatetico. tertio promiserat.

duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaque externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrā est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum  $a b c$ , externusque Angulus  $a c d$

Conuersū. primū pariter, & eius demō.

æqua-

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus  $b c$  productum est vsq; ad  $d$  Signum, vnaque recta Linea est ipsa  $b c d$ . Cùm enim Angulus  $a c d$  internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus  $a c b$ . Anguli igitur  $a c d$ ,  $a c b$  tribus Angulis Trianguli  $a b c$  æquales sunt. At tres Anguli Trianguli  $a b c$  duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur  $a c d$ ,  $a c b$  duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad cuiusque Signum duæ rectæ Lineæ consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicē erunt. Recta Linea igitur  $b c$  rectæ Lineæ  $c d$  in directū est. Sit rursus quædā Figura



rectilinea  $a b c$  tres habēs Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet  $a, b, c$ , dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa  $a c$ . Connectatur enim recta Linea  $b d$ . Quoniam igitur vtriusque  $a b d$ ,  $d b c$  Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius  $a b c$  duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro  $a d b$ ,  $c d b$  duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam  $b d$ . In directum igitur est  $d c$ , ipsi  $d a$ . Vna ergo recta Linea est Latus  $a c$ . Similiter aut ostendemus q; Latus etiā  $a b$ , & Latus  $b c$  vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura  $a b c$ . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū  $a b c d$ , & super Latere  $a b$ ,

Cōuersū  
secundæ  
partis, ei⁹  
q; Demō-  
stratio.

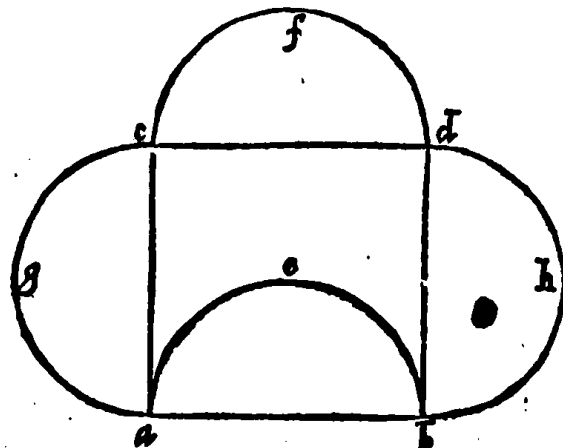
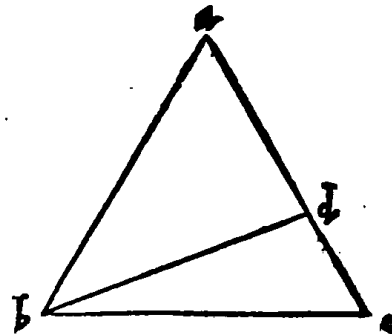


Figura ex  
Circūferē-  
tijs cōstru-  
cta, quæ  
hēt inter-  
nos Angu-  
los duob⁹  
Rectis æ-  
quales.  
sūt autem  
& alię cur-  
uilineę Fi-  
gure, quæ  
hoc pati-  
untur.

gulos

In lib. 3.  
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,  
i qua sunt  
quatuor  
pulcherrimi  
me cōside-  
rationes.

Prima.

Plato i Ti-  
mo.  
† recta.

Secunda.

Semicirculus a e b intrā describatur : super alijs autē Lateribus extrā, qui sint f, g, h. Figura igitur, quæ à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoque omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumque consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod † rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo : Si quinque Laterum, in tria : Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæteræ quoque differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita : omnis verò quinque Laterum, sex, hocque consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summam dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrā cōstituuntur Rectis quatuor æquales habet, nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrā sunt quatuor Rectis æquales sunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodque ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

tur

sur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primum inest, ita rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intelleximus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla.  
in Timæo.

Quarta.

Exéplū fa-  
miliaris-  
simum Arist.  
† TrianguloIuxta etiā  
cōes no-  
tiones ve-  
ritas p̄sen-  
tis Theo-  
rematis ap-  
paret. Simi-  
le dixit in  
cōm. 22.  
lib. 3.Propō 33  
Theo. 23.

P Ræsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrammorumque

Cōm. 7.

Superius i  
cap. 1.

Diligētia  
propōnis.

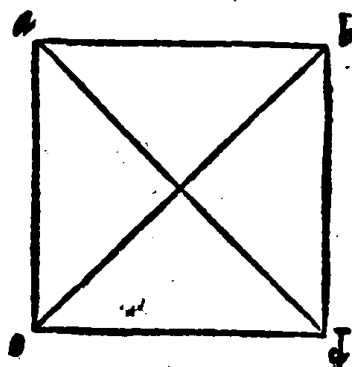
Primò.

Secundò.

† ad illa-  
rū aut Pa-  
rallēla po-  
sitiōē, ha-  
rū equali-  
tate.

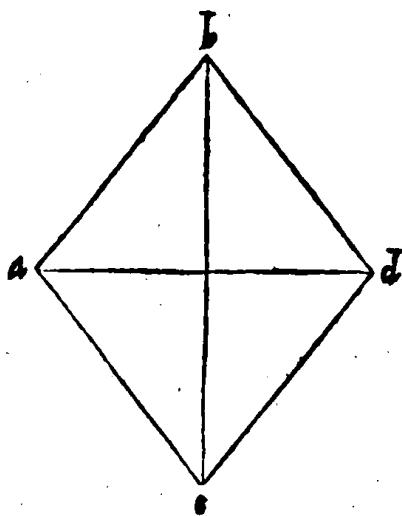
Tertiò.

morūque considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrammorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initiò ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ æquales coniungunt, æquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd nec hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autē positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, æquales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem æquales, quandoque quidē fieri potest, quandoque verò minimè. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumptis, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimerientes æquales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui æqualia, & Parallela dictorum Spatorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-



tem

rem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim  $a b$ , ipsi  $c d$  æqualis sit, communis autem  $a c$ , Angulusque  $b a c$ , Angulo  $a c d$  inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censet ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis  $a c, b d$  suppositis, ipsas  $a d$ , &  $b c$  coniungentes accipiamus, sed ipsas  $a b$ , &  $c d$ . hasce enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboides nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



## TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

Propo. 34.  
Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrammum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hæc itaque tria per se Parallelogrammis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentium æqualitas, Spatiorumque per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quod ab omnibus proprietatibus ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisque Areis. Quatuor autem Parallelogrammis existentibus, quæ in

Com. 8.

Tres huius  
Theore-  
matis pas-  
siones.

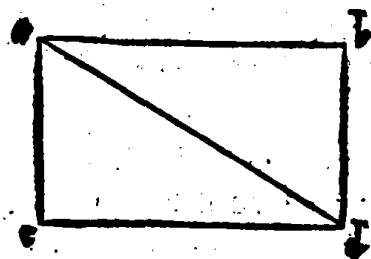
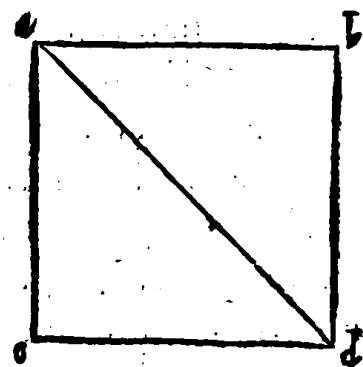
Documē-  
tum.

Differētia,  
q̄i diuifio-  
nib<sup>9</sup> Paral-  
lelogram-  
morū ap-  
paret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longio-  
ri, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quod  
si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus,  
inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare,  
verum ipsas quoque Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse,  
in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate  
dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rur-  
sus in æquilateris quidē non solum Spatia à Dimetientibus bifariam  
secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non æquilateris  
autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo An-  
gulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera  
parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sic  
enim Quadrangulum, vel Rhombus

a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam  
igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus  
sunt æqualia (æquilatera enim sunt)  
Anguliq̄ue a b d, a c d æquales (ex op-  
posito enim iacent) necnon Basis com-  
munis, omnia omnibus sunt æqualia.

Quapropter Anguli etiā b a c, c d b bi-  
fariam secti sunt. Rursus sit idem vel  
Altera parte longius, vel Rhōboides. Si itaq̄ Angulus b a c, & An-  
gulus c d b bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem c a d Angulo  
a d b equalis est, Angulus etiā b a d An-  
gulo a d b erit æqualis. Quamobrem  
Latus quoque a b Lateri b d æquum erit.  
Verum inæqualia sunt. Angulus igitur  
b a c à Dimetiente bifariā nō secatur. Si-  
militer autē neque Angulus c d b, qui ipsi



Cōclusio.

Vt itaque paucis rem com-  
plectar, in Quadrangulo quidem & Di-  
metiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli  
bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem,  
& Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Pa-  
rallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Di-  
metientes quidē æquales sunt eò quod rectangulum est, Anguli autē  
à Dimetientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilate-  
rum, Spatorum verò in partes æquales diuisio huic quoque inest qua-  
tenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem

Dime-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogramum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquam non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad utrasque Diagoniorum partes, æqualia sunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrammorum quatuor existentium diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundum non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quod Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem utrumque horum dicimus, commemorabimus cum Quæsitum partiemur, quod vnam quidē habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidē esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorū institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoque non solum Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verum etiam Dimetientē vnumquodque bifariam secare) attamen alia quidem vniuersè ostendi dicimus, alia verò non vniuersè. aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autē quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quod omne æquicrus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quod omne Triangulū habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationē alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæditorum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrammis inest: hoc verò, Dimetientem Spatiū bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia comprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsibus hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cum enim Antiqui contemplati fuissent quod Dimetiens

Epilogus  
Documē-  
ti.  
Digressio  
Pulcherri-  
ma & vni-  
uersali cō-  
sideratio.  
Theore-  
matū alia  
vniuersa-  
lia, alia nō  
vniuersa-  
lia

Duplex  
vniuersa-  
le. idē vide  
apud Ari.  
in primo  
Posterio-  
rū tex. 12.

Propria  
vniuersa-  
lis Signifi-  
cario.



Vide Ari.  
primo Po  
sterio tex.  
12. & 13.

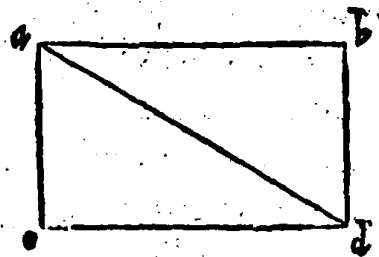
Conuersū  
primæ &  
secūde pas  
sionis huius  
Theore-  
matis.

Finis Di-  
gresſiōis.  
Documē-  
tum.  
Vnde ortū  
ſit hoc no-  
mē Paral-  
lelogrā-  
mum.

Quid ſit p-  
riue Paral-  
lelogrā-  
mum, &  
quid ſit  
Parallelo-  
grammū  
apud Eu-  
clidem.

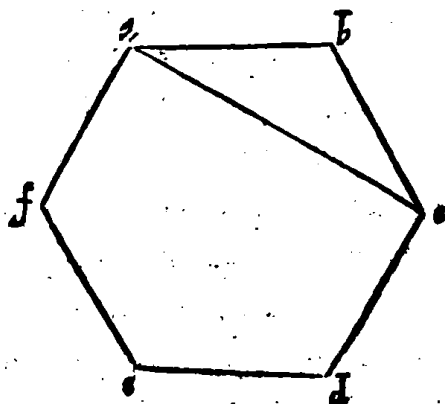
bifariam ſecat Ellipſim, Circulum, atq; Parallelogrāmum, cōmūne in his poſtea contēplati fuere. Hallucinatur aut (inquit Ariſt.) quidē non vniuerſale tanquā vniuerſale oſtendens, eò quòd commune in-  
nominatū eſt, cui primū Symptoma ineſt. nam quid commune ſit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Senſis, quibus omni-  
bus alterna Ratio ineſt, non eſt dicere. quid præterea cōmune ſit El-  
lipſi, & Circulo, & Parallelogrāmo, difficile eſt exprimere. nam vna  
quidem Figura rectilinea eſt, altera autem Circularis, tertia verò mi-  
ſta. Qua propter vniuerſe eum oſtendere opinamur, qui demonſtrat  
quòd omne Parallelogrāmum Dimetiens bifariam ſecat. eò quòd  
commune ſimul non cernimus, propter quòd hoc verum eſt. Hoc  
igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuerſale non eſt,  
propter iam dictam cauſam: Illud verò eſt, Omne Parallelogram-  
mū Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos æqualia habere. etc-  
nim ſi aliqua Figura ſuppoſita fuerit quæ ex oppoſito ſunt Latera, &  
Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc eſſe oſtendetur.  
ſit enim talis  $a b c d$ , & Dimetiens  $a d$ .

Quoniam itaque  $a b$ ,  $b d$  Latera  $a c$ ,  $c d$   
Lateribus æqualia ſunt, & qui ab ipſis  
comprehenduntur Anguli æquales, Ba-  
ſisquæ communis, omnia quoq; omnibus  
æqualia erunt. Angulus igitur  $b a d$  An-  
gulo  $a d c$ , & Angulus  $a d b$  Angulo  $c a d$   
æqualis eſt. Parallela ergo eſt ipſa quidē



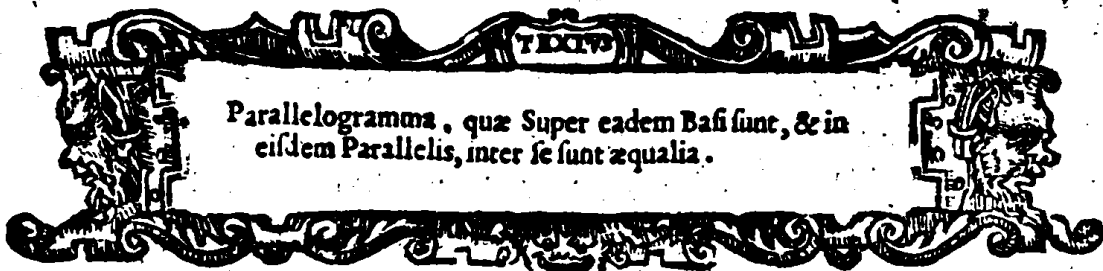
ab ipſi  $c d$ , ipſa verò  $a c$  ipſi  $b d$ . Quamobrem Parallelogrammum  
eſt Figura  $a b c d$ . Totidem de his dicta ſufficiant. Videtur autem  
ipſum quoq; Parallelogrammorū nomen Elementorum inſtitutor  
compoſuiſſe, accipiendo occaſionem ex præcedenti Theoremate.  
Cum enim oſtendiſſet quòd rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallela  
rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoque æquales, &  
Parallelae ſunt, perſpicuum eſt quòd Latera quidem, quæ ex oppoſito  
ſunt tum ea, quæ coniungunt, tum ea, quæ coniunguntur Parallela eſſe  
pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iure Paral-  
lelogrāmum appellauit, quemadmodū & eam, quæ à rectis compre-  
henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et eſt manifeſtum quòd  
Elementorum quidem inſtitutor Parallelogrāmum in Quadrilateris  
poſuit. Animaduerſione autem dignum eſt, nunquid omne etiam  
Rectilineum, quòd ex paribus conſtat Lateribus cum æquilaterum,  
atque æquiangulum fuerit, Parallelogrāmum dicendum ſit. habet  
enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela : nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales . Exempli causa Sexangulum , & Octangulum , & Decangulum . si enim Sexangulum  $a b c d e f$  intlexeris , rectamque Lineam  $a c$  coniunxeris , ipsam  $a f$ , ipsi  $e d$  Parallelam ostendes . Angulus enim, qui ad  $b$  Signum, vnus est Rectus , & tertia Recti pars , & vnus quisque Sexanguli Angulus , cum æquiangulum fuerit . æquale præterea est Latus  $a b$  Lateri  $b c$ , æquilaterum enim est positum . vterque igitur Angulorum  $b a c$ ,  $b c a$  tertia Recti pars est . Anguli ergo  $f a c$ ,  $a c d$  Recti sunt . Quapropter ipsa  $a f$  ipsi  $e d$  Parallela est . Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis . Si itaque Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit . † Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, patet . Fit autem perspicuum in illo potissimum Theoremate , in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse . hoc enim in solis Quadrilateris verum est .



† Præter quæ quod ex Sêrêtia Elemêtorû institutoris omne Parallelogrammum manifestum Quadrilaterum est.

TERTIA PARS PRIMÆ ELEMENTORVM.



Parallelogramma, quæ Super eadem Basi sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 35.  
Theo. 25.

Com. 9.

Q Vemadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidquæ horum vnumquodque sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia . Voco autem Localia quidem, quibuscumque idem Symptoma in toto quodam loco accidit : Locum verò, Lineæ, vel Superficii situm,

In Superiori cômêto, & i côm. 9. libri 3. Theorematu alia Localia ; alia nō Localia.

Quis fit  
Locus Ge-  
ometricus,  
Localium  
Theore-  
matum di-  
uisio.  
Linearum  
aliq. Plan-  
arum, ali-  
arum Soli-  
darum.

Præfens  
Theore-  
ma & Lo-  
cale, & in  
Lineis Lo-  
cale, et Pla-  
num est.  
Theore-  
ma Loca-  
le, & in Li-  
neis Loca-  
le, & So-  
lidum.  
Qua d' ca-  
usa Theo-  
remata Lo-  
calia Ideis  
Chrysippi  
assimila-  
verit.

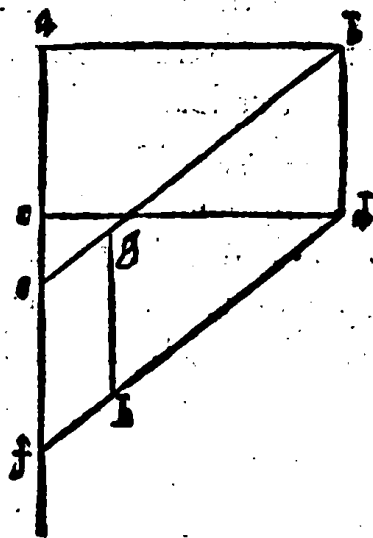
Causa qua  
Euclides in  
hoc libro  
Theore-  
mata loca-  
lia Planarum  
rectis Li-  
neis tantum  
tradar, in  
tertio autem  
ea etiam quæ  
in Circumfe-  
rentiis consti-  
tuuntur, & ha-  
bes hic di-  
uisionem lo-  
calium in Li-  
neis Plano-  
rum Theore-  
matum, &  
alia in re-  
ctis, alia in Circumfe-  
rentiis.

fitum, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum alia quidem sunt Planæ, alia verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, ut ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ sectione apparet, ut Cylindricæ Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem utique eorum etiam, quæ in Lineis constituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præfens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Basi constituuntur. quæ sanè equalia quoque inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale sit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inscribuntur, æqualia sunt: quod enim Hyperbole solida sit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiuscemodi itaque Theoremata (ut ait Geminus) Ideis Chrysippus assimilabat: nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelligantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum institutor præfens adscripsit. & videtur cum ad modum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata varietate distinguat, iurè neque huiuscemodi ipsorum ideam prætermis-  
sisse. Veruntamen cum in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contem-  
plari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circumferentiis constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siquidem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt æquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circumferentia constituti fuerint eadem existente Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si verò quod à Basi & Circumferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportionem respondent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quaerendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cūm Spatiorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantum nancq; Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq; Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq; in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema ē numero eorum esse, quæ huiusmodi sunt. Stupet itaq; vulgus statim cūm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuendaue Spatia. quantum enim Angulos inæquales effcimus, tantum Spatium magis diminuimus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum  $a b c d$ , & producat Latus  $a c$  in infinitum, sitq; hoc fortasse rectangulum, & in Basi  $b d$  alterum cōstituatur, sitque illud  $b e f d$ . Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus  $b e$ , Latere  $a b$ , cūm Angulus, qui ad  $a$  Signum est, rectus sit. verūm hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius  $b e f d$  Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quòd  $b e$  Latus accedit quodammodo ad Latus  $b d$ , Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi  $a b$ , æqualis  $b g$ , Parallelaque per Signum  $g$ , ipsi  $b d$  ducatur, quæ sit  $g h$ . Est igitur & Longitudo Parallelogrammi  $b d g h$  Longitudini Parallelogrammi  $a b c d$  æqualis, Latitudoque eadem, Spatiū

Dubitatio  
rudium.

Præfens  
Theore-  
ma ē nu-  
mero admi-  
rabiliū ī  
Mathema-  
ticis Theo-  
rematum.  
Quid sit  
Locus ad-  
mirabilis,  
apud Ma-  
thematicos,  
&  
apud Stoi-  
cos.  
Responso  
ad dubita-  
tionē ru-  
dium.



Demōstrae  
quòd Lon-  
gitudinis  
accretione  
opus ē ad  
Spatiorū  
æqualitatē  
seruandā.

Spatium tamen Spatio minus . ipso nanque  $b c f d$  minus est . Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit , Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit , tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem seruauit . Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est . nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur : æqualiteris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulum non est . Angulorum nanque rectitudo , & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia . Vnde sane Quadrangulum quidem

Terminus  
accretiois  
Longitudi-  
nis Paral-  
logrammo-  
rum æqua-  
liū, est loc-  
us ipse Paral-  
lelarū Li-  
nearum .  
Pulchrū.

Isoperime-  
trorū Pa-  
rallelogra-  
morum  
Quadrang-  
ulū quidē  
maximū ē,  
Rhomboides  
verò minimū .  
Ex hoc lo-  
co , & ex  
13. cō. lib.  
3. habes q  
Procli ite-  
tio erat to-  
tā Euclidis  
Elemēta-  
re institutio  
nē expo-  
nere .  
Documē-  
tum.  
Trapeziū  
quid .

Reliq. duo  
huius The-  
orematis  
Casus .  
† ex hoc lo-  
co . id est  
rōne loci .

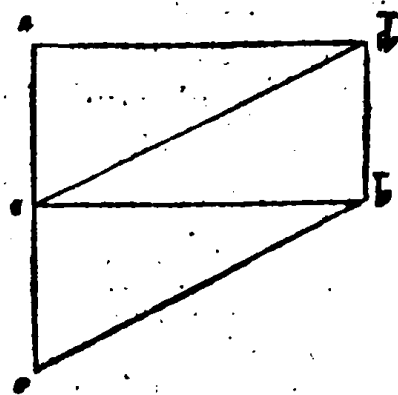
q̄s omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur : Rhomboides verò, cunctis minus . At hæc quidem alias ostendemus . magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt . Quò ad præsens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera . in præsentia siquidem de Arcis sermo est : & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit . ex quo manifestum etiam fit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq̄ quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere , non autem Parallelogrammum . quod enim quæ ex opposito sunt Latera , & Angulos non habet æqualia , ē Parallelogrammorum excidit ordine . Elementorum itaque institutor cū difficiliorem Casum elegisset, Propositum demonstraui . Siquis autem dicat, sint Parallelogramma

$a c b d$ , &  $b d c e$  super eadem Basi  $d b$ , ita vt Latus  $c d$  sit Dimetiens Parallelogrammi ,  $a b$ , ostendemus quòd ex hoc Loco æqualia sunt . Triangulum enim  $b c d$ , vtriusque dimidium est . quoniam ipse quidem  $a b$ , Dimetiens est Latus  $c d$  : ipsius verò  $d e$ , Latus  $c b$  .

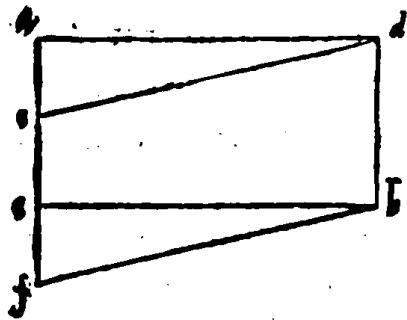
Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam secant . Parallelogrā-  
mum ergo  $a b$  æquale est Parallelo-  
grāmo  $d e$  . Rursus si quis supponat

Latus  $a c$  ipsius  $a b$  Parallelo-  
grammi secari à Latere  $d e$ , sicque iacere Parallelogramma quemad-  
modum ipsa  $a d b e$ ,  $b d c f$ , ostendemus quòd hæc etiam æqualia sunt :

cū



cum enim Latus  $a e$  Lateri  $c f$  æquale sit, utrunque enim cum ex opposito iaceat, æquale est Lateri  $d b$ . Auferatur communis  $c e$  recta Linea. Aequalis est igitur  $a c$ , ipsi  $e f$ . Verum  $a d$  etiā æqualis est ipsi  $e b$ , & Angulus  $c a d$  Angulo  $f e b$ . Parallela enim est  $a d$ , ipsi  $e b$ . & Basis igitur  $c d$ , Basi  $f b$  æqualis est, totūque  $a d c$  Triangulū toti  $e b f$  Triangulo est æquale. Cōmune adñciatur  $c b$  Trapeziū. Totū igitur  $a b$ , toti  $d$  finequale non est. Et vides quod isti tres soli sunt Casus. Latus enim  $d c$  aut secat Latus  $e b$ , ut Elementorum institutor accepit: aut in Signum  $e$  cadit, ut in penultima descriptione: aut secat Latus  $a e$ , ut in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verū esse ostensum est, † nisi quod duplex Trapeziorum differentia cum sit, & alia quidem neutrum oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species. ipsa enim  $c e$ , ipsi  $d b$  est Parallela.



Causa cur tres soli sint Casus huius Theoremati.

†. Rursus quod Nota quod Proclus Trapezia, & Trapezoidea cōmuni noīe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cō. 18. lib. secūdi.

Propō. 36 Theo. 26.

Com. 10.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrāma in eisdē supponere Parallelis. Oporter igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neque extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cum Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterum Elementorum quidem institutor cum Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autē impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, ut quandam cōmunem habebant partem. sint enim  $a b$ ,  $c d$  Parallelogramma, super æqualibus Basibus  $e b$ ,  $f d$  communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur  $c e$ ,  $b g$  rectæ Li-

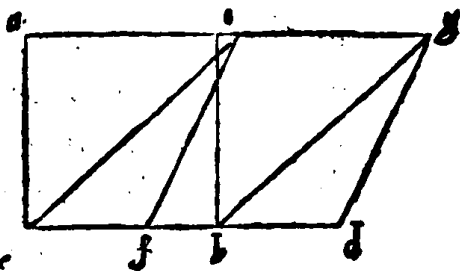
h neq.

Cōmuni-ras, & differentia præsentis, & præcedētis Theore.

Quo Pa-rallogrāma i eisdē dicāt esse Parallelis.

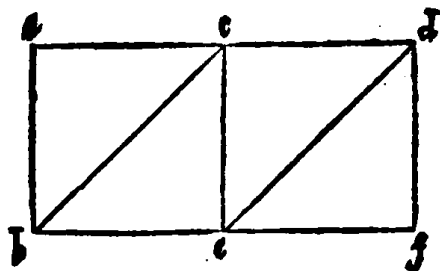
Reliq duo Casus huius Theore.

neæ. Quoniam igitur ipsa  $ef$ , æqualis est ipsi  $bd$ , etenim Basis  $e b$  Basis  $fd$  æqualis erat, sed Latus  $cf$  Lateri  $dg$  est æquale, & Angulus  $cf e$  æqualis Angulo  $g d b$ , &  $c e$  igitur ipsi  $b g$  æqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammū ergo est ipsum  $c b$ , habetque eandē Basim cum vtroque Parallelogrammorum  $a b, c d$ , & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur  $a b$  Parallelogrammo  $c d$  est æqua-



le. Si quis autem neque communem habentes partem, neque à se inuicem separatas Parallelogrammorum Bases supponat, verum quod solum reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrammis  $a e, c d$ , dicemus quod Basis  $b e$ , Basis  $e f$ , & Lateri  $c d$  est æqualis.

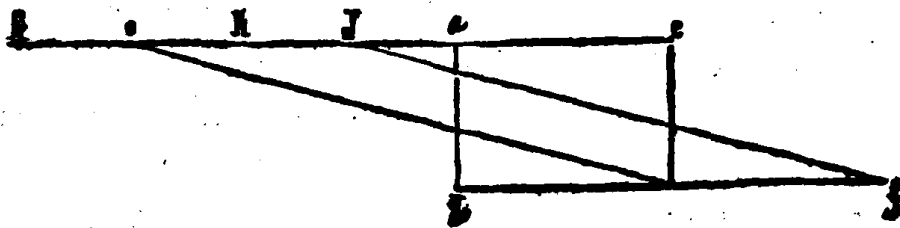
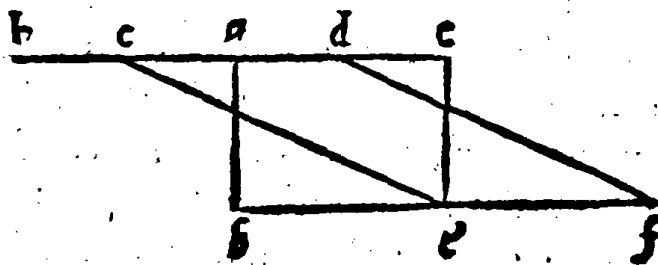
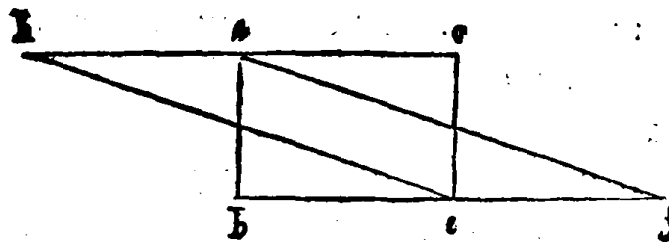
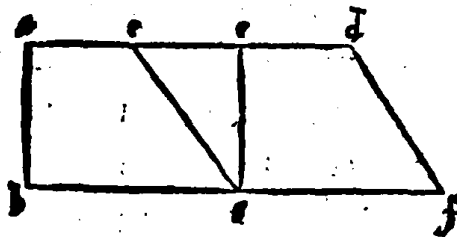
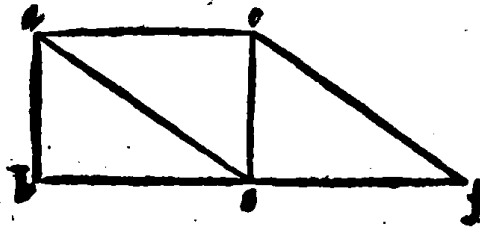
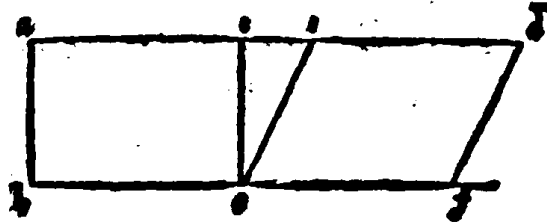
Quamobrem & recta linea  $c b$ , rectæ Lineæ  $d e$  æqualis, & Parallela est. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Paralleleque sunt. Parallelogrammum igitur est ipsum  $b d$ , & est super eisdem Basibus, & in eisdem Parallelis cum ipsis  $c b$ ,



$d e$  Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt  $c b, d e$  Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habere partem, † aut tangere tantum se inuicem, aut à se inuicem distare. Fieri autem potest vt quauis se se tangant quemadmodum ipsæ  $b e, c f$ , totum  $d e$  Parallelogrammum extra Latus  $c e$  supponatur, vel  $c e$  Latus congruens ipsi  $a e$  rectæ Lineæ, vel Latus  $c e$  secans Latus  $a c$ , vel Latere  $a c$  producto vsque ad Signum  $h$  Latus  $c e$  cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi  $h e$ , quando &  $d f$  Latus idem fuerit cum recta Linea  $a f$ , vel  $c e$  Latus secans Latus  $a h$ , vel  $a h$  Latere producto vsque ad  $k$  Signum Latus  $c e$  cadens extra Signum  $h$ , & Latus  $d f$  secans Latus  $a h$  \* vel congruens \*

Diuisio  
triū huius  
Theo. Ca-  
suū, & pri-  
mò vltimi.

† aut à se  
inuicē sepa-  
ratis esse,  
aut tangere  
in se inui-  
cem.





## FRANCISCVS BAROCIVS

A D

LECTOREM.



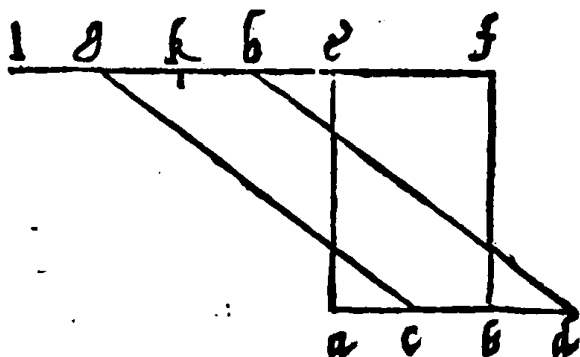
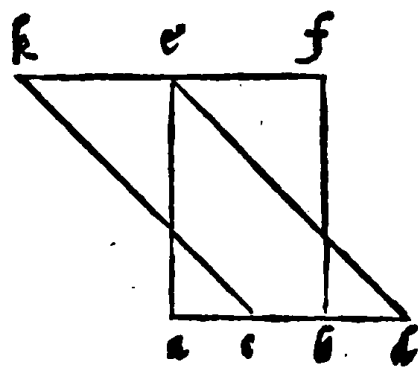
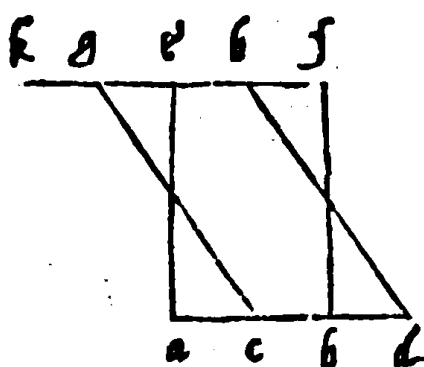
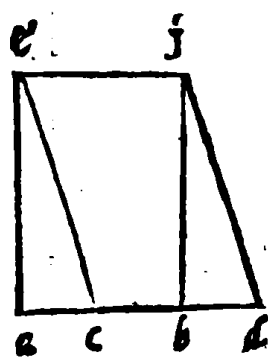
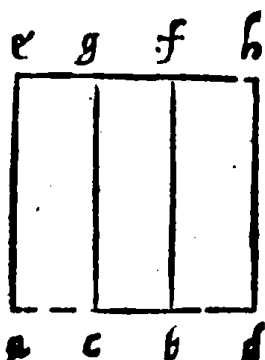
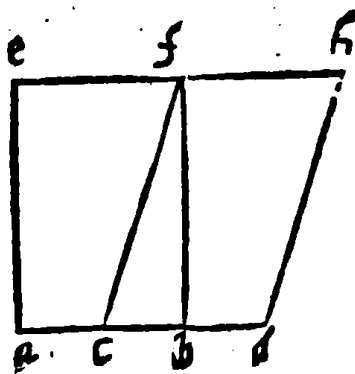
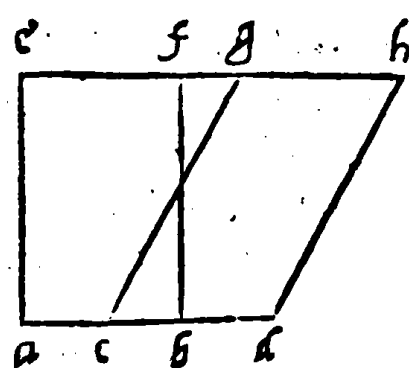
Scholiū



**I**C tibi animaduertendum est candide Lector, quod præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc usque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Ut autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cum itaque Proclus noster primum communiter, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (ut apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cum declarauerit, & ostenderit quod Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, ut Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantum Signo coniunctæ, ut Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, ut idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

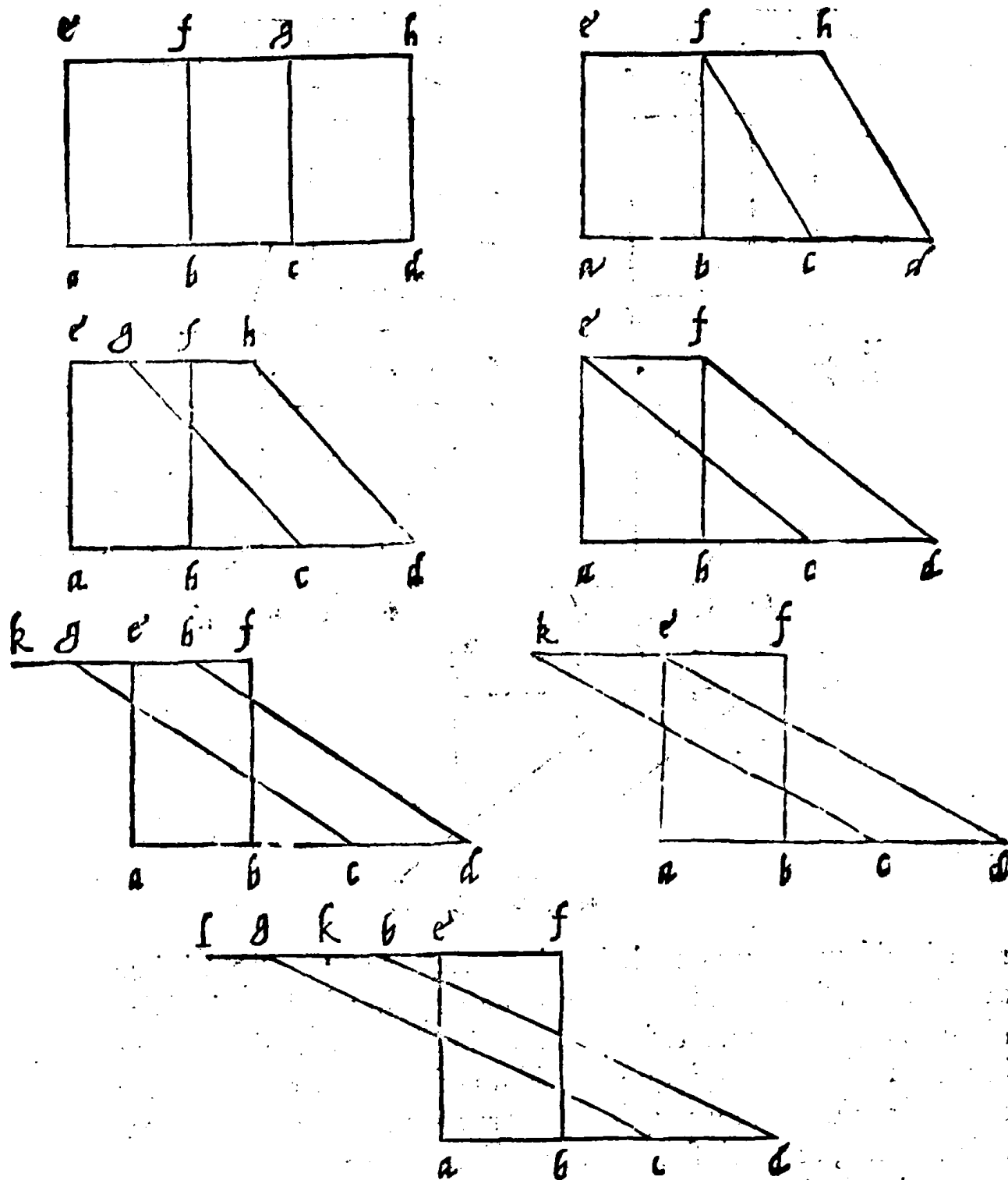
nam

Diuisio  
Casuum.



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipse  
 a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quæ sint e f, g h, aut ita à sese  
 distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet f g : aut  
 in vno tantùm Signo, in quo coincidunt etiam Signa f g : nempe in  
 Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h : aut quandam habent partem  
 communem, vt puta ipsam g f : aut sibi inuicem congruunt, & tunc  
 Signa g h coincidunt cum e f Signis : aut Producto Latere e f, & po-  
 sita Linea k æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem &  
 cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vtpote ipsam g e :  
 aut

aut totū Latus  $gh$  cadit super tota Linea  $ke$ , rāgitqūe Latus  $e$  fin Si-  
 gno  $e$  tantū, & tunc Signa  $gh$  coincidunt cū ipsis  $ke$  Signis: aut pro-  
 ducta rursus Linea  $ke$ , & posita Linea  $lk$  æquali ipsi  $ke$ , Latus  $gh$   
 partē habet cōmunem & cū Linea  $ke$ , ipsam scilicet  $kh$ , & cū Linea  
 $lk$ , ut ipsā  $gk$ , & tunc Latus  $gh$  distat à Latere  $e$  f, ipso  $h$  e interuallo.

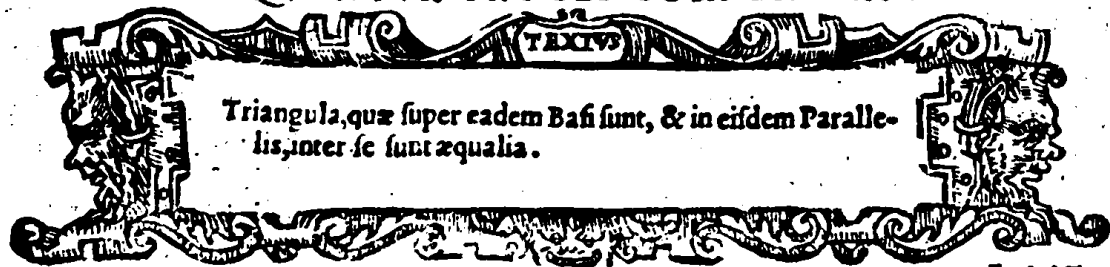


Si verò penitus à se se disjunctæ fuerint, ut ipsæ  $a, b, c, d$ , Latera porro  
 $e, f, g, h$ , quæ hisce Basibus  $e$  regione sunt, aut & ipsa à se se distant in-  
 terual-

teruallo  $fg$ : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo  $f$ , cum quo etiam  $g$  Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, ut puta ipsam  $gf$ : aut Latus  $gh$  cadit super Latere  $ef$ , coincidendo Signa  $gh$  cum  $ef$  Signis: aut producto Latere  $ef$ , & posita æquali  $ke$  Linea ipsi  $ef$ , Latus  $gh$  cōmuni fruitur partem quidem cum Latere  $ef$ , ipsa scilicet  $eh$ , tum verò cum Linea  $ke$ , nempe ipsa  $ge$ : aut Latus  $gh$  congruit Lateri  $ke$ , & Signa  $gh$  eadē sunt cum Signis  $ke$ , tangit  $q$  Latus  $ef$  in Signo  $e$  duntaxat: aut producta adhuc Linea  $ke$ , & posita æquali Linea  $lk$  ipsi  $ke$ , Latus  $gh$  communem sortitur partem ipsam quidem  $kh$  cum Linea  $ke$ , ipsam verò  $gk$  cum Linea  $lk$ , tuncque Latus  $gh$  à Latere  $ef$  interuallo  $he$  distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisionis Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisionis, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuum diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, ut auctoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq̃ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimvero de Diuisione quidē hæc sufficiāt. Demōstrationes autē presentis Theorematis iuxta singulas Casuum partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnā cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit  
i. ii. Pro-  
cli cōmen-  
tario.

SEQVUNTUR PROCLI COMMENTARIA.



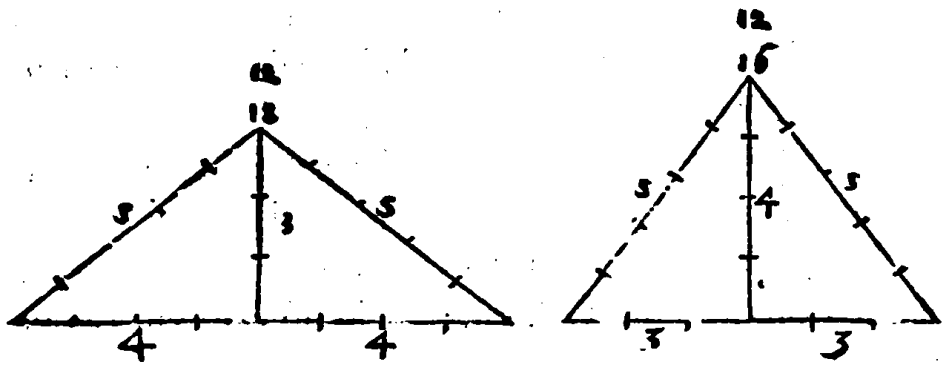
Propo. 39  
Theo. 27.

Initiū

Com. 11. \* affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur. Tale autē quid Chorographi perpesi sunt Vrbium magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Oñi verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui vnā cū ipsis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, pluraq; sumpserunt cū peragrātes eam suscepissent possessionē, quæ à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cū in quædam Spatia, quæ minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere,

Chorogra-  
phorum hal-  
lucinatio.

Idē in lib.  
tertio in  
com. 8.

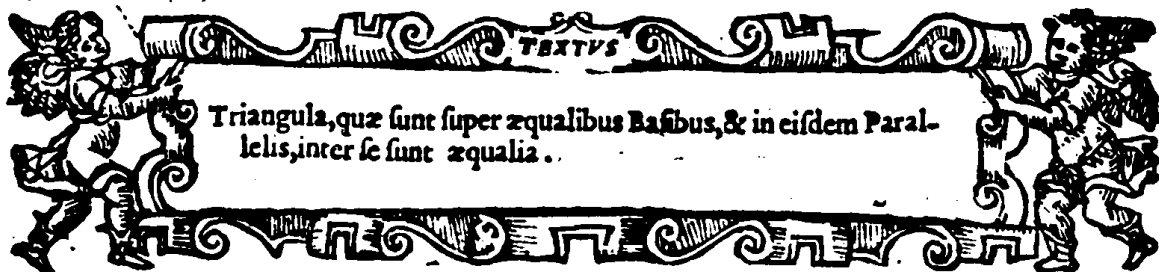


duobus enim æquicruribus Triangulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtruncq; siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq; in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularē ē contrariò, illic quidem quatuor, hīc verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verū si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis, hoc autem iuxta vtruncq; idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatiorum æqualitas non omni-

† æquale  
Triangulo  
Spatiū ha-  
bebis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Quo Triangula i eisdem Parallelis esse dicantur.



Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 38  
Theo. 28.

Præfens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportionem respondet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contra. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia † plus quid addit, identitatem viciq; rationum, quauis inæquales

Com. 11.

Quid sit  
Altitudo  
Figurarū.

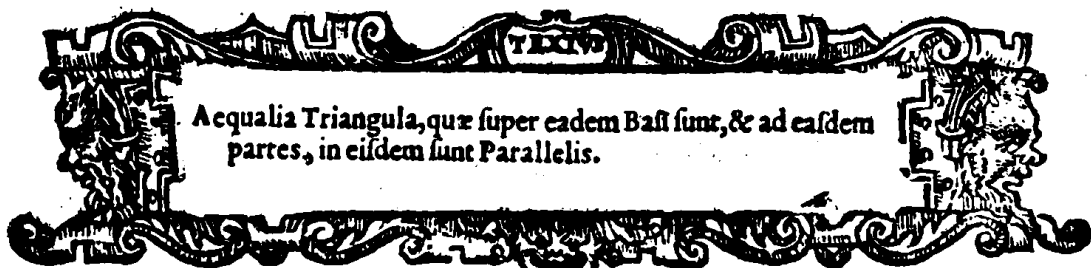
† eino qd  
vel  
pfectū qd.

i Bases

Casus huius  
Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quod autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruente, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatæ ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est his etiam, qui paululum intelligere possunt. & quod iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere.

Propo. 39  
Theo. 29.



Com. 13.

Causa propter quam  
Conuerse  
35. & 36.  
Propo. his  
tū ab Euclide,  
tū à Proclo  
p. a. remissa  
sunt.

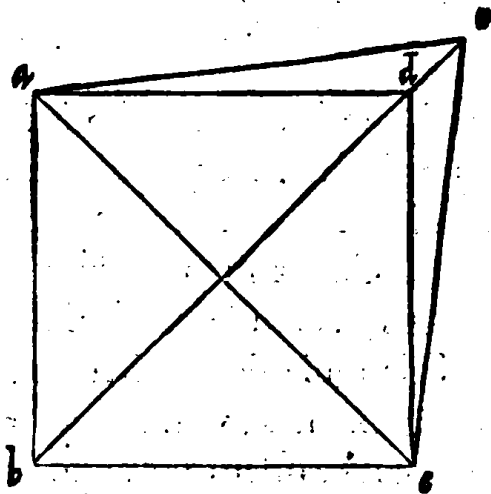
Geometri-  
ca diligē-  
tia.

Quando quidem æqualitatem ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuersa sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniam modus quidem Demonstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. contenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere his, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quod in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorum intra cadet productis his, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra. utcumque autem ceciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quod utique Totum suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quod autem iure Elementorum institutor particulam illam addidit & ad easdem partes, manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hæc partes, alterum verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adie-

cit particulam . Cùm autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intrà, aut extrà, ipse quidem Euclides intrà eam duxit : nos verò extrà ducentes , eadem ostendemus .

Reliquis  
absurdæ  
suppositio-  
nis Calus.

Sint enim  $abc$ ,  $dbc$  Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisdem sunt Parallelis, & quæ ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela . Connectatur  $ad$  recta Linea . Si autem hæc Parallela non est, sit quæ extra hanc iacet, ipsa nempe  $ae$ , & producat ipsa  $bd$  vsque ad  $e$  Signum, & connectatur ipsa  $ec$  .



Æquale ē igitur Triangulū  $abc$  Triangulo  $ebc$  . Verum Triangulum  $abc$  æquale est Triangulo  $dbc$  .

Triangulum ergo  $ebc$  Triangulo  $dbc$  est æquale, parti Totum . At hoc fieri non potest . non igitur extra ipsam  $ad$ , Parallela cadet . Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem . Ipsa ergo  $ad$  ipsi  $bc$  Parallela est . In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula , quæque ad easdem partes , & super eadem Basi sunt . Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars .

Adnotatu autem dignum est quòd Triplex cum sit Theorematum Conuersio ( aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus : aut totum ad partem, vt sextum , & quintum : aut pars ad partē, vt octauū, & quartū . non enim totū in altero Datū, Quæsitū in altero est : nec Quæsitū, Datū, sed pars ) videntur talia esse hæc quoque Theoremata in Triangulis . erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cum partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis . hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat . particula enim illa [ ad easdem partes ] extrinsecus insuper fuit assumpta.

Notandū.

Triplex  
Conuersio  
nū differē  
tia.

Acqua-



Propo. 46  
Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad eandem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

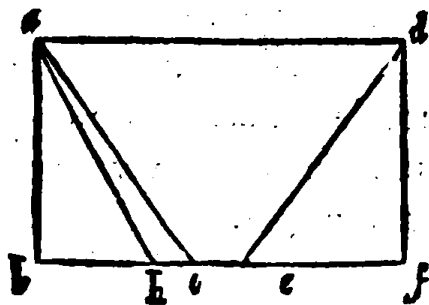
Tres pas-  
siones, ex  
quib<sup>9</sup> decē  
fiūt Loca-  
lia Theo.

Causā vi-  
de i supe-  
riori cō.

Qua d' cau-  
sa reliqua  
quatuor o-  
miserit Eu-  
clides The-  
oremata.

Demōstra-  
tio reliquo-  
rū duorū.

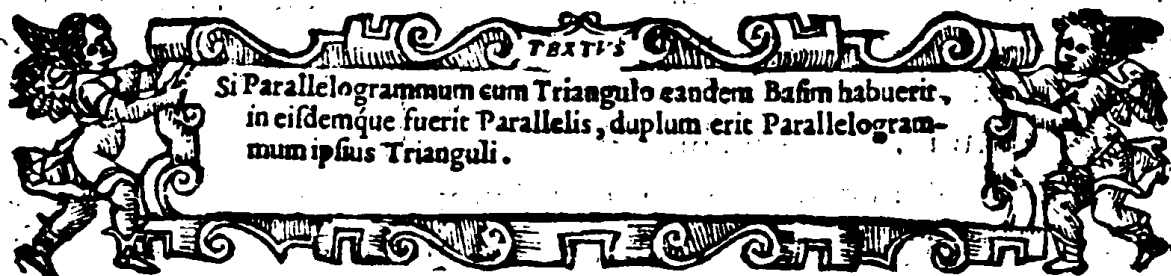
Est & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elemētorum institutore Deductionis ad impossibile prætermis-  
sa est pars eodem modo demonstratur, & nō est opus eadē re-  
petere. Cū autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æ-  
qualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia  
esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quod duo sem-  
per contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut  
enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemque Paralle-  
lis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theorema-  
ta: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & fa-  
ciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum in-  
stitutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo  
ostendit, ea porrò quæ in Triangulis sunt: aut & cū æqualia sum-  
pserimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quod vtrique  
vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia  
quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in  
hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quod duo ex his quatuor  
per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Tri-  
angula, & quæ in eisdem sunt Parallelis, necessariò super eadē Basi sunt.  
sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quod super eisdem  
sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sum-  
ptas suppositiones consequitur. Quapropter cū decem sint om-  
nia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perscripsit, quatuor verò  
prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cū eadem sit  
Demonstratio: ostendatur enim  
in Triangulis quod si æqualia fue-  
rint, in eisdemque Parallelis, aut su-  
per eisdem, aut super æqualibus Ba-  
sibus erunt. nō sint enim, sed si fieri  
potest sint  $abc, def$  Triangula, quæ  
hoc modo se se habeant in Basibus  
inæqualibus, ipsis scilicet  $bc, cf$ , &



sic

fit maior ipsa  $b c$ , & abscindatur  $b h$ , quæ sit æqualis ipsi  $e f$ , connectaturque ipsa  $a h$ . Quoniam itaque Triangula  $a b h$ ,  $d e f$  super equalibus sunt Basibus ipsis  $b h$ ,  $e f$ , in eisdemque Parallelis, equalia utique sunt. At ipsa quoque  $a b c$ ,  $d e f$  Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo  $a b c$ ,  $a b h$  æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum  $a b c$ ,  $d e f$  Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogramis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suæ parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quæ prætermisssa sunt, quæque sit horum reticentiæ causa. Verum transeamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Epilogus

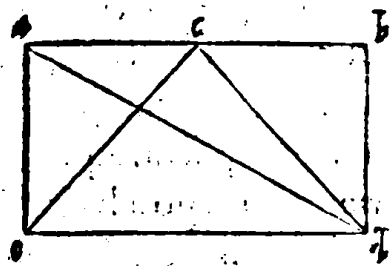
Propo. 41  
Theo. 31.

Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma seorsum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumpserimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quæ super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis. in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, eum sumpserimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum  $a b c d$ , &  $e c d$  Triangulum, & ponatur Signum  $e$  inter  $a$ , &  $b$  Signa, connectaturque  $a d$  recta Linea. Quoniam itaque

Casus huius Theorematis.

Paral-

Parallelogrammū Trianguli  $a c d$  est  
duplum, Triangulū autem  $a d c$  equale  
est  $e d c$  Triangulo, Parallelogrāmum  
porrò ipsius  $e c d$  Trianguli duplum est.



Demōstra-  
tio i basi-  
b<sup>o</sup> equali-  
bus.  
† Paralle-  
logrāmum  
rum.

Cur Theo-  
remata in  
equalibus  
Basi<sup>o</sup> Eu-  
clides præ-  
termiserit.  
Conuer-  
sa hui<sup>o</sup> The-  
& nota cō-  
uersionis  
modum.  
† Si autē.

Nota q<sup>d</sup>  
ex tri<sup>o</sup> q<sup>i</sup>  
hoc etiam  
Theo. sūt  
passionib<sup>o</sup>  
q<sup>u</sup>q<sup>ue</sup> fieri  
possunt  
Theo. quo-  
rū vna tñ  
posuit Eu-  
clides, reli-  
qua aut p<sup>r</sup>-  
termisit, q<sup>u</sup>  
ad idit  
Proclus,  
vna cū ob-  
tineat ca-  
uā.  
† stiterit.  
Digressio  
Hic elicit  
quod iam  
aliud hui<sup>o</sup>  
Theo. cō-  
uersū, iux-  
ta alium  
Cōuersio-  
nis modū.

Quod igitur eadem existente Basi du-  
plum esse Trianguli Parallelogrāmum  
ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem  
modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducenti-  
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrāmum,  
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò  
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-  
tem. Iurè igitur hæc quoq<sup>ue</sup> Geometres omisit, eadem enim est De-  
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-  
tū Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque  
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-  
stratio. Atqui Conuersa quoq<sup>ue</sup> hui<sup>o</sup> Theorematis eodem modo De-  
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-  
grāmum duplum fuerit, eandemq<sup>ue</sup> Basim, aut æquales inuicem ha-  
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis.  
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademq<sup>ue</sup> ratio vi-  
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,  
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-  
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò  
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemq<sup>ue</sup> ambo  
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim  
super inæqualibus, cū æquales sumpserimus, vniuersum Totū suæ  
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia  
hec Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-  
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cū in simplicioribus  
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verumenim-  
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-  
tionis causa nos Parallelogrāmū non accipiendo sed Trapeziū, cuius  
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-  
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad  
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,  
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-  
mum esset, cū Quadrilaterum porrò sit. Dico autem quòd aut duplo  
maius est, aut minus. cū enim duo Latera Parallela sint, omnino  
vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus  
existen-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplū Tri-

anguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim  $a b c d$  Quadrilaterum, sitque minus Latus  $a b$  Latere  $c d$ , & producat Latus  $a b$  in infinitū, & Triangulū  $c c d$  eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe  $c d$ ,

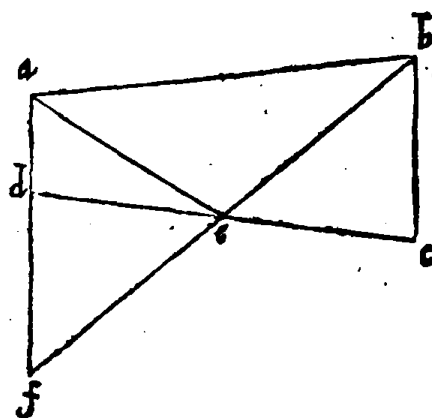
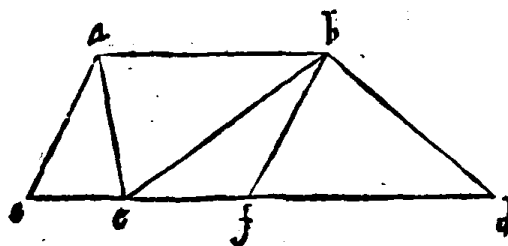
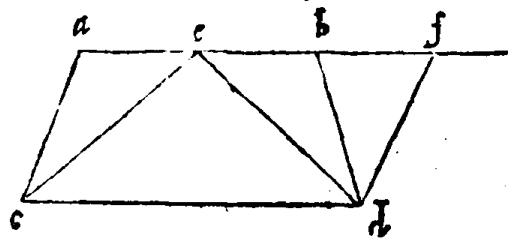
ducaturque per  $d$  Signum ipsi  $a c$  Parallela, quæ sit  $d f$ . Duplum est igitur Trianguli  $c c d$  ipsum  $a c d f$  Parallelogrammum. Quare  $a b c d$  Quadrilaterū minus quàm dup-

lum est. Rursus habeat Triangulum Basim  $a b$ , ducaturque ipsi  $a c$  Parallela  $b f$ . Parallelogrammum igitur  $a b f c$  duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum  $a b c d$  maius quàm duplū est. His itaque ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantū Latera ex opposito iacētia sunt

Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod sit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si vero ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod sit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum  $a b c d$ , sitque in ipso Latus  $a d$  Lateri  $c b$  Parallelum, & secetur bifariam Latus  $d c$  ad  $e$  Signum, & cōnectantur  $a e$ , &  $b e$  rectæ Lineæ, & producat ipsa  $b e$ , coincidatque cum Latere  $a d$  ad Signum  $f$ . Quoniam itaque Anguli, qui sunt ad  $e$  Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus  $f d e$  Angulo  $b c e$  est æqualis, Latus etiā

$f e$  Lateri  $c b$  erit æquale, & Triangulum  $d e f$  Triangulo  $b c e$  æquale.

Com-



Per 33. Propōne. Pulcherri-  
ma Triā-  
guli cum  
Trapezio  
sup eadē  
Basi, & in  
eisdē Pa-  
rallelis cō-  
paratio.  
nota q̄ autē  
eadē etiā  
iter Paral-  
lelogram-  
mū, & Tra-  
peziū sup  
eadē Basi,  
& iisdem  
Parallelis  
cōparatio  
ē qua dicē-  
dū in Cō-  
mentariis  
nris. oīa  
autē hec ve-  
ra sūt & i  
Basisib⁹  
qualib⁹ ho-  
rūq; cōuer-  
sa, si cōue-  
niētib⁹ mo-  
dis fiant.

Compara-  
tio Trian-  
guli cum  
Trapezio  
sup eadē  
basi nō in  
eisdē Pa-  
rallelis,  
sed cū qua-  
dā alia cō-  
ditiōe. &  
hoc est qđ  
Proclus o-  
biter ostē-  
dit.

\* hic ad finem usque omnia fortasse Procli non sunt, sed ab aliquo addita.

Commune apponatur Triangulum  $a d e$ . Totum igitur  $a e f$  Triangulum duobus  $a d e, b c e$  Triangulis est æquale. Verum Triangulum  $a c f$  æquale est  $a e b$  Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe  $b e, e f$ , in eisdemque Parallelis, \* si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur  $a e b$  æquale est Triangulis  $a d e, b c e$ , & Quadrilaterum  $a b c d$  duplum Trianguli  $a e b$ , quod erat ostendendum. Eodem sane modo ostendemus quod si etiam à Latere  $a b$  bifariam dissecto ad Latus  $c d$  quædam rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

## FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.



**O** Cursus in loco Lector beneuole silentio pretereundum non est, quod in omnibus fere, quæ hucusque vidimus exemplaribus maximam hinc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, una cum

principio septimidecimi desideratur, præterquam quod legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [ si reliqua ducta fuerit ] usque ad finem cōmentarij, ut videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ ( ut arbitror ) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaquæ habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò quod quā superius tum in octauo Commentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-

Prima ratio.

menta-

mentarios partis tertię primas tenet, nec secūde parti tertiā cōnexerit, neq; tertię propositū discusserit, quēadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porro cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesimę septimę Propositionis expositionē accederet, quę secundę partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secundā primę annexā ostēdit, quę q̄ in ea pertractāda erāt ab Elemētorū institutore declarauit, hęc planē hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimū Theoremate tertię partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quod in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundę partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigesimę quintę Propositionis interpretationem se contulit: quod q̄ in principio quintidecimi nec hęc duas partes inuicē colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quę ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cū enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartūdecimū, & quintūdecimū Cōmentarium hęc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum vltimę propositum tetigerit, neq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripertitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quod præsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorē ea, quę in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo verò, quoniam digressionem in materia pulcherrimā, difficiliq; aggressus est, quippe quę pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materię partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triangulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hīc quoque exercitationis nostrę causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemq; alteri Trapezio super eadem, aut super æqualibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriē Trapeziū à Posidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantū habet Latera Parallela. nam Trapezoidē, quę etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causā passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cū Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secūda ratio.

qd doceat Proclus in sua digressionē.

Responsio  
ad tacitā  
obiectio-  
nem.

Quæ de-  
finit in di-  
gressionē,  
& in fine  
cōmenta-  
rii.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrila-  
teræ simul, & quadrangulæ, alio verò trilatere in eisdem dicuntur esse  
Parallelis. Quare Proclus ipse prius quàm Trapezij cum Triangu-  
lo, vel Parallelogramo, vel alio Trapezio comparisonem efficeret,  
declaravit de quo Trapezio sit ei sermo, nempe de eo, quod proprio  
nomine Trapeziū appellatur, postea incepit comparare Trapezium  
Triangulo super eadem Basi, & in eisdem Parallelis, qua compara-  
tione facta, antequam eadem super æqualibus Basibus, in eisdemque  
Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo  
super eadem Basi, & non in eisdem Parallelis, sed cū alia conditio-  
ne necnon super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum  
quadam alia conditione comparare. At finem versus comparatio-  
tionis, quæ super eadem Basi non in eisdem Parallelis cum conditio-  
ne bipertite Lateris, quod est Basi oppositum sectionis sit, cōmenta-  
rius deliquium patitur, deestque primum quidem comparatio Tra-  
pezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, non in eisdem Paral-  
lelis, sed cum hac conditione quòd Triangulum solum in duabus sit  
Parallelis, quarum vna cadat super communi eorum Base, altera se-  
cet Trapezij Latus, quod est Basi eius oppositū in duas partes æqua-  
les: secundo verò Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparatio: tertio autem, Comparatio  
Trapezij cum Parallelogrammo super eadem, vel super æqualibus  
Basibus, & in eisdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezij cū  
Trapezio comparatio: quinto demum, & ultimò præter quandam  
sui moris pulchrā in fine cōmentarij considerationē, aut documentū,  
deest procul dubio secundæ, atque tertiæ primi Elementorū libri par-  
tiū continuatio; necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum in-  
stitutoe pertractantur brevis commemoratio. Hæc sunt ea, quæ in  
presenti cōmentario iudicio meo desiderantur, ibi [ in eisdemque Pa-  
rallelis ] quanvis aliquis Procli studiosus manū iniecerit, postremāque  
earū, quæ nunc extant in eo Demōnem perfecit, ac demū ita cōmen-  
tariū epilogo concluderit, ut integrū videatur. Veruntamen possibile  
etiam est quod cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima,  
synceraque sint, deliquium verò cōmentarij incipiat post illa verba  
[ Trianguli duplum Quadrilaterum est ] quodque verba illa [ Hæc  
quidem &c. ] quæ postremū sortita sunt locum, sint totius cōmentarij  
epilogus. Aut fortasse etiam fieri potest ut defectus in duobus sit locis,  
primum ibi [ Quadrilaterū est ] deinde ibi [ sint demonstrata ] ita ut  
verba illa [ Hæc quidem &c. ] sint epilogus digressionis, illa autem  
[ ad ea

[ ad ea verò &c. ] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac deniq; totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [ Hæc quidem ] vsque ad illa [ eundum nobis est ] sint totius digressionis epilodus, secunda q; imperfectio sic se habeat [ eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentī potissimū Propositione apparet tertiæ primī Elementorū partis Propositum, cōmunis nempe Triāgulorum, Parallelogrāmorumq; contemplatio ] & similia. Verumenimvero vtcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum querere non desistant quousq; omnes Procli cōmentarij perfecti, integriq; reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere cōmentarium reperias, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere  
in dato Angulo rectilineo.

Propo. 42  
Prob. 12

Cōmentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq; nostrum eam cōmentario illustrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotas se quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, vt vnusquisq; discendi cupidus, cum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Alius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi cōmentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quū itaque tres quidem sint huiusce trigessimisecondi Theore-

Scholium  
secundum.

Quæ con-  
tineatur i  
17. cōmē-  
tario.

Quæ repe-  
riantur in  
17. cōmē-  
rio.



Quæ de-  
finit i 17.  
Cōmen-  
tario.

matris Casus nec plures, neq̃ pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbiq̃ summa cura, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimè consuevit, & quoniā defunt quædā verba ad sententiā, orationemq̃ perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę defunt ad complendum sermonem, huiusmodi forsan essent [ Vc-  
rū Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetientē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodq̃ porro Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoq̃ ponentem Casum idem accidens perspicere &c. ] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus vbiq̃ antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtpote si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrum Ordinatū, vel Inordinatū, vel Mediū: vtrum Determinatū, an Indeterminatū: vtrum Abundans, an Diminutū: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutū, vtrum Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrum Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrum Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrum Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrum Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrum Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrum Locale, an secus: & si Locale, vtrum in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrum in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrum in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrum in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi: Quod si in solidis, vtrum in sphericis, vel in conicis, vel cylindricis, vel  
spi

spiricis, vel alius cuiusdam speciei : & si in Sphæricis, vtrūta in Helicibus, vtrūta Sphærarum æqualium, vel inæqualium. & si in conicis, vtrūta in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus : & si in cylindricis, vtrūta in Ellipsis, vel Helicibus : & si in spiricis, vtrūta in ijs, quæ fiunt à sectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variæ sunt. similiterquæ si est Locale in Superficiebus, vtrūta in planis, an in solidis : & si in planis quidẽ, vtrūta in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimquæ multilateris : & si in trilateris, vtrūta in æquiliteris, vel æquicruribus, vel scalenis : & si in æquicruribus, siue scalenis, vtrūta in rectangulis, obtusangulis, vel acutangulis : & si in quadrilateris, vtrūta in parallelogrammis, an secus : & si in parallelogrammis, vtrūta in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & si in non parallelogrammis, vtrūta in trapezijs, an trapezoides : & si in trapezijs, vtrūta in æquicruribus, an in scalenis : & si in multilateris, vtrūta in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsquæ in infinitum : & si in quibuslibet istarum, vtrūta in æquilateris, & equiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, vtrūta in sphæricis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei : & si in sphæricis quidem, vtrūta in semisphæricis, vel semisphærica maioribus, aut minoribus : si autem in spiricis, vtrūta in spiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : si verò in conicis, vtrūta coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli : & si in aliquibus istarum, vtrūta in conicis Coni æquicruris, vel scaleni : si demũ in cylindricis, vtrūta in ijs, quæ fiunt à circũuolutione Lateris Quadranguli, vel Parte altera longioris : & si in qualibet istarum, vtrūta Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodquæ Consequens : necnon quod sit eius Conuersum, quisquæ Conuersionis modus, vtrūta iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtrūta totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propositio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtrūta sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum : ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atq; demonstretur, vtrūta per De-  
 monstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nascita sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoque cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademque perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæque iandiu desideratum munus impertiar. Quod si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hæctenus,

Sequitur Procli Commentaria.

Propo. 43  
Theo. 32.

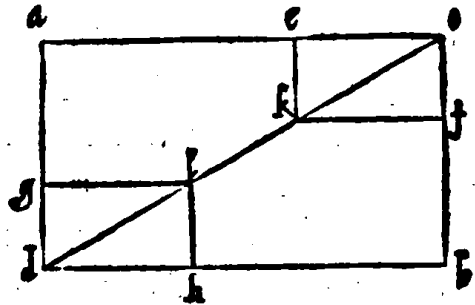
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem  
cuiuscunque Parallelogrammi cōsistentium, inter se sunt  
æqualia.

Principium huius commentarii desideratur:

Com. 19.

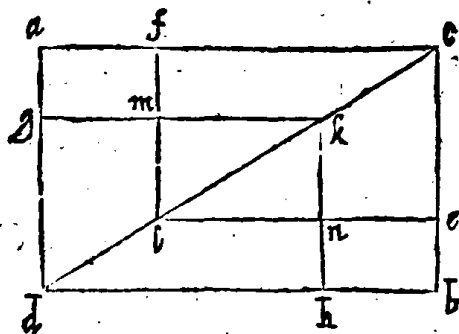
Reliq duo  
huius The.  
Casus.

\* vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum  
Signum, quodque porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sis enim Parallelogrammum  $ab$ , quod habeat Parallelogramma  $ck$ ,  $dl$  circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam  $kl$  recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum  $acd$  æquale Triangulo  $bcd$ , & Triangulum  $cek$ , Triangulo  $kcf$ , necnon  $dgl$  Triangulum  $dhl$  Triangulo. Reliqua igitur  $aglk$  quinque Laterum



Figura,

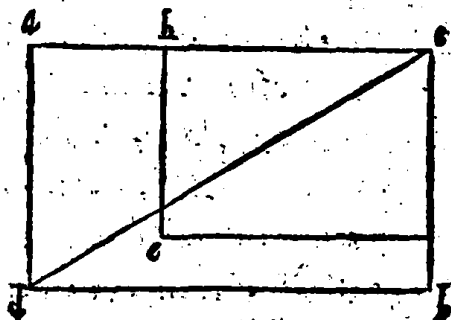
Figura, reliquę b f k l h quinq̃ Laterũ Figurę æqualis est. Hęc autē erant complementa. Si verò necq̃ coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, necq̃ distarent ab inuicē, sed se inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrāma c̃irca ipsam, vnum quidē ipsum e c f l, alterũ verò, a quo etiā hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cõplementa æqualia sunt. Cum enim totũ d g k Triāgulu totũ d h k Triāgulo æquale sit, est autē pars quoq̃ ipsius Triāgulum k l m æquale Triāgulo k l n; Parallelogrāmũ siquidē est & ipsum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verũ a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantũ, nec plures, necq̃ pauciores. Parallelogrāma enim, quę circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam a sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum a re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoq̃ præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimatũ nõ fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognoscere-mus quid esset Parallelogrāmum, quęquę essent ea Parallelogrāma, quę toti Parallelogrāmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantũ modo cognitum vtique fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eādẽ Dimetientē sunt, quęcuncq̃ partē totius Dimetientis pro sua etiā Dimetiente habent: quęcuncq̃ verò nõ, minimē. cum enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmũ hoc toti Parallelogrāmo circa eādẽ Dimetiē-tē nõ est. Exēpli gratia vt in a b Parallelogrāmo c d Dimetiens secat e h Latus ipsius e c Parallelogrāmi. Parallelogrāmũ ergo e c Parallelogrāmo c d circa eādẽ Dimetiētē nõ est.



Cur tres  
soli sit hui  
us Theo.  
Casus.

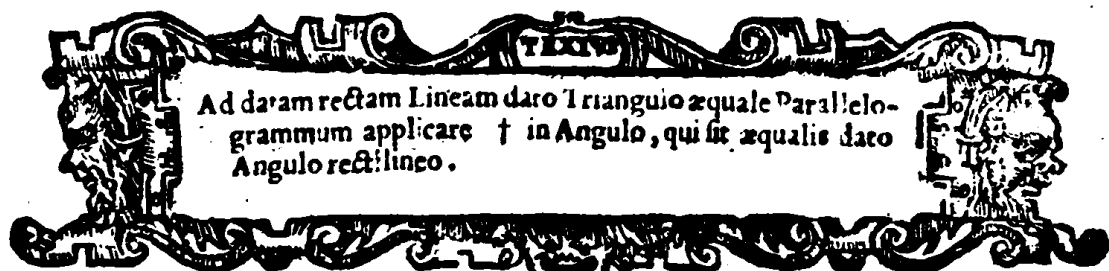
Documē-  
tum.  
Vnde or-  
tũ sit hoc  
nomē Cõ  
plemēta.

Cur in De  
finitionib⁹  
cõplemē-  
ta Eucli-  
des nõ de  
finierit.  
Quę Pa-  
rallelogrā  
ma dicant-  
ur esse cir-  
ca eādẽ Di-  
metientē.



Ad

Propo. 44  
 Prob. 11  
 † in dato  
 Angulo re-  
 ctilineo.



Com. 18.

Noia hrc  
 πρῶτον  
 λῆναι, ὅτι  
 βολῆς, ἢ  
 λειψίς  
 qd signifi-  
 cent apud  
 Antiquos,  
 quidque  
 apud uni-  
 ores. circa  
 hoc vide  
 et Gemi-  
 nū i 6. lib.  
 Geometri-  
 earū enar-  
 rationū, et  
 Eutocium  
 i primum  
 conicorū  
 Apollonii.  
 In propo-  
 nibus 18.  
 & 29.  
 Quo Ap-  
 plicatio  
 fiat.

Tria sunt  
 Data i ho-  
 Proble.

Documen-  
 tum.

Antiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæ et Musæ inuenta, Applicatio utriusque Spatorum, & Excessus, atque Defectus. Ab his autē & iuniores cum nomina suscepissent, transtulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolē, alteram autem Hyperbolē, Tertiā verō Ellipsim vocarunt. cum illi quidem priscæ autoritatis, diuiniq̃ viri in plana Spatorum ad terminatā rectā Lineam descriptione quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verō Spatii Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio descripto aliqua extrā sit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verō Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non solum Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verum etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Arcam duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, æquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cum acceperimus totā quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oportet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cum itaque fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem sunt in præsentī Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, vt tota ipsius Spatii Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatii Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuum, q̃ recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Parte altera longius erit: acuto verō, siue ob-

tuso,

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quod rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione praesentis Problematum Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, uti diximus. verum hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc constituit ipsum Spatium, quippe quæ neque deficit iuxta hanc extensionem, neque excedit, sed vno hoc vitur Latere, quod Arcam comprehendit. Quia igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis utebatur: cum verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, considerationeque sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeque æqualitas indiget, quippe cum per sese inuentu difficilis sit.

Quo differat Applicatio a Constitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.



Propo 47. Probl. 13.

**D**Vobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (ut prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19. Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problema te, & vltima Propo ne secundi libri. Superius i com. 6. Demõ p-blematis.

1 resol-

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussu est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidem Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod queritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate prisci incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quæsierunt. Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale reperitur, quæstione dignum est, non rectilineæ quoque Figure possint Curuilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Basi æqualis est. Verum hæc quidem alibi, ad ea verò, quæ consequuntur eamus.

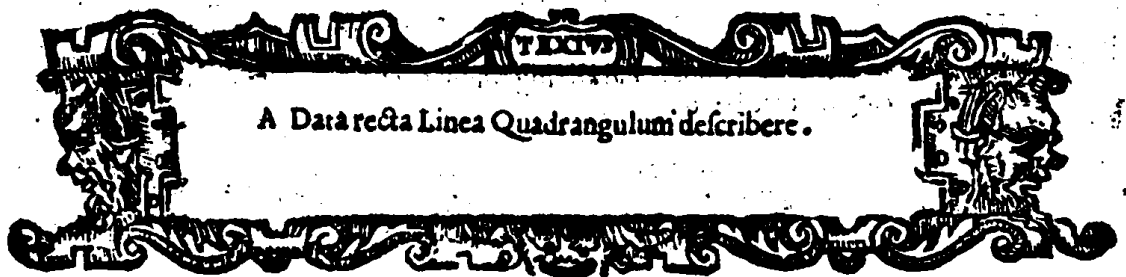
Exemplum  
in Figura  
decē Late-  
rum

Vide Ar-  
chimedem  
& Eutociū  
in lib. de  
Circuli di-  
mensione.

Epilogus.

Prop. 46  
Probl. 14.

Com 20.  
Optima f  
tilineorū  
equilaterū  
triangulū,  
et Quadrā-  
gulū sunt,  
quibus opus  
est ad consti-  
tutionem  
quædam mū-  
danarū Fi-  
gurarum:  
idē in lib.  
2. cap. 9. et  
cō. 17. &  
9. & alijs  
in locis.



Indiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est. nam Icosaëdron quidē, & Octaëdron, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant: Cubus

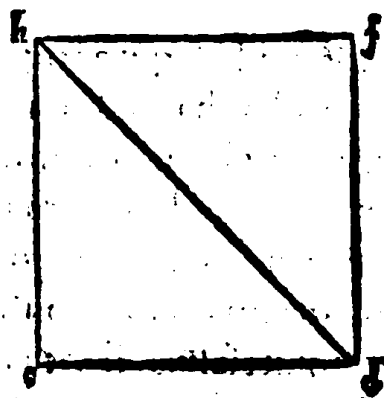
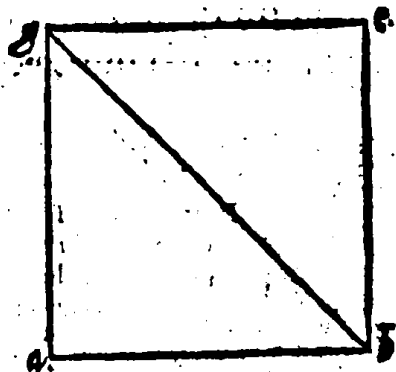
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis constituitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est autē q̄ rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur a b e g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a c Quadrangulo c f, inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, c g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Lateri b c. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est c g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo est æquale. commune apponatur b c f

Cur Euclides vnum horū constituat, alterū describat.

Quo ex Circulorum descriptione oriatur Triangulū æquilatū.

Documē.

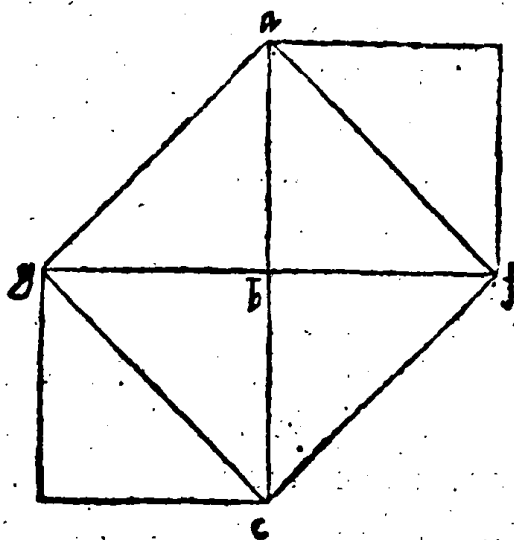
Demō cuiusdā vtilis simi The. q̄ dependet ex Definitione Quadranguli.



Demōstrati Theore. Conuersum, eiusq; Demō.



Triangulum . Totum ergo  
 $a c f$  Triangulum Toti  $c f g$   
 Triangulo æquale est. Paral-  
 lela est igitur ipsa  $a g$  , ipsi  $f c$ .  
 Rursus quoniam, tū ipse  $a f g$ ,  
 tum ipse  $c g b$  Angulus dimi-  
 dia recti pars est , ipsa  $a f$ ,  
 ipsi  $c g$  est Parallela. Aequalis  
 igitur est recta Linea  $a f$  rectæ  
 Lineæ  $c g$  , Parallelogrāmi si-  
 quidē Latera ex opposito ia-  
 centia sunt . Quoniam itaq;  
 duo sunt Triāgula  $a b f$ ,  $b c g$ ,  
 quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cū ipsæ  $a f$ ,  $c g$  Pa-  
 rallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet  $a f$  Lateri  $c g$  æquale,  
 Latus quoq;  $a b$  Lateri  $b c$ , & Latus  $b f$  Lateri  $b g$  erit æquale . Ostē-  
 sum est igitur quòd Latera etiam, à quibus descripta sunt  $a f$ ,  $c g$  Qua-  
 drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus .



Propo. 47  
 Theo. 33.

† rectū An-  
 guli cōp-  
 hērentis.

TEXTVS  
 In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere re-  
 ctum Angulum subtendente describitur, æquale est Quadra-  
 ngulis, quæ describuntur à Lateribus. † circa rectum An-  
 gulum iacentibus.

Com. 21.

Præfens  
 Theo. ad  
 Pythago-  
 rā refert,  
 qui et sacri-  
 ficauit i i-  
 uentione .  
 vide Vi-  
 cturium.  
 Euclidis  
 commen-  
 datio .  
 Vide 31.  
 Propōne  
 Sexti.

Si eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præfens Theo-  
 rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes cum cū  
 id inuenerit bouem immolasse . Ego verò miror quidem & eos, qui  
 primi huiusce Theorematis veritati incubuere . magis autē admira-  
 tione prosequor Elementorum institutorem, non solum, quia per  
 euidentissimam Demonstrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod  
 ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique  
 minime possunt in sexto libro persuasit . nam in illo vniuersē osten-  
 dit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-  
 gulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus  
 rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, simi-  
 literque describuntur . nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-  
 drangulo est simile, non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea,  
 Quadrangula sunt . in Triangulis siquidem, aliisque multiangulis si-  
 militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quodam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quam illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta † fit vniuersali ostenso, quod vtrique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quod hîc vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarū similitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportionione ostendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particulatim, † in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximiorē dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitate deficiente. in scalaribus verò fieri potest vt Numeri suscipiātur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum sit, æquale ipsi, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ipsi, quæ ab illis fiunt. hoc enim est viginti quinq; quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditæ autē sunt & viæ quædam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnā quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorā, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datū imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cum acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

† ostendit  
Causa pas  
sonis rum  
huius, r. 10.  
Theo. se  
xti Elem. 6  
ipsa Angu  
li rectitu  
do, qm ad  
modū He  
betudo, &  
Acumen ex  
cessus, dimi  
nutionisq;  
causæ sūt.  
Ex hoc lo  
co, & ex  
cō. 9. huius  
& 13. ter  
tij habes  
q. Procli  
tatio erat  
totā Eucli  
dis Elemē  
tarē institu  
tionē ex  
ponere.  
Notandū.  
† nobis  
Digressio.  
Dplex re  
ctangulum  
Triangulū.  
Nō inuenit  
quadrang  
ulus Num  
er⁹ qua  
dranguli  
Numeri  
duplus qd  
dicitur Cā  
pan⁹ i 10.  
Elemento  
rum.  
De hoc  
Triangulo  
vide Plato  
nem in Rep.  
Dux sunt  
viæ, qb inue  
niunt Triā  
gula rectā  
gula Nu  
meros in  
tegrōs in  
Lateribus  
habentia.  
Via Pytha  
gorica.

Exemplum  
vix Pytha-  
goricæ.

Via Pla-  
tonica.

Exemplū  
vix Pla-  
tonicæ.

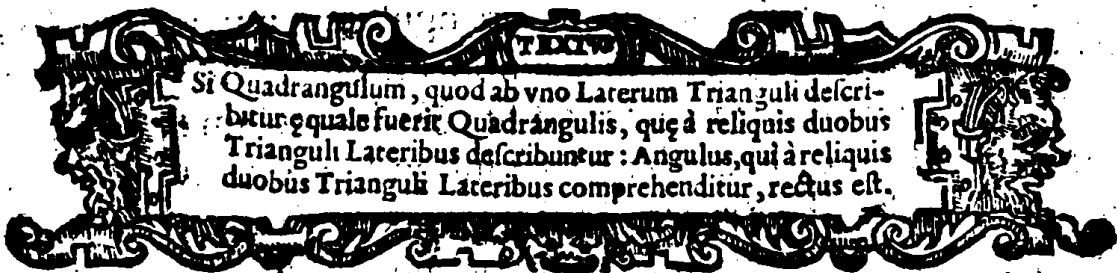
¶ qđ enim  
à Quina-  
rio fit, æ-  
quale ē ei,  
quod fit à  
Ternario,  
& ei, qđ à  
Quaterna-  
rio Com-  
positis.  
Finis di-  
gressiōis.  
Reprehē-  
dit Hero-  
nis, & Pap-  
pi secta-  
tores.

Propō. 48.  
& vltima  
primi Ele.  
Theo. 34.

Cō. 22. &  
vltimum.

Modus cō-  
uerſionis  
hui⁹ The.

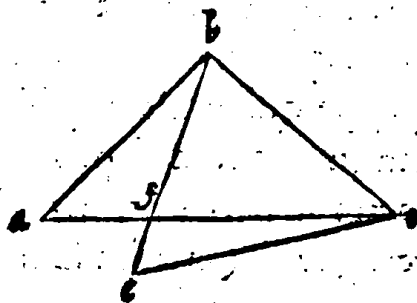
ab hocquē Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huius quoque Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit, Exempli gratia cū Ternarium acceperit, ab ipsoque quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicque rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumque est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertiū verò quinque Vnitatū habet. At Platonica, à Paribus adoritur. cū enim datū parē suscepit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncque cū bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumpserit, huiusque dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumque Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemque Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. + quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ipsi, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunque etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæque ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaque ad ea, quæ sequuntur tranſeamus.



CONuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod à subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

Triangulo autem existente  $abc$ , & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere  $ac$ , æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus  $ab$ ,  $bc$  describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri  $bc$  à Signo  $b$  recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quod ad alteras partes recta

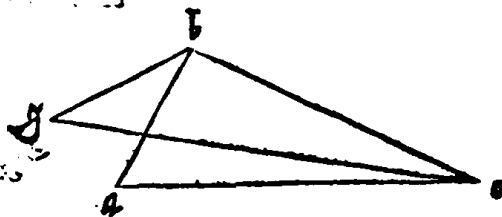


Instantia  
huius Theore  
rematis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitavit, dicemus quod sermo hic impossibile ait. neque enim intra Triangulum ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quam ipsa  $ab$ . nam si fieri potest cadat, ut ipsa  $bc$ . Quoniam itaque Angulus  $ebc$  rectus est, Angulus certe  $efb$  acutus est. Quamobrem reliquus  $afb$  obtusus erit. Maius est igitur Latus  $ab$ , Latere  $bf$ . Ponatur ergo ipsi  $ab$  æqualis, quæ sit  $be$ , & connectatur  $ec$ . Quoniam igitur Angulus  $ebc$  rectus est, Quadrangulum, quod à Latere  $ec$  describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus  $eb$ ,  $bc$  describuntur. Verum ipsa  $eb$  ipsi  $ba$ , est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere  $ec$ , æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus  $ab$ ,  $bc$  describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere  $ac$  describitur. Aequale igitur est quod à Latere  $ec$ , ei, quod à Latere  $ac$  describitur Quadrangulo. Et ipsa  $ec$  ergo ipsi  $ac$  æqualis est. Erat autem, & ipsa  $eb$  recta Linea, æqualis rectæ Lineæ  $ab$ . Duæ igitur  $be$ ,  $ec$  rectæ Lineæ, duabus  $ba$ ,  $ac$  rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea  $bc$  constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atqui neque extra ad alteras ipsius  $ab$  rectæ Lineæ partes. Si enim fieri potest cadat, ut ipsa

Responso.

$bg$ , & sit æqualis ipsi  $ab$  ipsa  $bg$ , & connectatur  $cg$ . quoniam itaque Angulus  $gbc$  rectus est, Quadrangulum, quod à Latere  $gc$  describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus  $bg$ ,  $bc$  describuntur. Erat autem & quod à Latere  $ac$ , æquale ipsi, quæ à Lateribus  $ab$ ,  $bc$ , æqualis verò est  $ab$ ,



Nota quæ  
huius Theore  
rematis sol  
utio p sepi  
mā Propo  
siti primi.  
Quapp h  
ab re ab  
Elemēto  
rū institu  
tore inter  
sexta, & o  
ctava iter  
iecta fuit.  
utilis. n. ē  
ad instan  
tias destru  
endas, nec  
non ad A  
stronomiā  
vide com.  
12. lib. 3.

ipsi

Prologus  
torius pri-  
mi lib. Ele-  
mentorū.

Hinc per-  
spicuum est  
Procli  
propositum  
erat nem  
Euclidis e-  
lementarē  
institutio-  
nē expone-  
re, sed cer-  
tū nō ē ip-  
sū eā expo-  
nisse, quia  
cū cōdōne  
hoc polli-  
cetur.

ipsi  $gb$ : Aequalis est igitur  $gc$ , ipsi  $ac$ . At ipsa quoque  $gb$  recta Li-  
nea rectae Lineae  $ba$  aequalis est, super vna  $bc$  recta Linea, quod fieri  
non potest. Neque ergo intra, neque extra cadet recta Linea, quae ad  
Angulos rectos ipsi  $bc$  a Signo  $b$  excitatur. Super ipsa igitur  $ab$  ca-  
det. Angulus ergo  $abc$  rectus est. Soluta est igitur Instantia. At pri-  
mum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compleuit,  
quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit ( tota  
nanque ad tota saepenumero Theorematum, & tota ad partes, &  
partes ad partes conuertit ) multam verò Problematum varietatem  
excogitauit ( etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Posi-  
tiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit ) tetigit autem &  
Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata  
Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium pre-  
terea, Particulariumque Theorematum Elementarem institutionē  
parefecit, & Indeterminatorum, Determinatorumque Problematum  
differentiā indicauit ( quae sanē omnia nos quoque ipsum consequen-  
tes ordinatim explicauimus ) totum denique Librum ad vnum Pro-  
positum retulit, ad Elementarem utique institutionem eius, quae de  
simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum  
Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quae ipsis per sese insunt  
considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi po-  
terimus, Deus gratiam habebimus. si autem aliae curae nos ab insti-  
tuto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem  
viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo,  
quod difficile passim est, & ad rem ipsam pertinet, facileque diui-  
di potest sectantes. quoniam ea sanē, quae hoc tempore  
afferuntur Commentaria multam, atque variam in  
se se confusionem continent, quippe quae  
nullam causae assignationem simul in-  
ferunt, neque iudicium Diale-  
cticum, neque contempla-  
tionem Philosophi-  
cam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum  
Euclidis Elementorum  
Finis.

# INDEX OMNIUM RERUM NOTABILIVM;

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; paging declarat.

A

Litera.



CIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 180. p.

Acumen, & Ob-

tusitas inqualita-

ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-

perficierum pro-

prium.

68. m.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.

m. 116. f. & 119. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema

174. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-

neis, quæ intra Triangulum constituun-

tur. 187. f.

Aenigma Pythagoreorum. 49. m.

Aequalitas primū in Quantitate est Sym-

ptoma. 131. p.

Aliorum antiquorum opiniones de differen-

tia Theorematis, & Problematis. 45. m.

Altitudo Figurarum quid. 243. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus

bisariam secari possit. 155. p.

Ambitus Trianguli quid. 134. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &

Problemate. 45. p.

Anguli Sphærales qui. 72. m.

Anguli ex Linea recta, & Circumferentia

duo sunt. 73. p.

Anguli ex rectis Lineis tres sunt. 73. m,

& 75. p.

Anguli consideratio vniuersalis. 74. p.

Anguli Deinceps qui sint. 171. p.

Anguli ad Verticem qui sint. 171. p.

Anguli Alterni qui sint. 123. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-

tur. 116. p.

Angulorū oīū pulcherrima cōsiderō. 74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt

consideratio. 74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt conside-

ratio. 74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superfi-

ciabus sunt consideratio. 74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mistis

sunt consideratio. 74. m.

Angulorū Circulariū consideratio. 74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio. 74. m.

Angulorū mistorum consideratio. 74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species,

quas ait Socrates in Rep. ex Supposi-

tione apud Geometras accipi. 75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pul-

cherrima comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt

comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem,

& vitium comparatio. 76. f.

Angulorum Verticalium æqualitas unde

fiat. 154. f.

Angulorum Curuilineorum duo tantum

rectilineis æquales sunt. 109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas

maximā habet vim ad augenda, dimi-

nuendaue Spatia. 239. m.

Angulos Oracula Nodos cur. nuncy-

pent. 74. p.

Angulos quomodo diuersè Diis attribuæ

Pythagorei, & Philolaus, Asinausq;

philosophus. 74. f.

Angulum omnem bisariam secare secun-

dum Elementarem institutionem est

impossibile. 155. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Li-

nea. 72. f.

Angulus Cissoides quid. 72. f.

Angulus ex hippopedis Lineis. 72. f.

Angulus triplex fit ex Circūferētiis. 72. f.

m Angu-

- Angulus utrinque contexus quis. 72. f.  
 Angulus utrinque cauus, vel Syñroides  
 quis. 73. p.  
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.  
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.  
 Angulus Cornicularis quis. 73. p.  
 Angulus rectus nõ rectorum mensura est,  
 ut inæqualium æqualitas. 77. m. 137.  
 p. & 168. p.  
 Angulus planus quid sit. 69. f.  
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.  
 Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui  
 sint. 75. p.  
 Angulus aduētitijs Trianguli quid. 93. m.  
 Angulus quomodo Angulo equalis, &  
 quomodo similis dicatur. 110. p.  
 Angulus rectilineus Angulo rectilineo  
 quomodo dicatur equalis. 113. f.  
 Angulus rectus in tres partes equales fa-  
 cile secari potest, Acutus autem nõ po-  
 test nisi per Lineas mistas. 155. m.  
 Angulus quadrupliciter dari pot. 158. m.  
 Angulus Pelecoides, siue Angulus Figu-  
 re Securi similis quid. 192. p.  
 Anima aliquando motus principium est,  
 aliquando ab alio motum recipit secun-  
 dum Platonem. 18. f.  
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex  
 mente Platonis, & ideo Arithmetica  
 præcedit Musicam. & est pulcherrima  
 ratio. 21. m.  
 Anima ad mentem eandem habet rationem, q̃  
 generatio ad celum. & deo circulariter  
 tria mouet ex Platonis sententia. 84. m.  
 Animæ duplex actio. 61. f.  
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.  
 Apollonij opinio de Angulo. 69. f.  
 Apollonij demonstratio primi Pronun-  
 tiati Euclidis. 111. m.  
 Applicatio quid sit, & quomodo fiat. 164. m.  
 Applicatio à Cõstitutione quomodo dif-  
 ferat. 165. p.  
 Apis quid. 93. p.  
 Archimedes, & Apollonius tanquam  
 euidenribus utuntur principiis, iis, quæ  
 in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.  
 Archimedes ostendit Circulum esse qua-  
 lem cuidam Triangulo. 166. m.  
 Area Trianguli quid. 144. f.  
 Argumentum destruens primum mem-  
 brum dubitationis bimembris de Geo-  
 metrica materia. 18. f.  
 Argumentum destruens idem. 18. f.  
 Argumentum ad idem. 19. p.  
 Argumenta quatuor destruētia secun-  
 dum membrum dubitationis bimen-  
 bris de Geometrica materia. 19. m.  
 Argumenta quod phantasia ab impari-  
 bili ad partem procedat. 55. p.  
 Argumenta contra Democriti opinionem  
 de Figura. 80. p.  
 Argumenta destruētia opinionem Stoi-  
 corum de Figura. 80. m.  
 Argumentum secundo hypotheticorum  
 modo, quod Finis, & Infinitum Mathe-  
 maticarum scientiarum principia sint. 3. m.  
 Argumentum quod Mathematica essen-  
 tia media sit inter naturalem essentiam,  
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.  
 Argumentum quod communia Mathe-  
 matica Theoremata cõsiderationes, &  
 principia ante multa subsistant. 4. f.  
 Argumentum quo confutatur Arist. opi-  
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-  
 tiæ. 7. p.  
 Argumentum contra Arist. opinionem  
 quomodo Anima constituat Mathe-  
 maticas formas. 7. f.  
 Argumentum contra eundem de eodem. 8. p.  
 Argumentum aduersus eundem de eodem. 8. f.  
 Argumentum destruens primum membrum  
 conclusionis de circuli for-  
 marum Mathematicarum ab Anima. 9. p.  
 Argumentum destruens idem. 9. p.  
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.  
 Argumentum destruens secundum mem-  
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.  
 Argumentum destruens idem. 9. m.  
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de  
 Repu. contra Mathematicarum utili-  
 tatem. 17. p.  
 Argumentum Zenonis contra demonstra-  
 tionem sibi contrariam. 123. f.  
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-  
 thematica essentia. 7. p.  
 Arist. opinio quomodo Anima cõstituatur  
 Mathematicas formas. 7. f.  
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum  
 corporis. 53. m.  
 Arist. opinio de Plano. 67. p.  
 Arithmetica certior est quam Geometria,  
 & quam Musica. 34. f.  
 Arithmetices tres sunt partes, Linearium, &  
 Planorum, Solidorum, & Numerorum  
 cõsideratio. 21. p.  
 Arithmetices, & Geometriæ principia dif-  
 ferunt inuicem, & cõmunicant. 35. p.  
 Artes omnes Arithmetica, & Arte metri-  
 di, Arte ponderandi indigent ex me-  
 te Socratis in Philcho. 14. f.

**A**rtificioſum eſt, ad ſcientiamq̃ ſpectat ſo-  
lutiones oppugnantium dicendis præ-  
parare. 141. m.  
**A**ſtologiæ conſiderationes. 24. m.  
**A**ſtologiæ tres ſunt partes, Gnomonica,  
Merheorſcopica, & Dioptrica. 24. m.  
**A**xes Sphærarum quid faciant. 52. m.  
**A**xis quid ſit, & quomodo differat à Dia-  
gonio, & Dimeriente, 89. m.

B. Litera.

**B**aſis Trianguli quid. 114. f.  
**B**aſis Trianguli duplex eſt. 114. f.  
**B**inarij intolerabilis audacia, de qua in  
Theologumenis Arithmeticæ. 58. f.  
**B**inarius quomodo medius ſit inter Vni-  
tatem, & Numerum. 92. m.  
**B**onum, & ſuprema cauſa. de qua Plato,  
& Proclus in 7. de Rep. 18. m.

C. Litera.

**C**alliclis reprehenſio in Gorgia 14. p.  
**C**alypſo, de qua Plutarchus in opusculo  
de vitanda uſura. 32. m.  
**C**anonica q̃ nihil aliud ſit q̃ Muſica. 23. m.  
**C**anonica quid conſideret. 23. f.  
**C**arpi opinio de Angulo. 69. f.  
**C**aſus quid ſit. 121. m.  
**C**aſus in Conſtructione eſt. 127. f.  
**C**aſus varij ſecundi Problematis primi  
Elementorum. 118. m.  
**C**aſus varij tertij Problematis primi Ele-  
mentorum. 110. m.  
**C**aſus varij quintæ Propositionis primi  
Elementorum. 141. f.  
**C**aſus ſextę Propositionis primi Elemen-  
torum. 145. p.  
**C**aſus tres Demonſtrationis Propoſitio-  
nis 8. primi Elementorum ſecundū Phi-  
lonem. 152. m.  
**C**aſus varij Propositionis 9. primi Ele-  
mentorum. 157. p.  
**C**aſus Propositionis 11. primi Elemento-  
rum. 160. f.  
**C**aſus ab Inſtantia quō differat. 121. m.  
& 155. f.  
**C**aſus Propositionis 12. primi Elemento-  
rum. 165. f.  
**C**aſus Propositionis 17. primi Elemento-  
rum. 179. p.  
**C**aſus Propō. 18. primi Elementorū. 181. p.  
**C**aſus tres Propositionis 14. primi Ele-  
mentorum. 194. f.

**C**aſus Propositionis 30. primi Elemento-  
rum. 225. p.  
**C**aſus Propositionis 31. primi Elemento-  
rum. 227. m.  
**C**aſus Propositionis 35. primi Elemento-  
rum. 240. f.  
**C**aſus Propositionis 36. primi Elemento-  
rum. 241. f.  
**C**aſus Propositionis 38. primi Elemento-  
rum. 250. p.  
**C**aſus Propositionis 41. primi Elemento-  
rum. 253. f.  
**C**aſus Propositionis 43. primi Elemento-  
rum. 262. f.  
**C**auſa prima, per quam Figura circularis  
apparuit. 88. f.  
**C**auſa, propter quam Philolaus quatuor  
Diſtriangularem Angulum, & tribus  
quadrangularem attribuerit. 99. m.  
**C**auſa cur Perpendiculari Figurarum  
metiamur altitudines. 100. m.  
**C**auſa, propter quam Euclides non fecit  
conuerſionem ſecundæ partis quinquæ  
Propositionis primi Elementorum.  
141. f. & 147. f.  
**C**auſa, propter quam Euclides reſtilineū  
Angulum ſolum, & Circunferentiam  
bifariam tantū ſecuit. 155. f.  
**C**auſa, propter quam conuerſa Theore-  
mata per Deductionem ad impoſſibile  
vix plurimum oſtenduntur. 184. m.  
**C**auſa vera Symptomatis Propositionis  
17. primi Elementorum. 178. m.  
**C**auſa Symptomatis octauędecimę Pro-  
positionis primi Elementorum. 181. f.  
**C**auſa cur tres tantū ſint Caſus 35. Pro-  
positionis primi Elementorum. 241. p.  
**C**auſa cur conuerſæ. 35. & 36. Propoſi-  
tionis tū ab Euclide, tum à Proclo præ-  
termiſſæ ſint. 250. m.  
**C**auſa paſſionis tū 47. Propositionis pri-  
mi, tum 31. ſexti Elementorum, eſt An-  
guli reſtitudo. 269. p.  
**C**auſæ quinque Figuram perficientes. 89.  
f. & 83. p.  
**C**entra Sphærarum quid faciant. 52. m.  
**C**entri Mathematici ad Centrum intelli-  
gibile pulchra comparatio. 88. m.  
**C**entrum Circuli quid ſit. 84. p. & 87. p.  
**C**entrum Semicirculi quid ſit. 90. m.  
**C**entrum tres tantū habet locos. 91. f.  
**C**ertitudo Mathematica ab Anima ipſa  
emanat. 97. m.  
**C**ertitudo eadem nō eſt ab omnibus Ma-  
thematicis requirenda, neque eiſdem



- Demōstrationibus Sciētię omnes vtun-  
 tur ex Arist. sententia. 20. p.  
 Circularis Numeri contemplatio. 86. p.  
 Circuli duplex consideratio. 82. m.  
 Circuli pulchra in Numeris contempla-  
 tio. 86. p.  
 Circulorum quilibet Linea rātum est 53.  
 f. cuius oppositum habetur. 78. m.  
 Circulus quid sit. 84. p.  
 Circulus est omnium Figurarum præstā-  
 tissima. 84. p.  
 Circulus perfectionem quomodo rebus  
 omnibus præbeat. 84. f.  
 Circulus verus, & vera circularis Natura  
 quid sit. 88. p.  
 Circulus est prima omniū Figurarū. 89. p.  
 Circulus, monadicus esse dicitur. 91. p.,  
 & 92. p.  
 Circulus quomodo fiat Ellipsis. 98. p.  
 Circunferentia quid sit. 84. p.  
 Circunferentia omnis per Lineas mistas in  
 tres partes æquales secatur. 155. f.  
 Circunferentiam cur Euclides bisariam  
 tantum secuit. 155. f.  
 Cissoides Angulus quid sit. 71. f.  
 Cissoidum Linearum denominatio. 72. f.  
 Cœlogonium Triangulum quid. 94. f.  
 Cogitatio est instrumentum iudicans Ma-  
 thematicas. 6. m.  
 Cogitatio media est inter intelligentiam,  
 & opinionem. 5. f.  
 Cogitationis intelligentiæ iuxta suum  
 finem Mathematicas scientias consti-  
 tuerunt. 22. f.  
 Cogitatio quomodo Mathematicas pro-  
 ducat, omnesq; scientias. 26. f., & 27. p.  
 Cognitio Mathematica obscurior est pri-  
 ma sciētia, euidētior autē opinione. 6. f.  
 Cognitionum proportio secundum Pla-  
 tonem. 6. p.  
 Commendatio Mathematicarum ex 7. de  
 Rep. 12. f.  
 Commendatio Mathematicarum ex Plo-  
 tino. 12. f.  
 Communia eorum, quę sunt, Mathe-  
 maticęq; essentię principia Finis, & In-  
 finitum. 2. m., & 7. m.  
 Communia Mathematica Theoremata,  
 considerationes, & principia ante mul-  
 ta subsistunt. 4. f.  
 Communia Arithmeticę, & Geometrię  
 Theoremata, & vtrique propria, quę  
 sint. 35. p.  
 Cōmunitas Propositionū 35, & 36. pri-  
 mi Elementorum. 241. f.  
 Cōitas Linearū, & Superficierū. 68. m.  
 Cōmunitas secunda Linearum, & Su-  
 perficierum. 68. f.  
 Cōmunitates duodecimę, & 31. Propo-  
 sitionum primi Elementorum. 226. m.  
 Communium Arithmeticę, & Geometrię  
 Theorematum distinctio. 35. m.  
 Cōparatio D. finitionis Figurę secūdū Po-  
 sidoniū ad Definitionē Euclidis. 82. p.  
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum  
 Trapezio super eadem Basi, & in eis-  
 dem Parallelis. 255. p.  
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum  
 Trapezio super eadem Basi non in eis-  
 dem Parallelis, sed cum quadam aliā  
 conditione. 255. f.  
 Cōplementorū non ē vnde sit ortū. 263. f.  
 Compositio in Mathematicis quid. 145. f.  
 Conclusio trimembris in quęstione quō-  
 modo Anima constituat Mathematicas  
 formas. 9. p.  
 Conclusio Geometrica duplex est. 118. m.  
 Conclusiones primi Problematis Eucli-  
 dis. 120. p.  
 Conclusionis officium. 126. f.  
 Conditiones, quę requiruntur ad opti-  
 mam Elementarem institutionem. 43. p.  
 Cōditiones sex definitionis Circuli. 89. m.  
 Conditiones Parallelarum rectorum Li-  
 nearum. 100. m.  
 Conditiones quartę Propositionis primi  
 Elementorum. 13. p.  
 Conditiones quinq; 7. Propositionis pri-  
 mi Elementorum. 148. f., & 149. p.  
 Conditiones tres Propositionis 14. primi  
 Elementorum. 159. m.  
 Confirmatio tertii membri trimembris  
 conclusionis de ortu Formarum Ma-  
 thematicarum ab Anima. 9. m.  
 Cōfirmatio dicti Pythagoreorum, &  
 Philolai de Triangulo. 95. f.  
 Cōfutatō opinionis Carpi, & Apollonii,  
 & Plutarchi de Angulo. 70. p.  
 Confutatio opinionis Eudemide Angu-  
 lo. 70. p.  
 Confutatio opinionis Euclidis de Angu-  
 lo. 70. m.  
 Confutatio Definitionis Anguli, quam  
 trudit Euclides. 73. m.  
 Confutatio opinionis Democriti de An-  
 gulo. 79. f.  
 Confutatio opinionis Antiquorum de  
 Figura. 80. p.  
 Confutatio opinionis Stoicorum de Fi-  
 gura. 80. p.

- Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis infecabilibus.** 159. f.  
**Confutatio primi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima.** 9. p.  
**Confutatio secundi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima.** 9. m.  
**Coniunctus.** 68. p.  
**Conicæ sectiones, quæ, & quot.** 64. m.  
**Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt mista Corpora** 68. f.  
**Coniunctio Mathematicarū non est Proportio, ut censuit Eratosthenes.** 25. m.  
**Coniunctio prima Mathematicarū.** 25. f.  
**Cōiunctio secunda Mathematicarū.** 25. f.  
**Cōiunctio tertia Mathematicarum.** 26. p.  
**Conoides Superficies quæ dicantur.** 68. f.  
**Conoides rectangulum quid.** 68. f.  
**Conoides obtusangulum quid.** 68. f.  
**Consideratio pulchra in Triangulis, & in iis, quæ sunt.** 212. f.  
**Cōsideratio pulcherrima de vli.** 235. p.  
**Constructio quando deficiat.** 117. p.  
**Constructio primi Problematis Euclidis.** 119. m.  
**Constructionis officium.** 115. f.  
**Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere, Vesta, & Rheia.** p. 99. p.  
**Cōtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium.** 112. p.  
**Continuatio libri secundi Autoris cum primo.** 28. p.  
**Continuatio libri tertii Autoris cum secundo.** 102. p.  
**Continuatio quarti libri Autoris cum tertio.** 213. p.  
**Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt.** 168. f.  
**Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile ut plurimū debent ostēdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem.** 169. p., & 184. m.  
**Conuersa quintędecimę Propositionis primi Elementorum.** 171. f.  
**Conuersa quadragesimę primę Propositionis primi Elementorum.** 254. m.  
**Conuersæ trigessimę secundę Propositionis primi Elementorum.** 228. f.  
**Conuersio apud Geometras quid.** 143. f.  
**Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria.** 144. m.  
**Conuersio triplex est.** 255. f.  
**Conuerfiones falsæ quæ sint.** 144. f.  
**Conuerfionis modus, qua conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia.** 270. f.  
**Cōuersum octauī Pronuntiati primi Elementorum nō est verum nisi in similibus specie specialissima.** 137. f.  
**Conuersum primæ, & secundæ passionis 34. Propositionis primi Elementorum.** 236. m.  
**Conuersum quoddam aliud quadragesimę primę Propositionis iuxta alium Conuerfionis modum.** 254. f.  
**Cornicularis Acuto semper inæqualis est.** 133. m.  
**Corollarium quid sit.** 121. m.  
**Corollarium quintędecimę Propositionis primi Elementorum.** 173. p.  
**Corollarium duplex est.** 121. m., & 173. p.  
**Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens.** 176. f.  
**Corollarium aliud ex 15. Propositione primi Elementorum.** 177. p.  
**Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorum.** 179. f.  
**Corollarium ex Scholio Francisci Barocii.** 206. f.  
**Corona apud Geometras quid.** 91. m.  
**Cur Plato in Timæo Animam ex Mathematicis formis constituar.** 9. f.  
**Cur Plato multas experientias, & Artes, quæ verę scientiæ non sunt, scientias appellauerit.** 17. f.  
**Cur procures Fatidicos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auertat in Theæteto.** 16. p.  
**Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum versari.** 21. f.  
**Cur tertia Geometrię species non sit, q̄ de Punctis, & Lineis tantū agat.** 23. p.  
**Cur Plato adamantinam Polorum substantiam dicat.** 52. m.  
**Cur Pythagorei Polum sigillum Rheę vocabant.** 52. f.  
**Cur iidem Centrum Iouis carcerem.** 52. f.  
**Cur Plato naturales Rationes per Planam manifestari iubeat.** 53. f.  
**Cur Euclides à partium negatione Signum definiat.** 54. f.  
**Cur Pythagorei Lineam dyadicam appellabant.** 57. f.  
**Cur Euclides duas tantū Lineę species tradiderit.** 65. p.  
**Cur Pythagorei Ternario Superficiem**

|                                                                                                         |                  |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| asimilauerint.                                                                                          | 66. p.           |
| Cur Euclides Planam tantum definiuerit Superficiem.                                                     | 69. p.           |
| Cur Euclides Semicirculum in primo libro definiat, & non in tertio, ubi proprius est locus.             | 91. p., & 92. p. |
| Cur Euclides duplicem Triangulorum diuisionem tradat.                                                   | 94. f.           |
| Cur Euclides prætermiserit conuersam 15. Propositionis primi Elementorum.                               | 172. p.          |
| Cur Euclides Propositionem 19. primi Elementorum per Demonstrationem directam non demonstrauit.         | 184. m.          |
| Cur Euclides tres Angulorum in Parallelis sumptiones prætermiserit.                                     | 227. m.          |
| Cur non sit conuertenda 30. Propositio primi Elementorum.                                               | 225. f.          |
| Cur familiarissimum Arist., exemplum sit hoc. Omne Triangulum habet tres Angulos æquales duobus rectis. | 231. f.          |
| Cur Theorema in Basibus æqualibus de Parallelogrammo simul, & Triangulo Euclides prætermiserit.         | 254. p.          |
| Cur tres soli sint 41. Propositionis primi Elementorum Casus.                                           | 263. m.          |
| Cur in Definitionibus Complementa Euclides non definiuerit.                                             | 263. f.          |
| Cur Euclides duorum tantum Rectilineorum ortum tradat.                                                  | 266. f.          |
| Cur Euclides Triangulum æquilaterum per Constitutionem producat, Quadrangulum autem per Descriptionem.  | 267. p.          |
| Cur vniuersæ 47. Propositio primi Elementorum ostendenda non sit.                                       | 269. m.          |

## D. Litera.

|                                                                      |         |
|----------------------------------------------------------------------|---------|
| <b>D</b> ata tria sunt in Propositione 44. primi Elementorum.        | 264. f. |
| Datum oë quatuor modis dari pot.                                     | 117. f. |
| Datum primi Theorematis primi Elementorum.                           | 133. f. |
| De Petitione, & Pronuntiato caput vnicum.                            | 102. p. |
| Deductio ad impossibile quid apud Geometras.                         | 145. p. |
| Defectus tres consequenter equali Spatio distantes esse non possunt. | 153. f. |
| Defensio Gemini.                                                     | 139. p. |
| Definitio Problematis, & Theorematis secundum Posidonium.            | 47. p.  |
| Definitio rectæ Lineæ secundum Platonem.                             | 63. p.  |
| Definitio rectæ Lineæ secundum Archimedem.                           | 61. m.  |

|                                                                                                              |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------|
| Definitio Centri Circuli.                                                                                    | 87. p.             |
| Definitio Poli Circuli.                                                                                      | 87. m.             |
| Definitio Cetri ab Oraculis tradita.                                                                         | 88. m.             |
| Definitio perfecta Anguli Plani.                                                                             | 71. f.             |
| Definitio perfecta Anguli Solidi.                                                                            | 71. f.             |
| Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius Anguli.                                                             | 71. f.             |
| Definitio Parallelarum Linearum secundum Posidonium.                                                         | 100. m.            |
| Definitio eorum, quæ consequenter, vel deinceps esse dicuntur.                                               | 169. f.            |
| Definitio Corollarii.                                                                                        | 121. m., & 174. p. |
| Definitioes variæ ipsius rectæ Lineæ.                                                                        | 63. m.             |
| Definitiones variæ Superficiæ.                                                                               | 65. f.             |
| Definitiones variæ Plani.                                                                                    | 67. m.             |
| Definitionis Mathematicæ Circuli consideratio.                                                               | 86. m.             |
| Democriti opinio de Figura.                                                                                  | 79. f.             |
| Demonstratio Mathematica quod Circulus bisariam à Dimetiente secatur.                                        | 89. f.             |
| Demonstratio quartæ Petitionis Euclidis.                                                                     | 108. m.            |
| Demonstratio Geometrica duplex c. 118 p.                                                                     |                    |
| Demonstratio primi Problematis Euclidis.                                                                     | 119. f.            |
| Demonstratio contra Zenonem.                                                                                 | 123. m.            |
| Demò alia, quæ dānat Zeno.                                                                                   | 124. p.            |
| Demonstratio praua Quorundā secundū Problematis primi Elementorum.                                           | 129. f.            |
| Demonstratio vltimi Pronuntiati primi Elementorum.                                                           | 133. f.            |
| Demonstratio quartæ Propositionis primi Elementorum.                                                         | 137. p.            |
| Demonstratio quintæ Propositionis à Pappo tradita.                                                           | 141. f.            |
| Demonstratio conuersionis secundæ partis 5. Propositionis primi Elementorum, quæ ab Euclide prætermissa est. | 146. f.            |
| Demonstratio octauæ Propositionis primi Elementorum secundum Philonem.                                       | 152. p.            |
| Demonstratio Apollonii Pergæi in Propositionem 10. primi Elementorum Euclidis.                               | 160. p.            |
| Demonstratio Propositionis 10. primi Elementorum ab Euclide tradita melior est ea, quam tradidit Apollonius. | 160. m.            |
| Demonstratio Apollonii in 11. Propositionem primi Elementorum.                                               | 161. f.            |
| Demonstratio Euclidis in Propositionem 11. primi Elementorum melior est Demonstratione Apollonii.            | 161. f.            |
| Demonstratio vndecimæ Propositionis primi Elementorum, quæ sit per Semicirculos                              |                    |

- non approbatur. 162. p.
- Demonstratio Porphyrii, quæ confirmat quandā particulam quartædecimę Propositionis primi Elementorū. 170. m.
- Demonstratio conuersæ 15. Propositionis primi Elementorum. 171. f.
- Demonstratio alia eiufdē indirecta. 172. m.
- Demonstratio octauędecimę Propositionis primi Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.
- Demonstratio directa Propositionis 19. primi Elementorum. 184. p.
- Demonstratio Propositionis 23. primi Elementorū ab Autore tradita, quæ est exquistor Demonstratione Euclidis. 192. p.
- Demonstratio Apollonii in 23. Propositionem primi Elementorum, quæ datur ab Autore. 193. p.
- Demonstratio cuiusdam pulchræ Sumptionis. 193. p.
- Demonstratio vigesimęquintę Propositionis primi Elementorum secundum Menelaum Alexandrinum. 207. f.
- Demonstratio vigesimęquintę Propositionis primi Elementorum secundum Heronē Mechanicum. 208. m.
- Demonstratio vigesimęoctauę Propositionis primi Elementorum secundum Ptolemęum. 218. p.
- Demonstratio tertię partis 29. Propositionis primi Elementorū secundū Ptolemęum. 220. p.
- Demonstratio, quam habet Arist. primo de Cęlo tex. trigesimoquinto. 223. m.
- Demonstratio Sumptionis, per quam demonstratur quintā Petitiō primi Elementorum. 223. f.
- Demonstratio pulchra 5. Petitiōis primi Elementorū ab Autore tradita. 224. p.
- Demonstratio trigesimęsecundę Propositionis primi Elementorum secundum Pythagoreos. 228. m.
- Demonstratio Autoris quod longitudinis accretione opus sit ad Spatiarum æqualitatem seruandam. 239. f.
- Demonstratio trigesimęnonę Propositionis primi Elementorum in reliquo absurde Suppositionis Casu. 251. p.
- Demonstratio duorum Theorematum ex his quatuor, quæ Elementorum institutor omisit. 252. f.
- Demonstratio quadragesimę primę Propositionis primi Elementorū in Basibus etiā æqualibus. 254. p.
- Demonstratio Propositionis 45. primi Elementorum. 265. f.
- Demonstrationes quorundā Pronuntiatorū à Pappo additorū. 113. f. & 114. p.
- Demonstrationes vigesimę Propositionis primi Elementorum à Porphyrio, & Herone traditæ. 131. p. & 186. m.
- Demonstrationes quintę Petitiōis secundum Ptolemęum. 220. m.
- Demonstrationes conuersarū trigesimęsecundę Propositionis primi Elementorum. 229. p.
- Demonstrationes duorum vtilissimorum Theorematum. 257. m.
- Demonstrationis officium. 116. l.
- Demonstrationis Geometricę perfectio. 118. p.
- Destructio Argumenti Platoniorū contra Mathematicarum vtilitatem. 18. m.
- Destructio Argumentorum, quæ non flecti possent in Autorem circa opinionem suam de Angulo. 71. m.
- Destructiones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72. p.
- Determinatio quando deficiat. 117. m.
- Determinatio Dari est. 117. m.
- Determinatio primi Problematis Euclidis. 119. m.
- Determinationis officium. 116. f.
- Deus vnum esse dicitur. 66. m.
- Deus Triaditus quid. 88. f.
- Diagonius quid sit. 89. m.
- Dialectica est purissima Philosophiæ pars. 25. p.
- Dialecticā, quæ Metaphysica est cur Platon Mathematicarum fastigium in 7. de Rep. appellauerit. 24. f. & 25. f.
- Differentia secunda Linearum, & Superficierum. 69. p.
- Differentia inter Dimententem, Diagonium, & Axem. 89. m.
- Differentia quædam Cōuersionū. 229. p.
- Differentia, quæ in Parallelogrammorum diuisionibus apparet. 224. p.
- Differentia Propositionum 33. & 36. primi Elementorum. 241. f.
- Differentiæ tres Problematis, & 3 theorematum secundum Carpum. 118. p.
- Differentiæ duodecimę, & trigesimę primę Propositionū primi Elementorū. 226. f.
- Difficile est Elementa construere. 42. f.
- Digressio contra Arist. quod Anima non sit tanquā tabula rasa. 9. m.
- Digressio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21. p.
- Digressio contra Stoicos, & Aristotelem de Terminorū corporis substantia. 52. p.

Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine. 62. p.  
 Digressio d' Termino, et Terminato, 66 m  
 Digressio de Anguli Quod quid esse. 69. f.  
 Digressio de Circuli perfectione. 84. f.  
 Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circunferentiæ in Exemplaribus, 87. m.  
 Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristo. in corporis Terminis, & corpore, 96. f.  
 Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus. 98. f.  
 Digressio de Anguli consideratione in intellectibus. 73. f.  
 Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli. 75. m.  
 Digressio de Figuræ cõsideratione. 78. m.  
 Digressio de causis Figuram perficientibus. 82. fs  
 Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt, 92. f.  
 Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensilibus consideratione, 93. f.  
 Digressio de Triangulorũ in iis, quæ sunt consideratione, 95. p.  
 Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt. 96. m.  
 Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt. 98. f.  
 Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus. 107. m.  
 Digressio de consideratione Trianguli æquilateri. 122. f.  
 Digressio cõtra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis. 138. p.  
 Digressio de Infiniti in Mathematicis subsistentia. 163. p.  
 Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt. 166. m.  
 Digressio passionis Propositionis tertie decime in iis, quæ sunt, 168. p.  
 Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum. 180. m.  
 Digressio de cõparatione Arearum Triangulorũ vigesimæ quartæ Propositionis primi Elementorum. 195. f.  
 Digressio contra Ptolemæum de quintæ Petitionis demonstrationibus. 219. f.

Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis. 230. p.  
 Digressio de Vniuersali, 235. p.  
 Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atq; Trapezis, 251. f.  
 Digressio Francisci Barocci de Triangulorũ ad principia totius Mathematicæ essentiæ relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione. 205. m.  
 Dii Polorum Sphæræ quid faciant. 52. f.  
 Dii Axiom Sphæræ quid faciant. 53. p.  
 Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum. 212. p.  
 Diligẽtia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum. 250. f.  
 Dimetiens Circuli quid. 89. p.  
 Dimetiens in Circulo tantum propriè dicitur, & Diagonus in Figuris, quæ habent Angulos, 89. m.  
 Dioptrica quid consideret. 24. f.  
 Distãtia nauigiorũ in mari ostẽdit per 26. Propositionẽ primi Elemẽtorũ. 212. m.  
 Distributio opinionum de Angulo. 71. f.  
 Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet. 4. p.  
 Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima. & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia. 5. m.  
 Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur. 5. f.  
 Diuisio Scientiarum, & Arrium secundũ Platonem. 17. f.  
 Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ. 20. f.  
 Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini. 22. p.  
 Diuisio ipsius Vniuersalis. 29. f.  
 Diuisio Lineæ secundũ Geminiũ. 63. f. 110. f.  
 Diuisio Cognitionum secundum Platonem. 1. f. & 5. f.  
 Diuisio eorum, quæ sub cognitionẽ cadũe iuxta Platonis sententiam. 2. p.  
 Diuisio primi libri Elementorum. 49. f.  
 Diuisio Lineæ secundum Platonem, & Aristotelem. 60. p.  
 Diuisio Angulorum. 72. m.  
 Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur. 91. p.  
 Diuisio Planarum Figurarum. 92. p.

Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Euclidem. 96. f.  
 Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Posidonium. 97. p.  
 Diuisio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiati cōmunitate, & differentia. 105. f.  
 Diuisio Autorum, qui contra Geometriā instarunt, & opinionum eorū. 114. m.  
 Diuisio vniuersalis Problematum. 123. f.  
 Diuisio Theorematum. 139. m.  
 Diuisio Mathematicarum probationū ex mente Autoris, & Porphyrii. 145. f.  
 Diuisio triplex Corollariorum. 174. m.  
 Diuisio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem. 209. p.  
 Diuisio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215. m.  
 Diuisio Theorematum Localium. 238. p.  
 Diuisio Casuum 36. Propositionis primi Elementorum. 242. f. & 244. f.  
 Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione. 108. f.  
 Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur consecrauerit. 99. m.  
 Dux rectæ Linæ nullum Spatiū comprehendere possunt: & hæc est causa quod non Parallela in infinitum ex altera parte producant, necnō aliarū rerū est causa. 91. m, 91. m, 100. p, & 111. m.  
 Dux Circumferentiæ duo Signa coniungere possunt, sed dux rectæ Linæ nequaquam. 136. f.  
 Dubitatio bimembris de Geometrica materia. 28. f.  
 Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51. p.  
 Dubitatio an Circumferentia indigeat recta Linea ad constitutionem. 61. f.  
 Dubitatio quomodo omnis Superficiei Extrema sint Linæ, cum neque infinitæ, neque omnis finitæ Extrema sint. 66. f.  
 Dubitatio nunquid Signum solum impartibile sit. 54. p.  
 Dubitatio quomodo impartibilia in Phātasia inspiciantur, quæ cuncta partibiliter recipit. 55. p.  
 Dubitatio quomodo Linæ extremitates Signa dicta sint, cum neque infinita Linæ, neque omnis finita extremitates habeant. 59. f.  
 Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Arist. diuisionem Linearum. 60. f.  
 Dubitatio de infinitis Dimensilibus, qua

& loā. Grammaticus vsus fuit. In lib. contra Proclum. 90. p.  
 Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82. m.  
 Dubitatio de Quadranguli nomine. 98. p.  
 Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106. f.  
 Dubitatio de data recta Linea in secunda Propositione primi Elementorū. 127. f.  
 Dubitatio familiarū Philopis de 8. Propositione primi Elementorum. 153. m.  
 Dubitatio cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non posuit, quot in 4. 154. p.  
 Dubitatio Quorundam, utrū Linea cōstet ex impartibilibus. 159. p.  
 Dubitatio cur Euclides secundam partem quintæ Propositionis primi Elementorum demonstrauit cum ea nusquam vtaf. 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.  
 Dubitatio cur Euclides adiecerit in 15. Propositione primi Elementorum particulas [ duos rectos, aut duobus rectis æquales ] 167. f.  
 Dubō cur Euclides nō adiecit in Propositione 14. primi Elementorū inæqualitatem Arearū, vt in 4. æqualitatē. 195. m.  
 Dubitatio de partitione Propositionum 27. cū 28. primi Elementorū. 217. p.  
 Dubitatio aduersus Propositionem 30. primi Elementorum. 225. f.  
 Dubitatio rudium in 35. Propositionem primi Elementorum. 239. p.  
 Dubitatio cur Euclides cum Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebatur: cum autem Triangula Parallelogrammīs, Problematis. 265. p.  
 Duo rerum omnium principia secundum Platonem. 2. f.  
 Duodenarius est Iouis imperium. 99. m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere. 43. p.  
 Elementare quid. 42. p.  
 Elementaris institutio vnde dicta sit, & cur qui eam tradidit ( Strichiota ) hoc est Elementorum institutor vocetur. 41. f, 42. & 43.  
 Elementorum rationes Triangulares ait esse Timæus. 95. m.  
 Elementum quid. 42. p.  
 Elementum duplex ex Menæchmi sententia, 41. m.

|                                                                                                                                                                               |                             |                                                                                                                                       |                   |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------|
| Emolumentum, quod Geometricus ordo<br>Rhetoricis præbet.                                                                                                                      | 141. m.                     | Expositio verborum Platonis in 7. de Rep.<br>vbi Scientiæ nomen ab ipsa Mathema-<br>tica abstulit.                                    | 27. f.            |
| Epicureorum impugnatio vigesimæ Pro-<br>positionis primi Elementorum.                                                                                                         | 184. f.                     | Expositio quâdo deficiat.                                                                                                             | 116. f. & 117. m. |
| Epicurus, omnesq; alii Philosophi multa<br>supponunt, quæ fieri nõ possunt.                                                                                                   | 114. f.                     | Expositio Dati est.                                                                                                                   | 117. m.           |
| Epigramma Persei.                                                                                                                                                             | 64. m.                      | Expositio quadrupliciter fit.                                                                                                         | 118. f.           |
| Epilogus eorum, quæ in primo Procli li-<br>bro dicta sunt.                                                                                                                    | 28. p.                      | Expositio primi Problematis Eucli-<br>dis.                                                                                            | 119. m.           |
| Epilogus primæ partis primi Elemento-<br>rum.                                                                                                                                 | 212. m.                     | Expositionis officium.                                                                                                                | 115. m.           |
| Epilogus totius primi lib. Elemēto.                                                                                                                                           | 272. p.                     | Ex quibus Animam constituat opifex se-<br>cundum Timæum.                                                                              | 21. p.            |
| Epinomides Dialogus, qui Platoni ascri-<br>bitur, legitimus ipsi non est ex Procli<br>sententia.                                                                              | 24. f.                      | Extrema Lineæ quæ sint.                                                                                                               | 58. m.            |
| Eratosthenis carmen.                                                                                                                                                          | 64. m.                      | Extrema Superficie quæ sint.                                                                                                          | 66. m.            |
| Error Theodori Mathematici.                                                                                                                                                   | 68. p.                      | Extremæ considerationes Mathematicæ<br>Scientiæ.                                                                                      | 11. f.            |
| Error Apollonii ex Arist. Gemini, &<br>Auctoris sententia.                                                                                                                    | 105. p. & 112. p.           | F. Litera.                                                                                                                            |                   |
| Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Au-<br>toris sententia.                                                                                                                    | 105. m.                     |                                                                                                                                       |                   |
| Euclides finem suæ Elementaris institutio-<br>nis statuit quinque Platoniarum Figu-<br>rarum constitutionem.                                                                  | 39. f.                      | Figura omnis aut recta est, aut circularis,<br>aut mista ex Platone.                                                                  | 67. f.            |
| Euclides quædam cur prætermittat.                                                                                                                                             | 43. f.                      | Figura quid sit.                                                                                                                      | 78. m.            |
| Euclides non ab re in vno quoq; suorum<br>librorum exponit principia.                                                                                                         | 44. m.                      | Figura multipliciter dicitur.                                                                                                         | 78. m.            |
| Euclides ipsemet suas Propositiones de-<br>monstrauit ex Auctoris sententia.                                                                                                  | 110. p. & 128. m. & 152. p. | Figura in Deis qualis sit.                                                                                                            | 80. f.            |
| Euclidis opera.                                                                                                                                                               | 39. f. & 40.                | Figura qualis sit in Naturis.                                                                                                         | 80. f.            |
| Euclidis Elementaris institutio omnes ha-<br>bet conditiones, quæ ad optimam Ele-<br>mentorum institutionem requiruntur.<br>ideo omnes aliorum institutiones ex-<br>cellit.   | 43. m.                      | Figura qualis sit in Animis.                                                                                                          | 80. f.            |
| Euclidis Elemētaris institutio partim ha-<br>bet Problemata, partim Theoremata,<br>quibus non ab re quandoq; quidem al-<br>ternatim vtitur, quandoq; verò alteris<br>abundat. | 47. m.                      | Figura quæ à Geometra consideret.                                                                                                     | 81. m.            |
| Euclidis opinio de Plano.                                                                                                                                                     | 67. p.                      | Figura Finem, & Infinitum in propriis for-<br>mis quomodo ostendat.                                                                   | 81. p.            |
| Euclidis opinio de Angulo.                                                                                                                                                    | 69. f.                      | Figura ab Euclide definita qualis sit.                                                                                                | 82. p.            |
| Eudemi opinio de Angulo.                                                                                                                                                      | 69. f.                      | Figura à Posidonio definita qualis sit.                                                                                               | 82. p.            |
| Exemplum pulcherrimum actionis Ani-<br>mæ.                                                                                                                                    | 81. p.                      | Figura quomodo Diis attribuatur.                                                                                                      | 83. f.            |
| Exemplum pulcherrimum Problematis<br>Inordinati.                                                                                                                              | 116. p.                     | Figura Lunularis quid.                                                                                                                | 91. m.            |
| Exemplum pulcherrimum quomodo phā-<br>rasia Infinitum cognoscat.                                                                                                              | 163. m.                     | Figura, quæ Corona dicitur quid.                                                                                                      | 91. m. & 93. p.   |
| Exemplum pulcherrimi Theorematis Lo-<br>calis in Lineis Solidis.                                                                                                              | 238. p.                     | Figura vtrinque conuexa quid.                                                                                                         | 91. m.            |
| Exemplum Demonstrationis Propositio-<br>nis 45. primi Elementorum in Figura<br>decem Laterum.                                                                                 | 266. p.                     | Figura rectilinea quid.                                                                                                               | 92. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figura trilatera quid.                                                                                                                | 92. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figura quadrilatera quid.                                                                                                             | 92. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figura multilatera quid.                                                                                                              | 92. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figura dupliciter mista dicitur.                                                                                                      | 93. f.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figura ex circumferentiis constructa, quæ<br>habet internos Angulos duobus rectis<br>æquales.                                         | 129. f.           |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figure, Modulationes, & Motus, quibus<br>Atheniēsis hospes eos institui vult, qui<br>virtutem ab ineunte ætate sunt conse-<br>cuturi. | 14. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figure sex species.                                                                                                                   | 78. f. & 79. f.   |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figure bifformes quæ sint.                                                                                                            | 90. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Figurarum omnium consideratio.                                                                                                        | 79. f.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Finis Mathematicarum quid.                                                                                                            | 26. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio.                                                                                                     | 210. p.           |
|                                                                                                                                                                               |                             | Formarum immaterialium ordo.                                                                                                          | 51. p.            |
|                                                                                                                                                                               |                             | Fundamenta Auctoris aduersus Ptolemæ-<br>um.                                                                                          | 211. m.           |

Fufus Platonis quid .

32. f.

G. Litera .

**G**elonis Syracufii Regis dictum. 37. m.  
 Gelonis corona. 37. m.  
 Gemini laus. 143. p.  
 Geminus tradit ortus Spiricarum, & Cochoidū, & Hederę similiū Linearū. 65. p.  
 Geodæfiæ tot sunt partes, quot Geometrix. 23. p.  
 Geodæfię subiecta, & cōsiderationes. 23. m.  
 Geometreꝝ processus à compositionibus ad simpliciora. 49. f.  
 Geometreꝝ nō possunt reddere causam triplicis rectilinei Anguli diuifiois. 75. m.  
 Geometria præcedit Astronomiam, quia motu status prior est. 21. f.  
 Geometria totius Mathematicę pars est. 28. p.  
 Geometria vniuersale illud considerat, quod in imaginabilibus distributum est. 31. f.  
 Geometria cuiusmodi Scientia fit. 31. m.  
 Geom. tria quę consideret. 33. m.  
 Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi. 34. m.  
 Geometria certior est quā Sphærica, siue Astronomia, & quā Mechanica, & quā Perspectiua, & Specularia. 34. f.  
 Geometria promittit a se se Geodæfiam, Mechanicam, & Perspectiuam, aliasq; Scientias. 37. p.  
 Geometria ortū habuit ab agrorū emensione apud Aegyptios primum. 37. f.  
 Geometria, quę ab initio fuit qd sit. 78. p.  
 Geometria quærit quatuor ea, quę quæri solent. 115. f.  
 Geometria quærit ipsum Quid est dupliciter. 115. f.  
 Geometria quō quærat ipsum Si est. 116. p.  
 Geometria quomodo quærat ipsum Quale quid est. 116. p.  
 Geometria quomodo, & quando quærat ipsum Propter quid est. 116. m.  
 Geometrię duę sunt species, Planorum cōsideratio, & Stereometria. 22. f.  
 Geometrię principale officium. 23. p.  
 Geometreꝝ subiecta sub cogitationem cadunt ex mente Platonis. 33. m.  
 Geometreꝝ subiecta, accidentia, & principia quę sint. 34. p.  
 Geometreꝝ, & Arithmetices principia differunt inuicem, & communicant. 35. p.  
 Geometrię laudes. 67. m.

Geometrię ortus, & inuētores. 37. f., 38, & 39.

Geometrię propositum. 41. p.

Geometrię primum propositum. 41. p.

Geometrię secundum propositum. 41. m.

Geometrię totum propositum. 41. f.

Geometreꝝ de quibus sit sermo. 115. f. & 127. f.

Geometrica materia qd. 28. p., 31. f., & 32. p.

Geometreꝝ formę in cogitatione positę sunt, nolq; a sensibilibus separant, & a sensu ad mentem excitant. 29. m.

Geometricorum sermonum ordo. 44. p., 45. 45, & 47.

Gnomonica quid consideret. 24. m.

H. Litera .

**H**allucinatio quorundā ex Arist. sententia, qui non Vniuersale tanquā Vniuersale ostendebāt. 237. p.

Hallucinatio Chorographorum. 248. p.

Helicis Planę generatio. 103. m.

Helicium, Cylindrica sola est similiū partium, non tamen simplex. 60. f.

Helix in Sphæra quid. 60. f., & 64. p.

Helix in Cono quid. 60. f., & 64. p.

Helix Cylindrica quid. 61. p.

Heron tria sola Pronūtiata posuit. 113. m.

Hieronis Syracufii Regis dictum. 37. p.

Hieronis nauis. 37. p.

Hippocrates Chius fuit primus inuentor Inductionis Mathematicę. 121. f.

Homericæ Mineruę. 17. m.

I. Litera .

**I**dentitatem in quibus ostendat Euclides. 224. f.

In quibus respectibus consequentia identitatis verificetur. 225. p.

In Rebus immaterialibus simpliciora cōpositioribus præcellunt. 50. p.

In Rebus materialibus compositiora præcellunt simplicioribus. 50. m.

Indemonstrabilia à demonstrabilibus natura differunt, & eorum Sciencię diuersę sunt ex mente Arist. 112. p.

Inductio Mathematica quid sit. 121. f.

Inductionis Mathematicę cū Inductione logica similitudo. 121. f.

Infinītum in phantasia subsistit. 163. m.

Inscriptio Elementorum Euclidis. 42. p.

Instantia Mathematica quid sit. 121. f.

Instantia quorundā aduersus quintā Petitionem primī Elementorum. 222. p.



Instantia vltimi Theorematis primi Elementorum. 271. p.  
 Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum. 142. m., 150. m.  
 Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum. 164. p.  
 Instantiæ Propositionis 22. primi Elementorum. 190. p.  
 Intellectualis materia, quæ Signi materiale dicitur, vnitas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.  
 Inuentio Interualli Tyrannicæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq; generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.  
 Iuuenes ad Casuū, Sumptionumq; varietatem libenter currunt. 115. p.

L. Litera,

**L**atera quomodo dicantur Angulos subindere. 136. p.  
 Laterum æqualitas in Triangulis inferre æqualitatem Angulorū ab eis subten-  
 sorum, & e contrario. 180. p.  
 Larus maius, & minus quomodo sumen-  
 dum sit in 18. & 19. Propositionibus,  
 tum in Aequicruris, tum in Scalenis  
 Triangulis. 180. p.  
 Linea quid sit. 56. p.  
 Linea longè primum, & Simplicissimum  
 est Interuallum. 55. p.  
 Linea tum finita est, tum infinita. 59. m.  
 Linea tripliciter Geometra vtitur. 59. m.  
 Linea recta cuius sit Nota. 62. m.  
 Linea Incomposita quid. 63. f.  
 Linea Composita quid. 63. f.  
 Linea refracta quid. 63. f.  
 Linea Figuram efficiens quid. 63. f.  
 Linea, quæ in infinitum Figuram non fa-  
 cit quid. 63. f.  
 Linea conchæ similis, vel Conchoides  
 quid. 63. f.  
 Linea indefinita quid. 64. p.  
 Linea Plana quid. 60, 64, & 238. p.  
 Linea Solida quid. 60, 64, & 238. p.  
 Linea Cissoïdes quid. 64. p.  
 Linea Helix quid. 64. p.  
 Linea recta quid sit. 60. p.  
 Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur  
 equalis. 115. f.  
 Linea recta non rectarū mēsurā est. 117. p.  
 Lineæ variæ definitiones. 56. f.  
 Lineæ notio iuxta Apollonium. 56. p.  
 Lineæ pulcherrimus sensus. 58. m.

Lineæ partium similium tres solæ sunt. 64.  
 f., & 69. p.  
 Lineæ per confusionem mistæ sunt. 67. f.  
 Loci, ex quibus habet quod Procli pro-  
 positum erat exponere totam Elemen-  
 tarem Euclidis institutionem, 155. f.,  
 240. m., & 269. p.  
 Locus, ex quo habetur quod Euclides  
 suas Propositiones demonstrauit. 120. p.  
 Locus Geometricus quid sit. 238. p.  
 Locus Admirabilis apud Mathematicos,  
 & apud Stoicos quid sit. 239. m.  
 Locus, vbi quædam verba non videntur  
 esse Procli germana, sed ab aliquo ad-  
 dita ad perficiendū cōmentariū. 256. p.  
 Locus, ex quo incertum est, an totam Eu-  
 clidis Elementarem institutionem ex-  
 posuerit Autor. 272. f.  
 Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

**M**ateria duplex, ex sententia Arist. &  
 Autoris. 30. p., & 31. p.  
 Materia intelligibilis quæ. 45. f.  
 Materia Problematis, & Theore. 46. m.  
 Mathematica essentia media est inter esse-  
 riam Naturalem, & Metaphysicā. 1. p.  
 Mathematica Scientia propter se est ex-  
 petenda. 16. p.  
 Mathematica ad intelligentem cognitio-  
 nem nos deducit, Animæq; oculum  
 ad Vniuersorum cognitionem præpa-  
 rat. 11. p., & 16. p.  
 Mathematica Scientia propter vitā con-  
 templantem est expetenda. 16. m.  
 Mathematicæ essentia medietas. 1. p.  
 Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt,  
 & cogitatio est instrumentum iudicans  
 ipsas. 6. m.  
 Mathematicæ per se soli aliquod bonū est,  
 ideo non est speranda etiam ad huma-  
 nos vsus non prodest. 16. f.  
 Mathematicæ Scientiæ partes principales  
 Arithmetica, Geometria, Mechanica,  
 Astrologia, Perspectiua, Geodæsia, Ca-  
 nonica, siue Musica, & Supputatrix.  
 22. p.  
 Mathematicæ disciplinæ præcipuè remi-  
 niscentiam ostendunt ex mente Pla-  
 tonis. 26. f.  
 Mathematices nomen vnde sit ortum. 26.  
 f., & 27. p.  
 Mathematices nomē à Pythagoreis quo-  
 modo sit repertum. 26. m.

**Mathematici clari.** 38. p.  
**Mathesis omnis, reminiscenzia est ex Platonis sententia, & Pythagoreorū.** 26. f.  
**Mathematices quatuor sunt partes, instrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix.** 24. f.  
**Medietas Mathematicorum generum, ac formarum.** 2. m.  
**Medietas Mathematicę Scientię.** 10. m.  
**Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate.** 45. f.  
**Menæchmus fuit inuentor conicarum Sectionum.** 64. m.  
**Mens vltima, & passibilis, & quę recipit species quę sit.** 30. m, & 105. f.  
**Mercurialia, & Minerualia munera.** 17. m, & 32. m.  
**Metheoroscopica quid consideret.** 24. f.  
**Methodi tres Mathematicę, quę à Platone traduntur.** 121. p.  
**Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicina, & alię.** 22. m.  
**Miraculorum Effectricis tres sunt partes, vna, quę spiritibus: altera, quę ponderibus: tertia, quę nervis, Spartisque vitur.** 24. p.  
**Mista Linea quę sit.** 61. m.  
**Mistio in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sententia.** 67. f.  
**Mistio dupliciter fit.** 67. f, & 93. f.  
**Modulationes, & motus, & Figurę virtuti conuenientes, quibus Atheniensis hospes eos institui vult, qui ab ineunte adolescētia virtutē cōsecuturi sūt.** 14. p.  
**Motus vt Suppositio principiū est.** 44. m.  
**Motus ab inæqualitate emanat, Quies autē ab æqualitate.** 24. p, & 98. f.  
**Munus Problematis duplex secundum Menæchmum.** 45. f.  
**Munus Problematis quid.** 115. m.  
**Munus Theorematis quid.** 115. m.  
**Musarum sermo in 8. de Rep.** 4. m. 13. f, & 85. f.

N. Litera.

**Naturę ad Animam pulchra comparatio.** 80. f.  
**Negatiuę orationes principiis conueniunt ex Platonis sententia.** 54. f.  
**Neutrum Theorema quid.** 42. m.  
**Nicomedes fuit inuentor proprietatis**

**Conchoidum Linearum.** 155. m.  
**Nomina hæc παραβολή, υπερβολή, ἰσχυρίσ quid significant apud antiquos, quid apud iuniores Mathematicos.** 264. p.  
**Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sententia.** 105. m, & 109. p.  
**Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest.** 107. f.  
**Noranda quinque in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis.** 76. p, & f.  
**Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensurę fertilitatis, sterilitatisque apparent secundum Platonem.** 4. m.  
**Numeri in opinione subsistunt.** 55. f.  
**Numerorum cognitio apud Phœnicas cœpit.** 38. p.  
**Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius ex M. Tullii sententia.** 13. f.  
**Numerus præcedit Continuū, & Binarius Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis.** 58. p.  
**Numerus quadrāgulus Numeri quadrāguli duplus inueniri nō potest.** 169. m.

O. Litera.

**Obligatio quorundam quod quinq; Euclidis Petitio in Petitionibus connumeranda sit.** 110. m.  
**Obrusāguli Coni sectio quid.** 63. f, & 100. f.  
**Onopides fuit primus inuentor Propositionis 13. primi Elementorum referente Eudemo.** 191. f.  
**Omnia quęcunq; in Plana tractatione describimus, in vno, eodemq; Plano excogitamus.** 69. m. 127. f, & 215. p.  
**Opinio Autoris de Centris, Polis, Axibus, & Sphæris.** 53. p.  
**Opinio triplex de Angulo.** 69. f.  
**Opinio Autoris de Angulo.** 70. f.  
**Opinio Autoris de Figura.** 80. p.  
**Opinio alia Autoris.** 80. m.  
**Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis.** 138. f.  
**Opinio quorundam de Propositione 16. primi Elementorum, & eorum fundamentum.** 176. p.  
**Opinio Autoris quod aliquę rectę Lineę à minoribus q̄ duo recti productę coincidunt, & aliquę non coincidunt.** 223. p.  
**Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma**

thematicarum finis est. 18. m., & 26. p.  
 Optimus Geometrici studii finis, & doni  
 Mercurialis opus. 18. m., 26. p., & 32. m.  
 Opus Mathematices à nomine sit manife-  
 stum. 27. m.  
 Opus Mathematices simile est operi  
 Dei. 27. m.  
 Oraculi dictum de Vnitate. 57. m.  
 Orphei carmen. 88. f.

## P. Litera.

**P** Arallele lineę quę sint. 99. f.  
 Parallele Lineę alię etiam sunt præter  
 rectas. 100. m.  
 Parallele Lineę non dicuntur omnes,  
 quę non coincidunt, sed omnes, quę nõ  
 coincidendo in infinitum possunt pro-  
 trahi. 100. m.  
 Parallelogramma quomodo æqualia esse  
 dicantur. 140. m.  
 Parallelogramma quomodo in eisdem di-  
 cantur esse Parallelis. 141. f.  
 Parallelogrammi nomē vnde sit ortū. 136. p.  
 Parallelogrammorum proprietas quid  
 sit. 97. f., 133. m., 134. f., & 136. m.  
 Parallelogrammorum Isoperimetrorum  
 Quadrangulum quidem maximū est,  
 Rhomboides verò minimum. 140. p.  
 Parallelogrammum propriē quid sit. 136. f.  
 Parallelogrammum apud Euclidem quid  
 sit. 137. m.  
 Parte altera longior Figura quid. 96. f.  
 Partes, quę partibus præcipuis Problema-  
 tum, & Theorematum annexę sunt,  
 quot, & quę sint. 110. p.  
 Particularum [ quod fecisse oportuit, &  
 [ quod demonstrasse oportuit ] pul-  
 chra consideratio. 120. p.  
 Passio Propositionis 15. primi Elemento-  
 rum vnde scaturiat. 172. f.  
 Passiones tres, ex quibus decem fiunt Lo-  
 calia Theoremata. 252. p.  
 Passiones tres, ex quibus fiunt quinque Lo-  
 calia Theoremata, quorum vnum tan-  
 tum non ab re posuit Euclides, reliqua  
 autem prætermisit, quę addit Autor  
 cum reticentię causa. 254. m.  
 Perpendiculari Figurarum metimur ali-  
 tudines. 76. m., & 100. m.  
 Perpendicularis terminat Spatiarum altitu-  
 dines, & Linearum distantias. 100. m.  
 Perpendicularis pulchra consideratio, &  
 ad ea, quę sunt comparatio. 76. m.  
 Perpendicularis duplex est. 162. p.

Perseus fuit inuentor Linearum Spirica-  
 rum. 64. m.  
 Perspectiua quid consideret. 23. f.  
 Perspectiue totius tres sunt partes, Per-  
 spectiua nomine generis, Specularia,  
 & Sciographica. 23. f.  
 Petitio à Pronuntiatio ita differt ex men-  
 te Gemini, & Autoris, vt Problema à  
 Theoremate. 102. p., & 104. p.  
 Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota  
 sunt in Petitionibus cõnumeradę ex sē-  
 tētia Gemini, & Autoris 104. f., & 108. p.  
 Petitio 5. primi Elementorum non est in-  
 demonstrabilis. 104. f., 108. p., & 119. p.  
 Petitiones Theorematū Elemēta sūt. 42. f.  
 Petitiones tres, quę verę Petitiones sunt  
 iuxta omnium sententiam. 106. p.  
 Petitionibus quidem in Constructione,  
 Pronuntiatis verò in Demonstratione  
 vrimur. 119. f.  
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &  
 differentia ex sententia Gemini, & Au-  
 toris. 101. m.  
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &  
 differentia iuxta Archimedis, & sequa-  
 cium opinionem. 104. p.  
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &  
 differentia iuxta opinionem tum Stoi-  
 corum, tum Speusippi, & Amphino-  
 mi. 104. p.  
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &  
 differentia iuxta aliorū sententiā. 104. m.  
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &  
 differentia iuxta opinionem Aristoteli.  
 44. m., & 104. m., & 111. f.  
 Phantasia media est inter sensum, & men-  
 tem ex sententia Aristoteli. 30. f.  
 Phantasia ex impartibili ad partibile  
 procedit. 55. p.  
 Phantasię duplex vis. 55. m., & 163. m.  
 Phantasiā cur Aristoteles mentem pas-  
 sibilem vocauerit. 30. m.  
 Philippi Mathematici obrectatio in Pro-  
 positione 16. primi Elementorum refe-  
 rente Herone. 175. m.  
 Ppilolaus Diis quatuor Triangularem  
 Angulum cur consecrauerit. 95. f.  
 Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem  
 Angulum cur consecrauerit, & qui-  
 bus. 98. f.  
 Planum quomodo in Geometria intelli-  
 gendum sit. 69. m.  
 Platonis opinio quomodo subsistat Ma-  
 thematica essentia. 7. p.  
 Platonis opinio quomodo Anima consti-

- tuar Mathematicas formas. 7.f.  
 Platonis sententia de Mathematicarū vtili-  
 tate, & dignitate, & si scientiæ sunt. 18.p  
 Platonis opinio de Plano. 67.p.  
 Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.  
 Polus Circuli quid sit. 87.m,  
 Ponderum motionis quidē inæquilibrium,  
 Status verò, æquilibrium est causa ex  
 Timæi sententia. 24.p.  
 Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.  
 Primæ, principalissimæ & rectilineæ Figu-  
 ræ, Triangulū, & Parallelogramū. 48.m.  
 Primum Problema primi Elementorū  
 ceteris Problematibus præstat. 127.p.  
 Principia Mathematicæ scientiæ tum vnū,  
 & Multitudo; tum Finis, & Infini-  
 tum. 11.m.  
 Principium secundæ partis primi Elemen-  
 torum. 114.f.  
 Principium tertiæ partis primi Elemento-  
 rum. 137.f.  
 Problema à Theoremate quomodo differ-  
 rar. 102.m, & 115.m.  
 Problema omne in Theorema reduci po-  
 test. 119.p.  
 Problema Ordinariū quid. 125.f.  
 Problema medium quid. 126.p.  
 Problema Inordinatum quid. 126.p.  
 Problema multipliciter dicitur. 126.m  
 Problema Mathematicum quid. 126.m  
 Problema Excedens quid sit. 126.m  
 Problema Impossibile qd sit. 126.f, et 189f  
 Problema Maius quid sit. 126.f  
 Problema Deficiens, vel Minus quid  
 sit. 126.f  
 Problema Determinatum, vel Indetermi-  
 natum quid. 126.f, & 189.f  
 Problema perfectū cuiusmodi debuisse,  
 quod & propriè Problema dicat. 127.p  
 Problematibus omnibus, quæ in Plano  
 aliquid faciunt, vnum subiici Planum  
 existimandum est. 69.m, 127.f, & 215.p  
 Problematibus partes quæ, & quot sunt.  
 116.m.  
 Problematum alia simpliciter, alia multi-  
 pliciter, alia infinitis modis sunt. 125.f  
 Problematum alia sunt sine Casu, alia  
 multos habent Casus. 127.m  
 Productio in infinitum non omnibus inest  
 Lineis. 170.f  
 Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque  
 regressus. 11.m  
 Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda  
 sint ex mente Arist. 105.p  
 Pronuntiata communis sunt generis ex  
 mente Autoris. 105.f, & 113.m  
 Pronuntiata quædam, quæ à Pappo ad-  
 dita sunt. 113.f  
 Pronuntiatorum duplex proprietas ex  
 Autoris sententia, vbi notanda est con-  
 tradictio cum superioribus, simulque  
 soluenda. 112.f  
 Pronuntiarum, & Petitio, atque Suppositio  
 quomodo differant secūdū Arist. 44.m  
 Pronuntiarum vltimum primi libri Eu-  
 clidis non est collocandum inter Pro-  
 nuntiata ex sententia quorundam Ma-  
 thematicorum, & Gemini, & Auto-  
 ris. 104.f, & 105.f  
 Pronuntiarum 7. & 10. refecatur ex men-  
 te Autoris. 113.m  
 Pronuntiarum quoddā, quo vsus est Arist.  
 primo de celo tex. 35. 223.m  
 Proportio cuncta in Mundo colligauit  
 ex mente Timæi. 13.p  
 Propositio prima, Problema primū primi  
 Euclidis Elementorum. 115.p  
 Propositio primi Problematibus Euclidis  
 qualis sit. 119.p  
 Propositio secunda, Problema secundum  
 primi Elementorum. 127.m  
 Propositio tertia, Problema tertium pri-  
 mi Elementorum. 130.m  
 Propositio quarta, Theorema primum  
 primi Elementorum. 132.f  
 Propositio 5. Theorema 2. primi Elemen-  
 torum. 139.m  
 Propositio 6. Theorema 3. primi Elemen-  
 torum. 141.m  
 Propositio 7. Theorema 4. primi Elemen-  
 torum. 148.p  
 Propositio 8. Theorema 5. primi Elemen-  
 torum. 151.p  
 Propositio vltima libri quarti Elemento-  
 rum quomodo ad Astronomiam con-  
 ducat. 153.f  
 Propositio 9. Problema 4. primi Elemen-  
 torum. 154.f  
 Propositio 10. Problema 5. primi Ele-  
 mentorum. 158.f  
 Propositio 11. Problema 6. primi Ele-  
 mentorum. 160.m  
 Propositio 12. Problema 7. primi Ele-  
 mentorum. 162.p  
 Propositio 13. Theorema 6. primi Ele-  
 mentorum. 167.p  
 Propositio 14. Theorema 7. primi Ele-  
 mentorum. 168.f  
 Propositio 15. Theorema 8. primi Ele-  
 mentorum. 171.p

# I N D E X

|                                                                                      |        |                                                                                                                                    |        |
|--------------------------------------------------------------------------------------|--------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------|
| Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum.                                        | 175. m | Propositio 42. Problema 11. primi Elementorum,                                                                                     | 259. m |
| Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.                                       | 178. p | Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum.                                                                                     | 262. m |
| Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.                                       | 179. f | Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.                                                                                     | 264. p |
| Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.                                       | 182. f | Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.                                                                                     | 265. f |
| Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.                                       | 184. f | Propositio 45. primi Elementorum in universalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon ultima secundi Elementorum.            | 265. f |
| Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.                                       | 187. p | Propositio 45. Problema 14. primi Elementorum.                                                                                     | 266. f |
| Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.                                        | 189. p | Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum.                                                                                     | 268. m |
| Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.                                        | 191. f | Propositio 4. primi Elementorum a Pythagora reperta fuit.                                                                          | 268. m |
| Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.                                       | 193. m | Propositio 31. sexti Elementorum universalior est Propositione 47. primi Elementorum.                                              | 268. m |
| Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.                                       | 207. p | Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum.                                                                                     | 270. f |
| Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.                                       | 209. p | Propositiones rum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum ut plurimum affirmationes sunt.                                    | 148. p |
| Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.                                       | 214. f | Propositionis officium quid.                                                                                                       | 116. m |
| Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.                                       | 217. m | Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.                                                               | 162. p |
| Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.                                       | 219. p | Propositum Geometria duplex.                                                                                                       | 41. p  |
| Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.                                       | 224. m | Propositum primi libri Elementorum.                                                                                                | 48. p  |
| Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum.                                       | 226. p | Propositum primæ partis primi libri Elementorum.                                                                                   | 48. f  |
| Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.                                       | 227. p | Propositum secundæ partis eiusdem.                                                                                                 | 48. f  |
| Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.                                       | 231. f | Propositum tertiæ partis eiusdem.                                                                                                  | 48. f  |
| Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.                                       | 233. m | Propositum secundæ partis primi Elementorum.                                                                                       | 213. p |
| Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.                                       | 237. m | Pulchra de rectæ Lineæ passione in his, quæ sunt contemplatio,                                                                     | 63. m  |
| Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum. | 239. p | Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.                                                                                  | 15. m  |
| Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.                                       | 241. m | Pythagorei inveniunt Propositionem 32. primi Elementorum referre Eudemo.                                                           | 228. p |
| Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.                                       | 247. f | Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis viens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum tegunt disciplinam. | 13. p  |
| Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.                                       | 249. p | Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.                                                                                 | 98. f  |
| Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.                                       | 250. p |                                                                                                                                    |        |
| Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.                                       | 252. p |                                                                                                                                    |        |
| Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.                                       | 253. m |                                                                                                                                    |        |

Q. Litera.

**Q**ua de causa Timæus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit.

Qua

Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m  
 Qua de causa duarum tantum rectilinearum Figurarum mentionem Euclides fecerit. 92.m  
 Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilauerit. 238.m  
 Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantum tradat. 238.f  
 Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m  
 Quadrangulum terrestris Elementi est proxima causa. 49.m. 98.f, & 267.p  
 Quadrangulum quinque Laterum quid. 95.p  
 Quadrangulum quid sit. 96.f  
 Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f  
 Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f  
 Quadrilaterarum Figurarum septem sunt species. 97.m  
 Quadripertita Elementorum exornatio quid sit. 95.f  
 Quæ sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f  
 Quæ sint communes Mathematicæ considerationes. 4.p  
 Quæ scientia cognoscat communia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p  
 Quæ sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p  
 Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f  
 Quæ dicenda sit scientia secundum Platonem. 17.f  
 Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 19.p  
 Quæ Demonstrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philosopho exigendæ sint ex Aristotele, & Platonis sententia. 19.f, & 110.m  
 Quæ, & quot sint totius Mathematicæ scientiæ species, vel partes secundum Pythagoreos. 20.f  
 Quæ sit Geometriæ materia. 28.p  
 Quæ sint Quæstiones Geometricæ, & quæ non Geometricæ. 34.p  
 Quæ scientia alia scientia certior sit ex mente Aristotele. 34.f  
 Quæ à principiis emanant, in Problemata, Theoremata dividuntur. 45.p  
 Quæ sint propriæ naturæ, & operationes

in inferioribus rebus horum quatuor Deorum, nempe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f  
 Quæ desiderantur in 11, & 12. Proclii commentariis libri quarti. 247.m  
 Quæ desint in digressionem Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 258.m  
 Quæ continerentur in 17. commentario libri quarti si integrum esset, quæque in eo reperiantur. 259.f  
 Quæ desint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m  
 Quales sint Mathematicæ rationes. 10.m  
 Quantitas quandoque communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera tantum: Magnitudo verò pro continua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p, & 133.p.  
 Quæsitum non Geometricum duplex est. 34.m  
 Quæsitum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f  
 Quæstio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f  
 Quæstio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f  
 Quæstio ubi Termini Terminatis præcellant, & ubi Terminata Terminis. 50.p  
 Quæstio de ordine octauæ Propositionis primi Elementorum. 151.m  
 Quid sit ex æquali inter sua collocari signa. 63.p  
 Quid doceat Proclus in digressionem commentarii 15. quarti libri. 257.f  
 Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m  
 Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m  
 Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m, & 88.p  
 Quod opus, & quæ vires Mathematicæ scientiæ sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m  
 Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f  
 Quomodo intellectilia genera Fine, & Infinito participant. 2.f  
 Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p  
 Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruuntur. 3.f  
 Quomodo communia Mathematica Theoremata, & considerationes, atque principia subsistant, & à qua considerentur scientia. 4.f  
 Quomodo differat Animæ cognitio à cog-

gnitione mentis. 9.m  
 Quomodo res Mathematicę in Anima  
 sint intelligendę. 10.p  
 Quomodo Plato in Timęo ortum, atque  
 creationem Animę ex formis compleat  
 Mathematicis. 10.p  
 Quomodo cogitatio omnem Mathema-  
 ticarum Scientiarum varietatem con-  
 stituat. 10.m, & 21.m  
 Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-  
 ciunt in Mathematicis sint. 15.m  
 Quomodo differat Ars à Scientia secun-  
 dum Platonem, & Aristotelem. 18.p  
 Quomodo quispiã eruditus, de aliquo sen-  
 tentiã afferre possit ex mente Ari. 19.p  
 Quomodo erret Mathematicus demon-  
 strando. 20.p  
 Quomodo Quotum, & Quantum à Ma-  
 thematico considerentur. 21.p  
 Quomodo Mathematicis Ars militaris, &  
 Ars historiã scribēdi dicantur vti. 22.m  
 Quomodo Dialectica Mathematicarum  
 scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarũ  
 coniunctio ex Platonis sententia. 24.f  
 Quomodo rerum opifex rectas Lineas  
 terminet secundum naturam circum-  
 iens, vt ait Plato. 62.f  
 Quomodo Centrum, à Centro ad Circũ-  
 ferentiam Lineę, & Circunferentia ipsa  
 cum intellectibus communicent. 87.f  
 Quomodo eadem ab illis differant. 87.f  
 Quomodo inueniatur ille, qui verē est Cir-  
 culus, & vera Circularis natura. 88.p  
 Quomodo recta Līnea ex duobus simpli-  
 cibus motibus generetur. 61.m  
 Quomodo itidem Circunferētia ex duo-  
 bus simplicibus oriatur motibus. 61.f  
 Quomodo ex cōmunibus principiis pro-  
 prię fiant Conclusiones. 104.m. 105.  
 f, & 113.m.  
 Quomodo Parallelogrāma dicantur esse  
 circa eandem Dimetientem. 263.f  
 Quomodo ex Circulorum descriptione  
 oriatur Triangulum æquilaterum. 119.  
 m, & 267.p  
 Quorundam duplex obiectio cōtra Ma-  
 thematices vtilitatem, eiusque solutio.  
 14.f, & 15.p.  
 Quorundam Platoniorum contra Ma-  
 thematicarum vtilitatē obiectio, eiusq;  
 solutio. 17.p  
 Quorum, & Quantum principalia Ma-  
 thematices subiecta. 20.f  
**R**. Litera.  
 Arisimus est vsus 7. Propositionis

primi Elementorũ apud Euclidē. 151.p  
 Ratio Figurę duplex est. 31.p  
 Ratio quidem, quę à Fine provenit rectũ  
 efficit Angulum, quę autē ab Infinito,  
 Obtusum, atq; Acutum. 75.f  
 Recta Līnea simplicior est Circulari. 61.f  
 Rectāguli Coni sectio quid. 63.f, & 100.f  
 Rectilinea omnis Figura in Triangula re-  
 soluitur. 230.p, & 265.f  
 Rectilineę Figurę quibus Diis peculiare  
 sint. 93.f  
 Rectilineę Figurę Elementarem exorna-  
 runt regionem. 84.f, & 93.f  
 Rectilineorum omnium constitutionis  
 principium est Triangulum ex Plato-  
 nis, & Autoris sententia. 230.p  
 Rectitudo quarum rerum Nora sit, atq;  
 imago. 76.p, & 93.f  
 Rectitudo equalitati cognata est. 109.f  
 Rectitudo Planę Basis ex Triangulis cō-  
 stituta est, vt ait Plato in Timęo. 230.m  
 Rectitudo Angulorum, & Laterum equa-  
 litas omnem habent vim ad augendā  
 Spatia. 240.p  
 Rectitudo equalitatis causa est, Hebetudo  
 autē, & Acumen, inequalitatis. 269.p  
 Recto existente Angulo Propositionis  
 44. primi Elementorum Spatium, quod  
 applicatur, Quadrangulum, aut Par-  
 teal tetera longius est: acuto verò, siue  
 obtuso, Rhombus, aut Rhomboi-  
 des. 264.f  
 Rectum, & Circulare, & Mistum à Lineis  
 incohantia ad Solida vsque perue-  
 niunt. 60.m, & 61.p  
 Reliquus Absurdę Suppositionis Casus  
 Propositionis 39. primi Elemento-  
 rum. 251.p  
 Reprehensio Heronis, & Pappi. 270.f  
 Res quę non reddit rationem, non est sciē-  
 tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p  
 Resolutio in Mathematicis quid. 145.f  
 Respectus Parallelarũ ad sese, vel (vt Pro-  
 clus ait) Parallelitas ipsa, qd sit. 225.p  
 Responsio ad obiectiōem Platoniorum  
 contra Mathematicarũ vtilitatē. 17.m  
 Responsio tacitę obiectiōis quomodo  
 Formę immateriales, alię quidem Fini,  
 alię verò Infinitati vicinę dicuntur,  
 cum ex Fine, Infinitoq; ortę sint. 51.p  
 Responsio Gemini ad quorundā obiectiō-  
 nem quod quinta Petitio Euclidis in  
 Petitionibus connumeranda sit. 110.m  
 Responsio Autoris, & Gemini cōtra Ari-  
 stotelis, & Amphinomi opiniōē, quod

**Geometria non querat ipsum Propter quid.** 116.p  
**Responsio Posidonii contra Argumentum Zenonis.** 121.f  
**Responsio alia Posidonii contra Zenonem.** 124.f  
**Responsio tacite obiectionis cur tria Problemata primo Theoremati Euclides preposuerit.** 133.p  
**Responsio ad Questionem de ordine octave Propositionis primi Elementorum.** 151.m  
**Responsio ad instantias duodecimæ Propositionis primi Elementorum.** 154.m  
**Responsio ad impugnationem Epicureorum in 20. Propositionem primi Elementorum.** 184.f  
**Responsio ad instantias vigesimæ secundæ Propositionis primi Elementorum.** 190.f  
**Responsio tacite obiectionis quod 16, & 17. Propositiones primi Elementorum superuacaneæ non sint.** 227.m  
**Responsio ad dubitationem rudium in 35. Propositionem primi Elementorum.** 239.m  
**Responsio ad tacitam obiectionem quod non valeat dicere, Triangula nullum habent Latus Parallelum, ergo non possunt esse in eisdem Parallelis. quod tamen verum est de Trapezoides.** 258.p  
**Responsio ad instantiam vltimi Theorematis primi Elementorum.** 271.p  
**Responsiones contra Zenonem.** 123.p  
**Responsiones ad instantias septimæ Propositionis primi Elementorum.** 149.m, & 150.m  
**Responsiones aduersus instantiam quorundam in quintam Petitionem.** 232.f  
**Rhomboides quid sit.** 96.f  
**Rhombus quid sit.** 96.f  
**Rhombus videtur dimorum esse Quadrangulum, & Rhomboides dimorum Parcialteralongius.** 97.f

**S. Litera.**

**Scholium Francisci Barocii in 41. 42, & 43. Propositiones primi Elementorum, vbi Procli Commentaria mutilata sunt.** 256.m  
**Scholium incerti Autoris contra expositionem Procli in 24. Propositionem primi Elementorum.** 198.p  
**Scholium Francisci Barocii aduersum incertum Autorem in defensionem Procli.** 200.p  
**Scholium Francisci Barocii in 36. Propositionem primi Elementorum.** 244.p

**Scientia nulla, sua demonstrat principia.** 44.p  
**Scientia duplex est.** 113.m  
**Scientiæ omnes à prima philosophia, sua assumunt principia.** 5.m, & f, & 44.p  
**Scientia, & Artes subiecta differre faciunt.** 19.f  
**Sciographica scia, siue Sciographia quid consideret.** 23.f  
**Segmenta quid.** 93.p  
**Semicircularis Angulus Acuto nunquam æqualis est, ut etiam Cornicularis, & ideo fit transitus à maiori ad minus non per æquale.** 133.m  
**Semicirculi pulchra consideratio.** 91.f  
**Semicirculi ad ea, quæ sunt cõparatio.** 91.f  
**Semicirculus quid sit.** 90.m, & 91.p  
**Semicirculus solus ex omnibus Figuris Planis habet Centrum in Ambitu.** 91.f  
**Semicirculus cum Circulo dupliciter communicat.** 91.f  
**Semicirculus biformis dicitur.** 91.p, & 92.p  
**Semicirculus quomodo medius sit inter Circulum, & rectilineas Figuras.** 92.m  
**Sensus ex violentis passionibus fiunt, ex mente Platonis.** 30.f  
**Sententiæ eadem sæpe ad homines perueniunt iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones.** 37.f  
**Signi definitio secundum Pythagoreos, eiusque expositio.** 55.m  
**Signum quid sit.** 49.f  
**Signum dupliciter considerat.** 54.p, & 57.m  
**Signum solum in Geometria est impartibile.** 54.m  
**Signum, Vnius affert imaginem iuxta Platonis sententiã.** 60.m  
**Signum Positione tantum dari potest, reliqua autem, quæ dantur in Geometria tum Positione, tum Ratione, tum Magnitudine, tum Forma dari possunt.** 117.f  
**Similitudo pulcherrima Triangulorum ad Elementa.** 95.m  
**Simplex Linea quæ.** 61.m  
**Singulorum Elementaris institutionis Euclidis librorum Proposita, ad Mundum referenda sunt, ut volunt quidam.** 41.f  
**Solutio dubitationis bimembris de Geometrica materia.** 29.f  
**Solutio dubitationis de rerum impartibilium partitione.** 51.p  
**Solutio dubitationis nunquid Signum solum impartibile sit.** 54.p  
**Solutio dubitationis quomodo impartibilia in phantasia inspiciant, quæ cuncta impartibiliter suscipiunt.** 55.p



**Solutio dubitationis quō Lineæ extremi-  
rates Signa dicta sint, cum neque infi-  
nita Linea, neq. omnis finita extremi-  
rates habeat.** 59.f

**Solutio dubitationis Xenocratis contra  
Arist. & Platonis Linearum diuisionem.** 61.p

**Solutio dubitationis utrū Circumferentia  
idigeat recta Linea ad cōstitutionē.** 61.p

**Solutio dubitationis quomodo omnis  
Superficiei Extrema sint Lineæ, cum  
neq. infinitæ, neq. omnis finitæ Extrema  
reperiuntur.** 66.f

**Solutio tacitæ obiectionis quomodo Li-  
neæ Angulum continere dicantur, cum  
Angulus diuinæ vnionis Nota sit, quæ  
omnia in se comprehendit.** 74.f

**Solutio dubitationis contra Euclidis de-  
finitionem Figuræ.** 81.m

**Solutio dubitationis de infinitis Dimeti-  
entibus Circuli.** 90.p

**Solutio dubitationis de Quadranguli  
nomine.** 98.m

**Solutio dubitationis de motu Geome-  
trico.** 106.f

**Solutio dubitationis de data recta Linea  
in Propositione 1. primi Elemento-  
rum,** 128.p

**Solutio dubitationis cur Euclides demō-  
strauit secundam partem quintæ Pro-  
positionis primi Elementorum cum ea  
nusquam vsurus sit.** 141.p, & 147.m

**Solutio dubitationis Philonis Familiariū  
de 8. primi Elementorum Proposicio-  
ne.** 153.m, & 171.f

**Solutio dubitationis cur tot consequentia  
in 8. Propositione primi Elementorum  
Euclides non addiderit, quot in 4.** 154.p

**Solutio ex sententia Gemini, dubitationis  
quorundam utrū Linea ex impar-  
tilibus constet.** 159.p

**Solutio dubitationis cur Euclides adiece-  
rit in Propositione 13. primi Elemen-  
torum particulam [aut duos rectos, aut  
duobus rectis æquales]** 167.f

**Solutio dubitationis cur Euclides non a-  
diecit in 24. Propositione primi Ele-  
mentorum inæqualitatem Arearum,  
quemadmodum in 4. equalitatē.** 195.m

**Solutio dubitationis de partitione vige-  
simæ septimæ, & vigesima octauæ Pro-  
positionis primi Elementorum.** 217.f

**Solutio dubitationis, quæ instat Proposi-  
tioni 30. primi Elementorum.** 225.f

**Solutio cur Euclides cum quidem Trian-**

**gula Triangulis æqualia ostendebat,  
Theorematis vicebat: cum vero Tri-  
angula Parallelogrammis, Proble-  
matibus.** 265.m

**Specularia quid consideret.** 23.f

**Specus Platonis ex 7. de Rep.** 12.p

**Speusippi opinio de Theoremate, & Pro-  
blemate.** 45.p

**Sphæroides oblongum quid,** 68.f

**Sphæroides Latum quid.** 68.f

**Spira triplex est.** 68.m

**Spira continua quid,** 68.f

**Spira Implicita quid.** 68.f

**Spira Diuidua quid.** 68.f

**Spiræ ortus.** 68.m

**Spiricæ sectiones quæ, & quot,** 64.m

**Spiricæ sectiones tres sunt.** 68.f

**Stoicorum, & quorundam aliorum opi-  
niones de Pronuntiato, Petitione, &  
Suppositione.** 45.p, & 111.f

**Stoicorum opinio de substantia Termini-  
norum corporis.** 111.p, & 114.m

**Stoicorum opinio de Figura.** 80.p

**Sumptio quid sit.** 120.f

**Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro-  
positio primi Elementorum demon-  
stratione directa.** 183.p

**Sumptio quædam pulchra.** 203.p

**Sumptio quædam, per quam demonstrat  
quinta Petitio primi Elementorū.** 223.f

**Superficiei pulchra notio, & sensus.** 65.f

**Superficies per temperationem mistæ  
sunt.** 68.p

**Superficies mistæ duplici modo sunt.** 68.f

**Superficies partium similium duæ sunt  
tantum.** 69.p

**Superficies quid sit.** 65.m

**Superficies Plana quid sit.** 67.p

**Supputatricis tot sunt partes, quot Ari-  
thmetices.** 23.p

**supputatricis subiecta, & consideratio-  
nes.** 23.p

**Symptoma prædicatum quid.** 46.m

**Symptomata Parallelarum Linearum  
sex sunt.** 285.m

T. Litera.

**T**erminata materialia præcellunt Ter-  
minis materialibus. 50.m

**Termini immateriales præcellunt Termi-  
natis immaterialibus.** 50.p

**Termini quatuor, quibus Mathematicus  
diuidendus est.** 19.p

**Terminus primus, quo Mathematicus iu-**

- dicandus est. 19.p  
Terminus secundus. 19.f  
Terminus tertius. 20.p  
Terminus quartus. 20.m  
Terminus quid sit. 77.f  
Terminus ad quas Magnitudines sit referendus. 78.p  
Terminus ab Extremo quō differat. 78.p  
Terminus Accretionis Longitudinis Parallelogrammorum est Locus ipse Parallelarum Linearum. 240.p  
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius Triadicus totam generalium exornationem continent. 99.m  
Thales Milesius primus demonstrauit Circulum à Dimetiente bifariā secari. 89.f  
Thales Milesius primū ab Aegypto in Græciam Geometriam transtulit. 38.p  
Thales fuit primus inuentor quintę primi Elementorum Propositionis. 143.p  
Thales fuit primus inuentor Propositionis 15. primi Elementorū, Euclides verō eam primò demonstrauit. 172.m  
Thales fuit inuentor 26. Propositionis primi Elementorū referēte Eudemo. 112.m  
Theorema triplex, Elementum, Elementare, & Neutrum. 41.p  
Theorema vtilissimum ad intelligendum locum Platonis in Timæo de constitutione Elementorum. 42.m  
Theorema pulcherrimum, & vtile Geometrii. 64.f  
Theorema Simplex quid sit. 139.m  
Theorema Compositum quid. 139.f  
Theorema Complexum quid. 139.f  
Theorema Incomplexum quid. 139.f  
Theorema Vniuersale quid sit. 140.m, & 235.p.  
Theorema particulare qd. 140.m, & 235.f  
Theorema secundum primi Elementorum cuiusmodi sit. 140.f  
Theorema præcedens, & Theorema Conuersum quid. 144.f  
Theoremata Euclidis cū Elementa vocentur. 41.f  
Theoremata cōposita triplicia sunt. 146.p  
Theoremata quæ Localia sint, & quæ non Localia. 137.f  
Theorematis omnibus, quæ in Plano aliquid cōtemplantur vnū subiecti Planū intelligēdū est. 69.m, 127.f, & 215.p  
Theorematis Gemini Conuersum. 141.p  
Theorematis partes quæ, et quot sūt. 116.m  
Theorematis alia sunt sine Casu, alia multos habent Casus. 117.m  
Tehurgia quid, 79.m  
Timæus ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. 53.f  
Timæus Elementa rectilineis Figuris cōstituit. 84.f  
Trapezia, & Trapezoida Euclides communinomine Trapezia vocauit. 97.f  
241.m, & 257.f.  
Trapezium non ab re Euclides in primo libro definiuit. 240.m  
Trapezium à Trapezoidē quō differat ex sententia Posidonii, & Autoris. 97.m  
Tres, qui euehuntur secundum Platonem in Phedro. 22.m  
Tres sunt Mathematicarum coniunctiones. 23.m  
Tres partes sunt maximè necessarię, quę debent semper esse tum in Problemate, tum in Theoremate, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. 116.f  
Tres sunt Passiones 14. Propositionis primi Elementorum. 233.f  
Tria sunt, quę pulchritudinem efficiunt ex Aristotelis sententia. 15.m  
Tria in vna quaq; scientia requiruntur, Subiectum, Accidens, & Principium. 13.f  
Tria sunt, quę circa existentiam tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus versant, Essentia, Idem, & Alterum. 112.m  
Tria sūt, quę Parallelis per se insūt. 114.p  
Tria sunt, quę per se Parallelogrammis insunt. 233.f  
Triangula, quorū duo Latera vnus, duobus Lateribus alterius equalia sunt, & Angulus vnus ab illis equis Lateribus comprehensus Angulo alterius ab equis Lateribus comprehenso equalis, & tamen non sunt equalia nec Triangula, nec Bases eorum, nec reliqui Anguli. 114.p, & 248.p  
Triangula quandoq; habent Areas equalles, & Ambitus inæquales, quandoque autē e contrario. 135.p. 195.f, & 248.p  
Triangula duo dupliciter equicrura esse possunt. 101.p  
Triangula quomodo in eisdem dicantur esse Parallelis. 249.p  
Trianguli equilateri constitutio. 103.m, 115.p, & 119.f  
Triangulorum duplex diuisio. 94.p  
Triangulorum septem sunt species. 96.p  
Triangulorum reliquorum super data recta Linea constitutio. 125.p  
Triangulorū ad sua principia relatio. 106.p  
Triangulorum ad ea, quę sunt comparatio

iuxta Pythagoreorum sententiam. 206.f  
 Triangulum æquilaterum trium Elemē-  
 torum est proxima causa. 48.m  
 Triangulum totius Elementorū exorna-  
 tionis primaria est causa. 74.f, & 166.f  
 Triangulum est prima rectilinearum Fi-  
 gurarum. 48.p, & 89.p  
 Triangulum quadrilaterum qd sit. 94.f  
 Triangulum simpliciter generationis, ge-  
 nerabiliūq formationis principium  
 dicunt esse Pythagorei. 95.p  
 Triangulum æquilaterum omnium Tri-  
 angulorum est optimum, assimilaturq  
 Circulo. 122.p, & 166.f  
 Triangulum æquilaterū vnico modo con-  
 stituitur, æquicus autem duobus, Sca-  
 lenum verò tribus. 125.f  
 Triangulum Triangulo quomodo sit æ-  
 quale. 134.f  
 Triangulum æquilaterum, & Quadrā-  
 gulum optima Rectilineorum omniū  
 sunt. 98.m, & 122.p, & 166.f  
 Triangulū rectangulū duplex est. 169.m  
 Triangulum Rectangulum Platonis, de  
 quo loquitur in libro de Rep. 169.f  
 Triplices debent esse Mathematicæ De-  
 monstraciones. 20.f

## V. Litera.

**V**eritas Propositionis 31. primi Elemē-  
 torum apparet etiam iuxta cōmunes  
 notiones. 231.f  
 Via inveniendæ multitudinis Triangu-  
 lorum, in quæ quodcūq Rectilineum  
 resoluitur. 230.m  
 Vigibus pcedit sciētia Mathematica. 11.p  
 Viæ duæ sunt, quibus inveniunt Trian-  
 gula rectangula Numeros integros in  
 Lateribus habentia. 269.f  
 Vires Mathematicę scientię duplices. 11.p  
 Vna recta Linea duo Signa coniungere  
 potest, sed duæ nunquam. 136.f  
 Vndenam tota inceperit Geometria, &  
 quousq progrediatur, & quæ sit ipsius  
 vtilitas. 36.p  
 Vnitas dupliciter consideratur. 34.p  
 Vnitas sola in Arithmetica imparabilis  
 est. 34.m

Vnitas, & Numerus in opinione substi-  
 stunt. 55.f  
 Vnitas Puncto simplicior est. 56.p  
 Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem  
 sunt. 62.f  
 Vniuersale in multis distributum duplex  
 est. 30.p  
 Vniuersale quidem affirmans scientiis ma-  
 ximè cōuenit, negationeq non indiget  
 vniuersale verò negans affirmatione  
 indiget si demonstrari debet, ex mente  
 Arist. 148.p  
 Vniuersale duplex est ex sententia Auto-  
 ris, & Arist. 135.m  
 Vniuersales formæ triplices sunt. 30.p  
 Vniuersalis propria Significatio ex co-  
 rundem sententia. 135.f  
 Vnius causa, quæ rerum omnium est pro-  
 ductrix secundum Platonem. 2.f  
 Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m.  
 81.m, & 166.f  
 Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem  
 mens vocatur. 85.m  
 Vtilitas, quam affert Mathematica ad to-  
 tam philosophiam. 22.f  
 Vtilitas, quam affert ad Theologiam. 22.f  
 Vtilitas Mathematicę ad Naturalem phi-  
 losophiam. 13.p  
 Vtilitas Mathematicę ad Politicā. 13.m  
 Vtilitas Mathematicę ad Moralem phi-  
 losophiam. 14.p  
 Vtilitas Mathematicę scientię ad ceteras  
 scientias, & Artes. 14.m  
 Vtilitas Astrologię ad Medicinam ex  
 sententia Hippocratis. 22.f

## X. Litera.

**X**enocratis confutatio de Lineis insec-  
 tabilibus. 159.f  
 Xenocratis dubitatio contra diuisionem  
 Linearum. Arist. & Platonis. 60.f

## Z. Litera.

**Z**enodoti opinio de differentia Proble-  
 matis, & Theorematis. 47.p  
 Zenonis infestus accessus, & eius funda-  
 damenta. 122.f





P A T A V I I,  
Excudebat Gratiofus Perchacinus.

1 5 6 0.