

Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM

Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES

Google Livres

PROCLI DIADOCHI LYCII PHILOSOPHI PLATONICI AC MATHEMATICI PROBATISSIMI IN PRIMVM EVCLIDIS Elementorum librum COMMENTARIORVM AD VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM Libri IIII.

A

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę in greco codice omnes desiderabantur aucti: primùm iã Romanę linguę venustate donati, & nunc recèns editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrium, atque Auctorum: Elẽcho librorũ, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt: & Indice locupleti notabilium omnium in opere contentorum.

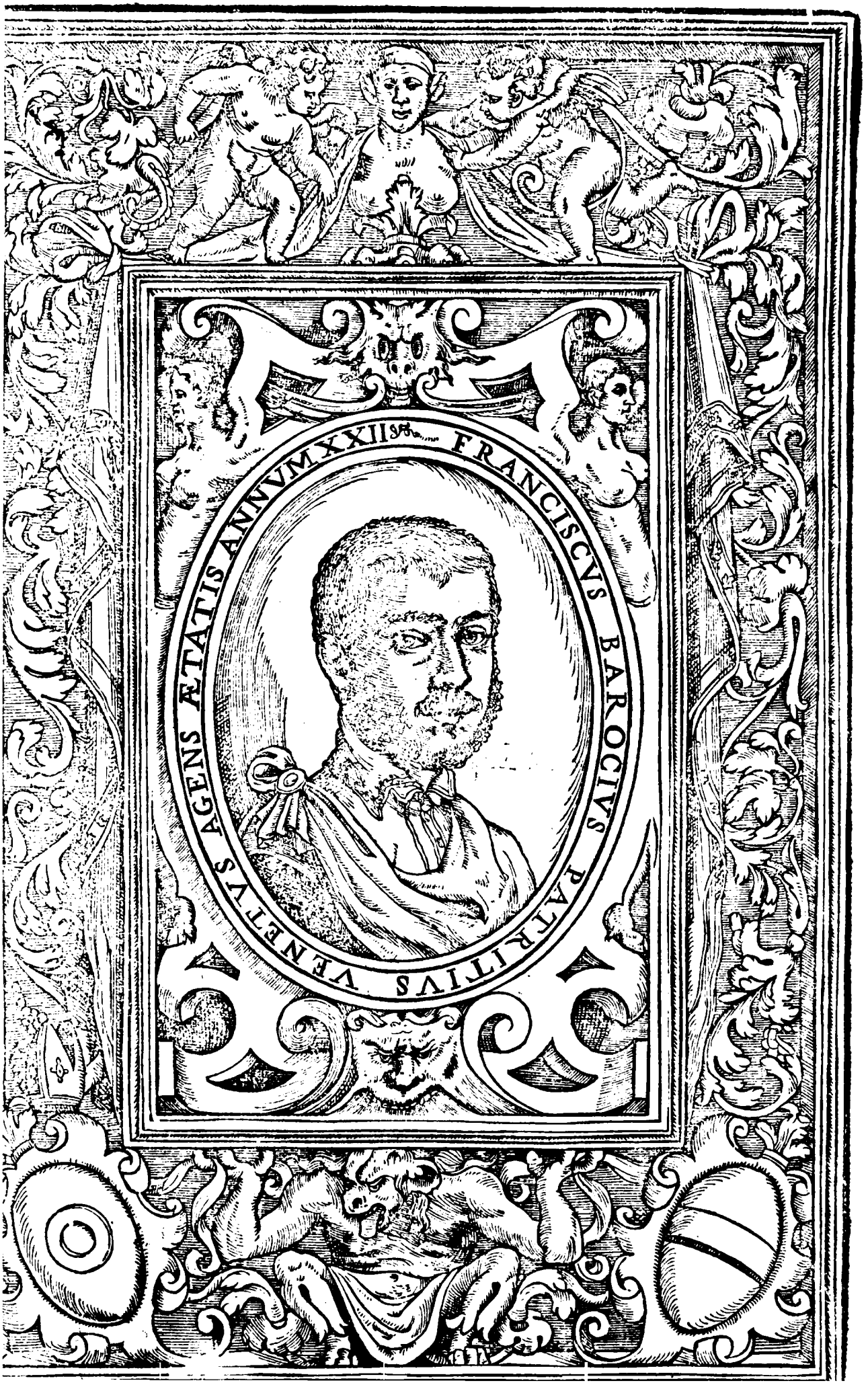
CVM PRIVILEGIO.



PATAVII,

Excudebat Gratiosus Perchacinus

1560.


FRANCISCVS BAROCIVS PATRITIVS VENETVS AGENS ÆTATIS ANNVM XXII

VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET INTERPRETIS COMMENDATIONEM.

AD LECTOREM, QVAM DE Proclo capere possit vtilitatem.

LEctor si plenam cupias iam scire Matheſin,
Esse Geometres non modò, discè viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere sæpe tuis.
Omnem summatim tractat, vel Dogmata Plato
Quæ scripsit Magnus, quæ vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus vmbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Almæ bonus Bibliopolæ tibi.

IN PROCLVM DE NOmine eius, & Cognomine.

FAmiliæ nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid proprîũ? nil aliud quàm quod puto.
Ab errore procul vt sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar, vel olim quòd Virũm
Vnus succesſit Philoſophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

ANtiquam cano Termilen,
Illustremq; Virum, qui sapientiæ
Claram iam mage reddidit.
Tu cæptis faueas Iuppiter inuoca
Musæ principium meæ.
Naturalis amans maximus extitit,
Diuinæ & Sophiæ simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis quæ Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrnæ bonum, quem sibi vendicat,
Asciæumq; poliuerit.
Sed quid quòd Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Siderea calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem præbeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prosperæ gaudeas,
Non quòd nomine sis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Anum, qui Draco erat gradu;
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris
Lapsum suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice cælico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quæ Deus est tela Gigantibus
E cælo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deũm.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc restitit artibus.
Quare semina proiicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modò.
Matris nomine mœnia
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cùm tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Vt fœdos tegeret, curribus, & rotis.
Succesſit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhæreat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat pòst tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircæi, Iliadæ, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quòd capiat Lupus
Tanquam sæuus oues (nam Pateræ Deus
Hinc dictus colitur suus)

At lætare magis quòd Lycius Proclus,
Iactas igniuomum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monſtro ſimilis, Leo
Cantatur iugiter pectoreq́, oreq́,
Tum Capra inguine, & horridus
Extremò Coluber, Laus Ephyræ Ducis.
Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius ſidera tangere
Poſſit, Numinibus ſmi,
Et ſecum pariter quoſque reducere.

IN EVNDEM AB Interprete recognitum.

QVantum nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu ſtudiis, Barocioque.
Nam quantum infinuas ſcientiæ, ille
Tantum ponere diligentiæ vltro
Conatur, valeant recèns vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba, vt ſicariis manus dediſſe
Iam viſus fueris malis, & inde
Vitam vix miſer abſtuliſſe tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM Precatio bona ob Procli reſtitutionem.

FRanciſce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, ſalus, honor vndique; ſint tui labore
Felices ſemper, Mundo quibus eſt renatus ille,
Cui debent opera Euclidis ſatis, ille Proclus inquã,
Vnde Mathematicus certè valet eſſe, non haberi
Solum per ſe quiſque breui bonus. O tibi ſit autor
Alte boni bene tanti iterumq́, iterumq́, dico, & oro
Diiq́, Deæq́, omnes faueant ſimul, aſtra, cũcta, q̃ ſunt.
Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Mineruæ munera qui ſuo decori
Reſtituis, parcis ſudoribus, nõ piciſq́, nullos
Sũptus. quod bene ſit bis oĩbus, et bene vſq; in ęuum

AD EVNDEM, DE eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es moleſque, veloxque
Κόκκυξ ecce triuiſti,
Gaude θεῶν amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miſcens
Et pares, reſonasque,
Quod nunc ἔργα recludunt.
Hoc tam nemo venuſtè
Munus ἀναλλάτου, atque
Ἐξαμοῦ: tam κατὰ καιρόν
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς πατρίοις
Annis ſic rener altus.
Felix perpetuo ſis.
Μουσῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multùm te vſquè rogamus.

Διεμάχετο πρὸς αὐτὸν Ἑλληνιστὶ τὸν ἐπίσημον.

Ἑλληνίζεις, ἀλλόγλωσσός τ' εἶ,
ἀλλ' ἐπιτῆδες ἴσθ', καὶ μᾶλλον
βαρβαρόφρων. εἰ μὴ 'γὼ γὰρ κτυπῶν
ὡσπερεὶ, ἀεὶ λέγων φωνηέντων
νῦν μεζόνων κύκλων, ἐσθ' ὅπως γε,
ὅσ' ἐμὲ σιωπᾶν σοῦ μὲν ἐπαίνων.
λάμβανε πῶς βούλεσθ', καὶ τοῦτ'
ἄμουσ' ἔπος λυγρὸς ὢν σύμου.
ἀμήχανος πίνδαρος οὐδείς
ἐμοὶ γε, οὐδὲν ὅσιος ὁμοίως.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHAE AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



AMOR Deorum antiquisſimus, atq; nouisſimus, rerum omnium autor, & ſeruator nõ ab re Patriarcha dignisſime à ſapientisſimis philoſophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædã res ſit, à diuinisqúe cauſis profluat, nõ ĩmeritò Deum quidẽ, ex Dĩjsqúe genitum eum philoſophi, poetęqúe finxerũt. Antiquisſimum autem cęterorũ Deorum aſſerunt, quoniam tunc ortum habuit, cùm ſummum bonum, quod eſt primus ille vniuerſorũ pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi eſſentia, quã Chaos priſci uocarunt, per conuerſionem illius eſſentię ad ſuum vnde orta eſt principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: poſtremò ipſius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, miſtisqúe conſtat: quæ quidem omnia iuxta ſuarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum ſimilitudinem, Dĩj vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alĩj. Nouisſimum verò, quia duplex Amor cùm ſit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq̃ è veſtigio quodam, diuinoqúe ſemine orta, parentem ſuum recognitum proſequuntur, & fine perfectionis ſuę frui deſiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior eſt, hic verò iunior. Vnde etiam principiũ rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouisſimũ priſcę autoritatis philoſophi, diuiniqúe viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & ſeruatorem non iniurià, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cõmuniter ab omnibus philoſophis fruendæ pulchritudinis deſiderium definitur, quia eius proprium eſt, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoſo coniungat, per cuncta ea, quę ſunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima cauſa in rerum natura ſunt edita, aut ſuperiorum, aut inferiorum, aut ęqualium inter ſe ſortita ſunt ordinem, atq; reſpectum. Si ſuperiora ſint, inferiorum ſunt cauſę: ſi inferiora, ſuperiorum opera: ſi ęqualia, eadem natura fruuntur. Quòd ſi cauſæ quidem ſint, opera ſua diligunt, &

ſummã

ſummam eorũ pulchritudinem,ſummamqúe perfectionem deſiderant: ſi autem opera,cauſarum ſuarum pulchritudine frui,perfectioneqúe, expetunt:ſi verò eadẽ natura ſint prędita,tanq̃ ſimiles Totius,Eiuſdemqúe partes mutuo afficiuntur Amore,vt vnà omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui posſint. Quod cùm ita ſit,omni ex parte cõſtat, Amorem in omnibus eſſe rebus,perqúe omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri poſſe, quod odio proſequatur alterum, niſi per accidens. non enim per ſe contrarium aliud ſibi contrarium odit,& fugit: ſed per accidens, ac ſuijpſius Amore,ne ab eo corrũpatur. Cùm ergo Amor omnibus rebus tam diuinis,quàm humanis inſitus,innatusqúe ſit,cuinam dubium erit,ſi oſtendantur rerum omnium actiones,Amoris gratia fieri,actionumqúe opera Amore conſeruari,quin Amor effector omnium ſit,& ſeruator? At propagandæ proprię cuiuscp̃ rei perfectionis cupiditas, maximus Amor eſt. Deus autem,in cuius ſolùm immenſa poteſtate reperitur abſoluta perfectio,propagandę eius perfectionis cauſa cuncta produxit, idẽqúe omnibus propagandi deſideriũ largitus eſt. quę id ita ſortita ſunt,vt quicquid in Mundo fit,Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conſeruat,diuiſio diruit,atcp̃ diſperdit. Amor autem cõiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non ſolùm efficit omnia,verùm etiam conſeruat. Quo circa iurè autor omnium dicitur,& ſeruator. Verùm ſi Amor res omnes efficiendi, & ſeruandi vim habet, cuicp̃ ſatis, ſuperqúe perſpicuum eſt,eum ſcientiarũ quocp̃ autorem,& cuſtodem eſſe. nam (ſi Ariſtoteli credendum eſt) eędem ſententię, eędemqúe ſcientiæ ſępenumero apud homines iuxta quaſdam ordinatas Vniuerſi conuolutiones apparẽt,atcp̃ euaneſcunt. Vt verò alijs maximis philoſophis placuit,omnes ſcientiæ, & artes, omnia homium inuenta, omnesqúe demũ res,quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę,tum ab hominibus excogitatę,repertęqúe fuerunt,infinitis ſeculis floruere poſt infinita incendia vicisſim,ac diluuia,quibus iã deperierant,atcp̃ deciderant: eodemqúe modo iterũ floreſcent,atcp̃ peribunt. Quę quidem res cùm ita ſe habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, pręſertimqúe ſcientiarum redintegrationem, & conſeruationem. nam poſt Deucalioneos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ędificia,& cuiuſcunc̃p̃ generis animantia (pręter ea,quę diuina prouidentia cuſtodiuit)periere,verũ etiam omnis rerum memoria,quę in libris continebatur,ita extincta fuit, vt illi primi homines,qui ex paucis ijs,qui iam relicti erant,orti ſunt,tanq̃ nouiſſimi,& rerum omnium imperiti,vitam quandã ſimplicem,puram, ab omni malitia,atcp̃ verſutia vacuam,omninoqúe (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidẽ aurea ętate cùm rudes illi eo,quo Deus Mundum proſequitur Amore primùm, deinde naturali hominum ſciẽdi de-

ſide-

ſiderio excitati, admirari, obſtupeſcereque cœpiſſent, ac demũ totam Mũ di machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cõtemplari, necnõ modò huius, modò illius rei cauſam inueſtigare, id ita factum eſt, vt ſciẽtię iterum omnes, paruo quaſi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies ſumpſerint, paulatimque ſeſe ad ſummũ ſuę perfectionis euexerint. Pòſt verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa', variaque in Vniuerſum ſęuientia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuaſtatæ fuerant, multa prędara priſcorum Autorum opera omnibus in ſcientijs radicitus interierunt: multa excęcata, atq; euerſa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel ſaltem quæ in illis continebãtur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire poſſet, Amor pleroſq; inuaſit tum illorum doctrinas de ſuo inueniendi, tum hæc inſtaurandi. nemo enim artem, vel ſcientiam aliquam reperire, aut diſcere poteſt, niſi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inueſtigandi, inueniendique deſiderium excitet. duplici ſiquidem huiuſcemodi Amore, ſapientia omnis menti data eſt, qua ſanè ad Deum ſuum opificem reuertitur, cùm per hęc inferiora ipſius pulchritudinem cõtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus eſt in re manifeſta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipſum expertus ſum. nam cùm ſæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas ſcientias, quæ aliàs floruere, nunc abolitas propè, atq; deperditas eſſe animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non'ne ea, quæ priſco tempore vel adoleſcentulis notiſſima, facillima, in promptuque erãt, hoc noſtro ſeculo tanquam ænigmata, difficilima, nimisque abſtruſa eruditiſſimis quoque viris eſſe videntur? Cuius profectò rei cauſam cùm perſæpe inueſtigarem, nullam aliam eſſe deprehendi, niſi paucitatem ſcriptorum, quæ à tot, tantiſque clariſſimis viris in hiſce ſcientijs nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præſtantiſſimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõmemorantur, quarum ne veſtigium quidem nunc extat. Hæc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarenſem inſignem Mathematicum, qui harum diſciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum ſcriptum, aut commentarium deſideraui, quanuis neſcius non eſſem, quòd impreſſi fuerant Baſileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nan-

qúe

que erant perinde ac ſi editi nunquam fuiſſent. Veruntamen cùm diuina prouidentia propter communem ſtudioſorum omnium vtilitatem huic meo flagranti deſiderio auxiliari maximo ſuo Amore decreuiſſet, fecit vt cùm eſſem in Inſula Creta tertio abhinc anno quoddam vetuſtiſsimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impreſſi fuerant, ad manus meas peruenirem, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri ſanè in græcis literis omnium ætatis ſuę græcorum præſtantiſsimi. ex quo quidem exemplari impreſſum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Poſtea verò cùm in Italiam reuerſus eſſem, & horum iam commentariorum maximam agnouiſſem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliqúe eos inſtaurandi deſiderio, Amoreqúe ardebam. Quapropter vt eiuſmodi deſiderio meo ſatisfacerem, primùm Bononiam profectus ſum, vbi inueni duo exemplaria manu ſcripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, vt appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis vt tranſcriberem conceſſum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononienſi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, niſi humanitate, Amoreqúe erga me quodam impulſi maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentiſsimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononienſi Gymnaſio profitentis, qui etiam quę maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipſum ſuum exemplar mecum afferri. quod ſanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cùm illhinc diſceſsiſſem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod poſtremò è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis cauſa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoqúe Mathematicas diſciplinas ab ineunte adoleſcentia proſequutus ſum: tum etiam vt amicorum meorum perſuaſionibus morem gererem, & communi eorum ſtudioſorum vtilitati, qui ſermonem græcum non callent, conſulerem. Ac denique quum hoc iampridem à multis expectatum opus, abſolutum, inſtauratumqúe vidiſſem, pluresqúe ipſi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, cenſores adhibuiſſem, nolui omnino Horatij ſententiam obſeruare dicentis:

Id tibi iudicium eſt, ea mens, ſi quid tamen olim
Scripſeris in Metii deſcendat iudicis aures,
Et patris, & noſtras, nonumq; prematur in annum.
Membranis intus poſitis delere licebit
Quod non ediderís. neſcit vox miſſa reuerti.

ſed communi potius vtilitati ſtudens, imprimendum illud eſſe duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis,& Pauli: alterum Patauij ex bibliotecha Io. Vincentij Pinelli Genuẽsis viri tã genere,quã animo, & moribus nobilisſimi. Ex quibus ſanè omnibus, quæ hucuſque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilisſimũ,lucidisſimum'q; volumẽ, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primùm renouatæ Phœnicis inſtar exoritur. De cuius ortu felicisſimo primùm Deo ſummo rerum opifici, deinde Amori non ſolùm ſcientiarum,verũ etiam rerũ omnium autori, ſeruatoriq́ue immortales habendæ ſunt gratiæ. Vides igitur, dignisſime Patriarcha tum præſentẽ meã lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta ſunt, oriunturq́ue quotidie, Amoris gratia oriri,& fieri. Cùm itaq; opus hoc Amore factum à me ſit,operępretium eſt,vt quoddam etiam munus Amoris mihi ſecum afferat. Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea,quę vera Amicitia eſt.cùm enim triplex ſit Amor,vnus,quo iucundũ: alter, quo vtile: tertius, quo verè bonum, honeſtumq́ue diligimus, quorum etiam vnuſquiſq; duplex eſt,ſiquidem aut ſimplex,aut mutuus, cumq́ue Amicitia omnis ab Amore tum dicatur,tũ naſcatur, & nihil aliud quam inueteratus quidam ſit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens eſt, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem eſſe.vnã quidem, cuius finis iucundum: alteram autem,cuius vtile: tertiam verò,cuius finis bonum ſimpliciter eſt, & honeſtum. Hæc autem ſola perfecta,vera inuiolabilis, atq; indiſſolubilis eſt,cùm cæteræ omnes vndiq; claudicent, λειποψυχίαι ſint,& violari facilè,diſſolui'q; poſſint. Hęc porrò & in rationalibus tãsũ animis, & rarò reperitur, quæ à philoſophis variis fuit modis definita. Alij nanq; tum ad eius finem, tum ad ſubiectum reſpicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt: modò, honeſtam perpetuæ voluntatis cõmunionem. Alij verò, beneuolentiam mutuam,non latentem,propter bonum ſimpliciter,atq; honeſtum comparatam. Alij præterea,ſummam omnium diuinarum,humanarumq́ue rerum cum beneuolentia, & charitate conſenſionem. Alij demũ,aliter. Hæc ſcilicet ea eſt Amicitia,quæ maximũ Amoris munus eſſe mihi videtur. Vtinam aũt tale munus Amoris à præſenti meo, Amoriſq́ue opere mihi daretur. O felix opus Amoris,& munus, quod vna interiecta morte duę vitę ſequuntur. O diuinum lucrum, diuinamq́ue Amicitiã,quãdo vnus animus duo occupat corpora, vna'q; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterq́ue alteri ſimilis adeò ſit, vt alter idem vocari poſſit. Diuinam inquam, propterea quòd excepta ſapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini,nihil iucundius vera, perfectaq́ue Amicitia Deus immortalis vnquam dedit.in ſapientia enim, & virtute ſummum bonum præ-

clarè

clarè positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quàm virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideraui. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, beneuolentiaque sublata, omnis est è vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper obseruandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendẽs, maximam conuenientiã, cognationemque in tuis, meisque Idea, sidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cùm mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoq; perfecta coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ beneuolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neq; vllo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit: at nemo proprij boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit; & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atq; indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimuero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunq; est, tibi dicandam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non grauaberis. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineruæque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige. Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO AD LECTOREM.

QVVM opus, quod à me multos abhinc menſes ſumma primę rerum omnium cauſæ prouidentia ſuſceptum fuerat, poſt multos labores diuino tandem auxilio completum, abſolutumq́; ſit, ſtudioſe Lector, prudenti (ut mihi perſuadeo) conſilio factum iri exiſtimo, ſi antequam ad ſcripta ipſa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti ſunt, te commonefaciam. Quibus inſtructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam conſequi. nam operępretium eſt ante omnem diſciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne ſuarum reminiſci rationum poſſit impedimento ſunt: tum ea cognoſcere, à quibus ipſa diſciplina exoritur. Primùm itaque te ſcire uelim præter alios multos Proclos, unum Clariſſimum omnium fuiſſe, cognomine Diadochum, hoc eſt ſucceſſorem, patria Lycium, Platonicum Philoſophum, Mathematicumq́; præſtantiſſimum. qui (ſi Suidæ credendum eſt) magni Syriani fuit diſcipulus, cumq́; Athenienſi Scholæ præfuiſſet, alios ipſe diſcipulos habuit, è quorum numero unus, inſignisq́; fuit Marinus Neapolitanus eius ſucceſſor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad conſulatum uſque prouectus fuit. Is ſanè Proclus permulta nobis ſcripta reliquit, in arte Grammatica, in Philoſophia, cõmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Heſiodi Ἔργα καὶ ἡμέρας, in Theologiam Orphei, aliaq́ue præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos ſumma quidem admiratione dignos, ſummoque ſtudio in manibus habendos cenſeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuerſamque Philoſophiam nobis aditum patefaciunt. & præſertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino inſtauratos nunc ſeſe omnibus offerunt. Quam etiam ob cauſam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Baſileę dilaniato potius quàm impreſſo, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpſi, atque in id unum tranſtuli, quod etiam primus è græco in Latinum ſermonem conuerti. In quo ſanè uertendo quanuis neſcius non eſſem Horatium dixiſſe, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum eſſe cenſui: ſed ubique uerba græca, uerborumque ſenſa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus ſum, qui in uertendis libris non pauca de ſuo adijciunt, permulta prætermittunt, aut ſeriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propoſitum habui. multi nanque interpretati ſunt, at ille ſolus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias ſiquidem multorum uidi conuerſiones, quæ certè ab omnibus ſunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) neſcio cuius rei cauſa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidiſſima ſenſa, obſcuriſſima, falſaq́; reddunt: aut quia græcum ſermonem perfectè non callent: aut quia ſcientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua ſcientiarum uocabula (quod fieri non poteſt) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingreſſi, eos etiam ſecum unà peſſum trahunt, qui eorum ſcripta legunt. Alij autem barbariem paſſim quandam adamantes, ita libros è græco ſermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuerſi dici poſſint. hi nanque ſententiam Quintiliani non obſeruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec ſcientias poſſidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conſcribunt, egregiè halluci-

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cõmaculant, atque euertunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus prꝛterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutaui, ac ea usus sum figura, quam Υ'στερον πρότερον Græci uocant. Ambiguitates insuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiuscemodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Vniformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quę quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facilè percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cùm antiquiores plerique græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cùm tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci Ορθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim Ορθογώνιον Rectangulum uertunt, quur Οξυγώνιον, & Αμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si Τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vsi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quòd si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphęra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, unà cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solùm communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hasce præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicę rationes, Διαπασσάρων nempe, Διαπέντε, Διαπασῶν, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verùm ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porrò Circuli cùm haud per Angulos rectos se inuicem intersecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cęlis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cùm ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonicis manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quòd Anima

Geometriam quoque in ſe ſe præaſſumpſit. Præterea cùm Circuli, qui in ipſa ſunt & immobiles ſint, & à ſe ſe moueantur, immobiles quidem iuxta eſſentiam (omne enim, quod à ſe mouetur, ſimul mouetur, & immobile eſt, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipſam præſumpſit. Quum itaque Anima noſtra mathematica ſit ſecundum omnes Mathematices partes, operæpretium eſſe exiſtimo quemlibet, qui Animam ſuam, & ſe ſe deſiderat cognoſcere, eoq; præſtare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri ſcientijs, ſine quibus utique nunquam ſe ſe perfectè cognoſcere poterit. Quapropter te (Lector Candidiſsime) iterum, atque iterum hortor ut haſce ſcias præ cæteris alijs complectaris: & ſi Mathematicus breui tēporis curriculo cupis euadere, præſens Procli doctiſsimū, lucidiſsimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

PRæter ea, quæ communiter de tota tralatione noſtra diximus, pauca adhuc quædam potiſsimùm animaduertenda ſunt amice Lector. Primò quidem ꝙ ubicunque inter parua noſtra Scholia ſignum hoc † reperies, uerba ipſum cōſequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpſimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo poſtremò exemplaria ad manus noſtras peruenerunt, in quibus nōnulla denuo in primo, ſecundoq; libro, qui iā impreſſi erant, uaria eſſe cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. q̄ hoc ordine ſubſequūtur.

Pag. 25. Lin. 3. { Et materiam ipſarum inuincibilem complectitur, uireſq; &c.

Pag. 29. Lin. 22. { Geometrię formas appellat, ſeparari autem nos à ſenſilibus per huiuſcemodi formas, excitariq; à ſenſu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. { Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Magis, &c.

QVONIAM autem in libris imprimēdis uel ſi Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impreſſoribus præeſſet, fieri non poſſet, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata eſſe deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis ſic corrigi poſſint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea	
Reſpicicens	reſpiciens	3	21	
Anti.	autoritate	16	25	In ſcholijs
Memnone	Menone	26	28	& in ſcho. Lin. 11 & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14	
Quæq;	quiq;	37	22	
Excucurrit	excurrit	49	26	
Mænechmos	Menæchmios	64	14	
Dixt	dixit	77	11	
Cornicularis / Cornicularis	Lunulari / Lunularis	109	16	
Cornicularis	Lunularis	109	18	
Ab re	non ab re	134	17	
Propter	præter	135	2	
Ad Baſim	ſub Baſi	147	27	
Internus	externus	176	10	
Anguli	Trianguli	180	35	
Ipſi	Ipſis	189	18	
Igitur	autem	199	25	
Infiniti	Finiti	206	23	
Alterntim	Alternatim	215	12	
Puæoſtenſa	Præoſtenſa	224	19	
Problematis	Theorematis	225	17	in ſcholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21	
Habebant	habeant	241	30	
		244	31	
Summantur	ſumantur	250	32	
Conſtitutio	& Conſtitutio	265	7	
Rectangulis	Rectilineis	266	26	

Cæterùm ſi præter hæc fortaſſe aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut ſuperius dictum eſt) in hac mea uerſione obſeruata eſſe mihi perſuadeo, haud obſeruata pasſim reperies, huic paruo peccato ignoſces.

AT NE fortè exiſtimes Lector prudentiſſime id opus à me in hac mea iuue nili ætate editum eſſe temere, hoc te nõ lateat quòd cùm iam hos libros latinos feciſſem annum penè totum ante emiſſionem conſumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi cenſores adhiberem. M. Antonium Paſſerum Patauinum in primis alterum ætatis noſtrę Ariſtotelem. M. Antonium Muretum Gallum, Ioannem Faſeolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritiſſimos, cunctisq; ſcĩjs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę ſpei iuuenem, quum vtraque lingua peruditum, tum in Philoſophiæ ſtudijs, & in Mathematicis apprime verſatum. Cuius conſilio, accerrimoq; iudicio me perſæpe vſum eſſe nunquam inficiabor. Horum ſanè clariſſimorum virorum autoritate fretus, propter communem ſtudioſorum vtilitatem malui non parum potius periculi ſubeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm ſine vllo meo diſcrimine eum pati in tenebris vlterius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM Virorum Illuſtrium, & Autorum, quorum hoc in volumine mentio facta eſt.

Deorum.

AMor.
Apollo.
Bacchus.
Ceres.
Cœlius.
Diana.
Iuno.
Iuppiter.
Mars.
Mercurius.
Neptunus.
Oraculſa.
Pluto.
Rhea.
Saturnus.
Venus.
Veſta.
Vulcanus.

Virorum Illuſtrium.

GElon Syracuſius Rex.
Hieron Syracuſius Rex.
Pericles Atheniēſis Senator clariſſ.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

AEneas Hieropalita.
Ameriſtus Steſichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracuſius.
Architas Tarentinus.
Ariſtoteles.
Aſingus Philoſophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chryſippus.
Cicero.
Cratiſtus Platonicus.
Cyzicinus Athenienſis.
Democritus.
Dinoſtratus Menechmi frater.
Epicurus, & ſequaces.
Eratoſthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Aſcalonita.
Gemînus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Heſiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Coüs.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Heſiodi in Theogonia.
Leodamas Thaſius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perſeus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Poſidonius.

Ptolemæus Primus
Ptolemæus.
Pyrrhonij philoſophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speuſippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Mileſius.
Theætetus Athenienſis.
Theodorus Cyrenæus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis diſcipulus.

ELENCHVS LIBRORVM, qui in eodem hoc volumine citati ſunt.

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
Bacchæ Philolai.
Ciuilis, vel de Regno Platonis.
Commentaria Procli in Timæum Platonis.
Cõmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis
Commentaria Eutocii Aſcalonitæ in libros Conicorum Apollonii.
Commentaria Eutocii in Archimedem.
Cõmentaria Simplicii in lib. Phyſic. Ariſt.
Cõmentaria Campani in Euclidis Elemẽta.
Compendium Elementorum Aeneæ Hierapolitæ.
Critias Platonis.
Elemẽta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
Elementa Muſicalia eiuſdem.
Elementa Hippocratis Chii.
Elementa Leontis.
Elementa Hermotimi.
Elementa Theudii.
Epinomides falsò Platoni aſcriptus.
Ἔργα, καὶ ἡμέραι Heſiodi.
Gorgias Platonis.
Liber Archimedis de Circuli dimenſione.
Liber Archimedis Aequiponderantium.
Libri Archimedis de Sphæra, & Cylindro.
Liber Ariſtotelis de Lineis inſecabilibus.
Liber Ariſt. de Diuinatione per ſomnum.
Liber Ariſt. de Senſu, & Senſili.
Libri Ariſt. Reſolutorii.
Libri Metaphyſicorum Ariſt. XIIII.
Libri Ariſt. Moralium Nicomachiorum.
Libri Ariſt. de Partibus animalium.
Libri Ariſt. Phyſicorum.
Libri Ariſt. de Anima.
Libri Ariſt. de Cælo.
Liber Eudemi de Angulo.
Libri Geometricarũ enarrationũ Eudemi.
Liber Euclidis Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.
Liber Euclidis de Diuiſionibus,
Libri Corollariorum Euclidis.
Libri Platonis de Rep.
Libri Platonis de Legibus,
Liber Hippocratis Coi, de Locis.
Liber Procli de motu.
Liber M. Varronis de lingua latina.
Liber Ptolemæi, cui titulus eſt, A minoribus quàm duo recti, pductas coincidere.
Liber Apollonii de Cochlea,
Liber Apollonii Conicorum.
Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
Liber Hippocratis Chii de Quadratura Lunulæ.
Liber Io. Grammatici contra Proclum.
Libri Theurgiæ.
Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
Libri Geometrici Menæchmi.
Libri Geometrici Dinoſtrati.
Libri Geometricarum enarrationũ Gemini
Libri Vitellionis.
Meno Platonis.
Miſcellanea Porphyrii
Odyſſea Homeri.
Opuſculum Plutarchi de vitanda vſura.
Parmenides Platonis.
Perſpectiua Euclidis.
Phædo Platonis.
Phædrus Platonis.
Philebus Platonis.
Quæſtiones Philippi Mendæi.
Rituales Platonis.
Sophiſta Platonis.
Specularia Euclidis.
Sympoſium Platonis.
Theætetus Platonis.
Theologumena Arithmeticæ.
Theogonia Heſiodi.
Theologia Orphei.
Timæus Platonis.
Vita Periclis à Plutarcho tradita,

FINIS.

PROCLI DIADOCHI LYCII
COMMENTARIORVM
IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM
LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO
PATRITIO VENETO
INTERPRETE.

De Mathematicæ Eſſentiæ medietate
Cap. I.

MATHEMATICAM Eſſentiam neque ex primis eorum, quæ ſunt generibus, neque ex vltimis, à ſimpliciq́ue eſſentia ſeiunctis eſſe neceſſe eſt, ſed medium obtinere locum inter impartibiles, & ſimplices, & incompoſitas, & indiuiſibiles ſubſtãtias: & partibiles, atq; in multiplicibus compoſitionibus, varijsq́ue diuiſionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipſa verſantur eodem ſemper modo ſe habet, & firmum eſt, neque confutari poteſt, formis, quæ in materia feruntur ipſam ſuperiorem eſſe declarat. progrediẽdi verò vis illa, quæ apprehendit, & quę rerum ſubiectarũ dimenſionibus pręterea vtitur, & quę ab alijs principijs alia prępparat, inferiorem ipſi dat ordinem, eo ordine, quẽ ſortita eſt impartibilis, & in ſe ipſa perfectè cõſtituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quę ſunt cognitiones primis, & medijs, & poſtremis ſubſtantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & ſimplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cùm ſine materia ſit, & ſumma quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione ſe conijciat, resq́ue ipſas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, poſtremamq́ue naturam ſortitis, & Senſilibus omnibus, opinionem, quę obſcuram veritatem nacta eſt: Medijs verò (cuiuſmodi ſanè Mathematices formæ ſunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq́ue ſuperioribus, cogitationem. hæc enim mente quidẽ, ſupremaq́ue ſcientia inferior eſt, opinione autem perfe-

Cõcluſio vniuerſalis.

Cõcluſionis ꝓbatio

Platonis i Repu. & aliis i locis cognitionũ diuiſio.

ctior,& magis certa,atq; pura. nam progreditur quidem,mentisq́ue impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quæ diuisa sunt, ad mentemq́ue refert. Quemadmodum igitur ipsę inter se distant cognitiones, ita sanè & quæ sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnius formæ existentijs omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentijs. Mathematica autem,& omnino quæcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cùm ea quidem, quæ intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò,cùm materiæ sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione prę stent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentię notiones habeant,ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quæ sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumq́ue in vnum coactam, & impartibilem, & fœcundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem,& compositionem rationum, conuenientem q́ue imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animæ notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohęreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum,ac formarum, in prę sentia huiuscemodi esse intelligatur. Medium vtiq; complens inter impartibiles prorsus essentias,& eas, quæ circa materiam partibiles fiunt.

Eorũ, quę sub cognitionę cadunt diuisio.

† progrediędi.

Epilogus.

Communia eorum,quæ sunt, Mathematicęq́ue Essentię principia,Finis,& Infinitum. Cap. II.

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes,ad ipsa regredimur principia,quę per ea omnia,quę sunt permeant,& omnia à seipsis gignunt,Finem inquam,& Infinitum. ex his nanq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi potest, cum alia omnia,tũ Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia,& separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis,alijs verò medijs,alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidẽ genera sua quadã simplici vi primũ Fine,Infinito'q; participãt. quippe quę propter quidẽ vnionẽ,& idẽtitatẽ,firmã'q;,ac stabilem

De hisce duob⁹ rerũ principijs,& Vni⁹ causa vide Platoné ĩ Philebo.

Qũo intellectilia genera his principijs participẽt

bilem exiſtẽtiam, Fine perficiuntur: propter verò diuiſionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamqúe diuerſitatem, ac progreſſum, Infinitatem nãciſcuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta ſunt, non tamen ex primis tantùm, nec ex intellectilibus, occultiſqúe principijs: verùm etiã ex ijs, quę ab illis ad ſecundum ordinem progreſſa ſunt, medioſqúe eorum, quæ ſunt ornatus, & varietatem, quæ in ipſis reperitur inuicem producere ſufficiunt. Vnde ſanè in his quoq; rationes in infinitum quidem prodiuntur, cohibẽtur verò ab ea, quę Finis eſt cauſa. Numerus enim ab Vnitate exorſus inceſſabilem recipit accretionem, ſemper autem qui acceptus eſt, finitus eſt. Magnitudinum quoq; diuiſio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata ſunt, totius'q; particulæ actu finitæ exiſtunt. Atq; adeò Infinitudine quidem non exiſtente, omnes Magnitudines commẽſurabiles eſſent, nullaqúe reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non poſſet (quibus ſanè ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim oſtendere minimè poſſent, neq; omnes eorum, quę ſunt rationes in ſeipſis cõplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus ĩmutat rationem, in vnitatẽ, & † eam quę ante ipsã rationẽ facta eſt reſpicicens, diligenterqúe exquirens. Fine verò ablato, commenſurabilitas, communicatioqúe rationum, & formarum vna, eademqúe ſemper eſſentia, & æqualitas, & quęcunq; ad meliorem coordinationem ſpectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum eſſent ſcientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehenſiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ ſunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hiſce principijs opus eſt. Poſtrema verò, quęqúe in materia feruntur, ab ipſa 'q; natura conformantur, omnino ex ſui natura ambobus frui manifeſtè videntur. Infinito quidem quò ad ſubiectam ſibi formarum ſedẽ: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verùm quòd eadem Mathematicarum quoq; Eſſentiarum præexiſtunt principia, quę & eorum omnium, quæ ſunt, manifeſtum eſt.

Quo Mathematica gña ex his orta ſint principiis.

Arguit ſe cũdo hypothetico rũ modo quòd Finis, & Infinitũ Mathematicarũ Eſſẽtiarũ principia ſint.

† eum qui ãte ipſum eſt reſpicies.

Quo Materialia genera his duob' principiis fruantur. Epilogus.

Quęnam ſint communia Mathematicarum Eſſentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipſarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati ſumus, eodẽ ſanè

modo cõmunia quoq; ipſarum Theoremata, & ſimplicia, & ab vna ſcientia orta, quæ cunctas ſimul Mathematicas cognitiones in vnum continet, conſiderabimus. & quomodo omnibus congruant, poſſintqúe tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inſpici, perſcrutabimur. Huiuſcemodi autem ſunt, omnia Proportionum, & Compoſitionum, & Diuiſionum, & Cõuerſionum, & alternarum Immutationum: itemqúe Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisqúe oppoſitorum: & prorſus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuerſè, & cõmuniter conſiderantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus ſunt, ſed quatenus per ſe vnumquodq; horum naturam quãdam habet cõmunem, ſuiqúe ſimpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq;, & ordo omnibus communia ſunt Mathematicis diſciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quæruntur via, & ab his ad ea tranſitus, quæ ſanè Reſolutiones & Compoſitiones appellantur. Similitudo prẽterea, atq; diſſimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus abſunt. Figuras enim alias quidẽ ſimiles, alias verò diſſimiles dicimus: eodemqúe modo Numeros alios quidem ſimiles, alios verò diſſimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis ſimiliter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ poſſunt, tum etiam eorũ, quę potentijs illis ſubijciuntur. Quę ſanè & Socrates in libris de Republica Muſis ardua, ſublimiaqúe loquentibus dicauit. quippe qui cõmunia cũctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisqúe Numeris obſirmauit, in quibus ſanè menſurę quoq; vbertatis, huicqúe contrarię ſterilitatis apparent.

Diuina ſcientia.

Cõmunes Mathematicę conſiderationes.

Socrates 8. de Rep. idẽ inferi 7 cap. 8. & 7 com. 13. libri 2.

Communia hęc quomodo ſubſiſtant, & à qua conſiderentur ſcientia. Cap. IIII.

Cõcluſio.

OPortet autem cõmunia hæc non vtiq; in multis, & diuiſis formis primò ſubſiſtere arbitrari, neq; poſtremò, & ex multis ortum habere: verùm, vt precedentia ipſas, ſimplicitateqúe, & certa quadam ratione excellẽtia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipſorum multas antecedit cognitiones, ipſisqúe principia ſuggerit, & eę multę circa ipſam ſubſiſtunt, ad ipſamqúe referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus exiſtẽtibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonſtretqúe hoc propriis principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat ſimiliter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus exiſtentibus, alterna-

Cõcluſionis probatio.

tim

sim quo que proportionales erunt. hocqúe ex propriis scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositarumqúe Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certè partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentẽ contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multę communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeò quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quę sunt vnam, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa cęteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quę scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Theęteto Socrates iocosa serijs cõmiscens, Columbis quidem scientias, quę in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cõmunes, magisqúe capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subijciuntur attingunt, inter se distant, nulloqúe modo inuicem copulari queunt, quandoquidẽ à differentibus sint excitatæ primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cõmunia, & per omnia genera permeãtia cognoscat, cũctisqúe Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cõmunia hęc neq; à nãrali Sciẽtia, neq; à Mathemat ca cogno scunt, sed à Diuina.

Diuina Sciẽtia oĩum Scientiarũ capacissima, quam Ari. dominã Sciẽtiarũ vocat i prio post. tex. 23. Socrates in Theæteto.

Epilogus. Pria Philosophia, quã Plato Dialecticã vocat i se ptimo de Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

POsthęc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio Platonis i septimo de Rep. & aliis i locis.

buit. nam eorum, quę ſunt, alia quidem intellectilia, alia verò ſenſilia ponens. rurſus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi ſubiecta. & ſenſilium alia quidem ſenſilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quę ſanè prima ſunt quatuor generum) cognitionem aſsignat intelligẽtiam: ijs autem, quę cogitationi ſubiecta ſunt, cogitationem: ſenſilibus verò, fidem: cõiecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationẽ coniectandi vim ad ſenſum habere oſtendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi ſenſilium ſpectra cognoſcit, dum in aquis, & alijs corporibus perſpicuè imaginem referentibus inſpiciuntur. quippe quę poſtremã quodãmodo in aquis ſortita ſunt ſedem, & ſimulacrorum verè facta ſunt ſimulacra. ſimiliter cogitatio intellectilium imagines inſpicit, quę à primis, & ſimplicibus, & impartibilibus formis in multitudinẽ, diuiſionemq; ſunt delapſę. Quapropter huiuſce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet ſuppoſitionibus: intelligentia verò ad ipſum non ſuppoſitum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neq; impartibilem, ab omniqúe diuiſione, ac varietate ſeparatam ſubſtantiam ſortitæ ſunt, neq; eam, quę ſenſu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacunq; ratione diuiſibilem, cuilibet manifeſtum eſt, quòd iuxta ſuam eſſentiam cogitationi quidẽ ſubiectę ſunt: cogitatio autem veluti inſtrumentum aptum ad iudicãdum ipſis præeſt, ſicut ſenſilibus ſenſus, & coniecturalibus coniectandi vis. Vnde ſanè & Socrates obſcuriorem quidem harũ cognitionem prima ſcientia determinat, euidentiorem verò eo appulſu, qui in opinione poſitus eſt. nam id quidem vltra intelligentiam obtinent, vt quod euolutum eſt, & progrediendi vim habet contẽplentur: ea verò, quæ in ipſis reperitur rationum ſtabilitate, quę etiam confutari non poteſt, opinionem ſuperant. & quòd quidem ex ſuppoſitione ortum trahãt, id ſortitę ſunt, iuxta primę ſcientię diminutionẽ: quòd verò in ijs formis conſtitutę ſint, quę ſine materia exiſtũt, iuxta perfectiorem ſenſilium cognitionem. Inſtrumentum itaq; aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex ſententia Platonis, ſtatuimus. quippe quę opinione quidem ſeipſam ſuperiorem ſtatuit, ab intelligentia verò ſuperatur.

Cognitionũ ꝓportio ſecũdũ Platonẽ.

Mathematicę res cogitationi ſubiectæ ſũt, & Cogitatio eſt inſtrumẽtũ iudicãs ipſas.

Socrates in ſeptimo de Rep.

Idẽ ſuperius cap. primo.

Apulogus.

Quæ nam ſit Mathematicorum generum, ac formarum eſſentia, & quomodo ſubſiſtat Cap. VI.

Quęſtio. SEquitur autem, vt conſideremus quæ nam dicenda ſit Mathematicarum

ticarum formarum, generumqúe eſſentia, & vtrùm à ſenſilibus ipſam manare, in rerumqúe natura ſubſiſtere ſit admittendum, ſiue per abſtractionem (vt dici ſolet) ſiue per collectionem particularium in cõmunem vnam rationem: an & ante hęc ipſam ſubſiſtere fatendũ, vt aſſerit Plato, omniumqúe rerum progreſſus oſtendit. Primùm itaque ſi à ſenſilibus Mathematicas formas oriri, ſubſiſtereqúe dicimus, anima quidem noſtra à Triangulis, vel Circulis in materia inſidentibus, Circularem, vel Triangularem formam poſtremò in ſeipſa formãte, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuinciqúe minimè poteſt, rationibus ineſt Mathematicis? hæc enim aut à ſenſilibus, aut ab anima eruantur neceſſe eſt. Atqui à ſenſilibus hæc educi eſt impoſibile. multò enim maior certitudo illis concedenda eſſet. Ab ipſa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ijs autem, quæ certa non ſunt quod certũ ſit adhibet. vbi nanqꝫ in eis, quæ ſub ſenſum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut craſitudinis percipi potuerit? vbi porrò ex Circuli Centro exeuntium Linearum ęqualitas? vbi ſemper ſtabiles Laterũ rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. ſiquidem omnia, quæ ſub ſenſum cadunt inuicem cõmiſta ſunt, nullum qúe in his ſyncerum reperitur, quod à contrario purum ſit, ſed cuncta partibilia, & dimenſionum plena, & motui obnoxia exiſtunt. Quo nã modo igitur immobilibus rationibus ex ijs, quę mouentur, & alio, atque alio tempore aliter ſe habent ipſam immutabilem, firmam qúe attribuemus eſſentiã? quidquid enim ab ijs, quæ mouentur ortum ducit eſſentijs, mutabilem ex ipſis habere exiſtentiam nemo eſt, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quę minimè coargui poſſunt formis, à non certis certitudinem adijciemus? quicquid enim ĩmobilis cognitionis eſt cauſa, magis illud tale eſt. Confeſſum igitur, ac receptum ſit animam formarum, rationumqúe Mathematicarum eſſe genitricẽ. Verùm ſi quidem habens exempla ſecundum eſſentiam, conſtituit eas, & ſunt huiuſcemodi ortus quędam earum, quæ in ipſa præexiſtebant formarum emiſſiones, & Platoni aſtibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum diſciplinarum eſſentia erit inuenta: ſi verò non habens, neque cũ rationes præoccuparit, tantum ſubtexit ornatum materiæ expertem, tantamqúe gignit contemplationem, quomodo quæ genita ſunt dijudicare poteſt, ſint'ne vitalia, an ſubuentanea, & ſimulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quę in his eſt metitur? quo demum pacto eſſentiam ipſorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, q̃ eſt Ariſtotelis.
Secunda opinio, q̃ eſt Platonis.
Primæ opinionis cõfutatio.
Argumẽtum.
Certitudo Mathematica ab anima ipſa emanat.
Cõcluſio argumẽti.
Alia quæſtio.
Prima opinio, quę eſt Platonis.
Secunda opinio, q̃ eſt Ariſt. eiusq; cõfutatio.
Primũ argumentũ.

ducit varietatem? Vagam quippe,& incertam ita horum faciemus
Cõcluſio primi argumenti. ſubſtantiam,quæqúe ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas,neq; à ſenſilibus rationes habet,quibus eas conſtituit,ab illis tamen ipſas producit, ipſius vtique animæ partus,ac fœtus, permanentes, ęternasqúe patefaciunt formas.
Secũdum argumen. Secundò, ſi inferius,& à ſenſilibus Mathematicas colligimus rationes,quo nam modo neceſſe non fuerit potiores eas perhibere demõſtrationes,quę cunque à ſenſilibus conſtituuntur,& non eas,quæ à magis vniuerſalibus,ſimplicioribusqúe formis? cauſas enim vbique demonſtrationibus eſſe proprias ad eius,quod quæritur venationẽ dicimus. Si igitur particularia,& ſenſilia,vniuerſalium,& ſub cogitationem cadentium cauſæ ſunt, quid cauſæ eſt quòd demonſtrationis definitio ad magis vniuerſalia vice particularium referatur? & eorum,quæ cogitationi ſubijciuntur eſſentia,potius quàm ſenſiliũ eſſentia cognatior demonſtrationibus,magisqúe affinis oſtendatur? nam neque ſiquis (vt dici ſolet) demonſtrarit Aequicrus duobus Rectis ęquales habere Angulos,& Aequilaterum,& Scalenum, is quodãmodo ſcit: ſed qui omne Triangulum,& ſimpliciter demonſtrauit, per ſe ſcientiam habet. Et rurſus quod vniuerſale eſt,melius eſt ad demonſtrationem, quàm particulare. itemqúe demõſtrationes ex magis vniuerſalibus cõſtant, atque conflantur. ex quibus autem ſunt demonſtrationes, ea priora ſunt, & ſingularibus natura præcellunt, ſuntqúe cauſæ eorum, quæ
Cõcluſio ſecũdi argumenti. demonſtrantur. Multum igitur abeſt,vt quæ demonſtrandi vim habent ſcientiæ poſterius genita, obſcurioraqúe ſenſilia reſpiciant, atque ſcrutentur,non autem ea contemplentur,quę à cogitatione comprehenduntur,quæqúe perfectiora ſunt ijs,quæ à ſenſu, opinioneqúe
Tertiũ argumentũ. cognoſcuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam ſi materia quidem eſſentialia,quęqúe magis eſſe dicuntur,manifeſtioraqúe à natura accipit: anima verò ſecundo loco ab illis & ſimulachra, & imagines poſterius eductas in ſe ſe informat in eſſentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ ſuaptè natura ab ipſa ſeparari non poſſunt, quomodo animã imbecilliorem,inferioremqúe materia non oſtendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum eſt locus. ſed primarum altera, altera ſecundarum. & illa quidem earum, quæ præcipuè ſunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum,quę ſecundum eſſentiam,hęc verò earum, quæ ſecundum excogitationẽ factæ ſunt. Quonã pacto igitur anima, quæ mentis,intelligentisqúe eſſentiæ primò eſt particeps,& hinc cognitione,

gnitione, totaque vita repletur, obſcuriores recipit formas iis, quæ ab vltima eorũ, quæ ſunt, & quò ad Eſſe omnium imperfectiſsima recipiuntur ſede? Verũ enimuero huic quidẽ occurrere opinioni, quę ſępe à pleriſq; exagitata, ac conuicta fuit, ſuperuacaneum fuerit. Quòd ſi neq; per abſtractionem materialium Mathematicę formæ ſunt, neque per collectionem eorum, quæ in ſingulis ſunt cõmunium, neque prorſus poſterius genitę, & à ſenſilibus: neceſſe eſt vtiq; animam aut à ſe, aut à mente, aut & à ſe & à mente ipſas accipere. At ſi quidem à ſe duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibilẽque naturam fuerint medię, nullam à primis quò ad Eſſe perfectionem ſortitę? quomodo demum ea, quæ in mente ſunt, primaria omnium ſunt rerum exempla? Si verò ab illa tantùm, quo pacto vis illa exercendi ſui, ac mouendi ſui, quæ in anima eſt permanere poterit? ſiquidem quæ in ipſa ſunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur ſubſtantiam aliunde in ipſam fluxere? præterea in quonam anima ab ipſa differet materia, quæ potentia ſolùm eſt omnia, nullamque prorſus formarum materialium gignit? Reliquum eſt igitur animam & à ſe, & à mente haſce producere, ipſamque formarum plenitudinem eſſe, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex ſeſe autem ad Eſſe tranſitum ſortiuntur. Non eſt igitur tabella, rationibuſque vacua ipſa anima, imò ſemper ſcripta, ſeſeque ſuapte natura deſcribens, cùm à mente quoq; deſcribatur. nam anima etiam ipſa, mens eſt iuxta mentem ipſa priorem ſeipſam conuoluens, imagoque illius, & adumbratio extrinſecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoſcit, anima quoq; cuncta animando, & ſi illa per exempla, & anima per imagines: & ſi illa contrahendo, anima diſtinguendo. Quod mirum Plato quoque ſciens, animam ex omnibus Mathematicis conſtituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum principia in ipſa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipſa exiſtentes ciet intelligẽter. Cunctę igitur res Mathematicę primùm in ipſa ſunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per ſe mouentur: & ante apparentes Figuras, Figurę † animales: & ante ea, quę cõcinnata ſunt, harmonicę Rationes: & ante corpora, quę circulariter mouentur, inuiſibiles Circuli producti ſunt. horumque omnium vbertas ipſa eſt anima, & iſte ornatus alius eſt, qui ſe ipſum producit, & à proprio producitur principio, & vita ſeipſum explet, ab opificeque ſine corpore, ac ſine dimenſione expletur. & quando ſuas promit rationes,

Cõcluſio trimẽbris ex iis, quę dicta ſũt.

Primum mẽbrum.
Scũdum.
Tertium.
primi mẽbri cõfirmatio.
Primum Secundũ.
Tertium argumẽ.
Secundi mẽbri cõfutatio.
Primũ ar.
Secũdum.
Tertii mẽbri cõfirmatio.
Cõcluſio.

Digreſſio cõtra Ari.

Cognitio animę differt à cognitione mentis.

Plato in Timęo animã ex omni' Mathematicis formis cõſtituit.

† vitales

 tiones,

tiones, tunc omnes patefacit ſcientias, atque virtutes. His itaque formis anima ſuam induit eſſentiam, nec eſt Numerus in ipſa Vnitatum multitudo exiſtimandus, neque eorum, quæ cum dimẽſione ſunt idea corporaliter intelligenda, ſed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla ſupponenda ſunt, Timæum ſequendo, qui omnẽ ipſius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniũqúe cauſas in ipſa collocauit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & ſolidorum ſeptem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium ſeptem rationes, ſecundũ † eſſentiam in ipſa præexiterunt. Figurarum autem principia, ſecundum opificam vim in ipſa collocata ſunt. Motuum denicq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnà cum ipſa ſubſiſtit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motuſqúe circularis principium eſt. Eſſentiales igitur, & per ſe mobiles Mathematicarũ rerum ſunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluenſqúe cogitatio, omnem Mathematicarum ſcientiarum varietatem conſtituit. nec vnquam quieſcet gignens quidem ſemper, aliaqúe poſt alia inueniens, ſuas autẽ indiuiduas rationes explicans. cuncta ſiquidem primiariè præoccupauit, & ſecundum infinitam ſui vim ex pręaſſumptis principiis varia producit, proponitqúe Theoremata.

Qúo Mathematicę res in anima intelligẽdę ſint.

Timæus.

Pulchrũ.

† cauſam.

Epilogus.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ ſint, & quouſq; ſuis actionibus ſe extendant Cap. VII.

VErùm poſt Mathematicarum formarum eſſentiam, ad vnam ipſarum ſcientiam recurremus, quã ante multas alias eſſe oſtendimus, & inſpiciemus quodnam ipſius ſit opus, quæúe ipſius vires, & quouſq; ſuis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę ſcientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendũ eſt. neq; ſanè eiuſmodi, cuiuſmodi intelligens, quod in ſeipſo firmiter ſitum, & perfectũ eſt, & ſeipſo contentum, & in ſeipſum vergens: nec cuiuſmodi illud eſt, quod opinioni, atq; ſenſui aſcribitur, hę ſiquidẽ cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & cauſas corũ, quæ ab ipſis cognoſcuntur nõ habent. At Mathematica extrinſecus à recordatione quidem ſumit initium, in intimas verò deſinit rationes, & excitatur quidẽ à poſterioribus, peruenit autẽ in præcipuam formarũ eſſentiam. nec ĩmobilis quidẽ eius eſt actio, ſicut intelligens, nec motu locali

Superi⁹ in cap. 4.

Opus Mathematicę ſcientiæ.

Medietas Mathematicæ ſciæ.

tu locali, neq; alterante, quẽadmodum ſenſus, ſed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatũ, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipſis perficiuntur progrediens, interdũ verò retrorſum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoſcũtur ad ea, quæ quæruntur, interdũ verò ab ijs, quæ in quæſtione poſita ſunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non vtpotè ex ſeſe perfecta omnem ſuperat inquiſitionem, quẽadmodum mens, neq; ab alijs, vt ſenſus, perficitur, ſed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem aſcẽdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuerſasque cõtẽplationis ſemitas gignentes: alteras verò multos tranſitus proprias in ſuppoſitiones colligendi vim habentes. cùm enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum ſibi propoſuerit, & ea, quę ipſi quò ad comprehẽſionem ſubijciuntur mediũ inter impartibiles formas, omnifariamque partibiles ſortita ſint ordinem, iurè ſanè (vt arbitror) cognoſcẽdi quoq; vires totius ipſorum ſcientię duplices eſſe innatę ſunt. & vnę quidẽ ad vniẽdũ nobis properant, multitudinemque cõtrahunt: alterę verò ſimplicia in varia, & magis vniuerſalia in magis particularia, & rationes in principio digeſtas in ſecũda, à principijsque multifariè multiplicata diſtinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vſq; permeat, quę rerũ ſenſiliũ abſolutiones ſunt, naturęque iungitur, & multa vnà cũ naturali ſcientia demõſtrat. quemadmodũ porrò ab inferioribus aſcendens ad intelligẽtem quodãmodo proximè accedit cognitionem, primarumque rerũ contẽplationem attingit. Vnde ſanè & in profluentibus à ſe ſe limitibus totã Mechanicã, & Perſpectiuam, & Specularią produxit conſiderationẽ, aliasque multas ſcientias, quę ſenſilibus implexę ſunt, per eaque operantur. & in aſcenſibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciſcitur: & cũ ipſis partibiles apprehenſiones, & eas, quę in progreſſibus feruntur cognitiones, ſuaque genera, & formas perficit, illis q; aſſimilat eſſẽtijs: necnõ de Dijs ipſis veritatẽ, & de ijs, quę ſunt cõtẽplationẽ ĩ propijs ĩdicat tractatiõibus. Atq; hęc de his dicta ſint.

Vię, quib⁹ ꝓcedit ſcientia Mathematica

Duplices Mathematicæ ſcĩ vires.

Principia Mathematicæ ſciæ tũ vnũ & Multitudo, tũ Finis, & Infinitum.

Progreſſus ſcientię Mathematicæ atq; regreſſ⁹.

Extremæ cõſiderationes Mathematicę ſcientię.

Epilog⁹.

De vtilitate Mathematicæ ſcientiæ Cap. VIII.

Qua & ca uſa Timę⁹ Mathematicam cognitionẽ erudiendi viam appellarit.

POſtea verò ſcientiæ huius vtilitatem confeſtim perſpiciamus, quæ à maximè præcipuis cognitionibus vſque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum diſciplinarum appellat cognitionem, quoniam ſanè eam habet rationem ad vniuer-

ſorum ſcientiam, primamqúe Philoſophiam, quam eruditio ad virtutem. nam hæc quidem animam noſtram probis ad vitam perfectam concinnat moribus, illa verò cogitationem noſtram, animęqúe oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Republica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs ſtudijs excæcatur, defoditurqúe, à Mathematicis tantùm diſciplinis recreari, excitariqúe rurſus innatus eſt ad eius, quod eſt contemplationem, & à ſimulacris ad ea, quæ vera ſunt, & ab obſcuro lumine ad id, quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorſus à ſpecu, & vinculis generationis autoribus in hoc exiſtentibus, materialibusqúe retinaculis ad incorpoream, impartibilemqúe exurgere eſſentiam. nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationũ, firmitudoqúe, ac ſtabilitas contemplationis nos ipſis coniungit intellectilibus, perfecteqúe in ipſis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & ſemper diuina pulchritudine collucentibus, ſemperqúe mutuum ordinem ſeruantibus. In Phædro autẽ Socrates tres, qui euehuntur nobis tradit, quippe qui primam quoque ipſi vitam complent, Philoſophum nempè, Amatorium, & Muſicum. Verùm Amatorio quidem euectionis initium, & via hinc eſt ab apparente pulchritudiue, excitationibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Muſico verò, qui tertiam ſortitus eſt ſedem, ab ijs, quæ in ſenſibus ſunt harmonijs, ad inuiſibiles harmonias, & rationes in his exiſtentes eſt tranſitus. & alteri quidem viſus, alteri verò auditus reminiſcentiæ inſtrumentum eſt. Ei autem, qui natura eſt Philoſophus, vnde tandem, & per quæ intelligentis cognitionis † reminiſcentia eſt, & ad id, quod verè eſt, veritatemqúe ipſam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectionem propriĩ principĩ opus eſt. naturalis enim virtus, & oculum imperfectum, & morem ſortita eſt. Excitatus eſt igitur à ſeipſo, & eo, quod eſt gaudet is, qui natura talis eſt. Exihibendæ autem ipſi, inquit Plotinus, ſunt Mathematicę diſciplinę, vt cum natura aſſueſcat incorporea, eumqúe his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas rationes, prorſuſqúe ad omnium eorum, quę ſunt conſiderationem ducere oportet. Cęterùm & ad Philoſophiam Mathematica præcipuam affert vtilitatem, ex his perſpicuũ eſt. Opus eſt autem vt de ſingulis quoq; mentionem faciamus, & quòd Theologiæ quidem intelligentes apprehenſiones præparat, quęcunq; enim imperfectis ſcrutatu difficilia, arduaqúe ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Mathematices rationes credibilia, & manifeſta, & certa per imagines oſtendunt. nam ſupereſſentialium quidem proprietatum ſignifi-

† Circumactionẽ. Quid dicat Socrates vide i ſeptimo d Repu.

Deſpecu Platonis vide Procli in ſeptimo de Rep.

Socrates in Phęd.

† Præludium.

Plotinus.

Dialecticas. i. Metaphyſicas.

Vtilitas, quã affert Mathematica ad Philoſophiam.

Ad Theologiam.

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ ſub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea ſanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis ſententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philoſophia his vtens velaminibus ſacram diuinarum ſententiarum tegit diſciplinam. talis enim eſt & vniuerſus ſacer, diuinusque ſermo, & Philolai in Bacchis, totusque modus enarrationis Pythagoræ de Deis. Ad naturalem autẽ contemplationem maximè confert, quippe quũ rationũ ordinem, quo Vniuerſum fabricatũ eſt patefecerit, & proportionem, quę cũcta ea, quæ in mũdo ſunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fęcerit quę ſibi inuicẽ oppugnant, & conuenientia, cõſentientiaque ea, quę inter ſe diſcrepant, ſimplicia inſuper, primariaque elementa conmenſurabilitate vndequaque, & ęqualitate comprehenſa oſtẽderit; per quę totum quoque cęlum confectũ eſt, quippe quod Figuras conuenientes in ſuis portionibus ſuſcepit, itemque proprios vnicuique eorum, quę fiunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos ſingulorum ortus, contrarioſque interitus poſſumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbique oſtendens, de omnium natura contemplationẽ Mathematicis nominibus patefacit, elementorũque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & paſſiones, actioneſque ipſorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtuſitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis cauſam eſſe cenſens. Ad eam autem Philoſophiam, quę Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipſam multùm ſanè, & admirabiliter prodeſſe, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuerſi reuolutiones, tũ etiam conuenientes ortibus Numeros, aſſimilantes inquam, & diſſimilitudinis autores fœcundos inſuper, atque perfectos, hiſque contrarios, & concinnos vitę miniſtros, inconcinnitatẽque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac ſterilitatem afferentes? Quę porrò Muſarum quoque ſermo in libro de Repu. oſtendit, vniuerſum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indiſſolubilis perſeuerantiæ, atque optimarum Rerũpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remota, affectibuſque dedite ſunt, quòd enim ad totam Mathematicã diſciplinam ſpectat huiuſce Numeri, qui Geometricus appellatur ſcientiã tradere, & nõ ad vnã quãdam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifeſtum eſt. per omnes ſiquidem Mathematicas diſciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorũ philoſophia.

Philolai ſermo in Bacchis.

Ad Naturalem.

Propor tio cũcta, quę Mũdo sũt colligauit. vide hoc in Timæo.

Qua de cauſa Timæ cõtẽplationẽ rerũ naturalium Mathematicis explicet nominibus.

Ad Politicam.

Muſęi 8. de Repub.

Numerus Geometricę Platonis, quo nihil obſcurius, vt ait Cicero. de quo dicendũ in cometariis noſtris.

Ad moralem. tis, ſterilitatiſque rationes permeant. Ad Philoſophiam rurſus moralem nos inſtituit, ad eamque poſtremã perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitã moribus noſtris inferens. Figuras preterea virtuti cõuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus

Athenienſis hoſpes in 2. de legibus. ſanè Athenienſis etiã hoſpes eos inſtitui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adoleſcentia ſunt conſecuturi. Virtutũ inſuper rationes in medium affert, aliter quidẽ in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Muſicis conſonantijs, vitiorumque demũ exceſſus, atq; defectus ĩdicat, per quos moderati moribus, ornatique efficimur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidẽ Caliclẽ inordinatę, intẽperatęque vitæ accuſans, Geometriam inquit, ac Geometricã æqualitatem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, ſolidamque generationem inuenit. Verũtamen quanta cæteris quoq; ſcientijs, atque artibus à Mathematica ſcientia prodeat vtilitas didicerimus vtique conſiderantes quòd contemplãtibus quidem, vt Rhetoricę, atq; huiuſcemodi omnibus, quæcunq; in ſermone poſitę ſunt perfectionem, ordinemque addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atq; vltimis ad eius ſimilitudinem compleantur. Poeticis autem exempli loco rationes Poëmatum propoſuit, quippe quæ menſuras etiam in ipſa exiſtentes præpoſuit. Agentibus verò, actionem, & motum per ſuas manentes, immobilesque formas determinat. prorſus enim omnes artes (vt ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicæ ſcientiæ ſermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuiſiones, & dimenſionum varietas, ponderumque differentia ab hac cognoſcuntur. Vtilitas igitur totius Mathematicæ ſcientiæ ad Philoſophiam ipſam, cæteraſque ſcientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta ſunt cognita erit audientibus.

Socrates in Gorg.

Socrates ĩ nono de Rep.

Ad cęteras ſcias, & artes vtilitas Mathematicæ ſciæ.

Socrates ĩ Phileb.

Epilog⁹.

Quorundam obiectio contra Mathematices vtilitatem, ipſiusque ſolutio. Cap. VIIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum procliues ſunt propter illos, qui Geometriam ſubuertere volunt, huiuſce ſcientiæ dignitatem deſtruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores ſenſilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipſa vniuerſè ſpectan-

Prima opinio.

Secunda opinio.

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmeticam, Arithmetica, quę in Theorematibus eſt poſita: nauticamqúe Aſtrologiam, ea, quæ vniuerſè docet. non enim diteſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoſcendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoſcendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ijs, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantiores. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab ijs oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiſſimùm, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indeterminatione iam in compoſito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate'qꝫ ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrē pulchritudo etiam ipſa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeqúe exiſtit. Hęc autem in Mathematica ſcientia maximè inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſqúe variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtenſione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemqúe omnium relatione, cōmunis ſiquidem menſura totius ſcientiæ mens eſt, à qua principia quoqꝫ accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manētibus ſemper, immobilibuſqúe rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitionē cadunt aliter ſe habent quēadmodum opinabilia, atqꝫ ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibus'qꝫ formis determinata ſunt. Si itaqꝫ pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè ſunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo nanqꝫ eſſe nō debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſqúe à ſenſu ad illam tranſferre feſtinante? Eius autem

Fūdamē-tū ſecūdæ opinionis.

Reſponſio ad primā opinionē.

Tria ſunt, q̄ pulchritudiné efficiunt ex ſententia Ariſt. 13. methaph. 1 cap. 3.

Quòd tria hęc i Mathematicis ſint.

Cōcluſio.

Reſpōſio ad ſecūdā opinionē.

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; necessitati studentes iudicare æquum ducemus. sic enim ipsam quoq; contẽplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcq́ue minimè respicere, nec cognoscere appetit. Quod sanè Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auertit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsaq́ue contemplationem propter se expetendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim nos deducit, animæq́ue oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sanè Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersamq́ue sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quòd nullum cùm sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantùm incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, voluntq́ue omnibus alijs dimissis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimè degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius definentiæ, & quæcunq; cum materia operantur huiuscemodi vsum cõsiderant) sed contrà eius immaterialitatem, ipsiq́ue soli quid boni esse admirãdum; cùm enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cõuersi sunt, & non imeritò. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuiq́ue coniuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quę animam ab ortu seiungunt, idq́ue, quod est, in memoriam redigunt. † Iure igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensuiq́ue cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaq́ue animæ, quæ in se ipsam conuerti-

tur, ab

Socrates in Theæteto. Vide etiã finẽ Menonis.

Mathematica scientia pp se expetenda est.

Idẽ i superiori capite.

Mathematica scientia ppter vitã cõtẽplantẽ est expetẽda.

Fũdamẽtũ sũptũ ab anti. Arist.

Cõclusio.

Idem ait Arist. in prio Metaph. cap. primo.

† Sic

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint. Epilogus.

Alia quorundam Platonicorũ contra Mathematicarum vtilitatem obiectio, eiusque solutio. Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgẽtes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro sciẽtiarum excludere, ipsamque tanquam principia sua ignorãtem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunq; alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contẽplationem obiecta fuere. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quòd ipse etiam Plato animę purgatricem, sursumque ductricem Mathematicam esse perspicuè asseuerat, quippe quę caliginẽ aufert ab intelligenti cogitationis lũmiñę, quod potius conseruandum est, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęque non solùm Mercurialium, sed Minerualium quoq; munerum est particeps: & quòd ipsam vbiq; scientiam vocat, quòdque exercẽtibus màximę felicitatis causam. Verùm quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen ab ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim prę sens erit mihi sermo. Scientiã Plato pleriscq; quidẽ in locis, omnẽ (vt ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ vti nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionẽ diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicu-

Argumẽtũ ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Respõsio ad Platonicos.

Homerus in Odis.

Explicat Platonis sententiã.

Pla. i multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophista. Socrates i Gorgia.

Platonis diuisio.

bi ſcientiæ nomen attribuit: experientijs autem nequaquam. res enim inquit in Sympoſio, quæ nullam habet rationem, quonam pacto ſcientia eſſet? & omnis igitur cognitio, quę rerum cognoſcendarum rationem, cauſamqúe continet, ſcientia quędam eſt. Kurſus itaq; hanc quoq; ſcientiam, quę à cauſa cognoſcendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cõiectatricem, alteram verò eorum, quæ per ſe ſunt, eodemqúe modo ſemper ſe habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuiſionem Medicinã quidem, omnemqúe facultatẽ, quę in materialibus verſatur, à ſcientia ſeparat: Mathematicam verò, omninoqúe rerum ſempiternarum contẽplandarum vim habentem, ſcientiam appellat. Hanc denique ſcientiam, quam ab artibus diſtinguimus diuidens, vnam quidem ſuppoſitionis expertem eſſe vult: alteram verò ex ſuppoſitione ſcaturire. & illam quidem, quæ ſuppoſitionis eſt expers, vniuerſorum cognoſcendorum vim habere: ad bonum vſque, ſupremamqúe omnium cauſam ſcandere: finemqúe ſcandendi bonum illud ſibi efficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata ſibi præſtruit principia, à quibus ea oſtẽdit, quæ principia ipſa conſequuntur, non planè † ad principium, ſed ad finem tendere. & ſic ait Mathematicam tanquam ſuppoſitionibus vtentem ab ea, quæ ſuppoſitione caret, perfectaqúe eſt ſcientia deficere. vna enim verè ſcientia eſt, per quã omnia, quæ ſunt cognoſcere apti ſumus, à qua etiam principia omnibus emergunt ſcientijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus conſtitutis. Ne dicamus igitur quòd Mathematicam à ſciẽtiarum numero Plato expellit, ſed quòd eam ab vnica ſcientia, quę ſupremam tenet ſedem, ſecundam aſſerit: nec quòd dicit ipſam ſua ignorare principia, ſed quòd cum ab illa acceperit, & ſine vlla demonſtratione habuerit, ex his ea, quæ ſequuntur demonſtrare. animam ſiquidem, quæ ex Mathematicis conſtituta eſt rationibus, aliquando quidem motus principium eſſe concedit: aliquando aũt, à generibus, quæ intelligentiæ ſubijciũtur motum ipſum recipere. quadrantqúe hæc inter ſe. ijs enim, quæ ab alio mouentur quędam motionis eſt cauſa, non omnis autem motus habet cauſam. Eodem ſanè modo & Mathematica à prima quidem ſcientia ſecunda eſt, & quaſi reſpectu illius imperfecta: eſt attamen ſcientia, non vt à ſuppoſitione immunis, ſed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt cauſas concluſionum afferens, rationemqúe continens eorum, quæ ipſius cognitioni ſubijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis ſententia, pro Mathematicis dicta ſint.

Plato in Sympoſio

Qũo differat ars à ſciẽtia, oſtẽdit Ariſto. ſexto Moraliũ cap. 3. & 4.

De bono, & ſuprema cauſa vide Platonem, & Proclũ in 1. de Rep. † in principio, ſed in fine eſſe.

Deſtructio Argumenti.

Circa hoc vid Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ

Quæ à Mathematico poſtulanda ſint, & quonam pacto ipſum quiſpiam rectè iudicare poſſit. Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis poſtularet, & quonam pacto ipſum quiſpiam poſſet rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Ariſtoteles, qui ſimpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus eſt ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantùm diſciplinis, rectitudinis earum, quæ in his ſunt rationum ferre poterit ſententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea ſumere, & cognoſcere, primùm quidem in quibus conueniat communiter demonſtrare, in quibuſque ad ſingulorum proprietates reſpicere. multa nanq; eadẽ, ſpecie differentibus inſunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidẽ prędicamentum, cõmune autem ſpecie in ſingulis differt, vt in Figuris, Numeriſque ſimilitudo. Non eſt autem vna in his quærenda à Mathematico demonſtratio. non enim eadem ſunt Figurarum, & Numerorum principia, verùm ſubiecto differunt genere. Quòd ſi per ſe accidens ſit vnum, demonſtratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus eſt Triangulis. † Illudque, cuius cauſa id contingit, idẽ eſt in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verùm etiam omnibus Rectilineis ineſt, & demonſtratio quatenus Rectalinea ſunt conuenit in omnibus. nam quælibet ratio ſimul infert quãdam prorſus proprietatem, & paſſionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtputa triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figurę. Secundò verò, ſi iuxta ſubiectam materiam demonſtrat, vtpote ſi neceſſarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, conuincique minimè poſſint, non autem probabiles, nec veriſimili refertas. Simile enim eſt, inquit Ariſtoteles, à Rhetorico demonſtrationes exigere, & Mathematico probabiliter diſputanti aſſentiri. debet ſiquidem quiuis ſcientia, arteque præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philoſophum veriſimiles poſtulat rationes, vt de his pertractantem: cum verò, qui de intellectilibus, ſtabilique eſſentia differit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem poſſunt. Confeſtim nanque ſcientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote ſi alia quidem immobilia ſint, alia verò moueantur, ac ſimpliciora alia, alia magis cõpoſita: & alia

Ariſt. in 1. de partib. animaliũ, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematicę iudicãdus eſt. Primus terminus.

† Illudq; cui id cõtingit, idẽ eſt in omnibus, Triãgulũ nempe, Triãgularisq; ratio

Secundus terminus:

Ariſt. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timęo.

Metaph. 6.

Idē vide apud Aristo. secundo Meta. tex. 16.

& alia quidem intellectilia, alia verò ſenſilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus: nam ſi vna quidem ſenſilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio ſit, non eodem modo ambæ erunt certæ, ſed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorem. Neque omnino Mathematicam, cæteraſqúe ſcientias iiſdem vti demonſtrationibus æquum cenſebimus. earum enim Subiecta haud exiguam ipſis prębent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus eſt rationes, conſiderandum quid idem, quid alterum, quid per ſe, & per accidens, quid Proportio, omniaqúe huiuſcemodi. errores ſiquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè ſe demoſtrare exiſtimant, nequaquam autem demonſtrant, cùm idem tanquam alterum in vnaquaque ſpecie demonſtrẽt, vel alterum tanquam idem: aut cùm quod eſt per accidens, tanquam per ſe ſuſcipiant, vel quod per ſe, tanquam quod eſt per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior ſit quàm recta Linea, vel Aequilaterũ q̃ Aequicrus. non ſpectat enim ad Mathematicum hęc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cùm Mathematica medium inter intellectilia, ſenſiliaqúe obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exẽpla in ſe oſtendat, triplices quoque in ipſa demonſtrationes inſpiciendæ ſunt, vnæ quidem, quæ menti ſint propiores, alteræ autẽ, quæ cogitationi magis accõmodatæ ſint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonſtrationes differre, conuenientemqúe eorum, quæ ſunt generibus diuiſionem ſuſcipere, ſiquidem ipſa quoq; Mathematica omnibus ipſis annectitur, ſuasqúe omnibus coaptat rationes. Verùm de his quidem hactenus.

Tertius terminus.

Qũ erret Mathematic' demõſtrãdo.

Quartus terminus.

Triplices debẽt eſſe Mathematicę demõſtrationes

Epilogus.

Quę, & quot ſint totius Mathematicę ſciẽtię ſpecies iuxta Pythagoreorum ſententiam. Cap. XII.

Diuiſio Mathematicarũ Scientiarũ ex mente Pythagoræ.

DE partibus autem Mathematices poſthęc determinandum, quę, & quot numerò ſint. nam poſt totum ipſius, atq; integrũ genus, ſciẽtiarum quoque magis particularium differentias per ſpecies conſiderare par eſt. Pythagorei itaque vniuerſam Mathematicam ſcientiam quadrifariam diſtribuendam eſſe cenſuerunt. vnam quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumqúe partium vtranqué duplicem ponentes. Quotum enim aut per ſe ſubſiſtere dixerunt, aut iuxta reſpectum ad aliud conſiderari: Quantum verò aut

Quotum, & Quãtũ pricipalia Mathematices Subiecta.

ſtare

ſtare, aut moueri. & Arithmeticam quidem quod per ſe eſt Quotum contemplari, Muſicam verò quod ad aliud, Geometriam autẽ Quãtum quatenus immobile eſt, & Sphęricam quod per ſe mouetur. Cõſiderare præterea haſce ſcientias Quotum, & Quantum non magnitudinem abſolutè, neque multitudinem, ſed quod iuxta vtrunq; eſt definitum. hoc enim ab infinitis ablatum ſcientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; eſt infinitatem cognitione comprehendere vanum ſit. Cùm autem hęc viri ſapientiſſimi dicant, non ſanè Quotum, quod in ſenſilibus ipſis eſt, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum cenſebimus. nam horum (vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem ſpectat ſcientiam, non autem ad Mathematicam ipſam. At quoniam vniuerſorum vnionem, & diuiſionem, identitatemq́ue, vnà cum diuerſitate, & præter hęc ſtatum, & motum ad animam complendam rerum opifex ſuſcepit, ex hisq́ue generibus ipſam conſtituit, quemadmodum Timęus nos docuit, dicendum quòd iuxta quidem ipſius diuerſitatem, rationumq́ue diuiſionẽ, ac multitudinem conſiſtens cogitatio, ſeſeq́ue intelligens eſſe & vnum, & multa, Numeros profectò ſibi proponit, producitq́ue, horumq́ue cognitionem Arithmeticam: iuxta verò multitudinis vnionem, & ſecum cõmunicationẽ, colligationemq́ue Muſicam ſibi cõparat, ideo etiã Arithmetica Muſicam antiquitate pręcellit, cùm porrò anima quoq; ipſa ab opifice prius diuiſa ſit, deîde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rurſusq́ue iuxta quidem eum, qui in ipſa eſt ſtatum actionem ſtabiliens, Geometriam ex ſe ſe deprompſit, vnamq́ue eſſentialem Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphęricã. mouetur nanq; ipſa quoq; per Circulos, conſiſtit autẽ ſemper eodem modo, ob Circulorum cauſas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hîc quoq; Geometria Sphęricam, vt motum ſtatus pręcedit. Quoniam aũt cogitatio ipſa non ad eius infinita vi pręditam formarũ conuolutionem, ſed ad Finis iuxta genera ambitum reſpiciens haſce genuit ſcientias, idcirco dicunt ipſas à multitudine, magnitudineq́ue infinitum abſtuliſſe, & circa finitum tandem verſari. omniũ ſiquidem principia, pariter'q; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipſa cogitatione collocauit. cùm enim tota ad ſeipſam ſimilium partium ſit, & vna, atq; indiuiſibilis, rurſusq́ue diuiſibilis, formarumq́ue ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis eſſentialis ex ipſis intellectilibus eſt particeps. verùm intelligit quidem ipſa ob Finem, gignit verò vitas, rationesq́ue varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentię haſce conſtituere ſcientias iuxta eum, qui in ipſis eſt Finem, non autem iuxta vitæ

Quo Quotum & Quantum à Mathematico conſideretur.

Digreſſio.

Ex quibus Animi cõſtitutio opifex ex Timęi ſententia.

Quo cogitatio Mathematicas producat ſcias.

Anima prius ẽ diuiſa, poſtea collecta ex mẽte Platonis in Timęo & ideo Arithmetica pcedit Muſicam.

Geometria pręcedit Aſtronomiã, quia motu prior eſt ſtatus

Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum verſari.

Cogitatiõis intelligẽtię iuxta ſuum Finẽ Mathematicas ſciẽtias cõſtituerũt

Infini-

Epilogus. Infinitatem. mentis ſiquidem imaginem afferunt, non autem vitæ. Pythagoreorum itaq; hęc eſt ſententia, & quatuor ſciẽtiarum diuiſio.

Alia totius Mathematicæ ſcientiæ diuiſio ex mente Gemîni. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuiſio, ex Gemini ſententia.

RVrſus autem quidam alio modo diuidendam eſſe Mathematicam cenſent, ſicuti & Gemînus. & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in ſenſilibus verſari volunt, hæcq́ue attingere. Intellectilia vtiq; appellantes quaſcunque inſpectiones anima per ſe ſe exuſcitat, ſeſe à materialibus ſeparans formis. Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus verſatur, duas longè primas, præcipuasq́ue ponũt partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in ſenſilibus officium, & opus explicat ſuum, ſex, Mechanicam, Aſtrologiam, Perſpectiuam, Geodæſiam, Canonicam, atq; Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad inſtruendas, coordinandasq́ue pertinet acies, quam Græci (τακτικὴν) vocant, vnam aliquam ex Mathematices partibus dicendam eſſe non cenſent, vt quidam alij voluere, ſed vti eam volunt, modò quidem arte ſupputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæſia, vt in diuidendis, dimetiendisq́ue caſtrorum metationis campi ſpatijs. Quemadmodum porrò eo magis neque hiſtoriam ſcribendi, neque medendi artem Mathematices partem vllam eſſe dicunt, licet ſæpenumero tum Hiſtorici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematibus. Rerum quidem geſtarum ſcriptores, vel Climatum ſitus referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte ſua huiuſcemodi vijs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Aſtrologia peruenit, ipſe etiam Hippocrates oſtẽdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisq́ue dixere. Eadem ſanè ratione, ille etiam, qui aciebus inſtruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus; nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numeroſa eſt, paucisſimam oſtendere multitudinem, caſtra, ſuosq́ue exercitus ad Figuram Circuli formet: interdũ verò ad Figurã Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiuſdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit. Cùm autem hæ ſint totius Mathematicæ ſcientię ſpecies, Geometria rurſus diuiditur in Planorum cõtemplationem, & Solidorum dimenſionem, quę Stereometria vocatur: ſiquidem

Mathematicæ ſciẽtiæ partes. Arithmetica. Geometria. Mechanica. Aſtrologia. Perſpectiua. Geodæſia. Canonica, ſiue Regularis. Supputatrix.

Excluditur Ars militaris à Mathematicis ſciẽtiis, & aliæ.

Hippocrates in lib. de locis.

Quomodo Mathematicis Ars militaris vtat.

Geometrię duę ſũt ſpecies, Planorũ conſideratio, & Stereometria.

ſiquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quępiam non eſt tractatio, quoniam neque Figura † ex his vlla ſine Planis, vel Solidis fieri poſſet. nihil enim aliud agit Geometria vlla ſui parte, quàm vt Plana, aut Solida vel conſtituat: vel conſtituta inter ſe comparet, aut dimidiat. Itidem Arithmetices diſtributio eſt in Numerorum linearium, & planorum, & ſolidorum contemplationem. ſpecies nanque Numeri per ſe ſe conſiderat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, ſimilium inquam, atque diſſimilium, ſolidorumqúe ad tertiã vſq; accretionem progreſſus. Geodæſia verò, Supputatrixqúe his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) ſimiles in diuiſione ſunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, ſed de ſenſilibus verba faciunt. neque enim Geodæſiæ munus eſt, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, ſed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id aſſequitur rectis Lineis, ſed ſenſilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs ſolaribus: interdum verò craſſioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque ſimiliter Supputator ipſas per ſe Numerorum inſpicit paſſiones, ſed vt ſunt in ſenſilibus ipſis, vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (μέτρα) quaſdam, & (ἀναλύσεις) appellans. & nullum quidem concedit eſſe minimum, vt tacit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud ſuſcipit. vnus enim aliquis homo eſt ipſi pro menſura totius hominum multitudinis, ſicut Vnitas quoque communis eſt omnium Numerorum menſura. Perſpectiua rurſus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaqúe gignuntur. Et Perſpectiua quidem radijs viſorijs tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hiſce conſtituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quę proprio nomine dicitur Perſpectiua, quippe quę reddit cauſam earũ apparentiarum, quę aliter q̃ ſint ſe ſe nobis offerre ſolent, ob eorum, quæ ſub viſum cadunt alios atq; alios ſitus, & diſtãtias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquã Circulorum aſpectionis: & in vniuerſam Specularíam, quę circa varias, multiplicesqúe verſatur refractiones, & imaginariæ, ſeu coniecturali cognitioni connectitur; necnon in eam, quę Sciographice, hoc eſt vmbrarum deſignatrix appellatur, quę oſtendit quî fieri poſſit vt ea, quę in imaginibus apparẽt, haud inconcinna, vel deformia ob deſignatorum diſtantias, altitudinesqúe videantur. Canonica autem, ſiue Regularis apparentes cõcinnentiarũ conſiderat rationes, Regularũ ſectiones reperiens, ſenſusqúe vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis exiſtens, vt menti

Pulchrum.

† in his

Principale Geometrię officiũ.

Tres Arithmeticę partes, linearium, & planorum, & ſolidorum Numerorum conſideratio.

Geodæſia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quo Arithmetica, & Geometria.

Quę Geodęſia & Supputatrix conſiderent.

Canonica inter lege eſſe Muſicam.

Tres totius Perſpectiuę partes

Perſpectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid conſideret, de qua Plato in 7. de Repu.

aures

Mechanicę partes.

Instrumentorum effectrix.

Miraculorum effectrix, quæ triplex est.

Timæus.

Aequilibrantiũ & centroponderantium cognitio.

Sphęrarum effectrix.

Astrologiæ cõsiderationes, & partes.

Gnomonica.

Metheoroscopica.

Dioptrica.

Epilogus.

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porrò, quas hucusq; enumerauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quędam existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materiæqúe coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quæ (ὀργανοποιικὴ) vocatur, eorum inquam, quę gerendis sunt bellis idonea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas terra, mariqúe obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quæ (θαυματοποιικὴ) dicitur, quippe quæ alia quidem spiritibus maximo cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquilibrium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisqúe animatas conuolutiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquilibrantium omnino, & eorum, quę centropõderantia vocantur cognitio: nec non (σφαιροποιία) hoc est Sphęrarum effectrix ad cęlestium circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiã fabricatus est: ac denicq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aũt Astrologia est, quę de mundanis ediſſeri: motibus, de corporum cęlestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraqúe distantijs, ac de omnibus, quę huiusce modi sunt, multa quidem à sensu sibi assumens, multùm verò cum naturali consideratione communicans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quę in horarũ dimẽsione posita Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica, quę eleuationum differentias, siderumqúe reperit distantias, necnon multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars est Dioptrica, quę sanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumqúe stellarũ distantias huiusce modi Dioptricis dignoscit instrumentis. Talia de partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memoriæqúe prodita suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarũ scientiarum vertex sit, & quæ sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIIII.

Plato in 7. de Repub.

Vide Epinomidem, qui Platoni ascribitur.

ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Plato Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fastigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipsarum coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem composuit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitationemq;

tionemqúe ipſam ex ſeſe perficit, eodem ſanè modo Dialectica quoque puriſſima Philoſophiæ pars exiſtens, ſimplicitate Mathematicas diſciplinas proximè vincit. Et totum ipſarum orbem complectitur, vireſqúe à ſe ſe ſuggerit ipſarum ſcientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Reſoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonſtrantem: à quibus ſanè adiuta, & perfecta Mathematica ipſa, alia quidem per reſolutionem inuenit, alia verò per compoſitionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quæruntur per demonſtrationem colligit. Haſce quidem vias ſubiectis ſuis accõmodans, vnaquaque autem harum vtens ad inſpiciendos medios ſermones ſuos. Vnde porrò & reſolutiones in ipſa, & definitiones, & diuiſiones, ac denique demonſtrationes propriæ ſunt, volutãtur'q; ſecundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum eſt veluti vertex, & faſtigium. Quum omne, quod in ipſis intelligens eſt perficiat: & quod certum eſt, ab omni reprehenſione reddat immune: quodqúe immobile, pariter vt eſt cuſtodiat ſtabile: & quod materiæ eſt expers, & purum, ad mentis ſimplicem, à materiaqúe ſecluſam naturam referat: ipſarum præterea prima definitionibus diſtinguat principia: generum ſubinde, & formarum, quæ ſub ipſis ſunt generibus diſcretiones oſtendat: compoſitiones inſuper, quæ ex principijs producunt ea, quæ conſequuntur principia: nec non reſolutiones, quæ ad prima, ac principia conſurgunt, ſcanduntqúe, edoceat. Cæterùm coniunctio quoq; Mathematicarum diſciplinarum, nõ vt cenſuit Eratoſthenes, proportio ipſa ponẽda eſt. Siquidẽ proportio vnum quiddam eorum, quę Mathematicis communia ſunt dicitur eſſe, & eſt. Multa verò præterea alia ſpectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas diſciplinas, quæ per ſe inſunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem eſt earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium ſcientiarũ ſpeciatim principia ſimpliciori quodã modo in ſeipſam cõplectitur: & cõmunitatem earum, atque differentiam conſiderat: & quæcunq; eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus inſint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè diſcunt fit reuerſio. Hac autem ſuperior Dialectica quoque Mathematicarum diſciplinarum coniunctio eſt. Quam verticem etiam ipſarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipſa ſiquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemqúe potentijs ſuis

Cõiũctio Mathematicarũ, nõ eſt proportio, vt voluit Eratoſthenes

Secunda Mathematicarũ cõiunctio. Plato in Repub.

reducit, & verè oſtendit eſſe ſcientiam, & certam efficit, nulliq́ue reprehenſioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipſa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in ſe ſe comprehendit: ipſarumq́ue varietatem, ſua ſimplicitate: & partitionẽ, impartibili cognitione: multitudinẽq́ue, vnione coarctat. Ipſa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò ſupernè omnem Mathematicorũ ſermonum †cogitationem: Finis autem eſt tum ſurſum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis †longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata ſint.

Tertia Mathematicarum cõiunctio.

†Progreſſũ. Finis optimus, Mẽch. † ipſum optimum.

Mathematices nomen vnde ſit ortum. Cap. XV.

RVrſus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumq́ue diſciplinarum vnde nam diceremus ſcientijs his ab antiquis aſſignatum fuiſſe, & quam rationem aptè reddere poſſemus? Porrò mihi videtur talẽ ſcientiæ, quæ de cogitantibus ſermonibus eſt appellationẽ, nõ ſanè (quẽadmodũ plurima noĩum) à quibuſcũq́ repertã fuiſſe: ſed (vt eſt, & dicitur) à Pythagoreis: cùm perſpexiſsẽt quidẽ, q́ omnis quæ Matheſis, hoc eſt diſciplina appellatur, reminiſcentia eſt: quæ quidẽ nõ extrinſecus animis aduenit, quẽadmodum quæ à ſenſilibus conſurgunt phantaſmata in phantaſia informantur: Neque aduentitia, aſcititiaq́ue veluti quæ in opinione poſita eſt cognitio, verùm excitatur quidem ab ijs, quę apparent, perficitur verò intus ab ipſa cogitatione ad ſe ſe conuerſa. Cumq́ue perſpexiſſent, quòd licet ex multis rebus reminiſcentiæ oſtendi poſsint, præcipuè tamẽ (vt Plato quoq́ ait) ex Mathematicis diſciplinis. Nam ſi quiſpiam, inquit ille, in deſcriptionibus induxerit, ibi certè Matheſim reminiſcentiam eſſe facillimè cõprobabit. Vnde porrò Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo oſtendit, nihil aliud eſſe diſcere, quàm animam ipſam ſuarum rationum recordari. Id autem ideo eſt, quia id, quod recordatur nil aliud eſt, quàm cogitans animæ pars: hęc autem in Mathematicarum diſciplinarum rationibus eſſentiam ſuam perficit, ipſarum'q́ ſcientias in ſe antea accepit, licet ſecundum ipſas non agat. Habet ſiquidem oẽs ſecundũ eſſentiã, & occultè: Promit autem vnãquanq́, cùm impedimentis, quę à ſenſu proueniunt liberata fuerit. Nam ſenſus quidem partibilibus ipſam coniungunt, phantaſiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem flectunt.

Plato in Memnone

Socrates in Memnone.

ſtunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipſos fit conuerſionis obſtaculū eſt. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ eſt expers cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus obnoxium, eius, quę nullis affectibus lęditur actionis eſt impedimentum. Cùm igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in ipſa ſunt rationes per ipſam met cogitationem cognoſcere poſſumus: & actu ſcientes eſſe: & eſſentialem cognitionem depromere. Dum autem vincti, captiuiqúe ſumus: & animæ oculo conniuentes: nullo modo conuenientem nobis perfectionem aſſequi poterimus. Hæc itaque Matheſis eſt, ſiue diſciplina, quæ æternarum in anima rationū reminiſcentia eſt. Mathematicaqúe (hoc eſt diſciplinatiua ſcientia, vt ſic exponā) propter hanc ea cognitio potisſimùm nuncupatur, quæ nobis ad earū rationū reminiſcētiam maximè confert. Et opus igitur, atque officium huiuſce ſcientiæ, quale porrò ſit à nomine fit manifeſtum. Id nempe, quod inſitam mouet cognitionē, & exuſcitat intelligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quę nobis ſecundū eſſentiā inſunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab ortu noſtro ĩnatæ ſunt, et ſoluit vincula, quę ab irrationabilitate proueniunt: ad Dei planè ſimilitudinem huius ſcientiæ præſidis, quĩ intelligētia munera manifeſtat, & cuncta diuinis rationibus complet, & animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuſcitat ſopore, & inquiſitionę ad ſeipſas cōuęrtit, & obſtetricatione quadam perficit, puręqúe mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui ſanè nos quoque præſens opus dicantes, de Mathematica ſcientia contemplationem perſcribemus.

Opus Mathematices à noie fit manifeſtum.

Opus Mathematices, ſimile eſt operi Dei.

PRIMI LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.

Quòd Geometria totius Mathematicæ pars ſit, & quęnam ſit ipſius materia. Cap. I.

Epilogus corũ, quæ in prio libro dicta ſunt.



OMMVNIA quidem, ad omnemqúe Mathematicam ſcientiam ſpectãtia, in prædictis ſermonibus perſpeximus, & à Platone non diſſentientes, & ab alijs conſiderationes, quæ ad præſentem pertinent tractatum colligentes. Poſthęc autem conſequens eſt, vt de ipſa quoq; Geometria, deqúe propoſita Elementorum inſtitutione diſſeramus, cuius gratia totum hunc ſermonem incepimus. Quòd igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars ſit, quod'q; poſt Arithmeticam ſecundum obtineat locum, quippe cùm ab hac perficiatur, atque determinetur (quicquid enim in ipſa exprimi, atque cognoſci poteſt, ab Arithmeticis rationibus determinatur) à veteribus dictum fuit, nec lõgo indiget in pręſentia ſermone. At à nobis quoq; de hac enarratio pro animi ſententia fieri poſſet, ſi ſubiectam ipſi materiam conſideraremus, qúem inter ea, quæ ſunt, ſortita ſit locum, & eſſentiam. Ex hac enim bene perſpecta, ſcientiæ quoque vis ipſam cognoſcentis, vtilitaſqúe ab ipſa proueniens, nec non illud, quod à diſcentibus comparatur bonum, ſtatim apparebit. Etenim dubitaret aliquis in quo eorum, quę ſunt genere Geometricam ponens materiam ab ea, quæ de ipſa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ, de quibus Geometra diſſerit in ſenſilibus ſunt, nec ab ipſa ſeparari poſſunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à ſenſilibus nos liberare, ad incorporeamqúe ſubſtantiam deducere, item q; ad intellectilium inſpectionem aſſuefactionem eſſe, ad mentisqúe actionem præparare dicemus? Vbi autem impartibile ſignum in ſenſilibus vnquam ſpectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non

Dubitatio bimẽbris.

Primũ mẽbrum.

Primũ argumentũ.

Secundum argumẽtũ

pro-

profundam ſuperficiem, vel à centro ad circunferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarum'q; baſium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonã demum pacto huiuſce ſcientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo poſſint: cùm ſenſiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus ſuſcipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles exiſtant, omniqúe ſint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum ſibi contraria inæqualitate ſubſiſtat: impartibilia verò, ſecundum partitionem, interuallumqúe ſint progreſſa? Quòd ſi extra materiam ſunt ſubiecta Geometriæ, formæqúe puræ, & à ſenſilibus ſeparatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expértes. Extenſio nanque, tumor, omninoqúe interuallũ propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimenſione autem carentia, vnà cum dimenſione: immobilia verò, mobiliter ſuſcipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumqúe ſecamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipſorumqúe, & figurarum accretiones, atque decretiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hęc partibilem eſſe Geometricam oſtendunt materiam, neque in impartibilibus inſidere rationibus. At dubia quidem talia ſunt, præter illud etiam q̃ Plato in cogitatione poſitas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à ſenſilibus ad huiuſcemodi formas, exurgereqúe à ſenſu ad mentem concedit, tametſi (vt ſuperius diximus) quæ in cogitatione ſunt rationes indiuiduæ ſint: & nullo interuallo diſtent: & ſecundum Animę proprietatem ſubſiſtant. Si autem & rebus ipſis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ ſunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuerſale, vnũqúe plura continens aut in ſingularibus excogitari innatum eſt, apparereúe tale, quod exiſtẽtiam quoq; in his habeat: inſeparabile abipſis exiſtat: in ipſiſqúe diſpoſitum ſit, ac diſtributum: & cum his vel ſimul moueatur, vel firmiter, immobiliterqúe conſiſtat: Aut ante multa ſubſiſtere, multitudiniſqúe gignendæ vim habere, multis à ſeſe imagines præbens, & ipſum impartibiliter quidem præſtructum eis, quibuſcum participat, varias autem ad ſecunda participationes ſuggerens: Aut excogitatione à multis formari, & exiſtentiam gignentem habere, poſtremoqúe multis inſidere. Iuxta enim has trinas ſubſiſtentias comperiemus (vt cenſeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per reſpectum, quem habent adipſa, prædicationemqúe, ſubſiſtunt.

Tertiũ argumẽtum

Secundum membrum

Primũ argumẽtum. Secundum argumẽtũ Tertiũ argumentũ.

Quartum argumẽtũ ab autoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiã Ariſt. 2. phiſico. & 3. de aĩa

Solutio.

Diuiſio ipſius vniuerſalis.

Triplices vniuerſales formæ ſunt.

ſubſiſtunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo abſoluam) vniuerſalibus formis exiſtentibus, eius formæ, qua multa participãt, quęque in multis eſt, & particularia complet, differentias, iuxta ſubiectam materiam conſiderabimus. Ipſiuſque participantia duplicia ponentes, vna quidem ſenſilia, altera verò in phantaſia ſubſiſtentia (materia ſiquidem duplex eſt: vna quidem eorum, quæ ſenſui coniugata ſunt: altera verò eorum, quæ ſub phantaſiam cadunt, vt quodam in loco & Ariſtoteles ait) id vniuerſale, quod in multis eſt diſtributum, duplex eſſe concedemus. Alterum quidem ſenſile, tanquã quo ſenſilia participent: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantaſiæ multitudinibus ſubſiſtat. Phantaſia nanq; propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore ſubſiſtit: partibiles ſemper, & diuiſas, & figuratas fert impreſſiones. Et quicquid ab ea cognoſcitur, talẽ ſortitũ eſt exiſtentiã. Vnde ſanè & mentẽ paſſibilẽ eam quiſpiam vocitare non dubitauit. Atqui ſi mens eſt, quonã modo non impaſſibilis eſt, nec materiæ expers? Sin autem cum paſſione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impaſſibilitas quidem menti, intelligentiq; naturæ competit: paſſibile verò, ab illa longè abeſt eſſentia. Sed (ni fallor) ipſius inter maximè primas, atque poſtremas cognitiones medietatem explicare volens, ſimul & mentem ipſam vocitauit, tanquam primis ſimilem, & paſſibilem, iuxta eam, quam habet cum poſtremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes ſunt: intellectilia in ſeſe comprehendentes, & circa ſeſe agentes, & eis, quæ ſub cognitionem cadunt coniunctæ, abomniq; impreſſione, ac paſſione aliunde adueniente immunes. Vltimę verò, per inſtrumenta ſeſe exercent, & paſſiones potius ſunt, cogntiones extrinſecus admittentes, vnaque cum ſubiectis ſeſe commouentes. Tales enim (inquit Plato) ſunt ſenſus, qui ex violentis paſſionibus fiunt. At phantaſia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à ſeſe, promitque id, quod ſub cognitionem cadit: eò autem q̃ extra corpus non eſt, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ ſub ipſius cadunt cognitionẽ deducit. Et ideo quicquid nouerit, impreſſio quędam eſt, & forma intelligentię. Circulum'q̃ vnà cum ſuo cognoſcit interuallo, ab externa quidẽ materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipſa eſt materiam habentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipſa eſt circulus, quemadmodum neq; in ſenſilibus. Simul nanq; apparet diſtantia, maius'q̃, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo: Si igitur

Duplex materia ex ſentẽtia Ariſt. 1 7. meta. 35. & 39.

Duplex vniuerſale, quod in multis eſt

Ariſt. 3. de aĩa, tex. 20.

Plato in Timęo. Phantaſia media eſt inter ſenſũ & mẽtem.

inſenſi-

in ſenſilibus circulis vniuerſale diſtributum eſt, quod vnumquenq; etiam ipſorum, circulum perficit, omneſqúe ſibijnuicem ſimiles, vna ratione ſubſiſtentes, magnitudinibus verò, vel ſubiectis differentes: In ijs etiam, qui in phãtaſia ſunt circulis eſt quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes ſunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, ineſt autem ipſis differẽtia iuxta vnum hic tantùm, in phantaſia, ſcilicet magnitudinem. Cùm enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes ſubiecto immateriali, & in vita exiſtentiam habent, quę à ſimplici corpore eſt inſeparabilis, interualloqúe impartibilem ſuperat eſſentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuerſale illud, quod eſt in multis intelligatur. Vnum quidem in ſenſilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexqúe circularis, atque triangularis, omninoqúe figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in ſenſili materia. Præit autem, hisqúe antiquior eſt, quæ in cogitatione reſidet ratio, quæqúe in ipſa conſedit natura. Altera quidem immaginabilium circulorum, & vnius in ipſis exiſtẽtis formæ: altera verò ſenſilium autor. Sint enim qui in cœlo ſunt circuli, & omnino qui à natura producti ſunt: quorum ſicut ſub diſtributionem non cadit, quę in cogitatione eſt ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo ſunt, nullis diſtincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, abſque magnitudine in incorporeis cauſis, quemadmodum & è contrario impartibilia, partibiliter: magnitudiniſqúe expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione eſt circulus, vnus, & ſimplex eſt, ab interualloqúe immunis: & magnitudo inſuper ipſa, expers magnitudinis ibi: figuraqúe, nulla figura expreſſa. Nam rationes abſque materia talia ſunt. Qui autem in phantaſia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nõ vnus duntaxat, ſed vnus, & plures, nec forma tantùm, ſed diſtributa forma. Qui verò in ſenſilibus: compoſitus, magnitudine diſtans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumqúe puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cùm de circulo quicquam loquitur, atq; diametro, deqúe paſſionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum ſpectant, vt de contactibus: diuiſionibus: & de ijs, quæ huiuſmodi ſunt: neque de ſenſilibus docere, diſſerereqúe dicimus (ab ipſis ſiquidem ſeparare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione eſt forma (vnus enim eſt circulus, ipſa verò de pluribus ſuos habet ſermones, de vnoquoq; proponẽs, deqúe omnibus eadem contemplans: & indiuiſibilis quidem ille, diuiſibilis verò,

Duplex eſt circularis, & triãgularis ratio.

Geometria vniuerſale illud conſiderat, qd' in imaginabilibus diſtributũ é.

rò, qui in Geometria eſt circulus) verùm vniuerſale quidem ipſum conſiderare fatebimur, ſed illud, quod in imaginabilibus diſtributum eſt circulis. Et alium quidem intueri: per alium què, eum, qui in cogitatione eſt circulum contemplari: circa alium verò demonſtrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perſpicere: diſtrahit ipſas, ac ſubducit, & in phantaſiam in veſtibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipſarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à ſenſilibus ſeparationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non ſine phantaſia eſt. Compoſitioneſque figurarum, ac diuiſiones imaginabiles ſunt, cognitioque ipſarum via quidem eſt, quæ nos ad eam perducit eſſentiam, quam per cogitationem aſſequimur: nondum autem ad illam decucurrit, cùm cogitatio ipſa ad exteriora inſpiciat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impreſſionibus vtatur, à ſeſeque ad exteriora moueatur. Quòd ſi vnquam cùm interualla contraxerit, impreſſioneſque, & multitudinem ſine impreſſione, atq; vniformiter perſpexerit, ad ſeſe reuerti potuerit: tunc eximiè rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interualliqué expertes, atque eſſentiales, quarum copia eſt. Hæcque ipſius actio finis porrò Geometrici ſtudij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypſone ipſam ad perfectiorem, magiſque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantaſia ſunt informantibus apprehenſionibus ſoluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eũ tranſitum, qui à phantaſia ad ſolam cogitationem fit, ipſam per ſeſe finem facere. Surripiendo ſe ſe ab interuallis, paſsibiliqué mente ad eam actionem, quæ in cogitatione eſt. Per quam cuncta ſine interuallo cernet, & ſine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo ſunt multiãgula, omnia qúe in omnibus, & vnumquodq; ſeorſum. Ob hoc enim oſtendimus etiam in phantaſia, & in multiangulis circulos inſcriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes oſtenſionem: Idcircò igitur & figurarum conſtitutiones, & ortus, & diuiſiones, & poſitiones, & applicationes deſcribimus: quoniam phantaſia inſuper vtimur, huiuſcemodiqúe ex hac diſtantijs. Siquidem forma ipſa immobilis eſt, & ingenita, & indiuiſibilis, & ab omni ſubiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter ſunt, cum interuallis, partibiliterqúe in phantaſiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio eſt: à quo autem

pro-

Idẽ vide ſuperius i lib. 1. c. 1.

Optimus finis Geometrici ſtudii, & doni Mercurialis opus.

De Calypſone vide Plutar. in opuſc. de vitãda vſura.

promuntur forma, quæ in cogitatione eſt: in quo verò eſt id, quod promitur, paſsibilis, quæ vocatur mens. Quæ ſeſe circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à ſeſe puræ intelligentiæ vim ab interuallo immunem ſeparat, & ſeſe iuxta omnes informes ſpecies conformat, omniaque prorſus euadit, ex quibus conſtat cogitatio ipſa, & quę in nobis eſt impartibilis ratio. Hęc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cùm haud ignoraremus quęcunque Porphyrius quoque Philoſophus in Miſcellaneis conſcripſit, & quæcunque quãplurimi Platonicorum deſcribunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cõuenire arbitrati ſumus, & Platoni, qui quę Geometriæ ſubijciuntur ea eſſe vult, quæ ſub cogitationem cadunt. Hæc enim ſibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum cauſæ quidem, per quas cogitatio etiam demonſtrationes profert, in ipſa præextiterunt cogitatione; ipſæ verò ſingulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantaſia ſitæ ſunt.

Porphyrius in Miſcellaneis.

Pla. in Timęo, & in 7. de Rep.

Quæ ſcientia, Geometria ſit. Cap. II.

DE ipſa verò ſcientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur eſt Magnitudinũ, & Figurarũ, & in his exiſtentiũ Terminorum, & Rationum, quæ in ipſis ſunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Paſsionũ, variarumque Poſitionum, ac Motuũ cognitrix. Ab impartibili quidẽ Signo progrediẽs, ad Solida autem vſq; deſcendens, multiformeſque ipſorum differentias inueniens. Rurſuſque à compoſitionibus ad ſimpliciora, & ad horum recurrens principia. Compoſitionibus enim, ac Reſolutionibus vtitur, ſemper quidem à ſuppoſitionibus incohans, principia quoque à pręuia ſibi aſſumendo ſcientia: cunctis verò Dialecticis viis vtens. In principijs quidem, formarum Diuiſionibus à generibus, Definiẽtibuſque orationibus. In eis autem, quæ poſt principia ſunt, Demonſtrationibus, ac Reſolutionibus. Vt & à ſimplicioribus varia magis oſtendat prodeuntia: & ad ipſa rurſus redeuntia. Et ſeorſum quidẽ de ſibi Subiectis verba faciens: ſeorſum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demõſtrationes exurgit: ſeorſum verò de per ſe Accidentibus, quæ Subiectis quoq; ineſſe oſtendit. Vnaquæq; n. ſcientiarum aliud quidem habet genus, circa quod verſatur, cuiuſque paſsiones ſibi conſiderandas prõponit: alia verò principia, quibus vtitur in Demonſtrationibus: alia autem, quę per ſe inſunt. Et Pronunciata

Tria i vnaquaq; ſcia requiruntẽ ſubiectum Accidens, & Principium.

quidem cõmunia ſunt omnibus (licet ſingulæ propriè ipſis in ſubiecta ſibi vtantur materia) genus verò, & per ſe accidens diuerſum.

Geometrię ſubiecta.

Geometrię igitur ſubiecta quidẽ ſunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Figuræque prorſus, ac Magnitudines, harumque Termini.

Geometrię accidentia.

Quæ autẽ his per ſe inſunt, Diuiſiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Exceſſus, Defectus, huiuſcemodi omnia.

Geometrię principia.

Petitiones verò, & Pronunciata, quibus ſingula demonſtrat: illud, à quocunq; ſigno, ad quodcunque ſignum rectam lineam ducere. Et illud, ſi ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia eſſe. Quæque his cõſequentia ſunt. Vnde etiã non omne Problema, nec Quæſitum omne Geometricum eſt, ſed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs. Et qui ex his coargutus, conuictuſque fuerit: conuincetur vtique vt Geometra.

Quæ ſint q̃ſita Geometrica.

Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verùm à Geometrica contemplatione ſunt aliena. Et hæc duplicia ſunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæſitum illud eſt, quemadmodum Quæſitum Muſicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorſus emanat ſuppoſitionibus, non autẽ à Geometrię principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, ſed peruerſè, vt ſiquis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoq; inſtrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoſcere poterimus, quæ nam ipſius conſequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere poſſumus prout errant, hanc habẽt promiſſionem. Alia nanq; Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum eſt, ſiquidem ab ijs plurimùm diſtant?

Quæ ſint quęſita nõ Geometrica.

Duplex ẽ quęſitũ nõ Geometricum.

Geometria nobis exhibet inſtrumenta iudicandi

Certior nanq; alia, quàm alia eſt ſcientia (vt ait Ariſtoteles) quæ quidem à ſimplicioribus emanat ſuppoſitionibus, quàm ea, quæ magis varijs vtitur principijs: quæque dicit propter quid, quàm ea, quæ tantùm rem ita ſe habere cognoſcit: & quæ circa intellectilia verſatur, quàm ea, quę ſenſilia attingit. Et iuxta haſce certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior eſt: eius ſiquidem principia ſimplicitate ſua excellunt. Nam Vnitas quidẽ, poſitionis eſt expers: Punctum verò, poſitionem habet. Et Punctum quidem, cùm poſitionẽ ſuſceperit, Geometriæ principium eſt: Vnitas verò, Arithmeticæ. Geometria autẽ certior, quàm Spherica: & Arithmetica, quàm Muſica. Hæ nanque cauſas eorum, quæ ſub illis continentur Theorematum vniuerſaliter reddunt. Geometria rurſus, quàm Mechanica, Perſpectiua, ac Specularia: quoniam ipſæ de ſenſilibus verba faciunt. Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum prin-

Ariſto. 1. poſt. t. 42.

Arithmetica cercior eſt q̃ Geometria.

Geometria cercior quàm ſpherica, & Arithmetica, q̃ Muſica.

Geometria cercior quàm Mechanica, Perſpectiua, & Specularia

cipijs

cipijs differunt, harum verò duarum ſuppoſitiones diſtant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemqúe conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonſtrantur theorematum, alia quidem ſunt ipſis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi poſſe, ſoli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipſa rationes etiam, quæ exprimi non poſſunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones ſecundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorſus non datur. Geometriæ verò peculiaria ſunt ea, quæ circa poſitiones verſantur: numeri enim nullam habent poſitionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportiones, quę exprimi nõ poſſunt: vbi enim in infinitum procedit diuiſio, ibi quoque quod exprimi non poteſt extat. Ambabus autem communia ſunt, quæ de diuiſionibus habentur, quales tradit Euclides in ſecundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rurſus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmeticam: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometriam: alia verò ambabus ſimiliter competunt, quæ à tota Mathematica ſciẽtia in ipſas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationũ conuerſiones, et cõpoſitiones, ac diuiſiones, hoc modo ambabus cõmunia ſunt. Quæ verò cõmenſurabilia ſunt, Arithmetica quidem primùm inſpicit: poſtea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuſcemodi cõmenſurabilia, hæc eſſe determinat, quęcunqꝫ rationem ad ſe inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quòd commenſurabilitas in numeris præcipuè ſubſiſtat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cõmenſurabile: & vbi cõmenſurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inſpicit: iuxta proportionem autem ab ipſa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta cauſam ſunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipſarum cauſas, quæ in numeris ſunt, trãſimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inſpicimus, veluti cùm omne multiangulum à nobis in triangula reſoluitur: Quandoque verò proximo contenti ſumus, veluti cùm quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno defficiente alterum alterius duplũ eẽ dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à ſeptenario duplus eſt, vno defficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cõmunicant.

Quæ ſint cõia Arithmeticæ, & Geometriæ theoremata, & quę vtriq; propria.

Cõmuniũ theorematum diſtinctio.

ſcientiarum principia eſt, atque differentiam oſtendentes. Ad Geometricum ſiquidem ſpectat conſpicere cõmunia quidẽ theoremata, à quibus cõmunibus deriuentur principijs: propria verò, à quibus. Et ſic non Geometrica quidem, ac Geometrica diſtinguere. Et hæc quidem ad aliam: hæc verò, ad aliam afferre ſcientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quouſque progrediatur, quæque ſit ipſius vtilitas. Cap. III.

ALtius autem rurſus exordium ſumentes, totam contẽplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quouſque progrediatur. Sic. n. ornatũ, qui in ipſa eſt rectè perſpiciemus. Intelligemus ſanè per omnia ea, quæ ſunt, ipſam ſimul extendi: & cunctis ſuas accõmodare animaduerſiones: & omnium formas in ſe continere: & iuxta quidem ſupremum eius, quodque ſummam intelligendi vim habet, ea, quæ verè ſunt circunſpicere: & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarũ potentias. Nam harũ quoque rationes in proprijs habet contẽplationibus. Et oſtendit quænam Dijs quidem conuenientes figuræ ſint: quæ verò primis eſſentijs: quæ autem animarum ſubſtantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes: & eam, quæ in eis eſt, varietatem explicat, atque inſpicit: ipſarumque exiſtentiam oſtendit, & eas, quæ in ipſis ſunt paſſiones: necnon ipſarum cõmunitates, & differẽtias. E quibus ſanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cõprehendit, ad eſſentialemque rationũ redigit ſubſtantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam conſiderat, traditque quonam pacto ſenſilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum, iuxta cauſam in rationibus ipſis ſunt præacceptæ. Habet. n. imagines quidem vniuerſorum intellectilium generum: exemplaria verò ſenſiliũ: ſuam autem iuxta ea, quæ cogitationi ſubiecta ſunt cõpleuit eſſentiam. Per hæcque veluti per media ad vniuerſa ea, quæ ſunt, & ea, quæ fiunt aſcendit, atque deſcendit. Geometricè verò de ijs, quæ ſunt, ſemper philoſophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cõprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus: & varias ipſarum in ſe oſtendit mutationes. Hæc quidem agens ĩmateriali quadam, cognoſcendique vi: materiã verò attingens, multas à ſe ſe promit

mit ſcientias: vt Geodeſiam, Mechanicam, & Perſpectiuã. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim inſtrumenta, ciuitatumqúe propugnacula hiſce ſcientijs conſtruxit. Et montium circuitus, locorumqúe ſitus cognitos fecit. Menſuras demum edocuit: alias quidem earum, quę in terra: aliàs verò earum, quæ ſunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinaſqúe conſtruxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certã ciuitatibus reddidit. Itemqúe totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaqúe hominibus ab ijs, quæ incredibilia ſunt, manifeſtauit, omnibuſqúe oſtendit credibilia. Quale ſanè Hieron quoque Syracuſius de Archimede dixiſſe fertur, cùm nauem trinis inſtructam velis fabricaſſet, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere pręparabat. Cùm .n. omnes vnà Syracuſij nauẽ illã protrahere minimè poſſent, Archimedes Hieronem ſolum ipſam ſubduxiſſe fecit. Stupefactus autẽ ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum eſt. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixiſſe, cùm coronam, quam fabricatus eſt non ſoluta, ſingulum cõmiſtarum materiarum pondus comperiſſet. Hæc quidem Antiquorũ plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes: & proinde pauca ex pluribus nos in præſenti appoſuimus, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemqúe oſtendentes.

Hierõ Syracuſius.

Gelonis corona.

Quis ſit Geometriæ ortus, quæqúe fuerint ipſius inuentores Cap. IIII.

ORtus autẽ ipſius, qui hoc ſeculo extiterit, poſthæc indicandus eſt. Diuinus .n. Ariſtoteles dixit eaſdẽ ſententias ſæpe ad homines peruenire iuxta quaſdam ordinatas ipſius orbis conuolutiones. Nec noſtris quidem temporibus primùm, vel eorũ, qui à nobis cogniti ſunt ſcientias conſtitutionem ſuſcepiſſe, verùm in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuiſſe ipſas, & rurſus euanuiſſe. At quoniam principia quoque artium, atque ſcientiarum, iuxta præſentem conuolutionem conſideranda ſunt, dicimus quòd à pleriſque memoriæ proditum eſt, apud Aegyptios Geometriam primùm inuentã fuiſſe, quæ ab agrorum emenſione ortum habuit. Hæc ſiquidẽ illis neceſſaria fuit, propter Nili inundationẽ, conuenientes ſingulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cõmodo, & opportunitate tam huius, quàm aliarum ſcientiarum inuentionem ſumpſiſſe initium. Siquidem quod

Ariſto. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emẽſione apud Aegyptios primùm.

in

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' ſenſu igitur ad conſiderationem, & ab hac ad mentem nõn immeritò fiet tranſitus. Quemadmodum ergo apud Phęnicas propter mercaturas, atque cõmertia, numerorum certa cognitio ſumpſit exordium, ita ſanè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta eſt cauſam. Cùm itaque Thales primùm Aegyptum petiſſet, hanc cognitionem in Græciam tranſtulit. Et multa quidem ipſe inuenit, multorum autem principia ſibi ſuccedentibus enarrauit. Alia quidẽ vniuerſalius, alia verò ſenſibilius attingens. Poſt hunc autem Ameriſtus Steſichori Poetę frater, tanquam qui Geometriæ ſtudium tetigit, deguſtauitqúe memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentionem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Poſt hos autem Pythagoras eã Philoſophiã, quæ circa ipſam Geometriã verſatur, in liberalis doctrinæ figurã cõmutauit, altius ipſius principia cõſiderans: immaterialiterqúe, & intellectiliter theoremata perſcrutans. Qui ſanè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non poſſunt tractationem, mundanarumqúe figurarum conſtitutionẽ inuenit. Hunc verò ſecutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam pertinent aggreſſus eſt. Oenopideſqúe Chius, qui fuit Anaxagora aliquanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti eorum, qui in Mathematicis gloriã ſint conſecuti. Quibus ſuccedens Hippocrates Chius, qui lunulę qua draturam inuenit, Theodoruſqúe Cyrenęus inſignes in Geometria euaſere. Primus nanqꝫ eorum, qui cõmemorantur, Hippocrates Elementa conſcripſit: Plato autẽ cùm his ſucceſſiſſet, fecit tum Geometriam ipſam, tum etiã cæteras Mathematicas Diſciplinas maximum ſuſcepiſſe additamentum, propter ingens, quod ipſis adhibuit ſtudium. Quẽadmodum alicubi ipſe ſeſe manifeſtat, & volumina Mathematicis ſermonibus reddendo frequẽtia: & vbiqꝫ excitando quod in ipſis mirabile eſt, Philoſophiãqúe attingit. Hoc autem tẽpore fuit & Leodamas Thaſius, & Architas Tarentinus, & Theęthetus Athenienſis: à quibus theoremata aucta ſunt, ad peritioremqúe peruenere conſtitutionem. Leodamante autem iunior Neoclides fuit, huiusqúe diſcipulus Leon: qui ad ea, quæ ſuperiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa quoqꝫ conſtruxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter vſum eorum, quæ in ipſis oſtenduntur: & determinationem inuenerit, quando ſcilicet quod quęritur problema poſsibile ſit, & quando impoſsibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior, ſodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,

Apud Phęnicas numerorũ icepit cognitio.

Mathematici clari.

Thales Mileſius primus, ab Aegypto i Græciam Geometriam trãſtulit.

Ameriſtus

Hippias

Pythagoras.

Anaxagoras.

Oenopides.

Hippocrates.

Theodorus.

Plato

Leodamas

Architas

Theęterus

Neoclides

Leon.

Eudoxus.

quæ

quæ vniuerſalia appellantur locupletiorem reddidit; & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa ſectionem à Platone ſumpſerãt initium, in huberiorem diffudit multitudinem, reſolutionibus etiam in ipſis vſus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem diſcipulus, cum Platone autem verſatus, eiusque frater Dinoſtratus perfectiorem adhuc totã fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis diſciplinis, tum etiã in reliqua Philoſophia præcellere viſus eſt. Elementa nanque conſtruxit egregiè, multaque particularium, magis vniuerſalia fecit. Cyzicinus præterea Athenienſis ijſdem temporibus vigens, & in alijs quidem Mathematicis diſciplinis, potiſſimùm autem in Geometria illuſtris euaſit. Diuerſabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæſtiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Theæteto prius edita fuerant huberiora fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conſcripſit. Philippus autẽ Mendæus Platonis diſcipulus, ab ipſoque in Mathematicis diſciplinis inceſſus, & quæſtiones iuxta Platonis inſtitutiones faciebat, & hæc ſibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicæ Philoſophiæ conducere exiſtimabat. Qui itaque hiſtorias perſcripſere, hucuſque ſcientiæ huius perfectionem producunt. Non multò autẽ his iunior Euclides eſt, qui Elementa collegit, & multa quidem conſtruxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Theæteto reperta fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio oſtenſa fuerãt, ad eas redegit demonſtrationes, quæ nec coargui, nec conuinci poſſunt. Fuit autẽ iſte vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum eſſet ne aliqua ad Geometriam capeſſendam Elementari inſtitutione brevior via, reſpondiſſe nullam eſſe viã regiã, quæ ad Geometriã ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidẽ eſt, antiquior verò Eratoſthene, & Archimede (hi. n. vno, eodem'q; tẽpore vixerunt, vt tradit Eratoſthenes) Secta aũt Platonicus, huicque philoſophiæ familiaris eſt. Vnde ſanè totius quoq; Elemẽtorũ inſtitutionis finẽ ſtatuit, earũ, quæ Platonicæ appellãtur figurarũ cõſtitutionẽ.

Amyclas
Menæchmus.
Dinoſtratus.
Theudius.
Cyzicinus
Hermotimus.
Philippus Mendæus.
Euclides.
Primus Ptolem.
Archimedes.
Eratoſthenes.
Platonicæ figuræ.

Quæ Euclides Mathematica ſcripſerit volumina. Cap. V.

SVnt itaque multa quoque alia huiuſce viri Mathematica volumina,

Euclidis opera

Perſpectiua. Specularia, Muſica. Liber de diuiſionibus. Geometrica Elemẽta.

na, admirandę diligentię, peritęque cuiuſdam conſiderationis plena; Talis enim eſt eius Perſpectiua, & Specularia. Tales etiam, quæ ad Muſicam capeſſendam conducunt Elementares inſtitutiones. Itemque de Diuiſionibus liber. Præcipue verò circa Geometricam Elementorum inſtitutionem eum quiſpiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa diſtribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea aſſumpſit omnia, quę poterat dicere, ſed ea duntaxat, quæ Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autẽ omnis generis ſyllogiſmorũ modos, alios quidẽ à cauſis fidem ſuſcipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad ſcientiamque accommodatos. Præter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in eſſentialibus rationibus: Demonſtrantem autem, in his, quæ à principijs ad quæſita fiunt progreſſionibus: Reſoluentem verò, in his, quæ fiunt à quæſitis ad principia reuerſionibus. Quinetiam varias conuerſionum ſpecies, tum earum, quæ ſimpliciores, tum etiam earum, quæ compoſitiores ſunt, in hac tractatione commodè eſt inuẽri. Et quæ quidem tota totis conuerti poſſunt: quæ verò, tota partibus, & contrà: quæ autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, diſpoſitionem, atque ordinem precedentium, & ſequentium, vim, qua ſingula tradit, vel etiã quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à ſcientia elapſus, ad contrariumque mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanq; quę veritati adhęrent, quęque parientibus ſciẽtiam principijs ſunt conſequẽtia, quæ tamen tendunt in eũ, qui ex principijs fluit errorem, rudioresque decipiunt, horum quoque perſpicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inſpectionem aggrediuntur, ab omniq; deceptione permanere immunes. Atque hoc ſanè volumen, per quod hanc infert nobis preparationẽ ( ) hoc eſt Mendaciorũ, ſiue Fallaciarum inſcripſit. Quippe qui modos ipſarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem noſtram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientiæque ipſi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendique vim habet. Elementaris verò ipſius peritæ Geometricarum rerum contemplationis inſtitutio, inuincibilem, perfectamque habet enarrationem.

Liber Mendaciorum, ſiue Fallaciarum.

Quod

Quod nam ſit Geometrię Propoſitum. Cap. VI.

QVod igitur huius tractationis Propoſitum ſit, fortaſſe ſcifcitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propoſitũ eſſe diſtinguendum, tum iuxta res, de quibus quæſita fiunt, tum etiam iuxta addiſcentem. Et ad ipſa quidem ſubiecta reſpicientes, dicimus quòd de Mundanis vtique Figuris omnis Geometræ eſt ſermo. Quippe qui à ſimplicibus quidem incipit, in harum verò conſtitutionis varietatem deſinit. Et ſeorſum quidem ſingulas conſtituit, ſimul verò ipſarum in Sphęram inſcriptiones, quasqúe habent rationes tradit. Quapropter ſingulorum quoque librorũ Propoſita ad Mundum eſſe referenda nonnulli opinati ſunt, ipſorumqúe vſum, atque vtilitatem, quam ad Vniuerſi contemplationẽ nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiſcẽtem verò reſpiciendo Propoſitum diſtinguentes, hoc ipſum quod (Stichioſis) dicitur, hoc eſt Elementorum inſtitutio, ipſi Propoſitum eſſe dicemus: necnon addiſcentium cogitationis perfectionem ad vniuerſam Geometriam. Ab his enim auſpicantes reliquas quoque huiuſce ſcientiæ partes cognoſcere, varietatẽqúe in ipſa exiſtentem comprehendere poterimus. Et ſine his impoſſibilis nobis, incomprehenſibilisqúe cæterorum eſt diſciplina. Principaliſſima nanque, ac ſimpliciſſima, primisqúe ſuppoſitionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata ſunt. Cæterorumqúe demonſtrationes his tanquam notiſſimis vtuntur, ab hisqúe egreſſæ ſunt. Quemadmodũ ſanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphęra, & Cylindro cõſcripſit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quę in hac oſtenſa ſunt tractatione, tanquã euidentibus videntur vti principijs. Propoſitum igitur id eſt, addiſcentes nempe ad totam ſcientiam Elementis inſtituere, Mundanarumqúe Figurarum determinatas conſtitutiones tradere.

Duplex Propoſitum.

Primum Geometrę Propoſitũ

Quorũdã opinio.

Secundum Geometrę Propoſitũ

Archimedes.

Apollonius.

Geometriæ totum Propoſitũ

Vndenam ortum ſit Elementaris inſtitutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc eſt Elementorũ inſtitutor vocetur. Cap. VII.

HOc ipſum autem (Stichioſeos) hoc eſt Elementaris inſtitutionis, ipſiusqúe Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque inſtitutio,

Inſcriptio

quam habet rationem, vt ſanè de inſcriptione etiam aliquid quæramus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Elementaria appellare conſueuerunt, alia autem extra horum vim determinantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum conſideratio ad aliorum pertranſit ſcientiam, & ex quibus dubiorum, quæ in ipſis contingunt ſuccurrit nobis ſolutio. Nam quemadmodum vocis literatæ ſunt quædam principia prima, & ſimpliciſſima, & indiuiſibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omniſqúe dictio, atque oratio ex his conſtituta eſt: ita ſanè totius quoque Geometriæ ſunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ ſequuntur, principij rationem habentia, & ad omnia ſpectantia, multorumqúe accidentium demonſtrationes præbentia, quæ Elementa appellant. Elementaria verò ſunt, quæcunque ad plura ſe extendũt, & ſimplicitatem quandam, atque ſuauitatem habent, non tamen eiuſdem ſunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd ſua contemplatio ad omnem ſcientiam communis non eſt, Exempli gratia, Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extenſam in multitudinem cognitionem habent, nec porrò ſcitum quicquam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Elementarium vim. Rurſus autem Elementum (vt ait Menæchmus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod confirmatur Elementum eſt. vt Primum apud Euclidem Secundi, Quintiqúe, Quartum. Sic porrò multa quoque inuicem alterum alterius Elemementa eſſe dicentur. Mutuò enim confirmantur. Nam & ex eò, quòd extrinſeci Rectilineorum Anguli, quatuor ſunt rectis æquales, intrinſecorum rectis æqualium multitudo, & è contrario ex hoc illud, oſtenditur. Sumptioniqúe huiuſcemodi Elementum aſſimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in quod cùm ſit magis ſimplex, compoſitum diſſoluitur. Ita autem non omne rurſus, omnis Elementum vocabitur: verùm ea, quæ principaliſſima ſunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione ſunt conſtituta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa ſunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque Elementa conſtructa ſunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ circa Plana verſatur, alia verò Stereometriæ. Eodem ſanè modo in Arithmeticis quoque, in Aſtronomicisqúe Elementares inſtitutiones multi conſcripſere. Difficile autem hoc eſt, eligere quidem, commodeqúe in vnaquaque ſcientia ordinare Elementa,

Triplex Theorema.

Elementũ quid.

Elementa re quid.

Theorema. Quid ſit Theorema quod neq; Elementũ eſt, neque Elemẽtare.

Duplex Elementum ex Menechmi ſententia.

Petitiones; Theoremata ſunt Elemẽta ſunt.

Cur Euclidis Theoremata Elementa vocentur.

Difficile ẽ Elementa cõſtruere.

ex

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque reſoluantur. Atq; eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vſi ſunt Demonſtrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modũ per impoſsibile, alij verò Proportionem prætermiſerunt, alij autem præparationes aduerſus deſtruentes principia moliti ſunt. Omninoque plurimi Elementaris inſtitutionis modi à ſingulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod ſuperuacaneum eſt de medio tollere: impedimentum ſiquidem hoc in ſcientia eſt. Cuncta verò propoſitũ continentia, concludentiaque eligere: commodiſsimum enim hoc in ſcientia eſt, atque vtiliſsimum. Diluciditatis autem ſimul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem noſtram perturbant. Vniuerſalem denique Theorematum in terminis cõprehenſionem ſibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia fruſtra diſſecant, incomprehenſibilem efficiunt cognitionẽ. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis inſtitutionem, aliorum inſtitutionibus excellere facilè quiſpiam reperire poſſet. Ipſius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contẽplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinata mque traditionẽ, ille, qui fit à ſimplicioribus ad magis varia tranſitus efficit, nec non ea, quæ à cõmunibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuerſalitatem autem demonſtrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæſita migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ijſdem vſs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisque conſtitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena ſunt, qualia ſunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copioſius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita ſunt tanquam ex cauſis facilè conſtituuntur, quẽadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque ſpecies. Hæc enim ab Euclide quidem omiſſa fuere, apudque alios longum ſunt ſortita ſermonem, cognoſcuntur autem à ſimplicibus. Atque hæc de vniuerſa Elementari inſtitutione perſcribenda nobis erant.

Diuerſis modis multi Elementa tradiderunt.

Condõnes quę requiruntur ad optimã Elementorũ inſtitutionem.

Euclidis Eleméta-ris inſtitutio oés iã dictas habet çonditiones. Et ideo omnes aliorũ inſtitutiones excellit.

Cur quædã ab Euclide prætermittant

Apollonius.

Quis nam ſit Geometricorum ſermonum ordo. Cap. VIII.

VNiuerſum autem ſermonum, qui in ipſa ſunt ordinem hoc pacto

nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquã) ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisque principijs reliqua, quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantùm abſque ſuppoſitione eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt vtique Geometricam Elementorum inſtitutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cõcluſiones: deque principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare.

Prima philoſophia.

Nulla ſcia ſua demõſtrat principia.

Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipſis verba facit: verùm circa ipſa per ſeſe ſibi facit fidem, magisque ſunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſeſe, hęc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens.

Motus, vt ſuppoſitio pricipiũ ẽ.

Ita Medicus, cæterarumque ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſq; peritus. Quòd ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quę nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primùm itaq; (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant. Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cõmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataque diuidit. Differunt nanque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cùm quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſeſe credibile fuerit quod in principij aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quę eidem ęqualia, ad inuicem quoque ęqualia eſſe. Cùm verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quę per ſeſe fidem faciat, verũtamen ponit, conceditque id aſſumenti, tale ſuppoſitio eſt. Nam quòd Circulus ſit eiuſmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præſumpſimus: verũ audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cùm autem rurſus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conceſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, omnes rectos angulos ęquales eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

Euclides.

Quõ differant inter ſe Pronuntiatũ, Petitio, & Suppoſitio ex ſententia Ari. 1. poſte. ter. 25

ſitio. Sæpenumero autem omnia quoq; hæc quidam Suppoſitiones vocant, quemadmodum Stoici omnem ſimplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum ſententiam, Suppoſitiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppoſitiones appellabuntur. Rurſus autem, quæ ex principijs ſcaturiunt, in Problemata, Theorematagúe diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesqúe prorſus, quæ circa ipſas ſunt affectiones continentia: Hęc verò, quæ per ſeſe ſingulis accidunt oſtendentia. Quẽadmodum enim effectrices Scientię, contemplationis ſunt participes: eodem ſanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præaſſumpſere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speuſippi, Amphinomiqúe Sectatores, arbitrati ſcientijs contemplantibus magis eſſe propriam Theorematum appellationem, quàm Problematum. Præſertim cùm de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non eſt. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, effectionemqúe eius, quod prius nõ erat enuntiando, vtputa Aequilateris Trianguli conſtitutionẽ, vel Quadranguli data recta linea deſcriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum poſitionem. Melius itaque (inquiunt) eſt, dicere quòd omnia, huiuſcemodi ſunt. Ortus autem ipſorum non efficiendo, ſed cognoſcendo cernimus, perinde ac ſi fiant, quę ſemper ſunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè ſuſcipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda eſſe Problemata cenſebant: Quemadmodum qui Menęchmum ſecuti ſunt Mathematici. Munus autem Problematis eſſe duplex, aliquando quidem quæſitum comparare, aliquando verò cùm determinatum illud acceperint, videre vel quid ſit, vel quale quid ſit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud reſpectus. Et rectè quidem vtrique dicunt. Siquidem & Speuſippi ſectatores bene ſentiunt. Non enim eiuſmodi ſunt Geometriæ Problemata, cuiuſmodi Mechanices. Senſilia nanque ea ſunt, ortumqúe habentia, & cuiuſcunque generis mutationem. Et qui Menęchmum ſecuti ſunt, à veritate non diſſentiunt. Siquidem neq; Theorematum inuentiones, abſque in materiam acceſſu eſſe vllo modo poſſunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progreſſæ, ipſamqúe informantes, non immeritò vtique generationibus aſsimilari dicuntur. Cogitationis nanque noſtrę motum, rationumqúe in ipſa exiſtentium productionem: Figu-

Stoicorũ opinio.

Quæ à principiis emanãt in Problemata, Theorema taq; diuiduntur.

Speuſippi, & Amphinomi opinio.

Eorũ fundamẽtum.

Menæchmi opinio.

Munus problematis duplex ſecundũ Menęchmum

Duarũ ſuperiorum opinionũ cõciliatio.

Intelligibilis materia.

rarum,

rarum, quæ in Phantaſia ſunt, nec non earum, quę circa ipſas verſantur affectionum, ortum eſſe dicimus. Ibi enim ſunt & Conſtitutiones, & Sectiones, & Poſitiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quę in Cogitatione ſunt, ſine ortu, omniqúe mutatione conſtiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometrica, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipſa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contrà. Prorſus nanque Demonſtrationes contemplationis ſunt opus, cuncta autem, quæ in Geometria poſt principia ſunt, per Demonſtrationem ſumuntur. Proinde Theorema communius eſt. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, ſed ſunt quædam, quæ etiam ex ſe ſe Quæſiti Demonſtrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate diſtinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnumquodq; eorum, quæ de eius prædicantur materia, ſuumqúe oppoſitum ſuſcipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem ſuſcipere ſymptoma, non autem & oppoſitum. Ipſorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtputa Triangulum, vel Quadrangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per ſeſe accidens vocatur, vtputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Poſitionem, vel aliquid aliud huiuſcemodi. Cùm igitur ita quiſpiam propoſuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Problema dicit. Poſſis nanque in ipſum & non æquilaterum intendere. Rurſusqúe ſuper datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum conſtituere. Fieri enim poteſt, vt & non æquilaterum conſtituatur. Cùm autē Angulos, qui ad Baſim Aequicrurium ſunt, æquales eſſe quiſpiā propoſuerit, Theorema eum proponere dicendum. Fieri enim non poteſt, vt non æquales etiam ſint Anguli, qui ad Baſim ſunt Aequicrurium. Quo circa ſiquis Problematicè formans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geometriæ ignarus exiſtimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo exiſtit, Rectus eſt. In quibus ergo Symptoma vniuerſale eſt, totamqúe materiam comitatur, hæc Theoremata dicenda ſunt: in quibus verò nō vniuerſale, nec ſubiectum prorſus conſequitur, id Problema ponendum eſt. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in partes æquales ſecare. nam fieri poteſt, vt in nō æquales quoque ſecetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas diſpeſcere. datur enim & in non æquales diuiſio. Ex data recta Linea Quadrangulum deſcribere. poteſt ſiquidem, & non Quadrāgulum deſcri-

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate.

Materia Problematis, & theorematis, quid.

Prędicatū ſymptoma quid.

deſcribi. Atque omnia quæcunque id genus ſunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò diſcipulus, Theorema à Problemate diſtinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid ſit ſymptoma, quod de ea, quæ in ipſo eſt materia prædicatur: Problema autem quo exiſtente, quid ſit. Vnde Poſidonij ſectatores Theorema quidem Propoſitionem definierunt, perquam quæritur ſit nec ne: Problema verò, Propoſitionem, in qua quæritur quid eſt, vel quale quid eſt. Et illam quidem, cõtemplantem Propoſitionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris æquales ſunt, qui ad Baſim ſunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes ſit'ne ſuper hance rectam Lineam Triangulum conſtituere. Differe enim (dicebant ipſi) abſolutè quidem, atque indefinitè quærere ſit'ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineę rectam Lineã ad Angulos rectos erigere, & quæ nam ſit ipſa Perpendicularis inſpicere. Ceterùm quòd quidem nonnulla ſit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifeſtum eſt. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris inſtitutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex ſingulis manifeſtum fiet. Siquidem ipſe quoque in fine eorum, quæ demonſtrantur adiecit, interdum quidem [quod oſtendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod oſtendendum erat] Theorematum ſit deſignatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonſtratio ſit, veruntamen quandoque quidem Demonſtratio quoq; generationis gratia, nam vt oſtendamus quòd id, quod iuſſum erat, factum eſt, Demonſtrationem aſſumimus; quandoque verò, ipſa per ſe ſe digna eſt, ſiquidem Quæſiti naturam in medium afferre poteſt. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contexentem, ipſisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem, Nam quartus quidem liber totus Problematum eſt, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta ſint.

Quo differat Theorema à problemate iuxta Zenodori opinionem.

Definitio Theorematis, & Problematis à Poſsidonii ſectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris inſtitutio Problemata hẽt, & Theoremata.

Huius rei cauſam vide ſerius in lib. 3. in com. propoſitionis 4. & 9. atque aliis ſi locis

Quod ſit primi libri Propoſitum. Cap. VIIII.

POſthæc autem cùm primi libri Propoſitum determinauerimus, diui-

Primi libri Propoſitũ.

diuiſionemqúe in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propoſitum itaque in hoc libro eſt, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quanuis .n. Circulus, deqúe ipſo conſideratio, Rectilineorum eſſentia, ac cognitione præſtantior ſit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à ſenſilibusqúe ad intellectilia Cogitationẽ transferre feſtinantibus magis conueniens eſt. Etenim ſenſilibus quidem rectilineæ Figuræ ſunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam ſanè quod quidem ſimplex, & vniforme, & definitum eſt, naturæ eorum, quæ ſunt competit: quod autem varium exiſtit, indefiniteqúe continentium Laterum numero creſcit, ad ſenſilia ſpectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principaliſſimæqúe Rectilineorum Figurę traduntur, Triangulum inquã, & Parallelogrãmum. In his enim tanquam ſub genere Elementorum quoque cauſæ continentur. Aequicrus ſcilicet, atqꝫ Scalenum, & quæ ex his conſtituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ conſtitutæ ſunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem ſuper datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulũ proxima trium Elementorum eſt cauſa, Ignis ſcilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum eſt. Ac demum primi libri Propoſitum toti cõuenit tractationi, ad vniuerſamqúe mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiſcentes inſtituit in eam, quæ de rectilineis Figuris eſt ſcientiam. Prima ſiquidem ipſarum rectè inuenit principia, accurateqúe colligauit.

Maximè primæ, & principaliſſimę Rectilineorũ Figuræ Triãgulum, & Parallelogrãmum.

Triangulũ æquilaterũ trium Elementorum eſt proxima cauſa, Quadrangulum verò, vnius.

Primi libri Diuiſio Cap. X.

Dluiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesqúe declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipſorum inſuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodqꝫ per ſe ſe inſpicit. Triangulum nanqꝫ vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos conſiderat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atqꝫ inęqualitatem. Duoqúe ſupponens, eadem rurſus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrãmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrãmorumqúe generationes deſcribens. Itemqúe Symptomata, quæ ſunt in ipſis demonſtrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrãmorumqúe cõmunicationem oſtẽdit,

Prĩa pars primi libri eiuſq; propoſitum.

Secũda, & eius propoſitum.

Tertia, & eius propoſitum.

oſtendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparationibus. Etenim quæ in eiſdem, & in æqualibus ſunt Baſibus Triangula, atque Parallelogrãma ijſdem affici paſſionibus oſtendit: & per complicationem, vtriſque in vna Baſi exiſtentibus: & quonã pacto fiat Parallelogrãmum æquale Triangulo: ac denicꝫ de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus deſcribuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à ſubtendente rectum Angulum fit, ad ea, quę à comprehendentibus ipſum. Talis ſit & Diuiſio.

Quædã ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INcipientes autem de ſingulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi ſunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Caſus, & ſiquid aliud id genus eſt, quæcunque ab ijs, qui nos anteceſſerunt diuulgata fuere. Nam horum quidem ſatietate ſumus affecti, & ipſa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuerſamqúe ſpectant Philoſophiam, horum præcipuam faciemus cõmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] oſtendentibus quòd vtique oportet eam ſectari Philoſophiam, quæ per vnumquodꝫ Theorema Gradum aſcendit, Animamqúe tollit in altum: non autem in ſenſilibus eam permanere ſinit, & contubernalem mortalibus explere vſum, huicqúe conſulentem, quę hinc ſit euectionem negligere.

Pythagoreorum Aenigma

INCIPIT TEXTVS.

Signum eſt, cuius pars nulla.

Definitio prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compoſitioribus ad ſimpliciora fit tranſitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimenſionibus diſtat, ad Superficiẽ, quæ hoc terminat: à ſuperficie aũt ad huius Terminũ Lineam: à Linea verò ad Signũ ab omni dimenſione immune, ſępenumero dictum fuit, & omnino manifeſtum eſt. Quoniam autem iſti Termini in compluribus quidem locis propter

Cõment. primum.

Geometra pgreditur à cõpoſitioribus ad ſimpliciora.

Qõ vbi nã Termini Terminatis prȩcellãt, & vbi Terminata, Termi nis.

In immaterialibus rebus ſimpliciora p̃cellunt cõpoſitioribus.

Termini imateriales prȩcellunt Terminatis imateria-- libus.

Ratio.

In materialibus rebus cõpoſitiora ſimpliciorib. prȩcellũt.

Terminata materialia prȩcellũt Terminis materialibus, Ratio.

ſimplicitatem, natura compoſitorum præſtantiores eſſe videntur: in compluribus verò, cùm in ijs, quæ ab ipſis terminantur habeant exiſtentiam, accidentibus ſimiles ſunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ ſunt generibus inſpiciatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quę materiæ ſunt expertia, & in ſeparatis ſubſiſtunt rationibus, formisque ipſis, quæ ſunt ſub ſe ſe collocatę, ſemper prius ſortita ſunt ſimpliciorum ſubſiſtentiam principaliorem, compoſitiorum ſubſiſtentia. Propterea aque & in Mente, & in Ornatibus tũ medijs, tũ ijs, qui Animæ ſunt, & in Naturis ipſis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quę terminantur, Termini iuxta eſſentiam prȩcellunt: & quàm ipſa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij ſunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio ſuſcipit perfectius eſt. Quæ verò materiæ egent, & in alijs conſiſtunt, & à ſua degenerant eſſentia, & circa ſubiecta ſparguntur, vnionemque habent aſcititiam, compoſitiores ſortita ſunt rationes prius quàm ſimpliciores. Et propterea quæ in Phantaſia, & earum, quæ ſub Phantaſiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæque in ſenſilibus ſunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis diſtat dimenſionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel ſenſu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progreſſa lateat, Linea ipſam præaſſumpſit, determinauitque ipſi aduenies. & Signum ſimiliter Lineam; compoſitis propter ſimplicia ſubſiſtentibus. Etenim hoc quoque rurſus manifeſtum eſt, quòd in ſeparatis quidem Formis, Terminorum rationes in ſeipſis ſunt, non autem in ijs, quę terminantur. & manentes quæ re vera ſunt, Secundorũ conſtituendorum vim habent. In inſeparabilibus verò Formis, ſe ſe ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque ſitæ ſunt, & factæ ſunt veluti partes eorum, ſuntque deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili eſſentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita ſunt. Suamque ſimplicitatem, atque puritatem non amplius Termini cuſtodire poſſunt. Cùm enim in alio conſiſtant, naturam ſuam in ſubiecti materiam immutarunt. Materia ſiquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obſcurans dimenſionem, vndique ſit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, ſimulque diſtra-

Cõfirmatio eorum quæ dicta ſunt.

diſtrahitur cum ijs, quæ ab ipſo terminantur. Cunctis enim hiſce rationibus in materiam delapſis, his quidem à cogitatione in intellectilem, his verò à natura in ſenſilem, ſubiectis refertæ ſunt. à ſuaque ſimplicitate in alienas compoſitiones, atque Interualla diſceſſerunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & ſine vlla dimenſione exiſtẽtibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita ſunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam eſt, vt quædam primum, & quędam medium, & quędam vltimum ſortitę ſint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes ſunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas ſuas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ ſunt, aliæ autem Infinitati? Etſi enim hiſce duobus principijs omnes participant, verũtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ ſunt, eiusque magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorſus eſt impartibile, ſiquidem iuxta quoque Finem ſubſiſtit. Habet autem vim infinitam latẽter, qua etiam omnia producit Interualla. Progreſſusque omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitę naturæ magis eſt particeps. Quapropter ex eorum quoque numero eſt, quæ aliunde terminantur, iuxtaque omnes dimenſiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media ſunt, ſecundũ Extremorũ diſtãtiã, aut ex eorũ ſunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine conſtant, alia terminare poſſunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cùm ergo Signum quoque Terminus ſit, in participatione propriam conſeruat potentiam. Cùm autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipſo terminantur adeſſe cogatur, infinitè in ipſis eſt. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis diſtant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit cauſa, & ferax vniuerſorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantùm omnia exiſtens. Vtque paucis rem complectar, formæ, quæ propter ſimplicitatem, atque impartibilitatẽ in principijs ſuperiorẽ tenent locũ, in participationibus ſeruant quidẽ (vt natura eis cõparatum eſt) ſuam proprietatem, deteriores tamen cõpoſitioribus factę rationibus. Materia nanqꝫ, harũ clarius poteſt fieri particeps, ad hasque potius quàm ad ſimpliciſſimas eorum, quæ ſunt cauſas ſuſcipiendas præparari. Qua propter ſe-

Nota hic Duplicem materiam

Dubitatio

Solutio.

Formarũ imaterialium ordo

Reſpõdet tacitæ obiectioni.

paratorum quidem principiorum veſtigia deſcendunt in ipſam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis cauſæ eſt particeps, quàm Plani. huiusque magis, quàm formæ ipſius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hęc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenę pręeſt, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progreſſus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini ſunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum eſt huiuſcemodi Terminos (Corporum inquã) ſola excogitatione ſubſiſtere, quemadmodum Stoici cenſuerunt; verùm eſſe quaſdam huiuſcemodi naturas in ijs, quæ ſunt, ipſorumque rationes opificas præ ſe ferre, in memoriam quidem redigiſſemus ſi ad totum inſpexiſſemus Mundum, & eas, quæ in ipſo fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipſa penetrantes. Centra nanque actu ſubſiſtunt, ſiquidem Sphæras continent, in ſtatuque ſuo conſeruant, & ipſarũ Interualla vniunt, & potentias in ipſis exiſtentes conſtringunt, ad ſeſeque conſtabiliunt. Axes autẽ ipſas euoluunt, atque circũducunt, & circa ſe ſe reuoluunt ipſi immobiliter ſiti. Quin etiam Poli Sphęrarum & ipſos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in ſe ſe conſtringentes, quopacto perſpicuè non oſtendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis diſtant omnium perfectrices, & vnionis, atq; inceſſabilis motus præbitrices? Vnde ſanè Plato quoque Adamantinam eſſe dicit ipſorum ſubſiſtentiam, immutabilem ipſorum eſſentiæ vim, & æternam, & ſtabilem, quæque eodem ſemper modo ſe ſe habet, oſtendens. Fuſumque ait totum circa ipſa verti, & circa ipſorum vnionem circũſilire. Aliæ autem magis reconditę, abſtruſæque orationes Opificem quoq; Mundo aiunt aſsiſtere Polis inſidentem, ſuoque diuino Amore Vniuerſum ad ſe ſe conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheę Sigillum appallandum eſſe cenſebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitã largitur, inexplicabilẽ, efficacemque vim per hæc in vniuerſum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cùm opificam cuſtodiam Iuppiter in ſinu Mundi poſuiſſet, in Medio ipſam firmiter collocauit. Centro ſiquidẽ manente Vniuerſum quoque immobilem ſuum habet ornatum, & aſsiduam conuolutionem: manentque omnia ſuum cuſtodientia ordinem immutabilem: & qui Polis aſsiſtunt Dij, diuiſorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti ſunt potentiam: quique

Digreſſio

Stoicorũ opinio, ipſiusq; oppugnatio.

Cẽtra q̃d faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in 10. de Rep.

Pythagorei qua de cauſa Polum Rheę Sigillũ appellabãt.

Cur centrũ Iouis carcerem.

Dii Polorum.

Axes

Axes ſortiti ſunt, conuolutiones coercent, æterneqúe euoluunt. Et ſi fas eſt noſtram in medium afferre ſententiam, Cẽtra quidem Sphærarum omniũ, atque Poli conciliantium Deorum Notæ ſunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compoſitionem affingentes. Axes verò, vniuerſorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasqúe ipſi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphęrę autem ipſæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines ſunt, principium fini copulãtes, & omnibus Figuris ſimplicitate, & ſimilitudine, & perfectione præſtantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt oſtenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo ſunt Terminorum vim, quòdqúe iſti, quatenus primarum, & maximè principalium cauſarum imaginem afferunt, maximũ in Vniuerſo ſortiti ſunt ordinem. Non enim eiuſmodi Termini ſunt Centra, & Poli, cuiuſmodi eorum, quæ terminantur: ſed actu ſubſiſtunt, habentqúe exiſtentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè ſubſiſtunt inſpicientes, exilem eorum ſubſiſtentiam eſſe exiſtimant, & alij quidem dicunt ſola excogitatione à ſenſilibus ipſos ſeparari, alij verò nullibi etiam, niſi in noſtris excogitationibus eſſentiam habere. Quoniam autem ſunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, conſiderabimus quonã pacto iuxta ordinem in ipſis exiſtentem, in eorum etiam, quæ ſunt generibus ſubſiſtant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes ſecundum vnicam formam ſubſiſtant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter exiſtit. Omnes verò in Animis, ſed iuxta Lineæ formam. Vnde ſanè Timęus quoque ex rectis, circularibusqúe Lineis Animam conſtituit. Quilibet nanq; Circulorum Linea tantum eſt. Omnes autẽ in Naturis, cæterùm iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum conſtituendorum vim habentes, per Plana manifeſtari iubebat. Corporumqúe in Plana reſolutio ad proximam eorum, quæ apparent cauſam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. ſiquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipſis ſubſiſtunt. Omnes igitur vbique, & vnaquęq; iuxta proprium ordinem apparent: diuerſitasqúe à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile exiſtit, quodqúe partibile eſt cùm ſimplicitate præſtet iuxta hancce eorũ, quæ ſunt diminutionẽ,

Dii Axiũ.

Propria opinio.

Quorũdã duplex opinio, prima Stoicorum, ſecũda Ariſto. Qũo iſti Termini ſubſiſtant.

Timęus.

Quilibet circulorũ Linea tãtum eſt. Pla. in Timęo, vide et à Ariſt. i tertio de Cœlo.

hoc

hoc quoque eximiam partibilium ſibi vendicauit ſubſiſtentiam. & interdum quidem penitus ipſa ſuperat ſecundū cauſæ excellentiam, interdum verò ipſis connexum eſt, interdum autem aduentitiam in ipſis ſortitum eſt exiſtentiam. & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur, propriam abſumit impartibilitatem. Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem eſt Numerorum genitrix, alia verò vt ſubſtrata Numeris materia: & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium: ita ſanè Signum quoque partim quidem eſt Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem cauſam. Nunquid ergo Signum ſolum impartibile ſit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philoſopho quidem de omnibus, quę ſunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; ſub diſtributionem cadentia conuenit inſpicere, omnesque partium primarias ſubſiſtentias: particularium verò ſcientia prædito à quibuſdam definitis principijs contemplationem producenti, & vſque ad illa recurrenti, progreſſus autē eorum, quæ ſunt minimè ſcrutanti, hanc ſolam impartibilem naturam, quæ ad eius ſpectat prima principia, aggredi, conſiderare, & tradere: hancque intueri ſimplicitatem, quæ præeſt omnibus ijs, quæ ſub cognitionem ipſi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis eſt expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta ſit, in preſenti tamen ſcientia perfecta eſt. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa eſſe ait Ignē, atque Aquam, hisque ſimilia. & ipſorum reſolutio adhæc vſque progreditur. At Naturalis Philoſophus ad alia, quæ his ſimpliciora ſunt tranſit. & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad ſenſum, hic verò, ſimplex quò ad rationem. & vterque rectè quò ad propriam ſcientiam. Neque igitur Signi definitionem peccaſſe putauerimus, neque imperfectam ipſam eſſe poſuerimus. Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia ſufficienter tradita eſt. hoc ſiquidem ipſi tantùm deeſt, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum eſt. meumque principium, & ſimplicisſimū nil aliud eſt, quàm hoc. Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius ſibi ſubiectæ naturæ conſiderationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque cauſam ſolis negationibus tradidit. Omne ſiquidem principium diuerſa ab eis, quæ ſcatent à principio conſtat eſſentia: & horum negationes illius nobis patefaciunt

Dupliciter vnitas cō ſideratur.

Duplici-- ter Signū cōſideraſ.

Dubitatio Solutio.

Solum Signū i Geometria partiū expers eſt, & ſola vnitas in Arithmetica.

Finis Digreſſionis Cur Euclides à partium negatione Signum definiat.

Parmenides.

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem eſt cauſa, nihil autẽ horum eſt, quorum eſt cauſa, huiuſcemodi doctrina perſpicuum fit. Fortè autẽ quiſpiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantaſia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipſa inſpicit? non enim quia rationes in Cogitatione exiſtentes, ſed Intelligentiũ, diuinarumqúe Formarum Simulachra Phantaſia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & ſub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quã ſanè ambiguitatem dicamus, quòd imaginarij motus ſpecies neque partibilis tantùm eſt, neque impartibilis: Verùm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod eſt Forma expreſſum. Nã ſi partibilis eſſet tantùm, non vtique plures Formarum in ſeſe cuſtodire poſſet impreſſiones, ſubeuntibus præexiſtentes obſcurantibus. Siquidem nullum Corpus ſimul, & ſecundum idem pluribus continetur Figuris: verùm per ſecundas priores delentur. Si autem impartibilis, Cogitatione porrò, & Anima impartibiliter cuncta ſpectãte nõ eſſet inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipſam neceſſe eſt incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincqúe † conſatam, conſperſamúe promere Formam cuiuslibet eorum, quæ ſub cognitionem cadunt, ad ipſam penetrantium: deſinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum. Quòd ſi huiuſcemodi naturam ſortita eſt, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipſa. & iuxta illam, Signum præcipuè eſſentiam habere dicendum. Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipſa eſt. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter. Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem poſitionem habentem, conſiderandum quid nam ſibi velint. Quòd itaqúe Numeri quidem magis immateriales, magisqúe puri, quàm Magnitudines ſint, & quòd Numerorum principium, Magnitudinum principio ſimplicius ſit, cuilibet manifeſtum eſt. At cùm dicant Vnitatem quidem poſitionẽ habentem, Signum eſſe, oſtendere mihi videntur quòd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione ſubſiſtunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtputa Quinarius, & Septenarius vnus eſt in qualibet Anima, & non plures: Figuraqúe carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantaſia palàm ſe ſe offert, & tanquam in loco exiſtit, & materiale eſt, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque poſitionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omniqúe Interuallo, ac loco immunis. Habet

Dubitatio

Solutio.

Fundamẽtum.

Primũ argumentũ.

Secũdũ argumentũ.

Cõcluſio.

† Cõuolutã promere &c.

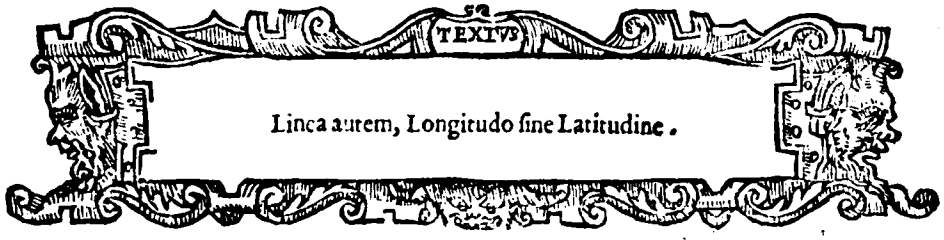
Phantaſię duplex vis.

Definitio Signi ſecũdũ Pythagoreos, & eius expoſitio.

Vnitas, & Numerus in opinione ſubſiſtunt.

Intellectilis materia.

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasię gremijs appa-ret, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ cor-pore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.



Definitio secunda.

Cõm. se-cundum.

LInea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simpli-cissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appella-uit, adijciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Li-nea respectu Superficiei, principij habet rationẽ. Nam Signum qui-dem vtpote Magnitudinum omnium principiũ sola negatione edo-cuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Lõ-gitudo, hacque Signi impartibilitatẽ excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à cęteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porrò, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non au-tem & contrà. Cùm ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoq; simul ademit. Quocirca nec addidit, quòd non crassa quoq;, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiũt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verùm hæc qui-dem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Si-gnum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existẽ-tiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fœcundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum acci-pientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibi-libus essentiam præbentem. Cęterum hęc quidem cuilibet nota, ma-nifestaque sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportione correspondentia ponunt. quæ tamẽ vt ea, quæ cum In-

Aliæ Li-neæ defi-nitiones.

Digressio

teruallo

teruallo ſunt ſuſcipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam. Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, ſolidum Corpus. Vnde etiam Ariſtoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati aſsimilari: quæ autem poſt Signum ſunt, ſubſiſtere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancque ſeruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; ſui proximi ſuperioris, & eundem ad propinquum, adque ſequens habere gradum, quem illud ad ipſum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancque Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem eſſe Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem eſt Pythagoreorū ordo, qui deſuper ſumpſit initium, & eorum, quæ ſunt naturam conſequitur. nam Signum quidem duplex eſt, vel enim per ſe ſe eſt, vel in Linea. quod etiam cùm tāquam Terminus ſit ſolum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, ſupremam eorum, quæ ſunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportione reſpondere poſitum fuit. Vnitas ſiquidem ibi primùm, vbi paterna eſt Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cùm prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem ſit, eò quòd vnico diſtat Interuallo, Dyadicaque propter progreſſum: ſi.n. infinita ſit, indefiniti Binarij eſt particeps, ſi autem finita, duobus ei opus eſt Terminis, Vnde, & Quò. propter hęc vtique Totalitatē imitatur, ordinemque illum ſortita eſt. Quæ etiam porrecta eſt Vnitas, & duo gignit. hæc enim progreſſum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrectè, & vnico diſtat Interuallo: Binarijque materiam. Superficies autem, Ternarius cùm ſit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamque formam, atque ſpeciem ſuſceperit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ ſunt terminanti, primùm: Binario verò ipſam diuidenti, quodāmodo ſimilis eſt. Solidum verò cùm tripliciter diſtet, per Quaternariumque Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem diſtinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet diſtinctio, necnon vniuerſorū in tres partes diuiſio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc eſt genitriee, atq; feminea. At hęc quidem fuſius pertractari poſſunt. Lineam autem rurſus ſecūdam exiſtentem, iuxtaque primam ab impartibili natura motionem conſtitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque ſermo Dyadicam appellabat. Cæterùm quòd & Signū

Ariſt. primo de cęlo tex. 2.

Exęplum.

Signū duplex.

Oraculū.

Cur Pythagorei Lineã Diadicam appellabãt. Parmenides.

poſt Vnitatem,& Linea poſt Binarium,Superficiesqúe poſt Ternarium ſit, Parmenides etiam alicubi oſtendit, ab vno Multa primùm negatione auferens, deinde Totum. Quòd ſi Multa ante Totũ Numerus quoque ante Cõtinuum,& Binarius ante Lineam, Vnitasqúe ante Signum erit. ſiquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit,quæ multitudinem gignit,Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta ſint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apollonij quoque ſectatores dicentes,quòd Lineæ quidẽ notionem habemus,quando Longitudines tantùm, aut viarum,aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinẽ tunc, Craſſitiemqúe ſubiungimus: ſed vnicam dũtaxat conſideramus diſtantiam. Quemadmodum ſanè,cùm etiam campos metimur,Superficiem cernimus. cùm autem Puteos,Solidum. omnes.n. diſtantias ſimul colligentes, tantùm eſſe Putei ſpatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Senſum autem ipſius Lineæ habuerimus vtique,ſi diuiſiones locorũ lucidorum, ab obumbratis inſpexerimus, nec non ad Lunam,quę ſuper Terram eſt. hoc nãque medium,iuxta Latitudinem quidem,nullam habet diſtantiam: Longitudinem autem habet,quę vnà cùm Lumine,& Vmbra extenditur.

† hoc nãq; Finis Digreſſionis Notio Lineæ iuxta Apollonium.

Pulcherrimus Lineę ſenſus.

TEXTVS

Definitio tertia.

Lineæ autem Extrema, ſunt Signa.

Cõm. 3.

OMne cõpoſitum à ſimplici,& omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumqúe imagines in Mathematicis principijs palàm ſe ſe offerunt. Cùm.n. Lineam à Signis terminari dicat,manifeſtè videtur ipſam per ſe ſe infinitam facere, quippe quę propter proprium progreſſum, Extremũ non habet. Quemadmodũ igitur Binarius ab Vnitate terminatur,ſuamqúe intolerabilem audaciam ſub Terminũ, Finemqúe redigit, cùm ab illa coerceatur: ita ſanè Linea quoque Signis apud ipſam exiſtentibus terminatur, Cùm.n. Binario ſimilis ſit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verùm in imaginabilibus quidem, atque in ſenſilibus Signa ipſa,quæ in Linea ſunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præextitit quidem partiũ expers Signi Ratio,progreſſa autem illinc ipſa longè prima cum Interuallo ſeipſam conſti-

Intolerabilis Binarii audacia

Digreſſio

conſtituendo,& mouens ſe ſe,& fluens in infinitum, indefinitumqúe Binarium imitans,à proprio quidẽ coercetur principio,ab eodemqúe vnitur,atq; vndequaq; corripitur. Infinita ergo, finitaqúe ſimul exiſtit. iuxta quidem ſui progreſſum,infinita: iuxta verò terminatricis cauſæ participationẽ, finita. Cùm .n. ipſi aduenerit, illius cõprehenſione retinetur,terminaturqúe iuxta illius vnionem. Vnde porrò in Imaginibus quoque Signa finem, atq; principium Lineę occupando, ipſam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato ſeparatus eſt, hîc verò duplex. in ipſo enim Terminato ſubſiſtit. Et hoc afferret vtique mirabile indicium,Formas in ſe ſe quidem manentes ea, quę ipſis participant, iuxta cauſam prȩcedere: illis verò deditas,iuxta illorum proprietatem ſubſiſtere. Siquidem vnà cum ipſis multiplicantur,& partiuntur,ſubiectorumqúe diuiſionem recipiunt. Prȩterea hoc quoq; de Linea præaccipiendum eſt,quòd ipſa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate,quod ait,Super data recta Linea terminata Triangulum ęquilaterum conſtituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis ęquales ſint, Triangulũ conſtruere. in Problematis .n. Conſtructione inquit,Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita,ex altera verò,infinita. Et vt ex vtraq; parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datã rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non ſit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipſum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque ſcitu dignum cùm ſit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta ſunt? & cuius Lineæ? ſiquidem neq; infinitæ, neq; cuiuslibet finitæ? Nam eſt quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis eſt, quæ in ſe ſe coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei eſt Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea eſt? accipiemus.n. quandam circunferenti ã,quæ à Signis terminatur, Lineæqúe Clypei partem,eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli,Clypeiqúe Linea quandam etiã aliam ſibi aſſumpſit proprietatem,per quam non ſolùm Linea eſt, verùm etiam Figuræ perficiẽdæ vim habens. Ipſæ ergo Lineæ quidem vtraſque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices,in ſe ſe coeunt. quòd ſi deſcribi quoq; eas intelligas, reperies vtique quomodo à Signis terminantur. Si verò deſcriptas iam acceperis, finemqúe principio con-

Finis digreſſionis Notãdũ

Prima propoſitio primi Elemẽtorũ.

Vigeſima ſecunda ,ppoſitio eiuſdem.

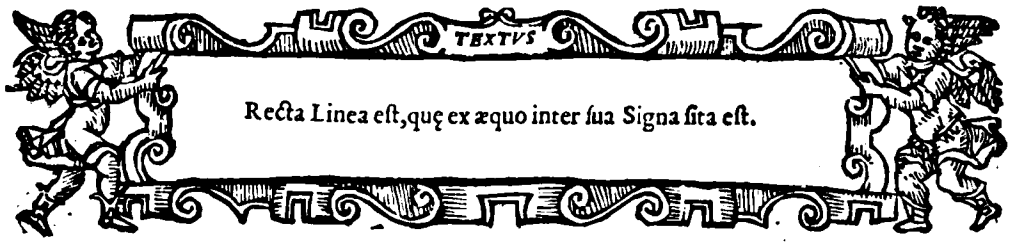
Duodecima propoſitio eiuſdem.

Tripliciter Linea à Geometra cõſideratur.

Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipſarum Extrema poteris inſpicere.



Definitio quarta.

Recta Linea eſt, quę ex æquo inter ſua Signa ſita eſt.

Cõm. 4. Diuiſio Lineæ ſecundum Plat. & Ariſt.

PLato quidem Lineæ duas ſimplicisſimas, præcipuasqúe ponens ſpecies, Rectam vtiqꝫ, & Circularem, reliquas omnes per miſtionem ex his conſtituit, quæcunqꝫ Tortuoſæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ ſunt, aliæ verò circa Solida ſubſiſtunt: & quęcunque per Solidorum ſectiones producuntur curuarum Linearum ſpecies. Et videtur Signum quidem (ſi fas eſt dicere) Vnius, iuxta Platonis ſententiam, afferre imaginẽ. hoc nanque nullam habet partẽ, quemadmodũ ille quoque in Parmenide oſtendit. Quoniam autẽ poſt Vnũ, tres ſunt ſubſtantiæ, Finis, Infinitũ, & Miſtum, per haſce Linearũ, & Angulorum, & Figurarũ ſpecies in rerũ natura producuntur. & Fini quidẽ Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphęra in Solidis proportione reſpondent: Infinitati verò, Rectũ iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cõpetit, ſi in vnoquoqꝫ ſpectetur. Miſtum autẽ, quod in his omnibus eſt, Miſto illic exiſtenti. Lineæ nanque miſtæ ſunt, vt circunuolutæ, implexæqúe Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, vt Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræqúe Planæ quidem, vt Segmenta, atque Apſides; Solidæ verò, vt Coni, atqꝫ Cylindri, cæteræqúe id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Miſtum in his omnibus eſt. Quinetiam Ariſtoteles Platoni aſtipulatur. Omnis ſiquidem (inquit) Lineæ ſpecies vel Recta eſt, vel Circularis, vel ex his Miſta. Vnde & Motus tres ſunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Miſtus. Ambigunt autem quidam aduerſus hanc diuiſionem, & dicunt non eſſe duas tantũmodo ſimplices Lineas, verùm quandã quoqúe tertiã dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrũ deſcribitur, quando, dũ recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiẽ, Signum in ipſa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc eſt implexa, circunuolutaqúe Linea, quæ omnes ſui partes omnibus ſecundũ partium ſimilitudinẽ adaptat, vt oſtendit Apollonius in libro de Cochlea. quę quidẽ paſſio ex omnibus Helicibus ipſi ſoli cõpetit. Planę nanqꝫ Helicis partes inter ſe diſſimiles ſunt. necnõ eius, quæ circa Conũ, & eius, quæ circa Sphæram deſcribitur. Sola

Pla. in Parmenide.

Ariſt. 1. de cœlo t. 5.

Dubitatio Xenocratis.

Apollonius in libro de Cochlea.

aũt

autem Cylindrica eodem ſanè modo ſimilium partium eſt, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque ſimplices Lineę tres ſint, & non duæ tantùm? cui dubitationi occurremus dicentes, ſimilium quidē partium eſſe huiuſcemodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoq; docuit, ſimplicem autem minimè. non. n. idem eſſe quod ſimilium partium eſt, & quod ſimplex. ſiquidem eorum etiã, quæ natura conſtant, ſimilium quidem partium ſunt Aurum, & Argentum, ſimplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Miſtionē ex ſimplicibus, ipſam quoq; Generationem manifeſtare. Oritur. n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipſa recta Linea fertur. Duo igitur motus ſimplices ipſam cōſtituerunt. Quamobrē ex numero Miſtarum eſt Linearum, non autem ſimplicium. Quod. n. ex diſſimilibus eſt conſtitutum, Simplex non eſt: ſed Miſtum. Recteqúe Gemînus cùm ex pluribus quidem motibus, ſimplicium quoque Linearū aliquam produci concesſiſſet, non equidem omnem etiã talem Miſtam eſſe concesſit: verū illam, quæ ex diſſimilibus oritur motibus. ſi. n. Quadrangulum, duosqúe mòtus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producetur, recta exiſtens Linea, non obid tamen Linea recta mixta eſt. Nulla. n. alia ipſam præcedit Linea, quæ ſit per ſimplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verùm nec ſi quis in Angulo recto rectam ſubduci Lineam excogitauerit, bipartitaqúe ſectione Circulum deſcribere, propter hoc Linea circularis Miſtione producta eſt. eius. n. quæ hoc modo mouetur Extrema cùm æqualiter moueantur, rectã deſcribunt: bipartita verò ſectio cùm inęqualiter deuoluatur, circulum deſignat: reliqua autem Signa, deſcribunt Ellipſim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit ſectione inæqualitatem conſecuta eſt circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem ſecundum naturam moueri ſuppoſitum fuit. At hæc quidē de his ſint ſatis. Videbitur autē vtriſque Lineis ſimplicibus exiſtentibus (Recta inquã, & Circulari) Recta vtique ſimplicior eſſe. in hac. n. ne opinione quidē diſſimilitudo excogitari poteſt. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum diſſimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiã ſecundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen reſpectum ad centrum, ſecum affert. Quid autem ſiquis etiã dicat Circunferentiam recta Linea ad conſtitutionem indigere? ſi enim rectę Lineę terminatę vtrūuis quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorũ maneat, alterum verò moueatur, Circulum procul dubio deſcribet, eius autẽ Centrum, manens rectæ Lineę Extremum erit. An id, quod Circulum deſcribit, Signum eſt, quod circa manens fertur, non recta Linea? diſtantiam enim duntaxat ipſa determinat, Circularẽ verò Lineam Signũ conſtituit dum circulariter mouetur.

Solutio.

Digreſſio

De his autem ſatis. Verum enimuero Circunferentia quidem Fini proxima eſſe videtur, & eandẽ ad alias Lineas habere rationem, quã Finis ad omnia ea, quæ ſunt. finita ſi quidem eſt, ſolaque ex ſimplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitũ enim producta nequaquã ceſſat, & quemadmodũ ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta ſunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne miſtum Linearum genus conſtitutum eſt, tum Planarum, tum earũ, quæ in Solidis conſiſtunt corporibus. Et propter hanc cauſam Anima quoq; Rectum, & Circulare ſecundum eſſentiam in ſe pręaſſumpſit, vt omnem, quæ in Mundo eſt Infiniti coordinationem, omnemque Finis moderetur naturam. Recto quidem progreſſum, Circulari verò regreſſum ipſorum conſtituens. atque illo quidem in multitudinem ipſa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nõ ſolùm Anima, verũetiam ille, qui Animam produxit, hasque potentias ipſi tradidit, vtraſque primarias in ſeſe habet cauſas. cùm enim omnium eorum, quæ ſunt, principiũ, Media, finesque præaſſumpſiſſet, rectas Lineas terminat ſecundum naturam circũiens, inquit Plato. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad ſeſeque reuerſus eſt, manens in ſuo quodãmodo more, ait Timæus. Nota autẽ eſt Linea recta quidẽ, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculatæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusque aſsiſtentis prouidentiæ. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in ſeſe coit actionis, quæque ad ſe ſe conuertitur, & iuxta vnum intelligentẽ terminum omnibus dominatur. Cùm itaque duo hęc principia Rectum ſcilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in ſeipſo prępoſuiſſet, duas à ſe ſe produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumque eſſentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, ſenſilibusque ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, ſenſiliaque ſortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus verò ſenſilibus præeſt, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harũ Formarum ad ea, quæ ſunt ſimilitudine, dicta ſufficiant. At rectè Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam poſuimus: per quam oſtendit ſolam rẽctam Lineam ei, quod inter ſua ſitum eſt Si-

Pla. in Timęo.

Timæus.

Linea recta cuius ſit Nota.

Circunferẽtia cuius Nota ſit.

Duę, quæ ĩ Deo sũt Vnitates.

Finis Digreſſionis

Ponderat definitionem Euclidis.

gna

gna æquale occupare ſpatium, quanta.n. eſt alterius Signorum ab altero diſtãtia, tanta eſt rectę, quæ ab ipſis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc eſt ex æquali inter ſua collocari Signa. Quòd ſi in Circunferentia, vel etiam in alia quadã Linea duo Signa ſumpſeris, quod inter hæc includitur Lineæ ſpatium, ipſorum diſtantiã ſuperat; omnisque Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cõmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam neceſſarium duntaxat iter facere Vulgus etiã inquit: eos autem, qui non per rectã, à neceſſario plurimùm aberrare. Plato autẽ rectam Lineam ſic definit. Linea recta eſt, cuius Media obumbrant Extrema, hoc nanque ea quidem, quæ in directum poſita ſunt pati neceſſe eſt; quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio ſita ſunt Interuallo, haud neceſſariũ eſt vt hoc patiantur. Quapropter Aſtrologici quoq; tunc Solẽ dicunt deliquiũ pati, cùm ipſe, & Luna, noſterque oculus in vna fuerint recta Linea. tunc.n. à Luna media inter nos, atq; ipſum exiſtente obumbrari. Et forſan rectæ Lineæ paſſio oſtenderit vtiq; quòd in his etiã, quæ ſunt, iuxta proceſſus, qui à cauſis emanãt, Media quidem Extremorũ diſtantiam, adinuicemque cõmunicationem, diuidendi vim habent. quẽadmodum ſanè iuxta regreſſus, quæ etiã ab ipſis diſtant ad primarias conuertuntur cauſas. Archimedes verò rectam definiuit Lineã, minimã earũ, quæ Terminos habent eoſdem. Cùm.n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter ſua collocata ſit Signa, hac de cauſa eoſdẽ Terminos habentium minima eſt. ſi.n. quędã fuerit minor, non ex æquo inter ſua iacębit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineę definitiones, in eaſdẽ recidunt ſententias. Exẽpli gratia, quòd in ſuis conſtituta eſt extremitatibus. & quòd nõ eſt pars quidẽ ipſius in ſubiecto Plano, pars verò, in ſublimiori. & q omnes eius partes omnibus ſimiliter congruunt. & quòd extremis manentibus, ipſa quoque manet. quòd demũ cũ vna, quæ ſit ſibi ſpecie ſimilis Figurã non perficit. hæc.n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quã habet ex eo quòd ſimplex eſt, & vnum habet breuiſſimum ab Extremo, ad aliud Extremũ progreſſum. hęc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta ſint. Diuidit autem rurſus Lineã Geminus, primũ quidem in Incompoſitam, & Compoſitam. vocat autem Cõpoſitam, refractam, Angulumque efficientẽ: reliquas verò ipſarum omnes, Incompoſitas. Deinde Compoſitã, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producitur. Figurã facere dicens, Circularem, Clypeique Lineam, quæque Hæderę ſimilis eſt: non facere autẽ Rectanguli, Obtuſangulique Coni ſectionem, Conchæ

Definitio rectę Lineæ ſecundum Pla.

Pulchra & rectæ Lineę paſſione in iis, quæ ſunt; cõtẽplatio Dcfõ rectæ Lineæ ſecundum Archime.

Multę rectæ Lineę defõnes.

Alia Lineę diuiſio ſecũdũ Geminum

chæ ſimilem, Rectam, id genus omnes. Rurſusqúe alio modo Incõpoſitæ Lineæ aliam quidem ſimplicem eſſe, aliam verò miſtam. Et ſimplicis aliam quidẽ Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam eſſe, vt Rectam. Miſtę autem aliã quidem in Planis, aliam verò in Solidis eſſe. Et eius, quæ in Planis eſt, aliam quidẽ in ſe ſe coincidere, vt quæ Figurã refert Hæderæ, quæ Ciſſoides vocitatur: aliã verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis eſt, aliã quidem in Solidorum ſectionibus excogitari: aliã verò circa Solida ipſa conſiſtere. nam Helicem quidẽ, quæ circa Sphæram, aut Conũ deſcribitur, circa Solida conſiſtere: Conicas verò, vel Spiricas ſectiones à tali Solidorũ gigni ſectione. Iſtas autẽ ſectiones alias quidẽ à Menęchmo, Conicas ſcilicet, excogitatas fuiſſe, quod etiam Eratoſthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono ſecare Ternarios.

Eratoſthenis Pentamerum:

Alias verò à Perſeo, qui Epigramma quoque in earum inuentione compoſuit, dicens.

Perſei Epigrãma.

Tres Lineas in quinq; ſectionibus ſpiricas cùm inueniſſet
Perſeus, harum cauſa Dijs ſacrificauit.

Conicæ ſectiones

Spiricæ ſectiones

Quæ quidem tres Conorũ ſectiones ſunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipſis. Spiricarum autẽ ſectionum alia quidẽ implicata, inuolutaqúe eſt, equinę ſimilis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit; alia verò oblonga exiſtens medium quidem ſpatium minus habet, ad vtranque autem partẽ dilatatur. Cæterarũ autem miſtionum multitudo infinita eſt. Solidarũ nanque Figurarum innumera eſt multitudo, multiformesqúe ipſarum conſtituuntur ſectiones. non .n. recta Linea dũ circulariter mouetur quandã determinatam facit Superficiẽ, neque etiã Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipſæ. Multifariè igitur ſi ſecentur hæc Solida, varias Linearum oſtendunt ſpecies. Earum demum, quæ circa Solida conſiſtunt Linearũ, aliæ quidem ſimilium partiũ ſunt, vt quæ circa Cylindrum ſunt Helices: aliæ verò diſſimiliũ partium, quemadmodũ cęteræ omnes. Ex his itaque diuiſionibus colligitur quòd tres Solæ ſunt Lineæ partium ſimilium, Recta nẽpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidẽ in Plano ſimplices, vna verò miſta circa Soſidum. Idqúe euidenter Gemînus demonſtrat, cùm inſuper demonſtraſſet, quòd ſi ad ſimilium partium Lineã ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipſa Angulos facientes, æquales ſunt. Ex eiuſque voluminibus horum demonſtrationes ſtudioſis capeſſendæ ſunt. ſiquidem ortus quoque ſpiricarum, & conchoidum,

Tres ſolæ ſunt Lineę partium ſimilium

Theorema Geminj.

Hædere

Hęderęqúe ſimilium Linearum tradit. Nos verò ipſarum quidē cognomina, diuiſionesqúe cōmemorauimus, ad ipſarum inquiſitionem ingenioſos excitantes. Ad ſingularum autem inueſtigationem rationes diligenter perquirere, ſuperuacaneū in præſenti eſſe arbitramur. cùm Geometra ſimplices, primariasqúe duntaxat Lineas hîc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præſenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc.n. dicet Lineam Circulum terminātem, eſſe Circunferentiam. Miſtę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit miſtos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem: necnon Figuras Planas miſtas, Segmēta. ſ. atq; Sectores: Solidasqúe, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuſcuiuſq; tradidit ſpecies, Linearum autē, duas tantum, ideſt Rectam, & Circularem. cùm arbitraretur opus eſſe in ſermonibus, qui de ſimplicibus habentur, ſimplices aſſumere ſpecies. reliqua.n. omnia, Lineis compoſitiora ſunt. Quamobrem nos quoq; Geometram ſequentes in ſimplicibus Lineis ipſarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ortū Spiricarū, et Cōchoidū, & Hædere ſimiliū Linearum.

Cur Euclides duas tātùm Lineæ ſpēs tradiderit

TEXTVS

Superficies aūt eſt, quę Lōgitudinem, & Latitudinē tātùm habet.

Definitio quinta.

POſt Signum, & Lineā Superficies collocata eſt, quæ duplici diſtat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Craſitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimenſione diſtante ſimpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tātùm] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in ſuperficie non exiſtente. hæcqúe negationi Craſitudinis æquipollet, vt hîc quoq; Superficiei ad Solidum cōparatæ iuxta ſimplicitatem præſtantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione oſtendat: diminutionem verò, quam habet ſi ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipſis. Alij autem Corporis Terminum ipſam definiuerunt, idē propemodum dicentes. ſiquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna ſuperatur diſtantia. Alij verò, magnitudinem binis diſtantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant aſſignationem, idem declarantes. Superficiei autē cognitionem nos habere dicunt, cùm agros dimetimur, eorumqúe extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem diſtinguimus: ſenſum verò quendam capere,

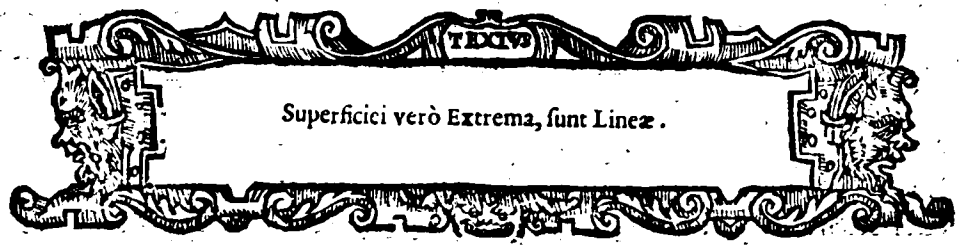
Cōm. 5.

Aliæ Superficiei definitiones.

Simile dixit de Linea ſuperius in cōmento 2.

re, vmbras inſpicientes. cùm .n. ipſæ ſine Craſſitudine ſint, eò quòd interiorem Terræ partem penetrare non poſſunt, Latitudinem tantùm, atque Longitudinem habent. Pythagorei autẽ Ternario ipſam aſſimilari dicebant. Quoniã ſanè omnibus, quæ in ipſa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima eſt cauſa. Circulus .n. qui Orbicularium principiũ eſt, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulũ autem cùm omnium Rectilineorũ principatum teneat, vndequaque manifeſtum eſt, quòd Ternario claudi-tur, & iuxta illum Formam ſuſcepit.

Qua de cã Pythagorei Ternario Superficiem aſſimilari dicebant.



Definitio ſexta.

Superficiei verò Extrema, ſunt Lineæ.

Cõm. 6. Digreſſio

EX his etiam tanquã imaginibus intelligendũ eſt, quòd omne proximum quolibet eorũ, quæ ſunt ſimplicius, Terminũ cuilibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationẽ perficit, atque determinat: & Natura, Corporũ Motionem: & ante hæc Mens, Animę conuolutiones metitur: ipſiusqúe Mentis vitam, Vnũ. illud .n. mẽſura omniũ eſt. Quẽadmodum ſanè in his quoque Solidũ quidem à Superficie, Superficies aũt à Linea, Lineaqúe à Signo terminatur. illud ſiquidem, Terminus omniũ eſt. In Formis igitur immaterialibus, rationibusqúe impartibilibus Linea vniformis exiſtẽs, in Superficiei progreſſu variũ motum terminat, ac coërcet, ipſiusqúe proximè vnit infinitatẽ. In imaginibus aũt cùm Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminũ ipſi præbet. Siquis autẽ hîc quoque quærat quonam pacto omnis Superficiei Extrema ſint Lineæ, cùm non omnis etiam finitæ Extrema ſint. Spheræ nanq; Superficies, terminata quidem eſt, non autẽ à Lineis, ſed à ſe ſe. Dicemus quòd accipiendo Superficiẽ qnatenus duplici diſtat Interuallo, à Lineis ipſam terminari iuxta Longitudinẽ, Latitudinemqúe reperiemus. Quòd ſi Sphæricã inſpexerimus, ipſam vtique accipimus vt eam, quæ iã Figuram ſuſcepit, & aliam habuit qualitatẽ, & finem principio coniunxit, ex duobusqúe Extremis Vnum fecit. & hoc potentia duntaxat vnum exiſtens, non autem actu.

Vnũ hic, pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

Plana

TEXTVS

Plana Superficies eſt, quę ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas. Definitio ſeptima.

PRiſcis non placuit Philoſophis Planũ Superficiei ponere ſpeciem, verùm vt idẽ vtrunque aſſumere, ad Magnitudinẽ duplici Interuallo diſtantem repręſentandã. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum eſſe dixit contemplatricem, Stereometriæ ipſam in diuiſione opponens, perinde ac ſi eſſet idem Planum, & Superficies. Itidẽ admirandus etiã Ariſtoteles. At Euclides, & qui eũ ſecuti ſunt, genus quidem Superficiẽ faciunt, eius verò ſpeciem, Planum, quẽadmodum Lineæ, Rectã. Quapropter Planum quoque ſeorſum à Superficie definit, ad rectæ Lineę ſimilitudinẽ. illã nanque ſpatio, quod inter Signa collocatum eſt æqualẽ eſſe dicebat. Hancque ſimiliter ait duabus poſitis rectis Lineis locũ occupare ſpatio, quod inter duas illas Lineas ſitum eſt, æqualẽ. Hæc .n. eſt, quæ ex æquo inter ſuas collocata eſt Lineas, quã alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus ſuis conſtitutã dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidã fortaſſe dicant ipſam, breuisſimã quoque eadem Extrema habentiũ Superficierũ. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesque rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus ſolum mutantes, transferre poterint. ſiquidẽ Rectum, & Circulare, & Miſtũ à Lineis incohantia ad Solida vſque perueniunt, vt ſuperius diximus. ſunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportione. Ideo Parmenides etiã omnem ait Figuram aut Rectam eſſe, aut Circularem, aut Miſtam. Si vis ergo Rectũ in Superficiebus conſiderare, ſume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: ſi autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: ſi verò Miſtũ, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autẽ (inquit Gemînus) cùm Linea, itemque Superficies Miſta dicatur, Miſtionis modum cognoſcere, quoniã diuerſus eſt. Neque .n. per cõpoſitionẽ tantùm, neque per Tẽperationem Miſtio in Lineis eſt. Helix ſiquidem miſta eſt, nec tamen eſt pars quidem ipſius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compoſitionẽ miſta ſunt. neque etiã ſi vtcunque ſecetur Helix ſimplicium imaginẽ affert, quod patiuntur ea, quæ per Tẽperationem ſunt miſta: verùm in ipſa, corrupta ſimul Extrema, confuſaque ſunt. Quamobrem hoc quidem Miſtionẽ eſſe

Cõm. 7.

Plato in 7 de Rep.

Ariſto. in pluribus locis.

Aliorum multæ Superficiei definitiones

In cõm. 4. Parmenides.

Documentum. Geminus.

Miſtionis modus diuerſus eſt in Lineis, & in Superficiebus.

Lineæ per Cõfuſionem miſtę ſunt.

Error Theodori Mathematici.

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus ſentit. In Superficiebus verò Miſtio, neque per Cõpoſitionem eſt, neq; per Confuſionẽ: ſed potius per quandam Temperationẽ. Circulũ.n. in ſubiecto Plano intelligentes, & Signum ſublime, à Signoque ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipſamque rotantes, Conicã vtique faciemus Superficiem, quæ miſta eſt. Rurſusque ipſam ſecantes reſoluemus in ſimplicia. à vertice .n. ad Baſim ſectionẽ ducentes, quod ſecat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea, Miſtionis modũ haud per tẽperationem eſſe oſtendit, neque .n. nos ad Elementorũ ſimplicem remittit naturã. Superficies autẽ ſi ſecentur, ſtatim per quas etiã Lineas ſint procreatę, nobis oſtendunt. Modus igitur Miſtionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non eſt. Quemadmodũ autẽ in Lineis erant quædã ſimplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiã nulla præcedente doctrina anticipatas notiones habet, Miſtarum verò ſpecies magis artificioſa indigebant deprehenſione: ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quæ maximè Elementares ſunt Planarũ, atq; Sphæricarũ ex ſe ſe notiones habemus: earum verò, quæ per Miſtionem cõſtituuntur, ſcientia ipſa, eiusque ratio inueſtigat varietatẽ. Hoc aũt admirabile in ipſis eſt, quòd ſcilicet à circulari quoque Linea, Superficiei Miſtio in generatione ſæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq; contingere dicimus Superficiei. per Circuli .n. reuolutionẽ hæc intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signũ, quod eius Centrũ non ſit ſe ſe voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut .n. in Circunferentia Centrum eſt, aut intra Circunferentiam, aut extra. Quòd ſi in Circunferentia quidem Centrum ſit, fit Spira Continua: ſi autẽ intra Circũferentiã, Implicita: ſi verò extra, Diuidua. Tresque ſunt Spiricæ ſectiones, iuxta haſce tres differentias. Verũtamen omnis Spira miſta eſt, licet vnus ſit, à quo producitur, Circularisque motus. Fiunt aũt Superficies miſtæ tum à ſimplicibus (vt diximus) Lineis, dũ huiuſcemodi motu mouentur, tũ etiã à miſtis. Cùm ergo tres ſint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt miſtas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axẽ conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipſi verò, quę Sphęroidea nominantur. ſi circa maiorẽ quidem Axem conuolutio fiat, Oblongũ: ſi verò circa minorẽ, Latum. Ab Hyperbole demũ, Obtuſangulũ Conoides. Sciendum autem eſt, quòd interdum quidẽ ex Lineis in ſuperficierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrà: ex Conicis .n. Spiricisque Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas Lineas.

Pulchrũ.

Commune Lineis, & Superficiebus.

Admirabile Superficierũ proprium.

Spirę ortus

Tres ſunt Spiræ.

1 Spira cõtinua.
2 Spira implicita.
3 Spira diuidua.

Tres ſunt Spiricę Sectiones

Duplicitter fiũt miſtæ Superficies.

Quatuor corpora, q̃ miſtas hñt Supficies, à trib⁹ Conicis Lineis producuntur. Et eorũ Sup

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum eſt de Linearum, Superficierumqúe differentia, quòd Lineæ quidem partiũ ſimilium tres ſunt (vt ſuperius dictũ fuit) Superficies verò duæ tãtùm. Plana, atque Sphærica. non autẽ Cylindrica quoque, ſiquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere poſſunt. Hæc de Superficierum quoqꝫ differentiis à nobis dicta ſint, quarum cùm vnã Geometra elegiſſet (Planã inquam) hanc vtique definiuit, in hacqúe vtpote ſubiecta, Figuras, harumqúe paſſiones contẽplabitur. copioſior nanque in hac ei eſt ſermo, quàm in alijs Superficiebus. rectas ſiquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipſa poſſumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumqúe Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisqúe generis Angulorum conſtitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inſpici poſſunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineũ Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorũ Sectiones, vel rectarum Linearum inſpicies? Non ĩmeritò igitur hãc Superficiem & definiuit, & in ipſa cuncta edendo res ſuas pertractat. hinc nanque præſentem tractationẽ Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectũ, & ante oculos conſtitutum: cuncta verò in hoc Cogitationẽ deſcribentẽ, Phantaſia quidem quaſi Plano ęquiparata ſpeculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione ſunt ſuas in illud demittentibus imagines.

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulũ Conoides.
2 Obtuſãgulũ Conoides.
3 Oblongũ Sphæroides.
4 Latum Sphęroides

Secũda cõmunitas linearũ, & ſupficierũ Scđa dria Linearũ, & Superficierum.

In cõm. 4. Duæ tãtũ ſimiliũ ptiũ Supficies ſunt.

Cur Geometra Planã tantùm definiuerit Superficiẽ Quo Planũ intelligendũ ſit i Geometria.

TEXTVS

Planus autem Angulus eſt, duarum Linearum in Plano ſeſe tãgentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Definitio octaua.

ANgulum alij quidem veterũ Philoſophorũ in Prædicamento eorum, quæ ſunt ad Aliquid collocantes, Inclinationẽ eſſe dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad ſeinuicem inclinata ſunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atqꝫ Obliquitatem, talem dicunt Superficiei eſſe, vel Solidi paſſionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipſum, vel Solidum eſſe fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud eſt, niſi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea ſiquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur eſt, ipſum aut Superficiem eſſe, aut Solidũ.

Cõm. 8. Digreſſio Triplex d' Angulo opinio.
1 opinio, q̃ eſt Euclidis.
2 opinio, q̃ Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorũq; fundamentũ.

Solidum. Verùm ſi Magnitudo quidē eſt, omnes autē eiuſdem generis Magnitudines, finitæ exiſtentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiuſdem generis, nempe qui in Superficiebus ſunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quæ autem adinuicem rationē habent, ſi multiplicentur, poſſunt ſeinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimè fieri poteſt. oſtenditur ſiquidem omni Rectilineo minor. Atqui ſi Qualitas ſolùm eſt, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuiſibilis eſt? non .n. minus Angulis, quàm Magnitudinibus ęqualitas ineſt, & inæqualitas, omnino q́ue diuiſibilitas: verùm ſimiliter vtriſq; per ſe ſe accidunt. Quòd ſi ea, quibus hæc per ſe inſunt, Quantitates quædam ſunt, non autē Qualitates, manifeſtū eſt vtiq;, quòd Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis ſiquidem Magis, & Minus propriæ ſunt paſſiones, non autē Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inęquales dicere, & hūc quidem maiorem, illū verò minorem: ſed diſſimiles, aliumq́ue magis Angulum, alium minus. Verùm quòd hæc aliena ſint à Mathematicarum rerum eſſentia, nemo eſt, qui nō videat. omnis ſiquidem Angulus eandem ſuſcipit definitionem, neque hic quidē magis Angulus eſt, ille verò minus. Tertiò ſi Angulus Inclinatio eſt, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna exiſtente Inclinatione, vnus quoque ſit Angulus, non autem plures. Nam ſi nihil aliud eſt quàm ipſe Linearum, vel Planorum reſpectus, quî fieri poteſt vt vnus quidē Linearum, vel Planorum ſit reſpectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Baſim Triangulo diſſectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularium Linearum inſpicies Inclinationem: duos verò diſtinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipſius ſcilicet Trianguli: alterum verò, in miſta Coni Superficie, comprehenſum autem vtrunq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum reſpectus Angulum faciebat. Cęterùm neceſſe eſt ipſum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quæ ſunt ad Aliquid. Nam Figuræ quidem Qualitates ſunt, harū verò ad ſeinuicē rationes, eorum, quæ ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque ſub horum trium generum aliquo reduci. Talibus planè Dubijs exiſtentibus, & Euclide quidē Angulum Inclinationē dicente, Apollonio verò Superficiei, vel Solidi in vno Signo ſub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuerſaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem noſtrum

Tertię opinionis cōfutatio.

In tertio Elem. propōne 16.

Secundæ opinionis cōfutatio.

Primū argumentū.

Secūdum argumētū

Primę opinionis cō futatio.

Argumentū in contrarium.

Propria opinio.

ſtrum ſequentibus dicendum eſt, Angulum nil quidem prædictorum ipſum per ſe ſe eſſe: ſed per horum omnium concurſum conſtitui. Et propter hanc cauſam dubitationem illis attuliſſe, qui ad Vnũ quoddam ſpectarunt. Non eſt autẽ Angulus duntaxat huiuſcemodi, ſed Triangulum quoq; . Quantitatis ſiquidem ipſum eſt particeps, æqualeq́ue dicitur, & inæquale, vtpote materiæ ad ipſa rationẽ habẽs. Adeſt autẽ ipſi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidẽ tam ſimilia dicantur Triangula, quàm æqualia) hoc quidẽ ab alio, illud verò ab alio habẽs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidẽ indiget ſubiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quaſi propriam habet Formam, exiſtentiæq́ue Figuram. Indiget demum & Linearum ipſum terminantium, vel Superficierum ipſum comprehendentium reſpectu. ex hisq́ue conſtat omnibus Angulus, neq; tamen Vnum aliquid iſtorum eſt. Et eſt quidem diuiſibilis, & æqualitatem, atq; inæqualitatem ſuſcipere poteſt, iuxta eam, quæ in ipſo eſt Quantitatem. Non cogitur autem eiuſdem generis Magnitudinum rationem admittere, cùm peculiarẽ etiam habeat Qualitatem, per quam ſæpenumero Anguli alĩ alris incomparabiles ſunt; neq; vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. ſiquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata eſt Lineas, ipſius complet eſſentiam. Si itaque ad haſce perſpexerimus diſtinctiones, & Abſurda diſſoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non eſſe quidem Superficiei, vel Solidi collectionẽ, vt Apollonius inquit, (cùm hæc quoque ipſius cõpleant eſſentiam) verùm nihil aliud eſſe, quàm Superficiem ipſam in vno Signo collectam, ab inclinatisq́ue Lineis comprehenſam, vel ab vna ad ſe ſe inclinata Linea: ipſumq́ue Solidum ab inclinatis ad ſeinuicẽ Superficiebus collectũ. Vt Quantũ formatum, à taliq́ue reſpectu conſtitutum definitionem ipſi ſuppeditet: non autem Quantitas per ſe, nec Qualitas ſolùm, neque Relatio. Hæc de Angulorum ſubſtantia dicenda duximus, cõmunem de omni Angulo præoccupantes contẽplationem, antequã in ſpecies ipſum diuidamus. Cùm autem tres de Angulo ſint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo ſcripſit, Qualitatem ipſum eſſe conceſſit. ortum .n. Anguli conſiderans, nil aliud eſſe ait, quàm Linearum Fractionem. Quòd ſi Rectitudo Qualitas eſt, Fractio quoque Qualitas erit. Proinde ipſum cùm in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem eſſe. Euclides autẽ, & quicunq; ipſum Inclinationem dixere, inter ea, quę ſunt ad Aliquid enumrant. Quantitatem verò dixerunt ipſum, quicunque Angulum eſſe dicunt

Deſtruit argumẽta quæ in ipſum reſlecti poſſet.

Anguli Plani perfecta definitio.

Anguli Solidi perfecta defõ.

Vniuerſalis, & pfecta Anguli defõ.

Opinionũ diſtributio Eudemi fũdamẽtum in lib. ſuo de Angulo

Euclides.

primũ

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamẽtum.

primum ſub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiã eſt, Apollonium quoque in eandem compellens ſententiam . oportet .n. (inquit) eſſe aliquod Interuallum primum ſub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cùm Interuallum, quod ſub Signo eſt, continuum ſit, fieri non poteſt, vt primum accipiatur. omne ſiquidem Interuallum, in infinitum eſt diuiſibile. Præter hoc etiam ſi vtcunque primum diſtinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autẽ Angulus vnus. Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum eſſe ait, & diſtantiam cõprehendentium ipſum Linearum, vel Superficierum: hancqúe vnico diſtantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam eſſe ipſum Angulum. non .n. omne, quod vnico diſtat Interuallo, eſſe Lineam. Hoc autem omnium abſurdiſſimum eſt, aliquam ſcilicet eſſe Magnitudinem, quæ vnico diſtet Interuallo, præter Lineam. verùm de his quidem ſatis, ſuperqúe. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis conſiſtere dicendum. Et eorũ, qui in Superficiebus alios quidem in ſimplicibus, alios verò in miſtis. in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, & in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in ſimplicibus conſiſtunt Superficiebus, alíj quidem in Sphæricis, alíj verò in Planis conſtituuntur. facit .n. Angulos & ipſe Signifer, Aequinoctialẽ in duas ſecans partes, ad Superficierum ſecantium verticem. ſuntqúe in Sphærica Superficie huiuſcemodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alíj quidem à ſimplicibus comprehenduntur Lineis, alíj autem à miſtis, alíj verò ab vtriſque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypeiqúe Linea Angulus comprehenditur: ſed harum vna quidem miſta eſt, altera verò ſimplex. Quòd ſi Clypeum Circulus ſecet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipſi comprehenſus. Cùm autem Ciſſoides, hoc eſt Hæderę ſimiles Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, ſicut Hęderæ fo-lia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à miſtis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus. Itidem cùm Hippopeda, hoc eſt equinæ ſimilis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna eſt, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque miſtæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à ſimplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rurſus alíj quidem à ſimilibus ſpecie continentur, alíj verò à ſpecie diſſimilibus. duę nanque Circunferentiæ ſeinuicem ſecando, vel ſe ſe cõtingendo, Angulos efficiunt. ipſosqúe triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando ſcilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

Fũdaméti deſtructio Primũ argumentũ. Secũdum argumẽtũ

Carpi aliud fundamentum.

Fũdaméti deſtructio Finis Digreſſionis

Angulorũ diuiſio.

Anguli Sphęrales

Angulus ex Clypei Linea.

Linearum Ciſſoidum denoiatio.

Angulus Ciſſoides.

Angulus ex Hippopedis Lineis

Tres ex Circũferẽtiis Anguli fiunt.

Angulus vtrinque cõuexus

uos,

quando vtraq; Caua extra ſunt, quos Syſtroides vocant: aut miſtos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehendũtur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipſi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus conſtituuntur Angulos Geometra in preſentia definit, qui cõmune Anguli Plani nomen ipſis impoſuit. & genus quidem ipſorum, Inclinationem dixit: locum autẽ, Planum ipſum, Anguli nanque poſitionem habent: ortum verò talẽ, quòd duas, ſcilicet oportet eſſe Lineas ad minus, & non tres, vt in ſolido. hasq́ue ſe ſe tangere, & ſeſe tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinatio ſit, & Linearum comprehenſio: non autem diſtantia tantùm, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autẽ hæc definitio primùm quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Ciſſoides cùm vna ſit, Angulum efficit. & Hippopeda ſimiliter. totam enim Ciſſoidem vocamus, non autẽ eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæ coëuntes Angulum faciunt) totamq́ue Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cùm vna ſit, ipſa ad ſe ſe Angulum efficit, non ad aliã. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna exiſtente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quotcunq; alia aduerſus hanc opinionem obiici conſueuere. Tertiò demum ſuperuacanea in quibuſdam Anguli eſſe, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam abſque etiam huiuſce partis adminiculo, definitio perfecta eſt. harum ſiquidem Linearum alterius ad alterã Inclinatio ipſum efficiet Angulum. prorſus .n. fieri non poteſt, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda cenſuimus, partim quidem ipſam interpretantes, partim verò aduerſus eam dubitantes.

Angulus vtrinq; cauus, vel Syſtroides.

Angulus Lunularis

Duo fiunt Anguli ex Linea recta, & circũferẽtia.

Angulus Semicircularis.

Angulus Cornicularis.

Tres ex rectis Lineis fiũt Anguli, de quib⁹ iferius in cõ. 10.

Ponderat Euclidis dẽ finitionẽ.

Confutat Euclidis dẽ finitionem triplici fũdaméto.

Primũ fundamentũ.

Secundum fundamẽtum.

Tertiũ fundamẽtum.

TEXTVS

Cùm autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint, Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defõ 9.

ANgulum Notam eſſe dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

Cõm. 9. Digreſſio

Vniuerſalis Anguli cõſideratio.

in diuinis generibus eſt, ordinisqúe diuiſa in vnũ, & partibilia in impartibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cõmunitatẽ. copula .n. is quoque plurium Linearũ, Superficierumqúe fit, & Magnitudinis in impartibilitatẽ Signorum collector, & omnis, quæ per ipſum conſtituitur Figuræ cõprehenſor. Quapropter Oracula quoque Angulares Figurarum cõpagines, Nodos nuncupant, quatenus imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumqúe coniunctionum, perquas ea, quæ natura diſcreta ſunt cohærent ſibi inuicem.

Oracula.

Pulcherrima Angulorũ oium cõſideratio.

Qui ergo in Superficiebus ſunt Anguli, magis ĩmateriales ipſarum, & ſimpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Solidis, eas, quę vſque ad inferiora progrediuntur, diſiunctisqúe rebus cõmunitatem, & vndequaqꝫ partibilibus, eiuſdem naturæ conſtructionem ſuppeditant. Eorum autẽ, qui in Superficiebus, alĩ quidem primas ipſarum, ĩmiſtasqúe affingunt: alĩ verò eas, quæ infinitatẽ progreſſionum in ipſis exiſtentium complectuntur. & alĩ quidem intelligentium Formarum vnitrices: alĩ autem Senſilium Rationum: alĩ verò earum, quæ inter haſce medium obtinent locum copulatrices.

Angulorũ qui in Superficiebus.

Angulorũ qui in Solidis.

Angulorũ qui in ſimplicibus Superficiebus.

Angulorũ qui in miſtis Superficiebus.

Qui igitur ex Circunferentĩs fiunt Anguli cauſas imitãtur, quę intelligentem varietatem in vnionem conuoluunt. Circunferentiæ nanqꝫ ad ſe ſe coire properantes, mentis, intelligentiumqúe Formarũ imagines ſunt: Rectilinei verò eas, quæ ſenſilibus prędident, & Rationũ in his exiſtentium coniunctionem præbent: Miſti autem, cõmunitatum, tam ſenſilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam immobilem vnionem conſeruatrices. Operæpretiũ eſt igitur adhæc reſpiciendo Exemplaria, ſingulorum quoque cauſas reddere. apud Pythagoreos nanque, alios Angulos Dĩs alĩs dicatos inueniemus, quemadmodum & Philolaus fecit, qui alĩs quidem Triangularem Angulum: alĩs verò Quadrangularem: alĩsqúe alios conſecrauit. necnon eundem pluribus Dĩs, eidemqúe Deo plures, iuxta diuerſas, quæ in ipſo ſunt potentias, permiſit. Ad quæ mihi videtur Aſinæus quoque Philoſophus reſpiciens, & ad opificum Triangulum, quod totius Elementorũ exornationis primaria eſt cauſa, alios quidẽ iuxta Latera: alios verò iuxta Angulos conſtituiſſe Deos. Illos quidem, progreſſionem, atqꝫ potentiã: hos autem, vniuerſorum coniunctionẽ, progreſſorumqúe rurſus in vnũ collectionem, ſuppeditãtes. At hæc quidẽ ad eorum, quę ſunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę hîc Angulũ cõtinere dicuntur, nil mirũ eſt. nam quod in his Vnũ, & impartibile reperitur, aduentitiũ eſt: in ipſis autẽ Deis, & ĩs, quæ verè ſunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuiſa præcedit.

Pythagorei.

Philolaus

Aſinæus Philoſophus.

Vide idẽ ſuperius cap. 9.

Solutio tacite obiectionis

Cùm

TEXTVS

Cùm verò recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam eos, qui ſunt deinceps Angulos æquales adinuicem fecerit: vterque æqualium Angulorum Rectus eſt: & qnæ inſidet recta Linea, Perpendicularis vocatur ſuper quam inſedit. Defō 10.

Obtuſus Angulus eſt, qui maior eſt Recto. Defō 11.

Acutus verò, qui Recto eſt minor. Defō 12.

HAe ſunt triplices Angulorum ſpecies, de quibus Socrates quoq; in Republica dicit, qui ex ſuppoſitione apud Geometras accipiūtur, Rectilineo iuxta diuiſionē in ſpecies, hoſce conſtituēte Angulos, Rectū (inquā) Obtuſum, & Acutū. Illo quidē per ęqualitatē, & identitatē, ſimilitudinemqúe definito: his verò per Maioris, & Minoris naturā, ac deniq; per inæqualitatē, & diuerſitatē, & per Magis, & Minus indeterminatè conſtitutis. At multi quidē Geometrę huiuſce diuiſionis nullā poſſunt reddere rationē, verùm vt ſuppoſitione hac quoq; vtūtur, tres. ſ. eſſe Angulos. Cùm autē de cauſa ipſos interrogauerimus, hæc ab ipſis non eſſe poſtulanda reſpondent. Pythagorici verò triplicis diſtributionis ſolutionē ad principia referētes, nō ſunt inopes in reddēdis huius quoq; Rectilineorū Angulorū differentię cauſis. cū. n. principiorū vnū quidem per Finē ſubſiſtat, Terminiqúe, & idētitatis, & ęqualitatis, ac denique totius melioris coordinationis cauſa abſolutionibus ſit: alterū verò infinitū exiſtat, progreſſumqú in infinitū, & accretionē, & decretionē, & inęqualitatē, & omnis generis diuerſit atē à ſe ipſo genitis tribuat, omninoqúe deteriori præſit ſeriei, iurè ſanè propter hæc cùm Rectilinei quoque Anguli per illa conſtituantur principia, quæ quidē à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate reſpectu cuiuslibet Recti, ſimilitudineqúe præditum, & finitum ſemper, atque determinatum, eundemqúe manentē, neque accretionē, neque decretionem ſuſcipientem: quæ verò ab Infinitate, cùm ſit ſecunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cōm. 10. Socrates i Repub.

Digreſſio

Pythagorici Geometrę reddunt cām cur tres ſint rectilinei Anguli.

Finis.

Infinitum

Rō, quæ à Fine prouenit rectū efficit Angulū.

Rō, q̄ ab Infinito p̄uenit Obtuſum, & Acutū p̄ducit Angulum.

naturam diſtinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motũ infinitũ habentes, cùm vnus quidem magis, & minus Obtuſus, alter verò magis, & minus Acutus ſiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiæ autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & ĩmutabilitas illis conuenit Dĳs: Obtuſos verò, atque Acutos Dĳs progreſſionis, & motus, potẽtiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo ſiquidem expanſę prorſus Formarum progreſſionis imago eſt, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuerſorum cauſę aſſimilatur. Quin etiam in ĳs, quæ ſunt, eſſentiæ quidem Rectitudo aſſimilatur, eundem Eſſe ſui Terminum conſeruans: Accidentibus verò, Obtuſus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus ſuſcipiunt, & indefinitè mutari nunquã ceſſant. Iurè igitur & Animam adhortantur deſcenſum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem ſpeciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiuſdam .n. conuenientię, coniunctionisque naturæ, vel (vt Gręci dicunt) Sympathię diſtributio, ipſam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatẽ. Nota igitur eſt Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, ĩmaculatæ potentiæ, & indeclinabilis, huiuſcemodi omnium. Eſt autem & diuinæ, intelligentisque menſuræ Signum. Perpendiculari ſiquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectũ relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cùm ipſi per ſe ſe indefiniti, indeterminatique ſint. ſiquidem in exceſſu, defectuque inſpiciuntur, quorum vterque per ſe indefinitus eſt. Quapropter Virtutem quoq; dicunt iuxta Rectitudinem ſtare, vitium verò iuxta Obtuſi, & Acuti Infinitatem ſubſiſtere, exceſſusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius ĩmoderationem oſtendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque ſimilium: Obtuſum verò, atq; Acutum, motus infiniti, & inceſſabilis progreſſionis, & diuiſionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hęc de his. Definitionibus autem Obtuſi, Acutique Anguli genus addendum eſt. vterq; .n. eſt Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verùm non omnis abſolutè, qui Recto minor, Acutus eſt. Cornicularis nanque omni Recto eſt minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto eſt minor, Acutus tamen non eſt. Cauſa autem, quoniam Miſti ſunt, quidẽ

Rectilineorũ Angulorum pulcherrima ad Deos comparatio.

Rectilineorũ Angulorũ ad ea, q̃ ſunt cõparatio Pulchrum

Perpẽdicularis pulchra cõſideratio, et cõparatio

Perpẽdiculari Figurarũ metimur altitudines. Huius ãt cauſa vide in ſeptimũ cõmento 19.

Rectilineorũ Angulorũ ad virtutẽ, & vitiũ cõparatio.

Epilogus.

Finis Digreſſionis Primũ notãdum.

& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorũ, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtuſi ſunt. Oportet ſiquidem Obtuſum, Rectilineũ eſſe. Hoc itaque primùm adnotamus. Deinde quòd Rectum Angulum cùm definire propoſuiſſet, rectam ſuſcepit Lineã ſuper aliam rectã Lineam ſtantẽ, & eos, qui deinceps ſunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtuſum verò, atque Acutum, non itẽ accipiens rectam Lineã ad alterutrã partem inclinatam: ſed à relatione ad Rectum tradidit. ipſe .n. & non Rectorum menſura eſt, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrã inclinatæ partẽ, erant innumeræ: & non vnica tantùm, quẽadmodũ Perpendicularis. Poſt hæc autẽ illud, quod dixt [Angulos æquales adinuicem] ad ſummã quandam Geometricam diligentiam ſpectare cenſemus. ſiquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs eſſent, nec tamen Recti. cùm autẽ æquales adinuicẽ ſint, Rectos eſſe neceſſe eſt. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur eſſe ſuperuacanea, vt quibuſdã non rectè viſum fuit: ſed rectitudinis rationem oſtendere. Ideo .n. vterque Angulorũ Rectus eſt, quia cùm ſint deinceps, æquales ſunt. Siquidem quæ inſidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrã partẽ, æqualitatis ambobus eſt, & vtrique rectitudinis cauſa. Non igitur abſolutè adinuicem æqualitas, ſed conſequenter poſitio, vnà cũ æqualitate, cauſa eſt Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hîc quoque Autoris noſtri propoſitum in memoriã reuocandum cenſeo, quòd ſcilicet de ijs ſermonrm habet, qui in vno Plano conſiſtunt Angulis. Quãobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio eſt: ſed eius, quę in vno eſt, eodemqúe Plano. Illam verò, quę Solida appellatur, non eſt præſentis tẽporis definire. Quẽadmodum igitur Planũ definiuit Angulum; ita etiã huiuſcemodi Perpendicularẽ. quoniam ſolida Perpendicularis non ad vnicã tantùm rectam Lineam, rectos facere debet Angulos; verùm ad omnes, quæ eam tangunt, & in ſubiecto ſunt Plano. hoc ſiquidem illi eſt proprium.

Secũdum.

Rectus angulus non Rectorũ mẽſura é, quẽadmodũ, & Inæqualium ęqualitas. Tertium.

Quartũ.

Quintum

TEXTVS

Terminus eſt, quod alicuius Extremum eſt.

Defõ 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referẽdus eſt, Lineę nanq; Termi-

Cõm. 11.

Terminus eſt,& Extremum: verùm ad Spatia,quæ in Superficiebus ſunt,& ad ſolida Corpora. nunc.n. Terminum vocat Ambitũ, qui vnũquodque Spatium terminat, atque diſtinguit. huiuſcemodiqúe Terminum,Extremum eſſe definit. non eo modo,quo Signum,Lineę Extremum dicitur: ſed eo,quo illud,quod includit,atqꝫ excludit à circũiacentibus. Eſt autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit,per quam agros metiebãtur,& Terminos ipſos inconfuſos,diſtinctosqúe ſeruabant,ex qua in præſentis quoqꝫ ſcientiæ cognitionem peruenere. Cùm itaqꝫ externum Ambitum, Terminũ Euclides vocaſſet,nõ immeritò ipſum,Extremum quoqꝫ Spatiorum definiuit. per hunc.n. quodlibet comprehenſorum circũſcribitur. Dico autem exempli cauſa in Circulo, Circunferentiam quidẽ, Terminum, atqꝫ Extremum: ipſum verò Planum,quoddam Spatium: in cæterisqúe ſimiliter.

Geometria, q̃ ab initio fuit

Circulus eſt quoddã Planũ ſpatiũ. Cõtrariũ vide ſuperiꝰ in cõm. 1.

Defõ 14.

TEXTVS

Figura eſt, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur.

Cõm. 12. Figura multipliciter dicitur

Prima ſpecies Figuræ.

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuerſasqúe in ſpecies diuiditur,operępretium eſt primùm eius differentias inſpicere: poſtea de illa Figura,quæ in hac proponitur definitione diſſerere. Eſt itaqꝫ Figura quædam,quæ per mutationem conſtituitur,& à paſſione fit,dũ illa,quæ Figuram recipiunt vexantur,vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones ſuſcipiunt,vel alterãtur, vel alias varias affectiones patiuntur. Eſt etiam Figura,quę ab Arte vtpote Fictoria,vel Statuaria fit,iuxta præexiſtentem in Arte ipſa Rationem: Arte quidẽ ſpeciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venuſtatem illinc recipiente. Sunt autẽ his adhuc nobiliores, pręclarioresqúe Figurę,Naturę opificia. aliq quidẽ in ijs,quę ſub Luna ſunt Elemẽtis, Rationũ in ipſis exiſtentium cõprehendendarũ vim habẽtes: aliq verò in cœlis,quæ ipſorũ potentias,& motus diſtinguntur.per ſe ſe nanqꝫ & adinuicẽ cęleſtia corpora plurimã, admirabilẽqúe exhibent Figurarũ varietatẽ:& alias alio in tẽpore formas oſtẽdunt,intelligẽtiũ formarũ imaginẽ afferentes:& ſuis cõcinnis reuolutionibus incorporeas, ĩmaterialesqúe Figurarũ deſcribunt potentias. Sunt autẽ rurſus præter has quoque puriſſimæ,atque perfectiſſimæ pulchritudines, Ani-

Secũda.

Tertia.

Quarta.

marum

marum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per ſe ſeqúe mobiles ſint, ijs, quæ ab alio mouentur præexiſtunt: cùm verò immaterialiter, & ſine vlla dimenſione ſubſiſtant, ijs, quę dimenſionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, eſſentialemqúe Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniores ſunt, quæ vndique quidem partibilibus eſſentijs præſtant: vndiq; verò impartibili, Mentisqúe luce reſplendent; vniuerſorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices ſunt: & omnibus ex æquo adſunt, in ipſisqúe firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, ſenſilium verò Figurarum ĩmutationẽ ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus ſeparatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quę exprimi non poſſunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidẽ Mentium inſident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicis ſuis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circũambit Figuris, & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuſcemodi nanque characteres ignotas Deorũ patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò ſedentia faciens: & alia quidẽ cordi ſimilia, alia autem ſphærica, alia verò alijs expreſſa Figuris: & alia quidẽ ſimplicia, alia verò ex pluribus cõpoſita formis: & alia quidẽ ſacra, atque venerabilia, alia autem domeſtica, & Deorum propriam manſuetudinem exhibentia. alia verò torua conſtruens, aliasqúe demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationẽ. Cùm itaq; Figura ab ipſis Deis ſumat exordium, vſque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens cauſis. oportet ſiquidem ante imperfecta, perfecta ſupponere: & ante ea, quæ in alijs exiſtunt, ea, quæ in ſe ſe ſita ſunt: & ante ea, quæ ſua priuatione ſunt plena, ea, quæ propriã naturam ſynceram cuſtodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales ſunt, materiali inuenuſtate participant, nec habent conuenientem ſibi puritatem. Cœleſtes verò, partibiles ſunt, in alijsqúe ſubſiſtunt. Animarum autẽ, diuiſione, & varietate, omnisqúe generis inuolutione prædictæ ſunt. Mentium verò, vnà cum vnione progreſſum in multitudinem habent. Ipſæ autem Deorum liberę, & vniformes, & ſimplices, & genitrices Figuræ, ante omnia ſubſiſtunt, omnẽ in ſe ſe perfectionem habentes, & à ſe ſe cunctis abſolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auſcultandi, tolerandiqúe ſunt, qui dicunt quaſdam additiones, & ablationes, & alterationes, ſenſiles Figuras

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figurę ſpes oium pfectisſima.

Theurgia

Digreſſio

Figurarũ oium conſideratio.

Democriti opinio, & eius cõ

futatio, vide ét Ari. in lib. de séſu & ſéſili, & i li. de diuinatione per ſomnũ.

guras, producere (motus ſiquidem cùm imperfecti ſint, principalem vtique, primariamqúe habere non poſſent effectuum cauſam: neque ex motibus contrarijs eædẽ ſæpe fierent Figurę. ex additione nanq; & detractione, eadem quandoque fiet Forma) verùm hęc alijs in generatione ſeruire cenſebimus, perfectionemqúe ipſis ab alijs primigenijs cauſis aſſignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ materiæ expertes ſunt Figuræ ſubſiſtere non poſſunt, illæ verò tantùm, quæ in materia ſunt, ſubſiſtunt, vt quidam alicubi dicunt. At neque (vt alij aiunt) ſunt quidẽ extra materiam, ſubſiſtunt verò ſecundum excogitationẽ duntaxat, & abſtractionem. vbi .n. certitudo, & pulchritudo, & ordo Figurarum in ijs, quę per abſtractionem ſubſiſtunt, incolumis ſeruari poteſt? eiuſmodi .n. cùm ſint, cuiuſmodi ſenſiles, quàm longè ab inconuincibili, puraqúe deficiunt certitudine. Cùm autem ſuſcipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenã hæc accipient? aut .n. à Senſilibus (verùm in illis non erant) aut ab Intellectilibus (verùm perfectius erunt in illis) nã dicere ab eo, quod non eſt, omnium eſt abſurdiſsimum. non .n. imperfectas quidem Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo ſubſiſtentes reliquit. nec fas eſt Animam noſtram certiores, & perfectiores, magisqúe ordinatas producere Figuras, quàm Mens, ipſiqúe Dij. Sunt ergo ante ſenſiles Figuras, per ſe ſe mobiles, & intelligentes, & Diuinæ Figurarum Rationes. & nos excitamur quidem à ſenſilibus, proferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines ſunt. & his ſenſiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diuinas, per Imagines cognoſcimus. emergentes .n. ſe ſeqúe propagantes quæ in nobis ſunt Rationes, Deorum formas oſtendunt, vniformesqúe vniuerſorum Terminos. per quos inexplicabiliter in ſe ſe cuncta conuertunt, in ſe ſeqúe continent. In Deis igitur cum egregia vniuerſarum Figurarum cognitio eſt, tum gignendi, & cuncta inferiora conſtituendi vis. In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem eorum, quæ apparent potentiam habent: cognitionis verò, intelligẽtisqúe perceptionis expertes ſunt. In Animis verò particularibus, immaterialis quidem intellectio eſt, & per ſe ſe agens cognitio: fœcunda autem, efficaxqúe cauſa, non eſt. Quemadmodum igitur Natura efficiendo Senſilibus præeſt Figuris, eodem modo Anima iuxta cognitricem ſui partem agendo, promit in Phantaſia tanquam in ſpeculo Figurarum Rationes. Illa autẽ in ſuis ſpectris eas recipiẽs, habensqúe imagines earũ, quæ intus exiſtunt Rationum, per haſce quippe imagines prębet, Animæ intus conuerſionem, ad ſe ſeqúe ab ipſis ſpectris

Primũ argumẽtum

Secũdũ argumẽtum

Opinio ꝓpria.

Prima opinio, quæ é Antiquorũ, & eius cõfutatio.

Secũda opinio, q̃ eſt Stoicorũ, & eius cõfutatio, vide ét. Ari. primo, & 13. Meta. & 2. Phy. 19.

Primũ argumentũ.

Secũdũ argumẽtum

Propria opinio.

Qualis in Deis Figura ſit.

Qualis in Naturis.

Qualis in Animis.

Pulchra Naturę ad Aiam cõparatio.

actionẽ

actionem. Exempli gratia, ſiquis in ſpeculo ſe ſe aſpiciens, & Naturæ potentiam, ſuamqúe pulchritudinem admiratus, ſe ſe videre voluerit, huiuſcemodiqúe potentiam acceperit, ita vt denique aſpiciens ſimul, obiectumqúe euadat. Anima nanque hoc pacto extra ſe in phantaſia aſpiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipſarumqúe pulchritudinẽ admirata, & ordinem, ſuas admiratione proſequitur Rationes, à quibus hæ quoque ſcaturiunt, mirificeqúe delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra verſantem dimittit, ſuam verò quærit, introrſusqúe tranſire deſiderat, & Circulum ibi, atq; Triangulum, omniaqúe ſimul, & impartibiliter cernere, ſe ſeqúe obiectis inſerere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in ſacrarijs, adytisqúe ſunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo diſtans, ac deniqne cæterorum, quæ ſub cognitionem cadunt quoduis in vnionem aſcendens. Figura igitur per ſe mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per ſe mobilem: quæ verò Vni eadem eſt, impartibilem præcedit. omnia enim cùm ad Vnitates redierint terminantur. eſt ſi quidem cunctis illinc ad Eſſe ſuum aditus. Verum enimuero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cùm autem Geometra eam, quæ in Phantaſia eſt contempletur Figuram, hanc qúe primùm definiat (ſi quidem ſenſilibus etiam definitio hæc ſecundo loco congruit) Figuram eſſe ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cùm enim ipſam vnà cum materia iam accepiſſet, & tanquam Interuallis diſtantem excogitet, non immeritò finitam, terminatamqúe vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel ſenſilem, aliunde Terminum ſortitur. Nec ipſum Terminus eſt, ſed Terminatum. neque ſuiipſius Terminus, ſed aliud quidem in ipſo Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipſo eſt Termino, ſed ab ipſo continetur. Quantitati enim adnectitur, & ſimul cum illa ſubſiſtit, ipſiqúe ſubijcitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aſpectus, nil aliud eſt, quàm Figura, & Forma. ipſam ſiquidẽ terminat, Characteremqúe ipſi talem, & Terminum vel ſimplicem, vel compoſitũ adijcit. cùm. n. hęc quoq; Finis, & Infiniti dupliçẽ progreſſum in propriis Formis oſtendat (quẽadmodum etiã Anguli Ratio) vnũquidẽ Terminum, Formãqúe ſimplicẽ infert ijs, quę ab ipſa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherrimum exẽplum.

Applicat dictis exẽplum.

Epilogus.

Vnũ hic p Deo, vt ẽt ſuperius ĩ cõm. 6.

Finis Digreſſionis Geometra eã cõtẽplaĩ Figurã, quæ in Phantaſia eſt.

Ponderat Euclidis Deſinem

Qũo Figura, Finem, et Infinitũ in ꝓpriis Formis oſtendat

Qualis sit Figura, q̃ ab Eucli. definitur.

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatiq̃e annexum Figuram appellans, non iniuriâ ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At

Cesõ Posidonii.

Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans: ipsamq̃e terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusq̃e, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum.

Cõparat Posidonii Defõnem Definitioni Euclid.

Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremq̃e ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantùm ostendit. & alter quidem definit quod signatum est, quodq̃e vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quabtitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusq̃e vir Euclidis obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Termino, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quòd genera quoque, formarum potentias in sé se præoccuparunt. cumq̃e priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cùm vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione complectitur. Verùm vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusnã causis perficitur? Dico sanè, quòd primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisq̃e Misto. Proindè ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Mixti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porrò ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæq̃e Figurarum in diuersas ipsarum dissecatur species. Circulus itaque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figu-

Duplex Circuli cõsideratio. vide ét superius in cõm. 1. & in cõ. 11.

Dubõ contra Euclidis definitionem. Argumentum.

Solutio.

Digressio. Causę Figura perficientes.

Figurę Rationis triplex cã prima.

Secũda cã q̃ est pria Totalitas.

Euclides in lib. de Diuisionibus

ras,

ras, aliam verò in disſimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine,& propter hoc cuiuſcunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et ſeſe propagans,non ceſſat vtiq;,donec ad vltimum quoddam perueniat,omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quẽadmodum illic Vnũ, in eo,quod eſt; & id, quod eſt, in Vno ſimul eſſe oſtenditur, ita ſanè ipſa etiã in rectilineis Figuris Circulares,& cõtrà rectilineas in Circularibus comprehenſas oſtendit. Totamque ſui naturam in vnaquaq; propriè manifeſtat; & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam ſimul in omnibus ſit, & in vnoquoq; ſeorſum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progreſſionis formarum menſuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros conſtituit, alias quidem iuxta ſimpliciores, alias verò iuxta compoſitiores. Triangula ſiquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus prodeuntur. Verùm qua de cauſa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum eſt, Scientibus autem vbi quidem Numerus ſit, vbi verò Figura, manifeſta eſt reddendæ cauſæ ratio. Quintò ab alia Totalitate ſecũda, quæ etiam in conſimilia diuiditur, ea Formarum diuiſione repletur, quæ ipſas in alias ſimiles diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula,& Quadrangularis in Quadrangula diuiditur: & id,quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes efficimus,ſiquidem longè prius in principijs præextitit. Veruntamen ad haſce aſſignationes reſpiciendo,plurimas de Figuris reddere poſſumus cauſas,ipſas ad ſua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuſcemodi ſortita eſt ordinem, à totque cauſis perfectionem ſuſcipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera,& iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem ſimpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compoſitiores. & alijs quidem primarias aſſignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (ſolidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis ſunt ſibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus exiſtentibus; Deorum ſiquidem Formæ accumulatæ ſunt,vniuerſarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia,alius autem Triangulariter, alius verò Quadrãgulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã, quæ eſt accumulata Multitudo.

Quarta cã q̃ è Numerus Ternarius.

Numerus eſt i Arithmetica, Figura autẽ in Geometria.

Quita cã, q̃ eſt ſecũda Totalitas

Quo Figura Diis attribuatur.

TEXTVS

Defō 15. Circulus eſt Figura Plana ab vna Linea cōpreheníſa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā ſunt oēs rectæ Lineæ incidentes, ſibi inuicem æquales ſunt.

Defō 16. Centrum verò ipſius Circuli, id Signum appellatur.

Cōm. 13. Circulus ē oium Figurarū pſtātisſima.

PRima, ſimplicisſima, atque perfectisſima Figurarū Circulus eſt. nā Solidis quidem omnibus præſtat, eò quòd in ſimpliciori loco exiſtit: ijs verò, quæ in Planis ſubſiſtunt, ſimilitudine, atque identitate excellit. Finiq́ue, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportione reſpondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ ſupra Mundum ſunt Figurarum diuiſiones faciens, ſemper diuinioris eſſe naturæ Circulum reperies. ſi .n. in cœlum, & Generationē vniuerſum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam aſſignabis. quicquid nanque in generabilibus Circulare eſt, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, deſuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunuolutionem Generatio ad ſe ſe reuoluitur: inſtabilemq́ue mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd ſi in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent diſtribuas, Mentis quidē eſſe dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuerſionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progreſſus, ſecundum rectā fit Lineā. alias .n. alijs ſe applicare Formis, Animæ proprium eſt. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, ſimilitudineq́ue participare conſtitues. nam illud quidē cōpoſitum eſt, potētijsque varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, ſimplex, & intelligēs: per ſe mobile, & per ſe agens: in ſe ipſum conuerſum, in ſe ſeq́ue agens. Vnde porrò Timæus quoq; cùm vniuerſi Elementa rectilineis conſtituiſſet, Figuris, motum ipſis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo inſidet Anima præbuit. Veruntamē quòd Circulus quidē vbiq; reſpectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifeſtum eſt. Operepretium eſt autē totam quoq; ipſius ſeriē inſpicere, deſuper inchoantē, & vſq; ad inferiora deſinentē, omniaq́ue perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipſius ſuſcipiunt conſortium. Dijs itaq; conuerſionē ad ſuas cauſas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in ſeipſis maneant, à beatitudineq́ue ſua non diſcedant, ſummas quidē ipſorū

Socrates i Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digreſſio

Circulus pfectionē rēb⁹ oibus prebet. Deis.

vnio-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus deſiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipſis ſunt potentiarum circa illa ſtabiliter collocans, illorumque ſimplicitate continens. Mẽtium autẽ eſſentijs hoc ſuggerit, quòd ſcilicet in ſeſe perpetuò agant, & à ſeſe cognitione repleantur, & in ſeſe intellectilia contracta teneant, in ſeſeque intellectiones perficiant. omnis ſiquidẽ Mens intellectile ſibi proponit, hocque tanquam Centrũ eſt Menti: Mens autẽ ipſa, circa ipſum ſe implicat, & agit, & vnitur intra ſeſe vniuerſis vndique Mẽtis actionibus. Animis verò illuſtrat vim per ſe viuendi, per ſe mouendi, ad Mentẽ conuertẽdi, circa Mentẽ circunſiliẽdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis imparibilitatẽ euoluentes. rurſus intelligẽtes quidẽ ordinationes tanquam Centra Animis præſtabũt, Animæ verò circa ipſas Circulariter agẽt. omnis nanque Anima iuxta quidẽ ſui partem intelligentẽ, & ipſum Vnum ſupremum, Centrum ſuſcepit: iuxta verò multitudinẽ, Circulariter voluitur, Mentẽ ſuam circumplecti deſiderans. Cœleſtibus autẽ corporibus, aſſimilationẽ ad Mentẽ, ſimilitudinem, equationẽ, vniuerſorum in Extremis comprehenſionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mẽſuris, ſempiternam ſubſiſtentiam, hocque demum, quòd principio, & fine carent, cuncta id genus. Iis verò, quæ ſub concauo orbis Lunæ ſunt Elemẽtis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum aſſimilationẽ: id, quod in generabilibus eſt ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum exiſtit. omnia. n. ſemper ſunt propter generationis Circulũ, & æquabilitas ſeruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationẽ. nam ſi generatio non regrederetur, breui quidẽ tẽporis curriculo, ipſorum ordo, totaque euaneſceret exornatio. Rurſus autem Animalibus, atq; Plãtis, eam, quæ in generationibus reperitur ſimilitudinem affert. ex ſeminibus ſiquidem hæc, ex hisque ſemina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circũuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrà: vt corruptio quoq; vnà cũ generatione ſit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipſorum indeterminatã varietatẽ ad Terminum redigit, & ipſa quoq; decẽter exornat poſtremis ſuarum potẽtiarum veſtigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circũuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam ſterilitates iuxta Circulorum alternas cõuolutiones ſubſiſtunt (vt oſtendit Muſarum ſermo): & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta ſint, circunuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiã adeſt Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium eſſentiis.

Animis.

Vnum hic pro Mẽte.

Cœleſtib⁹ corporib⁹

Quatuor Elemẽtis.

Animalibus, & Plãtis.

Iis, q̃ præter naturam fiũt.

Muſæi 8. de Repu. Socrat. in Repub.

ordo: vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Diis; sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiã infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinẽ. Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cùm decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppediteret. Quocirca in Numeris quoq; media continet. Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsq; ad Denarium circunuoluitur. Quinarius enim, atq; Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ijs, quæ fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur, cùm .n. multiplicantur, in se se desinunt. Progressionis igitur imago est multiplicatio, siquidem in multitudinem extẽditur. Regressionis verò, exitus in eadem specie. Horum autẽ vtrunq; Circularis præbet potentia, excitãs quidẽ à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cõuertẽs verò post productiones multitudinem ad causas. Duo itaq; Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit: alter verò omne femineum, & par, fœcundaque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verùm hæc quidem hucusq; terminata sint. Mathematicam autẽ Circuli definitionem accuratam vndequaq; existentem contemplabimur. Figuram ita q; ipsum definiuit, quoniam sanè finitus est, & ab vno Termino vndequaq; comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Termino consociatus. Itemque Planũ, quia cùm Figuræ vel in Superficiebus, vel in solidis spectẽtur Corporibus, Circulus planarũ Figurarũ prima est, simplicitate quidẽ solidis præstans, Vnitatis verò ad planas rationẽ habens. Ab vna autẽ Linea cõprehensum, eò quòd Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circũpositorum varietatẽ non recipit. Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent: aliæ verò haud cunctas. Ellipsis nanq; ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipsamque incidentes, æquales sunt: verùm duæ tantùm. Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnam habet continentem, non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint. Quoniam autẽ Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnius haud sunt Centra)

Epilogus.

Circuli pulchra in Numeris cõtẽplatio

Numeri Circularis cõtẽplatio

Quinarius et Senarius mediũ inter oẽs numeros possidẽt locũ.

Finis Digressionis Mathematicæ Circuli desõnis contẽplatio, & cõditiones.

Prima cõditio.

Secũda cõditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantùm Centri vim habet. Et quia vnũ hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet nanq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quę ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quę intra Figuram sunt Signorum] neq; hoc abrę fecit, Centrum solum accipiẽs, non autem Polum, siquidẽ vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; adiecit, quòd hoc Signum, quod vtique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiã incidentes, æquales fuit, Centrum est Circuli. nam duo tantùm huiusçemodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum. verùm ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exẽpli gratia, Si Gnomonem in Cẽtro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes.n. quę ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterque in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferẽtia, quidque tota Circularis Figura, hucusq; deteterminatum est. Rursus ergo ex his ad Exẽplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui sunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam volũtur vnionem. & omnes ad illam properare, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaque Circunferentia: ita sanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verùm vna quidem omnia sunt, permansio, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quòd vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperies. Quòd si distante ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta adinuicem perspexeris, & defectum a dimensione prouenien-

Sexta.

Defõ Cẽtri.

Quid sit Polus Circuli, & eius defõ.

Epilogus.

Digressio. Centri, & distãtiarũ à Centro, & Circũferetiæ in Exẽplaribus cõtẽplatio.

Quo hæc cũ illis cõmunicẽt.

Quo differant.

Pulchrum

Quo inueniatur ille qui vere e

nien-

Circulus, & vera Circularis natura.

nientẽ abſtuleris, poſitionẽqúe ipſam, circa quã fit partitio è cõſpectu remoueris, eũ, qui verè eſt Circulus inuenies, ad ſeſe progredientẽ, & ſeſe terminantem, & in ſeſe agentem, & vnum & multa exiſtentem, & manentem, & progredientẽ, atq; regredientem: nec non ſui maximè impartibile, maximeq; ſingulare firmiter collocantem: prorſus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaqúe eam, quæ in ipſo eſt infinitatem: ad vnum verò ſeſe exſeſe conuoluentem, per ſimilitudinemqúe, & identitatem ad impartibilem ſui naturę, occultatricemqúe in ipſo vnius vim ſe ſe excitantem. Quod porrò vnum cùm in gremio contineat, ac circumambiat, ipſum iuxta etiam ſui ipſius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, eſt tanquã Centrum, quod Interuallo diſtet, ad ſeſeqúe annuit, Centrum ſuſcipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeqúe progreſſus principium habuit, ibi terminare regreſſum. tale enim vbique Centrum eſt rei amabilis loco, atq; deſiderabilis, omnibus circa ipſum ſubſiſtentibus prępoſitum, omniumqúe progreſſuum initium, & autor. Quam quidẽ rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à ſeſe ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemqúe ipſis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Idẽ ſuperius in principio huĩ cõmenti.

Cętri Mathematici ad cętrum intelligibile pulchra comparatio

Defõ Cętri ab Oraculis tradita.

Centrum eſt, à quo omnes vſq; ad Circunferentiam ęquales ſunt: Et ad quod.

Verùm quòd quidem ſit diſtantiæ Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quòd verò Circunferentiæ medium, per particulam [ad quod]. hæc ſiquidem ex omni ſui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus eſt cauſam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemqúe ſuſcepit, ſupremum vtiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis cauſæ aſſimilatur: Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantùm ad ſeſe infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quę infinitam iſtarum terminat extenſionem, ipſamqúe rurſus cũ Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his conſtanti ſimilis eſt. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Prima cã, p quã Figura Circularis apparuit.

Orphei carmen.

Infinitum autem ſecundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

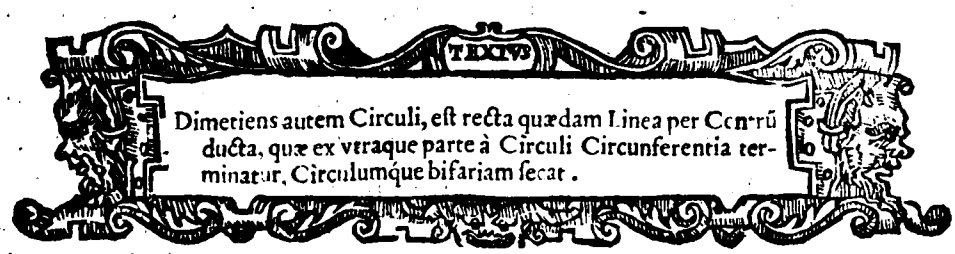
Cùm enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudqúe tanquã Centrum ſuæ habeat lationis, iure ipſo Circulariter agere dicitur.

Triadicus Deus.

Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progreſſionis

nis etiam rectilinearum Figurarum primã in ſe ſe continuit cauſam. hinc ſiquidem & nomen ipſi, Sapientes, Theologicorumque maximè arcani impoſuere. ex hisque manifeſtum eſt, quòd prima quidẽ Figurarum Circulus eſt: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, ſubſiſtunt autem iuxta præexiſtentes latenter in intellectilibus cauſas.

Prima Figurarũ circulus, & prima Rectilinearũ Triãgulũ. Epilogus.



Defõ 17.

QVòd non omnem definit Dimetientem, ſed Circularem tantummodo, perſpicuè Euclides ipſe oſtẽdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens eſt, ac denique omnium Parallelogrãmorum, eſt etiam Sphęræ in ſolidis Figuris. Verùm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantùm. Siquidem Ellipſis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere conſueuere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaq; genere quidem recta Linea eſt, multis autẽ in Circulo rectis Lineis exiſtentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum eſt, ita ſanè Dimetiens quoq; hæc tantùm vocatur, quæ tranſit per Centrum, nec intra Circunferentiam definit, neq; huius terminum tranſcendit: ſed vtrinq; ab ipſa terminatur. Et hæc quidem ipſius ortum oſtendunt. Quod autem in fine adiectum eſt, quòd bifariam quoq; Circulum ſecat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminãtur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente ſecari, Thaletem ferunt primum demonſtraſſe. Cauſa autem bipartitæ Sectionis eſt, in declinabilis per Centrũ rectæ Lineæ tranſitus. cum .n. per medium ducatur, ſemperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem ſeruet, equum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abſcindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem oſtendere deſideras, intelligẽ ductam Dimetienrem, & alteram Circuli partem reliquæ doaptari. ſi .n. equalis non eſt, vel intra cadit, vel

Cõm. 14.

Quo differãt Dimetiens, & Diagoni⁹, & Axis.

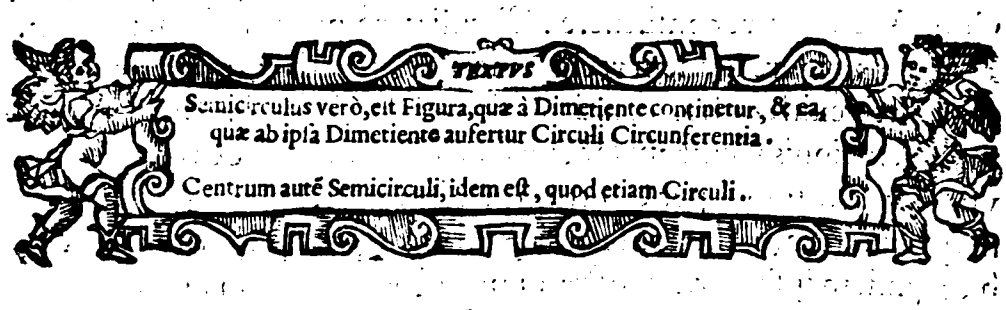
Dimetiẽs in circulo tãtùm propriè dicitur.

Thales.

Demõſtratio.

extra: vtcunque autem ſe habeat, eueniet minorem rectam Lineam eſſe æqualem maiori. ſiquidem omnes à Centro ad Circunferẽtiam, ſunt æquales. Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit. at hoc fieri non poteſt. congruũt ergo, & proinde æquales ſunt. quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam ſecat. Verùm ſi vna exiſtente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitę verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtique duplicia infinitorum eſſe, iuxta numerum. hæc enim nonnulli obijciunt aduerſus Magnitudinum in infinitum ſectionem. Nos autem dicimus quòd ſecatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita. nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantùm. & hoc quidem eſſentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat. Simul igitur cum vna Dimetiente duo ſunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitę erunt, & ſi in infinitum ſumptę fuerint. Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt: verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia ſunt. ſemper ſiquidem ſumptę Dimetientes, finitę numero ſunt, quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuiſiones, cùm Numerus ante Magnitudines ſit, & omnes ipſarum ſectiones definiat, & infinitatem prœoccupet, ſemperqúe partes, quę oriuntur determinet?

Dubitatio Hac vtit obiectione Io. gra. in lib. cõtra Proc. Vide et Spliciũ i 3. digreſſione contra Gra. in 8. phiſico. Solutio.



Defõ. 18.

Defõ 19.

Cõm. 15. EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quę ſunt in Circulo Signis diſcrepantem. A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamqúe ab alijs rectis, quæ intra Circulum deſcribuntur Lineis ſeparauit. A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam ſit edocet: & quòd à duobus Terminis continetur, hisqúe ſemper differentibus, Recta ſcilicet, atque Circunferentia: & quòd Recta illa non quælibet eſt, ſed Circuli Dimetiens. ſiquidem minus quoq; Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaqúe continentur, non tamen hęc Semicirculi ſunt. eò quòd Circuli diuiſio, per Centrum facta non eſt. Cunctæ ergo huiuſcemodi Figuræ, bifor-

Figurę biformes.

biformes ſunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex disſimilibus conſtant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus miſtis Lineis, veluti ſi duæ Ellipſes ſeinuicem interſecent (Figuram ſiquidem claudent, quæ inter ipſas intercipitur) vel à miſta, & Circunferentia, ſicuti quando Circulus ſecat Ellipſim: vel à miſta, & recta, vtpote Ellipſis dimidium. Semicirculus autem ex disſimilibus eſt Lineis, verùm ſimplicibus, hisqúe per appoſitionem ſeinuicem tangentibus. Antequam igitur ſermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo poſt Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam ſpatium comprehendent. Recta verò, atque Circunferentia, duo poſſunt comprehendere ſpatia. & duæ Circunferentiæ ſimiliter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti ſi concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtroſque intercipitur ſpatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusqúe ſit Angulus. non enim ſeinuicem interſecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrinque conuexa Figura. Cæterùm quòd idem Semicirculi Centrum ſit, quod etiam Circuli, manifeſtum eſt. Dimetiens enim Centrum in ſe ſe habens, Semicirculum complet, ab hocqúe omnes ductæ ad Semicircunferentiam, ſunt æquales. hæc nanque pars eſt Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur eſt Semicirculi, Circuliqúe Centrum. Et eſt adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc ſola in ſuo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibuſdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumúe rerum affert imaginem, niſi omnes Figuras, quæ à primis non prorſus diſceſſere, ſed ipſis quodammodo participant, poſſe ipſis concentricas eſſe, eiſdemqúe cauſis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque eſt ipſis commune. Et forſan aſſimilatur vtique Semicirculus ſecundis poſt ſimplicisſima prin-

Monadicæ Circulus.

Figuræ, q̃ à duobus Terminis cõprehẽditur diuiſio

Cur Euclides Semicirculũ in hoc 1. lib. definiat, et non in 3. vbi definit ét ſegmenta. ibi .n. locus eſt propriꝰ.

Figura Lunularis

Corona

Vtrinque cõuexa Figura.

Notãdum

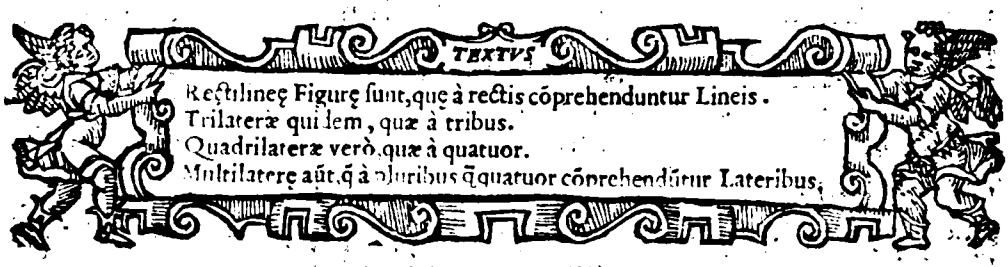
Centrum tres habet locos.

Digreſſio

Dupliciter Semicirculꝰ cũ Circulo cõicat.

Pulchra ſemicirculi cõſideratio.

cipia coordinationibus, quę illis principijs participant: & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod eſt, primamqúe ipſarum cauſam reducuntur.



Cõm. 16. POſt Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemqúe Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progreſſus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta eſt, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidẽ cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quẽadmodum etiã Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius eſt. nam ſi Vnitas quidẽ componatur plus facit, quàm ſi multiplicetur: Numerus verò contrà, plus ſi multiplicetur, quã ſi componatur: Binarius aũt ſiue in ſe ſe multiplicetur, ſiue componatur, æquale perficit. Quẽadmodum igitur iſte Vnitatis, atque multitudinis medietas eſt: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Baſim cum Rectilineis cõmunicat, iuxta verò Circunferentiã, cum Circulo. Progrediuntur aũt rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vſque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsqúe cõmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ ſiquidem Multilateræ quoq; ſunt; verùm habent etiã propriam præter cõmunem denominationem. Cùm autem in cæteris propter infinitum Numerorum progreſſum proſequi minimè potuiſſemus, cõmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarũ verò, Quadrilaterarumqúe duntaxat mentionẽ fecit, quoniã Numerorum ẽt primi ſunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: illé quidem in Imparibus purus Impar exiſtens, hic verò in Paribus, Par. Vterq; itaque ab ipſo fuit aſſumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad ſubſiſtentiam ipſarum iuxta omnes Numeros Pares quidẽ, atque Impares oſtendendam. Quinetiam cùm de his tanquã de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogrãmis) in primo libro docturus ſit, non ĩmeritò ad hæc vſque propriam ſtatuit enumerationẽ: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cõmuni amplexus eſt nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

Idẽ ĩ ſuperiori cõ.

Quomodo Binarij medius ſit iter vnitatem, & Numerũ.

Quo Semicirculus medius ſit iter Circulũ, & Figuras rectilineas.

Duplici d cauſa duarum tantùm rectilinearũ Figurarum Euclides mentionẽ fecit.

Prima cauſa.

Secunda.

ſuffi

ſufficiant. Rurſus autem altius exordiendo dicendũ, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à ſimplicibus continentur Lineis, aliæ verò à miſtis, aliæ autẽ ab vtriſque. Et earũ, quæ à ſimplicibus cõprehenduntur, aliæ quidẽ à ſimilibus ſpecie, vt rectilineæ; aliæ verò à ſpecie diſſimilibus, vt Semicirculi, & Segmẽta, & Apſides, quæ Semicirculis minores ſunt. necnon earum, quæ à ſimilibus ſpecie continentur, aliæ quidẽ à Circulari cõprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autẽ, quæ à Circulari Linea cõprehenduntur, aliæ quidẽ ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autẽ à pluribus continentur. Ab vna quidẽ, Circulus ipſe. A duabus verò, aliæ quidẽ deangulares, vt Corona, quæ à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Anguloſæ, vt Lunula. A pluribus autẽ quàm duabus, proceſſus in infinitũ. à tribus nanque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quædã continentur Figuræ. ſi .n. tres Circuli ſe ſetangant, quoddam ſpatium Trilaterum intercipiũt, quod tribus Circunferentijs terminatur: ſi verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque ſimiliter. Earũ autẽ, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidẽ à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autẽ à pluribus cõprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis ſpatium cõprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidẽ ſpatium, quod ab vno Termino, vel duobus cõprehenditur, aut miſtũ eſt, aut Circulare. Miſtumque dupliciter, aut quoniã miſtæ ipſum cõprehendunt Lineæ, quẽadmodum illud, quod à Ciſſoide Linea intercipitur: aut quia diſſimiles ſpecie ipſum continent; veluti etiã Apſidẽ: dupliciter ſiquidẽ Miſtio fit, vel per Appoſitionem, vel per Confuſionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera eſt, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autẽ omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea eſt. ſiquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuiſione ſufficiant. Quòd autem Rectitudo progreſſionis, & motus, & infinitatis eſt Nota, quòdque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris eſt, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hiſce peculiares ſunt Diijs, qui feracis totius Formarum progreſſus actionis ſunt principes. Quocirca generatio quoque per haſce præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque ſubſiſtit ſuam ſortita eſt eſſentiam.

Planarum Figurarũ diuiſio.

Rectilineæ. Semicirculi, & Segmẽta, & Apſides.

Circulus. Corona. Lunula.

A duabus rectis Lineis ſpatiũ nõ cõprehẽdit. idẽ ſuperiori com. & iferius 10. pronuntiato.

Figura dupliciter Miſta dicitur.

Dupliciter fit Miſtio. idem ſuperius com. 7.

Digreſſio.

Vide ſuperiꝰ cõ. 10. Generationẽ hic intelligit Elemẽtarẽ regionem. vidẽ etiam in com. 13.

Tri-

TEXTVS

Defō 24 Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum eſt, quod tria Latera habet æqualia.

25. Æquicrus autem, quod duo tantùm æqualia habet Latera.

26. Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27. Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum eſt, quod vnum rectum Angulum habet.

28. Obtuſangulum autem, quod vnum Obtuſum habet Angulum.

29. Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cōm. 17. TRiangulorum diuiſio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: ſequitur autē ea, quę ab Angulis tanquam propria. ſiquidem hi etiam tres Anguli ſolis rectilineis conuenium Figuris, Rectus nempe, Obtuſus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, eſt vtique in non rectilineis quoque Figuris.

Duplex Triāgulorū diuiſio.

Diuiſio Triāgulorū à Lateribus. Inquit igitur quòd Triangulorum alia Aequilatera ſunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rurſus quòd Triangulorum alia Rectangula ſunt, alia Obtuſangula, alia Acutangula. & Rectāgulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quēadmodum etiam Obtuſangulum, quod vnum habet Obtuſum: plures ſiquidem vno vel Rectos, vel Obtuſos Triangulum habere Angulos impoſsibile. Acutangulum verò, quod vtiq; omnes habet Acutos. non.n. hîc quoq; ſatis eſt vnicum habere Acutū. cuncta ſiquidē Triangula hoc pacto Acutangula eſſent. nam omne Triangulū duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū ſolum. Videtur autem mihi Euclides ad illud ſolum reſpiciens ſeorſum quidem ab Angulis, ſeorſum verò à Lateribus diuiſionē feciſſe: quòd ſcilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam eſt. ſunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ (ἀμβλυγώνια) hoc eſt cuſpidis ſimilia à Mathematicis ipſis vocantur: à Zenodoro autem (πλαγιογώνια) hoc eſt cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, ſuperq́ie

Diuiſio Triangulorum ab Angulis

Cur Euclides dupliceé Triāgulorum tradat Diuiſionem. Triangulū Quadrilaterū, quod Acidoides

perqúe vno Latere duas Rectas introrſum conſtitue. Clauditur igitur quoddam ſpatium, quod ab externis, & internis rectis cõprehenditur Lineis, tresqúe habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipſæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur eſt huiuſcemodi Figura Quadrilaterum. Non ergo ſi quod tres habet Angulos inuenerimus ſiue Acutos, ſiue vnum Rectum, ſiue Obtuſum vnum, ſtatim etiam Trilaterum, quod vèl æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum ſit, inuenimus. erit. n. fortaſſe & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nõ eſt temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda ſententia. At hæc quidem de his ſufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem ſimpliciter generationis, generabiliumqúe formationis dicunt eſſe principium. Quocirca tum naturales, tum conſtructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait eſſe Timæus. triplici nanq; diſtant Interuallo, & vndequaq; partibiliũ, varieqúe permutabilium ſunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumqúe materialium coniunctiones, ſolutas præ ſe ferunt: quemadmodum ſanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipſis aduentitium, coniunctionemqúe præbent. Iurè igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Diis quatuor conſecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem deſuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmẽtis deuenientem, in hiſce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam conſtituit eſſentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terreſtrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota eſt, humidum, calidumqúe exiſtens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti ſunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipſorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiã differentiæ ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium conſtitutionis eorum, quæ ſub Luna ſunt, & autorem eſſe fatebimur. nam rectus quidem Angulus eſſentiam ipſis exhibet, & ipſius Eſſe menſuram determinat: Rectanguliqúe Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit eſſentiam, Obtuſus verò vniuerſam diſtantiam ipſis tribuit:

vel Gãlogoniũ appellatur.

Quadrangulũ quinquilaterũ. Digreſſio.

Pythagorei.

Timæus.

Attẽde ſimilitudinem pulcherrimã, & notaq; ſit Aduẽtitius Angulꝰ, quẽ Trigũli tres Anguli Lineis Triũgularibus præbẽt.

Philolaus quatuor Diis Triãgulare Angulũ cõſecrauit.

Quadripartita Elemẽtorũ exornatio

Saturnus.

Mars.

Pluto.

Bacchus.

Nota quę ſint horũ Deorũ inferioribꝰ operõnes.

Nota quæ ſint horũ

Obtu-

Deorũ, p-priæ natu-ræ.

Obtuſanguliqúe Ratio formas materiales in magnitudinẽ auget, & in omnis generis mutationẽ. Acutus autem Angulus diuiſibilem ipſorum naturã efficit: Acutanguliqúe Ratio diuiſiones ipſis in infinitũ fieri præparat. ſimpliciter verò Triangularis Ratio Interuallo diſtantem, & vndequaqꝫ partibilẽ materialium corporum conſtituit eſſentiam. Tot quidẽ de Triangulis erant à nobis inſpicienda. Ex hiſce autẽ diuiſionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum ſpecies eſſe ſeptẽ numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidẽ vnum eſt, cùm Acutangulum tantùm ſit: reliquorum autẽ vtrunque eſt triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulũ eſt, aut Obtuſangulũ, aut Acutangulum: Scalenum qúe ſimiliter hanc triplicẽ habet differentiam. Si itaque hæc quidem triplicíter, Aequilateraverò vnico modo ſe habẽt, ſeptẽ omnes Triangulorum ſpecies dicantur. Rurſus autẽ iuxta Laterum quoqꝫ diuiſionem; Triangulorum ad ea, quæ ſunt proportionẽ intelligas: nam Aequilaterum quidẽ æqualitate proꝛſus, ſimplicitateqúe præſtans, Diuinis cognatũ eſt Animis: menſura ſiquidem eſt & inæqualium æqualitas, quẽadmodum & inferiorũ omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialẽ naturam dirigentibus, quorũ maior pars quidẽ menſura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemqúe ĩmoderationem attingunt: Aequicrurium nanqꝫ duo quidẽ Latera æqualia ſunt, Baſis autẽ inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequaqꝫ claudicãt, ſe ſeqúe præparant, cùm ad generationẽ tendant, refertæqúe materia ſint.

Cõfirmat Pythagoreorũ, & Timæi dictum alia ratione.

Finis Digreſſionis Documentum.

Septẽ Triangulorũ ſunt ſpẽs.

Digreſſio Aequilaterum Triãgulũ Diuinis aſſimilatur Aïs.

Aequicrus melioribꝰ generibus

Scalenum Vitis partibilibus.

TEXTVS

Defõ 30. Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem eſt, quæ æquilatera eſt, atque rectangula.

31. Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non eſt.

32. Rhombus autem, quę æquilatera quidem, ſed rectangula non eſt.

33. Rhomboides verò, quæ ex oppoſito latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera eſt, neque rectangula.

34. Præter has autem, reliquæ Quadrilaterę Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

QVadrilaterarum Figurarum primam diuiſionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipſarum, Parallelogrãma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, ſed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut.n. vtrũque habere oportet, æqualitatem ſcilicet Laterum, Angulorumqúe rectitudinem: aut neutrum: aut alterũ, hocqúe dupliciter. Quamobrem quadrupliciter conſtituitur Parallelogrãmum. Non Parallelogrãmorum autẽ alia quidem duo tantùm habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorſus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiuſcemodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hęc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura ſeptem nobis conſtituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum eſt: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: ſexta, Scalenum Trapezium: ſeptima, Trapezoides. Verùm Poſidonius quidẽ perfectam in tot fecit membra rectilineorũ Quadrilaterorum diuiſionem, quippe qui ſeptẽ horum quoqꝫ poſuit ſpecies, quẽadmodum etiam Triangulorũ. Euclides verò in Parallelogrãma quidem, & non Parallelogrãma diuidere minimè potuit, quippe qui neqꝫ de Parallelis mentionẽ fecit, neqꝫ de Parallelogrãmo ipſo nos docuit. Trapezia aũt, Trapezoideaqúe omnia, cõmuni nomine appellauit, Trapezia ipſa deſcribens, ad eorũ quatuor differentiam, in quibus Parallelogrãmorum verificatur proprietas. hæc autẽ eſt ex oppoſito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nanqꝫ, & Altera parte longius, ipſeqúe Rhombus ex oppoſito Latera, & Angulos habent æquales. Ipſe autem in Rhomboide tantùm hoc addidit, ne ſolis ipſum negationibus definiat, cùm neqꝫ æquilaterũ ipſum dixiſſet, neqꝫ rectangulũ. in quibus.n. proprijs caremus orationibus, cõmunibus vti neceſſarium eſt. Quòd verò hoc ſit cunctis commune Parallelogrammis ipſum oſtendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum eſſe Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verùm iuxta Angulorum duntaxat Obtuſitates, & Acumina. cùm illa rectangula ſint. ſi.n. Quadran-

Cõm. 18. Diuiſio Quadrilaterarũ Figurarũ ſecundũ Poſidonium.

Septẽ ſũt ſpẽs Quadrilaterarum Figurarum.

Euclidis Diuiſio.

Parallelogrãmorũ pprietas.

In Propoſitione 34 primi. Documẽtum.

gulum, aut Partealtera longius iuxta oppoſitos Angulos diſtrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios verò dilatari, Obtuſosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impoſitum fuiſſe. etenim ſi Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porrò ſi Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipſis ſtatim apparet. De ipſo autem Quadrangulo fortaſſe quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus eſt commune, iſs etiam, quæ neque æquiangula, neq; æquilatera ſunt, ſimiliterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici poteſt. ipſe ſiquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum ſit, atque æquiangulum] quaſi poſſint hæc, talia quoq; non eſſe. Cùm verò Quadranguli facta fuerit mentio, ſtatim æquilaterũ indicat, atque rectangulum. Huiuſce autem rei ratio hæc eſt. Solum Quadrangulum ſpatiũ & iuxta Latera, & iuxta Angulos †Terminatum habet. quilibet enim ipſorum Rectus eſt, Angulorum menſuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præſtans, iurè commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtuſos omnes. Non immeritò igitur cùm ex omnibus Quadrilateris ſolum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum ſit, hoc nomen ſortitum fuit. præſtantibus enim formis, Totius nomen ſæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipuè diuinæ eſſentiæ afferre imaginem. purum ſiquidem, immaculatumque ordinem per hoc potiſſimùm ſignificant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipſa Aequalitate. Dij ergo, qui omnibus rebus ſtabilis collocationis, & puri, incontaminatique ordinis, & indeclinabilis potentiæ ſunt autores, meritò Quadrangulari Figura, quaſi ab imagine manifeſtantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehenſionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Veſtæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrã cõſtituat, proximumque ipſius ſit Elementum, quemadmodum à Timæo didicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipſa, genitalia ſemina, fœcundasque ſuſcipiat potentias, non iniuriâ hiſce Dijs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

†optimũ

Digreſſio Pulchra Pythagoreorũ conſideratio. Motus ab inequalitate emanat Quies aũt ab equalitate, idẽ in 1. lib. c. 13 Philolaus trib⁹ Deis Quadrangulare angulũ cõſecrauit. Quadrangulũ proximũ Terræ eſt Elemẽtũ. Idẽ ſu

gientibus Quadranguli Angulum permiſit. quidam etenim Terram, Cereremqúe ipſam, Veſtam appellant, & tota Rhea ipſam participare dicunt, omnesqúe in ipſa eſſe genitrices cauſas. Terreſtri igitur quadam vi vnám horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Aſsimilant autem quidam vniuerſæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porrò Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & ſeipſa contentam, & Menſuram, & Terminum vitæ, omnisqúe Obtuſi, & Acuti medietatem. Oportet autẽ non latere quòd Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipſorum tranſitum oſtendens, omniumqúe in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumqúe in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusqúe Triadicus fœcundorũ quidem, efficaciumqúe bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in ſtatuqúe ſuo conſeruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulũ Iouis eſſe Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conſeruat. præeſt enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuerſumqúe abſolutè regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum autoris noſtri ſententiam declarantes, tum etiam ad inſpectiores apprehenſiones ijs anſam prębentes, qui intellectilium, occultarumqúe eſſentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca. 9. vide ẽt Platonem in Timęo. Vide interpretem in Theogonia Heſiodi. Quorũdã cõtẽplatio

Notãdum pulcherrimum.

Cõcluſio.

Duodenarius eſt Iouis imperium.

Dodecagoni Angulũ Ioui Philolaus cõſecrauit cuius cãm vide etiã apud Pla. in 10. de Rep. & in Epinomide. et apud Proclũ in Thimæo, & apud Plutar. in op. de Placitis. Epilogus. Defõ 35.

TERTIVS

Parallelæ rectæ Lineæ ſunt, quæ cùm in eodem ſint Plano, & ex vtraque parte in infinitum producãtur, in nulla parte ſibi inuicem coincidunt.

QVę nam ſint Parallelarum Elementa, quibusqúe in his accidentibus cognoſcantur, poſtea diſcemus: quæ verò Parallelæ rectę Lineę ſint, his verbis definit. Oportet itaque ipſas (inquit) in vno eſſe Plano, & dum ex vtraq; parte producuntur non coincidere, ſed in infinitũ produci. & non Parallelę, n. ſi aliquatenus producantur, non coin-

Cõm. 19. In ppõne 27. & 28.

cident. in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit: neque etiam hoc absolutè, verùm ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere. nam fieri potest vt non Parallelæ etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò minimè. annuentes enim in hacce parte, plurimùm ab inuicem in altera distant. Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt. quòd si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano, rectè insuper acceptum fuit. si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera verò in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident. non tamen proinde Parallelę sunt. Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, & neutra in parte sibi inuicem coincidant. his enim existentibus Parallelæ rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas. Posidonius autem hæ Parallelæ sunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: sed æquales habent omnes Perpendiculares, quę à Signis alterius ad alteram ducuntur. Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt. Perpendicularis siquidem Spatiorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest. Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantiæ; maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores. Sciendum autem est, quòd ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum nanque Circulorum Circunferentiæ non coincidunt: sed opus est etiam ipsas in infinitum produci. Hoc autem non solis Rectis, verum etiam alijs inest Lineis. possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi, quæ si vnà cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Gemînus ex his rectè diuisit, à principio dicens, quòd Linearum quidem aliæ sunt terminatę, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque. Ellipsis Linea, necnon Cissoides, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producuntur, vt Recta, Rectangulique Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa. Rursus autem earum, quæ in infinitum producuntur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones: aliæ verò coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea producun-

Duę rectę Lineę nullū spatiū cōprehendere possunt. Idē in cō. 15. & 16. & hæc est cā cur nō Parallelę ex vna parte in infinitū pduci possint.

Cōdōnes Parallelarū rectarū Linearū.

Posidonii Parallelarum defō.

Perpendiculares termināt Spatiorū altitudines, & Linearū distantias: ideo ppendiculari Figurarū metimur altitudines, vt dictū est superius in cōm. 10.

Notandū. Diuisio Linearū secundū Geminum.

ducuntur. Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ vtcunque productæ fuerint non coincidunt: aliæ verò coincidentes sunt, quę scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano: aliæ verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoque Plano existentium; aliæ quidem æquali semper interuallo distant ab inuicem: aliæ verò interuallum semper imminuunt, quēadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam. hæ siquidem cùm imminuatur semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi-inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper distant interuallo, quæ sunt rectę Lineę, Spatium, quod inter eas positum est nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ sunt.

Admirabile in Geomet. Theorema. de quo et inferius in cõm. 3. & 3 quarti

Hic quędã q̃ nõn sũt parui momẽti animaduertemus in cõmentariis nostris.

Tot etiam ab elegan-
ti Gemini
studio ad propositorum explana-
tionem decerpsimus.

FINIS SECVNDI LIBRI.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.

De Petitione, & Pronuntiato
Cap. Vnicum.

Cõtinuatio Libri.

In cap. 8. superioris Libri.

QVVM Geometriæ principia trifariè diuiſa ſint, in Suppoſitiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc ſit differentia in ſuperioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius differere in præſentia propoſitum nobis ſit, quandoquidem & de iis præcipuè nunc ſermonem habeamus. Suppoſitiones ſiquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis expoſuimus. Commune igitur eſt tam Pronuntiatis, quàm Petitionibus nulla egere demonſtratione, neque Geometrica fide: ſed tanquam manifeſtas accipi, cæterorumqúe principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus diſtincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta conſequitur perſpicere, ac cognoſcere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem ſanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per ſe ſe cognitu manifeſta ſunt, noſtrisqúe indoctis notionibus ſunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunq; factu, comparatuqúe facilia ſunt, cùm in illis accipiendis Cogitatio nõ defatigetur, quæqúe nulla egent varietate, & nulla Conſtructione. Euidens ergo, & indemonſtrabilis cognitio, inconſtructaqúe ſumptio, Petitiones, à Pronuntiatis diſtinguunt. quemadmodum etiam demonſtrans cognitio, Quæſitorumqúe vnà cũ Conſtructione ſumptio Theoremata, à Problematibus ſeiunxit. vbique .n. principia, ſimplicitate, & indemonſtrabilitate, atque eò quòd per ſe ſe fidem faciunt, eis, quæ poſt principia ſunt præſtare oportet. vniuerſaliter ſiquidem (inquit Speuſippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decurſu profert, & ad futurã inquiſitionem

Cõmunitas Petitionũ, & Pronũtiatorum ex ſententia autoris, et Gemini. Eorũ differentia.

Speuſippus.

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionẽ, quàm obiectorum visus; alia verò cùm statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exemplum. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquã euidens, factuque facile suscipit. Cùm enim indecliui Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quòd nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio describet. Siquis autem vnius reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. variis nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionẽ. dicet. n. Geometrica Mens quòd cùm ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signũ, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnius reuolutionis Helicẽ descripsi. cum. n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodẽ Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cùm Circulos æquales descripserim, & à cõmuni sectione ad Cẽtra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebo Triangulum. Multũ itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur, nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Mẽdis ostendi, propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demõstratione egere, atque Constructione, propter Quæsitorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidentia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verùm Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandã materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddã aliud eorũ, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidẽ generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autẽ iam dicto modo. vtrũque. n. principium est indemonstrabile, verùm hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones

Helicis Planę generatio.

Aequilateri Trianguli cõstitutio.

vocan-

Archimedis,& aliorũ opinio.

vocanda cenſent, ſicut etiam Problemata, Quæſita omnia. Archimedes nanque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) ęqualia Grauia ab æqualibus Longitudinibus ęquè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quiſpiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quẽadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonſtratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à propriis nominibus, ad communia tranſiere. differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametſi ambo indemonſtrabilia ſint, quemadmodum illa, demonſtratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile ſumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium conſenſu conceditur. Hoc itaque pacto Gemînus quidem Petitiones à Pronuntiatis diſtinguit. Alij autem fortaſſe dicant quòd Petitiones quidem, ſunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuerſæ, quæ circa Quantum, & Quotum verſatur contemplationi communia. nam illam quidẽ, quæ petit rectos Angulos eſſe æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem ſunt æqualia, inuicem quoq; eſſe æqualia, communis eſt notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quiſq; ſcientia præditus vtitur quod cõmune eſt ſuæ accomodans materiæ. Ariſtoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cùm demonſtrabilis ſit, ab audienteq́ue non concedatur, tãquam principium tamen ſuſcipi: Pronuntiatum verò, per ſeſe indemonſtrabile eſſe, omneſq́ue id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui diſputationis gratia contra ipſum dubitarint. Tres itaq; cùm ſint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipſo Comparare, ac Cognoſcere tantũ Petitionem à Pronũtiato diſtinguit, manifeſtum eſt, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem eſſe, non eſt Petitio. nec quinta, quæ ait, ſi in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad eaſdemq́ue partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas ſi in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. hæ ſiquidem neq; in Conſtructione ſumuntur, nec quicquam facere iubent: ſed Symptoma quoddam oſtendunt, quod rectis Angulis ineſt, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò ſecundam non erit Pronuntiatũ illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nũc tanquam Pronuntiatum adſcribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium eſt, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos An-

Prima Petitio Archimedis in lib. Aequipõderantium.

Aliorũ opinio, de qua vide ét in ſuperiori libro cap. 8.

Vt Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiato differt.

Idẽ in prĩcipio capitis.

Aliorum opinio de differẽtia Petitionũ, & Pronũtiatorum.

Ariſtotelis opinio de differẽtia Petitionis, & Pronuntiati q̃ vide ét in ſuperiori libro cap. 8. & primo poſt. tex. 25.

Iuxta primã differentiã nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus cõnumerari debent.

Iuxta ſecũdã differentiam nõ eſt Pronuntiatũ, illud, q̃ vltimũ in

gulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quę per demonstrationē quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. rectè enim Gemînus animaduertendo adnotauit, quòd alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusqúe Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia asśignare? nam quòd rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quòd non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicuè ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneè. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitate metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaqúe huiuscemodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiatis enumeratur. Quæ sint Petitiones, & q̄ Pronuntiata ex Aristentétia.

Reprehēdit Apolloniū iuxta Arist. et Gemini sentétiā.

Reprehēdit Euclidē iuxta Gemini, et iuxta ꝓpriā sentētiā, quippe q̄ quartā, & quintā Petitionē, malè ī Petitionibus enumerauit.

In Propositione 17 primi Elementorū.

Hoc inferius ostenditur in cōment. 2.

Iuxta Gemini sentētiā excludit à Pronunt. atis vltimū ꝓnuntiatū.

Epilogus.

Pronūtiatorū, et Petitionū diuisio, per quā 2. opinio d' dria Petitionis & Pronūtiati, cōfutatur.

ſcientijs, aliæ verò cõmunes omnibus. nam illam quidẽ, quę petit diuidere Numerũ in partes minimas, peculiarẽ Arithmetices Petitionẽ eſſe dixeris: quæ verò omnem rectã Lineam finitã in directũ producere, Geometrię: quæ autẽ Quantitatem in infinitum augere, ambabus cõmunem. Numerus nancꝫ, & Magnitudo poſſunt hoc pati.

Quãtitas hic cõiter ꝓ genere accipitur.

PETITIONES.

TEXTVS

Petatur ab omni Signo ad omne Signũ rectam Lineam ducere.
Et rectam Lineam terminatam ſecundum continuum in directum producere.
Et omni Centro, & Interuallo Circulum deſcribere.

Petitio 1.
Secũda.
Tertia.

Cõm. 1. TRes iſtę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemîni ſententia neceſſariò collocandæ ſunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectã Lineam ducere, eam conſequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum eſſe ait, & Rectam indecliuem, atꝙ inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuiſſimoqúe motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta eſt, nilqúe varium intelleximus. Si autem cùm Recta ipſa Signo terminetur, ſimiliter ipſius Extremum breuiſſimo, indecliuiqúe motu moueri intellexerimus, ſecunda Petitio à facili, ſimpliciqúe apprehenſione comparata erit. Si verò terminatam rurſus rectam Lineam manere quidem ſecundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, ſecundum reliquũ, tertia porrò facta erit. nam Centrum quidẽ, eſt Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta .n. hæc eſt, tanta eſt Centri ad omnes Circunferentiæ partes diſtantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipſos Geometricis rebus adhibemus, ĩmobilibus exiſtentibus, qũo autẽ impartibilia mouemus (hęc.n. minimè fieri poſſe) eum rogabimus non paſim moleſtũ eſſe, ſi memoria tenet ea, quę in principio demonſtrata fuere. quòd vtiꝙ Rationes eorũ, quę in Phantaſia iacent, omnes ibi deſcribũt Cogitationis imagines, quarũ Cogitatio ipſa rationẽ habet. Tabella .n. non ſcripta, huiuſcemodi Mens eſt, vltima, atꝙ paſsibilis. At nulla apud nos oratio hęc. Mẽs.n. illa, quæ recipit ſpecies, aliunde per motũ ipſas recipit. & motum quidẽ non corporeum, ſed imaginarium intelligamus. impartibiliaqúe corporeis moueri motibus minimè cõcedamus, verùm imaginarios pati decurſus. Etenim Mens impartibilis exiſtens mouetur, non tamen ſecundum locum. & Phantaſia iuxta eius

Dubitatio

Solutio

Mens vltima, & paſſibilis, & q̃ recipit ſpecies, idẽ in ſuperiori lib. cap. 1.

Impar-

Impartibile, proprium habet motum. nos autem ad corporeos motus reſpicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deſerimus. A corporeo itaque loco, externisqúe motibus impartibilia pura ſunt: motus verò alia ſpecies, aliusqúe locus motibus illis cognatus in ipſis conſideratur. ſiquidem poſitionem quoque in Phantaſia Signum habere dicimus; & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere poteſt, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur. locus enim eorum quidem, quæ cum dimenſione ſunt, dimenſionem habet & ipſe: impartibilium verò nullam habet dimenſionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum ſunt ſpecies, & aliæ quæ ab illis conſtituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantaſia excogitantur: necnõ alius partibilium eſt locus, & alius impartibilium. Oportetqúe hæc diſtinguendo, rerum eſſentias non confundere, neqꝫ perturbare. Videtur autem harum trium Petitionum prima quidẽ, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ ſunt, in ſuis cauſis cõtinentur impartibilibus exiſtentibus, ab ipſisqúe terminantur: & qꝫ etiam prius quã conſtituantur, vndequaqꝫ ab ipſis comprehenſa ſunt. nam Signis exiſtentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipſisqúe terminatur, & inter ipſa recipitur. Secunda verò, qũo ea, quę ſunt proprias habendo cauſas, ad omnia prorediuntur continuationẽ in illis ſeruantia, quę tandem ab ipſis nõ abripiuntur: ſed propter infinitę potentię cauſam, vbiqꝫ permeare conãtur. Tertia aũt, qũo ea, quę progreſſa ſunt, ad propria rurſus principia regrediuntur. Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum producens, Circularem imitatur regreſſum. Scire aũt oportet qꝫ in infinitum produci non omnibus ineſt Lineis. neque .n. Circulari, neqꝫ Ciſſoidi, neqꝫ omnino illis, quæ Figuram deſcribunt, quinetiam neqꝫ illis, quę nullam faciunt Figuram. neqꝫ .n. vnius reuolutionis Helix in infinitũ producitur. nam inter duo Signa conſtituitur. neqꝫ vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt. At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam poſſibile eſt. non enim omnis Linea inter omnia Signa ſubſiſtere poteſt. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digreſſio.

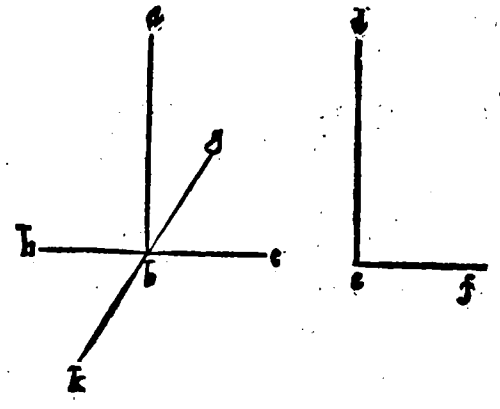
Finis Digreſſionis Doeumẽtum.

TEXTVS

Et omnes rectos Angulos ſibi inuicem æquales eſſe.

Petitio 4.

Cõm. 2. PRæſens Petitio ſi quidem tanquam manifeſta, nullaque egens demonſtratione à nobis cõceditur, Petitio quidẽ non eſt ex Gemîni ſententia: ſed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per ſe accidens dicit, nihil ſimplici notione facere iubens. verùm neq; etiam iuxta Ariſtotelis diuiſionẽ Petitio eſt. Petitio enim ex ſententia illius aliqua indiget demonſtratione. Si verò demonſtrabilem ipſam eſſe dicimus, ipſiusque demonſtrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta Gemîni ſententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq; ſecundum etiam noſtras communes notiones rectorum Angulorum æqualitas. Cùm .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad Angulorum, qui vtrobiq; ſunt accretionem in infinitum, atq; decretionem, reſpectu cuiuſcunq; Recti æqualis eſt. etenim primum rectum Angulum hoc modo conſtituimus, ſtantis rectæ Lineæ, ſuper quam ſtetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonſtrationem quoque Linearem de hoc afferre oportet, ſint duo recti Anguli vnus a b c, alter d e f. Dico quòd æquales ſunt. ſi.n. non ſunt æquales, alter ipſorũ ſit maior, vtputa qui ad Signũ b. Si igitur Linea d e, ad Lineã a b adaptetur, Linea e f intra cadet. Cadat vt Linea b g, & producatur Linea b c vſq; ad Signum h. Quoniã igitur Angulus a b c rectus eſt, Angulus quoque a b h rectus erit, & ſibi inuicem erunt æquales. habemus.n. in Definitionibus quòd rectus Angulus ei, qui deinceps eſt Angulo æqualis eſt. Angulus ergo a b h maior eſt Angulo a b g. Producatur rurſus Linea g b vſque ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus eſt, & qui deinceps eſt Angulus, rectus erit, ac propterea ipſi a b g æqualis. Angulus igitur a b k Angulo a b g æqualis eſt, quapropter Angulus a b h, Angulo a b g minor erit, ſed erat etiam maior, quod fieri non poteſt. Non eſt igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expoſitoribus oſtenſum fuit, & non multa egebat conſideratione. Pappus verò rectè nos animaduertit quòd huius Petitionis conuerſa, vera non eſt, nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum eſſe. verùm ſi rectilineus fuerit, absque dubio Rectum eſſe. Poſſe autem curuilineum quoq;



Excludit quarta Petitio à Petitionũ numero, tũ iuxta Gemini, tum iuxta Ari. ſententiã. idé ſuperius cõ. 1. huiꝰ libri.

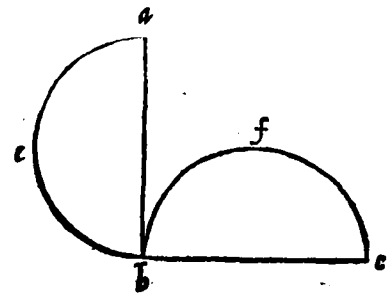
Demõſtratio quartę Petitionis

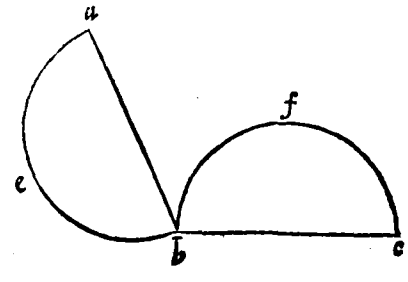
In 10. definitione.

Pappi documentũ.

quoq; Angulum Recto æqualem oſtendi. Et eſt manifeſtum quòd huiuſcemodi Angulum, poſſe Rectum eſſe non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuiſione Rectum accipiebamus, à recta Linea ſuper ſubiectã rectam Lineam inflexibiliter ſtante ipſum conſtituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus eſt, ſiquidem neq; rectilineus. Intelligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales a b, & b c, Angulum, qui ad b Signum eſt, rectum facientes, in ipſisq́ue Semicirculi, Centro, & Interuallo deſcripti a e b, & b f c. Quoniã itaque Semicirculi æquales ſunt, ſibi inuicem cõgruent, & Angulus e b a æqualis eſt Angulo f b c. Cõmunis apponatur reliquus, nempe e b c. Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis eſt, ipſi ſcilicet e b f, Cornicularis tamen Rectus non eſt. Eodem autem modo ſi etiam Obtuſus, vel Acutus ſit Angulus a b c, æqualis ipſi Cornicularis Angulus oſtendetur (hoc enim eſt genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum eſt, quòd in Recto quidem, atque in Obtuſo medium Angulum, qui à Linea c b, & b e Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea c b, Circunferentiam b e ſecat. Ponantur igitur vtriuſque ſuppoſitionis exemplares deſcriptiones. Hæc itaq; deſcripta ſint. quæ quidem oſtendunt & quòd omnes Recti ſibi inuicem æquales ſunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipſe eſt. nam ſi neq; rectilineus eſt, quonam pacto rectum quis ipſum dicet? Manifeſtum autẽ eſt ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata eſt, quemadmodum Acumen, atque Obtuſitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiuſdem ſunt coordinationis (vtraque enim ſub Fine exiſtit) vt etiam ſimilitudo: Acumen verò, atque Obtuſitas eiuſdem cum inæqualitate ſunt ſeriei, veluti & diſſimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ ſunt.

In 10. definitione.



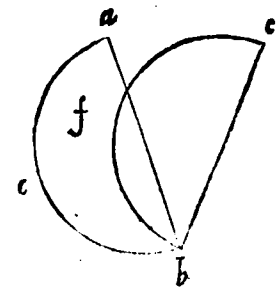


Documẽtum.

Idẽ vide in 2. libro cõm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inſpicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, ſimilem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem ſimilitudo in Qualitatibus eſt.



Petitio 5.

TEXTVS

Et ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadé parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas ſi in infinitũ producantur coincidere, in ea parte, in qua ſunt Anguli duobus Rectis minores.

Cõm. 3. Ptolemę' in Lib. cui titulus eſt, à minoribus duob' rectis producta coĩcidere.

HAnc penitus è numero Petitionum delere oportet. Theorema.n, eſt, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro ſoluere ſibi propoſuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonſtratione indiget, & eius cõuerſum Euclides etiam tanquam Theorema oſtendit. Fortaſſe autẽ quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam eſſe cenſerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorũ diminutionem, Rectarum nutus fidem per ſe ſe præbet. Ad quos Gemînus rectè reſpondit dicens, quòd ab ipſis huiuſce ſcientiæ autoribus didicimus, non prorſus probabilibus imaginationibus adhibere mentẽ, ad Geometricas rationes capeſſendas. ſimile .n. eſt, inquit etiã Ariſtoteles, à Rhetorico demonſtrationes poſtulare, & Geometram probabiliter diſputantem patienter auſcultare. & qui apud Platonẽ Simmias, Quoniam ex apparentibus demonſtrantes vanos eſſe ſcio. Et hîc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque neceſſarium eſt : hoc verò, magis atque magis dũ producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autẽ neceſſarium eſt, niſi aliqua ratio demonſtret, quòd in rectis Lineis hoc verum eſt. nã eſſe quidẽ quaſdam Lineas in infinitum quidẽ annuentes, nunquam aũt coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verũ eſt, & in alijs Lineæ formis obſeruatum fuit. Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri poſſit, quod in illis fit Lineis? antequam .n. per demonſtrationem ipſum conuicerimus, quæ in alijs oſtenduntur Lineis, Phantaſiæ moleſtiam afferunt. Quod ſi & rationes contra coincidentiam Linearum dubitã-

Idẽ in fine ſecundi libri.

Idẽ ſuperius i 1. lib. c. 11. Simmias i Phędone Platonis, de quo vide ét Plu. in vita Periclis.

tes

tes valde mordaces eſſent, quomodo nõ eò magis probabile hoc, atq; irrationale à noſtra doctrina expelleremus? Verùm quòd quidem demonſtratio quærenda eſt præſentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum eſt, ex his patet: quomodo verò demõſtrandum ipſum ſit, quibusqúe rationibus quæ contra ipſum feruntur inſtantiæ auferendæ ſint, ibi dicendum, vbi & ipſe Elementorum inſtitutor mentionem eius facturus eſt, tanquam manifeſto vtens. tũc enim neceſſarium eſt ipſius euidentiam oſtendere, quippe quæ non indemonſtrabiliter ſe ſe offert, verùm per demonſtrationem manifeſta fit.

Excludit oino Petitio hæc è numero Petitionũ.

PRONVNTIATA.

TEXTVS

Quæ eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Primũ pnuntiatũ
Et ſi æqualibus æqualia adiiciantur, tota ſunt æqualia. 2
Et ſi ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur æqualia ſunt. 3
Et ſi inæqualibus æqualia adiungantur, tota ſunt inæqualia. 4
Et ſi ab inæqualibus æqualia demãtur, reliqua inæqualia ſunt. 5
Et quæ eiuſdem duplicia, ſibi inuicem ſunt æqualia. 6
Et quæ eiuſdem ſunt dimidia, æqualia ſunt adinuicem. 7
Et quæ ſibi met ipſis congruunt, adinuicem æqualia ſunt. 8
Et totum, eſt ſua parte maius. 9
Et duæ rectæ Lineæ ſpatium non comprehendunt. 10

HAec ſunt ea, quæ iuxta omnium ſententiam indemonſtrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus ſic ſe habere iudicãtur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propoſitiones ſimpliciter Pronuntiata appellant, qualeſcunque fuerint, ſiue immediatę propriè ſint, ſiue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidẽ omnem ſimplicem enuntiatricem Orationẽ, Pronuntiatum appellare conſueuerunt: cumqúe dialecticas nobis Artes ſcribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propoſitionibus Pronuntiata diſtinguentes, immediatam, per ſeſeqúe propter euidentiam fidem facientem propoſitionem, hoc nomine appellant. quemàdmodum etiam Ariſtoteles, ipſiqúe Geometræ dicunt. idem enim eſt iuxta horum ſententiam Pronuntiatum, & communis

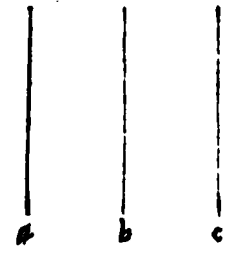
Cõm. 4.

Idẽ in 2. libro cap. 8.

Ariſto. & Geometrarũ opinio: idẽ in lib. 2. cap. 8.

Dãnatur Apolloni⁹ qui Pronũtiata demõſtrauit idẽ ſuperius i c. 1. huius lib.

nis notio. Multum igitur abeſt vt nos Apollonium Geometram laudemus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonſtrationes ſcripſit, quippe qui ex oppoſito Euclidi fertur. nam hic quidem & demonſtrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonſtrabilium quoque demonſtrationes inuenire conatus eſt. Hæc autem natura ab inuicem differunt, ſcientiarumqúe genus diuerſum eſt. earũ inquam, quæ fiunt circa immediatas propoſitiones, quę omnino propter euidentiam in noſtram cognitionem cadunt: & earum, quæ demonſtrationibus vtuntur, quę principia ab illis accipiunt, cumqúe acceperint in proprijs concluſionibus decenter vtuntur. Quòd autem primi Pronuntiati demõſtratio, quam Apollonius inueniſſe ſibi perſuaſit non magis cognitum concluſione Medium habet, imò etiam magis dubium, cognoſcere quis poterit ſi & paululum in ipſam inſpexerit. Sit enim (inquit) a æquale ipſi b, & b ęquale ipſi c, dico quòd etiam a ipſi c æquale eſt. Cùm enim a ipſi b æquale ſit, eundem occupat locum, qúẽ b. & quoniam b ipſi c ęquale eſt, eundem, quẽ & ipſum occupat locum. & a igitur eundẽ occupat locum, quem c. ęqualia igitur ſunt. In his itaque duo præaſſumpſiſſe oportet. vnum quidem, quòd quæ eundem occupãt locum, ſibi inuicem æqualia ſunt: alterum verò, quòd quæ eundem, quem idem occupant locum, & adinuicem eundem occupant locum. Quòd autem hæc præſenti Pronuntiato obſcuriora ſint, manifeſtum eſt. quomodo enim quæ eundem explent locum æqualia ſunt? ſecundum Totum, an ſecundum partem? vel ſecundum Rationis figurationem? Propterea non omnino admittendum eſt, ad locum tranſire, qui ijs, quę in loco ſunt ignotior nobis eſt. difficilis enim, atq; ambigua eſt eſſentiæ ipſius inuentio. Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquã immediata, ac per ſe manifeſta tradẽda ſunt, cùm per ſe nota & credibilia ſint. qui enim ijs, quæ manifeſtiſſima ſunt demonſtrationem affert, non cõfirmat veritatem, quę de ipſis eſt: Sed minuit euidentiam, quam in indoctis prenotionibus habemus. hoc autem de Pronuntiatis præaccipiendum eſt tanquam proprietatis ipſorum arbitrium. & quòd omnia communis Mathematicarum ſcientiarum generis ſunt, & non ſolùm in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari dicitur, verùmetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus. hocqúe neceſſarium eſt. Aequale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars:



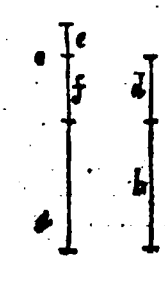
Demõſtrabilia à demõſtrabilibus natura differũt. & eorũ ſcię diuerſę ſunt idẽ Ariſt. 1. poſt. t. 5. & 6.

Apollonii demõ.

Prĩa Pronũtiatorũ ꝓprietas. Secunda Pronũtiatorum ꝓprietas

&

& Magis,ac Minus diſcretis,continuiſq́ue Quantitatibus communia ſunt. Contemplatio igitur,quæ circa Tempora,& ea,quæ circa Motus,& quæ circa Numeros, & Magnitudines verſatur, his omnibus tanquam euidentibus indiget. & in omnibus verum eſt tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia eſſe: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque á nobis ſumptam fuerit. Communibus autem exiſtentibus vnuſquiſq; ſecundum propriam materiam vtitur, quoad ipſa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus,alius verò vt in Numeris,alius autem vt in Temporibus, ipſis inſuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque ſcientia concluſiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horũ etiam numerum neq; ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantùm poſuit. Pronuntiatum .n. & illud eſt, Totum eſt ſua parte maius, Geometraq́ue paſsim hoc in demonſtrationibus aſſumit: necnon illud, Quæ ſibi metipſis cõgruunt ęqualia ſunt. etenim hoc ſtatim in quarta propoſitione ad Quæſitum prodeſt. neque etiã alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria ſunt, vt duas Rectas ſpatium nõ comprehendere, cùm Pronuntiata communis ſint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam poſita ſunt conſequuntur, vt illud, quod ait eiuſdem duplicia, æqualia eſſe. hoc enim illud conſequitur, quod ait ſi æqualibus æqualia addantur, tota æqualia eſſe. nam quæ Dimidio ſunt æqualia, cùm ipſum Dimidium aſſumpſerint, eiuſdem duplicia quidem fiunt, & ſibi inuicem ęqualia, propter ęquale additamentum. & iuxta hanc rationem non ſolùm duplicia, verùm etiam triplicia, eiuſdemq́ue multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quędam etiam alia conſcribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adijciantur, totorum exceſſus, adiunctorum exceſſui æqualis eſt. & è contrario, Si inæqualibus ęqualia adiungantur, totorum exceſſus exceſſui eorũ, quæ à principio erant æqualis eſt. & ſunt hæc quoque ex ſe ſe manifeſta, oſtenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adijciãturq́ue ipſis inæqualia c, d, ſit autem c maius d, ipſo e, reliquum verò ſit f. Quoniam igitur a ipſi b æquale eſt, nec non f ipſi d, a f ipſi b d ęquale erit. nam ſi æqualibus æqualia addantur, tota ſunt æqualia. a c igitur ipſum b d ipſo e tantùm ſuperat, quo etiam c ſolum, ipſum d ſuperabat. Rurſus ſint inæqualia c, d, adiunganturq́ue ipſis ęqualia a, b, & ſit exceſſus ipſius c ad d, ipſum e, reliquum verò f. Quoniam



Qũo ex cõmunib' principiis ꝓpriꝫ fiãt concluſiones. idem ſuperius cap. primo.

Herõ tria tm Pronũtiata poſuit.

Reſecat ſextum,& 7. & 10. Pronũtiatum.

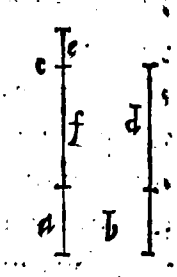
Pronũtiata communis ſũt generis. idẽ ſuperius. cap. 1.

Quædam alia Pronuntiata quę à Pappo adduntur.

Demonſtratio primi Pronũtiati à Pappo adiecti

Demõſtratio ſecũdi.

niam igitur a æquale eſt ipſi b, & f ipſi d, a f ipſi b d erit æquale. totum igitur a c, ipſum b d, ipſo e tantùm excedit, quo etiam c, ipſum d excedebat. Hæc itaque, iã dicta Pronuntiata conſequuntur, & non immeritò in pluribus exẽplaribus prætermittuntur. Quotcunq; autem alia hiſce addit, per definitiones præaſſumpta fuere, illasq́ conſequuntur. Verbi gratia, quòd omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, ſibi inuicem congruunt. quæ enim in Extremitatibus ſuis collocata ſunt, huiuſcemodi habent naturam. Et quòd Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quòd Infinitum in Magnitudinibus eſt, additione, atque diminutione, potentia autem vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriq́ue in infinitum poteſt. Verum enimuero quoniam de his quoque ſummatim diximus, reliquũ eſt vt ea, quæ principia conſequuntur conſideremus. hucuſq; enim principia ſe extendunt. Eorum autem, qui aduerſus Geometriam inſtant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt, quippe qui † partes nullam habere ſubſiſtentiam oſtendere conati ſunt, quorum etiam rationes ſunt diuulgatæ, aliorum quidẽ omnem quoque ſcientiam auferentium, ac veluti hoſtium germina ab aliena regione, fœcundaq́ue Philoſophia demolientium, quemadmodum Pyrrhoniorum Philoſophorum: aliorum verò Geometrica tantùm principia ſubuertere ſibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem cùm principijs iam permiſiſſent, non poſſe inquiunt ea, quæ principia conſequuntur demonſtrari, niſi quoddam etiam aliud ipſis concedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit. hunc. n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduerſus quem Poſidonius etiã integrum ſcripſit librum, imbecillem totam ipſius opinionem oſtendens. † Verum enimuero cauſę illę, quę de principijs ratione reddi poterãt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter ſe coniunctæ ſunt. Zenonis aũt infeſtum acceſſum paulò poſt conſiderabimus. Nunc verò cùm Theorematũ, Problematumq́ue ſermonẽ & de differentia ipſorum, & de vtriuſque partibus, & ijs, quæ in ipſis fiunt diuiſionibus breuiter reſumpſerimus, ad expoſitionem eorum, quæ ab Elementorum inſtitutore oſtenduntur accedemus; pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hiſce ſcripta ſunt decerpentes, infinitamq́ue ipſorum ſermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,



Reliqua ex definitionib⁹ manifeſta fiunt.

Eorũ, qui cõtra Geometriam inſtant diuiſio.

† Terminos. Stoici, quorũ opinionẽ vide in lib. ſecundo com. 1. Pyrrhonii Philoſophi, Epicurei, Zeno Sidonius.

Liber Poſidonii aduerſus Zenonem.

† Verum enimuero, qui de principiis diuerſi inter ſe afferũt ſermones, moderatè à nobis ex iis, q̃ pcedũt, abſoluti ſunt. In comẽt. ſequenti.

Propoſitũ Autoris in ſequẽtib⁹.

ro, quæ magis artificioſa ſunt, & methodis ſcientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Caſuum, Sumptionumque varietati incumbentes, ad quæ vt plurimùm iuuenes currentes videmus.

Iuuenes ad Caſuũ, Sumptionũq; varietaté libéter currunt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.

TEXTVS

Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod æquilaterum eſt, conſtituere.

Propoſitio prima Problema primum.

QVum omnis ſcientia duplex ſit, & alia quidem circa immediatas Propoſitiones verſetur, alia verò circa ea, quę ex illis oſtenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia conſequuntur ſuam euoluat tractationem, hæc rurſus in Geometricis ſermonibus ſeipſam in Problematum quidem peractionem, Theorematumque inuẽtionem diuiſit. & Problemata quidẽ appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non ſunt; comparare, manifeſtare, ſtruereque proponit: Theoremata verò; in quibus id, quod exiſtit, vel non exiſtit, perſpicere, cognoſcere, ac demonſtrare ſtatuit. nam illa quidem Ortus, & Poſitiones, & Applicationes, & Deſcriptiones, & Inſcriptiones, & Circunſcriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaque huiuſcemodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ ſubiectis per ſe inſunt perſuadere, demonſtrationibusque conuincere enituntur. de quibuſcunque .n. Quæſitum fieri poſsibile eſt, de iis omnibus Geometriæ eſt ſermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipſum [quid eſt] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quęrit: vel intelligentiam, & ipſam ſubiecti eſſentiam. dico autem, verbi gratia, cùm quærat, quæ ſit ſimiliũ partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiuſcemodi Lineę definitionem inuenire deſiderat, quòd ſimilium partium Linea eſt, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipſas Linearum partium ſimilium ſpecies ſuſcipere, vtputa quòd aut Recta eſt, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5. Sciẽtia duplex.

Differentia Problematum, et Theorematũ. idẽ in primo cap. huius Libri.

Munus Problematis.

Munus Theorematis.

De quib⁹ Geometrię ſit ſermo.

Geometria q̃rit quatuor ea, quę q̃ri ſolent.

Geometria q̃rit ipſũ Quid eſt, dupliciter.

Quo Geometria q̃rat ipſum Si eſt. Quomodo, Quale quid ſ. Reſpõdet Procl. cõtra Amphinomi, & Ari. ſentẽtiã, ex ſententia Geminí. Argumẽtum.

ipſum [ſi eſt] per ſe ipſum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, diſcutiens vtrum impoſsibile ſit quod ab his quæritur, aut poſsibile: & quouſque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipſum [quale quid eſt] cùm enim per ſe accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis conſideret, manifeſtum eſt quòd ipſum [quale eſt] ibi quærit. At cauſam, & ipſum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus viſum fuit. huiuſce enim ſententiæ eſt & Amphinomus Ariſtotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquiſitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non eſt quærere qua de cauſa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inſcribuntur, in Sphæris verò Multiangula ſolida æquilatera, atque æquiangula, ex ſimilibusque Planis conſtructa infinita inſcribere eſt impoſsibile: ad quem enim ſpectaret hoc inueſtigare, ac inuenire niſi ad Geometram: Quando igitur ſyllogiſmus Geometris per impoſsibile fuerit, Symptoma tantùm inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonſtrationem, tunc rurſus ſi quidem in particulari demonſtrationes fiant, cauſa nõdum manifeſta eſt: ſi verò in vniuerſali, in omnibusque ſimilibus, continuõ & ipſum [propter quid] manifeſtum fit. Verùm de Quæſitis quidẽ hæc ſufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis ſuis completum eſt partibus, hæc omnia in ſe habere debet; Propoſitionem, Expoſitionem, Determinationem, Conſtructionẽ, Demonſtrationem, & Concluſionem. Horum autem Propoſitio quidem inquit quo exiſtente Dato, quid Queſitum ſit. perfecta enim Propoſitio ex vtriſque conſtat. Expoſitio verò ipſum per ſe ſe Datũ excipiens, Quæſtioni præparat. Determinatio autem, ſeorſum Queſitum quod quid eſt explanat. Conſtructio verò, ea, quę Dato deſunt ad Quæſiti venationem, adijcit. Demonſtratio autem, peritè ex cõceſsis colligit propoſitum. Epilogus verò, ſiue Concluſio, rurſus ad Propoſitionem conuertitur confirmando id, quod oſtenſum eſt. & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot ſunt: maximè autem neceſſariæ, & in omnibus exiſtentes, Propoſitio, Demonſtratio, & Concluſio. nam oportet & Quæſitum præcognoſcere, & Mediis hoc oſtendere, quodque oſtenſum eſt concludere, harumque trium vt aliqua deſit fieri non poteſt. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expoſitio non ſunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum conſtituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum, reliqui duplum.

Quo, & q̃ to propter quid Geometria q̃rat.

Epilogus.

Problematum, atq; Theorematũ partes.

Propoſitionis officium.

Expoſitionis officium.

Conſtructionis officium.

Demõſtrationis officium.

Cõcluſionis officiũ

Tres partes sũt maximè neceſſariæ, q̃ ſemp eſſe debent tũ in Problematib⁹, tũ in Theorematibus, Propoſi-

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nõ est, † Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cùm in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio vt plurimùm in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit; verùm aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum; sed quòd opus est hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subijcitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hîc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere: & determinatũ est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cùm igitur vtrunq; Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur; cùm autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quòd huiusmodi Aequicrus inuenire oportet: tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem tacetur, eò quòd Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoq; huiusmodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantùm datur, Linea autem, & alia, omnibus. cùm enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quòd scilicet rectilinea, ne ijsdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cùm verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cùm autẽ dicimus, quòd si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demõstratio, & conclusio.

Propositio decima Quarti Elementorum.

Quando constructio deficiat.

† Demõst.

Prio post. tex. 1.

Qũ Determinatio, & Expositio deficiat & quado non.

Expositio, atq; Determinatio Dati est.

Propõ 29 Decimi Elem.

Documẽtum.

ratio in quatuor Magnitudinibus data eſt. Cùm verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Poſitione datum eſt. Vnde etiam cùm Poſitio varia eſſe poſſit, Conſtructio quoq; varietatem ſuſcipit. datum eſt enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipſius Extrema. Cùm igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifeſtum eſt quòd Expoſitio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonſtratio dicitur, quandoque quidem propria Demonſtrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Mediis Queſitum oſtendentem: hæc.n. Demonſtrationis perfectio eſt: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici ſermones propter ſubiectam materiam Neceſſarium habent, non vbique autem demonſtrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinſecus Triãguli Angulus duobus intrinſecis, & ex oppoſito exiſtentibus æqualis eſt, tres intrinſecos duobus rectis æquales habere Triangulum oſtenditur, quomodo à cauſa eſt demonſtratio hæc? quomodo enim Medium certum ſignum non eſt? etenim nondum externo exiſtente Angulo, cùm interni exiſtant, duobus rectis æquales ſunt. eſt ſiquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per deſcriptionem Circulorum, quod conſtitutũ eſt Triangulum, æquilaterum eſſe oſtenditur, à cauſa apprehenſio fit. ſimilitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis cauſam eſſe dicemus. Quin etiam Concluſionem duplicem quodammodo facere conſueuere. cùm enim vt in Dato oſtẽderint, vt vniuerſaliter quoque concludunt, à particulari concluſione ad vniuerſalem recurrentes. nam cùm ſubiectorum proprietate non vtantur, ſed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam deſcribant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam ſimili concluſum eſſe exiſtimant. Ad vniuerſale igitur trãſcendunt ne particularem eſſe Concluſionem arbitremur. tranſcendunt autem ratione optima, ſiquidem poſitis non quatenus hæc, ſed quatenus alijs ſimilia ſunt, ad demonſtrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propoſitus Angulus eſt, eatenus bipartitam faciunt ſectionem, ſed quatenus rectilineus tantùm. Eſt autem Quantitas quidem propoſito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. ſit enim datus Angulus, ille, qui eſt Rectus. ſi igitur Rectitudinẽ in demonſtratione acciperem, in omnem Rectilinei ſpeciem tranſcẽdere minimè poſſem. Si autem Rectitudinem quidẽ ipſius non ſub-

Quadrupliciter Datũ accipitur. & ideo Expõ quoq; quadrupliciter fit.

Demõſtratio Geometrica duplex é. Perfectio Demõnis.

Cõcluſio Geometrica duplex eſt.

iungo,

iungo, Rectilineum autem ſolum cõſidero, ſimiliter ſermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quòd Problema quidem ſit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc eſt Propoſitio, ex Dato quidẽ, & Quæſito conſtat. nam data quidẽ eſt recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipſa æquilaterum Triangulum conſtitueretur. & præcedit quidem Datum, ſequitur autem Quæſitum, vt coniunctum etiam contexere poſſis, Si eſt recta Linea terminata, fieri poteſt vt Triangulum æquilaterum in ipſa conſtituatur. neque enim recta Linea non exiſtente, Triangulum conſtitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non poteſt, niſi in vno ſiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non eſt. Poſt Propoſitionẽ autem ſequitur Expoſitio, Sit data recta Linea terminata, hęcce. & vides quòd ipſum Datum ſolum ait Expoſitio, Quæſitum minimè ſubiungens. Poſt hanc autem Determinatio, Oportet quidẽ in data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum conſtituere. & quodammodo Determinatio attentionis eſt cauſa. attentiores enim ad Demõſtrationem nos efficit, Quæſitum pronuntiando, quemadmodum Expoſitio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Poſt Determinationem autem Conſtructio ſequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus deſcribatur. rurſusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus deſcribatur, & à communi ſectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineę rectę continuentur. & vides quòd in Conſtructione Petitionibus vtor. hæc quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum deſcribere. vniuerſaliter enim Petitiones quidẽ Conſtructionibus, Pronuntiata verò, Demõſtrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonſtratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta ſunt Linea Circuli ipſum ambientis Centrum eſt, recta Linea, quæ cõmunem attingit ſectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis eſt. Propterea ſanè quoniam etiam reliquum Signum eorũ, quæ in data ſunt recta Circuli ipſum continentis Centrum eſt, cõmunem Circulorum ſectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineę æqualis eſt. & horum cõmonitio à Circuli definitione ſit, quæ omnes à Centro ad Circunferentiam æquales eſſe dicebat. Vtraq; igitur, eidem æqualis eſt. Quæ aũt eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqua-

Primi Euclidis Problematis Expoſitio.

Nota quõ omne Problema in Theorema reduci poteſt.

Primi Eucl. prob. Expoſitio. Determinatio.

Conſtructio.

In cõſtructione Petitiõibus, in demõſtratiõe aũt pronuntiatis Geometrę vtunt.

Demõ.

lia,

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineæ inter ſe ſunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum conſtitutum eſt. hæc quidem eſt prima Concluſio, quæ Expoſitionem conſequitur. Poſt hanc autem eſt ipſa vniuerſalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum conſtitutum eſt. ſiue.n. duplam eius, quæ nunc propoſita eſt datam feceris, eædem Conſtructiones, ac Demonſtrationes congruunt: ſiue triplam: ſiue aliam quomodocunque maiorẽ, vel minorem ipſa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod feciſſe oportuit] Concluſionem Problematicã eſſe oſtendens. etenim in Theorematibus adiungit particulã [quod oſtendiſſe oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quòd eſt oſtenſionem, inuentionemqúe enuntiat. Omnino itaque hæc quidẽ Concluſionibus ſubdit, oſtendens quòd omnia Propoſitionis facta ſunt, & principio finem coniungens, & conuolutam quidẽ Mentem, rurſusqúe ad principium reuertentem imitans. Non idẽ autẽ ſemper adiungit, ſed aliquando quidẽ particulã [quod feciſſe oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit oſtendiſſe] propter Problematum à Theorematibus diſcrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hęc exercuimus, & perſpicua fecimus. Oportet autẽ eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horũ capitum accipiuntur, quę verò omittuntur. & quot modis Datum, datum eſt. & ex quibus principijs vel Conſtructiones, vel Demonſtrationes accipimus. horum .n. perſpicax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumqúe ſermonum meditationẽ affert. Verũenimuero quoniã hæc quoque determinata ſunt, agè de ijs etiam, quæ his annexa ſunt breuiter diſſeramus, quid Sumptio, quid Caſus, quid Corollarium, quid Inſtantia, quidq; Inductio. Sumptionem itaq; de omni etiã Propoſitione, quę in alius Propoſitionis Conſtructione ſumitur ſæpenumero prędicari dicũt, ex tot Sumptionibus demonſtrationẽ ipſius factã eſſe dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria verſantur Sumptio, eſt Propoſitio fide indigens. cùm enim vel in Conſtructione, vel in Demonſtratione aliquid ſumimus eorum, quæ oſtenſa non ſunt, ſed ratione indigent, tunc id, quod ſumptum eſt, veluti per ſe ambiguũ inquiſitione dignum eſſe arbitrati, Sumptionem ipſum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonſtrabilis exiſtit, cùm illa abſq; Demonſtratione ad aliorum fidem faciendã perſe ſumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidẽ eſt, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim ineſt videre acutos in ſolutio-

Prima cõ cluſio primi probl. Elemẽ. Secunda cõcluſio.

Particularũ Quod feciſſe, & Quod demõſtraſſe oportuit pulchra cõſiderõ.

Epilogus.

Sumptio quid.

lutionibus, nullisqúe methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratiſtus noſter, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæſitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vſus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Reſolutionem ad exploratum principium reducit Quæſitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuiſſe fertur. Secunda autẽ, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propoſitum diuidit: occaſionem verò, per aliorum ablationẽ à propoſiti Conſtructione, Demonſtrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ ſcientijs omnibus ſit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impoſsibile, non id, quod quęritur per ſe oſtendit, ſed oppoſitum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Caſus autem, diuerſos Conſtructionis modos, poſitionisqúe mutationẽ enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis tranſpoſitis: & prorſus omnis ipſius varietas circa deſcriptionem aſpicitur. Quapropter Caſus quoque vocatur, eò quòd Conſtructionis tranſpoſitio eſt. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibuſdã Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi aſcripta ſunt. Dicitur autem propriè Corrollarium, cùm ex ijs, quæ demonſtrata ſunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod ẽt propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod ſit præter gignentis ſcientiam Demonſtrationis propoſitum. Inſtantia autem, totam orationis impedit viam vel Conſtructioni, vel Demonſtrationi occurrens. & non eſt neceſſe, quẽadmodum eum, qui Caſum proponit, Propoſitionem veram oſtendere, ita etiam eum, qui Inſtantiam: ſed opus eſt Inſtantiam deſtruere, vtentemqúe ipſa mendacem oſtendere. Inductio verò, eſt tranſitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propoſitũ quoque perſpicuum eſt. Exempli cauſa, quẽadmodum cùm & Cubi duplicatio quæſita eſſet, quæſtionem in aliud tranſtulere, cui hoc cõſequens eſt, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primũ autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem feciſſe, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propoſitum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratiſtus.

Methodi tres, quę à Plat. traduntur.

Caſus quid.

Corollariũ quid.

Vide Varronẽ i lib. de lingua Latina.

Inſtantia quid.

Inductio quid

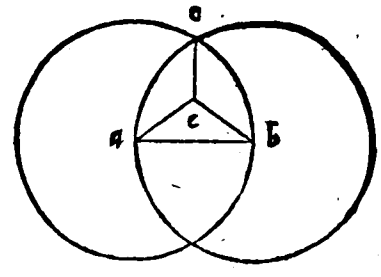
Nota inductiõis Geometricæ, cũ inductione Logica ſimilitudinem.

Hippocrates primus fuit inductiõis Geometricę inuentor.

Digreſſio.

Triangulũ Aequilaterũ omniũ Triangulorũ optimũ eſt, aſſimilaturq; circulo.

Triangulum inter Triangula optimũ ſit, & Circulo maximè cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamq́ue ſimplicem Lineam extrinſecus ipſum terminantem habenti nemo eſt, cui non ſit manifeſtum. Videtur autem duorum Circulorum comprehenſio, horumq́ue ex parte vtriuſque (non enim in toto vtroq; deſcriptum eſt, ſed in illa parte, quæ ex vtriuſq; partibus conſtat) oſtẽdere in Imaginibus quomodo ea etiã, quæ à principijs egreſſa ſunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis ſuſcipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circunuoluuntur, propter continuã generationẽ: & Animę ipſę cùm † motus traſientes habeant, per reſtitutiones, & circunuolutiones non trãſientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autẽ & à duabus Mentibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem eſſentiæ Mentis imago eſt, Triangulum verò, primæ Animæ, propter æqualitatem, & ſimilitudinem Angulorum, & Laterum, iurè ſanè & hoc per Circulos cùm mediũ in ipſis includatur Aequilaterum oſtenſum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione conſentaneum quidem erit, Triangulum cùm triplicis Animarum ſubſtantię Nota ſit, à duobus Circulis comprehenſum, ortum ſuſcipere. Verum enimuero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniã autem quidã aduerſus æquilateri Trianguli conſtitutionem inſtarunt totam refellere Geometriã putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam ſuperius mẽtionẽ feci, quòd & ſi quis principijs Geometrarum permiſerit, non tamen ea, quæ principia conſequũtur cõmuni compararet conſenſu hoc ipſis non conceſſo, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non ſunt. niſi .n. hoc datum eſſet, † æquilaterum Triangulum minimè conſtitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, ſuper qua conſtituendum eſt æquilaterũ Triãgulum. Deſcribantur autem Circuli, & à cõmuni ipſorum ſectione protẽdantur rectę Lineæ c e a, c e b cõmune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cõmuni ſectione protenſas, Lineæ a b datæ æquales eſſe, non autem Trianguli quoque Latera eſſe æqualia, verùm duo reliquo minora, nempe



Epilogus.

Zenonis ineptus acceſſus, & eius fundamenta.

† Triangulum nõ oſtẽderet æquilaterũ. Sit.n.

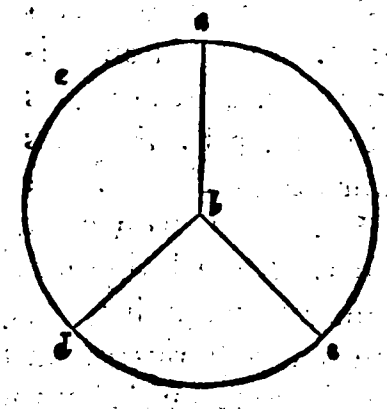
ipſo

ipſo a b. Hoc autem non conſtituto, neque etiam reliqua conſtituẽtur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua minimè conſequuntur, niſi hoc quoque præacceptum eſſet, neq; Circunferentiarum, neque rectarum Linearum communia eſſe Segmenta? Aduerſus hæc porrò dicendum, primùm quidẽ quòd hoc quodammodo in principijs præacceptum fuit, duarum nẽpe Rectarum non eſſe cõmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc comprehendebat, ſiquidem Recta eſt, quæ ex æquo inter ſua collocata eſt Signa. hoc .n. æquale eſſe Signorum interuallum ipſi Rectæ, eam, quæ ipſa Signa coniungit, vnã, breuiſſimamque efficit, ita vt ſi quis ipſam ſecundum partem alteri adaptet, ſecundum reliquam quoque partẽ ipſi congruat. cùm .n. in extremitatibus ſuis ſit conſtituta, eò quòd breuiſſima eſt tẽtam in totam cadere neceſſe erit. Deinde quòd etiam, in Petitionibus hoc manifeſtè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait: [& rectam Lineam terminatam in directum producere] perſpicuè oſtendit, quòd ea, quę producitur, vna eſſe debet, vnoque motu produci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonſtrationẽ huius accipere, ſit ſi fieri poteſt a b, ipſius a c, & ipſius a d cõmune Segmentum. & Centro quidem b, interuallo autem b d, Circulus deſcribatur a c d. Quoniã igitur recta Linea a b e per Centrum eſt ducta, Semicirculus eſt ipſe a e c. & quoniã recta Linea a b d per Centrũ eſt protracta, Semicirculus eſt ipſe a e d. Aequales igitur ſibi inuicem ſunt Semicirculi a e c, a e d, quod fieri non poteſt. Aduerſus autem hanc Demonſtrationem dicet forſan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipſam Circulum bifariam ſecare demonſtratum eſt, quoniam nos præacceptimus duarum Circunferentiarum non eſſe cõmune Segmentum, ſic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel ſi non congrueret, aut extrà, aut intrà cadere. Nihil autem obſtat (ait ille) non totam toti congruere, verùm ſecundum aliquam partem, donec autem non demonſtretur Dimetientem bifariam Circulũ diſpeſcere, neque etiam propoſitum oſtendetur. His etiam Poſidonius rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irriſit tanquã conſcium quòd licet ſecundum partẽ Circunferentiæ non congruant, Demon-

Reſpõſio cõtra Zenonem.

Alia Reſponſio.

Secũda Petitio.

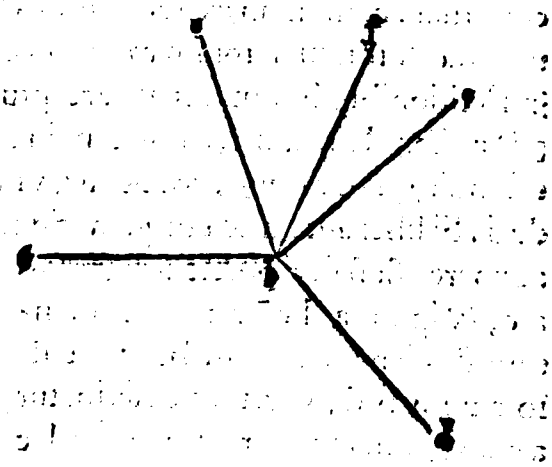


Demõſtratio contra Zenonẽ.

Argumentum Zenonis cõtra Demõnẽ.

Poſidonij Reſpõſio.

ſtratio tamen bene ſuccedit. nam iuxta illam partem, in qua non cõgruunt, altera quidem intrà; altera verò extrà erit, eademque abſurda ſequentur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protracta. æquales.n. erunt quę à Centro ſunt; tum maior, quę ad Circunferentiam externam: tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesque ſunt: aut ſecundum partẽ congruens, ſecundum reliquam vicisſim variat: aut nulla ipſius pars, nulli alterius parti congruit. & ſi hoc fuerit, vel extrà cadit, vel intrà. hæc autem omnia conſimiliter redarguuntur. Verùm de his hęc ſufficiant. Zeno autem aliam Demonſtrationẽ adſcribit huiuſcemodi, cui etiã obtrectare çonatur. Sit.n. duarum Rectarum a c, a d, cõmune Segmentum ipſa a b. & excitetur ipſi a c ad Angulos rectos ipſa b e. Angulus igitur e b c rectus eſt. Si itaque Angulus etiam e b d rectus eſt, æquales erunt, quod fieri nõ poteſt. Si autem non, erigatur ipſi a d ad Angulos rectos ipſa b f. Angulus igitur f b a rectus eſt. Erat autẽ Angulus etiam e b a rectus. & æquales igitur adinuicem ſunt, quod fieri non poteſt. Demonſtratio itaque hæc eſt, quã Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ poſterius oſtendenda ſunt aſſumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare. Poſidonius autem nuſquam quidem in Elementaribus Inſtitutionibus huiuſcemodi Demonſtrationem ferri inquit, verùm Zenonem ſuos Geometras veluti flagitioſa Demonſtratione vtentes çalumniari: eſſe autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem eſt etiã quædam prorſus vtrique Rectarum ad Angulos rectos. quæcunq; enim duæ Rectæ rectum Angulum facere poſſunt, hocque præaſſumpſimus rectum Angulum definientes. tali enim inclinatione ſolum rectum Angulum conſtituimus. Sit autem forta ſſe hæc, quam exeximus. ſiquidem ipſe etiam Epicurus, omnesque alij Philoſophi multa quidem eorum, quæ fieri poſſunt, multa autem impoſsibilis quoq; materiæ, ad conſequentis contemplationem ſupponere concedunt,



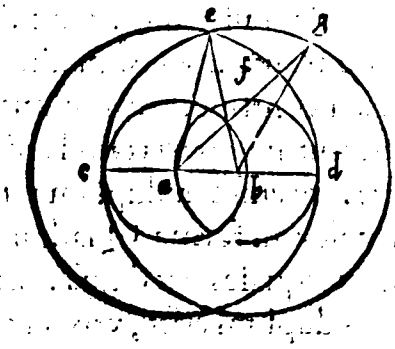
Alia Demõſtratio quam dãnat Zeno.

Poſidonij cõtra Zenonem reprehenſio.

Epicurus.

Toti-

Totidem de æquilatero Triangulo dicta ſint. Oportet autem reliqua etiam Triangula conſtituere, & primum Aequicrus. Sit igitur Linea recta a b, ſuper qua oportet Aequicrus conſtituere, & deſcribantur Circuli, vt in Aequilatero. & producatur ex vtraq; parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipſi a d æqualis eſt. Centro itaque b, Interuallo autē c b, Circulus c e deſcribatur. Rurſuſque Centro quidem a, Interuallo verò d a, Circulus d e deſignetur, & à Signo e, in quo Circuli ſeinuicē interſecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipſi a d, e b verò ipſi b c æqualis eſt, æqualis autem eſt a d ipſi b c, e a quoq; ipſi e b æqualis erit. Verùm maiores etiam ſunt ipſa a b. Aequicrus igitur eſt Triangulum a b e, quod feciſſe oportuit. At porrò iuſſum ſit Scalenū conſtituere Triangulum ſuper data Recta a b. & deſcribantur Circuli Centris, & Interuallis, vt in prioribus. & ſumatur in Circunferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producaturq́ ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum eſt, a f ipſi a d æqualis eſt. Maior igitur eſt a g, ipſa a d, hoc eſt ipſa g b. Centrum autē eſt & ipſum b, æqualis ergo eſt g b, ipſi c b. Maior eſt igitur g b, ipſa b a. Ac g a maior eſt, ipſa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales ſunt. Scalenū ergo Triangulum eſt. Tria itaq; Triangula ſunt conſtituta. At hæc quidem diuulgata ſunt. Hoc verò in his pulchrum eſt, quòd Aequilaterum quidem vndequaq; æquale exiſtens, vnico modo conſtituitur. Aequicrus autem in duobus tantùm Lateribus æqualitatem habens, dupliciter conſtituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor eſt, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndiq; inæquale exiſtens, tripliciter conſtituitur. nam data recta Linea vel maxima trium eſt, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque ſuppoſitionem vel protendenti, vel contrahenti exercere, nobis autē quę ſunt expoſita ſufficiant. Vniuerſaliter verò contemplabimur quòd Problematū alia quidem ſimpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (vt inquit Amphinomus) illa quidem, quæ ſimpliciter conſtruuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, ſe-



Finis Digreſſionis

Reliquorū Triangulorum cōſtitutio.

Documentum.

Problematū vniuerſalis Diuiſio.

Amphinomus.

cun-

cundumque numerum conſtruuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem conſtruerentur, in iam dictis Triangulis fit manifeſtum. nam Aequilaterum quidem, ſimpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alterũ verò tripliciter conſtituitur. Infinitis autem modis huiuſcemodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales diſpeſcere. Si enim in duplam rationem ſecta eſſet, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuiſa. Si verò maius Segmentũ, minore maius quàm duplum eſſet, vtputa triplum, ad maiuſque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum eſſet, in tres inæquales proportionales partes diuiſa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes ſecari poſſet, quarũ maior vel dupla eſt, vel tripla (multiplex. n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes ſecabitur. Scire autẽ oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, ſiue diſcendi, ſiue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis diſciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantẽ operationem proponitur. quod nanque in his fit, finem contemplationem habet. & ſæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non poſſunt, quædã Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri poteſt, & Excedens non eſt, neque Deficiens hoc ſortitũ eſt nomen. Eſt autẽ Excedens quidem, quod ait huiuſcemodi Triangulum Aequilaterum conſtituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti: hoc. n. ſuperuacaneũ eſt, fruſtraque adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo ineſt. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non exiſtentibuſque Symptomatibus redundant, Impoſſibilia hæc appellant: quęcunque verò his, quę accidere poſſunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema eſt, quod Minus etiã quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinẽ, Scientiam que parientẽ Terminũ reducatur. Veluti ſiquis dicat Triangulum Aequicrus conſtituere. mutilũ enim hoc eſt, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui ſubiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Baſim maiorem: an illud, quod minorem vtroque æqualium Laterũ habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Anguli vtriuſque eorum, qui ad Baſim ſunt dulpũ habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Baſim

Problema multipliciter dici.

Problema Geometricum.

Excedens Problema quid.

Impoſſibile Problema quid.

Maius Problema qd.

Deficiens Problema quid.

ſim ſunt Angulorum eius,qui ad verticem eſt duplũ habet: vel quod ſecundum quãdam aliam rationem hoſce habet Angulos, Triplam ſcilicet,vel Quadruplam. fieri .n. poteſt vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifeſtum eſt,quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur,indeterminationem effugere debent, & nõ eſſe ex eorum numero,quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem. Primum igitur Elementorum Problema,hunc in modum cæteris præſtat. quoniam neque Excedens,neque Deficiens, neque Indeterminatum eſt, neque multipliciter,vel infinitis modis cõſtruitur. tale .n. eſſe oportuit, quod eſt aliorum Elementum futurum.

Hoc ꝓponitur i Propõne 10. quarti Elemẽt.

Quale dẽt eſſe ꝓfectũ Problema quod & ꝓpriè problema dicitur.

Primũ problema primi Elem. cęteris ꝓblematibꝰ pręſtat.

TEXTVS

Ad datum Signum,datę rectæ Lineæ ęquam rectam Lineam ponere.

Propoſitio ſecunda. Problema ſecũdum.

PRoblematum quemadmodum & Theorẽmatum alia quidẽ ſunt ſine Caſu, alia verò multos habent Caſus. Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus deſcriptionibus aduenientem, Poſitionesqúe mutantia eundem Demonſtrationis ſeruant modũ, hæc Caſum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnam tantùm Poſitionem, vnamqúe Conſtructionem procedunt, ſine Caſu hæc ſunt. ſimpliciter .n. Caſus ipſe circa Conſtructionem & Theorẽmatum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Caſus. Datum autem eſt in ipſo Signum quidem, Poſitione, ſiquidem hoc tantùm modo dari poteſt: recta Linea verò,& forma (non .n. ſimpliciter Linea eſt, ſed talis) & Poſitione. quæritur ſiquidem huicce rectæ Lineæ,ad datum Signum ęquam rectam Lineam ponere,vbicunque hoc poſitum fuerit. Manifeſtum eſt autem, quòd omnino in ſubiecto Plano Signum eſt, in quo etiam recta Linea,& non in ſublimiori. omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum ſubijci Planum exiſtimandum eſt. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. ſi infinita data eſt? præſens nanque Datum ad finitam, ad infinitamqúe pertinet. ſiquidem omne, quod inquiſitionis gratia propoſitum nobis

Cõm. 6.

Caſus in Conſtructione eſt.

Documẽtum

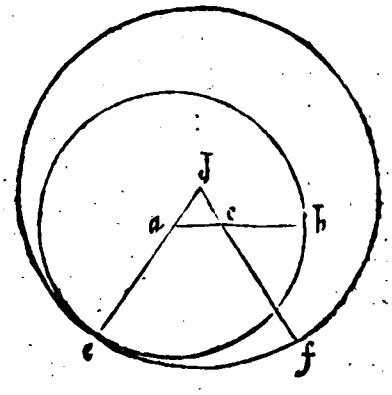
Dub.

In prędẽti Prob.

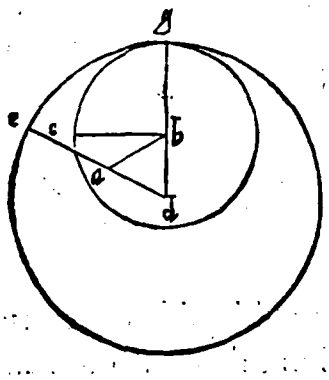
bis eſt, atque ſuppoſitum ſignificat. declarat autem & ipſe, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum conſtituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cùm eam, quæ datæ eſt ęqualis ad datum Signum ponere adhortatus eſſet, quomodo hinc manifeſtum tibi nõ fecit quòd data, finita eſt? prorſus enim omnis, quæ eſt ad Signum ponenda, ſecundum ipſum Signum terminata eſt. Quamobrem multò prius illa terminata eſt, quæ ei, quæ ponitur, æqualis exiſtit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipſi ponit æqualem terminauit. Quòd autem præſentis Problematis Caſus à varia Signi Poſitione fiunt, manifeſtum eſt. aut enim datum Signum extra datam Rectam poſitum eſt, aut in ipſa. & ſi in ipſa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & ſi extra ipſam, aut à latere, ita vt ab ipſo ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut ê directo datæ, ita vt ſi ipſa producatur, in extrà poſito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà poſitum, & à Latere ſuſcepit. Exercitationis autem gratia, omnes Poſitiones ſunt aſſumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumqúe datum c, quod in ipſa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum ſuper recta Linea c a, quod ſit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Interuallo autem a b, Circulus b e deſcribatur. Rurſusqúe Centro quidem d, Interuallo verò d ę, Circulus e f deſignetur. Quoniam itaque a, Centrum eſt, b a, ipſi a e æqualis eſt. & propterea æqualis eſt d e, ipſi d f. quarum d c, ipſi d a ęqualis eſt. Triangulum enim d a c, ęquilaterum poſitum fuit. reliqua igitur a e, ipſi c f æqualis eſt. Erat autem a e, ipſi a b æqualis, vt oſtenſum eſt, & c f igitur ipſi a b æqualis eſt. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipſi a b poſita eſt. Quatenus itaque ad Signi Poſitionem totidem Caſus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli conſtitutionem, & Laterum protenſiones, Circulorumqúe deſcriptiones, adhuc multò plures.

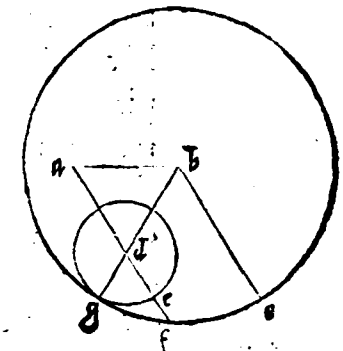
In 12. Propoſitione. Solutio.

Varii huius Prob. Caſus.

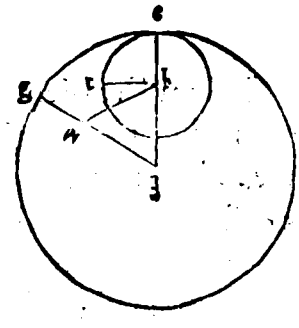


res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaque Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque æquilaterum in ipsa non constituatur superius habes verticem (quoniam locus non est) sed inferius, & sit a d b. Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c: aut maior: aut minor. Si igitur æqualis, quod iussum erat factum est. † Si autem minor, Centro quidem b, interuallo verò b c, Circulus designetur, & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, interuallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est. At b g etiam æqualis est ipsi b c, à Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendū erat. Si verò maior est a d, ipsa b c, (hoc enim reliquum est) Centro quidem b, interuallo autem b c, Circulus designetur e c. Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, interuallo autem d e, Circulus describatur e g. Quoniã igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e. Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b e. Verùm b e, ipsi b c æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. a g igitur ipsi b c æqualis est. & est posita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiã Casibus existentibus, satis est hos quoq; in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixere. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Interuallo verò tanto quanta est ipsa b c, Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circunferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est. tanta enim erat quæ ex



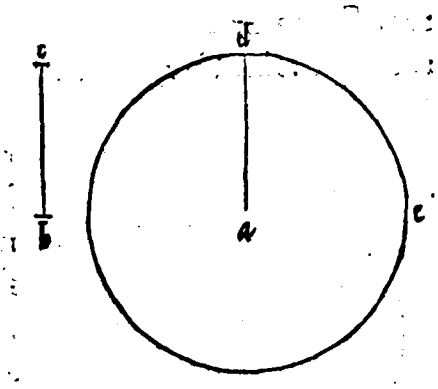


† Si aũt minor, Cẽtro quidẽ b, interuallo verò b c, Circulus describatur, & producãtur a d, d b vsq; ad Signa g f, & Cẽtro quidẽ d, interuallo aũt d g, Circulus designetur. Quoniã itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro. n. sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis ẽ æquilaterũ. n. est. Tota igitur a e, toti b g est æqualis. Verùm b g æqualis est ipsi b c, ex Cẽtro enim. ipsa ergo a e, ipsi b c æqualis est, quod facisse oportuit.



Quorũdã praua demõstratio

Centro, quanta eſt ipſa b c. & factum eſt id, quod iuſſum erat. Siquis igitur hæc dicat, quod in principio eſt petit. cùm .n. dicat Centro a, interuallo autem b c, deſcribi circulum e d, æqualem iam accepit quodammodo ipſi b c, ad Extremum a poſitam. & ſeruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum deſignabat: hîc autem, alibi quidem Centrum eſt, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonſtrandi modum non † approbabimus.



† concilia bimus.

TEXTVS

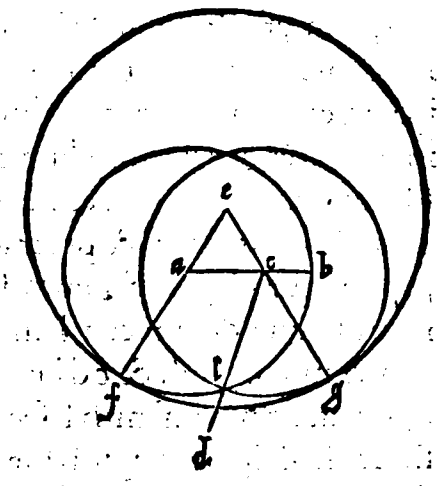
Propõ 3. Problema tertium.

Duabus datis rectis Lineis inęqualibus, à maiori ęqualẽ minori abſcindere.

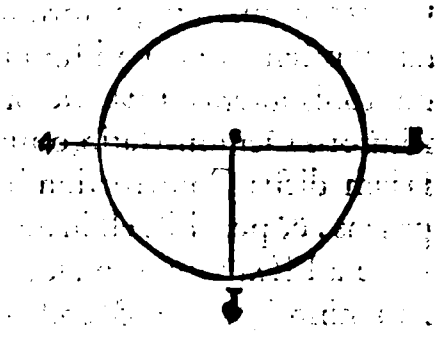
Cõm. 7. TErtium Problema id eſt datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Caſus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut diſtant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum inſtitutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut ſe inuicem ſecant: aut altera iuxta vnum ſui Extremum alteram ſecat, hocqúe dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verùm ſi iuxta vnum coniungantur Extremum, manifeſta eſt Demõſtratio. communi .n. Extremo Centro vſus, interuallo verò Linearum minore, Circulum deſignabis, & maiorem ſecabis, & minori æqualem abſcindes. quantum enim Circulus intra ſe abſcindit, tantùm minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram ſecat, vel maior ſecat minorem: vel è conuerſo. & ſi ſeinuicem ſecarent, aut in partes æquales ab inuicem ſecantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocqúe dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

Varii huiꝰ Problẽmatis Caſus.

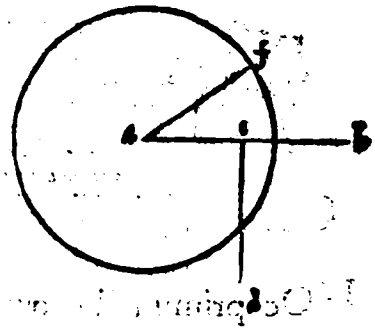
ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales a b, & c d, maior autẽ c d, secetqúe ipſam a b ſui ipſius Extremo c, & Centro quidem a, Interuallo verò a b, Circulus deſcribatur b f, & conſtituatur Triangulum æquilaterum ſuper a c, quod ſit a e c, & producantur e a, e c. & rurſus Centro quidem e, Interuallo autem e f, deſignetur Circulus g f, rurſusqúe Centro quidem c, Interuallo verò c g, Circulus g l. Quoniam igitur e f æqualis eſt ipſi e g (Centrum enim eſt e) quarũ e a, ipſi e c æqualis eſt, reliqua a f, reliquæ c g æqualis erit. Verùm a f etiam, ipſi a b eſt



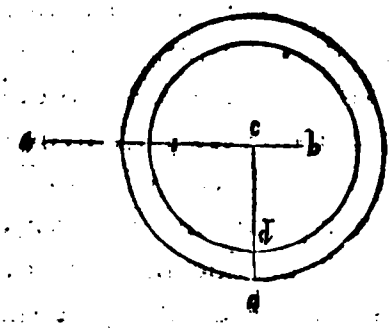
æqualis. a enim Centrum eſt. & c g igitur, ipſi a b æqualis erit, & hæc æqualis eſt ipſi c l. centrum enim eſt Signum c. & a b igitur ipſi c l æqualis eſt. Aequalis igitur ipſi a b ablata eſt ipſa c l. Verùm ſit c d minor ipſa a b, ſecetqúe ipſam a b, iuxta c ſuum Extremum. Aut itaq; in medio ipſam diſpeſcit, aut non in medio. Secet primùm in medio, c d igitur aut dimidiũ eſt ipſius a b, & eſt æqualis a c, ipſi c d: aut medietate minor, & Centro quidem c, Interuallo verò c d, Circulum deſignans ab ipſa a b ipſi c d æqualem abſcindes: aut maior medietate, &

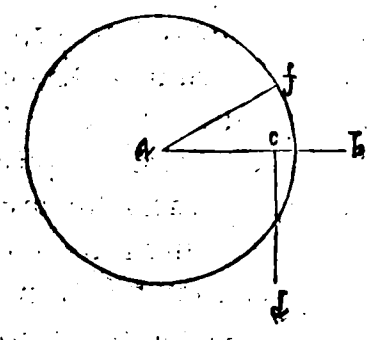


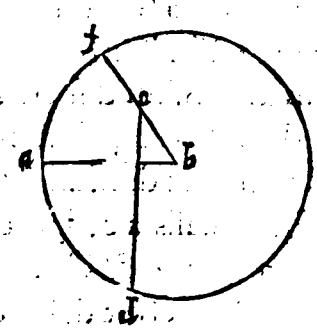
ad a Signum, a f ipſi c d æqualem ponens, deſcribensqúe Circulum Centro a, Interuallo autem a f, ab ipſa a b, ipſi a f, hoc eſt ipſi c d æqualem abſcindes. Si autem c d ipſam a b non per mediũ diſpeſcit, erit c d aut ipſius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque c d medietas eſt, vel minor medietate ipſius a b, Centro vtens Signo c, Interuallo autem c d, abſcindes ab ipſa a b, ipſi c d æqualem, iuſſumqúe factum eſt. Si verò



ipſa maior, rurſus ad Signum a, ipſam a f, ipſi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Interuallo autem a f Circulum deſignabis abſcindentem ab ipſa a b, ipſi a f, hoc eſt ipſi c d æqualem. Si autem ſe inuicem interſecarẽt quemadmodum c d, a b, Centro b, Interuallo verò b a, Circulus deſcribatur a f, & protracta b c, producatur vſq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales ſunt b f, c d. & c d iuxta ſui ipſius Extremum ipſam b f ſecat, poſſibile eſt ab ipſa c d, ipſi b f æqualem facere. vtrunque enim oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt, vt ipſi quoque a b ab ipſa c d, æqualis abſcindatur. nam a b, & b f ſibi inuicem æquales ſunt. Nos itaque cùm ex diuiſione Caſus accepiſſemus, ipſorum varietatem oſtendere conati ſumus. Admirabilis autem eſt Elemẽtorum inſtitutoris Demonſtratio, omnibus illa iam dictis Conſtructionibus congruens, & poſsibile eſt in omni poſitione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & poſita Interuallo Circulum deſcribere, qui à maiori, minori æqualem abſcindet, ſiue ſe inuicem interſecent, ſiue altera alteram, ſiue quodam alio poſitionis modo ſeſe habeant.







Propõ. 4. Theoremа primũ

TAXIS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehenſum: & Baſim Baſi æqualẽ habuerint, & Triangulũ Triangulo æquũ erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erunt æquales, ſub quibus æqualia Latera ſubtenduntur.

Cõm. 8. HOc primum Theorema in Elementorum inſtitutione aſſumpſimus, quæ autem hoc præceſſerunt, omnia Problemata erant. Primũ

quidẽ

quidem Triangulorum ortum tractãs; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumque illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inæquali per ablationem Aequale reperiebat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triãgulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo nanq; qui prius Triãgula non constituit, ortumque ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minimè problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquã Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non ne igitur facile penitus est † ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint, non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrùm nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicẽ æquales esse? & potissimùm in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiã est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam æqualis, & Semicircularis similiter, transitusque à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cõmune est) & æqualium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices. nam alteram quidem, omnino nõ existentem producit; alteram verò, ab Inæquali per ablationem acquirit. hisque non immeritò Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent; Basim quoq; Basi, & Aream Areæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur; duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas: quæruntur autem tria, Basis ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primũ in quãtitate est Symptoma.

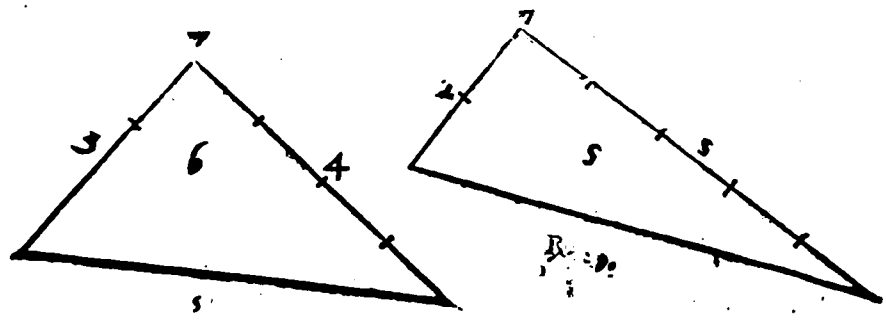
† Ipsi occurrere? neq; n. omnino sci m' an Triãgulũ cõstitutum sit.

Vide 16. Propõné tertii Elementorũ.

Datum huius Theorematis. Quæsitum huiꝰ Theorematis.

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem infe rius in lib. 4. in cõm. propõnis 37. & in cõm. propõnis 47.



geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æqua-

Pulchrũ. le. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cùm maiorem agrum sumpsissent, iusti existimati fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtraq; simul vnum agrũ comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & vbicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit. si quidẽ de datorũ quoq; æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquẽdo,

Documẽtum. aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoq; in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod è regione ante oculos iacet: duobus autem iam præ-

Basis Triã guli quid. Duplex è Trianguli Basis. acceptis necessariò reliquum Basim esse supponendũ est. Quapropter hîc quoque Elementorum institutor cùm duo Latera duobus

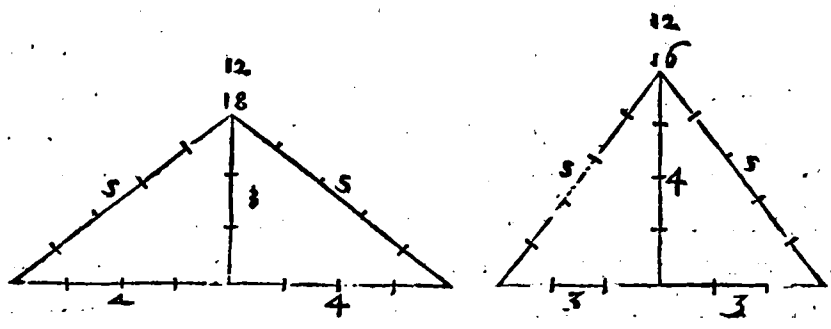
Qũo Triã gulũ Triã gulo æqua le sit. Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cùm

Area Triã guli quid. ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæ-

Ambitus Triãguli quid. quales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Li-

neam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compoſitam. Diuerſum igitur eſt vtrunque, & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales eſſe, ſi & Area Areæ debet eſſe æqualis. Accidit autem in quibuſdam Triangulis Areis quoque æqualibus exiſtentibus, Ambitus eſſe inæquales: Ambitibusqúe æqualibus exiſtentibus Areas inæquales eſſe. Duo-



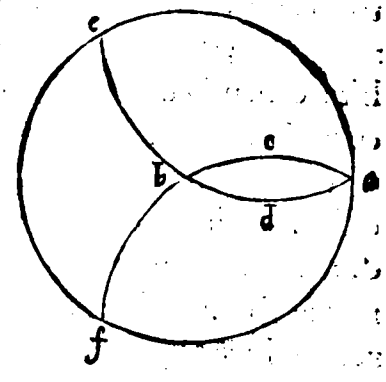
bus enim Aequicruribus Triangulis exiſtentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Baſium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum ſanè qui Geometriæ quidē ignarus eſt maius dixerit illud, quod Baſim octo Vnitatum habet, totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem, quòd vtriuſque Area Duodecim eſt, hæcqúe demonſtrabit Perpendicularem in vtroq; Triangulo à Vertice ducens, hanc'q; cum altera parte Segmentorum Baſis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus exiſtentibus Spatia inæqualia eſſe. & quidam olim ſuos participes in agrorum diuiſionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū ſumpſere. Baſis verò Baſi æqualis eſſe dicitur, omninoqúe recta Linea alij rectæ Lineæ æqualis eſt, cùm ipſarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema ſibi inuicem congruunt. Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis eſſe dicitur cùm vno alterum comprehendentium Laterum ſupra vnum alterius poſito, reliquum etiam reliquo congruit: cùm autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus eſt, cuius Latus extrà cecidit: cùm verò intrà, minor. nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipſo. Angulorum autem æqualitatem ſumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisqúe omnibus, qui eiuſdem ſunt ſpeciei, vt in Lunularibus, in Syſtroidibus,

Pulchra cōſideratio. Vide ét in lib. 4. in cōm. p pōnis 39. & 24.

Qūo recta Linea alii rectæ Lineæ æqualis dicatur.

Qūo rectilineus Angulꝰ rectilineo Angulo dicatur æqualis.

ſtroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri poteſt vt & æquales ſint, & Latera ſibi inuicem non congruant. Rectus.n. cuidam Lunulari æqualis eſt, & tamen fieri non poteſt, vt rectis Lineis Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum eſt, quòd Angulos ſubtendere Latera dicuntur, quę è regione iacent. omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli Lateribus continetur, à reliquo verò ſubtenditur. Propterea Geometra quoque cùm dixiſſet Angulos æquales eſſe, adiecit [ſub quibus ęqualia Latera ſubtendunt] ne diuerſum non eſſe intelligamus qualemcunque Angulum ſuſcepiſſe, huncque cuicunque reliquorum Trianguli duorum Angulorum æqualē dixiſſe, ſed æquales dicamus quos ęqualia Latera ſubtendunt. ęqualium etenim Laterum alterum quidem, alterum ęqualium Angulorum ſubtendit: reliquum verò, reliquum. Ad præſentis itaq; Theorematis declarationem totidē † cōſiderentur. Aduerſus autem aduerſarij obiectionem illud præaſſumemus, quòd duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc ſiquidem tanquam euidens Geometra ſuſcepit. Si enim, inquit, Baſium Extrema ſibi inuicem congruent, Baſes quoque congruunt: ſi verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit igitur quòd hoc fieri nō poſſit? Sint duæ Rectę Spatium comprehēdentes a c b, a d b, & producantur in infinitum. & Centro quidem b, interuallo autem a b, Circulus a e f deſignetur. Quoniā itaque Linea a c b f, Dimetiens eſt, medietas Circunferentiæ eſt ipſa a e f. Rurſus quoniam Linea a d b e, Dimetiens eſt, medietas Circunferentię Circuli eſt ipſa a e. Aequales igitur ſunt ipſæ a e, a e f Circunferentiæ, quod minimè fieri poteſt. Duæ igitur rectę Lineę nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad omne Signum, rectam Lineam ducere] eò quòd vna recta Linea ſemper duo Signa coniungere poteſt, non autem duæ. nam plures quidem Circunferentię duo Signa coniungere poſſunt & in eiſdem partibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetientis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coiungunt-



cūferentię

Qūo Latera dicātur Angulos ſubtēdere.

Documēti finis. † pręaſſumātur. Ad ipſius aūt Demōnē illud.

Demonſtratur quòd duę rectæ Lineę ſpatiū non cōprehēdūt.

Documētum.

cunferentiæ data Signa coniungentes deſcribantur. cauſa verò eſt, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema eſt minima. vnum autem vbique minimum eſt, & ſemper menſura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipſe cùm vnus ſit, menſura cæterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum menſurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque ſufficiant. Quòd autem tota præſentis Theorematis Demonſtratio à cõmunibus dependet notionibus, ac veluti ſponte naturæ proueniẽs eſt, ab ipſaque Suppoſitionum euidentia egreſſa, cuilibet manifeſtum eſt. nam cùm quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia ſint, ſibi inuicem congruunt. Cùm verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales ſint, ipſi quoque ſibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis, inferne etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Baſis quoque congruet Baſi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaque omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei conſiderata, totius Demonſtrationis cauſa eſſe apparuit. duo enim hic ſunt Pronuntiata totam propoſiti Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt ſibi inuicem, æqualia ſunt. & hoc ſimpliciter verum eſt, nullaque indiget limitatione, quo Elementorum inſtitutor & in Baſi, & in Spatio, reliquisque Angulis vtitur. hæc enim inquit æqualia ſunt, quoniam ſibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quę æqualia data ſunt, ſibi inuicẽ congruunt. Hoc autem non in omnibus verum eſt, ſed in ijs, quæ ſpecie ſimilia ſunt. Specie autem ſimilia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiuſdem, & Anguli, qui à ſimilibus ſimiliter iacentibus Lineis comprehenſi ſunt. Horum autem dicebam quòd quæ æqualia data fuerint, ſibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonſtratio (vt breui complectens dicam) huiuſcemodi ſit. Hæc hiſce æqualia data ſunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipſis comprehenſi, hæcque ſibimetipſis conueniunt. Si autem hæc ſibi inuicem conueniunt, & Baſis Baſi, omnibusque omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque ſunt. Si igitur hæc hiſce æqualia data ſunt, ſimul etiam oſtenditur quòd omnia omnibus ſunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vndequaq; Triangulorum. Verũ enim vero de † tota Demonſtratione hæc ſatis ſint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idẽ in lib. ſecundo. Cõm. 10.

Finis Documẽti.

Præſentis Theorematis Demõſtratio

Octauum Pronũtiatum.

Conuerſum octaui Pronũtiati.

Nota q̃ ſpeciẽ hic ſpecialiſſimã intelligit.

† Simplici.

Digreſſio.

Distinctio Problematū, & Theorematū secundum Carpum.

Prima differentia.

Secūda differentia.

Tertia differentia.

Propria opinio.

Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus sermonem susciuit siquidem oportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac deniq; horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærūtur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaque artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt æquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiq; scientiam iudicio indigentem. vt neq; veritatem excedere, neq; à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoq; est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematum inuestigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsq; nostrum (inquit ipse) nemo communem horū inuentionis methodum tradere posit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius vtiq; esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq; institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorū institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartū est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si ēt nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim cōmunibus in hoc vtitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iurè Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariū illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimùm apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellūt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cōiungit, problematicè agere: quatenus verò primæ scientiæ cohæret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis spectant

ad

ad ea, quæ gignendę ſcientiæ magis vim habent procedere. Vanum eſt igitur Gemîno obtrectare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenti. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſsignauit: Gemînus autẽ Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodãmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorũ Ortus, & æqualitatis inuentionẽ didicimus. Nũc autem addatur etiam quòd cùm quidẽ in Theorematibus Simplicisſimum ſit, atq; principalisſimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicã, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demõſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſqúe Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoqúe Data ipſa conſtruuntur.

Defendit Geminũ.

TEXTVS

Aequicrurium Triãgulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Propõ 5. Theoremа ſecundum.

THeorematum alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiuiſibilia ſunt, vnum habẽtia Datum, & vnũ Quęſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor dixiſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quę ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cõcluſiones Suppoſitione Simplici exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horũ alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quęcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verùm fieri non poteſt vt Datũ in Simplicia diuidatur, Theoremataqúe fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola æqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidũt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodũ illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quę ſub eadem ſunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſsibile

Cõm. 9. Theorematum diuiſio.

Prima propositio sexti.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Altitudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisque similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Conclusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemque omnibus inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hîc Cōpositio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quæ concluduntur, Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui Anguli reliquis Angulis æquales sunt, Sub qūibus æqualia Latera subtendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, & Parallelogrāmorum Theoremate sub eadem Altitudine existentiū.

Theorema.

Et iuxta vtrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūque Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt: alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaque diuidit,

† Vnamquáq; quidem Complexi partē nō vniuersaliter.

† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus, quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem dicamus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bifariam secant. Segmentorumque omnium Angulos æquales faciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmentorum Anguli æquales sunt,

† Sed eorū tàtùm, quę

† sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt. Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolutionumque gratia machinati sunt. multa .n. cùm incomposita quidem sint, non resoluuntur, Composita autem solùm Cōmoditates ad Resolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum est, & iuxta vtrunq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæsitum.

† quæ,

† quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum cùm vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita apposuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. rursusque deinceps, & productis equalibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, equales sunt. non .n. duo esse Theoremata existimandum est, sed vnum. Compositum autem & iuxta Datum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quæ componuntur perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtroque. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Triangulum: si autem qui sub Basi, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

&

Triangulum Aequicrus eſt. Verùm Elemẽtorum inſtitutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales eſſe, Conuerſionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales eſſe, minimè, licet hoc quoque verum ſit. At huius quidem cauſam poſterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de cauſa hoc omnino demonſtrauit, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales eſſe. nequaquã enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematũ Conſtructione, aut Demonſtratione vtetur. Cùm igitur inutile futurum ſit, quid opus fuit huic Theoremati illud interſerere? Dicendum itaque ad hanc Quæſtionem, quòd quanuis nuſquam hoc vſurus ſit, Angulos ſcilicet, qui ſub Aequicrurium Baſi ſunt, æquales eſſe, ad Inſtantiarũ tamen deſtructiones, obiectionumque Theorematibus reſiſtentium ſolutiones hoc vtiliſimum erit. Artificioſum aũt eſt, ad ſcientiamque ſpectat ſolutiones oppugnantiũ ĩs, quæ dicenda ſunt præparare, reſponſionũque ſubſidia præmoliri. vt non ſolùm eorũ, quę vera ſunt Demonſtrationes ex ĩs, quę prius ſunt demõſtrata, verũ etiã Falſi redargutiones ex illis fiant. Et ſuſcipies quidem † ex hoc quoq; in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentũ. nam qui in illis etiã ſermonibus hoc facere poteſt, & ea, quæ ſequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod ſanè præter propoſitũ eſt) alĩs primò ipſorũ ſolutiones præparare, is vtique certiſimam mirũ in modum diſputationum viã prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque inſtitutor re ipſa nos docens, ante ea Theoremata, quibus reſiſtentes obiectiones ſoluemus, ĩs, quæ nunc oſtendũtur vtentes, Angulos etiam, qui ſub Aequicrurium Baſi ſunt, æquales eſſe ſimul demonſtrat, & mendacĩ, quòd in illis eſt redargutionem præparat. Quòd autem Inſtantias, quæ in ſeptimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc ſoluemus, procedentibus perſpicuũ erit. Ex his verò patet, qua etiam de cauſa ab hoc quoque Sextũ non conuertit, quoniam neque etiã præcipuam hoc affert vtilitatẽ, verùm per accidens ad totã ſcientiã nobis confert. Siquis autẽ à nobis petat, nos non producentes etiã æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Baſim Aequicrurium ſunt, æquales oſtendere (non enim opus eſſe per eos, qui ſub Baſi ſunt, hos quoq; æquales demonſtrare) quodãmodo Cõſtructionẽ tranſponentes, & eas quæ extrà fiunt conſtructiones intra ipſum Aequicrus facientes, Propoſitum oſtendemus. Sit. n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodcunque Signum, ſitque illud d, & ab ipſa a c, ipſi a d æqualis ſumatur, quę ſit a e, & protrahãtur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipſi a c: & a d, ipſi

Vide inferius in præſenti cõm.

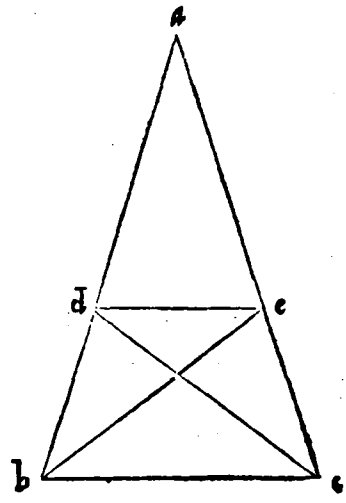
Dubitatio

Solutio.

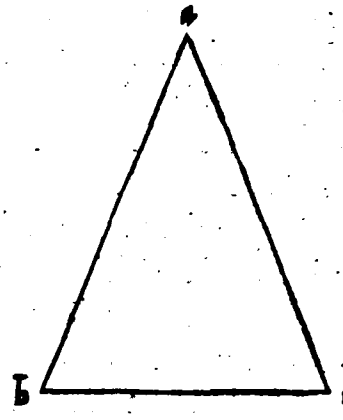
Notãdum † ex hoc quoq; eius qui i Geometria eſt eſt ordinis ad Rhetoricã emolumẽtum,

Ecce cauſa, quã ſuperius p̃miſit. Quidã huius Theorematis ca ſus.

a e æquales ſunt, Angulusqúe a cõmunis, erit etiam b e æqualis ipſi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quãob rem Angulus a b e, Angulo a c d ęqualis eſt. Rurſus quoniam d b, ipſi e c: & b e, ipſi d c ęquales ſunt, Angulusqúe d b e, Angulo e c d ęqualis eſt. & Baſis igitur d e cùm vtriſque cõmunis ſit, ſibi ipſi eſt æqualis, omniaqúe omnibus æqualia ſunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis eſt. Quoniã igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis eſt, à quibus Anguli d e b, e d c ęquales ablati ſunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales ſunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri ęqualia, & Baſis b c cõmunis. & omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quãobrem reliqui quoque Anguli, ſub quibus æqualia Latera ſubtẽdunt ęquales ſunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis eſt. nam Angulum quidẽ d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b ſubtendit. Aequicrurium igitur Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt, æqualibus etiã rectis Lineis non productis. Adhuc autẽ breuius hoc Pappus ipſe demonſtrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Aequicrus a b c, & ſit æqualis a b, ipſi a c. Intelligamus itaque hoc vnũ tanquam duo Triangula, & dicamus ſic. Quoniã a b, ipſi a c: & a c, ipſi a b ęquales ſunt, duæ vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales ſunt, Angulusqúe b a c, Angulo c a b æqualis eſt (idẽ .n. eſt) & omnia igitur, omnibus ęqualia ſunt. Baſis quidẽ b c, Baſi c b. Triangulum aũt a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. ſub his .n. æqualia Latera ſubtendunt, ipſa nẽpe a b, a c. Aequicrurium igitur Triangulorũ, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Videturqúe hunc Demonſtrationis modũ inueniſſe, cùm conſideraſſet quòd Elementorũ quoque inſtitutor in quarto Theoremate cũ duo Triangula vniſſet,



† nulla additione indigens, Demóſtratio Pappi.



&

ſibi inuicem congruere feciſſet, ex duobusqúe vnum confeciſſet, hoc modo ipſorum iuxta omnia æqualitatem obſeruauit. Conſimiliter igitur fieri poteſt, vt nos quoque in hoc vno per aſſumptionem duo Triangula contẽplantes, Angulorũ, qui ad Baſim ſunt æqualitatem demonſtremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiuſce Theorematis inuentionis cauſa, gratię ſunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertiſſe, ac dixiſſe quòd vtique omnis Aequicruris qui ad Baſim ſunt Anguli, ęquales ſunt; moreqúe Antiquorum æquales, ſimiles appellauiſſe. Magis autem quis eos iuniorum laude proſequeretur, qui adhuc magis vniuerſaliter demonſtrarunt (è quorum numero Gemînus etiam eſt) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam ſimilium partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt ſiue Rectã Baſim habeant, ſiue Circunferentiam, ſiue Cylindricam Helicẽ, ipſarum Anguli, qui ad Baſim ſunt, æquales ſint. hoc.n. Gemînus Theoremate vtens, oſtendit quòd tres ſolæ Lineæ & non plures ſimilium partium ſunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum deſcribitur Helix, & hoc eſt propriè vniuerſale, cui primò Symptoma hoc competit, quẽadmodum ſanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per ſe ineſſe oſtẽdetur. Non eſt igitur vniuerſaliter Aequicruris propriũ, & ſi etiam omni ipſi competit, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habere: ſed æqualium rectarum Linearum, ad ſimilium partium Lineam incidentium. illis enim primùm ineſt, æquales Angulos ſubtendere.

Thales fuit primus huiſ Theorematis inuentor.

Laudat Geminũ.

Theorema Geminí.

In 20. poſitione.

TEXTVS

Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ ſub æqualibus Angulis ſubtendunt, ſibi inuicem æqualia erunt.

Propõ 6. Theorema 3.

PRæſens Theorema duo hæc Theorematum in primis oſtendit, Conuerſionem, & ad impoſsibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, oſtenditur autẽ per Deductionem ad impoſsibile. Operæpretium eſt itaque de vtraque dicere quęcunque ad præſentẽ ſpectant tractationem. Conuerſio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Concluſiones, atque Suppoſitiones adinuicem Theoremata vicisſim accipiunt. & prioris quidem Concluſio, in poſteriori Suppoſitio fit: Suppoſitio

Cõm. 10.

Cõuerſio quid apud Geometras.

verò

verò, tanquam Concluſio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Suppoſitio quidem Aequicrus Triangulum hic eſt: Concluſio autem, Angulorum, qui ad Baſim ſunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Baſim æquales, hæc Aequicrura ſunt. quod ſanè ſextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppoſitionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales eſſe: Concluſionem verò, Laterum illos æquales Angulos ſubtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuerſio iuxta quandam ſolam Compoſitorum mutationem. ſi .n. Compoſitum Theorema fuerit, à pluribus Suppoſitionibus incipiens, in vnamque Concluſionem deſinens, † accipientes Concluſionem, vnamque ex Suppoſitionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppoſitionum veluti Concluſionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, ſub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Baſes æquales ſubtendunt: alterum autē, in æqualibus Baſibus æqualia Latera poſita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Baſibus, prioris Concluſio fuit: illud verò, æqualia Latera poſita, vna ex præaſſumptis in illo Suppoſitionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppoſitio. Duabus itaque hiſce Conuerſionibus exiſtentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis eſt, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, & non in vno, ſed in multis conuertens, propter Suppoſitionum multitudinem, quæ in Compoſitis Theorematibus eſt. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppoſitionibus vnū eſt quod conuertitur, quando Suppoſitiones nō omnes determinatæ, ſed quædam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quòd multæ falſæ Conuerſiones fiunt, & nō ſunt propriè Cōuerſiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus eſt. non tamen conuerſum etiam verū eſt, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus ſit. Cauſa autem, quoniam alterum quidē cōmunius eſt, alterum verò particularius. & de omni alterū ſolum de altero dicitur. In quibus autem quod primò ineſt, & ſecundum quod ipſum accipitur, in illis Conuerſio quoque conſequitur. Et hæc quidē Menechmi, Amphinomique familiares Mathematicos non latuere. Ipſorum autē quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare conſueuerunt, alia verò Conuerſa. Cùm .n. quoddam genus ſuppōnentes, aliquod de ipſo Symptoma demonſtrauerint, Præcedens hoc appellant. Cùm autē è contrario Suppoſitionem quidem Symptoma

† accipientes Concluſionem vnamque ex Suppoſitionib⁹, concluſio, nè faciūt, vnā Suppoſitionū, velē plures. & hoc modo.

Duplex Cōuerſio Geometrica, ꝓpria, atq; impꝓpria.

† Et non vnū vni, Sed vnum multis cō uertēs, iuxta Suppoſitionū Notadū.

Quid præcedēs, & quid Conuerſum Theorema.

ma fecerint: Concluſionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuerſum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet hoc Præcedens eſt. ſubiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipſum Aequicrus Triāgulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos ſubtendentia habet æqualia, & eſt Aequicrus. hoc Conuerſum eſt. Subiectum enim, huiusqúe paſſionem immutat. & hanc quidem ſupponit, illud verò ex hac oſtendit. Tot de Geometricis Conuerſionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impoſſibile, omnino quidem in euidens impoſſibile deſinunt, cuiuſqúe contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipſarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppoſitionibus opponuntur deſinere: alias verò in ea, quæ iſs, quæ prius demonſtrata ſunt contradicunt. nam præſens quidē ſextum Theorema id, quod accidit, impoſſibile eſſe oſtendit, eò quòd communem deſtruit notionem, Totum ſua parte maius dicentem. Octauum verò in impoſſibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis deſtruendæ vim habet, ſed eius, quod per ſeptimum Theorema oſtenſum eſt. quòd enim Septimum negauit, hoc illud affirmans oſtendit iſs, qui Quæſitum non concedunt. Omnis autem ad impoſſibile Deductio quòd Quæſito oppugnat accipiens, hocqúe ſupponens progreditur, donec in exploratum abſurdum incidat, per illudqúe Suppoſitionem auferens, id, quod à principio quærebatur corroboret. Omnino enim ſciendum eſt, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principiſs ſunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principiſs quidem duplices & ipſæ ſunt: aut enim à communibus notionibus, à ſolaqúe euidentia fidem per ſe facienti emanarunt: aut ab iſs, quæ præoſtenſa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel deſtruendorum vim habent. Verùm ponendi quidē principia vim habentes, Reſolutiones appellantur, hisqúe cōpoſitiones opponuntur. nam fieri poteſt vt à principiſs illis ad Quęſitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quàm Cōpoſitio eſt. Deſtruendi verò vim habētes, Deductiones ad impoſſibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quę conceſſa ſunt, exploraraqúe habentur deſtruere, huiuſce viæ opus eſt. Et eſt in hac quoque Ratiocinatiò quædam, non autem eadem, quæ in Reſolutione. in Deductionibus enim ad impoſſibile iuxta ſecundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio eſt. vt ſi Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos ſubtēdentia

Genus hic pro ſubiecto.

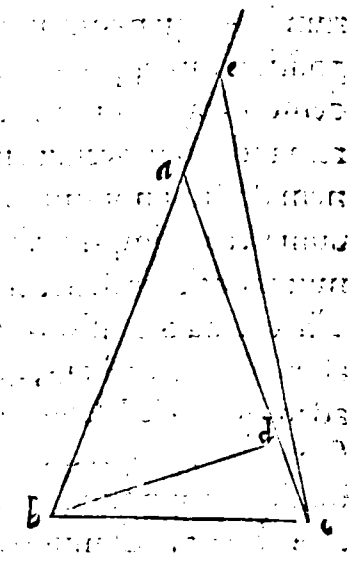
Epilogus.

Deductio ad impoſſibile quid apud Geometras.

Documentum.

Porphyr.

æqualia non ſunt, Totum ſuæ parti æquale eſt: verùm hoc fieri non poteſt. Triangulorum igitur duos Angulos ęquales habentium Latera quoque æquos Angulos ſubtendentia æqualia ſunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impoſſibile vocatur ſufficiant. Vtitur aũt (quod iã diximus) Elementorũ inſtitutor Conuerſione quidem, in Propoſitione, quippe qui Concluſionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppoſitionem tanquã Quæſitum adiecit: Deductione autem ad impoſſibile, in Conſtructione, atque in Demonſtratione. Si autem aliqui ſurgant dicentes, quòd nõ oportet ipſi a b ab ipſa a c æqualem auferentem, ad Signũ ç, facere ablationẽ, ſed ad Signum a, hanc quoq; ponentes Suppoſitionem in idem impoſſibile incidemus. Sit, n. a b ęqualis ipſi a d, & producatur b a, ponaturque æqualis a e, ipſi d c. Tota igitur b e, toti a ç ęqualis eſt. Connectatur ipſa e ç. Quoniã itaq; a c æqualis eſt ipſi b e, cõmunis autẽ b c, duę duabus æquales ſunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a ç b æqualis eſt. Sic. n. poſitum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b ç ęquale eſt, Totum parti, quod minimè fieri poteſt.



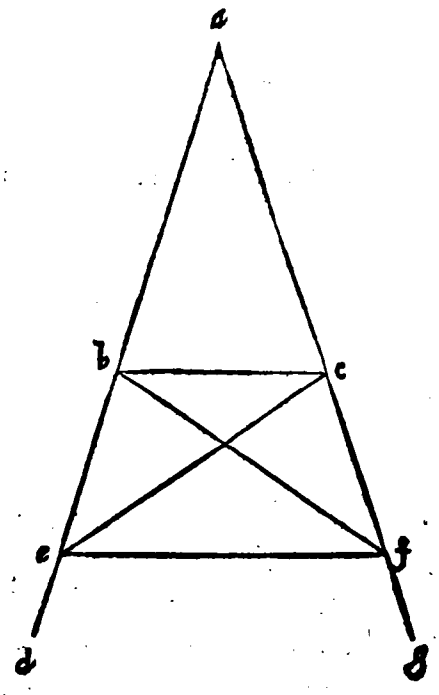
Verùm quoniam hoc quoque manifeſtum eſt, ſequitur vt reliquum etiam Conuerſionis oſtendamus. nam Elementorum quidem inſtitutor ad quinti Theorematis partẽ, totum ſextum conuertit. Operæpretium eſt autem reliquam quoq; Conuerſionem adijcere. hæc autem eſt illa, quæ accipit quidem tanquam Suppoſitionem, cuiuſdam Trianguli Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales eſſe: oſtendit verò Triangulum eſſe Aequicrus. Sit igitur a ç b Triangulum, & producantur a b, a ç ad Signa d g, ſintque Anguli, qui ſub Baſi ſunt, æquales. Dico quòd Triangulum a b ç, Aequicrus eſt. Sumatur. n. in Linea ad Signum ç, ipſique b e æqualis c f. & connectantur Lineę e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipſi ç f æqualis eſt, cõmunis autẽ b c, duæ duabus ęquales ſunt. & Angulus e b c, Angulo f ç b ęqualis eſt. ſub Baſi enim ſunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia ſunt. & Baſis igitur e c, Baſi f b æqualis eſt, Angulusque

Epilogus.

In principio huius cõmenti.

Quidã huius Theorematis caſus.

Demõ reliqui conuerſionis membri.



lusque b e c, Angulo c f b: & Angulus c b f, Angulo b c e. ſub ipſis enim æqualia Latera ſubtendunt. erat autem totus e b c Angulus toti f c b Angulo æqualis, ex quibus Angulus f b c, Angulo e c b ęqualis eſt. & reliquus igitur e b f, reliquo f c e æqualis eſt. eſt autem b e, ipſi c f: & b f, ipſi c e æqualis, æqualesque continent Angulos. & omnia igitur omnibus ęqualia ſunt. Quapropter Angulus etiam b e f, Angulo c f e æqualis eſt. Quamobrem Latus quoque a e, Lateri a f ęquum eſt (per ſextum, oſtenſum .n. eſt) ex quibus b e, ipſi c f æqualis eſt. ſic enim ablatę fuere. reliqua igitur a b, reliquæ a c æqualis eſt. Aequicrus ergo eſt Triangulum a b c. Tum igitur ſi duos, qui ad Baſim ſunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus eſt: tum ſi Lateribus productis duos, qui ſub Baſi ſunt Angulos ęquales habuerit, hoc etiam modo datum Triãgulum Aequicrus erit. Qua de cauſa igitur reliquam quoq; partem Elementorum inſtitutor non conuertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui ſub Baſi ſunt æquales eſſe extra propoſitum erat, aliorum dubiorum ſolutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Baſim ſunt ęqualibus exiſtentibus Triangulum Aequicrus eſſe neque ad præcipuam Demonſtrationem, neq; ad eorum, quæ quæruntur ſolutionem ipſi confert, cùm ſequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipſiſque anſam illa præbeãt, Angulis, qui ſub Baſi ſunt, ęqualibus exiſtentibus, Aequicrus & Triangulum oſtendi? ſi .n. omnis recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam, duosque Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui ſub Baſi ſunt æqualibus datis, & qui ad Baſim ſunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus exiſtentibus, & Latera ipſos ſubtendentia erunt æqualia. Hoc itaq; in tota Elementari inſtitutione vſus Euclides accipere potuit, quòd Angulis, qui ſub Baſi ſunt ęqualibus exiſtentibus, Triangulũ Aequicrus eſt. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

Propõ 13. matum Demonſtrationem. nam paulò pòſt apparebit Theorema oſtendens, quòd ſi recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quę quidem hoc præcedunt, hac Conuerſione nihil indigent: quæ verò hoc ſequuntur, hac indiguere, hocque Theoremate fidem facient.

Propõ 7. Theorema 4.

TEXTVS

Super eadem recta Linea duabus eiſdem rectis Lineis aliæ duæ rectæ Lineę equales altera alteri, ad aliud atque aliud Signum, ad eaſdem partes, eadem Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes non conſtituentur.

Cõm. 11. PRæſens Theorema rarum quid paſſum eſt, quod haud frequenter ijs, quæ ſcientiam pariunt Propoſitionibus euenire ſolet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non ſatis proprium ipſis eſt. vtplurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorũ Theorematum Propoſitiones, affirmationes ſunt. Cauſa autem (vt Ariſtote. in 1. poſt tex. 31. inquit Ariſtoteles) quoniam vniuerſale quidem affirmans ſcientijs maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeque nihil indigens: vniuerſale verò negans, affirmatione quoque indiget, ſi debet oſtendi † nam ex negantibus tantùm neque Demonſtratio eſt, neq; Ratiocinatio quędam. Atque idcirco Demonſtrantes ſcientiæ, plurima quidem affirmantia oſtendunt, rarò verò negantibus vtuntur concluſionibus. Admirabili autem diligentia plena eſt huiuſce Theorematis Propoſitio, omnibusque additionibus vincta, quibus adeò certa, atque indubitata facta eſt, vt ab ijs, qui calumniari conantur, coargui, cõuincique minimè poſſit. nam primò quidem particula illa [ſuper eadem recta Linea] ſumpta eſt, ne ſuper alia duas duabus alteram alteri æquales oſtendamus, Propoſitioneque vtentes circumueniamus. Secundò vna recta Linea exiſtẽte, nõ inquit ſuper ipſam duas duabus æquales ſimpliciter conſtituere (hoc enim fieri poteſt) ſed alteram alteri, quid .n. mirũ eſt vtraſque vtriſq; equales ſumpſiſſe eum, qui alteram quidem earum, quæ conſtituuntur protrahit: alteram verò contrahit? Verùm alteram alteri (inquit) impoſſibile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid enim ſi quis cùm primis duabus duas alias alteram etiam alteri equales feciſſet, haſce illis in eodẽ Signo, quod ſubiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptaſſet, hasque conſtituiſſet? omnino .n. æqualibus rectis Lineis exiſtentibus, Extrema quoque ipſarum con-

† nam ſine affirmõne neque

Prima huius Theorematis cõditio.

Secunda.

Tertia.

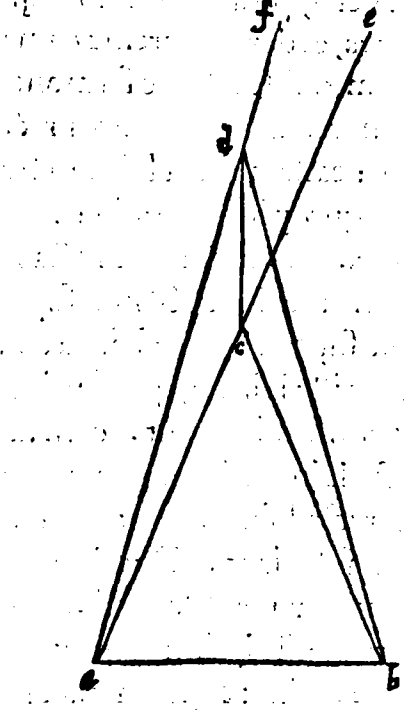
gruẽt.

gruent. Quartò adiecit particulam [ad eaſdem partes] quid enim ſi vna recta Linea ſubiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipſius partem, alteras verò ad alteram poſuiſſemus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppoſitos vertices habentium Baſis eſſet? Ne igitur hoc paſſi, noſtram deceptionem ad Elementorum inſtitutorem inferamus, adiecit particulam [ad eaſdem partes,]. Quintò ſubdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam ſuper eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad eaſdem partes conſtituiſſet, tota recta Linea vſus, & ſuper hac ipſas duas conſtituens, iſs, quę conſtituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. ſi enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipſius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteriqúe Dimetienti. Verùm æquales eadem non habebunt Extrema. neque. n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipſę autem erant æquales. His igitur diſtinctionibus ſeruatis & Propoſitio vera, & Ratiocinatio certa oſtenditur. Fortaſſe autem quidam præter hos quoq; omnes ſcientiam gignentes Terminos inſtare auſi eſſent dicentes, quòd his etiã ſuppoſitis, fieri poteſt vt id, quod Geometra dicit impoſsibile ſit: Sit. n. a b recta Linea, & ſuper hac duabus a c, c b, duę æquales a d, d b, ſintqúe hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d ſint, eademqúe Extrema cum iſs, quæ initiò ductæ ſunt rectis Lineis habeant, a ſcilicet, atque b. & ſit a c quidem æqualis ipſi a d: b c verò, ipſi b d. Aduerſus itaque hoc modo inſtãtes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his. n. conſtructis manifeſtum, quòd Triangulũ quidem a e d Aequicrus eſt, æquali exiſtẽte (vt aſſerit eorum oratio) a d, ipſi a c: Anguli verò, qui ſub Baſi, æquales, Angulus ſcilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior eſt Angulo b d c. multò maior igitur eſt Angu-

Quarta.

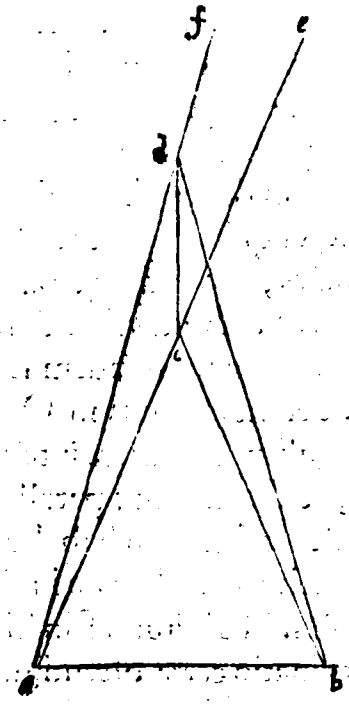
Quinta.

Inſtantia.



Reſpõſio.

Angulus b c d, Angulo b d c. Sed quoniam rurſus Linea d b æqualis eſt Lineæ b c, Anguli etiam, qui ad Baſim, æquales ſunt, nempe Angulus b c d, Angulo b d c. Idem igitur & multò maior, & æqualis eſt, quod minimè fieri poteſt. Et hoc quidem eſt, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui ſub Baſi ſunt, ſibi inuicē æquales eſſe, quanuis ad ſequentium Theorematū Demonſtrationes vtile non ſit, ad Inſtantiarum tamen ſolutiones maximē affert vtilitatem. in præſentia nanque Inſtantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a c, a d ęqualibus exiſtentibus, Anguli quoq; e c d, f d c æquales erunt. Conſimiliter autē in alijs quoq; Theorematibus ad dubiorum ſolutiones maximè nobis cōferre apparebit.



Alia Inſtātia. Si quis autem dicat quòd ſint ſuper recta Linea a b, rectæ Lineæ b d, b c ęquales rectis Lineis a c, a d, quarum b c quidem ęqualis ſit ipſi a c, b d verò, ipſi a d, ad aliud atq; aliud Signū, a ſcilicet, atq; b, ad eaſdem partes, eadem Extrema cum ipſis a c, a d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc ſermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas ſuper recta Linea a b conſtituere, hiſqúe æquales ſuper eadem recta Linea a b conſtitui? hoc modo enim Elementorum quoq; inſtitutor in Propoſitione dicit. Ipſe autem a c, & a d rectę Lineæ non ſunt ſuper recta Linea a b, ſed ad quoddam eius Signum conſtitutæ ſunt, & non ſuper ipſa. Quamobrem aliæ quidem ſunt quæ ſuper a b recta Linea conſiſtunt, vt a c, c b, & a d, d b: aliæ verò rectæ illę Lineæ, quæ à principio poſitæ fuerant † quæqúe ipſis ęquales conſtitui debent. cùm tamen opus ſit rectas Lineas, quæ ſuper recta Linea a b conſtituuntur, æquales ipſis eſſe, quæ erant ſuper ipſa a b recta Linea. Tot etiam aduerſus hæc, & aduerſus hanc quæſtionem ſufficiant. Quòd autem præſens Theorema ab Elementorum inſtitutoꝝ per Deductionem ad impoſsibile oſtenſum eſt, & quòd impoſsibile ipſum communi oppugnat notioni dicenti, totum eſt ſua parte maius: &, idem maius, æqualeqúe eſſe non poteſt, manifeſtum eſt. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præaſſumpta octaui

Reſpōſio.

† quæque ipſis æquales ſunt.

Theo-

rematis esse, ad illius nanq; Demonstrationem confert, & neq; Elementum simpliciter est, neque Elementare. non.n. ad plura suam extendit vtilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius vsum reperiemus.

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint aũt & Basim Basi æqualem: Angulum quoque Angulo ab æqualibus rectis Lineis contentum, æqualem habebunt.

Propõ 8. Theorema. 5.

OCtauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum. non.n.totam illius Suppositionem, Conclusionem; totamqúe Conclusionem, Suppositionem facit. Verùm aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæsitorum, quæ in illo sunt contexens, vnũ quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæsitorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæsitorumqúe immutatio Conuersionem efficit. Siquis autẽ causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positũ est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo fit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniã verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cùm per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate, euidentiora .n. ad redargutionẽ sunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia sunt, ijs quæ Theorematibus contradicunt. hęc siquidẽ

Cõm. 12.

Quęstio

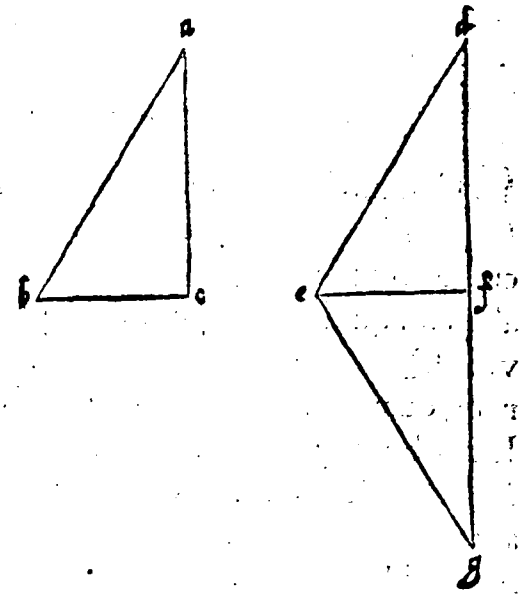
Respõsio.

per

per Demonſtrationem ſumpta ſunt, illorum autẽ cognitio Demonſtratione melior eſt. At Elementorum quidem inſtitutor ex iam demonſtrato ſeptimo Theoremate quod nunc proponitur oſtendit.

Philonis Demonſtratio.

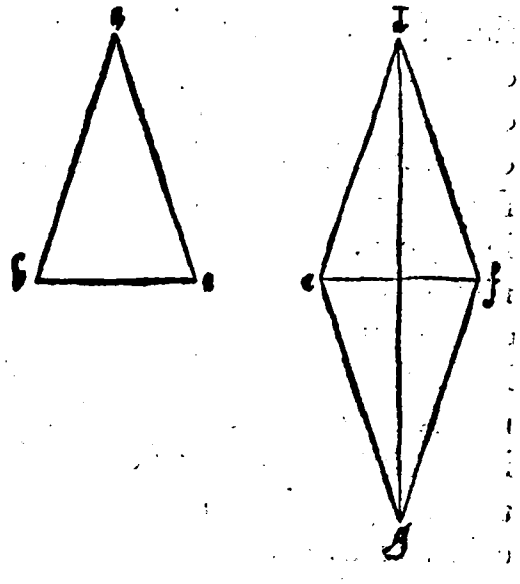
Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauũ ſe demonſtratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis exiſtentibus a b c, & d e f, duoqúe Latera duobus Lateribus ęqualia, & Baſim b c, Baſi e f ęqualem habentibus, Baſis Baſi congruens, Triãgulumqúe a b c, & Triangulum d e f poſitum in eodem quidem Plano, ne Baſis declinatio duorum ſit: ad alteram verò vtcunq; ipſius e f rectæ Lineæ partem, ita vt oppoſiti ipſorum vertices ſint, vicequ̇e ipſius a b c, ſit hoc modo poſitum ipſum e f g. & ſit ipſi quidem d e, æqualis e g: ipſi autem d f, ipſa f g. Ipſa itaque f g aut in directũ poſita erit Lineæ d f, aut non in directum. & ſi nõ in directum, aut iuxta internã partem Angulum ad ipſam faciet: aut iuxta externam. Sit primùm in directũ poſita. Quoniam igitur ęqualis eſt d e ipſi e g, vnaqúe eſt Linea ipſa d f g, Triangulũ d e g Aequicrus eſt, & Angulus, qui ad Signum d, Angulo, qui ad Signum g æqualis eſt. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cõnectaturqúe d g. Quoniam igitur e d, e g æquales ſunt, Baſisqúe d g, Angulus etiam e d g Angulo e g d æqualis eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt d f, ipſi f g, Baſisqúe d g, Angulus quoq; f d g, Angulo f g d æqualis eſt. Erat aũt & Angulus e d g æqualis Angulo e g d. Totus igitur e d f, toti f g e ęqualis



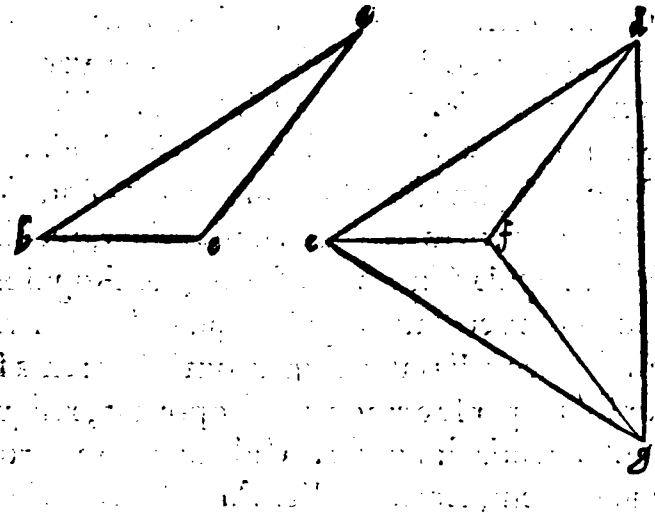
Caſus Demonſtrationis Philonis.

Primus.

Secundus.



æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe. Tertiò autem iuxta externam partem faciat Angulum ad ipſam df, ipſa fg, & connectatur extrà recta Linea dg. Quoniam igitur de, eg æquales ſunt, Baſisque dg, Anguli edg, dge æquales sũt. Rurſus quoniam df, fg æquales ſunt, Baſisque dg, Angulus fdg, Angulo fgd æqualis eſt. Erãt autem toti etiam edg, dge Anguli ad inuicem æquales. & reliqui igitur edf, fge Anguli inter ſe æquales erunt. & ſic Propoſitum iuxta quamlibet fg rectæ Lineæ poſitionem inuentum eſt, dum Theorema nos demonſtrauimus, ſeptimoque nuſquam vſi fuimus. Num igitur (dicunt ipſi) fruſtra illud ab Elementorũ inſtitutore introductum eſt? ſi.n. propter octauum tantùm ipſum aſſumpſimus, octauum autem abſque etiam illo oſtenſum eſt, quonam pacto penitus inutile ſeptimum non apparet? Aduerſus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præceſſere dixerunt) quòd ſeptimum Theorema demonſtratum, iis, qui Aſtronomicarum rerũ periti ſunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque defectibus habetur ſermo, maximam affert vtilitatem. hoc.n. aiunt vtentes oſtendiſſe quòd tres conſequenter Defectus æquali ſpatio ab inuicem diſtantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt ſecundus tanto temporis ſpatio diſtet à primo, quanto tertius à ſecundo. Exempli gratia, ſi poſt primum ſecundus ſex menſibus, vigintique diebus elapſis factus fuit: Tertium vtique poſt ſecundum tanto tẽporis ſpatio minimè factum eſſe, verùm aut maiori, aut minori. hoc autem ſic ſe habere per ſeptimum Theorema demonſtrari. & non hoc ſolùm Elementorum inſtitutorem tanquam ad Aſtronomiam nobis conferens obiter oſtendiſſe, verùm multa quoque alia Theoremata, atq; Problemata, vltimum.n. in quarto, per quod quindecim Angulorum Figuræ Latus Circulo inſcribit, cuius gratia quis dixerit eũ proponere niſi ad Aſtronomiam huiuſce Problematis relationis? qui enim deſcripſerunt in Circulo per Polos tranſiente Quindecangulũ,



Tertius.

Dubitatio

Solutio.

Tres defectus cõſequẽter æquali ſpatio diſtantes eſſe nõ poſſunt.

Vltima propoſitio libri quarti quõ ad Aſtronomiã conferat.

Polorum Æquatoris à Signiferi Polis diſtantiam habent. Quinde-
cangulari ſiquidem Latere ab inuicem diſtant. Videtur igitur Ele-
mentorum inſtitutor ad Aſtronomiam etiam reſpiciens, multa præ-
oſtendere, ad illam quoque ſcientiam nos præparans. Cùm autem
ſimul vidiſſet quòd ſeptimum hoc Theorema ex quinto Theorema-
te oſtenditur, octauumqúe abſque vlla varietate oſtendit, hunc ipſi
locum præbuit, ſiquidem Philonis additio pulchra quidem eſt, Ca-
ſuum autem varietate Elementari inſtitutioni non ſatis conueniens.

Dubitatio Ad hanc igitur Quæſtionem hęc dicta ſint. Siquis autem dubitet qua
ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,

Solutio, & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales eſſe; Dice-
mus quòd verticali Angulo æquale demonſtrato, omnia quoque o-
mnibus æqualia eſſe per quartum Theorema ſequutum eſt. Hoc igi-
tur ſolum per ſe demonſtraſſe oportuit, reliqua verò omnia tãquam

Documẽ- conſequentia ſumpſiſſe. Videtur autem verticalium Angulorum ę-
tum. qualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Baſiumqúe
æqualitas efficere. neque enim Baſibus inæqualibus exiſtentibus
ijdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus
ſuppoſitis, verùm dum Baſis minor fit, Angulus ſimul diminuitur,
& dum creſcit illa, Angulus quoque vnà creſcit. neque ijſdem Baſi-
bus exiſtentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angu-
lus manet, verùm dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò
augentur, ĩminuitur. Contrariam. n. paſſionẽ Anguli, Lateraqúe illos
cõprehendentia patiuntur. etenim ſi in eadẽ Baſi Latera in inferiorẽ
partẽ deſcẽdere intelligas, ipſa quidẽ diminuis, Angulum aũt ab ipſis
cõprehenſum auges, maiorẽqúe ipſorũ ab inuicẽ diſtantiam efficis. Si
aũt in altũ ferri, additamentumqúe ſuſcipere: Angulum, quẽ con-
tinent diminuis. coincidunt ſiquidem diutius, vertice ipſorum magis
remoto à Baſi facto. Certum igitur eſt dicere, quòd & Baſis eadẽ exi-
ſtẽs, & Latera ęqualia exiſtẽtia, ipſius Anguli ęqualitatẽ determinãt,

TEXTVS

Datum Angulum rectilineum bifariam ſecare.

Propõ 9. Probl. 4.

Cõm. 13. PRoblematibus Theoremata admiſcet, Theorematibus'q; Proble
mata contexit, & vtriſq; totã Elementarem inſtitutionem cõficit,
tum quidem Subiecta comparãs, tũ verò Symptomata circa ſubiecta

ipſa

ipſa conſiderans. Cùm itaque præcedentibus oſtendiſſet & in vno Triangulo equalitati Laterum conſequentem equalitatem Angulorum, & è contrario: & in duobus Triangulis ſimiliter, hoc excepto, quòd Conuerſionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuerſus fuit, ad Problemata tranſit, iubetque datum Angulum rectilineũ bifariam ſecare. Et manifeſtum, quòd Angulus hîc quidem iuxta Formã eſt datus. Rectilineus. n. dictus eſt, & non quicunq;. nam omnẽ Angulũ bifariam ſecare ſecundũ Elementarem inſtitutionem non poſſumus. quandoquidem ambiguum etiam eſſe poſsibile eſt, an omnis Angulus bifariam ſecari poſsit. fortaſſe enim dubites vtrũ poſsibile ſit Cornicularem Angulum bifariam ſecare. Quinetiã ſectionis Ratio nobis diſtincta fuit, & hoc rurſus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præſentem tranſgreditur Conſtructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinq; partes æquales. nam Rectum quidem trifariã ſecare poſsibile eſt, paucis eorũ, quæ poſterius tradenda ſunt vtentem: Acutum verò, impoſsibile ad alias Lineas non traſcendentem, quæ miſtæ ſunt Speciei. Hoc autẽ manifeſtant qui hoc modo propoſuere. Datum Angulum rectilineum trifariam ſecare. nam Nicomẽdes quidẽ ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinẽ, & Symptomata tradidit, inuentor ipſe proprietatis ipſarum exiſtens, omnem rectilineum Angulum trifariam ſecuit. Alij verò, ex Hippię, Nicomẽdisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, miſtis hi etiam quadrantibus Lineis vſi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum ſecuerunt. quorum conſiderationes ijs, qui inſtituuntur contemplatu difficiles cùm ſint, in præſentia omittimus. forſan enim magis cõmodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum inſtitutore datam Circunferentiam biſariam ſecante. ibi nanque idem inquiſitionis eſt modus, non ſolùm bifariam, verùm etiam Trifariam ſecare. & ab ijſdem Lineis priſci omnẽ Circunferentiam in tres partes æquales diuidere conati ſunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantùm, & Circunferentiæ mentionem fecit, ſolum rectilineum Angulum, Circunferentiamque bifariam tantùm ſecuit. Species autem, quæ ex his miſtione conſtituuntur explicatu, enumeratuque difficiles exiſtentes, haud curioſè examinans, omnes huiuſcemodi inquiſitiones, quæcunque miſtis egent Lineis prætermittit, in primis, ſimpliciſsimisque formis ea ſolùm, quæ ex his vel fieri, vel conſiderari poſſunt inueſtiganda proponens. quale profectò eſt, quod etiam in preſentia proponitur Problema [Datum An-

Circa hoc Vide Vitellionẽ i 28. Propoſitione primi.

Nicomẽdes ꝓprietatis Conchoidũ Linearũ fuit inuentor.

In Propoſitione 30. tertii Elemen.

Hic tradit cauſam ꝓpter quã Eucl. rectilineũ Angulũ ſolũ, & Circunferentiam in duas tãtũ partes æquales ſecuit.

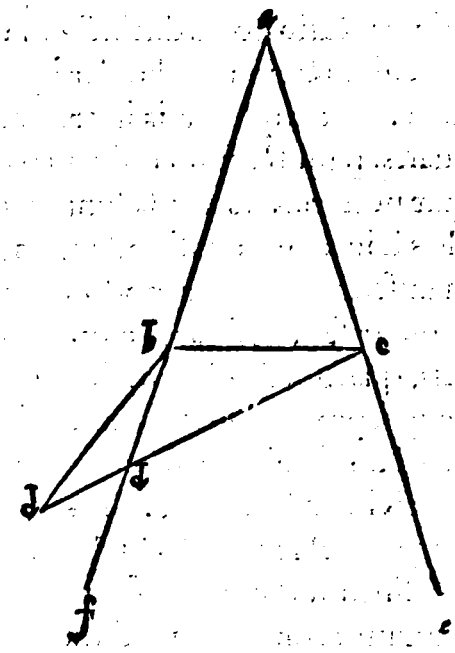
gulum rectilineum bifariam ſecare] in hoc enim in Conſtructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate; in Demonſtratione verò, ſolo octauo Theoremate vtitur. omnino ſiquidem Problemata quoque Demonſtratione egent (vt prius etiam diximus) quodque ſcientiam gignit, ab hac adipiſcuntur. Fortaſſe autē quidam aduerſus Geometram inſtent dicentes, quod apud ipſum cōſtituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verùm aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifeſtum vtrumque quòd dicitur, per elementa. Sit Angulus b a c, quem bifariam ſecare oportet. & in Linea a b, Signum b, & ipſi b a æqualis c a, & connectatur b e, cōſtituaturque in ipſa Triangulum æquilaterum b c d. hoc porrò d Signum aut inter a b, a c rectas Lineas eſt, aut in a b, aut in a c, aut extra vtranque. Elementorum itaque inſtitutor inter illas ipſum aſſumpſit, & propterea qui impedimento ſunt, Demonſtrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearū ipſum poſitum eſſe dicunt; aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea a b, ita vt b c d Triangulum æquilaterum ſit. Aequalis igitur eſt d b, ipſi d c, & Anguli, qui ad Baſim, æquales ſunt, Angulus ſcilicet c b d, & Angulus b c d. Totus igitur b c e maior eſt Angulo c b d. Rurſus quoniam a b, ipſi c a æqualis eſt, Triangulum a b c æquicrus eſt, & Angulos, qui ſub b c Baſi ſunt, æquales habebit. Angulus igitur b c e, Angulo c b d æqualis eſt. Erat autem & maior, quod fieri non poteſt. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea a b d eſſe non poteſt. Similiter oſtendemus quòd neque etiam in Linea a c e. Ponatur igitur extra vtranque ſi fieri poteſt. Quoniā igitur b d, ipſi c d æqualis eſt; Anguli, qui ad Baſim, æquales ſunt, nempe b c d, & c b d: Maior igitur eſt Angulus b c d, Angulo c b f. multò igitur maior eſt b c e, ipſo c b f. verùm æqualis etiam ipſi eſt, ſub Baſi ſiquidē b c. Aequicruris a b c ſunt, quod fieri non poteſt. Non ergo d Signum extra

duas

In lib. 2. cap. 8.

Inſtantia.

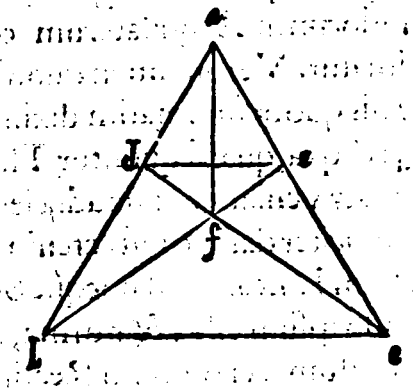
Solutio.

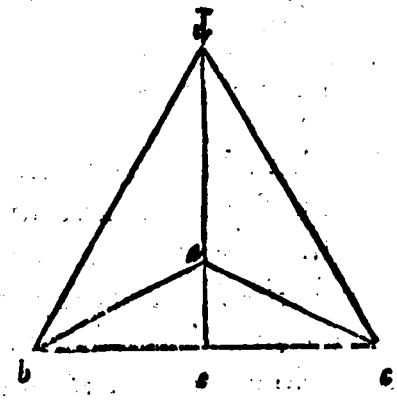


duas Rectas in his partibus incidit. Similiter autem oſtendemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rurſus quòd Inſtantias redarguimus hoc vtentes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui ſub Baſi ſunt, æquales habere. hoc illud, quòd prius dicebamus, quòd plura ſcientię oppugnantium, debilia, facileque cõfutabilia hoc Theoremate oſtenduntur: & quòd hanc Geometræ præſtat vtilitatem. Siquis autem dicat ſub Baſi b c locum non eſſe: opus eſſe verò Aequilaterum ad eaſdem partes, in quibus ſunt Lineæ b a, a c conſtituere, neceſſe vtique erit Lineas, quæ conſtituuntur aut ipſis b a, a c congruere, ſi ipſæ quoque Baſi c b æquales: aut extra ipſas cadere, ſi ipſæ Baſi b c minores: aut intra, ſi ipſæ b a, a c, ipſa b c maiores fuerint. Congruant primùm, ſitque Aequilaterum ipſum b a c, & ſumatur in Latere a b Signũ d, & à Latere a c auferatur æqualis ipſi a d, quæ ſit a e, connectanturque d e, b e, c d, a f. Quoniam itaque a b, ipſi a c: & a d, ipſi a e æquales ſunt, duæ b a, & a e, duabus c a, a d æquales ſunt, eũdemque Angulum comprehendũt. Quamobrẽ & omnia omnibus ſunt æqualia, & Angulus d b e, Angulo e c d æqualis eſt. Aequalis autem eſt & d b ipſi e c: & b e, ipſi c d. Et omnia igitur omnibus æqualia ſunt. Quapropter Angulus d e b, Angulo e d c æquus eſt. ſub his n. æqualia Latera ſubtendunt. Et d f igitur ipſi e f (per ſextum) æqualis eſt. Quoniam igitur a e, ipſi a d æqualis eſt, & a f cõmunis, Baſisque d f, Baſi e f æqualis, Angulus d a e ĩ duas partes æquales diſſectus eſt, quod faciendum erat. Si autem extra b a, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, ſint b d, d c, conexaque d a producatur vſq; ad Signũ e. Quoniam itaque b d, d c æquales ſunt, communis autem d a, Baſesque b a, a c æquales, Angulus quoq; b d a (per octauum) Angulo c d a æqualis eſt. Rurſus quoniam b d, d c æquales ſunt, & d e cõmunis, Angulosque æquales continent (vt oſtenſum eſt) Baſis quoque b e, Baſi e c (per quar-

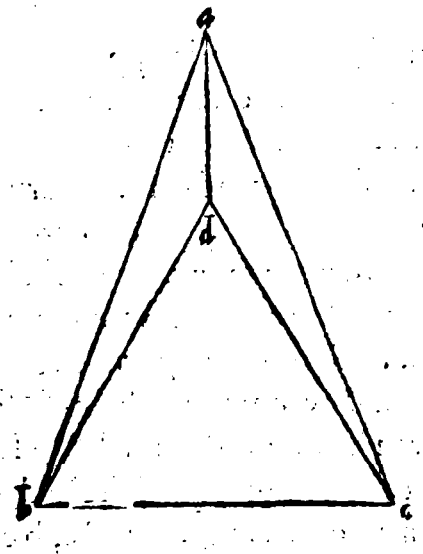
Idẽ ſuperius in cõ. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Caſus.





quartum) æqualis eſt. Quoniam igitur a b æqualis eſt ipſi a c, communisque a e, Angulus quoque b a e, Angulo c a e æqualis eſt, quod oſtendendum erat. Si verò intra a b, a c rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, vt ipſa b d, d c, connectatur rurſus Linea a d. Quoniam itaque b a, ipſi a c æqualis eſt, communisque ipſa a d, Baſis autem b d æqualis eſt Baſi c d, et Angulus ergo b a d Angulo c a d (per octauum) æqualis eſt. Bifariam ergo ſecatur Angulus, qui eſt ad Signũ a, quomodocunq; Aequilaterum conſtituatur. Veruntamen quoniam de his quoq; ſummatim diximus, ad reliqua, quæ ſequuntur Theoremata veniamus, tale adijcientes circa Angulum datum, quòd quadrupliciter dari poteſt. etenim Poſitione, vt quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipſum eſſe: & Forma, vt quando Rectum, vel Acutum, vel Obtuſum, vel omnino Rectilineum, vel Miſtum dicimus: & Ratione, cùm duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, vt cùm tertiã partem Recti dicimus. Præſens autem Angulus Forma tantùm datus eſt.



Documẽtum.

TEXTVS

Datam rectam Lineam finitam, bifariam ſecare.

Propõ 10. Probl. 5.

PRoblema hoc quoque eſt, quod finitam quidem rectam Lineam ſupponit, ſiquidem ex vtraque parte infinitam terminare non poſſumus. Infinitæ autem ex altera parte tantùm, vbicunque Signũ ſumptum fuerit, in inæquales partes fit ſectio. illa enim, quæ in eiſdẽ partibus eſt, in quibus recta Linea infinita exiſtit, reliqua finita exiſtente, neceſſariò eſt maior. Reliquum igitur eſt vt ex vtraque parte finita accipiantur quæ bifariam ſecari debet. Fortaſſe autem quidam ab hoc

Cõm. 14.

Dubitatio

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppoſitio apud Geometras hoc præacceptum eſt, Lineam non conſtare ex impartibilibus. ſi enim ex impartibilibus conſtet, aut ex imparibus finita, cõpletaqúe exiſtit: aut ex paribus. At ſi ex imparibus, impartibile quoque ſecari videtur dum Recta bifariam ſecatur. quoniam altera ipſius pars cùm ex pluribus impartibilibus conſtet, reliqua maior erit. Fieri igitur non poteſt vt data recta Linea bifariam ſecetur, ſi Magnitudo ex impartibilibus conſtat. Si autem nõ ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipſi) hoc communi omnium conſenſu accipi, Geometricumqúe principium eſſe, Magnitudinem ex eorum eſſe numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Gemînus ait aduerſus hæc dicemus, quòd diuiſibile quidẽ Continuum eſſe iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum eſſe dicimus, quod ex partibus coniunctis conſtat, omnino autem hoc diuidi etiam poſſibile eſt, quòd verò in infinitum quoq; Continuum diuiditur, non præſumpſere, ſed ex proprijs demonſtrant principijs. cùm enim oſtendunt quòd incommenſurabilitas in Magnitudinibus eſt, & non omnes ad inuicem cõmenſurabiles ſunt, quid aliud ipſos oſtendere quiſpiã dicat, niſi quòd omnis Magnitudo in ſemper diuiſibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cùm minimum communis menſura omnium Magnitudinum ſit? Hoc igitur demonſtrabile, illud verò, Pronuntiatum eſt, quòd ſcilicet omne Continuum, eſt diuiſibile. Quapropter cùm finita quoque Linea continua ſit, diuiſibilis eſt. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum inſtitutor in duas ſecat partes æquales, non autem tanquam præaſſumens quòd in infinitum diuiſibilis eſt, non enim idem eſt, diuiſibile aliquid eſſe, & in infinitum eſſe diuiſibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam ſermo inſecabiles Lineas inferens. omnino enim ſi eſt Linea, aut Recta eſt, fieriqúe poteſt vt bifariam ipſa ſecetur: aut Circularis, & eſt maior quadã Recta (omnis ſiquidem Circularis prorſus quandam Rectam minorem habet) aut Miſta, atque eò magis hæc diuiſibilis eſt, cùm ex Simplicibus diuiſibilibus conſtet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam ſecat, in Conſtructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonſtratione verò, quarto ſolo. per Angulos enim Baſes æquales oſtendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam ſecat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariã ſecturi ſumus, & Cẽtro

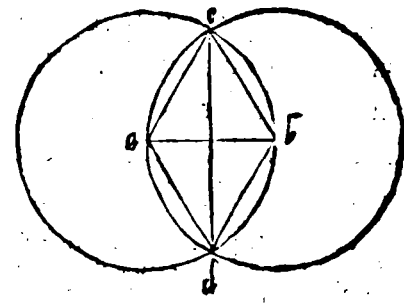
Solutio ex Gemini ſẽtentia.

Vide Ariſto. in libello de Lineis iſecabilibus.

Confutat hic Xenocratis opinio de Lineis iſecabilibus. vid et Ari. in libello de Lineis inſecabilibus.

Apol'onii Pergæi Demõſtratio

tro quidem a, interuallo autem a b, Circulus deſcribatur. Rurſusque Cẽtro quidem b, interuallo verò b a, alius Circulus deſignetur, & connectatur ad communes Circulorum ſectiones recta Linea c d. hæc bifariam ſecat rectam Lineam a b. cõnectantur enim d a, d b, & c a, c b, quę æquales ſunt. nam vtraque ipſi a b æqualis eſt. Communis autem c d, & d a, ipſi d b per eandem rationem æqualis eſt. Angulus ergo a c d, Angulo b c d æqualis eſt. Quamobrem a b (per quartum) bifariam diſſecta eſt. Talis eſt ſecundum etiam Apollonium præſentis Problematis Demonſtratio, ab æquilatero quidem Triangulo & hæc ſumpta: vice autem huius, Angulum nẽpe, qui ad c Signũ eſt bifariã diſſectũ ſuſcepiſſe, bifariam cum eſſe diſſectum per æqualitatem Baſium oſtendens. Multò igitur melior Elementorum inſtitutoris Demonſtratio eſt, cùm & ſimplicior ſit, & ex principijs ſcaturiat.



Epilogus.

Melior eſt Eucli. Demõ Demõſtratione Apollonij

Propõ 11. Probl. 6.

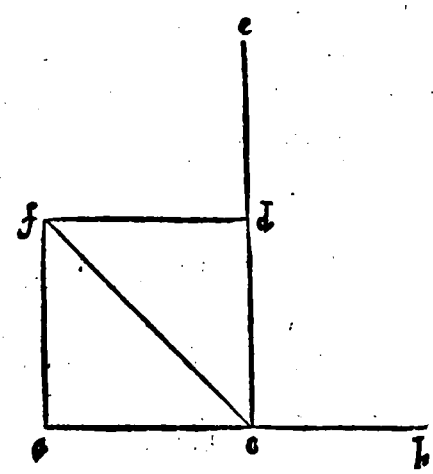
TEXTVS.

Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos excitare.

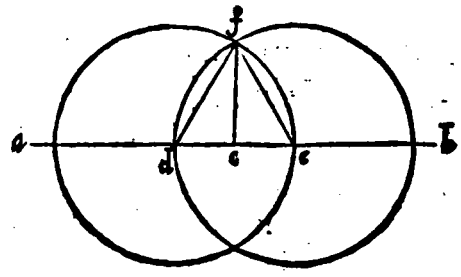
Com. 15. SIue ex vtraque parte finitam, ſiue ex vtraque infinitam, ſiue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipſa, præſentis Problematis Conſtructio cõmodè Geometræ ſuccedet. quanuis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipſam producentes, eadem faciemus. Manifeſtum autem quòd Signum quidem in Præſentia Poſitione datum eſt, cùm in recta Linea Poſitione tantùm iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data eſt. Magnitudo ſiquidem ipſius, vel Ratio, vel Poſitio non fuit diſtincta. Elementorum itaque inſtitutor primo vſus Theoremate, atque Tertio, vnaque Petitionum, prima ſcilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaque Definitione, propoſitum oſtendit. Si autem quidã in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri poſſe oſtendemus.

Caſus problematis.

mus. Sit enim recta Linea a b, datumque in ea Signum a, & ſumatur in recta Linea a b quodcunq; Signum, ſitque illud c, & ab hoc (quemadmodum Elementū nos docuit) ipſi a b, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, ſitque illa c e, & ab ipſa c e, ipſi a c æqualis abſcindatur d c, & Angulus, qui ad Signum c bifariam ſecetur à Linea c f, & à Signo d, ipſi e c ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea f c in Signo f, & à Signo f, ad Signum a connectatur f a. Dico quòd Angulus, qui ad Signum a, rectus eſt. cùm .n. d c, ipſi c a æqualis ſit, cōmunis autem c f, Angulosque æquales contineāt. (Angulus .n. qui ad Signum c, bifariam ſectus fuit) & d f igitur, ipſi f a æqualis eſt, omniaque ſimiliter omnibus (per quartum) æqualia ſunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a, Angulo, qui ad Signum d æqualis eſt. Rectus autem eſt qui ad Signum d, Rectus igitur eſt & qui ad Signū a. Quæſitum ergo oſtenſum eſt. Elementorum autem inſtitutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iuſſit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium eſt igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum ſuſcipere, vt quę excitatur recta Linea ad ſubiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineā ad Angulos rectos excitat hoc modo. Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea a b, datum verò in ea Signum c, ſumatur aūt in ipſa a c quodcunque Signū, ſitque illud d, et ab ipſa c b, æqualis ipſi c d auferatur, quę ſit c e, & Centro quidē d, interuallo verò d e, Circulus deſcribatur, rurſusque Cētro quidem e, interuallo autem e d, Circulus deſignetur, & ducatur recta Linea à Signo f, ad Signum c. Dico quòd hæc eſt illa, quæ ad Angulos rectos excitata eſt. ſi .n. f d, f e connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem ſunt & d c, c e, & cōmunis f c. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) ſunt æquales. Recti igitur ſunt. Vides'ne rurſus quòd ma



Apollonii Demō.



Cōmēdat Euclidis Demōné.

gis varia hæc Demonſtratio eſt ea, quæ eſt apud Elementorum inſtitutorẽ, Circulorumqúe deſcriptione indiguit, ut hinc ſuper data Linea Triangulum æquilatorum deſignaret, propoſitumqúe oſtenderet: reliqua .n. omnia Demonſtrationibus communia ſunt. Demonſtrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum eſt. multa ſiquidẽ præſupponit eorũ, quæ poſterius oſtendenda ſunt, ab Elementarisqúe inſtitutionis ordine omnino decidit.

Dãnat Demõné, quę fit per Semicirculos.

Propõ 12. Probl. 7.

TEXTVS

Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nõ eſt, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cõm. 16. Oenopides primꝰ fuit huius Problematis indagator.

HOc Problema Oenopides primus indagauit, vtile ipſum ad Aſtrologiam exiſtimans. Vocat autem Perpendicularem priſco more Gnomonem, quoniam Gnomõ etiam Orizonti ad Angulos rectos eſt, eadem eſt autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantùm ab illa differens, cùm Subiecto eadem ſit, quemadmodũ (inquit ipſe) & Gnomon. Duplex aũt rurſus Perpendicularis eſt, alia quidẽ plana: alia verò, ſolida. & cùm quidẽ Signũ, à quo Perpẽdicularis recta Linea ducitur, in eodẽ Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cùm verò Signũ ſublime, extraqúe ſubiectum Planũ fuerit, ſolida nuncupatur. Et plana quidẽ ad rectã Lineã ducitur: ſolida aũt, ad Planũ. Propterea neceſſariũ ẽt eſt illã non ad vnã rectã Lineã rectos Angulos facere, verũ ad omnes, quę in eodẽ Plano ſunt rectas Lineas. ad Planũ .n. Perpendicularis deducta fuit. In præſenti igitur Problemate Elementorũ inſtitutor planã Perpẽdicularẽ deducere proponit. ad rectã ſiquidẽ Lineã deductio proponitur, & quatenus oĩa in eodem ſupponuntur Plano ſermo procedit. In Linea itaqꝫ ad Angulos rectos quoniã Signũ in ipſa Recta ſuppoſitum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpẽdiculari aũt, datã rectã Lineam infinitã ſupponit, quoniam Signũ, à quo Perpẽdicularis ducetur extra rectã alicubi iacet. ſi .n. infinita nõ eſſet, eatenus Signũ accipere poſſemus, vt extra quidẽ datã rectã Lineã eſſet, in directũ ipſi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipſo incideret, Problemaqúe haud bene ſuccederet. Idcirco infinitã poſuit rectã Lineã, vt ad alterutrã tantũ ipſius partẽ Signũ accipiatur, nuſqꝫ loco ipſi relicto, in quo datę rectę Lineę in directũ eſſe poſſit, niſi in illa, & nõ extra illã ponẽdũ ſit. Hac igitur

Duplex perpendicularis.

de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quòd Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quòd itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta vllam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiuscemodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multò minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantùm subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eò quòd vim impartibilem habet, quæ assiduè progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non potest reliquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cùm datam infinitam Lineam in Phantasia posuissemus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiuscemodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito vtitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationē vtitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitū assumit. quoniā si concesseris ipsi datū signū neq; in directū finitę datę rectę Linęq; iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius pars Signo subiiciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, controuersiaque ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phan-

Digressio

Aristo. 3. phy. in c. de ifinito.

Infinitum in Phantasia subsistit.

Pulcherrimum exẽplum.

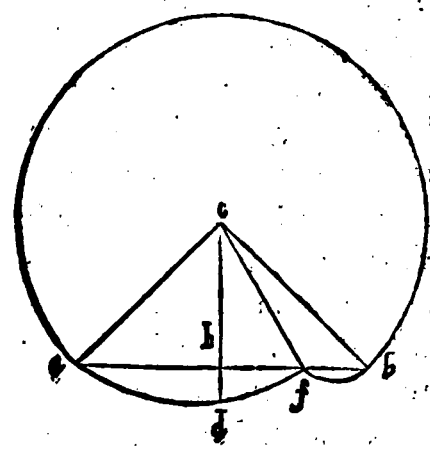
Phantasia habet vim impartibilem. idem in 2 libro cõm. 1.

taſiæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vtitur.

Finis Digreſſionis

De Infiniti itaque ſuppoſitione tot in præſenti ſufficient. Poſt hæc aũt veniamus ad Inſtantias, quæ aduerſus huiuſce Problematis Conſtructionem feruntur. Sucſcipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exiſtente a b, Signoque dato, à quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quẽadmodum inquit Geometra. verùm Circulus, qui ſecat rectam Lineam a b in Signis a b, ſecet etiam ipſam in Signo f, ſitumque ſubſcriptum habeat.

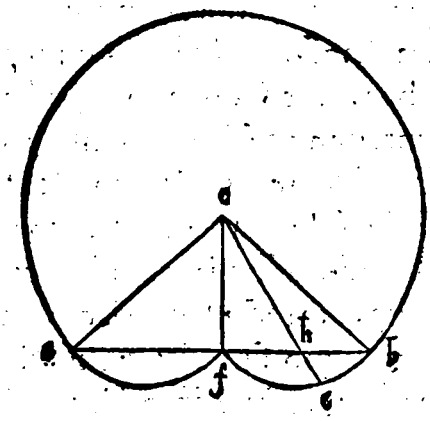
Inſtantiæ huius Problematis.



Reſpõſio.

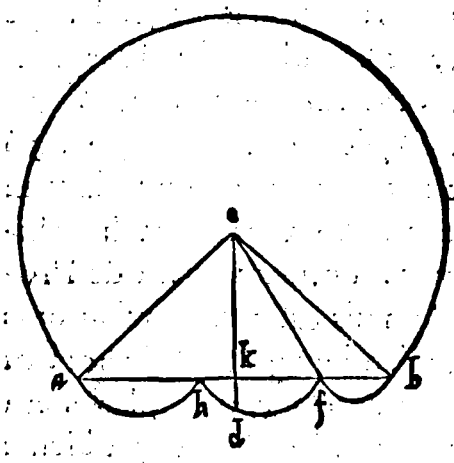
Aduerſus itaque hunc ſermonẽ dicemus quòd impoſsibile dicit, ſecetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, cõnectaturque c h, & producatur vſque ad Circunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam itaq; ex Centro hæ ſunt, & a h, ipſi h b æqualis eſt, cõmunis verò c h; omnia omnibus æqualia ſunt. Ipſa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rurſus quoniam c a, c b æquales ſunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verùm c a quoque, ipſi c f æqualis eſt, quamobrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis eſt. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales ſunt, Angulus quoq; c f a, Angulo c f b æqualis eſt, ſuntque deinceps, Recti igitur ſunt. Eſt autem vterque etiam Angulorum, qui ſunt ad Signũ h, rectus. Ipſa igitur c h, ipſi c f æqualis eſt. At c f etiam æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt. & c h igitur, ipſi c d æqualis eſt, quod fieri nõ poteſt.

Nõ ſecat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis aũt dicat quòd qui deſcribitur Circulus ipſam a b in Signo f bifariam ſecat, rurſus idẽ impoſsibile oſtẽdemus. Deſcribantur .n. omnia vt prius, & recta Linea f b bifariam ſecetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b æquales ſunt, cõmunis autẽ c f, Baſisque c a, Baſi c b æqualis, omnia



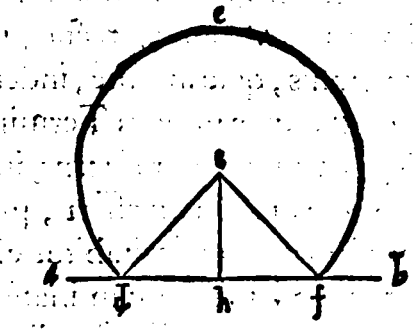
omni-

omnibus æqualia ſunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f, recti ſunt. Rurſus quoniam æqualis eſt f h, ipſi h b, cõmunisque c h cõnexa, & Baſis c f æqualis Baſi c b, ex Centro.n.ſunt, Anguli igitur, qui ad Signum h, recti ſunt. æquales.n. deinceps que ſunt. Quoniã igitur vterque Angulorum c f h, c h f rectus eſt, æqualis eſt c f, ipſi c h. Verùm c f, ipſi c e æqualis eſt, ex Centro enim ſunt, & c h igitur, ipſi c e inæqualis non eſt, quod fieri minimè poteſt. Reliquum autem eſt Tertiam Inſtantiam percurrere. Secet.n. (inquiunt) qui deſcribitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b, & in Signis f, h. Nos itaq; ſecãtes rectam Lineam a b bifariam in Signo k, & cõnectentes Lineas c a, c f, c k, c b id, quod fieri nõ poteſt oſtẽdemus. cùm enim a k, k b æquales ſint, & communis c k, Baſesque c a, c b æquales, & Anguli igitur, qui ad a b Signa, æquales ſunt, qui autem ad Signũ k, recti. Verùm vtraq; ipſi c f æqualis eſt. & Anguli igitur, qui ad Signum f, recti ſunt. æquales ſunt.n. deinceps



exiſtentes, ipſa igitur c f æqualis eſt ipſi c k, rectos.n. Angulos ſubtendunt. At c f æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt, c d ergo, ipſi c k æqualis eſt, quod eſt impoſsibile. Fieri igitur non poteſt vt in vno Signo, vel in duobus, vel ĩ pluribus alijs prꝛter Signa a b Circulus, qui deſcribitur rectam Lineam a b ſecet. Inſtantiæ itaque hæ ſunt. Sunt autem & Caſus Conſtructionis huiuſce Problematis, qui ab Inſtãtijs ſunt diſtinguendi. non.n. idem eſt Inſtantia, & Caſus, ſed hic quidem aliter idem oſtendit: illa uerò, inſtantem ad incommodum ducit. Alij autem expoſitores hæc ab inuicem non diſtinguentes, omnia in idem afferunt, incertumque eſt vtrum Caſus nobis, an Inſtantias ſcribere enũtient. Nos igitur hæc diſtinguentes, ſeorſum poſt Inſtantias Caſus deſcribere colligimus, Sit igitur recta Linea Infinita a b datum autẽ Signũ c. Dicit itaque aliquis quòd nõ eſt amplius locus in altera rectæ Lineꝛ parte, ſed in illa tantum vbi Signum c

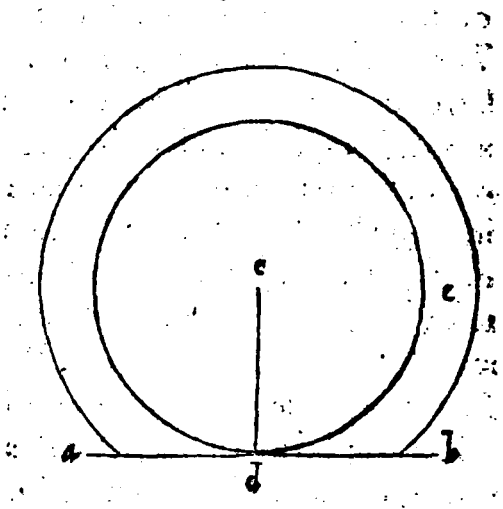
Quo differat Caſus ab Inſtãtia. & quo vide ét ſuperius cõ. primo huius libri.



Caſus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumẽtes igitur in ipſa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferẽtiam deſcribemus d e f, ſecantesque ipſam d f bifariam in Signo h, cõnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipſi h f æqualis eſt, cõmunis autem c h, & c d ipſi c f æqualis eſt (ex Cẽtro. n. ſunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h ſibi inuicẽ æquales ſunt deinceps exiſtẽtes. Recti igitur ſunt. Perpẽdicularis ergo eſt c h ad ipſam d f.



Quin etiam ſiquis dicat Circulum, qui deſcribitur rectam Lineam a b, non ſecare, ſed tangere vt Circulum d e, ſuſcipientes exterius Signum e, Centrò quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæſitum habebimus. Totidem etiam de Problematis caſibus exercitationis audientium gratia dicta ſint. Si libet autem contemplationem quoque hiſce duobus problematibus adiicere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè aſcendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipſam Perpendicularem deſcendentis, Infinitudine neque iuxta generationem minimè repletæ imago eſſe. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Termino, atque Fine coarctatæ actionis eſt Nota. Vnde ſanè Timæus quoque alterum Circulum ſenſilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit: in noſtris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorſiones, perturbationesue à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusue, firmusque, atq; indecliuis ante ſenſilia ſitus eſt. Si autem recta quoque infinita Linea Nota eſt totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipſius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque eſt Formam ſortita: Signum autem extra iacens, impartibilis eſſentiæ à materialibusque ſeparatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis eſſe oſtenditur niſi à Circulis, hoc quoque inflexibi-

Digreſſio

Vnum hic pro Deo.

litatis,

litatis, quæ vitis per Mentem ineſt, Signum erit. nam vita quidem ipſa per ſe ipſam cùm tanquam motus ſit, indeterminata eſt : terminatur autem,& pura,immaculataqúe potentia repletur Mente participans, † vnaqúe cum Mente progrediens. † Mentiq; adhçrés.



Cùm recta Linea ſuper rectam conſiſtens Lineam Angulos fecerit,aut duos rectos,aut duobus rectis æquales efficiet. Propó 13. Theor. 6.

AD Theoremata rurſus tranſiuit ea conſequens, quæ per Problemata oſtenſa ſunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuiſſet, reliquũ erat quærere, ſi Perpendicularis non eſſet,quales Angulos, & quomodo ſe ſe habentes ad rectam Lineã efficiet quæ in ipſa conſiſtit. Hoc igitur vniuerſaliter oſtẽdit quòd omnis recta Linea ſuper quadam recta Linea cõſiſtens,& faciens Angulos,aut duos efficit rectos, ſi ſtatus ipſius indecliuis, firmus,nuſquamqúe vergens fuerit ; aut duobus rectis æquales, ſi altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à ſubiecta Linea diſtiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert,tantum reliquo per diſtantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propoſitione diligentiæ Geometra curam adhibuit. non enim ſimpliciter dixit quòd omnis recta Linea ſuper rectam conſiſtẽs Lineam,aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, ſed ſi Angulos fecerit. quid enim ſi in rectę Lineæ extremitate conſiſtens vnum efficit Angulũ, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem eſſe? hoc certè fieri non poteſt. omnis ſiquidem rectilineus Angulus duobus rectis eſt minor, quemadmodum omnis ſolidus minor eſt quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtuſus eſſe videtur accipias,hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum menſuram adhuc non recepit. Opus eſt itaq; rectam Lineam ſic conſiſtere, vt Angulos faciat. Hoc ergo,quod dixi ad ſcientiæ genitricem diligentiam ſpectat. Quid autem ſibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis æquales]? etenim cùm duos rectos fecerit, duobus rectis æquales efficit. recti ſiquidem ſibi ipſis æquales ſunt. An alterum quidem æqualium quoq; Angulorum cõmune eſt,alterum verò æqualium tantùm proprium? Conſueuimus autem cùm quidem & proprium, & commune Cõm. 17. Dubitatio Solutio.

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cõmuni contenti esse ad subiectarum rerum explicationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cõmune est, verùm non solùm de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorũ peculiare existit. Solùm igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solùm verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cùm.n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtrobique Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspicere quòd æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis .n. Obtusi, Acutiq́ue Anguli accretio, ãtque decretio indeterminata, infinitaq́ue sit, à Recto tamẽ finẽ, terminumq́ue suscipere dicitur, & vterq; quidem seorsum à similitudine ad illũ recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autẽ ad Recti simplicitatem ęquiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatẽ recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cùm per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarũ causarum, iuxtaq́ue vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistẽtium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefiniteq́ue fertur intellectilibus congruit, quod ãmodoq́ue ipsis adæquatur, nisi per participationem dum fęcundis potentijs ipsa progrediuntur, sefeq́ue tantùm multiplicant? quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateq́ue manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsenti quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio Idẽ superius in lib. 2. cõ. 10. & aliis in locis.

Epilogus.

Prop. 14. Theor. 7.

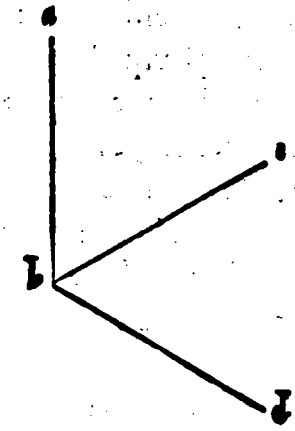
TEXTVS

Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusq; signu duę rectæ Lineæ consequenter, non ad eadem partes positę, eos, qui deinceps sunt Angulos duobus rectis equales fecerint, ipsę rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt.

Cõm. 18. PRæsens Theorema pręostẽsi Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cùm itaq; illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidẽ ad aliquam Rectam duos, qui efficiũtur Rectos,

ostẽ-

oſtendit autem quòd vna Recta eſt, quæ hos efficit ad iam dictã rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemqúe ad impoſsibile oſtenditur. hoc modo. n. Conuerſa Theorematum oſtendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonſtrationes ſuſcipere. Poſſumus autem in hoc quoq; ſummam, eximiamqúe orationis ſcientiam gignentis diligentiã aſpicere. nam primò quidem cùm dixiſſet, ſi ad aliquam rectam Lineã, addit [ad eiusqúe Signum] quid. n. ſi duobus rectę Lineæ Extremis exiſtẽtibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta eſſet, duobusqúe rectis æquales ad rectam Lineam Angulos feciſſent, potuiſſent ne propterea in directum eſſe? & quomodo quæ à diuerſis rectæ Lineæ Signis eductæ ſunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusqúe Signum] cùm vtraſque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem eſſent Signum, & non Conſequenter (infinitas ſiquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere poſſumus) adiecit particulã [duæ rectæ Lineæ conſequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbũ [cõſequenter] tum ad eaſdem partes, tum vtrobiq; cõſideratur: Lineas autem quę ad eaſdem partes conſequenter ſunt, in directum ſibi inuicem eſſe impoſsibile, hoc quidem explicuit, nobis autem conſiderandi anſam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ conſequenter ſunt, vtrobique poſitione ſunt accipiendæ. hæ ſiquidem in directum etiam eſſe oſtẽdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusqúe Signum b, ad eaſdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæ itaq; cõſequenter quidem ad inuicem ſunt. nulla enim alia recta Linea inter ipſas eſt. hæc autem deinceps ſunt, inter quæ nullum eſt ſimile, etenim columnas haſce conſequẽter eſſe dicimus, inter quas nulla alia eſt columna. quanuis. n. Aer omnino medius ſit, nil tamen eiuſdem generis in medio eſt. Quoniam itaq; ad eaſdem partes iacẽt, in directum minimè ſunt, licet duos etiã Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad † Lineã a b ſunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamqúe recti partem in ſe continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tertias eſſe.



Conuerſa Theoremata per Deductionẽ ad impoſsibile vt plurimũ debẽt oſtẽdi, Problemata verò p præcipuã Demõnẽ, cuius causã vide inferius in cõ. Propõnis 19.

Primò.

Secundò.

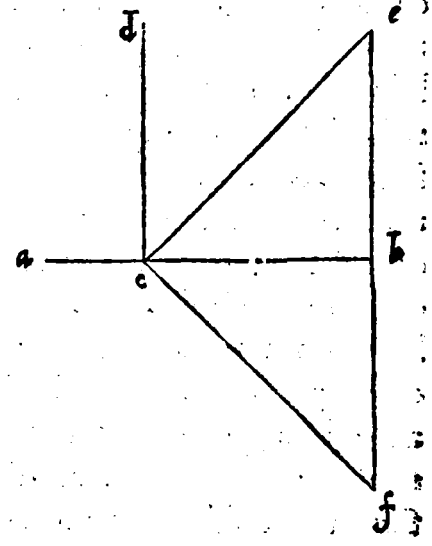
Tertiò.

Vide Definitionem hãc apud Proclũ in lib. de motu.

† Signum b ſunt.

eſſe. tot de Propoſitione ſufficiant. In Conſtructione autem vna Petitione vtitur, ſecunda ſcilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonſtratione præcedenti Theoremate, duobuſque Pronuntiatis, eo ſcilicet, quod quę eidem æqualia ad inuicem quoq; eſſe ęqualia dicit: & eo, quod ſi ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia eſſe. Ad impoſſibilis autem collectionem, Pronũtiato, quod ait Totum ſua parte eſſe maius. eſt enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non poteſt. Quòd autem poſſibile eſt ad eandem rectam Lineam, ad eiuſque Signum duas rectas Lineas conſequenter iacentes, ad eaſdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illã rectam Lineam ſunt, duobus rectis ęquales efficere, oſtendemus ſic, quemadmodũ & Porphyrius. Sit quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipſa Signum c, & ipſi a b excitetur ad Angulos rectos recta Linea c d, ſeceturque bifariã Angulus d c b per Lineam c e, & à Signo e ad Lineam a b ducatur perpẽdicularis e b, & producatur ipſa e b, ponaturque ipſi e b æqualis b f, & connectatur c f. Quoniam itaq; e b, ipſi b f æqualis eſt, communis autem eſt b c, ęqualeſque continent Angulos (recti enim ſunt) Baſis igitur e c, Baſi c f æqualis eſt. & omnia igitur omnibus æqualia ſunt. Angulus ergo e c b, Angulo f c b æqualis eſt. Angulus autem e c b recti dimidium eſt, rectus ſiquidem d c b bifariam ſectus fuit per Lineam e c. dimidium ergo recti eſt & Angulus f c b. Vnus igitur rectus, rectiq; dimidium eſt Angulus d c f. Eſt autem & Angulus d c e dimidium recti. ad rectam igitur Lineã c d, ad eiuſque Signum c, duæ rectæ Lineæ conſequenter poſitę ſunt, ad eaſdem partes, ipſæ nempe c e, & c f Angulos duobus rectis ęquales facientes, dimidium quidem recti ipſa c e, vnũ verò & dimidium ipſa c f. Ne igitur ea, quę fieri non poſſunt queramus, quonam pacto ſcilicet c e, c f rectæ Lineæ Angulos, qui ſunt ad rectam Lineam d c duobus rectis ęquales facientes, ſibi inuicem in directum ſunt, adiecit Geometra particulam [non ad eaſdem partes] Oportet ergo ad vtraſq; rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus

Porphyrii Demõ.



bus rectis æquales ad ipſam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad haſce, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.

TRIGESIMVS

Si duæ rectæ Lineæ ſe inuicem ſecuerint, Angulos qui ſunt ad verticem, æquales efficiunt.

Propõ 15. Theor. 8.

ANgulos, qui deinceps ſunt ab Angulis, qui ſunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum ſectione fit: illorum verò, altera tantùm ab altera diſſecta. Si enim recta Linea ipſa quidē inſecta manēs, illam verò ſuo Extremo ſecās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ ſe inuicem ſecuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipſorum ſunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema oſtendit, quòd duabus rectis Lineis ſe inuicem ſecantibus, Anguli ad verticem æquales ſunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: exiſtimatum verò Demonſtratione ſcientiam gignente dignum ab Elementorum inſtitutore. Oſtenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Conſtructio quidem in præſentia deficit: Demonſtratio verò, quam omnino neceſſarium eſt ineſſe, à tertiodecimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē eſt, Quę eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia ſunt. Verumenimuero Euclidis Theorema manifeſtum eſt. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusqúe Signum duæ rectæ Lineæ non ad eaſdem partes ſumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipſæ rectæ Lineę in directum ſibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea a b, & quodcunq; in ipſa Signum c, & ad Signum c duæ rectæ Lineæ c d, c e non ad eaſdē partes ſumātur facientes Angulos a c d, b c e æquales. Dico quòd in directum ſunt ipſæ c d, c e. Cùm enim recta Linea c d ſuper rectam Lineam a b inſederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe d c a, d c b. Verùm Angulus d c a, Angulo b c e æqualis eſt. Anguli igitur d c b, b c e duobus rectis æquales ſunt.

Cõm. 13.

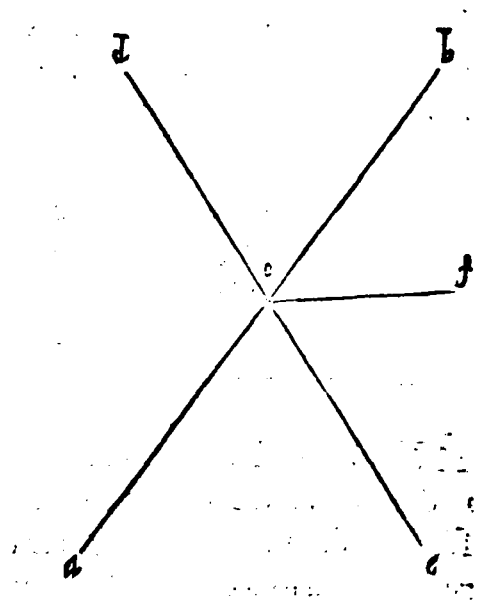
Anguli deinceps qui ſint.

Anguli ad verticem qui ſint.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referēte Eudemo. Euclides verò primus hoc demõſtrauit.

Conuersũ huius Theorematis.

Demõ Cõuerſi præſentis Theorematis.



Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam b c, ad eiusque Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter c d, c e non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ c d, c e. Conuersum igitur præsenti Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum ostendimus. ijsdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea c d, rectæ Lineæ c e in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi c d in directum recta Linea c f. Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant a b, & d f, Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur a c d, b c f æquales sunt. Erant autem a c d, b c e quoq; Anguli æquales. Angulus ergo b c e, Angulo b c f æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam c d, ipsi c e in directum erit. Ipsæ ergo c d, c e rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cùm itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariò æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verùm non etiā reliquos, vtrinq; cauum scilicet, atq; vtrinq; conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmentorū

Cur Euclides hoc p̄termiserit

Alia eiusdē ostēsio indirecta.

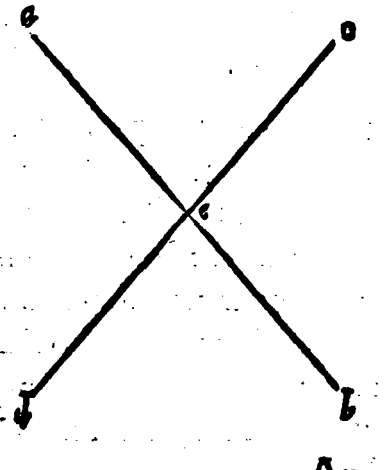
Documentum.

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.

TEXTVS

Ex his porrò manifestum est, quod si duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, quatuor Angulos quatuor rectis æquales faciunt. Corollarium.

VNum quid Geometricorum nominum Corollarium est, hoc autem duplex quidpiam significat. vocant. n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonstrationibus probãtur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumẽta quærentium existentia: & quæcunq; quęruntur quidem, inuentione autem indigẽt, & neq; generationis solæ causa quæruntur, neq; simplicis contẽplationis. nam quòd quidẽ Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contẽplari oportet, existentiumqúe rerum huiusce modi cognitio est. Angulum autẽ bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hęc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæsitorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum constituxit. verùm de huiusce modi quidem Corollarijs dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidẽ cùm aliorum Demonstrationibus apparẽt, ipsa verò non pręcipuè quæruntur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nã quærebatur quidẽ si duabus rectis Lineis se inuicẽ secãtibus, Anguli ad verticẽ æquales sunt. Dum aũt hoc ostendebatur simul etiam demonstratũ est, quòd quatuor qui fiũt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cùm .n. dicebamus sint duæ rectæ Lineę a b, c d se inuicẽ in Signo e secantes, quoniã igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deiceps



An-

Com. 20. Duplex Corollariũ. idem in cõm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorũ cõstruxit.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa b e super ipsam c d stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improuiso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuere nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd vtiq; vera Dei munera, veraque lucra hæc sunt, non aũt quę illi videntur. hęc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxque sciẽtiæ vis præcipuis quæsitis adiicit, copiolas Theorematũ opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicẽdum. Diuidẽda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciẽtias. Corollariorum .n. alia quidẽ Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præsens quidẽ Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secũdi Theorematis septimi libri Arithmeticorum Elementorum adiicitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematibus consequẽtia sunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autẽ rursus iuxta ostẽsiones. nam alia quidẽ vnà cum vijs ostẽdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directa ostẽsione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiã alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsenti hæc quoq; sufficiẽt. Præsens aũt Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docẽs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æquales Angulos distribuitur, illi etiã admirabili Theoremati ansam præbuit, quòd Tria hæc sola Multiangula totum, qui circa Signũ vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verùm æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum, sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæque eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complẽt,

Definitio Corollarii.

Vide Varronem in lib. de lingua latina

Corollariorũ Diuiũo.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documentum.

Admirabile Pythagoricum Theorema.

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocunq; iuxta Angulos compoſitum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & eſt Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium ſi etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo ſe inuicem ſecuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunq;, omnes qui fiunt Anguli quatuor Rectis æquales oſtenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum ſibi vendicant. Manifeſtum eſt autem, quòd Anguli ſemper rectarum Linearum dupli numero fient. & ſic duabus quidem rectis Lineis ſe inuicē ſecantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli ſex: quatuor verò, octo, ſimiliterqúe in infinitum. ſemper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem creſcunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē ſemper eſt id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.

TEXTVS

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maior eſt.

Propō 16. Theor. 9.

QVi hanc Propoſitionē cum defectu pronuntiarunt ſine hac particula [vno Latere producto] fortaſſe quidem cum multis alijs, tum precipuè Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi anſam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum eſt, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum propoſita additione Geometræ familiari exiſtente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos ſub Aequicrurium Baſi exiſtētes, æquales oſtendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, æquales ſunt. Et ſi igitur apud alios non integra, imperfectaqúe fuit, apud tamen Elementorum inſtitutorē perfecta, integraq; fuit perſcripta. Quid itaq; Propoſitio inquit? quòd omnis Trianguli ſi vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipſum conſtituitur, vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maiorē reperies. nam ambobus quidem ſimul æqualis paulò pòſt oſtendetur, vtroq; autem maior ex hoc oſtenditur. & neceſſariò ad eos, qui ex oppoſito

Cōm. 21.

Philippi Mathematici obtectatio referente Herone.

In 32. propoſitione.

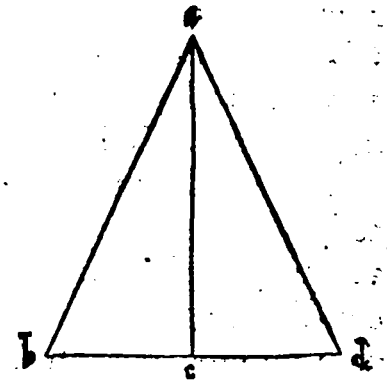
ſunt

ſunt ipſum comparauit. non autem ad eum, qui eſt deinceps. nam ipſi quidem & æqualis, & minor eſſe poteſt: illorum autem, vtroque omnino eſt maior. Si enim Trangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumqúe ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps eſt, æqualis erit. Si verò Obtuſangulū fuerit, fieri poterit vt internus externo maior ſit. Idcirco igitur haud reliquo deīceps ſibi proximo ipſum cōparauit, ſed ſibi oppoſitis. Angulorum enim intra Triangulum exiſtentium vnus quidem deinceps ipſi finitimus eſt, duo verò ex oppoſito. Horum igitur vtroq; internus maior eſt, nō autem eo, qui deinceps ſibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præſens ſcilicet, atque ſequens coniungentes, Propoſitionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Triāguli Angulus vtroq; interno, ex oppoſitoqúe iacenti maior eſt: & duo quilibet internorū Angulorum, duobus rectis minores ſunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occaſionem, quoniam ipſe etiam Geometra paulò pòſt in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppoſitoqúe exiſtentibus eſt æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus ſunt rectis æquales. Hîc quoq; igitur in ſimilibus Quæſita contexere, Propoſitionēqúe compoſitam efficere æquū eſſe cenſent. & eſt manifeſtū, quòd id quidē, quod demonſtrandum proponitur, Compoſitum erit: Datum verò ſi quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipſum quoq; erit Compoſitum (duo ſi quidem oportet intelligere, ſubiectum ſcilicet Triangulum, vnūqúe Latus productum) ſi verò ſine hac, potentia quidem Compoſitum erit, actu autem Simplex. Omnino ſiquidem hoc etiam tanquam Datum ſimul accipiedum eſt. dum enim Angulum externum ſupponimus, Latus tanquam productum pręſuppoſuimus. Hęc de his. Aſſumemus aūt ex pręſenti Theoremate, q̄p fieri non poteſt vt ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres ęquales rectę Lineæ incidant. Sint. n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaq; a b, ipſi a c æqualis eſt, qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ſunt. Angulus igitur a b c ęqualis eſt Angulo a c b.

Quorūdā opinio.

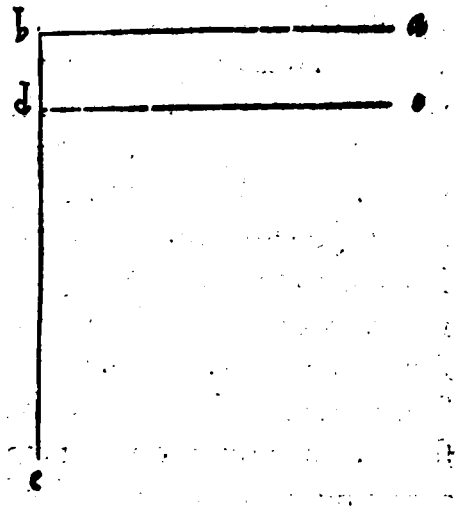
Eorū fundamentū. In 32. propoſitione.

Documentum. Corollarium tanq̄ ſumptio.



Rurſus

Rurſus quoniã ęqualis eſt a b, ipſi a d, Angulus a b d, Angulo a d b æqualis eſt. Erat autem Angulo a b c, Angulus a c b ęqualis. Angulus ergo a c b, Angulo a d b æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineæ ęquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectæ illæ Lineæ Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idẽ & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exẽpli gratia, ſint a b, c d rectę Lineę, in ipſasque recta Linea e b incidens Angulos a b d, c d e ęquales faciat, non coincident porrò rectę Lineæ a b, c d. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus c d e æqualis Angulo a b d. & cũ externus ſit, interno, ex oppoſitoque iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos ęquales manere, ſed omnino illũ, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim a b immobili manente, c d ad ipſam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies diſtãtiam in Angulo c d e. nam quantò magis c d accedit ad ipſam a b, tãtò magis ab ipſa d e recedit. ſiue etiam manente ipſa c d, excogitaueris a b ad ipſam moueri, Angulum a b d, minorem efficies. ſimul .n. ad ipſam c d fertur, & ad ipſam b d. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem moueri feceris, ipſam quidẽ a b ad ipſam c d tendentẽ, Angulumque a b e, contrahentem: ipſam verò c d ab ipſa d e recedentem propter motum ad Lineam a b, Angulumque c d e creſcentem reperies. Neceſſariò igitur ſi Triangulum fuerit, & rectæ Lineæ a b, c d coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacẽti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulũ, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocque tibi cõ-



Aliud Corollarium

† Altera quidẽ ad eas partes in quibus internũ facit Angulũ tẽdẽte: altera verò ab iis partibus, ĩ quibus externũ facit Angulũ ſeſe mouente.

ſiderandum eſt, quomodo rerum ortus veras Queſitorum cauſas atte conſpectum nobis afferunt.

Propõ 17 Theo. 10.

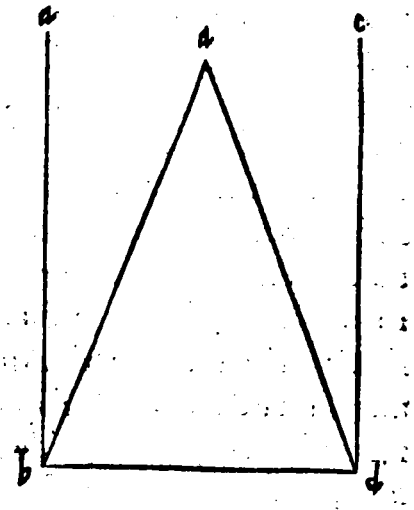
XXIV

Omnis Triãguli duo Anguli duobus rectis ſunt minores, omnifariam ſumpti.

Cõm. 22. NVnc quidem indeterminatè oſtenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores, in ſequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd ſcilicet reliquo Trianguli Angulo. tres .n. ipſius Anguli duobus Rectis ęquales ſunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus ſunt Rectis minores. Et Elementorum quidem inſtitutoris Demonſtratio manifeſtam habet viam. præcedenti ſiquidem vtitur Theoremate. Operæpretium eſt autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inſpicientem præſentis Symptomatis cauſam reperire. Sint igitur a b rurſus, & c d rectæ Lineæ, ipſi b d ad Angulos rectos. ſi itaque Triangulũ futurum eſt, rectas Lineas a b, c d ad ſe inuicem annuere oportet. ipſarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti.n. ſunt ante nutum. Conſimiliter autem ſi etiam in Latere a b, rectas Lineas ad Angulos rectos ſtantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearũ nutũ: & Anguli, qui ſunt ad Signa a, b, erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo cauſa eſt, non autem externum Angulum vtroque interno, ex oppoſitoque iacenti maiorem eſſe. nam productum quidẽ eſſe Latus, neceſſarium non eſt, neque aliquem extrà conſtitutum eſſe Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores eſſe, neceſſarium eſt. Quomodo autem quod neceſſarium non eſt, neceſſarij cauſa erit? nullo certè modo. Verùm (quod iam dixi) cauſa quidem eſt id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linea-

In Propoſitione 32

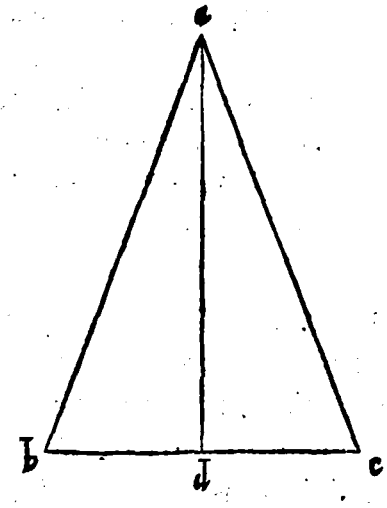
Documẽtum.



rum

rum ad Baſim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autẽ Elementorum inſtitutor per externum Angulum Quæſitum oſtendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem oſtendamus. Caſus huius Theorematis.

Sit Triangulum a b c, ſumaturqúe in Latere b c quodcunqꝫ Signum d, & connectatur a d. Quoniã itaqꝫ Triãguli a b d Latus vnũ productum eſt, ipſum ſcilicet b d, Angulus externus a d c, interno a b d maior eſt. Rurſus quoniam Trianguli a d c Latus unum productum eſt, ipſum nẽpe c d, Angulus externus a d b, Angulo interno a c d maior eſt. Veruntamen Anguli, qui ſunt circa a d rectam Lineã, duobus Rectis æquales ſunt, per tertium decimum. Anguli igitur a b c, a c b duobus ſunt Rectis minores. Similiter oſtendemus, quòd Anguli etiam b a c, & b c a duobus Rectis minores ſunt, in a c Latere Signum accipiendo, à Signoqúe b ad Signũ acceptum connectendo. & rurſus Angulos c a b, a b c minores duobus Rectis affirmabimus in a b Latere Signũ ſuſcipiendo, à Signoqúe c ad Signum ſuſceptum rectam Lineam connectendo. Propoſitum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt vt per hoc, illud quoqꝫ oſtendatur, ꝙ ſcilicet ab eodem Signo ad vnam rectam Lineam duæ Perpẽdiculares minimè ducentur. ſint n. à Signo a ad rectam Lineam b c duæ Perpendiculares a b, a c. Anguli itaqꝫ a b c, a c b, recti ſunt. At quoniam ipſum a b c, Triangulum eſt, duo ipſius quilibet Anguli duobus Rectis ſunt minores. Anguli igitur a b c, a c b, duobus Rectis minores ſunt. Verùm ęquales quoqꝫ duobus Rectis propter Perpendiculares ſunt, quod nequaqꝫ fieri poteſt. Ab eodẽ igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.



Corollarium tanꝫ Sumptio.

TEXTVS

Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum ſubtẽdit. Propõ 18 Theo. 11.

Cõm.13. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his ſubtenduntur, æquales efficit, Angulorũque æqualitas ſimiliter Latera ipſos ſubtendentia, æqualia oſtendit, per quintum, & ſextum Theorema didicimus. Quod autem inęqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum ęqualitas conſequitur, & è contrariò, per hęc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquã) & nonũ decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum ſub maiori Latere, alterum verò ſub maiori Angulo maius Latus oſtendit, quippe quę conuertuntur quidem ſibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplãtur Symptomata, quę quintum, & ſextum Theorema contẽplatum fuit.

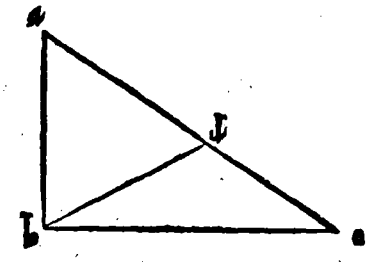
Documẽtum. Manifeſtum autem eſt, quòd maius, minusque Latus proportionaliter ſumemus, maximumque, medium, & minimũ diſtinguemus, Angulosque ſimiliter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius ſimpliciter, & Minus ſufficient. vnum ſiquidem eſt Latus, quod duobus eſt inæquale, aut maius, aut minus exiſtens, quẽadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem oſtendunt, æquilateris, æquicruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque ſcalenis. Cauſa autem eſt, quoniam Triangulorum alia quidẽ ex æqualitate ſola, alia autem ex ſola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta ſunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inęqualitatẽ conſtituuntur. atq; alia quidẽ Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autẽ per miſtionem vtriuſque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iſte permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figuriſque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque conſequenter omnes. Verumenimuero & Finis tum quidem per ſimilitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis ineſſe Formis excogitatur: & Infinitũ tum quidem per diſſimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Miſtum interdum quidẽ ex ſimilitudinibus, & diſſimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Cauſa autem horum quoq; eſt, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque ſpectant. Hæc itaque aſſignauimus, quoniã hæc duo nobis aſſignantibus, manifeſtũ nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum inſtitutor dicens, non etiam ęquilateri dicit, ſed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet ſiquidem Dato præcedenti Quæſitũ conſequẽs exiſtimare: quod autem maius, minusque Latus habet, huic ſub maiori Latere maiorẽ Angulum eſſe, Quoniam au-

Digreſſio

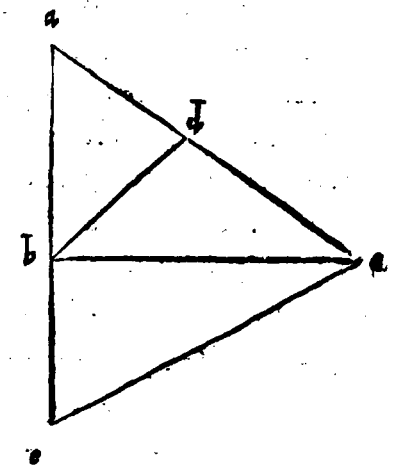
Finis Digreſſionis

tem

tem Geometra cùm in Conſtructione Triangulũ a b c, Latusqúe a c maius Latere a b ſuſcepiſſet, vt Angulo qui ad Signũ c Angulũ qui ad Signum b maiorem oſtenderet, à Latere a c, Lateri a b, æqualem rectam Lineam a d abſcidit, dicat aũt aliquis, quòd oportet a d Signum c ablationẽ fieri, age in hac quoq; ſuppoſitione Propoſitũ oſtẽdamus quemadmodum Porphyrius. ſit enim d c æqualis ipſi a b, & producatur a b ad Signum e, ponaturqúe b e æqualis ipſi d a. tota igitur a e, toti a c æqualis eſt. connectatur e c. Quoniã itaque a e, ipſi a c æqualis eſt, Angulus quoq; a e c, Angulo a c e, per quintum æqualis eſt. Angulus igitur a e c maior eſt Angulo a c b. Eſt autem Angulus ẽt a b c maior Angulo a e c. Trianguli ſiquidẽ c b e vnũ Latus productum fuit, ipſum ſcilicet b e, & ſic Angulus a b c externus cùm ſit, interno, ex oppoſito'q; iacẽti maior eſt. Multò maior igitur eſt Angulus a b c, Angulo a c b, quod erat oſtendendũ. Geometricę quidem præſentis Theorematis oſtẽſiones huiuſcemodi ſunt. Manifeſtum eſt autẽ quòd cauſa huiuſce Symptomatis eſt, ipſius Lateris Angulum ſubtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nã maior quidem exiſtens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illũ quoq; ſimul diminuit, magiſqúe contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in ſuis extremitatibus ſitũ. ipſa enim in extremitatibus ſuis collocata, Angulorũ quoq; magnitudines iuxta ſui ipſius accretionem, atq; decretionem cõmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, ſiquidem fieri poteſt vt idem Angulus à maiori, minoriqúe recta Linea ſubtendatur: eademqúe recta Linea maiorem, atq; minorem Angulum ſubtendat. Sit enim fortaſſe Triangulum æquicrus a b c, & ſumatur in ipſo a b Latere Signum d, & ipſi a d, æqualis auferatur a e, connectaturqúe d e. Angulum igitur, qui ad a Signum eſt rectæ Lineæ d e, b c ſubtendunt, quarum altera quidem maior eſt, altera verò minor, infinitaſqúe



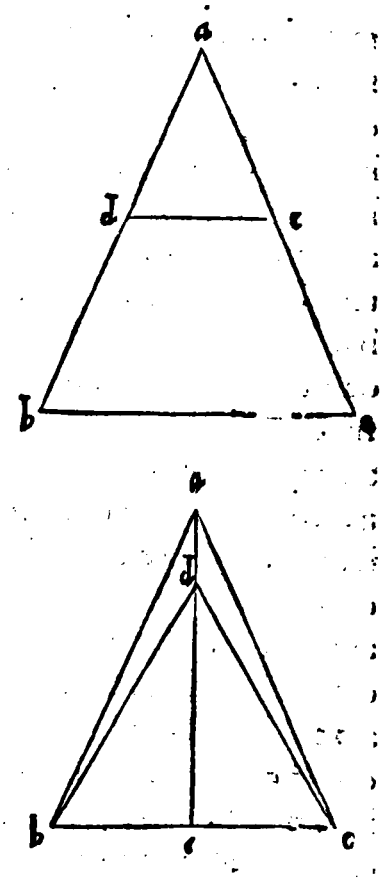
Porphyrii Demõ.



Documẽtum.

eodem

eodem modo Angulum a ſubtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere poſſumus. Sit rurſus a b c Aequicrus, ſitque b c minor ipſis b a, & a c, conſtituaturque ſuper b c Triangulum æquilaterum b c d, & connectatur a d, & producatur ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus eſt, maior eſt Angulo b a d. Similiter Angulus c d e maior eſt Angulo c a d. Totus ergo b d c maior eſt toto b a c, eademque recta Linea ambos ſubtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Oſtenſum autem eſt, quòd etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ ſubtendunt. Verùm in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum ſubtendit Angulum, & maior quidem ſemper maiorem, minor verò minorem, cauſamque contemplati ſumus.



TEXTVS

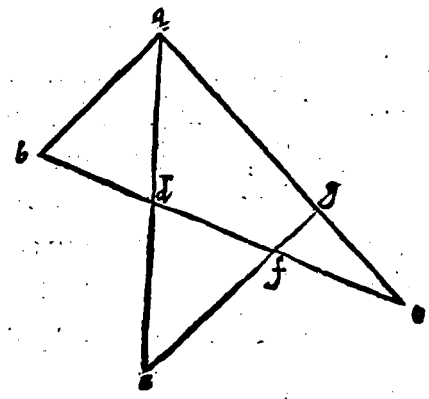
Propõ 19 Theo. 12. Omnis Trianguli ſub maiori Angulo maius Latus ſubtendit.

Cõm. 24. HOc præcedenti Theoremati cõuerſum eſt. & eſt ſimplex in vtroque tum Datum, tum Quæſitum. & quod quidem illic Concluſio, hîc Suppoſitio: quod verò illic Suppoſitio, huiuſce Concluſio eſt. Præceſſit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatẽ: ſequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales ſupponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonſtrationis modus in illo quidem oſtendens eſt, in hoc verò, per Deductionem ad impoſsibile Propoſitum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non poteſt. Angulis .n. inæqualibus exiſtentibus, dico (inquit ipſe) quòd Latera quoque inæquales Angulos ſubtendentia, inæqualia ſunt. &

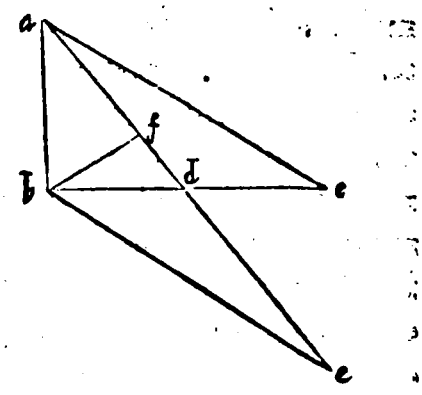
maius

maius maiorem datum Angulum ſubtendit. ſi .n. quę maiorem ſubtendit Angulum maior non eſt, aut æqualis eſt, aut minor. Verùm ſi æqualis quidem eſt, Anguli etiam, quos ſubtendunt (per quintum) æquales ſunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem ſubtendit, minor eſt, per præcedens. oſtenſum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus ſubtendit, minoremqúe minus. At è contrario Anguli ſe habent. Latus igitur Latere maius eſt. Fieri autẽ poteſt vt ſine hac etiam diuiſione propoſitum oſtendamus, quandam prius ſumptiunculam demonſtrantes, quæ talis eſt. Si Trianguli Angulus bifariam ſectus fuerit, ſecansqúe Angulũ recta Linea ad Baſim ducta, in partes inæquales ipſam diuidat: Latera illum Angulũ continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Baſis ſegmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum a b c, ſeceturqúe bifariã Angulus qui ad Signum a, per rectam Lineam a d, & ipſa a d ſecet Baſim b c in partes ĩequales, ſitqúe pars c d maior parte b d. Dico quòd maius eſt Latus a c, Latere a b. Producatur a d ad Signum e, & ponatur æqualis d e, ipſi a d. & quoniam d c, ipſa d b maior eſt ponatur d f æqualis ipſi b d, & connectatur e f, & producatur vſq; ad Signum g. Quoniã itaq; a d, ipſi d e: & b d, ipſi d f ęquales ſunt, duæ ſunt duabus æquales, Angulosqúe æquales comprehendunt, qui ad verticem ſunt. Baſis igitur b a, Baſi e f ęqualis eſt, & omnia ergo omnibus ęqualia ſunt. Quamobrem Angulus quoque d e f ęqualis eſt Angulo d a b. At hic ipſi d a g inæqualis non eſt. Quapropter Latus etiam a g, Lateri e g æquum eſt, per ſextũ. Latus igitur a c, Latere e f maius eſt. Latus aũt f e æquale eſt Lateri a b. maius eſt ergo Latus a c, Latere a b, quod demonſtrandum erat. Hoc præaſſumpto oſtendemus, quòd ſub maiori Angulo, maius Latus ſubtendit. Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b, maiorem Angulo qui ad Signum c. Dico quòd Latus a c maius eſt Latere a b. Secetur b c bifariam in Signo d, & connectatur a d, & ducatur d e æqualis ipſi a d, & connectatur b e. Quoniam itaque b d, ipſi d c: & a d, ipſi d e æquales ſunt, duæ duabus ſunt æquales, Angulosqúe æquales comprehendunt eos, qui ſunt ad verticem. Et Baſis igitur b e, Baſi a c æqualis eſt, & omnia

Sumptio.



omni-



omnibus. Quamobrem Angulus etiam d b e, Angulo qui ad Signū c æqualis eſt, minor autem Angulo a b d. Secetur igitur bifariā Angulus quoque a b e per rectam Lineam b f. Maior eſt igitur e f, ipſa f a. Quoniā itaq; Trianguli a b e, Angulus qui ad Signum b, bifariā ſectus fuit per rectam Lineam b f, & maior eſt e f, ipſa f a, maius eſt (per præoſtenſum) Latus b e, Latere b a. ipſa autē b e, ipſi a c æqualis oſtenſa fuit. Latus igitur a c maius eſt Latere a b, Quæſitum ergo oſtenſum eſt. Et eſt manifeſtum quòd Elementorum inſtitutor varietatem Demonſtrationis deuitans ab hoc demonſtrandi modo ſe abſtinuit, oſtenſioneq́ue vſus fuit, quæ ex diuiſione ad impoſsibile ducit, quippe qui Conuerſum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuerſionem cognitu difficilem fecit. præſtantius .n. eſt continuationem ſeruando per impoſsibile Theoremata quæ conuertuntur oſtendere, quàm præcipuā Demonſtratione continuitatem diſcerpere. Propterea ſanè Conuerſa ferè omnia Theoremata per impoſsibile oſtendit.

Documētum.

Cauſa ꝓpter quā Conuerſa Theoremata per īpoſsibile oſtēdunt.

TEXTVS

Propō 20 Theo. 13. Omnis Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta.

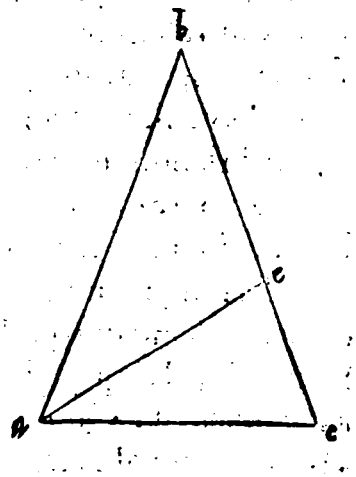
Cōm. 25. Epicureorū impugnatio. PRæſens Theorema impugnare quidem Epicurei conſueuere tum Aſino ipſum manifeſtum eſſe dicentes, tum nulla egere probatione: ſimiliter autem ignari munus eſſe ea, quę clara ſunt probatione digna cenſere, immanifeſtisq́ue per ſe fidem præſtare. qui .n. hæc confundit, indemonſtrabile, demonſtrabileq́ue manifeſtè ignorare videtur. Quòd autem Aſino præſens Theorema cognitum ſit, oſtendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo poſita Aſinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduerſus hęc itaq; dicendum quòd pręſens Theorema ſenſu quidē manifeſtum eſt, non autem & ſcientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Reſpōſio.

Exēpli

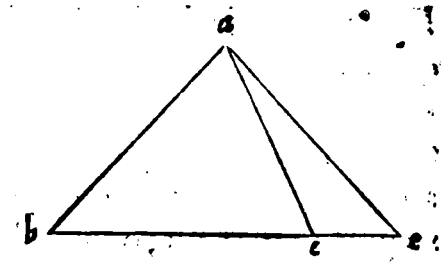
Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoq; ſenſui indubitatum eſt, ſed quo nam pacto calefaciat conuincere ſcientiæ officium eſt, vtrum incorporea vi, an corporeis ſectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rurſus quòd mouemur ſenſui eſt perſpicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile eſt, vtrùm per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, ſiquidem omnis Magnitudo in infinitum diuiſibilis eſt? Sit igitur hoc quoq;, duo Trianguli Latera reliquo eſſe maiora, ſenſui manifeſtum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad ſcientiam ſpectat. Veruntamen aduerſus Epicureos hæc dicta ſint ſatis. Operæpretium eſt autem cæteras quoq; præſentis Theorematis Demonſtrationes enarrare, quaſcunq; Heronis, Porphyriíq́ue familiares recta Linea minimè producta deſcripſere, quod Elementorum inſtitutor fecit. Sit Triangulum a b c, oportet itaq; Latera a b, a c Latere b c maiora oſtendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum eſt per rectam Lineam a e. Quoniam itaque Trianguli a b e, Angulus a e c externus eſt, maior eſt Angulo b a e. Verùm Angulus b a e Angulo e a c æqualis poſitus fuit. Angulus igitur a e c maior eſt Angulo e a c: Quapropter Latus quoq; a c, Latere c e maius eſt. Eadẽ ſanè ratione Latus etiã a b maius eſt Latere b e. Trianguli enim a e c, Angulus a e b externus eſt, maiorq́ue Angulo c a e, hoc eſt Angulo e a b. Quapropter Latus quoque a b, Latere b e maius eſt. Latera ergo a b, a c toto Latere b c maiora ſunt. Similiter de alijs etiam Lateribus oſtendemus. Sit rurſus Triangulũ a b c. Si itaq; æquilaterum eſt Triangulum a b c proculdubio duo Latera reliquo ſunt maiora. Tribus .n. æqualibus exiſtentibus, duo quælibet reliqui dupla ſunt. Si autem æquicrus, aut minorem vtroque æqualium Baſim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidẽ Baſis eſt, duo rurſus reliquo maiora ſunt. Si autem maior Baſis, ſit ipſa b c maior, abſcindaturq́ue alterutri illorum æqualis, quę ſit b e, & connectatur a e. Quoniam igitur Trianguli a e b, Angulus a e c externus eſt, maior eſt Angulo b a e. eadem ſanè ratione Angulus etiã a e b, Angulo c a e maior eſt. Anguli igitur, qui ſunt circa e Signum, toto qui eſt ad Signum a maiores ſunt, quorũ b e a æqualis eſt ipſi b a e, ſiqui-

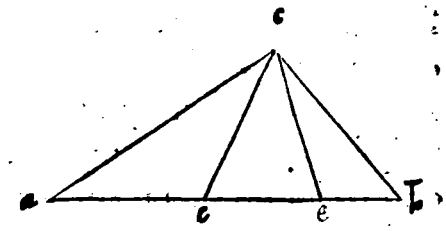
Porphyrii & Heronis Demonſtrationes.



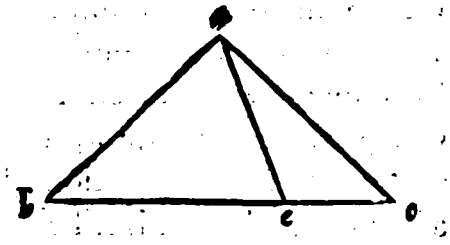
a dem

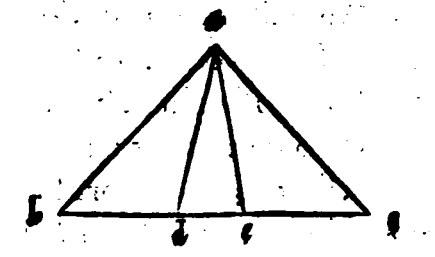
dem a b, etiam ipſi b e ęquale eſt. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior eſt. Quamobrem Latus quoque a c maius eſt Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora ſunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, ſit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro ſumptum, reliquum prorſus excedit. per ſe nanque vtroque maius eſt. Si aũt Latera a c, & c b, ipſo a b maximo exiſtente maiora oſtendere quæremus, vt in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abſcindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis vtentes. Sit rurſus quod cunq; Triangulum a b c. Dico q; Latera a b, a c maiora ſunt Latere b c. ſi enim maiora non ſunt, aut æqualia ſunt, aut minora. Sint æqualia, abſcindaturque b e æqualis ipſi a b. Reliqua igitur e c, ipſi a c æqualis eſt. Quoniam itaque a b, ipſi b e ęqualis eſt, ęquales ſubtendunt Angulos. Similiter porrò & quoniam a c, ipſi c e ęqualis eſt, ęquales Angulos ſubtendunt. Anguli igitur, qui ſunt ad e Signũ, æquales ſunt Angulis, qui ad a Signũ ſunt, quod fieri non poteſt. Rurſus autem ſint minora Latera a b, a c, Latere b c, abſcindaturque ipſi quidem a b æqualis ipſa à d: ipſi verò a c, ipſa c e. Quoniam itaque a b, ipſi b d æqualis eſt, Angulus quoq; b d a, Angulo b a d inęqualis non eſt. & quoniam a c æqualis eſt ipſi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c ęqualis eſt. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales ſunt. Rurſus quoniã Trianguli a d c, Angulus b d a exter-





Demõ per Deductionẽ ad impoſsibile.





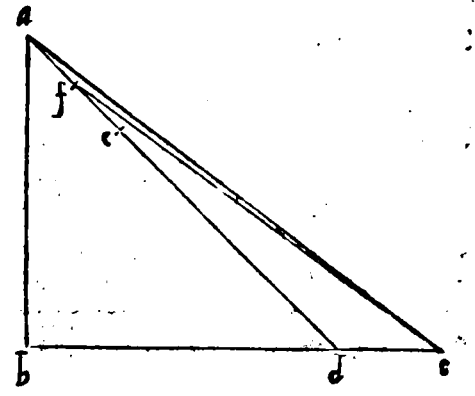
externus eſt, Angulo e a c eſt maior. maior eſt nanq; ipſo c a d. Pari ratione & quoniam Triãguli a b e, Angulus c e a externus eſt, maior eſt Angulo b a d. etenim Angulo b a e maior eſt. Anguli ergo b d a, c e a duobus b a d, e a c maiores ſunt. Erant autem æquales etiã ipſis, quod fieri non poteſt. Latera igitur a b, a c neque æqualia ſunt Lateri b c, neque minora, ſed maiora. Similiter autem de alijs etiam oſtendetur.

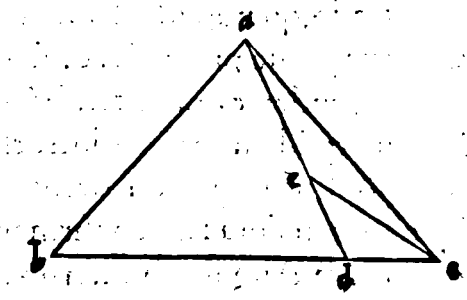
TEXTVS

Si ſuper vno Trianguli Latere duæ rectæ Lineæ ab Extremis incipientes introrſum conſtituãtur fuerint, quæ conſtitutæ ſunt rectis Lineis, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt. Propõ 21 Theo. 14.

QVod quidem à Propoſitione exprimitur, manifeſtum: & Demonſtratio, quæ apud Elementorum inſtitutorẽ, cuidens eſt: Theoremaque prima principia conſequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex prægoſtenſo ſcilicet, & ſexto decimo. nam ad oſtẽdendum quidem eas, quæ introrſum conſtitutæ ſunt externarum eſſe minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipſis cõprehenſum Angulo ab externis comprehenſo maiorẽ, illud ipſi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex õppoſitoque iacenti maiorem eſſe. Accipies autem ſimul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis ſunt diſciplinis cõmemorationem, ſi oſtenderimus quòd poſſibile eſt intra Triangulum quoddam ſuper vno Laterum, non ſuper toto, ſed ſuper aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores conſtituere: rurſusque alias minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenſo. hoc enim oſtenſo, ſimul quidẽ manifeſtum erit, quòd neceſſariò Elementorũ inſtitutor adiecit opus eſſe vt ab Extremis Baſis communis incipiant rectæ quæ introrſum conſtituuntur Lineæ, ſuperque vno toto Latere, non autem ſuper aliqua totius parte conſtituantur: ſimul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria ſunt admirabilia manifeſtum fiet. quomodo enim admirabile non eſt, ſi quæ quidem ſuper toto Cõm. 16. Quoddã admirabile in Geometria.

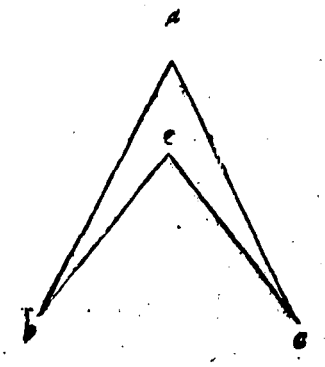
conſtituuntur Latere, externarum minores ſunt: quę verò ſuper parte, maiores: Sit itaq; rectangulum Triangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum eſt rectum habens, ſuſcipiaturqúe in Latere b c quodcunque Signũ, ſitqúe illud d, & connectatur a d. Maior eſt igitur a d, ipſa a b. Auferatur ab ipſa a d, æqualis ipſi a b, quæ ſit d e, & diuidatur e a bifariam in Signo f, & connectatur f c. Quoniam igitur a f c, Triangulum eſt, ipſæ a f, f c maiores ſunt ipſa a c. Verùm a f æqualis eſt ipſi f e. Rectæ Lineæ igitur f e, f c, ipſa a c maiores ſunt. Aequalis autem eſt d e, ipſi a b. Rectæ Lineæ igitur f c, f d maiores ſunt rectis Lineis a b, a c, & ſunt intrà. Sit rurſus Triangulum æquicrus a b c Baſim b c vtroque æqualium Laterum maiorẽ habens, abſcindaturqúe a b ipſa b c, æqualis ipſi a b, quæ ſit b d, & cõnectatur a d, ſumaturqúe in ipſa a d quodcunq; Signum, ſitqúe illud e, & connectatur c e. Quoniam itaq; a b, ipſi b d æqualis eſt, Angulus quoq; b ad, Angulo b d a æqualis eſt. & quoniam Trianguli e d c Angulus b d a externus eſt, maior eſt interno, & ex oppoſito iacenti, ipſo nempe d e c. Quamobrem Angulus quoq; b a d, Angulo d e c maior eſt. Multò maior eſt igitur Angulus b a c, Angulo d e c, & continetur b a c quidem ab externis, d e c verò ab internis. Intrà Triangulum igitur rectæ Lineæ d e, e c minorem Angulum cõprehendentes Angulo ab externis comprehenſo conſtituræ ſunt, Propoſitumqúe oſtenſum eſt, nobis expoſitorum Parallelis non vtentibus. Neceſſarium eſt igitur rectas quæ conſtituuntur Lineas à Baſis Extremis incipere. quæ enim ſuper aliqua ipſius parte conſtituuntur & maiores aliquando externis oſtenduntur, & minorẽ Angulum cõprehendẽtes. Cùm aũt hoc modo ab Extremis incipiẽdo conſtituuntur, eorũ etiã Triangulorũ, quæ Acidoidea vocantur ſpecies apparet, vnum hoc quoq; eorum, quę in Geometria admi-





Idẽ in lib. ſecũdo in com. 17.

admirabilia ſunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum a b c. nam à quatuor quidem Lateribus b a, a c, c e, e b continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b, alterum autem qui ad a, reliquum verò qui ad c Signum eſt, Quadrilaterum ergo Triangulum eſt præſens Figura.



TEXTVS

Ex tribus rectis Lineis, quæ ſunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum conſtruere. Oportet autem duas reliqua eſſe maiores quomodocunq; aſſumptas.

Propoſitio 22. Prob. 8.

AD Problemata iterum trãſiuimus, & iubet Euclides tribus propoſitis rectis Lineis, quarum duæ reliqua ſint maiores, Triangulum ex Lateribus, quę ſint datis rectis Lineis æqualia conſtruere: quippe qui hoc quidem primùm cognouit, quòd fieri non poteſt vt ex ijſdem illis, quæ dictam poſitionem iam acceperunt, Triangulum cõſtruatur: ex ijs autem, quæ ipſi æquales ſunt fieri poteſt. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores eſſe. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo ſunt maiora, quomodocunque aſſumpta, quemadmodum oſtenſum fuit. hacque de cauſa adiecit, quòd vtique neceſſarium eſt primis etiam rectis Lineis exiſtentibus, ex tribus, quæ ipſis æquales ſunt, Triangulum cõſtruere: opus eſſe verò duas reliqua maiores eſſe, quomodocunque aſſumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quę ipſis æquales ſunt rectis Lineis. Ad hæc autem Inſtantias quoque omnes deſtruxit, quæ aduerſus Conſtructionem feruntur, quæque per hanc ſolam additionem diſſolui poſſunt. Præſens ergo Problema ex Determinatis eſt, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodũ & Theorematum, alia quidem Indeterminata ſunt, alia verò determinata. ſi enim hoc modo ſimpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales ſunt, Triangulũ conſtruere, Problema Indeterminatum eſt, atque Impoſſibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua ſunt maiores, quomodocunque aſſumptæ, Determinatum eſt, atque Poſſibile. fit enim hoc quoq;. Quemadmo-

Com. 27.

In 20. Propoſitione;

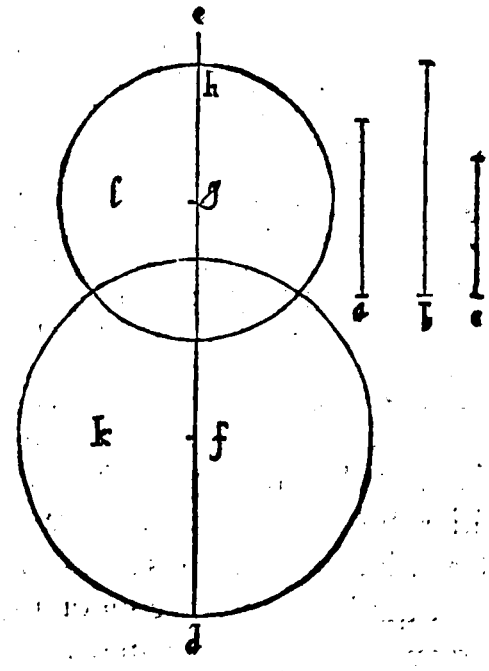
De Problematib⁹ Determinatis, Indeterminatis, Poſſibilib⁹, & Impoſſibilib⁹ vide ſuperi⁹ in com. primo.

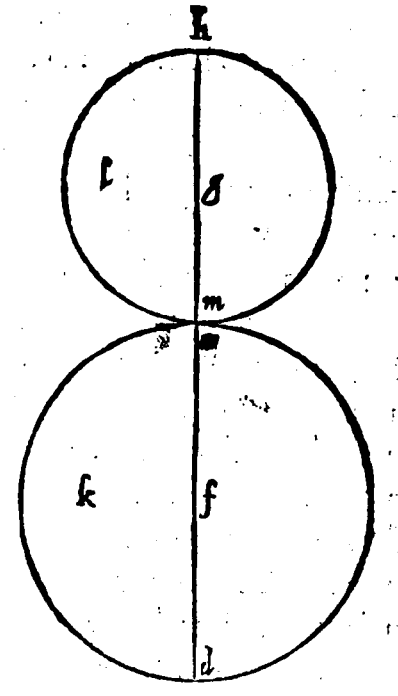
admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falſum ſit diuiſio; ita quoq; Problematum iuxta Poſsibile enuntiatum, atq; Impoſsibile. Quòd autem Inſtantiæ etiam, quæ aduerſus Conſtructionem ferunturhinc diſſoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipſam inſpicientes. Geometrę.n.verba ſequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet aſſumptæ reliquâ ſint maiores, luſſumqúe facere opus ſit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, vtputà ī Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipſi quidem a, æqualis ipſa d f: ipſi autem b, ipſa f g: ipſi verò c, ipſa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k deſcribatur. rurſus'q; Cētro quidē g, ītervallo verò g h, Circulus l deſignetur. & ſecent ſe inuicem Circuli. hoc ſiquidem Elementorū inſtitutor † ſortitus eſt. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortaſſe enim vel tangunt tantùm ſe inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipſos pati neceſſe eſt, aut ſe inuicem interſecare, aut tangere, aut diſtare ab inuicem. Dico itaq; quòd neceſſariò ſe inuicem interſecant. tangant enim prius ſe inuicem. Quoniam itaq; f Signū Centrum eſt Circuli k, ipſa d f æqualis eſt ipſi f n. & quoniam g Signum Centrum eſt Circuli l, æqualis eſt ipſa h g, ipſi g m. Duæ igitur d f, g h, vni ęquales ſunt, nempe ipſi f g. Poſitæ autem ſunt ipſa maiores, quemadmodū etiam a vnà cùm c, ipſa b eſt maior. illis ſiquidē ſunt æquales. Aequales igitur ipſi, ipſaqúe maiores ſunt, quod fieri

Inſtantiæ huius Problematis.

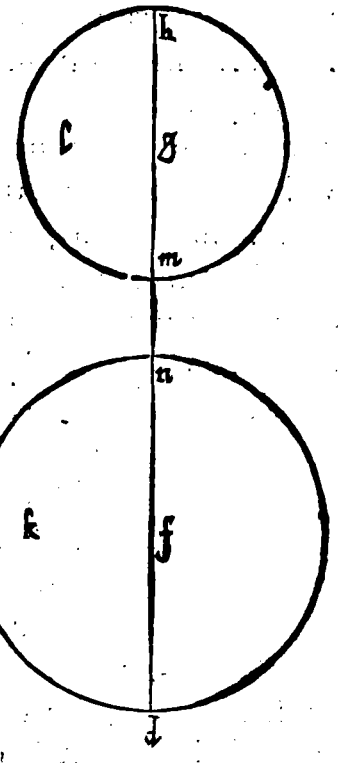
† aſsúpſit.

Reſpōſio.





fieri non poteſt. Rurſus ſi fieri poteſt diſtent ab inuicem Circuli, vt ipſi k l. Quoniam itaque Signum Circuli k Centrum eſt, ipſa d f, ipſi f n æqualis eſt. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum eſt, h g æqualis eſt ipſi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g eſt maior. ipſa enim f g ipſas d f, g h excedit, ipſa n m. Suppoſitum autem fuerat ipſas d f, h g, ipſa f g maiores eſſe, quemadmodum etiam ipſas a, c ipſa b. nam ipſa quidem d f, ipſi a: ipſa autem f g, ipſi b: ipſa verò h g, ipſi c æqualis poſita fuit. Neceſſarium eſt igitur Circulos k l ſe inuicem interſecare. Quamobrem recte Elementorum inſtitutor Circulos ſe inuicem ſecantes accepit. ſiquidem triũ etiam rectarum Linearum duas reliquas maiores ſuppoſuit, quomodocunq; aſſumptas, non autem vni æquales, neq; ipſa minores. neceſſe eſt autem tangentibus quidem ipſis ſe ſe, ipſas eſſe æquales: diſtantibus verò ipſis ab inuicem, duas reliqua minores eſſe.



XXXIV.

Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum conſtituere.

Propõ 23 Prob. 9.

PRoblema hoc quoque eſt, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuẽtum lucrum eſt, vt ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumque in ea Signum conſtitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum eſſe, neceſſariò Euclides adiecit. quoniã nec fieri poteſt vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam conſtituatur. oſtenſum. n. fuit quòd duo tantùm curuilineorũ Angulorum Rectilineis Angulis æquales ſunt, Angulus ſcilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iã oſtenſus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi ſimilis eſt, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis eſt.

Cõm. 28. Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referẽte Eude.

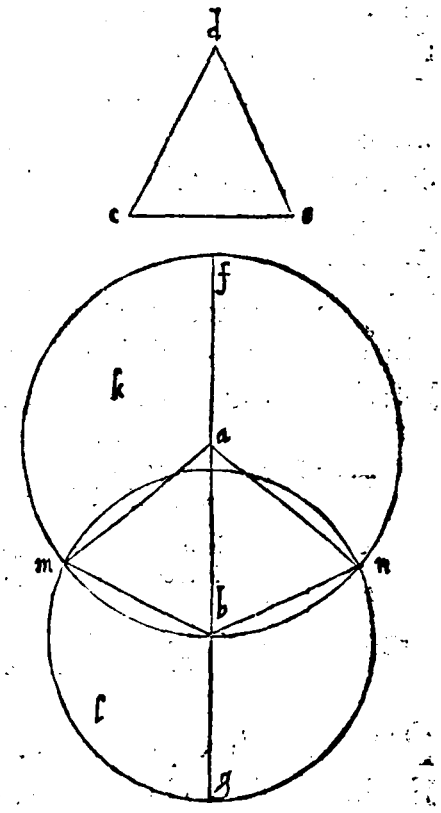
In cõm. 2. huius lib.

Fit

Nota, q̃ Angul⁹ Figurę ſimilis Securi, ſpecies eſt Anguli lunularis, & vocat̃ Pelecoides Angulus.

Fit aũt huiuſcemodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra ſe inuicem ſecantibus. Hoc verò, ad quandã rectam Lineam Anguli conſtitutionem fieri, Angulum qui conſtituitur determinatum efficit, nõ autem ſpecie indifferentem, ſed aut rectilineum, aut miſtum. cùm autem nullus miſtus rectilineo æqualis eſſe poſſit, manifeſtum quòd ipſe quoque omnino rectilineus eſt. Elementorum itaque inſtitutor præcedenti Problemate ſimpliciter vſus, ex tribusqúe rectis Lineis, quæ tribus datis æquales ſunt, Triangulum machinatus, Propoſitum fecit. Accipies autem Trianguli cõſtitutionem exquiſitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipſa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq; facere id, quod iuſſum eſt. Cõnectatur c e, & producatur a b ad vtranq; partem vſq; ad Signa f g, & ponatur ipſi quidẽ c d æqualis, ipſa f a: ipſi autem d e, ipſa a b: ipſi verò e c, ipſa b g. & Centro quidem a, interuallo autẽ a f, Circulus k deſignetur. & rurſus, vt in præcedenti, Cẽtro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l deſcribatur. Circuli igitur ſe inuicem interſecant, quemadmodum ſuperius oſtenſum eſt. Secẽt ſe in Signis m, n, à Signoqúe n cõnectantur ad Centra rectæ Lineæ, ſimiliterqúe à Signo m. Quoniã igitur f a, ipſi a m & ipſi a n æqualis eſt: ipſi autem f a, æqualis eſt ipſa c d, ipſa quoque a m, & ipſa a n, ipſi c d æquales ſunt. Rurſus quoniam b g, ipſi b m, & ipſi b n æqualis eſt: ipſa autem g b, ipſi c e inæqualis non eſt, ipſæ etiã b m, & b n, ipſi c e æquales ſunt. Verùm & ipſa a b, ipſi d e æqualis eſt. Duæ igitur a b, a m duabus d e, d c inæquales nõ ſunt, & Baſis b m æqualis eſt Baſi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis eſt. Rurſusqúe duæ n a, a b duabus c d, d e æquales ſunt, & Baſis n b, Baſi c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e eſt æqualis, luſsũq; dupliciter factum eſt. non .n. vnum tantùm, ſed duos conſtituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

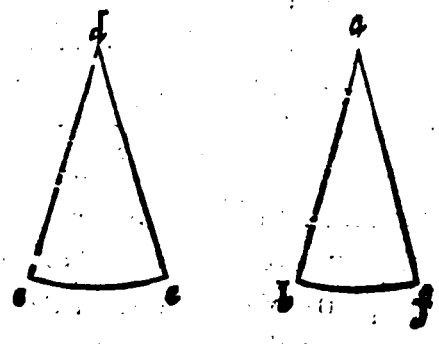
Alia exq̃ſitior hui⁹ Problematis Demõ.



vt in

vt in ſequentibus etiam in qualibet voluerimus parte conſtitutionem facere, indubitatum ſit, nemoque contradicat. Hęc quidem Conſtructioni Elementorum inſtitutoris adiecimus. Apollonij autem oſtenſionem non laudamus, tanquam eam, quæ iis indiget, quæ in Tertio Libro oſtenduntur. accipiens .n. ipſe quemcunque Angulum c d e, & rectam Lineam a b, Cẽtro quidem d, interuallo aũt c d, c e Circunferentiam deſcribit. Similiterque Centro quidem a, interuallo verò a b, b f Circunferẽtiam deſignat. intercipiensque c e Circunferentiam æqualem ipſi b f, connectit rectam Lineam a f, Angulosque a, c æqualibus Circunferẽtijs inſiſtentes, æquales affirmat. Oportet autem præaſſumpſiſſe quòd ipſa etiã a b, ipſi c d æqualis eſt, vt Circuli quoque æquales ſint. Huiuſcemodi itaque oſtenſionẽ tanquam poſterioribus vtẽtem ab Elementari inſtitutione alienam eſſe cenſemus Illam autem Geometræ tanquam principia conſequentem præponimus.

Dãnat Apollonii oſtenſionẽ.



TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Baſim quoque Baſi maiorem habebunt.

Propõ 24 Theo. 15.

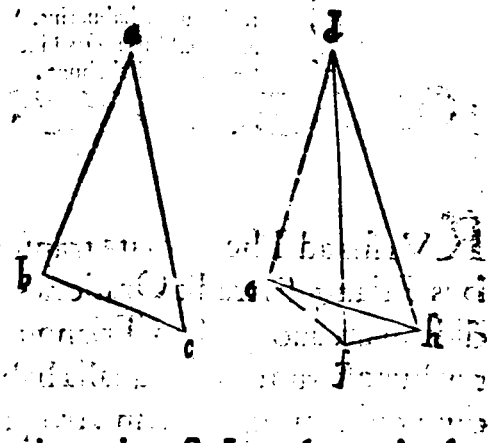
RVrſus ad Theoremata tranſiuit, & ſimiles de inęqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula ſupponẽs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri ęqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Baſim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq;, interdum autem inæqualem. & ęqualitati quidem illius conſequentẽ eſſe demonſtrauit Baſium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorũ Verticalium ęqualitatem eſſe conſequentem ſimiliter demonſtrauit: inæqualitati verò, inæqualitatẽ nunc oſtendit. Hoc igitur quod nunc

Cõm. 29

proponitur Theorema Quarto quidem oppoſitum eſt. nã illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales ſuppoſuit, hoc verò inæquales ipſos ſupponit. & illud quidem æquales ipſorum Baſes demonſtrauit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. precedit autem ſequenti Theoremati. nam illud quidẽ à Baſibus ad Angulos, ſub quibus Baſes ſubtendunt inęqualitatis orationem deducit: hoc verò è conuerſo ab Angulis ad Baſes, quæ ſub ipſis ſunt. Quamobrem ipſum conſequenter huic quidem iam dicto modo cõuerſum eſt, octauo autem Theoremati oppoſitum. nam alterum quidem ab æqualitate Baſium Angulos Verticales ęquales demonſtrat, alterum verò à Baſium inæqualitate ipſos quoq; inæquales oſtendit. Cõmune autem eſt hiſce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale verſantur, quartum ſcilicet, & octauũ: duo verò circa inęquale, hoc vtiq;, & ſequẽs & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præſentia quærere propoſuimus; duo autem à Baſibus, octauum porrò, quodque deinceps poſt præſens collocatum eſt) commune cunctis inquam hiſce quatuor eſt, tum quarto, & octauo, tum vigeſimo quarto, & vigeſimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus exiſtẽtibus omnis inquiſitio ſuperuacanea eſt, à deceptioneque haud immunis. Hęc de his in vniuerſum dicta ſint. Age autem Elementorum quoq; inſtitutoris

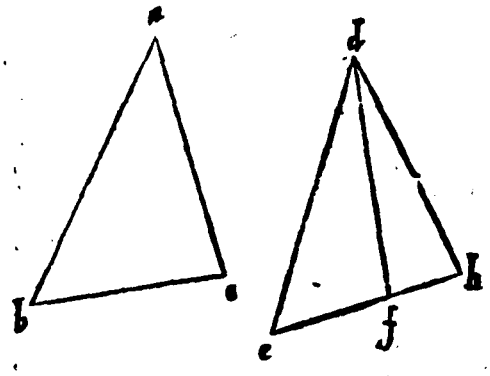
Varij huius Theorematis Caſus.

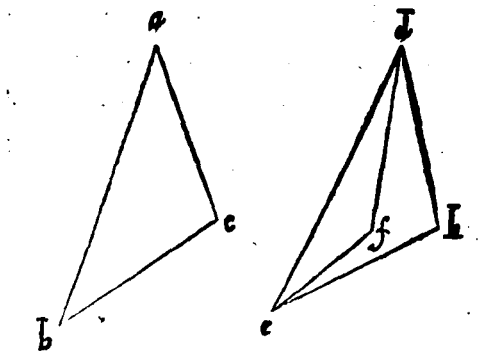
præſentis Theorematis Conſtructionem conſideremus, quodque deficit ipſi adiiciamus. accipiens enim duo Triangula a b c, d e f, Latera a b, a c Lateribus d e d f æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad a Signum exiſtentem Angulo ad d Signum exiſtenti maiorem, & volens oſtendere Baſim b c, Baſi e f maiorem, ad rectam Lineam e d, ad Signumque in ipſa, quod eſt d, Angulo qui ad a Signum eſt ęqualem conſtituit Angulum e d h. maior enim eſt Angulus qui ad a Signum eſt, Angulo qui ad Signum d, connectitque ipſi a c, ęqualem d h. Recta itaq; Linea e h ad Signum h producta aut ſupra rectã Linea e f cadit, aut ſuper ipſa, aut infra ipſam. Elementorum ſanè inſtitutor vtpotè ſuprà iacentem ipſam accepit. Sit autem ſuper ipſa



recta

recta Linea. Rurſus itaque idē oſtendemus. duæ enim a b, a c duabus d e, d h æquales ſunt, æqualesque continent Angulos. & Baſis igitur b c, Baſi e h æqualis eſt. At ipſa e h maior eſt quàm ipſa e f, quapropter ipſa quoq; b c maior eſt quàm ipſa e f. Verùm ſit infra ipſam e f, poſita. Connectentes itaque ipſam e h dicemus quòd cùm ipſæ a b, a c ipſis d e, d h æquales ſint, æqualesque Angulos comprehendant, ipſa quoque b c, ipſi e h æqualis eſt. Quoniam igitur intra Triangulum d e h duæ rectæ Lineæ d f, f e in Latere d e ſunt conſtitutæ, externis minores ſunt. Aequalis autem eſt d h, ipſi d f. ipſi nanq; a c æqualis eſt. Maior eſt igitur ipſa h e quàm ipſa e f. Sed h e æqualis eſt ipſi b c. Maior eſt ergo ipſa b c quàm ipſa e f. Iuxta itaq; omnem poſitionem Theorema oſtenſum eſt. Qua de cauſa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate ſimul demonſtrauit quòd Areæ quoque Triangulorum æquales ſunt, in hoc etiam non adjecit quòd præter Baſium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales ſunt? Aduerſus hanc vtiq; dubitationem dicatur quòd non eſt eadem ratio in æqualibus Angulis, & Baſibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Baſibus æqualibus exiſtentibus, Triangulorum etiam æqualitas ſequitur: inæqualibus autem exiſtentibus, neceſſarium non eſt Arearū inæqualitatem conſequi. ſed tum æqualia, tum inæqualia Triangula eſſe poſſunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Baſimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum inſtitutor Triangulorum comparationem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ poſterius oſtendenda ſunt anticipantes in præſentia quoque Arearum cōparationem facere, dicimus quòd ipſis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus exiſtentibus (habeatur autem ſermo in deſcriptione, quæ in Elemento eſt) Triāgula æqualia oſtē-





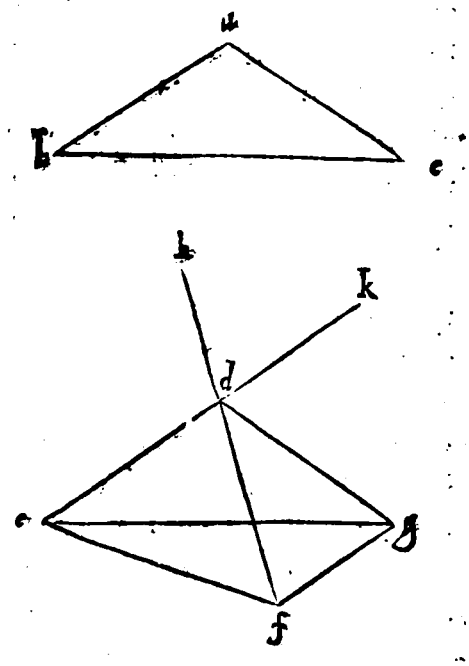
Dubitatio

Solutio.

Digreſſio

Arearum pulchracō paratio.

duntur: maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet: minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cõſtructa fuere, & producantur ipſę e d, f d ad ſigna h k, & ſupponantur Anguli b a c, e d f eſſe duobus Rectis ęquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g ęqualis eſt, Anguli e d g, e d f duobus Rectis ęquales ſunt. Sunt autẽ Anguli quoq; e d g, k d g duobus Rectis ęquales. Cõmunis auferatur e d g. Reliquus gitur e d f, reliquo g d k æqualis eſt. Verùm ipſe e d f æqualis eſt ipſi h d k. ad verticem enim ſunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis eſt. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus eſt, dúobus internis, & ex oppoſito iacentibus, ipſis ſcilicet, qui ſunt ad Signa g, & f, ęqualis eſt. At iſti ęquales ſibi inuicẽ ſunt. ipſa nanq; d g, ipſi d f æqualis eſt. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus eſt. Aequalis igitur eſt Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & ſunt alternatim. Parallela igitur eſt d e, ipſi f g. Triangula ergo g d e, f d e ſuper eadem Baſi d e ſunt, in eiſdemqúe d e, g f Parallelis. Aequalia igitur ſunt. Verùm Triangulum g d e, Triãgulo a b c eſt æquale. & Triangulũ ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non eſt. Et vides quòd tribus indiguimus Theorematibus, quæ ad Parallelarum tractationẽ ſpectant, vno quidem dicenti quòd omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacẽtibus æqualis eſt: altero autem, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelæ rectæ Lineæ ſunt: tertio verò, quòd Triangula ſuper eadem Baſi, in eiſdemqúe Parallelis conſtituta, æqualia ſunt. Quæ Elementorum quoq; inſtitutor ſciens, Triangulorum comparationem omiſit. Verùm ſint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & conſtruantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc eſt Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores ſunt: Anguli autem e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, ablato communi, ipſo ſcilicet e d g, Angulus e d f maior eſt Angulo g d k, hoc eſt Angulus k d h maior

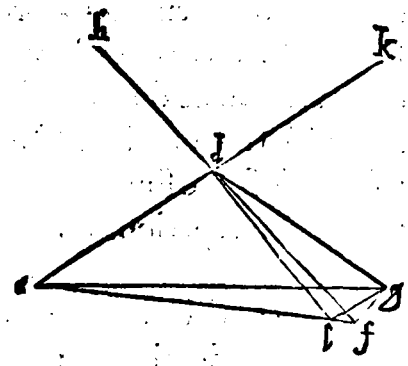


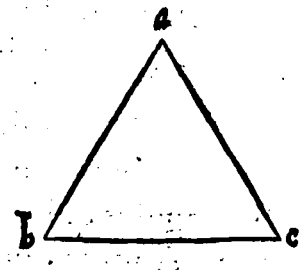
Propoſitio 32.

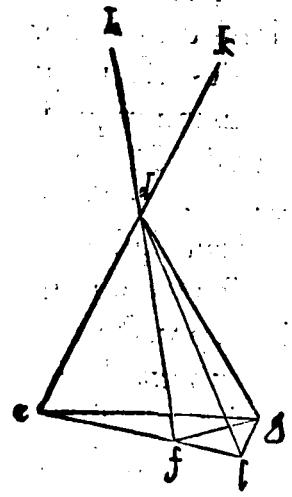
Propoſitio 27.

Propoſitio 37.

ior Angulo g d k. Angulus igitur g d h maior quàm duplus eſt Anguli g d k, ipſe nempe, qui duplus eſt Anguli ad g Signum exiſtentis. Angulus igitur g d k minor eſt Angulo, qui ad g Signum eſt. Ponatur ipſi g d k, æqualis d g l, & connectatur e l, & d l. Parallela ergo eſt g l, ipſi d e. Triangula igitur g d e, l d e æqualia ſunt. At Triangulum l d e minus eſt Triangulo f d e. Triangulum igitur g d e, Triangulo f d e minus eſt. Aequale autem eſt Triangulum g d e, Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo f d e minus eſt, ipſum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inęquales eadēqúe conſtruātur. Quoniā itaq; Anguli e d g, g d k duobus ſunt Rectis æquales, cōmuni ablato e d g, totus g d h minor quàm duplus eſt ipſius g d k. Sed duplus etiam ipſius qui ad g Signum eſt. Angulus igitur g d k, Angulo qui ad Signum g, maior eſt. Ponatur Angulo g d k, æqualis d g l, & coincidat g l cum ipſa e f in Signo l, & connectatur d l. Parallela igitur eſt g l, ipſi d e. Aequalia ergo ſibi inuicē ſunt Triāgula g d e, l d e. Verùm Triangulū quidem l d e maius eſt Triangulo f d e: Triāgulum verò g d e æquale eſt Triangulo a b c. Triangulum ergo a b c, Triangulo d f e maius eſt. Oſtenſum eſt igitur Triāgulum a b c, Triangulo d e f & æquale, & maius, & minus, Angulis qui ſunt ad a, & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quàm duo Recti, aut minoribus exiſtentibus. omneſqúe ſuppoſitiones fieri poſſunt. Quid enim ſi Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectiqúe dimidium eſſet: qui verò ad Signum d, Recti dimidium, non'ne duo iſti Anguli duobus Rectis æquales eſſent? Quid autem ſi qui ad Signum a, vnus Rectus, & Recti dimi-







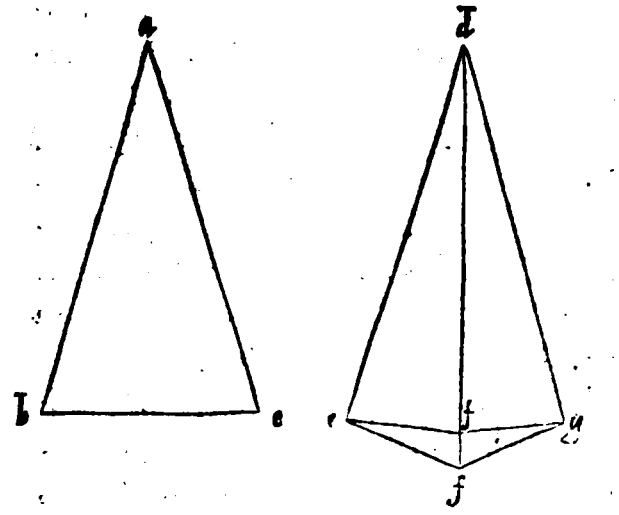
dium

dium eſſet: qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertiæ, non'ne duobus Rectis eſſent maiores? Quid verò ſi qui ad Signum a, vnus Rectus, Recti'q; eſſet dimidium: qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non'ne duobus eſſent Rectis minores, & ſemper Angulus a, Angulo d eſſet maior? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarū vſu nobis factæ ſunt. Neceſſariò igitur apud Elementorum inſtitutorem non reperiuntur.

INCERTI AVTORIS SCHOLIVM in vigeſimum quartum Theorema Primi Libri Elementorum Euclidis.

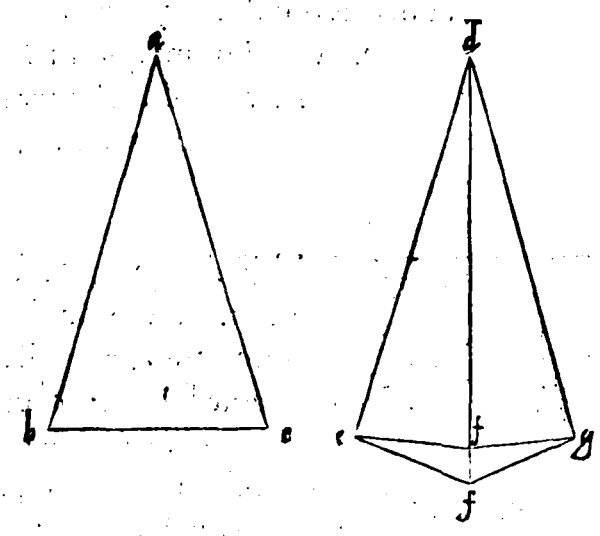
Scholium in exẽplari quodã veteri repertum.

SI MEAM afferre ſentẽtiam operæpretium eſt, errauit Philoſophus. nam fieri non poteſt vt ſuper ipſa ſubtendente quæ poſterius protracta eſt recta Linea cadat, ſed neceſſariò ſupra ipſam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor vſus fuit, quod autem dicimus, hoc modo oſtendemus. Sint duo Triãgula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f æqualia, & Angulus qui ad Signũ a, Angulo qui ad Signũ d ſit maior. Ponendus eſt itaque Angulus ipſi æqualis, qui ſit e d g, & protracta d g ſit æqualis ipſi e d. Si autẽ ipſam e g connectere volumus, fieri non poteſt vt ea, quæ connexa eſt, ipſi e f in directum ſit. nã ſi fieri poteſt ſit in directum ipſi, hoc eſt ſuper eadem recta Linea incidat ipſa e g, quemadmodum vſus eſſe videtur Proclus in ſecunda ſua ſuppoſitione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura eſſe ſupponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum c, Angulo qui ad Signum g. Cæterùm ipſi etiam d f e, eſt æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e æqua-



lis

lis eſt. quæ enim eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia. Si autẽ hoc verum eſt, Trianguli d f g, externus Angulus interno, & ex oppoſito collocato ęqualis erit, quod eſt impoſſibile. Fieri ergo minimè poteſt vt recta Linea e g, rectæ Lineæ e f in directum ſit. Si verò hoc fieri nõ poteſt, eò magis neque extrà incidet. Intrà igitur. Non ergo rectè dixit Philoſophus. Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non poſſe oſtendemus in eadem deſcriptione. Cùm enim ipſa d e, tum ipſi d f, tũ ipſi d g ęqualis ſupponatur, ipſa quoque d f, ipſi d g erit ęqualis. Quapropter tria Triãgula æquicrura ſunt, vtputà d e f, d f g, & d e g. æqualia ſiquidẽ inter ſe tria Latera oſtenſa ſunt. & qui igitur ad Baſes ipſorum ſunt Anguli, æquales ſibi inuicem erunt. hoc eſt qui ad Signum e, ei qui ad Signum g, & adhuc ipſi d f e: & qui ad Signum g, ipſi d f g. Quatuor igitur Anguli ſibi inuicem ſigillatim ęquales ſunt. Quamobrem & duo ipſorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e, & g Signa, duobus d f e, d f g ęquales vtriq; ſimul vtriſq;. Anguli igitur d f e, d f g, duobus ſunt Rectis æquales. ſiquidẽ recta Linea d f ſuper rectã Lineã e g ſtetit. Quocirca Anguli quoque d e f, d g f duobus Rectis æquales ſunt. Si autem hoc verum, ſeptimũ decimum Theorema deſtructum eſt. At qui illud verum eſt, hoc ergo nequaquam fieri poteſt. Quæ ergo producitur recta Linea e g, ſuper eadem recta Linea e f non cõnectetur. Si verò hoc fieri non poteſt, multò magis (vt dictum eſt) neque extrà incidet. quod enim in illa ſuppoſitione euenit abſurdũ, abſurdo hoc maius eſt. Dicẽdum igitur pro Philoſopho quòd eos, qui inſtituuntur alloquens, non ſatis ſcitè expoſuit. Vel exercitationis gratia, animiq́ue excitationis eorum, qui ingenio præſtant. vel fortaſſe etiam hallucinatus eſt. & nil mirum. Præterea aliter idem oſtendemus. Cùm enim quatuor Anguli ſigillatim ęquales ſibi inuicẽ oſtenſi ſint, hoc eſt ipſe d f e, & ipſe d f g: & adhuc qui ad Signum e, & qui ad g Signum. Cùm verò recta Linea ſuper rectã conſiſtens Lineã Deinceps



Defendit Proclũ magis eũ offendẽdo.

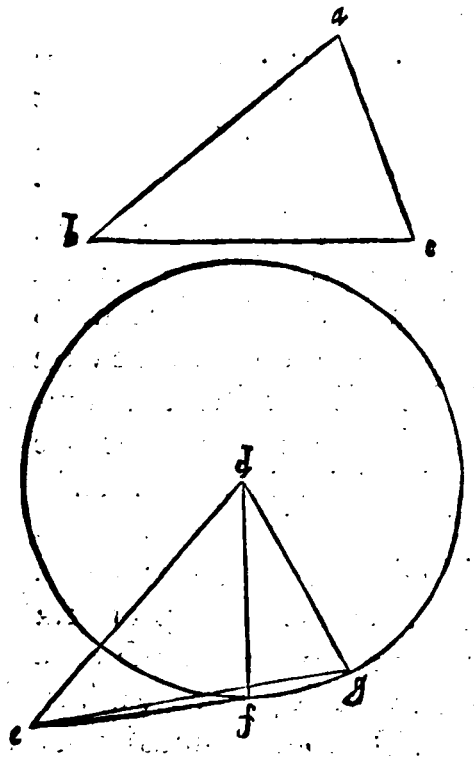
ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus eſt. Quamobrem vterque ipſorum d f e, d f g rectus erit. Si hoc autem verum eſt, Angulus etiam, qui ad g, rectus erit. Si autem hoc verũ, deſtructum eſt rurſus ſeptimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt. noſtra autem ſuppoſitio oſtẽdit ipſos duobus Rectis æquales, quod eſt abſurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIVM aduerſus quoddam incerti Autoris Scholium in Vigeſimum quartũ Theorema Primi Lib. Elementorũ Euclidis.

Scholium Interpretis.

SI MEA quoque afferenda eſt ſententia errauit planè incertus quiſquis ſit Autor, non errauit autẽ Philoſophus. nam ſciẽdum eſt quòd ipſa Triangula, quæ Elementorum inſtitutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim eſſe non poſſunt, cùm inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri ſint. erũt ſiquidem Anguli etiam æquales, quod non ſupponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoq; inſtitutor ipſa accepit, neceſſariò ſupra ſubtendentem quæ vltimò protracta eſt recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor oſtendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipſa ſuſcepit, fieri poteſt vt quæ vltimò protracta eſt recta Linea, tum ſuper ipſa ſubtendente, tum ſupra ipſam, tum etiam infra ipſam cadat. & iuxta omnem poſitionem Theorema veritatem in ſe continet, vt apud Proclum ipſum quilibet videre poteſt. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infeſtat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel ſuper ipſa ſubtendente vltimò protractam Proclus accepit, ſed ſimpliciter enuntiauit. Cùm autẽ indeterminatè aliquid affirmamus, ĩ quibus fieri poteſt ipſum intelligimus, nõ aũt in quibus non poteſt fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quaſi ad rudes, ambitionis cauſa, quippe quòd tantũ virum deceptum oſtẽdat, aut exercitationis gratia, Animiq́ue excitationis eorum, qui ingenio valent, præſens ſcripſit Scholium, aut fortaſſe etiam hallucinatus eſt. Scire autem operæpretium eſt quòd cùm ait incertus Autor in æquicru-

quicruribus Triangulis poſtremò productam rectam Lineam ſupra ſubtendentem neceſſariò cadere, hoc verum eſt in ijs quidē æquicruribus, quæ ſimiliter æquicrura ſunt, non autem in ijs, quæ non ſunt ſimiliter æquicrura. etenim in non ſimiliter æquicruribus fieri poteſt, vt quæ vltimò producta eſt recta Linea, modò ſupra ſubtendentem, modò infra, modò ſuper ipſa cadat. Sint enim duo Triangula a b c, d e f æquicrura ita, vt Latus quidem a b æquale ſit Lateri b c, & Latus a c, vtroque minus: Latus verò d f æquale Lateri f e, & Latus d e, vtroque maius. & ſit Latus a b æquale Lateri e d, & Latus a c, Lateri d f. nec non Angulus b a c, maior Angulo e d f. Ponatur autem Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & protrahatur ipſa d g, ponaturqúe æqualis ipſi a c, & connectatur ipſa e g. Dico quòd fieri poteſt vt ipſa e g, & ſupra ipſam e f, & infra ipſam, itemqúe ſuper ipſa cadat. Centro enim Signo d, interuallo autem Linea d f, Circulus deſcribatur, quem aut tangit Linea e f, aut ſecat. Tangat primùm. Linea igitur d g in Circuli Circunferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, neceſſariò ipſa e g ſupra ipſam e f cadet. Secet autem ipſa e f Circulum vt habetur in ſecunda noſtra deſcriptione, & producatur in directum Linea e f, quouſque Circulum iterum ſecet in h Signo. Quoniam itaque ipſa d g, ipſi d f æqualis eſt, neceſſariò in Circuli Circunferentia cadit. Aut igitur inter f h Signa in Circunferentia cadit, aut in Signum h, aut vltra h Signum. At qui fieri non poteſt vt in Signum h, aut vltra h Signum ipſa cadat, neceſſarium igitur eſt inter f, & h Signa ipſam cadere. Quòd autem neque in Signum h, neque vltra h Signum cadere poteſt, ſic oſtendemus. Cadat primùm in Signum h, vt ipſa d h, & producatur ipſa h d in directum vſque ad Signum k, & connectatur Linea k e, quę tangat Circulum,



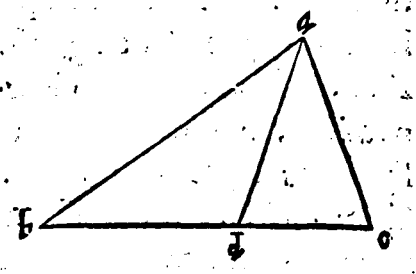
c in

in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales ſunt, Baſis autem e h, Baſi e k eſt maior, Angulus ſanè e d h, Angulo e d k maior eſt. Verùm Angulus e d k maior eſt Angulo e h d. Multò maior igitur eſt Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius eſt. Erat autem & æquale, Triangulum ſiquidem æquicrus ſupponebatur, quod fieri non poteſt. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd neque vltra ipſum ijſdem exiſtentibus ſuppoſitionibus cadere poteſt. Ne ceſſariò igitur inter Signa f h in Circunferentia cadit, ſecantque ſe inuicem ipſæ d g, e h rectæ Lineæ. Ipſa ergo e g protracta magis remota quàm ipſa e h à Cẽtro eſt, & propterea infra ipſam e f cadit, quod demonſtrandum erat. Demonſtrauimus igitur quòd tum ſupra, tum infra ipſam cadere poteſt. Reliquum autem eſt oſtẽdere quòd fieri poteſt, vt etiam ſuper ipſa ſubtendente quæ vltimò protracta eſt recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ ſuperius deſcripta ſunt, & ſit quidem vterq; Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemque duplus Anguli e d f. hoc enim fieri poteſt. conſtituatur aũt ad d e rectã Lineã, ad Signũque in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuiuis Linearũ a c, d f æqualis ipſa d g, cõnectatur'q; Linea e g. Dico quòd his ſuppoſitis, neceſſariò ip-

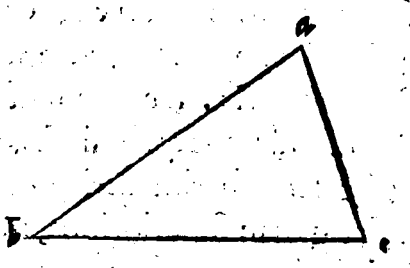
ſa

ſa f g ipſi e f in directũ eſt, ipſaque e g poſtremò protracta, ſuper ipſa e f g velis nolis cadet. Primùm igitur oſtendendum quòd in directũ eſt ipſa g f, ipſi f e, vnaque eſt recta Linea ipſa e f g: poſtea verò, quòd ſuper ipſa cadit recta Linea e g, poſtremò protracta. Si autem hoc oſtendere volumus, oſtendenda prius eſt nobis Sumptiuncula quędã, quæ talis eſt. Si Trianguli ęquicruris vtrunque eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Baſim ſunt bifariam ſectus fuerit, quæ Angulum ſecat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, ęqualis eſt Baſi Trianguli, quod initiò erat, itemque alteri diſſecti Lateris Segmento, quod minori Triãguli Angulo magis propinquũ eſt. Sit Triangulũ a b c æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad a c Baſim ſunt. Angulorum reliqui duplũ, & ſecetur bifariam Angulus, qui ad a Signum eſt per rectã Lineam a d, & ducatur ipſa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis eſt recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b. *Sumptio.*

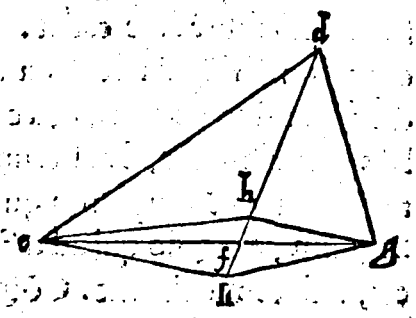
Demõ Sũptionis.



Quoniam Angulus b a c duplus eſt vtriuſq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis eſt. Aequale igitur eſt & Latus a d, Lateri d b. Rurſus quoniam Trianguli a b d externus eſt Angulus a d c, duobus internis, ex oppoſitoque iacentibus, ipſis nẽpe a b d, b a d eſt æqualis, qui ipſi b a c æquales ſunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non eſt. At ipſe b a c, ipſi a c b eſt ęqualis. æquicrus.n. Triãgulum a b c ſupponebatur. Angulus igitur a d c, Angulo a c d ęqualis eſt. & Latus ergo a d ęquale eſt Lateri a c. Oſtenſum eſt aũt ipſi etiam d b ęquale. Recta igitur Linea a d vtriq; a c, d b rectarũ Linearũ æqualis eſt, quod oportuit demonſtraſſe. Hoc præaſſumpto Propoſitum oſtendemus. Sit igitur quæ ſuperius deſignata fuit deſcriptio. Si itaq; ipſa g f in directum non eſt ipſi f e, ſed ſunt duæ Rectæ ipſæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signũ recta Linea, quę aut ſupra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nã ſuper duabus rectis Lineis

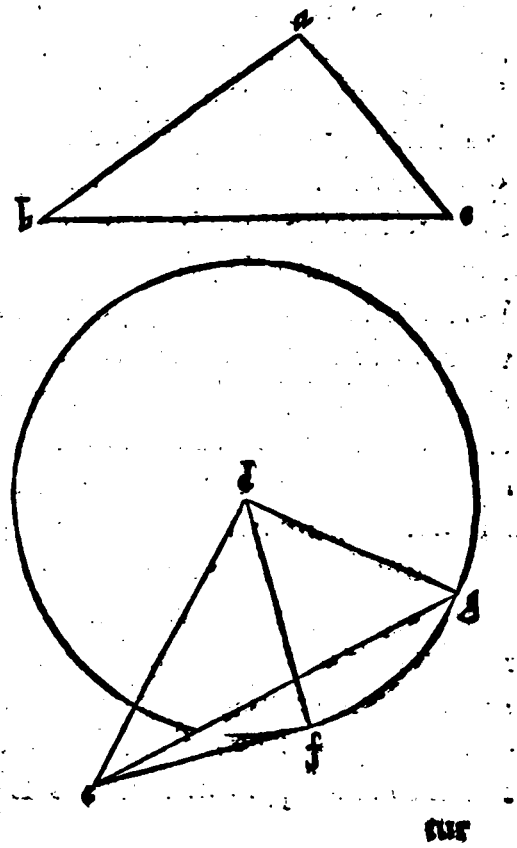


Propoſiti Demõ.



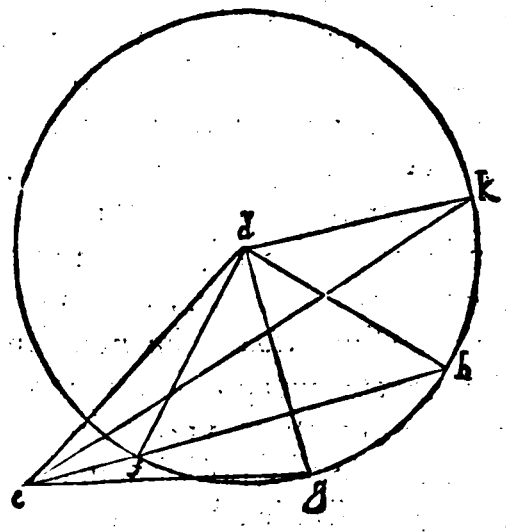
vna recta Linea cadere minimè poteſt. Cadat primò ſuprà. Secat igitur ipſam d f, ſecet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipſi d e; & a c, ipſi d g æqualis eſt, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehẽdunt eos, qui ſunt ad verticem. Baſis igitur b c, Baſi e g æqualis eſt, omniaque omnibus ſunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus eſt, habens vtrunque eorum qui ad Baſim d g ſunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis eſt igitur ipſa d h, ipſi d g, poſita autem erat ipſa d g, ipſi d f æqualis. & ipſa ergo d h, ipſi d f æqualis eſt, Totæ ſua pars, quod nequaquã fieri poteſt. Nõ cadit ergo ſuprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producatur ipſa d f quouſque ipſam ſecet in h Signo. Similiter porrò oſtendemus quòd tota d h ſuæ d f parti æqualis eſt, quod eſt abſurdum. Fieri igitur non poteſt vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; ſupra. Super ipſis ergo neceſſariò cader. Verũ vna recta Linea ſuper duabus rectis Lineis tota cadere non poteſt. Ipſæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nõ ſunt. Vna ergo tota ipſa e f g recta Linea eſt. Cùm autẽ vna ſit, manifeſtum eſt quòd nulla alia eſt, niſi ipſa e g poſtremò protracta. In huiuſcemodi igitur Aequicruribus, quę hoc modo ſe ſe habent recta quę vltimò protracta eſt Linea, neq; ſuprà, neq; infrà, ſed ſuper ipſa ſubtendente omnino cadet. Oſtenſum autem fuit quod aliter ſe ſe habentibus huiuſcemodi Aequicruribus fieri poteſt vt etiam ſupra ipſam, & infra ipſam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipſa e g & ſupra, & infra ipſam e f, & ſuper ipſa cadere poteſt, quod oportuit demonſtraſſe. Eodem ſanè modo oſtendemus quòd ſi Triangula Scalena fuerint fieri poteſt vt ipſa e g tũ in ſuperioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam ſuper ipſa ſubtẽdẽte cadat. Sint ergo duo Triãgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signũ eſt, maiorem habeant. Cõſtitua-

Demõ in Scalenis.



tur

tur ita, ꝙ ad rectam Lineam d e, a d Signumqúe in ea d, Angulo b a c æqualis Angulus e d g, & ponatur cuiuis ipſarum a c, d f æqualis ipſa d g, & connectatur e g. Dico quòd fieri poteſt vt ipſa e g & ſupra ipſam e f, & infra, & ſuper ipſa cadat. Centro enim d, interuallo autem d f Circulus deſignetur, quẽ aut tangit rurſus ipſa e f, & tunc recta Linea e g ſupra rectam Lineam e f cadet, vt in Aequicruribus oſtenſum eſt: aut ſecat ipſum. Secet, & producatur in directũ ipſa e f quouſq; ſecet rurſus Circulum in h Signo. Aut ergo ipſa d g inter Signa f h in Circunferentiam incidit, & ſic ipſa e g infra ipſam e f cadet: aut in Signo h, & tunc ipſa e g ſuper ipſa e f in directum cadet, vt ipſa e h: aut vltra h Signũ, vt ipſa d k, & ſic ipſa e k, hoc eſt ipſa e g ſupra ipſam e f cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ vltimò producta eſt recta Linea non ſolùm ſupra ſubtendentem, verum etiam infra, itẽqúe ſuper ipſa cadere poteſt, quod erat demõſtrandum. Non errauit igitur Proclus maximus quidem Philoſophus, quippe qui Triangula ipſa non determinauit, ſed ſimpliciter enuntiauit.



Aſſumemus autem ex his Triangulorũ cùm ad principia totius Mathematicę eſſentię relationem, tum ad ea, quæ ſunt proportionẽ. quum enim Mathematica genera, & ſpecies Fine, & Infinito participent, ſiquidem ab ipſis etiã ſcaturiunt, alia quidem Fini cognata ſunt, alia verò Infinitati, alia autem per miſtionem vtriuſque ſubſiſtunt. & quæ quidem ex Fine orta ſunt, terminum, & ſtatum, & identitatem, & æqualitatem, & ſimilitudinem ſeruant: quę autem ab Infinitate emanant, in infinitum progreſſionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & diſſimilitudinem, & varietatem, omnisqúe generis diuerſitatem in ſe ſe oſtendunt: quæ verò per miſtionem vtriuſq; gignuntur, partim quidem Finis naturã propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriorem ſeriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cùm Trilateræ etiã Figuræ per illa principia conſtituantur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantùm, Digreſſio

&

Triãgulorũ ad ſua principia relatio.

& ſimilitudine eſt præditum, & iuxta omnia finitum ſemper, atq; terminatum, idemq́ manens, & neq; accretionem iuxta Angulos, neq; decretionem, neq; vllam iuxta Latera varietatem ſuſcipiens: Infinitatis aũt, ſcalenũ, quod ſolius inęqualitatis, & diſſimilitudinis eſt particeps, iuxtaq́ omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem oſtendit: vtriuſque autem, quippe quæ medium ipſarum tenet Centrum, miſtæq́ ex ambobus naturæ eſt particeps, æquicrus, quod Finis ſimul, atque Infinitatis oſtendendæ vim habet. Quapropter Triãgula, quę præſens Vigeſimũ quartũ Theorema proponit, ęquilatera eſſe nõ poſſunt (hoc ſiquidẽ inęqualitatẽ oſtẽdit, illa ãt ab æqualitate vndiq; ſcatent) verũ aut æquicrura, aut ſcalena. & ſi æquicrura, aut ſimiliter. rurſus ęquicrura, aut nõ ſimiliter. & in ſcalenis magis varia eſt ipſius Conſtructio, q̃ in æquicruribus. in ſcalenis .n. quæ poſtremò protracta eſt recta Linea & ſupra, & infra ſubtendentem, itemq́ ſuper ipſa cadere poteſt: in æquicruribus autẽ neceſſariò ſupra ipſam cadit. in æquicruribus inquam, quæ ſimiliter æquicrura ſunt. quæ enim non ſunt ſimiliter æquicrura diuerſitate, & varietate iuxta poſitionẽ magis participant, quàm ea, quæ æquicrura ſimiliter ſunt. vnde etiam magis varia iſtorum, quàm illorum Conſtructio eſt. Iurè igitur in ſcalenis magis varia Conſtructio ipſa, & Demonſtratio eſt, quàm in æquicruribus. Siquidẽ ſcalena quidẽ varietate, & diuerſitate, ſimpliciterq́ deteriori ſerie magis quàm æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ ſunt magis cognata. Propterea ſanè diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium menſuris, & ſimplicitate, & æqualitate, identitateq́ præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei aſſimilant: æquicrus autem ſecundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ menſura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemq; immoderationem iuxta ſuas extremitates attingunt, æquicrurium ſiquidem duo quidẽ Latera, & duo Anguli ęquales ſunt, Baſis autem, Verticalisq́ Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quę vndequaq; immoderatione, & inęqualitate, omniſq́ generis diuerſitate, & varietate refertæ ſunt. Verùm de his quidem hactenus.

Pulchra Triãgulorum iuxta Pythagoreos ad ea q̃ ſunt cõparatio.

Finis Scholii

Corollarium ex Scholio.

Corollarium.

EX his porrò manifeſtum eſt quòd in Triangulis non ſimiliter ęquicruribus cùm quidem Angulus Verticalis vtrius duplus fuerit Angu-

li

li Verticalis alterius, neceſſariò quę vltimò protracta eſt recta Linea, ſuper ſubtendẽte recta Linea cadit: cùm autem maior quàm duplus, infra ipſam: cùm verò minor, ſupra. Opus eſt autem quando ſuper ipſa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Baſim ſunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVVNTVR PROCLI Commentarij

TEXTVS

Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Baſim verò Baſi maiorem: Angulũ quoque ab æqualibus rectis Lineis contentum Angulo maiorem habebunt.

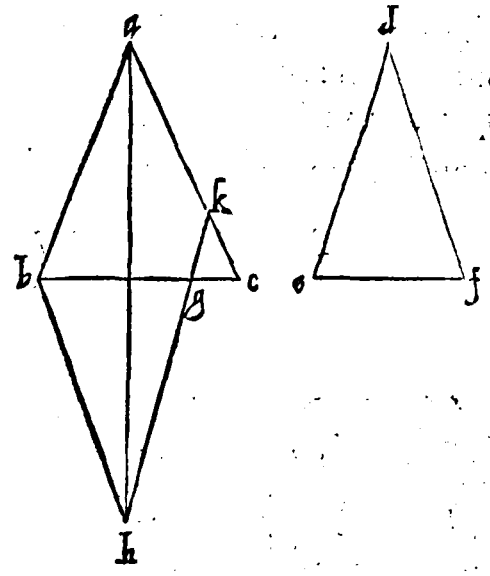
Propõ 25 Theo. 16.

Cõm. 30.

PRęſens Theorema Octauo quidem oppoſitum eſt, precedenti verò conuerſum. iuxta coniugationem enim Elementorum inſtitutor de Angulorum, Baſiumqúe æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Precedentia, alia verò Conuerſa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis oſtẽſionibus: in Cõuerſis verò, ad impoſsibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quę in ipſo ſunt, eorum, qui ab ipſis ſubtenduntur Angulorum æqualitatem conſequentem eſſe oſtendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rurſusqúe è conuerſo, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem eſſe conſequentem affirmans. Verùm ad Propoſitum venientes, quomodo quidem Geometra oſtendit manifeſtũ cùm ſit, ex Libris legere ñs, qui diſcendi tenentur deſiderio dimittemus. Quas autem alĩ etiam eiuſdem afferunt Demonſtrationes breuiter enarrabimus. & primùm illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula a b c, d e f duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f æqualia habentia alterum alteri, Baſimqúe b c, Baſi e f maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior eſt. abſcindatur enim à Baſi b c, Baſi e f æqualis, quæ ſit b g, & conſtituatur ad b Signum Angulo d e f, æqualis Angulus g b h, & ponatur b h ipſi d e æqualis, & connectatur h g, & producatur vſque ad k Signum, cõnectaturqúe a h. Quoniam itaque

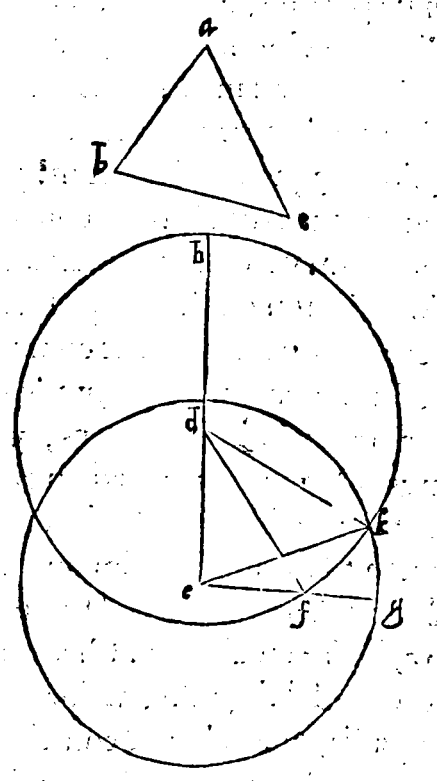
Demõſtratio Menelai Alexãdrini.

que b g æqualis eſt ipſi e f, b h autem ipſi e d, duæ duabus ſunt æquales, Angulosque æquales continent. Ipſa igitur g h, ipſi d f æqualis eſt, et Angulus b h g Angulo e d f inæqualis non eſt. Et quoniam g h æqualis eſt ipſi d f, ipſa autem d f, ipſi a c, ipſa quoque g h, ipſi a c æqualis eſt. Maior eſt igitur h k, quàm a c, quamobrẽ multò maior quàm a k. Et Angulus ergo k a h, Angulo k h a maior eſt. Rurſus quoniã æqualis eſt ipſi a b, ipſa b h, ipſi nanque d e eſt æqualis,



Angulus b h a, Angulo b a h æqualis eſt. Totus igitur b h k Angulus toto b a c Angulo eſt minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d, oſtenſus eſt. Angulus ergo b a c, Angulo, qui eſt ad d Signum, eſt maior. Talis quidem Menelai Demõſtratio eſt. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impoſsibile idem oſtendit. Sint duo Triãgula a b c, d e f, eqdẽque ſint ſuppoſitiones. & quoniam b c maior eſt quàm ipſa e f, producatur e f, & ponatur ipſi b c, æqualis e g, ſimiliterque protrahatur d e, & ponatur ipſi d f, æqualis d h. Circulus igitur, qui Cẽtro d, interualloque d f deſcribitur tranſibit etiam per Signum h. Deſcribatur vt f k h. & quoniam a c, a b maiores ſunt ipſa b c, hæ autem ipſi e h æquales ſũt, & b c, ipſi g e, Circulus, qui Centro quidem e, interuallo autem e g deſcribitur, ſecat ipſam e h. Secet vt ipſe g k, & connectantur à communi Circulorum ſectione ad Centra rectæ Lineæ k d, k e. Quoniam itaque d Signum Centrũ eſt Circuli h k f, ipſa

Heronis Mechanici Demõ.



ipſa d k, ipſi d h ęqualis eſt, hoc eſt ipſi a c. Rurſus quoniam e Signum Centrum eſt Circuli g k, ipſa e k ipſi e g æqualis eſt, hoc eſt ipſi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k ſunt æquales, & b c Baſis, e k Baſi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k eſt æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior eſt.

TEXTVS

Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, vnumq; Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod ſub vno æqualium Angulorum ſubtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt.

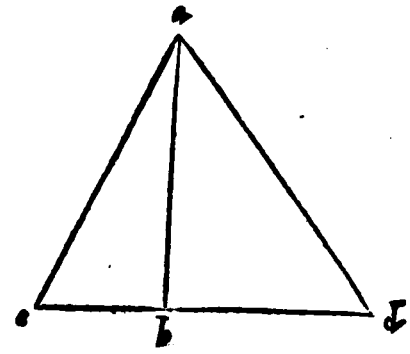
Propō 26 Theo 17.

TRiangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, neceſſe eſt aut Latera ſola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut ſolos Angulos æquales ſumendo, Laterum æqualitatem inueſtigare: aut Angulos, & Latera miſcendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem ſcrutari. Solos itaq; Angulos quidē ęquales cùm accepiſſet Euclides, Latera quoq; Triangulorum nō potuit æqualia oſtendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula ſunt, quum etiam iuxta Latera, comprehenſaq́ue ſpatia ab alijs ſuperentur: Angulos autem Angulis illorum ſingillatim ęquales habeāt. Sola verò Latera ęqualia cùm ſuppoſuiſſet, omnia æqualia eſſe demonſtrauit per octauū Theorema, in quo duo ſunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Baſimq́ue Baſi æqualem habent, hæcq́ue æquiangula, æqualiumq́ue Spatiorum comprehendendorum vim habentia oſtenduntur. & Elementorum inſtitutor hanc additionem prætermiſit tanquam per quartum neceſſariò conſequentem, nullaq́ue Demonſtratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumq́ue Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosq́ue Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrà vnum Angulum, duoq́ue Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiā vno Latere, vnoq́ue Angulo plures. Verùm vnum Angulum, vnumq́ue Latus cùm accepiſſet, Propoſitum minimè oſtendit, reliquorū ſcilicet æqualitatem. fieri enim poteſt vt duo Triangula iuxta vnum ſolum Latus, vnumq́ue Angulum ęqualia exiſtentia, quò ad reliqua prorſus inęqualia ſint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta ſuper rectam Lineam c d, ſit autem maior b d quàm b c, & connectan-

Cōm. 31. Pulcherrima cōparationis Triāgulorū Diuiſio

d tur

tur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem eſt Latus commune, vnusqúe Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia ſunt. Vnum autẽ Latus, & duos Angulos accipere licet, cęteraqúe ęqualia oſtẽdere, & hoc facit per prę-ſens Theorema. Vnũ verò Latus, & tres Angulos ęquales iterum ſupponere ſuperuacaneum eſt. Siquidẽ duobus etiam ſolis æqualibus exiſtentibus, reliquorum æqualitas oſtenſa fuit. Rurſus vnum Angulũ, duoqúe Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonſtrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere ſuperuacuum eſt. duo nanque tantùm ęqualia aſſumpta, cæterorum æqualitatem concluſerunt. Quinetiam duo Latera, duoſqúe Angulos æquales ſuſcipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia ſuperuacanea ſunt. quæ.n. pauciores conſequuntur ſuppoſitiones, omnino plures etiã comitantur, dũmodo cum † datis conditionibus ſuppoſitiones accipiantur. Tres ergo ſuppoſitiones Demonſtratione egentes ſunt nobis ortæ, quæ quidem ſola tria Latera ſuſcipit: quæqúe vnum Latus, & duos Angulos, quã nunc Geometra proponit: huicqúe oppoſita. Et propterea hęc ſola tria Theoremata de æqualitate Triangulorũ habemus, quæ in Lateribus, Angulisqúe verſatur. Quandoquidem cæteræ omnes ſuppoſitiones ad Quæſitum oſtendendum aut inualidæ ſunt, aut validæ quidem, ſed ſuperuacaneæ, eò quòd per pauciores ſuppoſitiones eadem ſuapte natura comparata ſunt. Quẽadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia ſuſcipiebat, vnoqúe Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, ſed (vt ab ipſo propoſitum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales aſſumens, vnumqúe Latus vni Lateri, hoc non quodlibet aſſumit, verùm aut ęquis Angulis adiacens, aut ſub vno ęqualium Angulorum ſubtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis ſumptus, neque quoduis in præſenti Theoremate Latus, reliqua æqualia oſtendere poteſt. Dico autem, exempli gratia, exiſtente Triangulo æquilatero a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo



† decẽtibus.

Trian-

Triãgula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnũqúe Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verùm nõ etiam reliqua Latera æqualia ſunt, vtputà Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim ſunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales ſunt. Cauſa autem eſt quoniam Angulo Angulum ęqualem ſuſcepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem ſanè modo præſens quoque Theorema titubare videbitur, niſi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus ſub vno æqualium Angulorũ ſubtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triãgulum rectãgulum a b c, Angulum, qui ad b Signum eſt rectum habens, Latus ęq; b c maius Latere b a, & producatur a b, & cõſtituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumqúe in ea c, Angulo b a c, ęqualis Angulus b c d, & coincidant b d, c d productæ vſq; ad Signum d. Duo itaq; Triangula ſunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosqúe Angulos duobus Angulis ęquales a b c quidẽ, ipſi c b d (Recti. n. ſunt) b a c autem, ipſi b c d. ſic. n. conſtituti fuere. Aequalia igitur (vt videtur) Triangula ſunt, oſtenditur tamen Triangulum b d c maius Triãgulo a b c. cauſa aũt eſt quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum ęqualiũ Angulorũ ſubtẽdens accepimus, ipſum ſcilicet, qui ad a Signum eſt: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtriſque aut vnum æqualium Angulorum ſubtendere, aut ęquis Angulis adiacere. Hoc autem nõ obſeruantes Triangulũ illud æquale affirmamus, quod neceſſariò maius eſt. quomodo. n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non eſt? conſtituatur. n. ad rectam Lineam b c, ad Signumqúe in ipſa datum

c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus. n. b c d maior eſt Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum eſt. Quoniam igitur duo Triangula ſunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterũ alteri ęquales habentia, vnũque Latus cõmune ęqualibus Angulis adiacens ipſum ſcilicet b c, Triangula æqualia ſunt. Maius eſt autẽ Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur eſt Triangulo etiam a b c. Prius autẽ æquale oſtenſum fuit, propter cuiuslibet Lateris aſſumptionem. Hæc ad præſentium quoq; diligentiam Porphyrius nobis ſuppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præſens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum. n. quæ in Mari ſunt diſtantiam eo modo, quo dicunt ipſum oſtẽdere, hoc inſuper vti (inquit) neceſſe eſt. Ex iam dicta autem diuiſione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationẽ breuiter aſſumemus, prætermiſſorumque cauſas dicere poterimus, tãquam mendaces ſuppoſitiones ipſas, vel tanquam ſuperuacaneas redarguentes. & huc vſque finem habere Elemẽtorum inſtitutori primam ſectionem ſtatuemus, quippe qui Triangulorum quidem Conſtitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inęquale fecit. & per Conſtitutionem quidem, ipſorum Eſſentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuerſitatem. tria. n. ſunt, quę circa exiſtentiam verſantur, Eſſentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus ſecundum ſubiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus oſtenditur quòd vnumquodq; ſibi ipſi idem eſt, à ſe ipſoque diſcrepat, propter eam, quæ in ipſo eſt multitudinem: omniaque eadem ſibi inuicem ſunt, & à ſe ipſis diuerſa. etenim tum in vnoquoq; Triangulorum, tum in pluribus vno Triãgulis æqualitas, inæqualitasque reperta fuit.

Porphyrius.

Eudemus i Geometricis enarrationib⁹ ad Thaletem hoc Theorema refert

Epilogus primæ ſectiõis primi lib. Elementorum Euclidis. Documẽtum.

Pulchra conſideratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBER QVARTVS.

Quod ſit Secundæ primi Elementorum Partis Propoſitum

Caput vnicum.

DE TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemẽtari inſtitutiõe dici poterãt ex iã dictis didicimus. De Quadrilateris aũt Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrãmis nos edocens, ſimul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppoſitionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quaſdam ſpecies, Trapeziumque ſimiliter. Verùm quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum eſt, Trapezium verò non eundem, neque ſimilem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipſi eſt ſermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim ſectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifeſtum erit. Quoniam autem rurſus fieri non poteſt vt aliquid de Parallelogrãmorum conſtitutione, vel æqualitate dicatur abſq; Parallelarum conſideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifeſtum, Parallelogrammum illud eſt, quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus rectis Lineis circunſcribitur) neceſſariò hinc à Parallelis doctrinæ ſumit initium, paululum autem ab his progreſſus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vſus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem inſtitutionem. quippe quod videtur quidẽ Symptoma quoddam, quod Parallelis ineſt contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim eſt quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoque æquales, & Parallelæ ſunt. nam in hoc quidem Theorema-

Continuatio Libri.

Incõ 18. Libri 2.

Inferius i Propõne 35.

Propõ 33.

te

te quoddam ęqualibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens conſideratur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex oppoſito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum ſermo neceſſariò præaſſumptus fuit, ex his manifeſtum eſt.

Tria, quæ Parallelis ſe inſunt

Tria autem aſſumenda ſunt, quæ Parallelis per ſe inſunt, & ipſas per ſe exprimunt, ipſisque conuertuntur, non ſolùm tria ſimul, ſed vnũquodq; etiam ſeorſum ab alijs ſumptum. Quorum vnũ quidem eſt, Recta Linea Parallelas ſecante, Alternos Angulos æquales eſſe: alterum autem, Recta Linea Parallelas ſecãte, internos Angulos duobus Rectis eſſe æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas ſecante, externum Angulum interno, ex oppoſitoque iacenti æqualem eſſe. ſufficiens enim eſt quodlibet horum Symptomatũ demonſtratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autẽ ceteri quoq; Mathematici de Lineis differere conſueuerunt, vniuſcuiuſque ſpeciei Symptoma tradentes. Apollonius nanq; in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma ſit oſtendit, & † Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perſeusque in Spiricis. nam poſt ipſarum ortum quod ipſis per ſe, & ſecundum quod ipſum ineſt, aſſumptũ, conſtitutam nobis formam à cunctis alijs diſtinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoq; inſtitutor Parallelarum Symptomata primùm inueſtigat.

Apollonius † Nicodemus. Hippias. Perſeus.

SECVNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

TEXTVS

Propõ 27 Theor. 18

Si in duas rectas Lineas recta incidés Linea Alternos Angulos æquos adinuicem fecerit Parallelæ ipſæ rectæ Lineæ adinuicem erunt.

Cõm. primum.

IN præſenti quidem Theoremate tãquam euidens præaſſumptum non fuit rectas Lineas in vno eſſe Plano, potius verò in omnibus Theorematibus, quę in Plano conſiderantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus exiſtentibus rectę Lineæ Parallelæ eſſent, niſi in eodem quoque eſſent Plano. nihil. n. obſtat in modũ literę X rectis Lineis altera quidẽ in vno, altera verò in alio Plano iacẽtibus rectam in ipſas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non ſunt tamen Parallelæ quæ hoc modo ſe habent

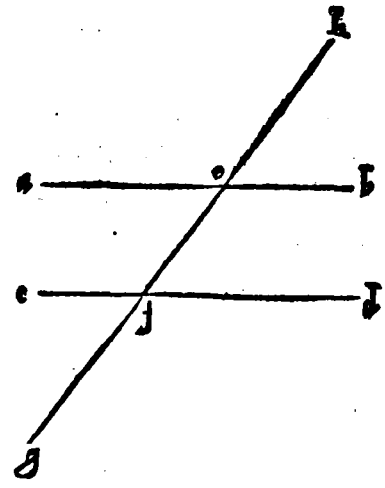
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodem'q; Plano excogitamus. Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū aūt est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasqúe incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem a b incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò q; alter quidē sursum, alter aūt deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alterntim Angulos appellat. Dico aūt, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteqúe in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēqúe Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alterno, commutatoúe ordine iuxta positionem se habentes. Illud aūt sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantùm Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem. Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producatur ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrà pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrà, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrà ponēs,

In lib. 2. in com. 7.

Notandū

Qui sint Alterni Anguli.



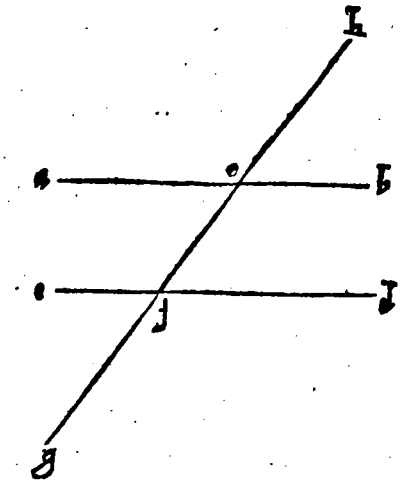
Documētum.

Diuisio Sympromatū Parallelarū Linearū.

nes, vt ipſos a e f, & e f d, vel ipſos c f e, & f e b: aut vtrunq; extrà, vt ipſos a e h, & d f g, vel ipſos h e b & c f g: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocqúe rurſus quadrupliciter. aut enim ipſos a e h, & e f d: aut ipſos h e b, & e f c: aut ipſos g f c, & f e b: aut ipſos g f d, & f e a pones. & præter has alia Sumptio non eſt. Cùm itaque Anguli ſex modis ſumantur, Geometra tres ſolas ſumptiones contexuit. & hæc quidem conſequẽtia Symptomata Parallelas exprimere apta nata ſunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem eſt ex ijs Angulis, qui non ad eaſdẽ ſunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantùm ſumpti ſunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo ſunt, & ij, quorum vnus quidẽ extrà, alter verò intrà, prætermiſſi ſint: duæ verò, ex ijs, qui ſunt ad eaſdem partes, ex ijs quidẽ, qui ambo intrà ſunt, quos duobus Rectis æquales eſſe dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem eſt intrà, alter verò extrà, quos æquales eſſe dixit, vna ſanè Sumptione relicta, quæ ambos extrà ſupponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermiſſas ſuppoſitiones eadem conſequuntur.

Anguli in Parallelis ſex modis ſumũtur.

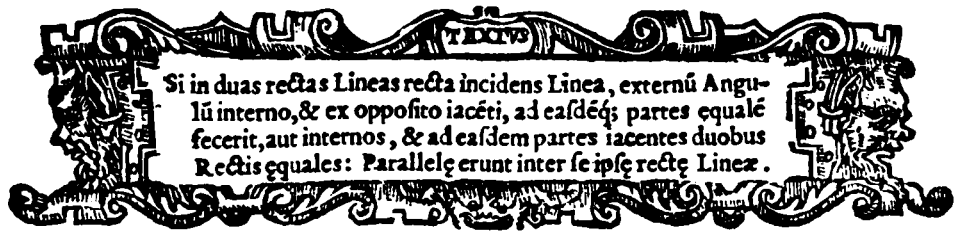
Sint enim ad eaſdem partes ambo extrà Anguli h e b, d f g, dico q̃ hi duobus ſunt Rectis æquales. Angulus enim d f e, Angulo h e b: & Angulus b e f, Angulo d f g æqualis eſt. Si autem Anguli b e f, e f d duobus rectis æquales ſunt, Anguli etiã d f g, h e b duobus ſunt Rectis æquales. Sint rurſus non ad eaſdẽ partes Anguli a e h, e f d, quorum alter quidem ſit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipſi quoque duobus Rectis æquales ſunt. ſi enim Angulus a e h, Angulo b e f æqualis eſt, Anguli autẽ b e f & e f d duobus Rectis ſunt æquales, Anguli quoque a e h, & e f d duobus Rectis æquales ſunt. Sint rurſus non ad eaſdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli a e h, d f g, dico quòd hi ſibi inuicem æquales ſunt. ſi enim Anguli a e h, & b e f ad inuicem æquales ſunt, Angulus autem d f g, Angulo b e f eſt æqualis, Angulus igitur a e h, Angulo d f g inæqualis non eſt. Si igitur quę in tribus, quas Geometra ſuſcepit ſuppoſitionibus cõſequuntur ſumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera conſequentur. præter hoc, quòd in quibus quidem hęc Geometra ſuſcepit iuxta quidem



duas

duas Sumptiones Anguli ſibi inuicē æquales ſupponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis ęquales: in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, ſibi inuicem. cùm enim omnes ſumptiones ſex ſint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus eſſe Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non īmeritò quæ prætermiſſæ, ijs, quæ memoria dignę factę ſunt ſumptionibus è contrario ſe habent. Videtur autem Geometra haſce ſuppoſitiones elegiſſe, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel ſimpliciores ſunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad eaſdem ſunt partes, ſolos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad eaſdem partes ſunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepiſſe: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitaſſe. Veruntamen ſiue hæc cauſa, ſiue alia dicenda ſit, ex his manifeſtum eſt quot ſunt ea, quæ ſuppoſitiones ipſas conſequuntur.

Cur tres ſumptiones Angulorū Euclides prętermiſerit.



Propō 28 Theo. 29.

PRæcedens quidem Theorema Angulos non ad eaſdem quidem partes, intra aūt rectas Lineas iacentes ſuſcipiens, Parallelas eſſe inter ſe rectas Lineas oſtendebat: hoc verò reliquas duas Suppoſitiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extrà] & [intrà] Angulos ſeparat, altera verò ambos intrà ſupponit, eandemqúe concluſionem oſtēdit. Videbitur autem fortaſſe Elementorum inſtitutor incōuenienter Theoremata partitus eſſe. nam opus erat aut tres ſuppoſitiones diuiſim capere, triaqúe Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum ſcripſit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuiſionem, & ſeorſum quidem ſuppoſitiones ſuſcipere, in quibus Anguli æquales ſunt, ſeorſum verò illam, in qua duobus ſunt Rectis ęquales. in prędentia autem in vno quidē Theoremate Alternos ęquales ſuppoſuit, in altero verò externum interno, & internos, ad eaſdemqúe partes iacentes duobus Rectis æquales. Quęnam igitur huiuſce diuiſionis fuit cauſa? An non ad Angulorū inter ſe, vel ad duos Rectos æqualitatem reſpexit, neque hac ratione

Cōm. 2.

Dubitatio

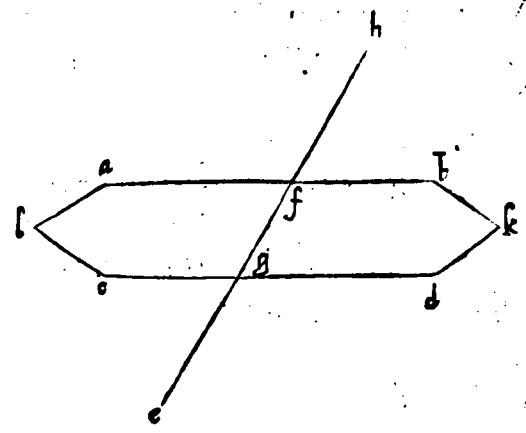
Hierapolita Aeneas cōpendiū Elementorū ſcripſit.

Solutio.

e pro-

propoſita Theoremata ab inuicem ſeparauit, ſed ad illud, Angulos ad eaſdem, vel non ad eaſdem accipi partes? nam precedens quidem non ad eaſdem partes Angulos ſuſcipiebat, tales ſiquidē Alterni ſunt: hoc verò, ad eaſdem partes, vt etiam ex Propoſitione perſpicuum eſt. Verùm quomodo quidem Elementorum inſtitutor oſtendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus, rectæ Lineæ ſunt Parallelæ, patet ex ijs, quæ ſcripta ſunt. Ptolemæus aūt in quibus demonſtrare propoſuit rectas Lineas, quę ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad eaſdem partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema oſtēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus, Parallelas eſſe rectas Lineas, hoc modo oſtendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, ſecetqúe ipſas quędā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipſæ rectæ Lineę Parallelę ſunt, hoc eſt nunquā coincident. Si enim fieri poteſt coincidant dum producūtur b f, g d rectę Lineæ in Signo k. Quoniam itaq; recta Linea e f ſtetit ſuper rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Conſimiliter autem quoniam f g ſuper c d ſtetit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis ęquales ſunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis ſupponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoq; duobus Rectis ęquales ſunt. Si ergo rectæ Lineę f b, g d duobus Rectis internis exiſtentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipſæ igitur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq; a f g, c g f æquales ſunt. aut enim in vtriſque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, ſiquidem tum hi tum illi duobus ſunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod eſt impoſſibile. Fieri igitur non poteſt vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis exiſtentibus rectæ Lineæ coincidant. Parallelæ igitur ſunt.

Ptolemæi Demōſtratio i libro, cui titulus eſt Rectas Lineas ab angulis minoribus, q̄ duo Recti productas coincidere.



In

TEXTVS

In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter ſe æquales: & externum interno, & ex oppoſito, & ad eaſdem partes iacenti æqualé: & internos, ad eaſdéq; partes iacentes duobus Rectis æquales efficit.

Propoſitio 29. Theo. 20.

PRæſens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in vtroq; illorum Quæſitum eſt, ſuppoſitionem efficit: Quæ aũt in illis Data ſunt, oſtendere proponit. & hęc etiam Conuerſorum differẽtia ũlẽtio prętereũda nõ eſt, q̃ omne, quod cõuertitur, aut vnũ vni cõuertitur, vt quĩto ſ.xtũ: aut pluribus vnũ, vt p̃cedentibus quod in preſentia proponitur: aut plura vni, vt paulò pòſt nobis manifeſtũ erit. In præſenti autẽ Theoremate primùm Elementorum inſtitutor hac Petitione vſus eſt, quę ait ſi in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, & ad eaſdẽ partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitũ producũtur coincidere ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata ſunt dicebamus, quòd non ab omnibus hoc conceſſum fuit indemonſtrabiliter euidens eſſe. nam quomodo tale erit cuius Conuerſum veluti demõſtrabile in Theorematibus perſcriptum eſt? Theorema enim illud, quod ait omnis Triãguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis eſſe minores, huic Petitioni Conuerſum eſt. Præterea quoniam annuere rectas Lineas ſemper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non eſt, eò quòd aliæ quoq; repertæ ſunt Lineæ annuentes quidem ſemper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cùm hoc tanquam Theorema præordinaſſent, quod ab Elementorum inſtitutore vt Petitio aſſumptum eſt, Demonſtratione dignum cenſuere. Videtur autẽ Ptolemæus quoq; ipſum oſtendere in libro, cui titulus eſt, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. oſtenditq́ue ipſum cùm multa præaſſumpſiſſet eorũ, quæ ad hoc vſq; Theorema ab Elementorum inſtitutore iam demonſtrata ſunt. & ſupponatur omnia eſſe vera (ne nos quoque aliam ſuperaddamus confuſionem) hocq́ue veluti Sumptiunculam ex iam dictis oſtendi. Vnũ autẽ hoc quoq; eſt eorum, quæ pręoſtenſa ſunt, quod ait rectas, quę à duobus Angulis æqualibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quòd Conuerſum etiam verum eſt, quod ait Parallelis rectis Lineis exiſtentibus ſi

Com. 3.

Quædam Cõuerſorum differentia. In cõ. 32. P.i p̃onis.

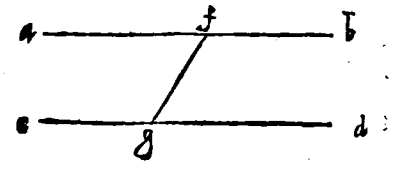
Quĩta Petitio.

In lib. 3. ĩ cap. 1. & ĩ cõm. 3.

In fine ſecũdi lib. et in cõm. 3. libri tertii Digreſſio. Quę Ptolemæus dicat in ſuo Libello.

Secũda ps Propõnis 28. Conuerſa ſecũdę partis 28. Propõnis, & tertia 29. pars.

ab vna recta Linea ſecentur, internos, ad eaſdemqúe partes Angulos duobus Rectis eſſe æquales. neceſſe eſt enim Parallelas ſecantem aut duobus Rectis ęquales internos ad eaſdemqúe partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatqúe in ipſas recta Linea g f, dico quòd internos, & ad eaſdẽ partes Angulos duobus Rectis maiores nõ efficit. ſi enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores ſunt, reliqui b f g, d g f duobus ſunt Rectis minores. ſed duobus etiã Rectis ijdem maiores ſunt. non enim magis Parallelæ ſunt a f, c g quàm f b, g d. Quãobrem ſi quæ in ipſas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipſas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficiet. Verùm ipſimet duobus etiam Rectis ſunt minores (quatuor ſiquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales ſunt) quod fieri non poteſt. Similiter planè oſtendemus ꝙ quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad eaſdemqúe partes Angulos. Si autem neque maiores, neꝙ minores duobus Rectis efficit, reliquum eſt incidentem internos, ad eaſdẽqúe partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque prę-oſtenſo propoſitum procul dubio demonſtratur. dico enim quòd ſi in duas rectas Lineas recta incidẽs Linea internos, ad eaſdemqúe partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, ſi producantur ipſæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. non coincidant enim. At ſi non coincidentes ſunt ad eas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus ſunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtraſque partes non coincidẽtes erunt rectę Lineæ. Si autem hoc verum eſt, Parallelæ ſunt. Verùm oſtenſum eſt quòd quæ in Parallelas incidit internos, ad eaſdemqúe partes Angulos duobus Rectis æquales efficiet. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores ſunt, quod fieri non poteſt. Hæc cùm præoſtendiſſet Ptolemęus, ad Propoſitumqúe peruenisſet, quoddam accuratius adijcere vult, & oſtendere quòd ſi in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad eaſdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non ſolùm non ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum oſtenſum eſt, verum etiam coincidentia ipſarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores ſunt,



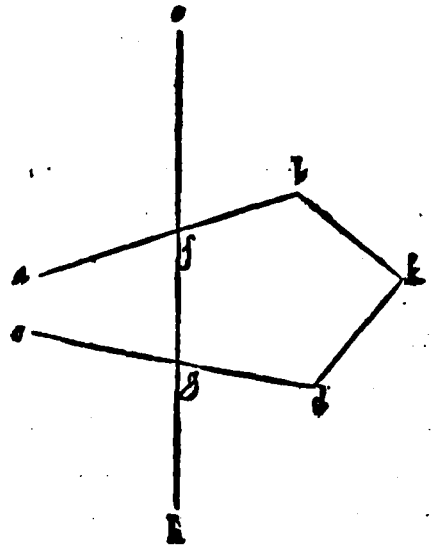
Flagitioſa Ptolemæi rõcinatio.

Demõ tertiæ Partis huiꝰ Theorematis ſecundũ Ptolemæum.

Demõ quintæ Petitionis ſecũdũ Ptolemęũ

Alia quintę Petitionis ſecundum Ptolemęũ accuratior Demõ.

ſunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidẽsqúe in ipſas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores ſunt. Quòd itaque nón ſunt non coincidentes rectæ Lineæ, oſtẽſum eſt. Si autem coincidũt, aut ad Signa a, c coincidẽt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis ſunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triãguli ergo g f k externus interno, & ex oppoſito iacenti mĩnor eſt, quod fieri minimè poteſt. Non igitur ad haſce partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipſarum coincidentia erit, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem eſt ne fortè aliqua peruerſa, captioſaqúe ratiocinatio in aſſumptis ſuppoſitionibus ſit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas ſecat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad eaſdẽ partes in vtriſq; partibus ſunt aut duobus ſunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuiſio eſt. nil ſiquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad eaſdem partes ſunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemqúe rationẽ de his non admittere. Imperfecta autem diuiſione exiſtente, Propoſitum minimè demonſtratum eſt. Præterea illud quoq; aduerſus oſtenſionem haud ſilentio prætereundum eſt, quòd non per ſe id, quod fieri non poteſt oſtendit. non .n. quia Parallelas ſecans quædam recta Linea Angulos ad eaſdem partes in vtriſq; partibus exiſtentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea haſce ſuppoſitiones abſurdum conſequitur. Quoniã tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ ſecantur ſunt Anguli, quatuor ſunt Rectis æquales, propterea vtraque harum ſuppoſi-



Aduerſus Ptolemęũ

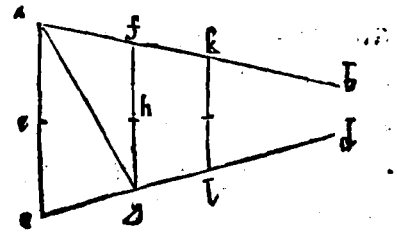
Primũ fundamentũ.

Secũdum fundamẽtum.

poſitionum fieri non poteſt. quandoquidem ſiquis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eiſdē ſuppoſitionibus aſſumptis eadem conſequentur. Aduerſus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus oſtenſionis imbecilitas.

Quorūdā inſtātia aduerſus quītā Petitionem.

Agè autem illos quoq; inſpiciamus, qui dicunt fieri non poſſe vt quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidant. Cùm enim accepiſſent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipſas rectam Lineam a c, internoſque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri poteſt inquiunt vt rectę Lineę a b, c d non coincidētes oſtendantur. diuidatur enim bifariam ipſa a c in Signo e, & abſcintur ab ipſa quidem a b, æqualis ipſi a e, quæ ſit a f: ab ipſa verò c d, æqualis ipſi e c, ipſa c g. Manifeſtum itaq; eſt quòd rectæ Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipſi a c æquales in Triangulo, quod fieri non poteſt. Connectatur rurſus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abſcindāturque æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam ſecando, à rectiſque Lineis hiſce dimidijs ęquales Lineas abſcindendo, oſtendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineæ nuſquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis eſt quòd verum quidē dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum ſimpliciter hoc modo, verum non eſt, neq; verū eſt ipſas nullomodo prorſus coincidere. non coincidant enim ipſæ a b, c d rectæ Lineæ Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamē impediet quin coincidāt in Signis k, l, ſi ēt ipſę f k, g l ipſis f h, h g ęquales fuerint. coincidētibus. n. ipſis a k, c l nō adhuc ijdē manēt ipſi k f h, l g h Anguli, & quędā ipſius f g rectę Lineę pars extra ipſas a k, c l rectas Lineas relīquitur. & ſic duæ rurſus ipſæ ſcilicet f k, g l tanta Baſi maiores ſunt, quantā intercipiunt ininteriori ipſius f g rectę Lineę parte. Prętera aūt illud quoq; dicendū eſt indeterminate ipſis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̄ duo Recti protrahuntur nō coincidere, quòd ea quoq; deſtruunt, quæ deſtruere nolunt. Sit enim eadem deſcriptio. Vtrùm igitur poſsibile eſt à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impoſsibile? nam ſi impoſsibile quidem eſt, præter quintam Petitionem primam quoque deſtruunt

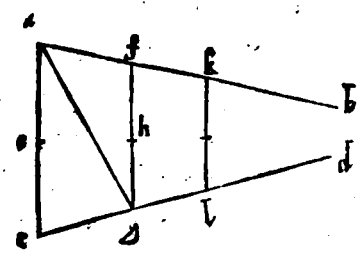


Reſpōſio ad inſtantiam.

Alia Reſponſio.

dicen-

dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea ducatur: si verò possibile, connectatur. Quoniam itaque Anguli f a c, g c a duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etiã i g a c, g c a multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur a g, c g in Signo g coinciderunt ab Angulis productæ, qui duobus sunt Rectis minores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verũenimuero quòd aliquæ quidem rectæ Lineæ ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productæ coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc quęrere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantã diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere: iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum præassumptisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duæ rectæ Lineæ Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quæ in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circunferenti ã productæ sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distantia augeatur. Quamobrem rectæ Lineæ infinitæ non sunt. Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectæ, quæ in infinitum producuntur Lineæ ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quædam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelæ a b, c d, secetq́ue ipsam a b, recta Linea e f g. Dico quòd ipsam quoq; c d secabit. cùm enim duæ rectę Lineę sint, quæ ab vno Signo f in infinitũ producuntur, ipsæ nempe b f, f g, omni Magnitudine maiorem habent distantiam. Quapropter hac quoq;, quæ tanta est quantũ est interuallũ, quod inter Parallelas adia-

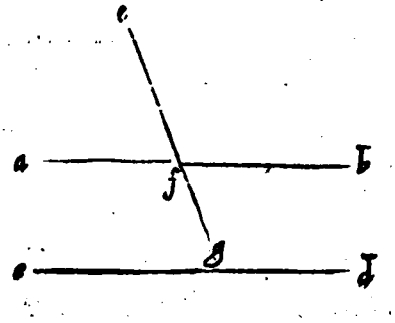


Aliquę rectę Lineæ à minoribus q̃ duo Recti producte coincidũt, & aliquę non coincidũt. & hæc est ꝓpria Autoris opinio.

Pronuntiatũ, quo vs' est et Aristot. 1. de cęlo tex. 35.

Ostẽsio Aristo.

Sumptio.

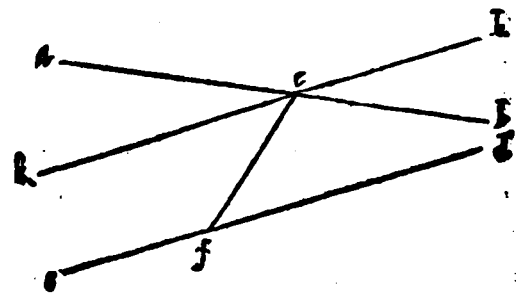


Demõ Sũptionis.

cet.

cet. Cùm igitur maiorem diſtantiam ab inuicem diſtiterint harum Parallelarum diſtantia, ipſa f g ipſam c d ſecabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea ſecuerit, reliquã quoq; ſecabit. Hoc antè demonſtrato, conſequenter Propoſitum oſtendemus. Sint enim duæ rectę Lineę a b, c d, cadatqúe in ipſas recta Linea e f Angulos b e f, d f e duobus Rectis minores efficiẽs. Dico quòd rectæ Lineæ hiſce in partibus coincidẽt, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli b e f, d f e duobus Rectis minores ſint, ſit æqualis exceſſui duorum Rectorum, h e b Angulus, & producatur h e ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas h k, c d, recta Linea e f cecidit, internosqúe Angulos duobus Rectis ęquales efficit, ipſos ſcilicet h e f, d f e, rectę Lineę h k, c d Parallelę ſunt. & ſecat ipſam k h, ipſa a b. Secabit igitur & ipſam c d, per ſumptionem, quæ puæoſtenſa eſt. Coincident ergo rectæ Lineæ a b, c d ad illas partes, in quibus ſunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propoſitum oſtenſum eſt.

Quitę Petitiõis pulchra Demõ.



TEXTVS

Propõ 30. Theo. 21.

Quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter ſe ſunt Parallelæ.

Cõm. 4.

COnſueuit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa reſpectus verſantur oſtendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem reſpectum habent. ſic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter ſe ſunt æqualia, in ſequentibuſqúe dicet, Quę eidem ſimilia, & inter ſe ſunt ſimilia, & Quæ eidem Rationi eædem, ad inuicem quoq; eędem ſunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonſtrat quòd quæ eidem rectæ Lineæ Parallelæ, & inter ſe ſunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus reſpectibus hoc verum eſſe. non enim quę eiuſdem dupla, ad inuicem quoq; dupla ſunt: nec quę eiuſdem ſeſquialtera, ad inuicem quoq; ſeſquialtera ſunt, ſed in illis ſolis locum habere videtur, quæcunq; vniuocè cõuertuntur, in ęqualitatę,

Primũ pnuntiatũ. Propõ 21. ſexti Elementorũ. Propõ 11. quinti Elementorũ.

Documẽtum.

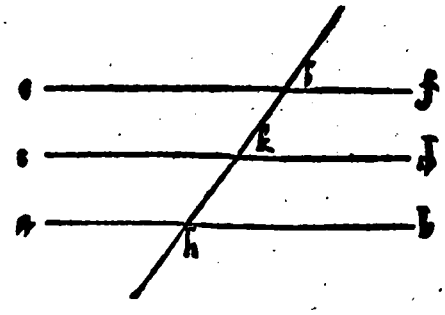
in

in ſimilitudine, in identitate, & in Parallela poſitione. quæ enim Parallelę Parallela, & ipſa Parallela eſt. quemadmodum ęquali ęquale, & ipſum eſt æquale: & ſimili, ſimile, ipſum quoq; eſt ſimile. † ipſe nanq; Parallelarum ad ſeſe reſpectus ſimilitudo poſitionis eſt. Dicit igitur, atque oſtendit in præſentia quòd quæ eidem Parallelæ ſunt, omnino ita ſe habent, vt ad inuicem quoq; Parallelæ ſint. Et ipſe quidem eidem Parallelas extremas ſuſcepit, & mediam, ad quam hæ ſimilem habẽt reſpectum, vt à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifeſtum. Si enim ad alterutras partes inter ſe coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipſam Parallelę. Fieri autem poteſt vt qui etiam ſitum iã permutauit, idem oſtendat ijſdem vijs, quibus Geometra ad Propoſitum oſtendendum vſus eſt. Exempli gratia qui ad ipſam a b, ipſam c d, & ipſam e f Parallelam accepit, ambabus ſuprà iacentibus, ipſa a b infrà, & non media exiſtente. incidens enim in ipſas recta Linea h k l, vtrunq; Angulorum h k d, k l f, ipſi a h k ęqualem efficiet, quoniam Alterni ſunt. Quamobrem & ſibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineę igitur c d, e f, Parallelæ ſunt. Si quis autem dicat ſint a h, h b, ipſi c d Parallelæ, & inter ſe igitur Parallelę ſunt, dicemus quòd a h, h b vnius Parallelæ ſunt partes, & non ſunt duæ Parallelæ. in infinitum ſiquidẽ produci Parallelæ intelligendæ ſunt, ipſa autem a h producta, in ipſam h b incidit. Eadem ergo cum ipſa eſt, & non alia. Omnes igitur ipſius Parallelæ partes & ipſæ tum rectę, cui tota etiam Parallela erat Lineę, tum partibus ipſius Parallelę ſunt. Exẽpli cauſa tum ipſa a h, ipſi k d: tum ipſa h b, ipſi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hęc non ab re adnotauimus, propter Sophiſticas importunitates, iuueniles q; Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiuſcemodi captioſas ratiocinationes inueniens, ſcientibuſque vanam moleſtiam afferens. Non eſt autem opus pręſens Theorema conuertere, atq; oſtendere quòd quæ inter ſe Parallelæ, eidem quoq; ſunt Parallelę. Si enim rurſus alteram alicui Parallelam ſuppoſuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelæ eidem erunt, in idemque redibimus.

In quibus reſpectib⁹ identitatis cõſequentia verificetur.

† tex. græcus ſic habet † ipſa nãq; Parallelitas ſi dici poteſt ſimilitudo. Finis Documenti.

Caſus huius Problematis.



Dubitatio

Sol.

Notãdũ.

Propó 31. Prob. 10.

31. Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam Lineam ducere.

Cõm. 5. OPortuit non solùm Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorẽ nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cùm enim Signum, rectamqúe Lineã

Documẽtum. susceptisset, per Signum, rectę Lineę Parallelam ducit. Oportet autẽ nos præassumere quòd necessarium est vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nõ enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoq; recta Linea ipsum dabimus. nulla, siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cùm igitur Signum, rectamqúe Lineam partitus sit, indicauit quòd Signum extra rectam Lineam accipiẽdum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est,

Cõmunitates huiꝰ, & duodecimi Problematis. Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidẽ ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quòd ab eodum Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoq; institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hîc verò Parallelam. Verùm illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex

In cõ. 22. lib. tertii. antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoq; Parallelę erunt, in dato Signo coincidẽtes, quod fieri minimè potest. Opus

Differẽtię huius, & duodecimæ Prepositionis. est autem differentias quoq; harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoq; quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quòd secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quòd cum ipso coincidit, terminatqúe suum respectu illius rectæ Lineæ interuallum per Signi, rectęqúe Lineę distantiam. quantum enim datum

Signũ

Signum à data recta Linea diſtat; tantum etiam Parallela inter ſeipſam, & illam interuallum habet.

XXXII.

Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus duobus internis, & ex oppoſito iacentibus eſt æqualis. & Trianguli tres interni Anguli duobus ſunt Rectis æquales.

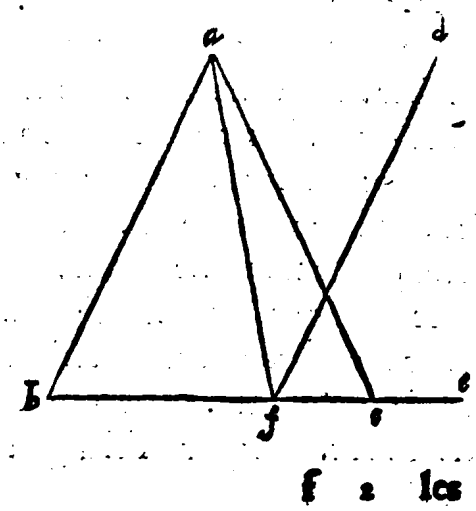
Propõ. 32 Theo. 22.

QVantum deficiebat in ſextodecimo, & ſeptimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non ſolùm enim quòd Trianguli externus Angulus vtroq; interno, & ex oppoſito iacenti maior eſt per hoc Theorema addiſcimus, verùm & quantò maior. ambobus ſiquidem æqualis cùm ſit, maior quàm alteruter reliquo eſt. nec quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores ſunt ex his cognoſcimus, ſed quantò etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum vtriq; attulit. nec propterea ſuperuacua illa eſſe diceremus. maximam nanque nobis multis in Demonſtrationibus attulerunt vtilitatem, è quibus hoc quoque oſtendemus. & neceſſarium eſt cognitionem noſtram ab imperfecto ad perfectum procedẽtem, ab indeterminatis apprehenſionibus ad determinatas, certaſque orationes tranſire. Veruntamen Elementorũ quidem inſtitutor extrà Parallelam ducendo, vtrunq; eorum, quæ quæruntur oſtendit. fieri autem poteſt vt qui etiam nõ extrà eam ducit eadem oſtendat, ordinem tantùm eorum, quę oſtenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius oſtendit, externum Angulum internis, & ex oppoſito iacẽtibus æqualem eſſe, ex hoc q; reliquũ probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur a b c Triãgulum, & producatur Latus b c vſq; ad e Signum, & ſumatur Signum in ipſa b c, quod ſit f, & cõnectatur a f, & per Signum f Parallela ducatur ipſi a b, ipſa f d. Quoniam itaq; f d, ipſi a b Parallela eſt, in ipſaſque incidit recta Linea a f, & recta Linea b c, Anguli Alterni æqua

Com. 6.

Reſpõdet tacitæ obiectioni.

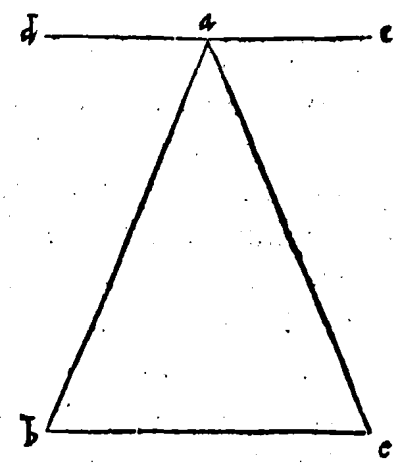
Caſus huius Theo.



les ſunt, necnon externus interno. Totus igitur a f c ipſis f a b, a b f æqualis eſt. Similiter oſtendemus Parallelam ducentes quòd Angulus etiam a f b æqualis eſt Angulis f a c, a c f. Duo igitur a f b, a f c tribus Trianguli Angulis æquales ſunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus ſunt Rectis æquales, ipſis nempe a f b, a f c. Verùm ipſi etiã a c f, a c e duobus Rectis ſunt æquales, communis auferatur a c f. Reliquus igitur externus ſcilicet internis, & ex oppoſito iacentibus æqualis eſt. Hoc itaq; quod diximus iam dicto modo oſtenditur. Eudemus autẽ Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiuſce Theorematis inuentionem, quòd vtiq; omne Triangulũ internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propoſitumq́ue eos hoc modo oſtendere inquit.

Pythagorei inuenerunt hoc Theo. referẽte Eudemo.

Sit Triangulum a b c, ducaturq́ue per Signum a ipſi b c Parallela d e. Quoniam igitur rectæ Lineæ b c, d e Parallelæ ſunt, Anguli etiam Alterni ſunt æquales. Aequalis igitur eſt Angulus quidem d a b Angulo a b c, Angulus autem e a c Angulo a c b. Communis addatur Angulus b a c. Anguli igitur d a b, b a c, c a e hoc eſt Anguli d a b, b a e hoc eſt duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales ſunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus ſunt Rectis æquales.



Pythagoreorũ Demõſtratio

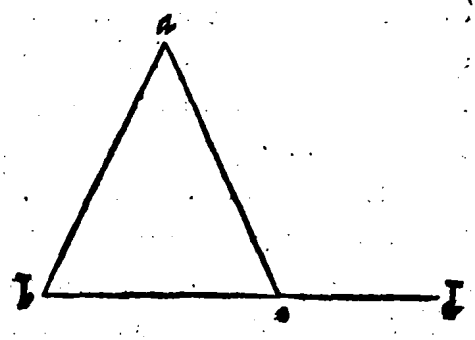
Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonſtratio eſt. Operæpretium eſt autem ea etiam, quæ huic Elementorum inſtitutoris Theoremati conuertuntur inſuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cùm hoc & iuxta Quæſitum, & iuxta Datum compoſitum ſit. Datum enim duplum eſt. Triangulum ſiquidem, vnumq́ue ex Lateribus productum. & Quæſitum ſimiliter. nam vnum quidem eſt quod externum internis, & ex oppoſito iacentibus æqualem eſſe ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis eſſe æquales. Si itaq; externum etiam internis, & ex oppoſito iacentibus æqualem eſſe ſuppoſuerimus, vnum Latus productum eſſe, in directumq́ue ipſi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extrà eſt Lineam iacere oſtendimus; Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, oſtendimus quòd data Figura Triangulum eſt. & ſic totum Quæſitum ad totum Datum conuerſum erit. Sit igitur Triangulum a b c, externuſq́ue Angulus a c d

Conuerſa præſentis Theo. & habes hic tertiũ Cõuerſorũ diferẽtię mẽbrũ, qd ſuperi⁹ i cõ. tertio ꝓmiſerat.

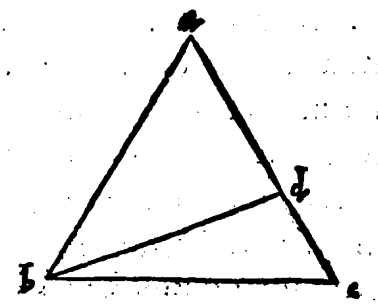
Cõuerſũ. primę partis, & eius demõ.

æqua-

æqualis internis, & ex oppoſito iacentibus, dico quòd Latus b c productum eſt vſq; ad d Signum, vnaq́ue recta Linea eſt ipſa b c d. Cùm enim Angulus a c d internis, & ex oppoſito exiſtentibus æqualis ſit, communis adiiciatur Angulus a c b. Anguli igitur a c d, a c b tribus Angulis Trianguli a b c æquales ſunt. At tres Anguli Trianguli a b c duobus ſunt Rectis æquales. & Anguli igitur a c d, a c b duobus Rectis æquales ſunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiuſq́ue Signum duę rectę Lineę conſequenter non ad eaſdem partes poſitæ eos, qui deinceps ſunt Angulos duobus Rectis ęquales fecerint, ipſæ rectæ Lineæ in directum ſibi inuicē erunt. Recta Linea igitur b c rectæ Lineæ c d in directū eſt. Sit rurſus quædā Figura rectilinea a b c tres habēs Angulos ſolos duobus Rectis ęquales ipſos ſcilicet a, b, c, dico quòd Triangulum eſt, vnaq́ue recta Linea eſt ipſa a c. Connectatur enim recta Linea b d. Quoniam igitur vtriuſq; a b d, d b c Triangulorum tres Anguli duobus ſunt Rectis æquales, quorum Anguli ipſius a b c duobus Rectis ſunt æquales, reliqui porrò a d b, c d b duobus Rectis æquales ſunt, & ſunt ad rectam Lineam b d. In directum igitur eſt d c, ipſi d a. Vna ergo recta Linea eſt Latus a c. Similiter aūt oſtendemus q; Latus etiā a b, & Latus b c vna recta Linea eſt. Triāgulū ergo eſt Figura a b c. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum eſt. non autem ſi aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino eſt Triangulum. Figuram nanq; ex Circunferentijs conſtructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. ſit enim Quadrangulū a b c d, & ſuper Latere a b,



Cōuerſū ſecundæ partis, eiq; Demōſtratio.



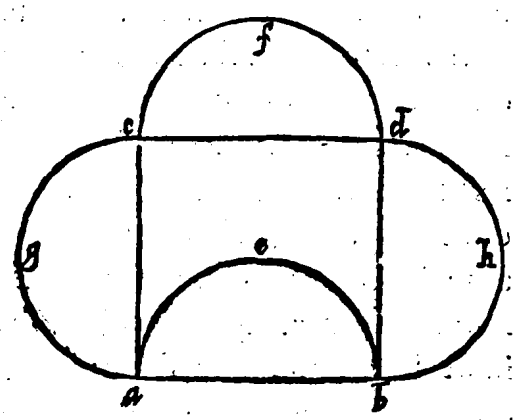


Figura ex Circūferentiis cōſtructa, quæ hēt internos Angulos duob⁹ Rectis æquales. ſūt autem & alię curuilineę Figure, quæ hoc patiuntur.

gulos

Semicirculus a e b intrà deſcribatur: ſuper alijs autē Lateribus extrà, qui ſint f,g,h. Figura igitur,quę à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipſos nēpe g a e,e b h duobus Rectis ęquales ipſis ſcilicet c a b,d b a. hoc enim in Petitionibus oſtenſum fuit, & hi ſoli Anguli in hac Figura ſunt. Eſt igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis ęquales habet. Hæc de Conuerſis quoque ſufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales ſunt, via quædam nobis accipienda eſt, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales ſunt. vt puta Quadranguli, Quinquanguli,omniumqúe conſequenter Multilaterorum. Primùm igitur ſciendum eſt quòd omnis rectilinea Figura in Triangula reſoluitur, omnium ſiquidem conſtitutionis principium eſt Triangulum,quod Plato etiam dixit docens quòd † rectitudo planæ Baſis ex Triangulis conſtituta eſt. Vnaquæqúe autem Figura in Triangula Binario pauciora propriis Lateribus reſoluitur. Si Quadrilatera eſt in duo: Si quinq; Laterum, in tria: Si ſex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula compoſita Quadrilatererum ſtatim fecerunt. Quo autem compoſitorum Triangulorum numero prima, quæ conſtituta eſt Figura, à ſuis Lateribus diſcrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis,in quæ diſſoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere oſtenſum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ compoſita ſunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum ęquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus ſiquidem Triangulis eſt compoſita: omnis verò quinque Laterum, ſex, hocqúe conſequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præſenti Theoremate de omnibus Multiangulis ſimul, & rectilineis ſumendum eſt. Aliud autem quod eſt huic conſequens ſummatim dicamus quòd omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus ſemel producto Angulos,qui extrà cōſtituuntur Rectis quatuor ęquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos eſſe. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales conſtituti ſunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis ſunt æquales, reliqui Anguli, qui extrà ſunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, ſi Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipſius Latus ſemel producitur, ſex Rectis æquales Anguli conſtituū-

In lib. 3. in com. 2.

Epilogus.

Digreſſio, ī qua ſunt quatuor pulchecrimę cōſiderationes.

Prima.

Plato ī Timæo. † recta.

Secunda.

tur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilaterum fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autẽ Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicrus verò, cùm Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illũ subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non abs re adnotanda esse censeo; imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundũ quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primùm inest, ita † rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla. in Timæo.

Quarta.

Exẽplũ familiarissimũ Arist.

† Triãgulo

Iuxta etiã cõnes notiones veritas pñtis Theorematis apparet. simile dixit in cõm. 22. lib. 3.

TEXTVS

Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoq; æquales, & Parallelæ sunt.

Propõ 33 Theo. 23.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrãmorũque

Cõm. 1.

Superius i cap. 1. morumqúe conſiderationis eſſe dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrãmorumqúe Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initiò ductæ ſunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipſas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales ſimiliter, & Parallelæ oſtenduntur. Quapropter quod ſtatim poſt hoc ſequitur veluti conſtituto iam Parallelogrammo, quę per ſe inſunt hiſce Spatiis contemplatur. At hęc quidem manifeſta ſunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propoſitione hac eſt conſiderare. Primò quidem quòd non ſatis erat eas, quæ coniunguntur æquales eſſe. non enim omnino quę ęquales coniungunt, ęquales ſunt, niſi Parallelæ etiam eſſent. nam Triangulo æquicrure exiſtente, & Signo in vno æqualium Laterum aſſumpto, per hocqúe Baſi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Baſi, & ipſa Baſis, non tamen æquales quoque ſunt. illæ ſiquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd neq; hoc, nempe Parallelas eſſe ſubiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas exiſtimauit. in iam dicta enim Conſtructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perſpicuum eſt. ducta enim recta Linea, & Baſis Parallelæ ſunt, verùm quæ ipſas coniungunt Parallelæ non ſunt. partes ſiquidem ſunt Laterum æquicruris. Opus eſt igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur poſitione: † ad Parallelarum autẽ poſitionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum inſtitutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur aſſumpſit, vt in coniungentibus etiam vtrunque oſtendat tum æquales inter ſe, tum Parallelas eſſe. Tertiò verò præter hęc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis ſuppoſitis, non omnino quę ipſas coniungunt, ęquales, & Parallelę ſunt. niſi enim ad eaſdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidẽ Parallelæ ipſæ ſint fieri non poteſt (ſecantur ſiquidem ad inuicem) vt autem ęquales, quandoque quidẽ fieri poteſt, quandoq; verò minimè. nam ſi quidẽ Quadrangulum, vel altera parte longius ſumpſeris, vt a b c d, rectasqúe Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes ęquales quidem ſunt, non autem Parallelę, atqui ęqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex oppoſito iacentia Latera coniungunt: Si autem

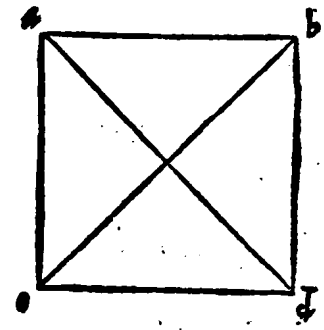
Diligẽtia propõnis.

Primò.

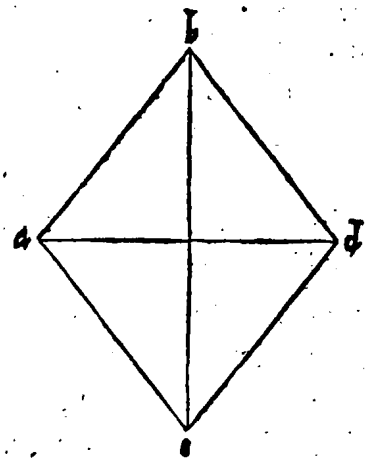
Secundò.

† ad illarũ aũt Parallelã poſitionẽ, harũ ęqualitate.

Tertiò.



tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non ſolùm non Parallelæ, verùm etiam inæquales ſunt. cùm enim a b, ipſi c d æqualis ſit, communis autem a c, Anguluſqúe b a c, Angulo a c d inæqualis, Baſes quoque inæquales ſunt. Non immeritò igitur Elementorum inſtitutor æquum eſſe cenſet vt quæ æquales, Parallelaſqúe coniungunt, ad eaſdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipſis a c, b d ſuppoſitis, ipſas a d, & b c coniungentes accipiamus, ſed ipſas a b, & c d. haſce enim oſtendit quidē æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam oſtēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboide nunquam oſtendemus. oppoſitum ſiquidem oſtenſum eſt, quòd inęquales ſunt propter internorum, ad eaſdemqúe partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Anguli, inter ſe ſunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam ſecat.

Propō. 34. Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate conſtitutum iam Parallelogrāmum accepiſſet, nunc quæ ipſi primò inſunt, quæqúe propriam eius exprimunt conſtitutionem, contemplatur. Hæc autem talia ſunt, Latera, quæ ex oppoſito ſunt æqualia eſſe, & Angulos, qui ex oppoſito ſunt æquos eſſe, & Spatia ipſa bifariam à Dimetiente ſecari. de his enim dictum eſt illud, & Dimetiens ea bifariam ſecat. ita vt Area ipſa ſit totum id, quod bifariam ſecatur, non autem Anguli per quos Dimetiens tranſit. Hęc itaq; tria per ſe Parallelogrāmis inſunt, Laterum, & Angulorum ex oppoſito iacentiū æqualitas, Spatiorum q; per Dimetientes bipertita ſectio. Et vides, quòd ab omnibus proprietates ipſorum venatus eſt, à Lateribus ſcilicet, ab Angulis, ab ipſisqúe Areis. Quatuor autem Parallelogrāmis exiſtentibus, quę in

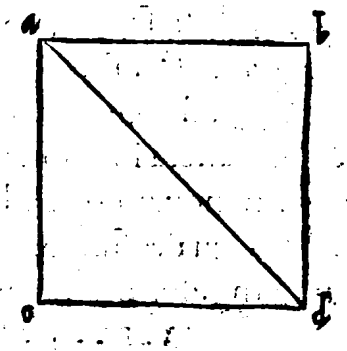
Com. 2.

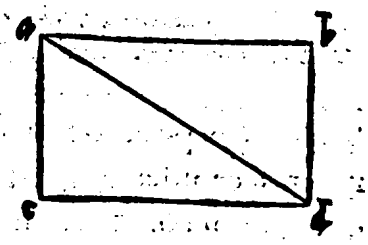
Tres huius Theorematis paſſiones.

Documētum.

Differẽtia, q̃ diuiſionib⁹ Paral lelogrammorũ apparet.

Suppoſitionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum eſt, quòd ſi quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non ſolùm Spatia Dimetientes ipſorum bifariam ſecare, verùm ipſas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales eſſe, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum eſt: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rurſus in æquilateris quidẽ non ſolùm Spatia à Dimetientibus bifariam ſecari, ſed Angulos etiam, per quos ipſæ ducuntur: in non æquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes ſecant, non Spatia tantùm: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus ſunt æqualia (æquilatera enim ſunt) Anguliq́ue a b d, a c d æquales (ex oppoſito enim iacent) necnon Baſis communis, omnia omnibus ſunt æqualia. Quapropter Anguli etiã b a c, c d b bifariam ſecti ſunt. Rurſus ſit idem vel Altera parte longius, vel Rhõboides. Si itaq; Angulus b a c, & Angulus c d b bifariã à Dimetiẽte ſecatur, Angulus autem c a d Angulo a d b æqualis eſt, Angulus etiã b a d Angulo a d b erit æqualis. Quamobrem Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit. Verùm inæqualia ſunt. Angulus igitur b a c à Dimetiente bifariã nõ ſecatur. Similiter autẽ necꝫ Angulus c d b, qui ipſi æqualis eſt. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiẽtes æquales ſunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus ſecantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cõmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidẽ æquales ſunt eò quòd rectangulum eſt, Anguli autẽ à Dimentientibus bifariam non ſecantur eò quòd non eſt æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuiſio huic quoq; ineſt quatenus Parallelogrammũ eſt: in Rhombo autem in æquales quidem





Cõcluſio.

Dime-

Dimetientes ſunt quoniam non eſt rectangulum, ab his verò non ſolùm Spatia bifariam ſecantur quoniam eſt Parallelogrãmum, ſed Anguli etiam quoniam æquilaterum eſt: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales ſunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inęquales ſecantur tanquã non ęquilatero, ſola autem Spatia, quæ ſunt ad vtraſcꝫ Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo exiſtente. Hæc quidem dicta ſunt, quippe quæ eam oſtendunt differentiam, quæ in Parallelogrãmorum quatuor exiſtentiũ diuiſionibus reperitur. Illud autem ſilentio prætereundũ non eſt, quod in hoc Theoremate artificioſum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuerſalia ſunt, alia verò non vniuerſalia. Quomodo autem vtruncꝫ horum dicimus, commemorabimus cùm Quæſitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuerſalem, alteram verò non vniuerſalem. quanuis enim omne Theorema vniuerſale quidẽ eſſe fortaſſe videretur, & omne, quod ab Elementorũ inſtitutore oſtenditur huiuſcemodi eſſe (quemadmodum in præſentia quocꝫ non ſolùm Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos, æquales habere vniuerſẽ de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verùm etiam Dimetientẽ vnumquodcꝫ bifariam ſecare) attamen alia quidem vniuerſẽ oſtendi dicimus, alia verò non vniuerſẽ. aliter enim vniuerſale appellari conſueuit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma ineſt. vniuerſale ſiquidem eſt & quòd omne ęquicrus tres Angulos duobus Rectis habet ęquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum eſt: vniuerſale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per ſe ineſt. Quocirca primùm quoque hoc de Triangulo oſtendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque ſignificationẽ alia quidem vniuerſalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuerſalia, præſens Theorema dicimus vnum quidem Quæſitorum vniuerſale habere, alterum verò non vniuerſale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos ęquales habere, vniuerſale eſt, ſolis ſiquidem Parallelogrãmis ineſt: hoc verò, Dimentientem Spatiũ bifariam ſecare, non vniuerſale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inſpicitur. etenim Circulis, & Ellipſibus hoc ineſt. Et videntur primæ quidem rerum huiuſcemodi notiones eſſe magis particulares: progreſſæ autem, totum comprehendere. Cùm enim Antiqui contemplati fuiſſent quòd Dimetiens

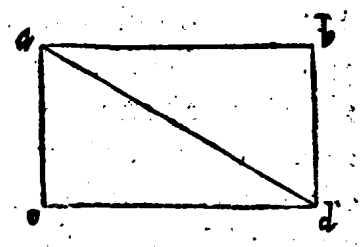
Epilogus Documẽti.

Digreſſio Pulcherrima d' vniuerſali cõſideratio. Theorematũ alia vniuerſalia, alia nõ vniuerſalia.

Duplex vniuerſale. idẽ vide apud Ari. in primo Poſteriorũ tex. 11.

Propria vniuerſalis Significatio.

bifariam ſecat Ellipſim, Circulum, atq; Parallelogrãmtum, cõmune in his poſtea contẽplati fuere. Hallucinatur aũt (inquit Ariſt.) quidã non vniuerſale tanquã vniuerſale oſtendens, eò quòd commune innominatũ eſt, cui primùm Symptoma ineſt. nam quid commune ſit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Sonis, quibus omnibus alterna Ratio ineſt, non eſt dicere. quid præterea cõmune ſit Ellipſi, & Circulo, & Parallelogrãmo, difficile eſt exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea eſt, altera autem Circularis, tertia verò miſta. Qua propter vniuerſè eum oſtendere opinamur, qui demonſtrat quòd omne Parallelogrãmum Dimetiens bifariam ſecat. eò quod commune ſimul non cernimus, propter quod hoc verum eſt. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuſcemodi vniuerſale non eſt, propter iam dictam cauſam: Illud verò eſt, Omne Parallelogrammũ Latera, quæ ex oppoſito ſunt, & Angulos æqualia habere. etenim ſi aliqua Figura ſuppoſita fuerit quæ ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc eſſe oſtendetur. ſit enim talis a b c d, & Dimetiens a d.



Quoniam itaque a b, b d Latera a c, c d Lateribus æqualia ſunt, & qui ab ipſis comprehenduntur Anguli æquales, Baſisq́ue communis, omnia quoq; omnibus æqualia erunt. Angulus igitur b a d Angulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d æqualis eſt. Parallela ergo eſt ipſa quidẽ ab ipſi c d, ipſa verò a c ipſi b d. Quamobrem Parallelogrammum eſt Figura a b c d. Totidem de his dicta ſufficiant. Videtur autem ipſum quoq; Parallelogrammorũ nomen Elementorum inſtitutor compoſuiſſe, accipiendo occaſionem ex præcedenti Theoremate. Cùm enim oſtendiſſet quòd rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes eaſdem coniungunt, ipſæ quoque æquales, & Parallelę ſunt, perſpicuum eſt quòd Latera quidem, quę ex oppoſito ſunt tum ea, quæ coniungunt, tũ ea, quæ coniunguntur Parallela eſſe pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Parallelogrãmum appellauit, quemadmodũ & eam, que à rectis comprehenditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et eſt manifeſtum quòd Elementorum quidem inſtitutor Parallelogrãmum in Quadrilateris poſuit. Animaduerſione autem dignum eſt, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus conſtat Lateribus cùm æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrãmum dicendum ſit. habet enim

Vide Ari. primo Poſterio tex. 12. & 13.

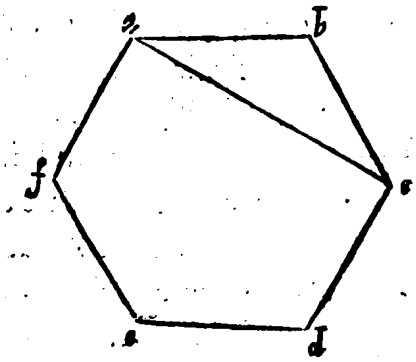
Conuerſi primæ, & ſecũde paſſionis huiꝰ Theorematis.

Finis Digreſſiõis. Documẽtum.

Vnde ortũ ſit hoc nomẽ Parallelogrãmum.

Quid ſit ꝓprie Parallelogrãmum, & quid ſit Parallelogrammũ apud Euclidem.

enim hoc quoque Latera, quæ ex oppoſito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui ſunt ex oppoſito, æquales. Exempli cauſa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. ſi enim Sexangulum a b c d e f intelexeris, rectamque Lineam a c coniunxeris, ipſam a f, ipſi c d Parallelam oſtendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus eſt Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quiſque Sexanguli Angulus, cùm æquiangulum fuerit. æquale præterea eſt Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim eſt poſitum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia Recti pars eſt. Anguli ergo f a c, a c d Recti ſunt. Quapropter ipſa a f ipſi c d Parallela eſt. Similiter autem reliqua etiam, quę ex oppoſito ſunt Latera, Parallela eſſe oſtendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaq; Parallelogrammum eſt quod à Parallelis ex oppoſito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quòd autem apud Elementorum inſtitutorem Parallelogrãmum quadrilaterum eſt, patet. Fit autem perſpicuũ in illo potiſſimùm Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Baſim, & inciſdem eſt Parallelis, Trianguli duplum eſſe. hoc enim in ſolis Quadrilateris verum eſt.



† Præterquã quòd ex ſententia Elementorũ inſtitutoris omne Parallelogrãmũ manifeſtum Quadrilaterum eſt.

TRIGESIMVS.

Parallelogramma, quæ Super eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 35. Theo. 25.

QVemadmodum Theorematum alia quidẽ vniuerſalia, alia verò particularia eſſe dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes ſubiungebamus quòd etiam alia quidem Simplicia, alia verò Compoſita, quidq́ue horum vnumquodq; ſit oſtendebamus, ita ſanè iuxta aliam diſtinctionem alia quidem Localia eſſe dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuſcunq; idem Sympto-ma in toto quodam loco accidit; Locum verò, Lineę, vel Superficiei ſitum,

Com. 9.

In Superiori cõmẽto, & i cõ. 9. libri 3. Theorematũ alia Localia, alia nõ Localia.

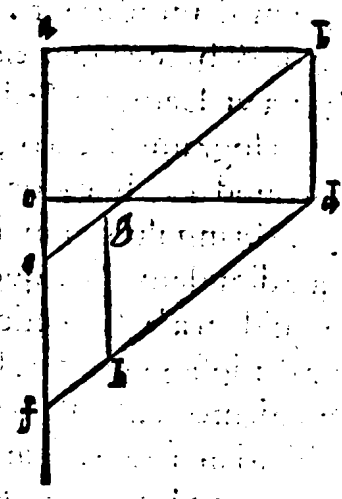
Quis ſit Locus Geometricꝰ, Localium Theorematũ diuiſio. Linearum aliæ Planæ, aliæ Solidæ.

ſitum, qui vnum; idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis conſtituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem ſunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum ſimplex eſt in Plano intelligentia, vt ipſius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ ſectione apparet, vt Cylindricę Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vtique eorum etiam, quę in Lineis conſtituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò ſolidum. Præſens igitur Theorema & Locale eſt, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus eſt Parallelogrammorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur. quę ſanè ęqualia quoq; inter ſe Elementorum inſtitutor oſtendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale ſit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inſcribuntur, æqualia ſunt. quòd enim Hyperbole ſolida ſit Linea, patet. Coni ſiquidem Linea eſt. Huiuſcemodi itaque Theoremata (vt ait Gemînus) Ideis Chryſippus aſſimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehenſio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, ſi infinita ſuper eadem Baſi Parallelogramma intelligantur, omnia ſibi inuicem æqualia oſtendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum inſtitutor præſens adſcripſit. & videtur cùm ad modum Elementi iuxta omnes diuiſiones Theoremata varietate diſtinguat, iurè neque huiuſcemodi ipſorum ideam prætermiſiſſe. Veruntamen cùm in præſentia quidem de Rectilineis ſermo ſit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cùm ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contemplari poſſunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentijs conſtituuntur Localium ſimul, & Planorum Theorematum docebit. tale ſiquidem in illis eſt quod ait, Qui in eodem Segmento ſunt Anguli, inter ſe ſunt ęquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti ſunt. nam ſi infiniti quidem Anguli in Circunferentia conſtituti fuerint eadem exiſtente Baſi, omnes oſtenduntur eſſe æquales. Si verò quod à Baſi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes eſſe oſtenduntur. & illa quidem proportione reſpõdent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ ſuper eadem Baſi, & in eiſdem ſunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis eſt, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

Præſens Theorema & Locale, & in Lineis Locale, et Planum eſt. Theorema Locale, & i Lineis Locale, & Solidum. Qua & ca uſa Theoremata Localia Ideis Chryſippꝰ aſſimilauerit.

Cauſa qua Euclides i hoc libro Theoremata loçalia Plana i rectis Lineis tãtùm tradat, in tertio aũt ea etiam q i Circũferẽtiis cõſtituũt, & habes hic diuiſionẽ localiũ i Lineis Planorũ Theorematum, q alia in rectis, alia in Circunferentiis.

patur. Fortaſſe autẽ omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiuſce contemplationis ſunt rudes, ſi Parallelogrãma Super eadem Baſi, in eiſdemque Parallelis conſtituta, ſibi inuicem æqualia ſunt. quomodo enim hoc fieri poteſt, quippe cùm Spatiorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur longitudo in infinitum creſcat? quantùm nanque Parallelas producimus, tantùm Parallelogrammorum quoque Longitudines augere poſſumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forſan aliquis quærat. nam ſi Latitudo quidem eſt eadem, Baſis ſiquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Eſt igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis ſequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis diſciplinis appellãtur. executi ſunt enim Mathematici quoque in Theorematibus, quemadmodũ Stoici in Argumentis Locũ, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum eſſe, quæ huiuſcemodi ſunt. Stupet itaque vulgus ſtatim cùm Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non deſtruit, eadem exiſtente Baſi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuenda'ue Spatia. quantùm enim Angulos inæquales efficimus, tantùm Spatium magis diminuimus, ſi Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus eſt, vt æqualitatem ſeruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producatur Latus a c in infinitum, ſitque hoc fortaſſe rectangulum, & in Baſi b d alterum cõſtituatur, ſitque illud b e f d. Quòd itaque aucta ſit Longitudo, conſtat. maius enim eſt Latus b e, Latere a b, cùm Angulus, qui ad a Signum eſt, rectus ſit. verùm hoc neceſſariò factum eſt, inæquales ſiquidem facti ſunt Anguli ipſius b e f d Parallelogrammi, & alij quidẽ Acuti, alij verò Obtuſi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiũque contrahit. Sumatur enim verbi cauſa ipſi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipſi b d ducatur, quæ ſit g h. Eſt igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammia b c d æqualis, Latitudoque eadem,



Dubitatio rudium.

Præſens Theorema è numero admirabilium i Mathematicis Theorematum.

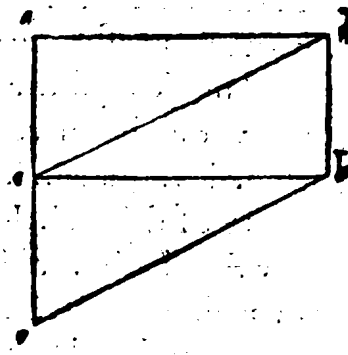
Quid ſit Locus admirabilis, apud Mathematicos, & apud Stoicos.

Reſpõſio ad dubitationẽ rudium.

Demõſtrat quòd Longitudinis accretione opus ẽ ad Spatiorũ æqualitatẽ ſeruandã.

Spatiũ

Spatium tamen Spatio minus. ipſo nanque b e f d minus eſt. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abſtulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem ſeruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipſe Parallelarum Linearum Locus eſt. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis exiſtentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius eſſe oſtenditur: æquilateris verò ambobus exiſtentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod eſt rectangulum maius eſſe oſtenditur eo, quod rectangulū non eſt. Angulorum nanque rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde ſanè Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ æqualē Ambitum habent maius eſſe videtur: Rhōboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias oſtendemus. magis enim Suppoſitionibus ſecundi Libri conueniunt. Quò ad præſens autem Theorema ſciendū eſt quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præſentia ſiquidem de Areis ſermo eſt: & quòd nunc primùm in huiuſce Teorematis Demonſtratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifeſtum etiam fit, quòd non ab re in Suppoſitionibus hoc quoq; quid nam ſit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quòd enim quę ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque inſtitutor cùm difficiliorem Caſum elegiſſet, Propoſitum demonſtrauit. Siquis autem dicat, ſint Parallelogramma a c b d, & b d c e ſuper eadem Baſi d b, ita vt Latus c d ſit Dimetiens Parallelogrammi, a b, oſtendemus quòd ex† hoc Loco æqualia ſunt. Triangulum enim b c d, vtriuſque dimidium eſt. quoniam ipſius quidem a b, Dimetiens eſt Latus c d: ipſius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam ſecant. Parallelogrāmum ergo a b æquale eſt Parallelogrāmo d e. Rurſus ſiquis ſupponat Latus a c ipſius a b Parallelogrammi ſecari à Latere d e, ſicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipſa a d b e, b d c f, oſtendemus quòd hæc etiam æqualia ſunt.



cùm

Terminus accretiōis Lōgitudinis Parallelogrāmorum æqualiū, eſt loc' ipſe} Paralelarū Linearum. Pulchrū.

Iſoperimetrorū Parallelogrāmorum Quadrangulū quidē maximū é, Rhomboides verò minimū.

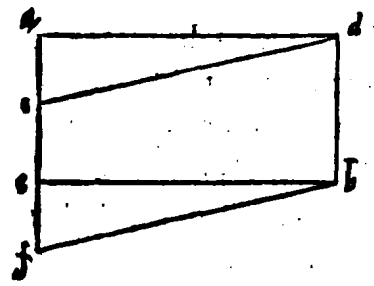
Ex hoc loco, & ex 13. cō. lib. 3. habes q Procli itētio erat re cā Euclidis Elemēta ré iſtitutiò né exponere.

Documē tum. Trapeziū quid.

Reliq duo huius Theorematis Caſus.

† ex hoc loco. id eſt rōne loci.

cùm enim Latus a e Lateri c f æquale
sit, vtrunq; enim cùm ex oppoſito ia-
ceat, æquale eſt Lateri d b. Auferatur
communis c e recta Linea. Aequalis
eſt igitur a c, ipſi e f. Verùm a d etiã æ-
qualis eſt ipſi e b, & Angulus c a d An
gulo f e b. Parallela enim eſt a d, ipſi
e b. & Baſis igitur e d, Baſi f b æqualis
eſt, totũq́ue a d c Triangulũ toti e b f Triangulo eſt æquale. Cõmune
adijciatur c b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d f æquale non eſt. Et
vides quòd iſti tres ſoli ſunt Caſus. Latus enim d c aũt ſecat Latus e b,
vt Elementorum inſtitutor accepit: aut in Signum e cãdit, vt in pe-
nultima deſcriptione: aut ſecat Latus a e, vt in præſentia ſuppoſui-
mus. & iuxta omnes Caſus Theorema verũ eſſe oſtenſum eſt, † niſi
quòd duplex Trapeziorum differentia cùm ſit, & alia quidem neutrũ
oppoſitorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in
Trapezijs, quæ apud Geometram ſunt, in præſentiq́ue deſcriptione
altera eſt Species. ipſa enim c e, ipſi d b eſt Parallela.



Cauſa cur tres ſoli ſint Caſus huiꝰ Theorematis.

† . Rurſus quòd Nota qđ Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noĩe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. videẽt cõ. 18. lib. ſecũdi.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ ſunt ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 36 Theo. 26.

Com. 10.

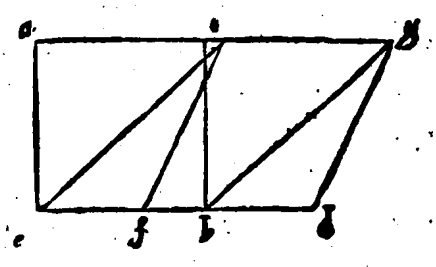
Præcedens quidem Theorema eaſdem Baſes accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus eſt Parallelogrãma in eiſdẽ ſupponere Parallelis. Oportet igitur ipſa neque intra ſubiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eiſdem dicuntur eſſe Parallelis, cùm Baſes ipſorum, & quæ his ex oppoſito iacent Latera eiſdem Parallelis coaptantur. Cæterùm Elementorum quidem inſtitutor cùm Baſes omnino ſeparatas ſuſcepiſſet, Theorema oſtendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipſas ſuppoſitas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. ſint enim a b, c d Parallelogramma, ſuper æqualibus Baſibus e b, f d communem partem habentibus, & in eiſdem Parallelis, dico quod æqualia ſunt. Connectantur e c, b g rectæ Li-

Cõmunitas, & differẽtia præſentis, & præcedẽtis Theore.

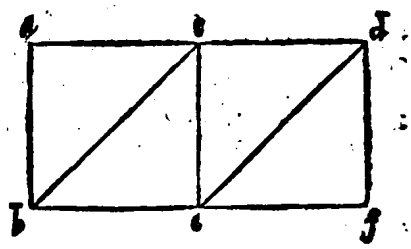
Qũo Parallogrãma i eiſdẽ dicãt eſſe Parallelis.

Reliq duo Caſus huiꝰ Theore.

neæ. Quoniam igitur ipſa e f, æqualis eſt ipſi b d, etenim Baſis e b Baſi f d æqualis erat, ſed Latus c f Lateri d g eſt æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & c e igitur ipſi b g æqualis eſt. eſt autem & Parallela ipſi. Parallelogrammū ergo eſt ipſum c b, habetque eandē Baſim cum vtroque Parallelogrāmorum a b, c d, & in eiſdem eſt Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d eſt æquale.



Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à ſe inuicem ſeparatas Parallelogrāmorum Baſes ſupponat, verùm quod ſolùm reliquum eſt ſe inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrāmis a e, e d, dicemus quòd Baſis b e, Baſi e f, & Lateri c d eſt æqualis. Quamobrem & rectalinea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela eſt. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipſæ, Parallelæq; ſunt. Parallelogrāmum igitur eſt ipſum b d, & eſt ſuper eiſdem Baſibus, & ineiſdem Parallalelis cum ipſis c b, d e Parallelogrammis. Æqualia ergo ſunt c b, d e Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Conſtructiones diuiſimus cùm dicebamus Baſes aut communem habere partem, † aut tangere tantùm ſe inuicem, aut à ſe inuicem diſtare. Fieri autem poteſt vt quanuis ſe ſe tangant quemadmodum ipſæ b e, e f, totum d e Parallelogrāmum extra Latus c e ſupponatur, vel c e Latus congruens ipſi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e ſecans Latus a c, vel Latere a c producto vſque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus ſecans Latus a h, vel a h Latere producto vſque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f ſecans Latus a h * vel congruens *

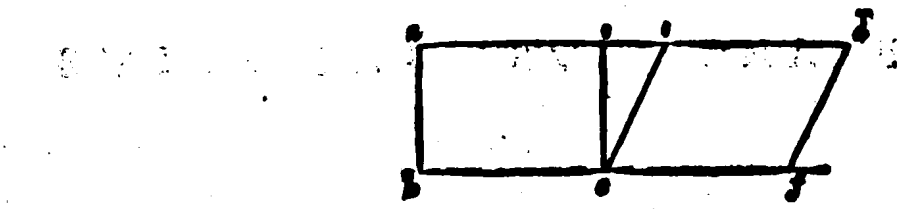


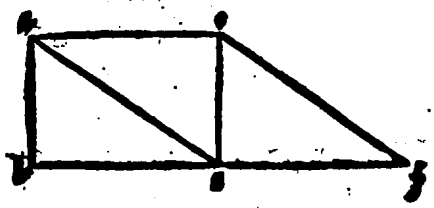
Diuiſio tertiū huius Theo. Caſuū, & primò vltimi.

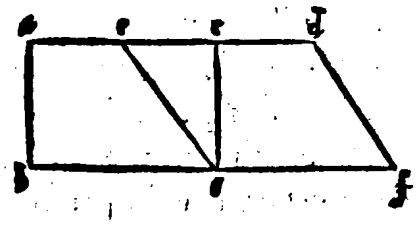
† aut à ſe inuicē ſeparatas eſſe, aut tāgere tm ſe inuicem.

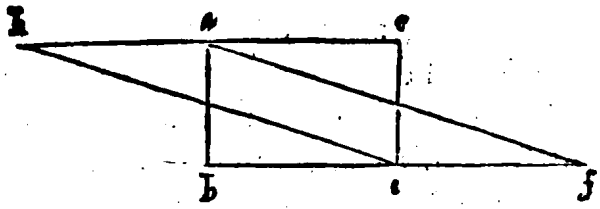
* * *

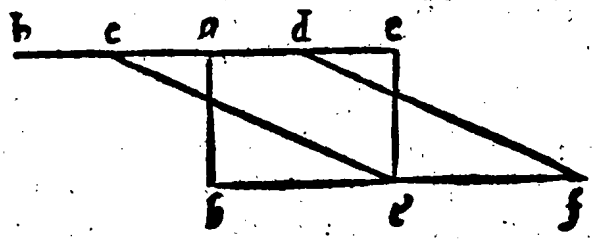
Fran-

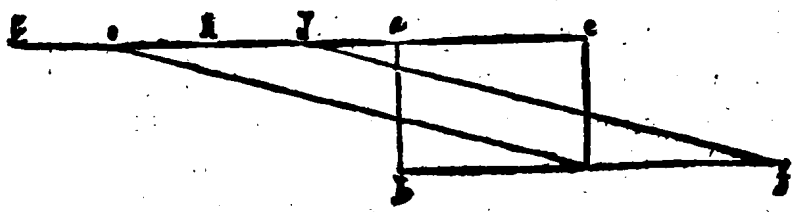












FRANCISCVS BAROCIVS

AD

LECTOREM.

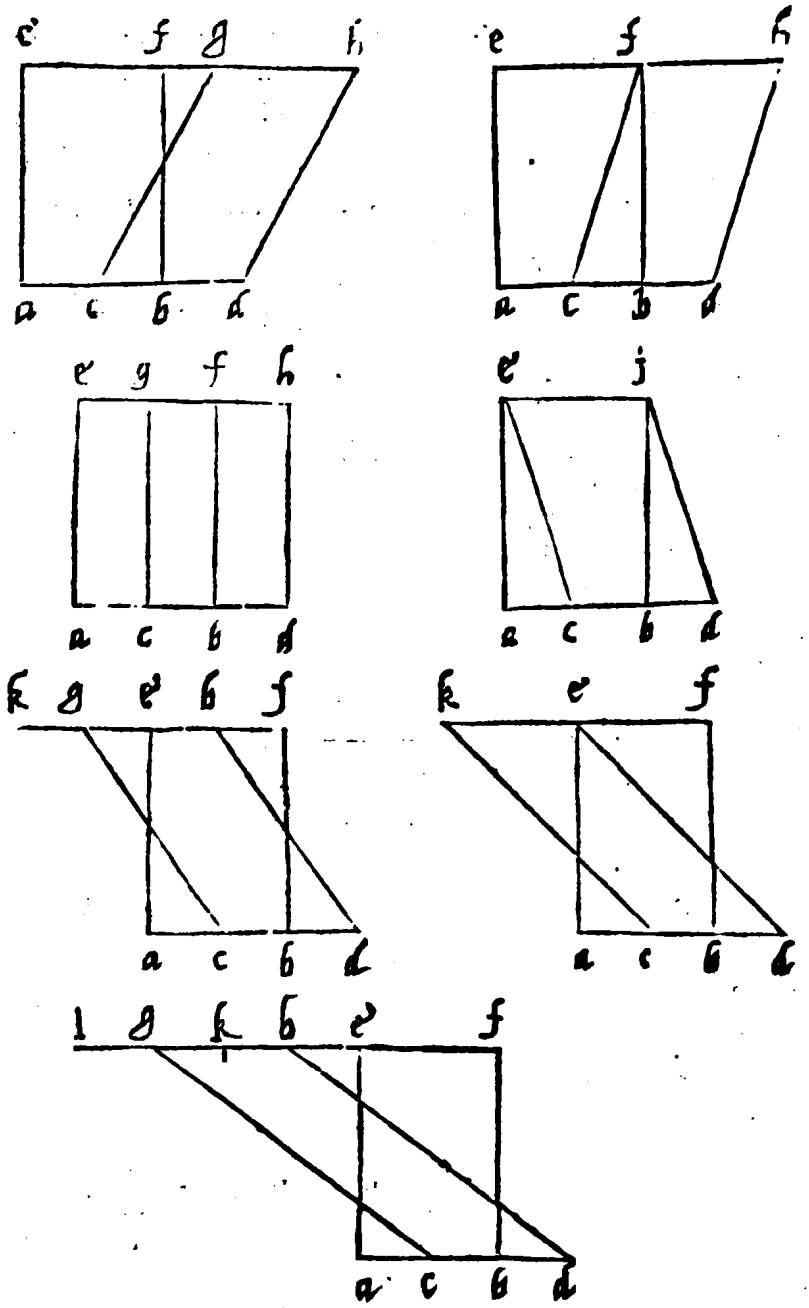
Scholiũ



HIC tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primùm communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidẽ est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit; reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quòd erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor suppositit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

Diuisio Casuum.

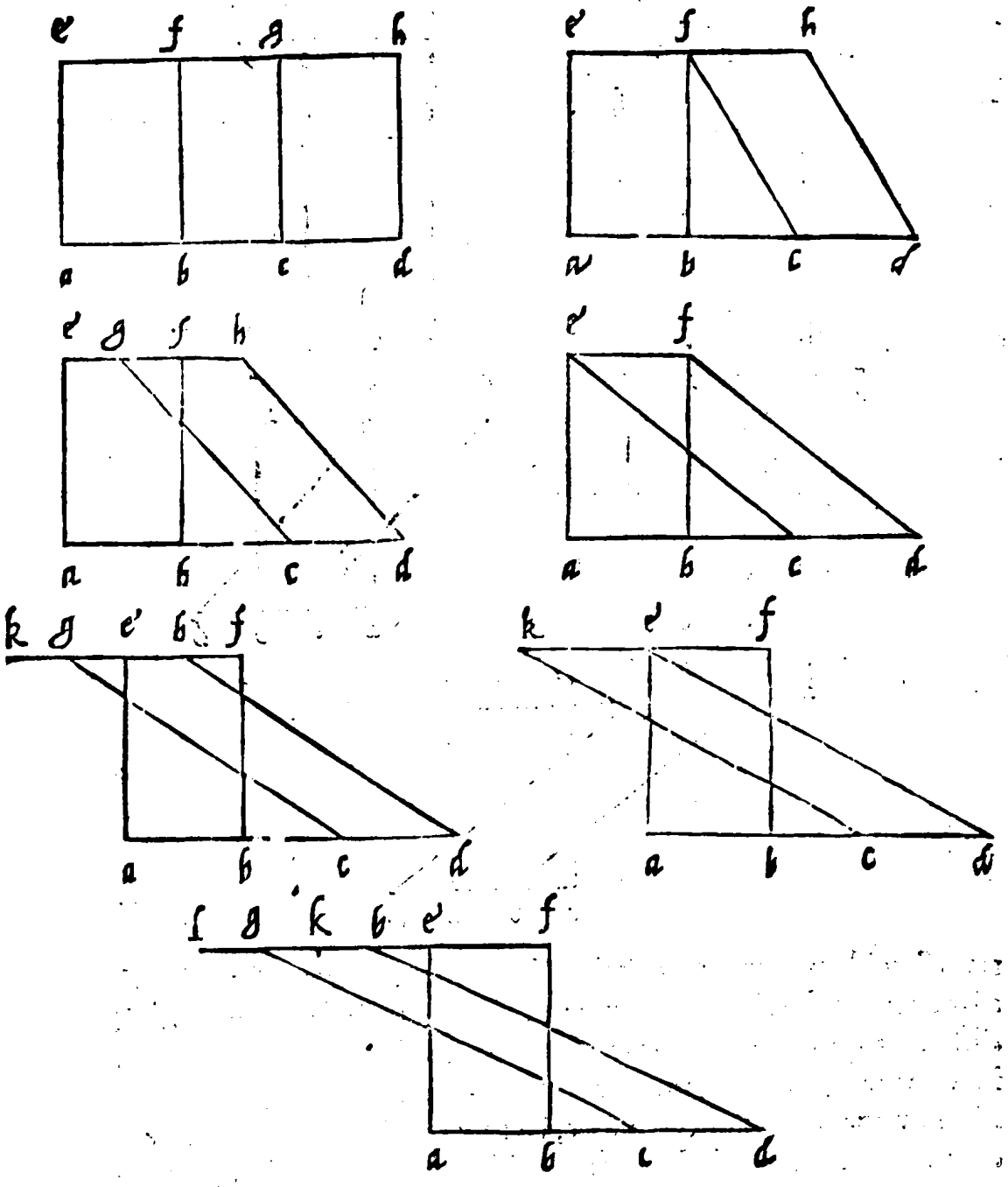
nam



nam ſi quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipſę a b c d Latera ſanè hiſce Baſibus oppoſita, quę ſint e f, g h, aut ita à ſeſe diſtant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipſum ſcilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta ſunt, vt ipſa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipſam g f: aut ſibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & poſita Linea k e æquali ipſi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipſam e h, & cum Linea k e, vtpote ipſam g e:

aut

aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitque Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipſã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.



Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, c d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interual-

ſeruallo f g: aut in vno duntaxat Signo ſe ſe tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipſam g f: aut Latus g h cadit ſuper Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & poſita æquali k e Linea ipſi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipſa ſcilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipſa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadẽ ſunt cum Signis k e, tangit q; Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & poſita æquali Linea l k ipſi k e, Latus g h communem ſortitur partem ipſam quidem k h cum Linea k e, ipſam verò g k cum Linea l k, tuncq́ue Latus g h à Latere e f interuallo h e diſtat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum eſt, Septem iterum modis Caſus ipſe varietatem ſuſcipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipſum videre potes, in fine enim Diuiſionis huius Caſus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem eſt Diuiſio Caſuum, quam aggreſſus eſt Proclus noſter in preſenti commentario, in quo non extat niſi Caſus illius Diuiſio, qui Baſes æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas ſupponit: reliquorum autem duorum Caſuũ diuiſiones cum Demonſtrationibus Theorematis in Singulis Caſibus deſiderantur, forſan cum quadam etiam pulchra conſideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos eſt. multa enim pulcherrima ab iſs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq́ue Theoremate colligi poſſunt, quæ ad vniuerſam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuiſione quidẽ hęc ſufficiãt. Demõſtrationes autẽ preſentis Theorematis iuxta ſingulas Caſuũ partes tũ quia faciles ſunt, tũ breuitatis cauſa in preſentia ſilentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs noſtris diffuſius, & ſingillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod ſi aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum ſequentis vndecimi cõmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum eſt, te participem facere polliceor.

Quę deſit i 11. Procli cõmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.

TEXTVS

Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 37 Theo. 27.

Initiũ

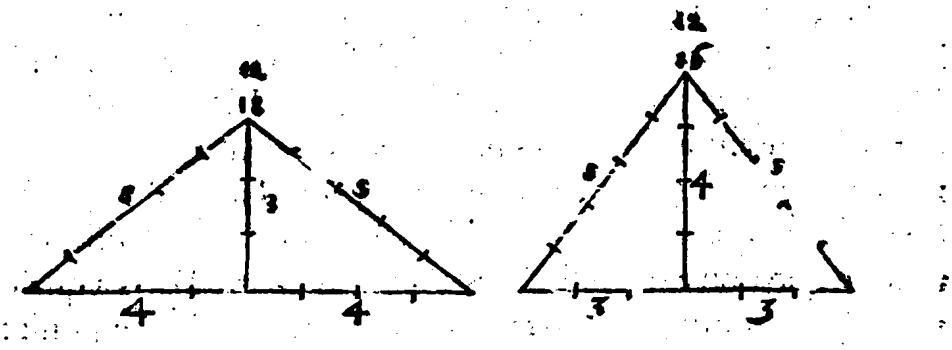
Initium huius Commentarii Deſideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis exiſtentibus, Spatia inęqualia & inęqualibus, ęqualia oſtenduntur. Tale autẽ quid Chorographi perpeſſi ſunt Vrbiũ magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Oli verò quidam poſſeſſionum participes in diuiſione eos, quivnà cũ ipſis diuidebãt deceperũt, quippe qui Ambitus exceſſu abuſi ſunt, plura'q; ſumpſerunt cùm peragrãtes eam ſuſcepiſſent poſſeſſionẽ, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutaſſent, optimi exiſtimati ſuere.

Chorographorũ hallucinatio.

Idẽ in lib. tertio in com. 8.



duobus enim ęquicruribus Triãgulis propoſitis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Baſim verò ſex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Baſim verò octo eorundem, verbi graria cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò ſedecim earundem menſurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia ſunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunq; ſiquidem duodecim eſt. ſi enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Baſes diuides, efficieſq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Baſis dimidium: ipſam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hîc verò trium. oportet ſiquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Baſis dimidio fit eſſe æquale. Verùm ſi hoc quidẽ trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & ſi hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Baſis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio eſt æquale habebis. hoc autem iuxta vtrunq; idem eſt ſiue Ternario Quaternarium, ſiue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta ſunt ad oſtendendum quòd Spatiorum æqualitas non

† æquale Triangulo Spatiũ habebis.

omni-

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cũ Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadẽ recta Linea iacentibus.

Quo Triãgula i eisdẽ Parallelis esse dicantur.

TEXTVS

Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 38 Theo. 28.

PRæsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportione respondet, & Triangulorum situ super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus ęqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc ostẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habẽt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportione demonstrat. eadem nanq; Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrà. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaq; per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atq; identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non solùm quia vna Demonstratione ostendit quæcunq; in hisce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit Altitudo Figurarũ.

† eine gd vel gfectũ gd.

Caſus huiꝰ Theore.

Baſes fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema multos habet Caſus, quodq́ue fieri poteſt vt Triangulorum Baſes aut eandem partem habentes ſumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum ſe ſe contigentes: aut etiam omnino ſeparatæ ita vt inter ipſas Linea ſit, manifeſtum eſt ijs etiam, qui paululum intelligere poſſunt. & quòd iuxta omnes Caſus vtcunq; Baſes ſitas habeant, aut Vertices, eadem via eſt. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumq́ue æqualitatem oſtendere.

Propõ. 39 Theo. 29.

TEXTVS

Æqualia Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 13.

QVando quidem ęqualitatẽ oſtendere nobis propoſitum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis ſuſcipientes, aut ſuper eiſdem, aut ſuper æqualibus iacentibus Baſibus. Nunc autem conuertentes, quę quidem in Parallelogrammis Conuerſa ſunt prętermiſimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenſuimus. Cauſa verò, quoniã modus quidem Demõſtrationis idem eſt in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impoſſibile, ſimilemq́ue Conſtructionem. cõtenti autem ſumus cùm in ſimplicioribus, Triangulis inquam, viam oſtenderimus, relinquere ijs, qui magis curioſi ſunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam eſſe viam facile eſt ſimul agnoſcere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma ſuper eadem Baſi, aut etiam ſuper æqualibus, dicemus quòd in eiſdem quoque ſunt Parallelis. Si enim non ſunt, aut alterutrum eorũ intrà cadet productis ijs, quę in altero ſunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo ſunt Parallelas, oſtendemus quæ in Triangulis etiam oſtenduntur. quòd vtique Totũ ſuæ parti erit æquale. hoc verò fieri non poteſt. Quòd autem iurè Elementorum inſtitutor particulam illam addidit [& ad eaſdem partes] manifeſtum eſt. nam fieri poteſt vt ſuper eadem Baſi ęqualia Triangula ſummantur, vnum quidem ad haſce partes, alterũ verò ad alias, attamen non omnino in eiſdem hæc ſunt Parallelis. neque enim ſub eadem Altitudine ſunt. Hanc igitur propterea adiecit

Cauſa Propter quam Conuerſę 35. & 36. Propõnis tũ ab Euclide, tũ à Proclo prętermiſſæ ſint.

Geometrica diligẽtia.

cit

cit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipſa duci poſſit iuxta abſurdam ſuppoſitionem, aut intrà, aut extrà, ipſe quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem oſtendemus. Reliquus abſurdæ ſuppoſitionis Caſus.

Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia ſuper vna Baſi, ad eaſdemqúe partes, dico quòd in eiſdē ſunt Parallelis, & quę ad vertices ipſorum connexa eſt recta Linea, Baſi eſt Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non eſt, ſit quę extra hanc iacet, ipſa nempe a e, & producatur ipſa b d vſque ad e Signum, & connectatur ipſa e c. Aequale ē igitur Triāgulū a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale eſt Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c eſt æquale, parti Totum. At hoc fieri non poteſt. non igitur extra ipſam a d, Parallela cadet. Oſtenſum eſt autem quòd neque intra, apud Elementorum inſtitutorem. Ipſa ergo a d ipſi b c Parallela eſt. In eiſdem igitur ſunt Parallelis æqualia Triangula, quæqúe ad eaſdem partes, & ſuper eadem Baſi ſunt. Demonſtrata eſt itaque reliqua etiam Deductionis ad impoſsibile pars. Adnotatu autem dignum eſt quòd Triplex cùm ſit Theorematum Conuerſio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauum decimum, & nonum decimum diximus: aut totum ad partem, vt ſextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęſitū in altero eſt: nec Quęſitū, Datū, ſed pars) videntur talia eſſe hęc quoq; Theoremata in Triangulis. erat ſiquidem Quæſitum in præcedentibus, Triangula ęqualia eſſe, hoc autem non ſolum in his Datum eſt, quippe cùm partem inſuper ſumpſerit eius, quæ in illis erat ſuppoſitionis. hoc enim, ſuper eadem eſſe Baſi, vel ſuper æqualibus, cum in his, tum in illis datum eſt, præterquam quòd in hiſce ſuppoſitionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæſitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad eaſdem partes] extrinſecus inſuper ſuit aſſumpta.

Notandū.

Triplex Cōuerſionū differē tia.

TEXTVS

Prop. 40. Theo. 30.

Æqualia Triangula, quæ ſuper æqualibus ſunt Baſibus, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 14.

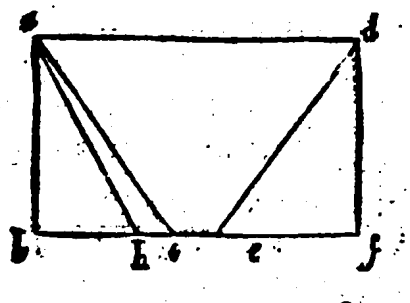
ESt & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonſtratio ſimilis, & quę ab Elemẽtorum inſtitutore Deductionis ad impoſsibile prætermiſſa eſt pars eodem modo demonſtratur, & nõ eſt opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc ſint in dictis Propoſitionibus, ſuper æqualibus, vel eiſdem eſſe Baſibus: in eiſdem Parallelis: & æqualia eſſe Triangula, & Parallelogramma, manifeſtum eſt quòd duo ſemper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Baſes eaſdem, vel æquales ſupponemus, in eiſdemqúe Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipſa ſuſcipiemus, & Baſes eaſdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omiſit Elementorum inſtitutor, ea nempe quæ ſunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo oſtendit, ea porrò quæ in Triangulis ſunt: aut & cùm æqualia ſumpſerimus, & in eiſdem Parallelis, reliquum oſtendemus, quòd vtiq; vel ſuper eiſdem ſunt, vel ſuper æqualibus Baſibus, & faciemus alia quatuor, quæ ſanè omnino etiam dimiſit Elementorum inſtitutor. in hiſce nanque eadem eſt Demonſtratio, niſi quòd duo ex his quatuor per ſe vera non ſunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eiſdẽ ſunt Parallelis, neceſſariò ſuper eadẽ Baſi ſunt. ſed rorum hoc, in hiſce ſuppoſitionibus verum eſt, quòd ſuper eiſdem ſunt Baſibus, vel ſuper æqualibus. alterum autem non omnino ſumptas ſuppoſitiones conſequitur. Quapropter cùm decem ſint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rurſus eadem ratione fruſtra laboret, cùm eadem ſit Demonſtratio. oſtendatur enim in Triangulis quòd ſi æqualia fuerint, in eiſdemqúe Parallelis, aut ſuper eiſdem, aut ſuper æqualibus Baſibus erunt. nõ ſint enim, ſed ſi fieri poteſt ſint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo ſeſe habeant in Baſibus inæqualibus, ipſis ſcilicet b c, e f, &

Tres paſſiones, ex quib⁹ decẽ fiũt Localia Theo.

Cauſã vidit ſuperiorẽ.

Quæ ſunt reliqua quatuor omiſit Euclides Theoremata.

Demõſtratio reliquo rũ duorũ.



ſit

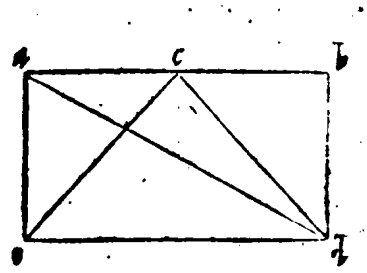
ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturqúe ipſa a h. Quoniam itaq; Triangula a b h, d e f ſuper æqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, ineiſdemqúe Parallelis, æqualia vtiq; ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, ab h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autẽ demonſtrandi modus in Parallelogrãmis etiam erit. Cùm itaq; & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idẽ, quòd ſcilicet totũ ſuę parti eſt æquale, non ĩmeritò ab Elementorũ inſtitutore prætermiſſum fuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę prętermiſſa ſunt, quæqúe ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm tranſeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur. Epilogus.

TEXTVS

Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Baſim habuerit, in eiſdemqúe fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipſius Trianguli. Propõ. 41 Theo. 31.

ESt quidem præſens quoq; Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemqúe Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeãt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemqúe Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat eadem Baſi, eademqúe Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrãmum ſuppoſuerit, Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idẽ demonſtrabimus. duo ſiquidẽ ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrãmum Verticẽ habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrãmũ a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturqúe a d recta Linea. Quoniam itaq; Com. 15. Caſus huius Theorematis.

Paral-



Parallelogrammũ Trianguli a c d eſt duplum, Triangulũ autem a d c ęquale eſt e d c Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipſius e c d Triãguli duplum eſt. Quod igitur eadem exiſtente Baſi duplum eſſe Trianguli Parallelogrãmum oſtenditur, perſpicuum eſt. Si autem Baſes æquales fuerint, eodem modo oſtendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Triangulis enim æqualibus exiſtentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum eſt, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia ſunt propter Baſium æqualitatem, Altitudinisqúe identitatem. Iurè igitur hæc quoq; Geometres omiſit, eadem enim eſt Demonſtratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut ſeparatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem ſuſcipiant, vna eſt iuxta omnes Caſus Demõſtratio. Atqui Conuerſa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonſtrabimus. quorum vnum quidem eſt, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemqúe Baſim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad eaſdem partes, in eiſdem erunt Parallelis. Si enim non erunt, Totum ſuæ parti erit æquale, eademqúe ratio vigebit. neceſſe eſt enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere, aut extra. vtro autem ſe ſe modo habuerit idem ſequitur impoſsibile, ducta Parallela ipſi Baſi per Trianguli Verticem. Alterum verò eſt, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eiſdemq; ambo fuerint Parallelis, ſuper vna Baſi, aut ſuper æqualibus erunt. ſi enim ſuper inæqualibus, cùm æquales ſumpſerimus, vniuerſum Totũ ſuæ parti æquale oſtendemus. In hoc igitur cõmunè impoſsibile omnia hęc Theoremata deſinunt. Quare Elementorũ inſtitutor nobis reliquit eam, quæ in his eſt varietatẽ inueſtigare, cùm in ſimplicioribus ipſe, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata ſunt, agè exercitationis cauſa nos Parallelogrãmũ non accipiendo ſed Trapeziũ, cuius duo tantùm Latera ſunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Baſim dum in eiſdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perſpicuum eſt. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum eſſet, cũ Quadrilaterum porrò ſit. Dico autem quòd aut duplo maius eſt, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela ſint, omnino vnum quidem eſt maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus exiſten-

Demõſtratio i Baſib⁹ ęqualibus.

† Parallelogrãmorum.

Cur Theoremata in ęqualibus Baſib⁹ Euclides prætermiſerit.

Conuerſa huiꝰ Theorematis & modus cõuerſionis modum.

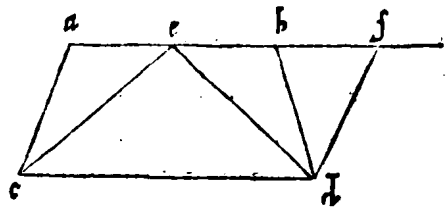
† Si autẽ.

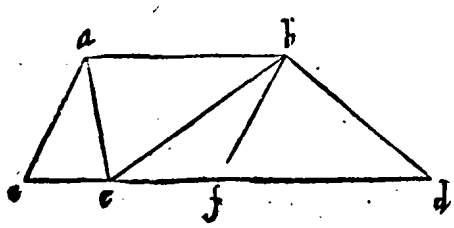
Nota q ex triꝰ q̃ hoc etiam Theo. sũt passionibꝰ quiq; fieri poſſunt Theo. quorũ vnũ tm̃ poſuit Euclides, reliqua aut p̃termiſit, q̃ addidit Proclus, vnã cũ obticẽtię cauſa.

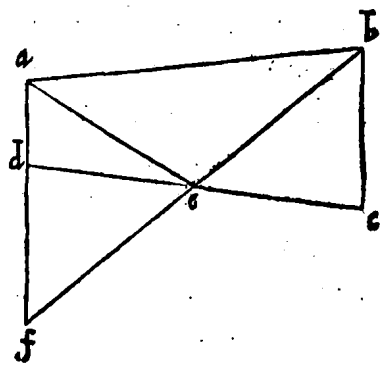
† ſtiterit.

Digreſſio Hic elicit quoddam aliud huiꝰ Theo. cõuerſũ, iuxta alium Cõuerſionis modũ.

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, sitque minus Latus a b Lateri c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ c c d eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe c d, ducaturque per d Signum ipsi a c Parallela, quę sit d f. Duplum est igitur Trianguli e c d ipsum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim a b, ducaturque ipsi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ est. His itaq; ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantũ Latera ex opposito iacẽtia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, sitque in ipso Latus a d Lateri c b Parallelum, & secetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipsa b e, coincidatque cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e est æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit æquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e æquale.





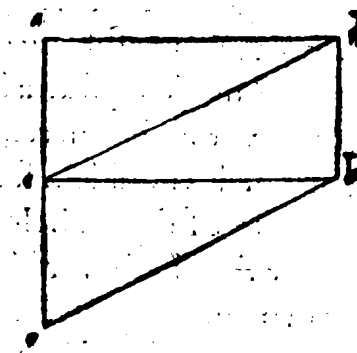


Per 33. Propõné. Pulcherrima Triãguli cum Trapezio sup eadẽ Basi, & in eisdẽ Parallelis cõparatio. nota ꝙ aũt ꝙ cadit etiã iter Parallelogrammũ, & Trapeziũ sup eadẽ Basi, & ieisdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽdũ in Cõmentariis nfis. oia aũt hęc vera sũt & i Basibus ęqualib⁹, horũq; cõuersa, si cõueniẽtib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio sup eadẽ basi nõ in eisdẽ Parallelis, sed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc est qđ Proclus obiter ostẽdit.

Com-

Spatium tamen Spatio minus. ipſo nanque b e fd minus eſt. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abſtulit, tantum adiiciens, Spatiorum æqualitatem ſeruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipſe Parallelarum Linearum Locus eſt. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis exiſtentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius eſſe oſtenditur: æquilateris verò ambobus exiſtentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod eſt rectangulum maius eſſe oſtenditur eo, quod rectangulũ non eſt. Angulorum nanque rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde ſanè Quadrangulum quidem iis omnibus, quæ æqualẽ Ambitum habent maius eſſe videtur; Rhõboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias oſtendemus. magis enim Suppoſitionibus ſecundi Libri conueniunt. Quò ad præſens autem Theorema ſciendũ eſt quòd Parallelogrãma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præſentia ſiquidem de Areis ſermo eſt: & quòd nunc primùm in huiuſce Teorematis Demonſtratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifeſtum etiam fit, quòd non ab re in Suppoſitionibus hoc quoq; quid nam ſit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quòd enim quę ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos non habet æqualia, è Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque inſtitutor cùm difficiliorem Caſum elegiſſet, Propoſitum demonſtrauit. Siquis autem dicat, ſint Parallelogramma a c b d, & b d c e ſuper eadem Baſi d b, ita vt Latus c d ſit Dimetiens Parallelogrammi, a b, oſtendemus quòd ex† hoc Loco æqualia ſunt. Triangulum enim b c d, vtriuſque dimidium eſt. quoniam ipſius quidem a b, Dimetiens eſt Latus c d: ipſius verò d e, Latus c b. Dimetientes autem Parallelogrãma bifariam ſecant. Parallelogrãmum ergo a b æquale eſt Parallelogrãmo d e. Rurſus ſiquis ſupponat Latus a c ipſius a b Parallelogrammi ſecari à Latere d e, ſicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipſa a d b e, b d c f, oſtendemus quòd hæc etiam æqualia ſunt.



Terminus accretiõis Lõgitudinis Parallelogrãmorum æqualiũ, eſt loc⁹ ipſe} Parallelarũ Linearum. Pulchrũ.

Iſoperimetrorũ Parallelogrãmorum Quadrangulũ quidẽ maximũ é, Rhomboides verò minimũ.

Ex hoc loco, & ex 13. cõ. lib. 3 habes q; Procli itẽtio erat reſtituẽ Euclidis Elemẽtaré iſtitutiõné exponere.

Documẽtum.

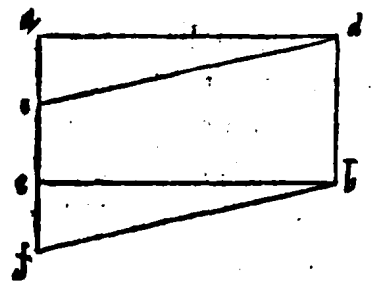
Trapeziũ quid.

Reliq; duo huius Theorematis Caſus.

† ex hoc loco. id eſt rõne loci.

cùm

cùm enim Latus a e Lateri c f æquale sit, vtrunq; enim cùm ex opposito iaceat, æquale est Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis est igitur a c, ipsi e f. Verùm a d etiã æqualis est ipsi e b, & Angulus c a d Angulo f e b. Parallela enim est a d, ipsi e b. & Basis igitur e d, Basi f b æqualis est, totũq́ue a d c Triangulũ toti e b f Triangulo est æquale. Cõmune adiiciatur c b Trapeziũ. Totũ igitur a b, toti d fin æquale non est. Et vides quòd isti tres soli sunt Casus. Latus enim d c aũt secat Latus e b, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cãdit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus a e, vt in præsentia suppositimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quòd duplex Trapeziorum differentia cùm sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentiq́ue descriptione altera est Species. ipsa enim c e, ipsi d b est Parallela.



Causa cur tres soli sint Casus huius Theoremaris.

† . Rursus quòd Nota qd Proclus Trapezia, & Trapezoidea cõmuni noie Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cõ. 18. lib. secũdi.

TEXTVS

Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 36 Theo. 26.

Com. 10.

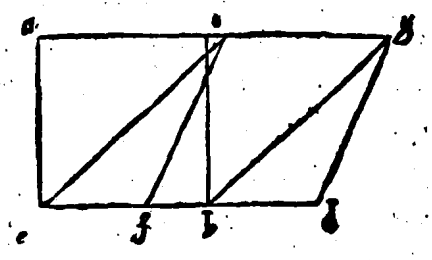
Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cùm Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Cæterùm Elementorum quidem institutor cùm Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim a b, c d Parallelogramma, super æqualibus Basibus e b, f d communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur e c, b g rectæ Li-

Cõmunitas, & differẽtia præsentis, & præcedẽtis Theore.

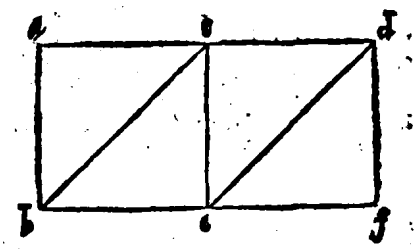
Qũo Parallogrãma i eisdẽ dicãt esse Parallelis.

Reliq duo Casus huius Theore.

neæ. Quoniam igitur ipſa e f, æqualis eſt ipſi b d, etenim Baſis e b Baſi f d æqualis erat, ſed Latus c f Lateri d g eſt æquale, & Angulus c f e æqualis Angulo g d b, & c e igitur ipſi b g æqualis eſt. eſt autem & Parallela ipſi. Parallelogrammū ergo eſt ipſum c b, habetq́ue eandē Baſim cum vtroque Parallelogrāmorum a b, c d, & in eiſdem eſt Parallelis. Parallelogrammum igitur a b Parallelogrammo c d eſt æquale.



Si quis autem neque communem habentes partem, neq; à ſe inuicem ſeparatas Parallelogrāmorum Baſes ſupponat, verùm quod ſolùm reliquum eſt ſe inuicem tangentes in vno Signo, vt in Parallelogrāmis a e, e d, dicemus quòd Baſis b e, Baſi e f, & Lateri c d eſt æqualis. Quamobrem & rectalinea c b, rectæ Lineæ d e æqualis, & Parallela eſt. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipſæ, Parallelę́q; ſunt. Parallelogrāmum igitur eſt ipſum b d, & eſt ſuper eiſdem Baſibus, & ineiſdem Parallalelis cum ipſis c b, d e Parallelogrammis. Aequalia ergo ſunt c b, d e Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Conſtructiones diuiſimus cùm dicebamus Baſes aut communem habere partem, † aut tangere tantùm ſe inuicem, aut à ſe inuicem diſtare. Fieri autem poteſt vt quanuis ſe ſe tangant quemadmodum ipſę b e, e f, totum d e Parallelogrāmum extra Latus c e ſupponatur, vel c e Latus congruens ipſi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e ſecans Latus a c, vel Latere a c producto vſque ad Signum h Latus c e cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus ſecans Latus a h, vel a h Latere producto vſque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h, & Latus d f ſecans Latus a h * vel congruens *

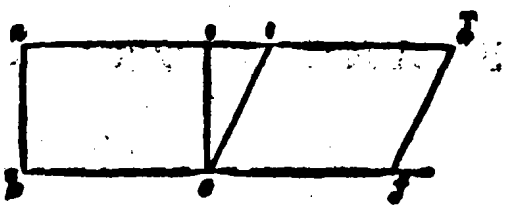


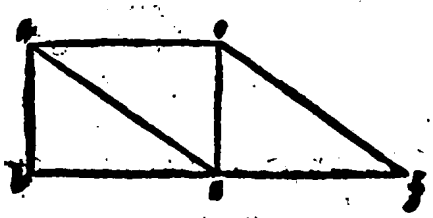
Diuiſio triū huius Theo. Caſuū, & primò vltimi.

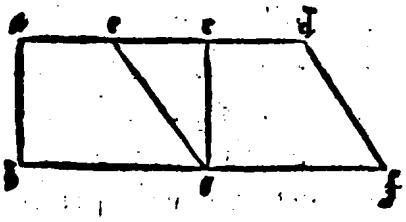
† aut à ſe inuicē ſeparatas eſſe, aut tāgere ſe inuicem.

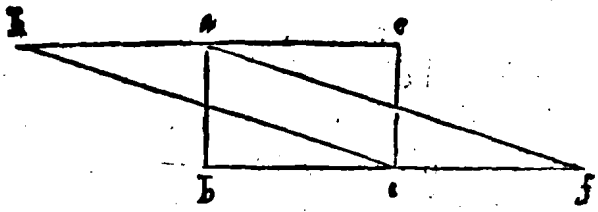
* * *

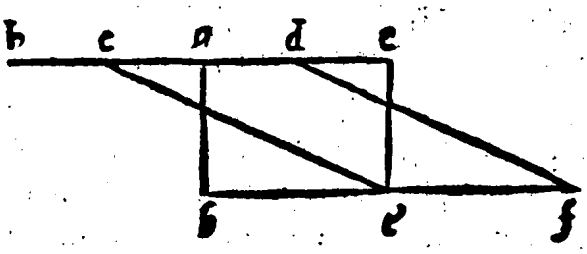
Fran-

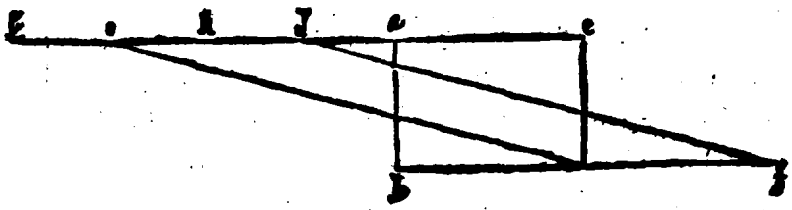












FRANCISCVS BAROCIVS

AD

LECTOREM.

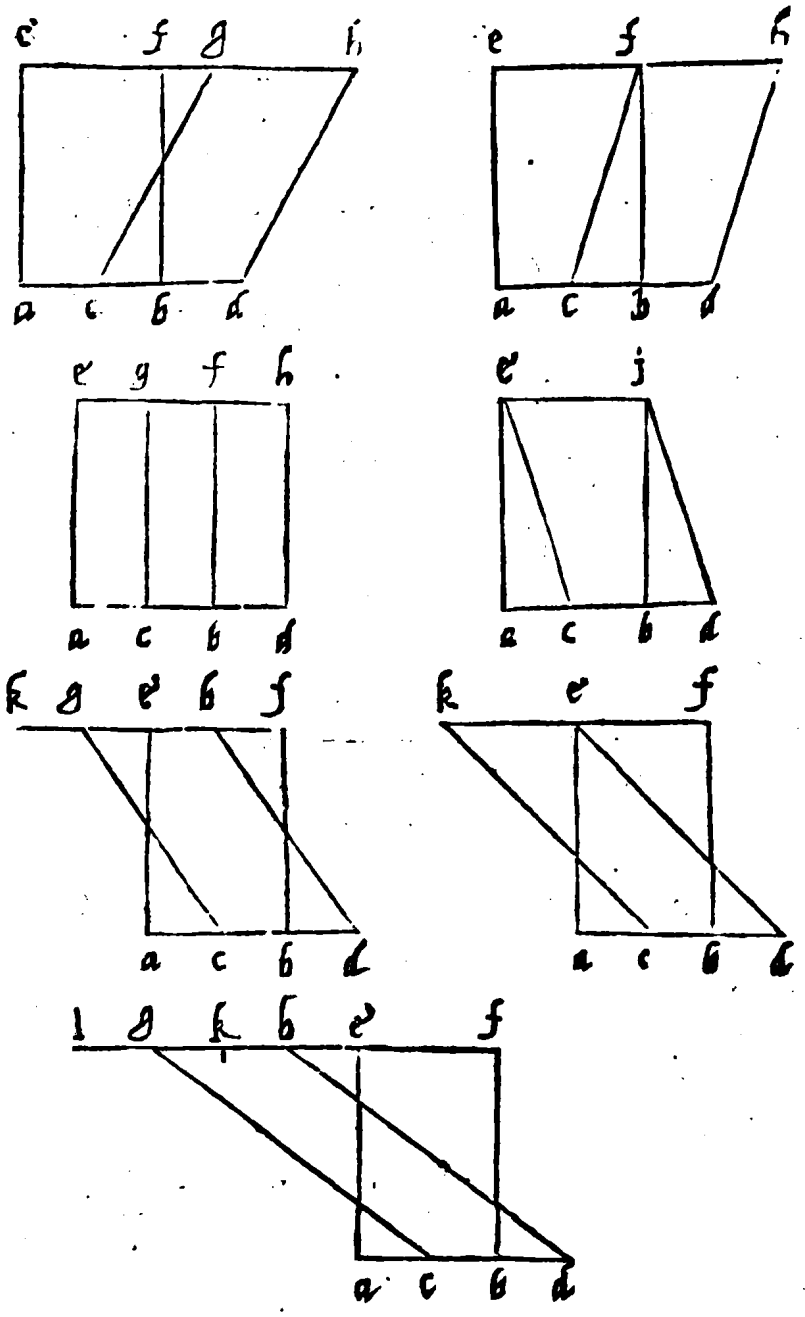
Scholiũ



HIC tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primùm communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidẽ est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit; reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos fanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quòd erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor suppposuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

Diuisio Casuum.

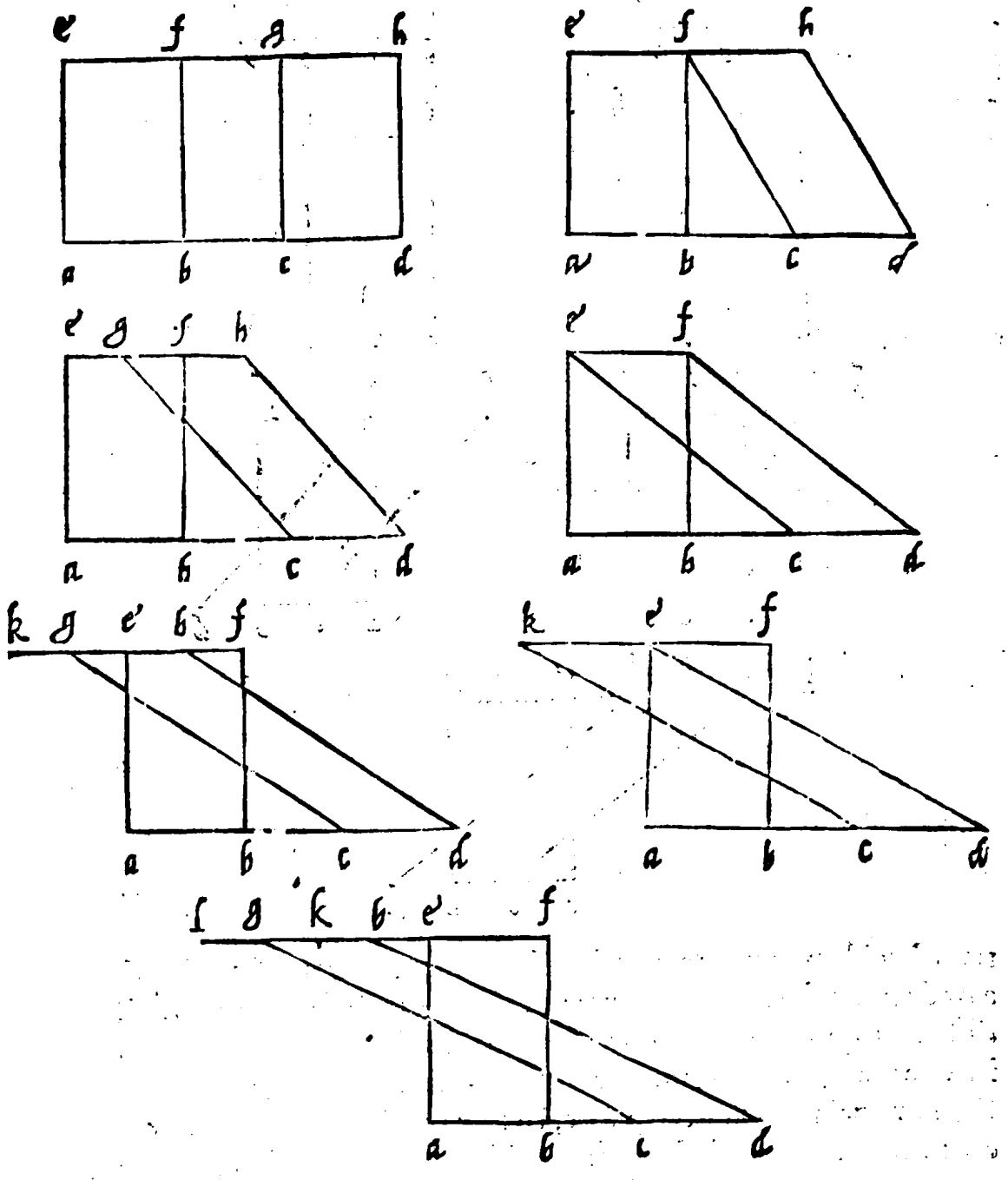
nam



nam ſi quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipſę a b c d Latera ſanè hiſce Baſibus oppoſita, quę ſint e f, g h, aut ita à ſeſe diſtant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipſum ſcilicet f g: aut in vno tantùm Signo, inquo coincidunt etiam Signa f g: nempe in Signo f coniuncta ſunt, vt ipſa e f, f h: aut quandam habent partem communem, vt puta ipſam g f: aut ſibi inuicem congruunt, & tunc Signa g h coincidunt cum e f Signis: aut Producto Latere e f, & poſita Linea k e æquali ipſi e f, Latus g h communem habet partem & cum Latere e f, vt ipſam e h, & cum Linea k e, vtpote ipſam g e:

aut

aut totũ Latus g h cadit ſuper tota Linea k e, tãgitque Latus e f in Signo e tantùm, & tunc Signa g h coincidunt cũ ipſis k e Signis: aut producta rurſus Linea k e, & poſita Linea l k æquali ipſi k e, Latus g h partẽ habet cõmunem & cũ Linea k e, ipſam ſcilicet k h, & cũ Linea l k, vt ipsã g k, & tunc Latus g h diſtat à Latere e f, ipſo h e interuallo.



Si verò penitus à ſe ſe diſiunctæ fuerint, vt ipſæ a b, e d, Latera porrò e f, g h, quæ hiſce Baſibus è regione ſunt, aut & ipſa à ſe ſe diſtant interual-

ueruallo f g: aut in vno duntaxat Signo ſe ſe tangunt, videlicet in Signo f, cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtputa ipſam g f: aut Latus g h cadit ſuper Latere e f, coincidendo Signa g h cum e f Signis: aut producto Latere e f, & poſita æquali k e Linea ipſi e f, Latus g h cõmuni fruitur parte tum quidem cum Latere e f, ipſa ſcilicet e h, tum verò cum Linea k e, nempe ipſa g e: aut Latus g h congruit Lateri k e, & Signa g h eadẽ ſunt cum Signis k e, tangit q; Latus e f in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea k e, & poſita æquali Linea l k ipſi k e, Latus g h communem ſortitur partem ipſam quidem k h cum Linea k e, ipſam verò g k cum Linea l k, tuncqúe Latus g h à Latere e f interuallo h e diſtat. Si autem in vno tantùm Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum eſt, Septem iterum modis Caſus ipſe varietatem ſuſcipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclũ ipſum videre potes, in fine enim Diuiſionis huius Caſus cõmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem eſt Diuiſio Caſuum, quam aggreſſus eſt Proclus noſter in preſenti commentario, in quo non extat niſi Caſus illius Diuiſio, qui Baſes æquales Parallelogrammorum in vno tantùm Signo coniunctas ſupponit: reliquorum autem duorum Caſuũ diuiſiones cum Demonſtrationibus Theorematis in Singulis Caſibus deſiderantur, forſan cum quadam etiam pulchra conſideratione, aut documento in fine cõmentarij, vt autoris mos eſt. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiqúe Theoremate colligi poſſunt, quæ ad vniuerſam Geometriam maximè conducunt. Verumenimuero de Diuiſione quidẽ hęc ſufficiãt. Demõſtrationes autẽ preſentis Theorematis iuxta ſingulas Caſuũ partes tũ quia faciles ſunt, tũ breuitatis cauſa in preſentia ſilentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs noſtris diffuſius, & ſingillatim eas examinare. Hęc erãt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cõmentarij, quod ſi aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnà cum ſequentis vndecimi cõmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum eſt, te participem facere polliceor.

Quę deſit i 11. Procli cõmentario.

SEQVVNTVR PROCLI COMMENTARIA.

TEXTVS

Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & in eiſdem Parallelis, inter ſe ſunt æqualia.

Propõ. 39 Theo. 27.

Initiũ

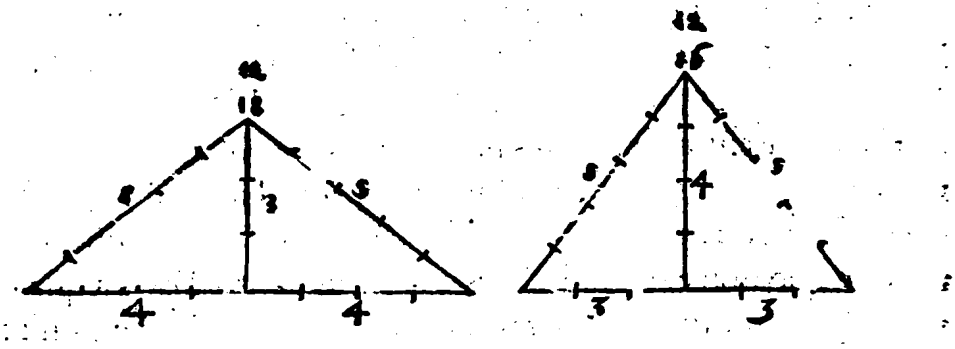
Initium huius Commentarii Deſideratur.

* * *

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis exiſtentibus, Spatia inęqualia & inęqualibus, ęqualia oſtenduntur. Tale autẽ quid Chorographi perpeſſi ſunt Vrbiũ magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Oĩ verò quidam poſſeſſionum participes in diuiſione eos, quivnà cũ ipſis diuidebãt deceperũt, quippe qui Ambitus exceſſu abuſi ſunt, plura'q; ſumpſerunt cùm peragrãtes eam ſuſcepiſſent poſſeſſionẽ, quę à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cùm in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutaſſent, optimi exiſtimati ſuere.

Chorographorũ hallucinatio.

Idẽ in lib. tertio in com. 8.



duobus enim ęquicruribus Triãgulis propoſitis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Baſim verò ſex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Baſim verò octo eorundem, verbi graria cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò ſedecim earundem menſurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia ęqualia ſunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtrunq; ſiquidem duodecim eſt. ſi enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Baſes diuides, efficieſq́ue in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Baſis dimidium: ipſam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hîc verò trium. oportet ſiquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq; ei, quod à Baſis dimidio fit eſſe æquale. Verùm ſi hoc quidẽ trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & ſi hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cùm igitur Perpendiculari Baſis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio eſt æquale habebis. hoc autem iuxta vtrunq; idem eſt ſiue Ternario Quaternarium, ſiue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta ſunt ad oſtendendum quòd Spatiorum æqualitas non

† æquale Triangulo Spatiũ habebis.

omni-

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cũ Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cùm habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadẽ recta Linea iacentibus.

Quo Triãgula i eisdẽ Parallelis esse dicantur.

TEXTVS

Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propõ. 38 Theo. 28.

PRæsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportione respondet, & Triangulorum sitũ super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cùm enim hoc ostẽdat, Triangula, & Parallelogrãma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habẽt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportione demonstrat. eadem nanq; Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quę in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrà. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaq; per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quę sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportione vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atq; identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hęc Theoremata comprehenduntur. non solùm quia vna Demonstratione ostendit quæcunq; in hisce quatuor continentur, verùm etiam quia † plus quid addit, identitatem vtiq; rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit Altitudo Figurarũ.

† eine gd vel gfectũ gd.

i Bases

Caſus huiꝰ Theore.

Baſes fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoq; Theorema multos habet Caſus, quodq́ue fieri poteſt vt Triangulorum Baſes aut eandem partem habentes ſumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruentes, iuxta verò Signum vnum ſe ſe contigentes: aut etiam omnino ſeparatæ ita vt inter ipſas Linea ſit, manifeſtum eſt ijs etiam, qui paululum intelligere poſſunt. & quòd iuxta omnes Caſus vtcunq; Baſes ſitas habeant, aut Vertices, eadem via eſt. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere vtrunq;, Triangulorumq́ue æqualitatem oſtendere.

Propō. 39 Theo. 29.

TRIGESIMA NONA.

Æqualia Triangula, quæ ſuper eadem Baſi ſunt, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 43.

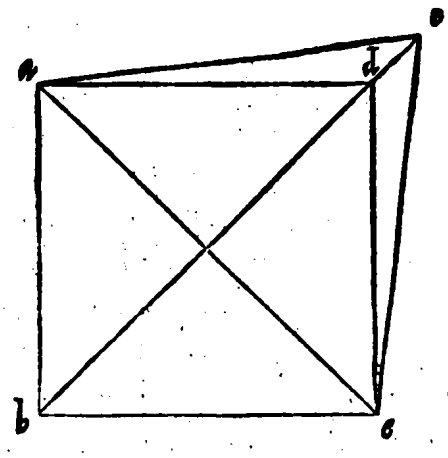
QVando quidem æqualitatē oſtendere nobis propoſitum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis ſuſcipientes, aut ſuper eiſdem, aut ſuper æqualibus iacentibus Baſibus. Nunc autem conuertentes, quę quidem in Parallelogrammis Conuerſa ſunt prętermiſimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenſuimus. Cauſa verò, quoniā modus quidem Demōſtrationis idem eſt in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impoſſibile, ſimilemq́ue Conſtructionem. cōtenti autem ſumus cùm in ſimplicioribus, Triangulis inquam, viam oſtenderimus, relinquere ijs, qui magis curioſi ſunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam eſſe viam facile eſt ſimul agnoſcere. nam cùm acceperimus æqualia Parallelogramma ſuper eadem Baſi, aut etiam ſuper æqualibus, dicemus quòd in eiſdem quoque ſunt Parallelis. Si enim non ſunt, aut alterutrum eorū intrà cadet productis ijs, quę in altero ſunt Parallelis, aut extrà. vtcunque autem ceciderit, cùm acceperimus illud, & quæ in eo ſunt Parallelas, oſtendemus quæ in Triangulis etiam oſtenduntur. quòd vtique Totū ſuæ parti erit æquale. hoc verò fieri non poteſt. Quòd autem iurè Elementorum inſtitutor particulam illam addidit [& ad eaſdem partes] manifeſtum eſt. nam fieri poteſt vt ſuper eadem Baſi æqualia Triangula ſummantur, vnum quidem ad haſce partes, alterū verò ad alias, attamen non omnino in eiſdem hæc ſunt Parallelis. neque enim ſub eadem Altitudine ſunt. Hanc igitur propterea adiecit

Cauſa propter quam Conuerſę 35. & 36. Propōnis tū ab Euclide, tū à Proclo prętermiſſæ ſint.

Geometrica diligētia.

cit

cit particulam. Cùm autem dupliciter Parallela ipſa duci poſſit iuxta abſurdam ſuppoſitionem, aut intrà, aut extrà, ipſe quidem Euclides intrà eam duxit: nos verò extrà ducentes, eadem oſtendemus. Reliquus abſurdæ ſuppoſitionis Caſus.



Sint enim a b c, d b c Triangula æqualia ſuper vna Baſi, ad eaſdemque partes, dico quòd in eiſdē ſunt Parallelis, & quę ad vertices ipſorum connexa eſt recta Linea, Baſi eſt Parallela. Connectatur a d recta Linea. Si autē hęc Parallela non eſt, ſit quę extra hanc iacet, ipſa nempe a e, & producatur ipſa b d vſque ad e Signum, & connectatur ipſa e c. Aequale ē igitur Triāgulū a b c Triangulo e b c. Verùm Triangulum a b c ęquale eſt Triangulo d b c. Triangulum ergo e b c Triangulo d b c eſt æquale, parti Totum. At hoc fieri non poteſt. non igitur extra ipſam a d, Parallela cadet. Oſtenſum eſt autem quòd neque intra, apud Elementorum inſtitutorem. Ipſa ergo a d ipſi b c Parallela eſt. In eiſdem igitur ſunt Parallelis æqualia Triangula, quæque ad eaſdem partes, & ſuper eadem Baſi ſunt. Demonſtrata eſt itaque reliqua etiam Deductionis ad impoſsibile pars. Adnotatu autem dignum eſt quòd Triplex cùm ſit Theorematum Conuerſio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauum decimum, & nonum decimum diximus: aut totum ad partem, vt ſextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęſitū in altero eſt: nec Quęſitū, Datū, ſed pars) videntur talia eſſe hęc quoq; Theoremata in Triangulis. erat ſiquidem Quæſitum in præcedentibus, Triangula ęqualia eſſe, hoc autem non ſolum in his Datum eſt, quippe cùm partem inſuper ſumpſerit eius, quæ in illis erat ſuppoſitionis. hoc enim, ſuper eadem eſſe Baſi, vel ſuper æqualibus, cum in his, tum in illis datum eſt, præterquam quòd in hiſce ſuppoſitionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæſitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad eaſdem partes] extrinſecus inſuper ſuit aſſumpta.

Notandū.

Triplex Cōuerſionū differē tia.

TEXTVS

Prop. 40. Theo. 30.

Æqualia Triangula, quæ ſuper æqualibus ſunt Baſibus, & ad eaſdem partes, in eiſdem ſunt Parallelis.

Com. 14.

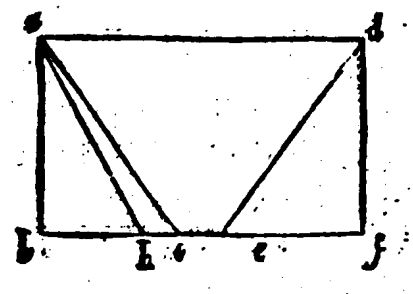
ESt & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonſtratio ſimilis, & quę ab Elemẽtorum inſtitutore Deductionis ad impoſsibile prætermiſſa eſt pars eodem modo demonſtratur, & nõ eſt opus eadẽ repetere. Cùm autem tria hæc ſint in dictis Propoſitionibus, ſuper æqualibus, vel eiſdem eſſe Baſibus: in eiſdem Parallelis: & æqualia eſſe Triangula, & Parallelogramma, manifeſtum eſt quòd duo ſemper contexentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Baſes eaſdem, vel æquales ſupponemus, in eiſdemqúe Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipſa ſuſcipiemus, & Baſes eaſdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omiſit Elementorum inſtitutor, ea nempe quæ ſunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo oſtendit, ea porrò quæ in Triangulis ſunt: aut & cùm æqualia ſumpſerimus, & in eiſdem Parallelis, reliquum oſtendemus, quòd vtique vel ſuper eiſdem ſunt, vel ſuper æqualibus Baſibus, & faciemus alia quatuor, quæ ſanè omnino etiam dimiſit Elementorum inſtitutor. in hiſce nanque eadem eſt Demonſtratio, niſi quòd duo ex his quatuor per ſe vera non ſunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quę in eiſdẽ ſunt Parallelis, neceſſariò ſuper eadẽ Baſi ſunt. ſed rotum hoc, in hiſce ſuppoſitionibus verum eſt, quòd ſuper eiſdem ſunt Baſibus, vel ſuper æqualibus. alterum autem non omnino ſumptas ſuppoſitiones conſequitur. Quapropter cùm decem ſint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rurſus eadem ratione fruſtra laboret, cùm eadem ſit Demonſtratio. oſtendatur enim in Triangulis quòd ſi æqualia fuerint, in eiſdemqúe Parallelis, aut ſuper eiſdem, aut ſuper æqualibus Baſibus erunt. nõ ſint enim, ſed ſi fieri poteſt ſint a b c, d e f Triãgula, quæ hoc modo ſeſe habeant in Baſibus inæqualibus, ipſis ſcilicet b c, e f, &

Tres paſſiones, ex quib⁹ decẽ fiũt Localia Theo.

Cauſã vide ſi ſupernorũ.

Quæ Euclides reliqua quatuor omiſerit Baſium Theoremata.

Demõſtratio reliquorũ duorũ.



ſit

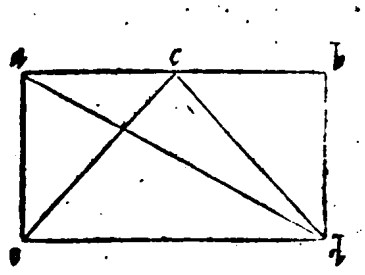
ſit maior ipſa b c, & abſcindatur b h, quæ ſit æqualis ipſi e f, connectaturq́ue ipſa a h. Quoniam itaq; Triangula a b h, d e f ſuper æqualibus ſunt Baſibus ipſis b h, e f, ineiſdemq́ue Parallelis, æqualia vticq; ſunt. At ipſa quoque a b c, d e f Triangula ſuppoſita ſunt æqualia. Triangula ergo a b c, ab h æqualia erunt, quod fieri non poteſt. Non ſunt igitur inæquales ipſorum a b c, d e f Triangulorum Baſes. Idem autẽ demonſtrandi modus in Parallelogrãmis etiam erit. Cùm itaq; & via oſtenſionis eadem ſit, & id, quod fieri non poteſt, idẽ, quòd ſcilicet totũ ſuę parti eſt æquale, non ĩmeritò ab Elementorũ inſtitutore prætermiſſum fuit. Dictum eſt itaque quòd decem neceſſariò ſunt Theoremata, & quæ ſint ea, quę prętermiſſa ſunt, quæq́ue ſit horum reticentiæ cauſa. Verùm tranſeamus ad ea, quæ poſt hæc conſequuntur. Epilogus.

TEXTVS

Si Parallelogrammum cum Triangulo eandem Baſim habuerit, in eiſdemq́ue fuerit Parallelis, duplum erit Parallelogrammum ipſius Trianguli. Propõ. 41 Theo. 31.

ESt quidem præſens quoq; Theorema locale, miſcet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum conſtitutiones ſub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma ſeorſum perſpeximus, itemq́ue Triangula, ita cùm ſimul etiam vtraque ſumpſerimus idem cum illis perpeſſa, quam habeãt inter ſe rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia ſiquidem inter ſe ſunt æqualia quę ſuper eiſdem ſunt Baſibus ſiue Triangula, ſiue Parallelogramma, in eiſdemq́ue Parallelis. in his verò prima inæqualium rationum ipſa nempe dupla oſtenditur. Parallogrammum enim Trianguli duplum eſſe demonſtrat eadem Baſi, eademq́ue Altitudine exiſtente. At Elementorum quidem inſtitutor cùm Trianguli Verticem extra Parallelogrãmum ſuppoſuerit, Propoſitum oſtendit. Nos autem cùm in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipſorum Baſi Parallelum eſt, eum ſumpſerimus, idẽ demonſtrabimus. duo ſiquidẽ ſunt hi Theorematis Caſus. Quandoquidem eadem ambobus exiſtente Baſi, aut intra Parallelogrãmum Verticẽ habere Triangulum neceſſe eſt, aut extra. Sit igitur Parallelogrãmũ a b c d, & e c d Triangulum, & ponatur Signum e inter a, & b Signa, connectaturq́ue a d recta Linea. Quoniam itaq; Com. 15. Caſus huius Theorematis.

Paral-



Parallelogrammũ Trianguli a c d eſt duplum, Triangulũ autem a d c ęquale eſt e d c Triangulo, Parallelogrãmum porrò ipſius e c d Triãguli duplum eſt. Quod igitur eadem exiſtente Baſi duplum eſſe Trianguli Parallelogrãmum oſtenditur, perſpicuum eſt. Si autem Baſes æquales fuerint, eodem modo oſtendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducentibus. Triangulis enim æqualibus exiſtentibus, Parallelogrãmum, quod alterius duplum eſt, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò æqualia ſunt propter Baſium æqualitatem, Altitudinisqúe identitatem. Iurè igitur hæc quoq; Geometres omiſit, eadem enim eſt Demonſtratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tantùm Signo coniungentur, aut ſeparatæ erunt ab inuicem. vtcunque autem hæc varietatem ſuſcipiant, vna eſt iuxta omnes Caſus Demõſtratio. Atqui Conuerſa quoq; huic Theoremati eodem modo Demonſtrabimus. quorum vnum quidem eſt, Si Trianguli Parallelogrãmum duplum fuerit, eandemqúe Baſim, aut æquales inuicem habuerint, † fuerint autem ad eaſdem partes, in eiſdem erunt Parallelis. Si enim non erunt, Totum ſuæ parti erit æquale, eademqúe ratio vigebit. neceſſe eſt enim aut intra Parallelas Trianguli Verticẽ cadere, aut extra. vtro autem ſe ſe modo habuerit idem ſequitur impoſsibile, ducta Parallela ipſi Baſi per Trianguli Verticem. Alterum verò eſt, Si Trianguli Parallelogrammũ duplum fuerit, in eiſdemq; ambo fuerint Parallelis, ſuper vna Baſi, aut ſuper æqualibus erunt. ſi enim ſuper inæqualibus, cùm æquales ſumpſerimus, vniuerſum Totũ ſuæ parti æquale oſtendemus. In hoc igitur cõmunè impoſsibile omnia hęc Theoremata deſinunt. Quare Elementorũ inſtitutor nobis reliquit eam, quæ in his eſt varietatẽ inueſtigare, cùm in ſimplicioribus ipſe, & principalioribus contemplationẽ † contraxerit. Verumenimuero quoniam hæc quoque in memoriã reuocata ſunt, agè exercitationis cauſa nos Parallelogrãmũ non accipiendo ſed Trapeziũ, cuius duo tantùm Latera ſunt Parallela, quippe quod eandem cũ Triangulo habeat Baſim dum in eiſdem iacet Parallelis, videamus quã ad Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit, perſpicuum eſt. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrãmum eſſet, cũ Quadrilaterum porrò ſit. Dico autem quòd aut duplo maius eſt, aut minus. cùm enim duo Latera Parallela ſint, omnino vnum quidem eſt maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus exiſten-

Demõſtratio ĩ Baſib⁹ ęqualibus.

† Parallelogrãmorum.

Cur Theoremata in ęqualibus Baſib⁹ Euclides prætermiſerit.

Conuerſa huiꝰ Theorematis & nota cõuerſionis modum.

† Si autẽ.

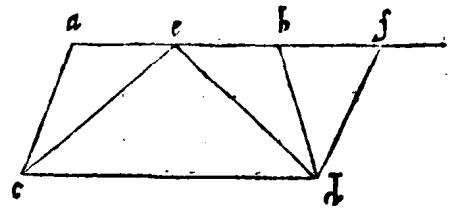
Nota ꝙ ex trib⁹ q̃ hoc etiam Theo. sũt paſsionib⁹ quiq; fieri poſſunt Theo. quorũ vnã tm poſsuit Euclides, reliqua aut prætermiſit, q̃ addidit Proclus, vnã cũ obticẽtię cauſa.

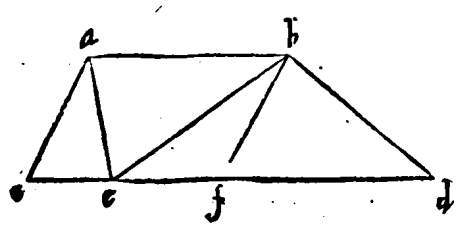
† Iterum.

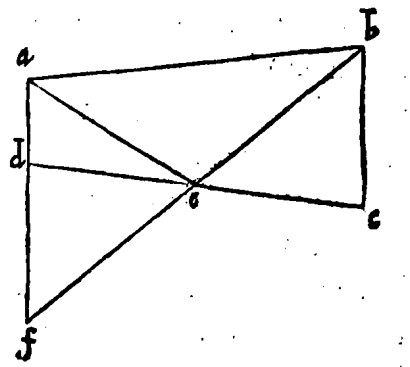
Digreſſio

Hic elicit quoddam aliud huiꝰ Theo. cõuerſũ, iuxta alium Cõuerſionis modũ.

exiſtentibus, quæ etiam ipſa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Baſem habuerit, minus quàm duplũ Trianguli Quadrilaterum erit: Si verò minus, maius. Sit enim a b c d Quadrilaterum, ſitqúe minus Latus a b Latere c d, & producatur Latus a b in infinitũ, & Triangulũ e c d eandem habeat Baſim cum Quadrilatero, ipſam nempe c d, ducaturqúe per d Signum ipſi a c Parallela, quę ſit d f. Duplum eſt igitur Trianguli e c d ipſum a c d f Parallelogrammum. Quare a b c d Quadrilaterũ minus quàm duplum eſt. Rurſus habeat Triangulum Baſim a b, ducaturqúe ipſi a c Parallela b f. Parallelogrãmum igitur a b f c duplum eſt Trianguli. Quapropter Quadrilaterum a b c d maius quàm duplũ eſt. His itaqꝫ oſtenſis dicimus quòd Quadrilatero exiſtente, cuius duo tantũ Latera ex oppoſito iacẽtia ſunt Parallela, ſi quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam diſſecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum eſt, aut minus. Si verò ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam ſecto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum eſt. Hoc ergo oſtendatur. Sit porrò Quadrilaterum a b c d, ſitqúe in ipſo Latus a d Lateri c b Parallelum, & ſecetur bifariam Latus d c ad e Signum, & cõnectantur a e, e b rectæ Lineæ, & producatur ipſa b e, coincidatqúe cum Latere a d ad Signum f. Quoniam itaqꝫ Anguli, qui ſunt ad e Signum æquales ſunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus f d e Angulo b c e eſt æqualis, Latus etiã f e Lateri e b erit ęquale, & Triangulum d e f Triangulo b c e ęquale,







Per 33. Propõné. Pulcherrima Triãguli cum Trapezio ſup eadẽ Baſi, & in eiſdẽ Parallelis cõparatio. nota ꝫ aũt ꝫ cadit etiã iter Parallelogrammũ, & Trapeziũ ſup eadẽ Baſi, & ieiſdem Parallelis cõparatio d' qua dicẽ dũ in Cõmentariis nr̃is. oia aũt hęc vera ſũt & i Baſibus ęqualib⁹, horũq; cõuerſa, ſi cõueniẽtib⁹ modis fiant.

Comparatio Trianguli cum Trapezio ſup eadẽ baſi nõ in eiſdẽ Parallelis, ſed cũ quadã alia cõditiõe. & hoc eſt qd Proclus obiter oſtẽdit.

Com-

Commune apponatur Triangulum a d e. Totum igitur a e f Triangulum duobus a d e, b c e Triangulis eſt æquale. Verùm Triangulũ a e f æquale eſt a e b Triangulo. nam ſuper æqualibus ſunt Baſibus, ipſis nempe b e, e f, in eiſdemque Parallelis, * ſi reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur a e b æquale eſt Triangulis a d e, b c e, & Quadrilaterum a b c d duplum Trianguli a e b, quod erat oſtendendũ. Eodem ſanè modo oſtendemus, quòd ſi etiam à Latere a b bifariam diſſecto ad Latus c d quædã rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum eſt. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam ſecto ad reliquum rectæ quædam Lineę ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum eſt. Hæc quidem exercitationis gratia ſint demonſtrata. Ad ea verò, quæ ſequuntur eundum nobis eſt.

* hic ad finé vſq; omnia fortaſſe Procli nõ ſũt, ſed ab aliquo addita.

FRANCISCI BAROCII
Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.

HOC rurſus in loco Lector beneuole ſilentio prętereundum nõ eſt, quòd in omnibus ferè, quę hucuſq; vidimus exemplaribus maximã hîc imperfectionem inuenimus. nam præſens quidem quintuſdecimus Cõmentarius finem verſus mutilatus eſt, totus verò ſextuſdecimus quadrageſimæ ſecundæ Propoſitionis cõmentarius, vna cũ principio ſeptimidecimi deſideratur, præter quàm quòd legimus in vno ſolo exemplari quædam verba, quæ videntur quintũdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [ſi reliqua ducta fuerit] vſq; ad finem cõmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Baſileæ impreſſo, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non ſunt, ſed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonſtrationem, quam autor inceperat. Vnde ſanè ea cuiuſmodi ſe ſe nobis græcè obtulerunt, eiuſmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demõſtrationem abſoluunt, propterea quę habendæ ſunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiuſce cõmentarij finem, qui cõſtet ex propriis Procli verbis, deſiſtendum non eſt. Longiorem ſiquidem eo, qui nunc extat ſermonem Proclum in hoc habuiſſe commentario cenſeo, primò quidem eò quòd quũ ſuperius tum in octauo Commentario, quod eſt vltimum ſecundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-

Prima ratio.

menta-

mentarios partis tertię primas tenet, nec ſecũdę parti tertiã cõnexerit, neq; tertię propoſitũ diſcuſſerit, quẽadmodũ fecit in principio quarti libri, vbi porrò cũ in fine tertij primã partẽ epilogo terminauerit, ante q̃ ad vigeſimęſeptimę Propoſitionis expoſitionẽ accederet, quę ſecũdæ partis principio fruitur, integrũ interpoſuit Capitulũ, in quo ſecũdã primę annexã oſtẽdit, quę q; in ea pertractãda erãt ab Elemẽtorũ inſtitutore declarauit, hęc planè hoc in loco faciẽda erãt, quippe cũ in hoc potiſsimùm Theoremate tertiæ partis Propoſitum appareat. At nemo eſt, qui non videat, quòd in fine quartidecimi Cõmentarij nullum ſecundæ partis fecit epilogum, ſed nullo intercedente medio ad trigeſimęquintę Propoſitionis interpretationem ſe contulit: quod q; in principio quintidecimi nec haſce duas partes inuicẽ colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quæ ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum exiſtimo. cùm enim haud ſine cauſa Proclus noſter in quatuor duntaxat libros ſua in primum Elementorum Librum Cõmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartũdecimũ, & quintumdecimum Cõmentarium hæc facere, ne Cõmentariorum peruerteret ordinem, & quodãmodo cuiuſdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum eſt vt in fine quintidecimi breuiter tum iſtarum partium continuationem, tum vltimæ propoſitum tetigerit, neq; à Cõmentariorum ſerie diuertendo, nec quadripertitam librorum diſtributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perſpicuum nobis eſt quòd præſens, de quo loquimur Cõmentarius prolixiorem ea, quæ in ipſo reperitur orationem continuerit. Secundò verò, quoniam digreſsionem in materia pulcherrima, difficiliq́ue aggreſſus eſt, quippe quæ pluribus indiget verbis ad omnes ipſius materiæ partes explicandas. quum enim Euclides hucuſq; Parallelogrãmum Parallelogrãmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrãmum Triãgulo ſuper eadem, aut ſuper ęqualibus Baſibus, in eiſdemq́ue Parallelis comparauerit, itidem Proclus noſter, qui paſſim in Cõmentarijs ſuis vtilitati ſtudentium conſuluit, hîc quoque exercitationis noſtræ cauſa Trapezium Triangulo, & Parallelogrãmo, itemq́ue alteri Trapezio ſuper eadem, aut ſuper æqualibus Baſibus, in eiſdemq́ue Parallelis comparare ſibi propoſuit. Trapeziũ inquam illud, quod propriè Trapeziũ à Poſidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantùm habet Latera Parallela. nam Trapezoidea, quæ etiam Trapezia Euclides cõmuni nomine nuncupauit nullam habẽt Parallelarum cauſa paſſionem, nec in eiſdem eſſe poſſunt Parallelis, cùm Latera Parallela non habeant. nec eſt valida ratio

Secũda ratio.

Qd doceat Proclus in ſua digreſsione.

Reſponſio ad tacitã obiectionem.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ ſimul,& quadrangulæ,alio verò trilaterę ineiſdem dicuntur eſſe Parallelis. Quare Proclus ipſe prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogrãmo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziũ appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus,in eiſdemqúe Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi,& non in eiſdem Parallelis,ſed cũ alia conditione: necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eiſdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione compararé. At finem verſus comparationis,quæ ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis cum conditione bipertitę Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis ſit,cõmentarius deliquium patitur, deeſtqúe primùm quidem comparatio Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus,non in eiſdem Parallelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit Parallelis, quarum vna cadat ſuper communi eorum Baſe, altera ſecet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitũ in duas partes æquales: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus,in eiſdemqúe Parallelis comparatio: tertiò autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogrammo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus Baſibus, & in eiſdem Parallelis: quartò denique,eadem Trapezij cũ Trapezio comparatio: quintò demum, & vltimò præter quandam ſui moris pulchrã in fine cõmentarij conſiderationẽ, aut documentũ, deeſt procul dubio ſecundæ,atq; tertiæ primi Elementorũ libri partitũ continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum inſtitutore pertractantur breuis commemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in pręſenti cõmentario iudicio meo deſiderantur,ibi [in eiſdemqúe Parallelis] quanuis aliquis Procli ſtudioſus manũ iniecerit, poſtremã'q; earũ,quę nunc extant in eo Demõnem perfecerit, ac demũ ita cõmentariũ epilogo concluſerit,vt integrũ videatur. Veruntamen poſsibile etiam eſt q; cuncta quidem hæc,quæ addita videntur Procli legitima, ſynceraque ſint, deliquium verò cõmentarij incipiat poſt illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quodqúe verba illa [Hæc quidem &c.] quę poſtremũ ſortita ſunt locum, ſint totius cõmentarij epilogus. Aut fortaſſe etiam fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis, primùm ibi [Quadrilaterũ eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilogus digreſsionis, illa autem

Quæ deſint in digreſsione, & in fine cõmentarii.

[ad ea

[ad ea verò &c.] ſint pars epilogi eorum, quæ poſt digreſſionem dixiſſet, ac denicp totius cõmentarij. Aut inconueniens quoque non eſt quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hęc quidem] vſque ad illa [eundum nobis eſt] ſint totius digreſſionis epilogus, ſecunda'cp imperfectio ſic ſe habeat [eundum nobis eſt hoc prius obiter adnotato, quòd ex præſenti potiſſimùm Propoſitione apparet tertiæ primi Elementorũ partis Propoſitum, cõmunis nempe Triãgulorum, Parallelogrãmorumqúe contemplatio] & ſimilia. Verumenimuero vtcunque ſe habeat ſtudioſis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non ceſſabo vt mecum quęrere non deſiſtant quouſcp omnes Procli commentarij perfecti, integriqúe reperiantur, ne tanta, quæ in eis eſt doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda cenſui partim vt ea tibi verba oſtenderem, quę in quodam exemplari græco ad huius cõmentarij finem adiecta mihi videntur, ne ſi aliquando integrum, vel aliter ſe habere commentarium reperias, ea me addidiſſe exiſtimes: partim etiam vt quæ in ipſo deſiderantur paucis recenſerem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc ſufficiant.

TEXTVS

Dato Triangulo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo. Propõ. 42 Prob. 11

COmmentarius Procli in hanc Propoſitionem, qui eſſet in ordine ſextuſdecimus deſideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, effetqúe noſtrum eam commentario illuſtrare, vt Euclidis ordo, atcp doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propoſitionibus, ita etiam in hac eluceſceret. Sed quoniam propoſitum in præſentia nobis eſt Proclum ſolũ abſcp alijs expoſitionibus emittere, ſatius erit huiuſce Problematis interpretationem aliàs vnà cum reliquis in Proclum noſtris expoſitionibus edere. Nunc verò ſatis ſit adnotaſſe quòd deeſt Procli totus ſextuſdecimus cõmentarius, vt vnuſquiſcp diſcendi cupidus, eum inueſtigare conetur. atcp hæc de his. Altius autem rurſus exordium ſumendo perſcrutemur defectum ſequentis ſeptimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ deſiderantur ſententiam afferre poſſimus. Quũ itaque tres quidem ſint huiuſce trigeſimiſecundi Theore-

Scholium ſecũdum.

Quę contineatur 17. cõmentario.

Quę reperiantur in 17. cõmẽtio.

matis Caſus nec plures, neq; pauciores, Euclides autẽ breuitatis gratia vnum ex facilioribus ſumpſerit, in quo Theorema demonſtrauit, lucidiſsimus Proclus, qui vbiq; ſumma cura, & diligẽtia vtilitati noſtrę ſtuduit, hoc etiam in loco reliquos duos Conſtructionis Caſus dilucidare, Theorematiſqúe veritatem in ijs demonſtrare cœpit, quibus Demonſtrationibus abſolutis, cũ pulcherrimo documento, vt eius mos eſt, Cõmentario finem dedit. & hæc quidem ſunt, quæ in commentario reperiuntur. Quoniã autem ab expoſitione Caſuum commentarios ſuos auſpicari minimè conſueuit, & quoniã deſunt quædã verba ad ſententiã, orationemqúe perficiendam, iudicandũ eſt quòd non paucis initium verſus cõmentarius caret. At verba quidem, quę deſunt ad complendum ſermonem, huiuſcemodi forſan eſſent [Verùm Elementorum inſtitutor Parallelogrãma, quę circa Dimetientẽ conſiſtunt inuicem coniuncta ſuſcepit, ſi quis autẽ inſurgat dicẽs quòd fieri poteſt vt Parallelogrãma inuicem non coniungantur iuxta vnũ Signum, quodqúe porrò Cõplementa non ſunt quadrilatera, oportet hunc quoq; ponentem Caſum idem accidens perſpicere &c.] Ea verò, quæ ante Caſuum expoſitionem in cõmentarij principio deſiderantur, fortaſſe varia eſſent. conſueuit enim Proclus vbique antequam ad Caſuum interpretationem accederet, varia in principijs cõmentariorum recenſere, verbi gratia, Propoſitionis continuationẽ, & ſpeciem, vtputa ſi Theorema ſit, an Problema, etſi Problema quidem, quale Problema, vtrùm Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediũ: vtrùm Determinatum, an Indeterminatũ: vtrùm Abundans, an Diminutum: & ſi Abundans, vtrum Maius, an Impoſsibile: & ſi Diminutum, vtrũ Sectionem, vel Poſitionem, vel Conſtitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiuſmodi Theorema, vtrũ Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & ſi Elementũ, vtrùm Simplex, an Compoſitũ: & ſi Compoſitum, vtrùm Complexum, an Incomplexum: & ſi Complexũ, vtrùm Vniuerſale, an Particulare: & ſi Vniuerſale, vtrũ Præcedens, an Conuerſum: & ſi Præcedens, vtrùm Locale, an ſecus: & ſi Locale, vtrùm in Lineis Locale, an in Superficiebus: & ſi in Lineis, vtrùm in Lineis planis, an in ſolidis; & ſi in Planis vtrũ in ſimplicibus, an in miſtis: & ſi in ſimplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & ſi in circularibus, vtrũ in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & ſi in miſtis, vtrum in Helicibus, an in Ciſſeidibus: vel alijs huiuſmodi: Quòd ſi in ſolidis, vtrũ in ſphæricis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

Quę deſint 17. Cõmentario.

ſpi

ſpiricis,vel alius cuiuſdam ſpeciei: & ſi in Sphæricis, vtputa in Helicibus, vtrùm ſphærarum æqualium, vel inæqualium. & ſi in conicis, vtrùm in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipſibus, vel Helicibus: & ſi in cylindricis,vtrùm in Ellipſibus,vel Helicibus: & ſi in ſpiricis, vtrum in ijs, quæ fiunt à ſectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quę etiam variæ ſunt. ſimiliterqúe ſi eſt Locale in Superficiebus,vtrùm in planis,an in ſolidis: & ſi in planis quidẽ, vtrùm in circularibus,ſemicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimqúe multilateris: & ſi in trilateris, vtrùm in æquiliteris, vel æquicruribus, vel ſcalenis: & ſi in æquicruribus,ſiue ſcalenis,vtrùm in rectãgulis,obtuſangulis,vel acutangulis: & ſi in quadrilateris,vtrùm in parallelogrammis, an ſecus; & ſi in parallelogrammis, vtrùm in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus: & ſi in non parallelogrammis, vtrùm in trapezijs, an trapezoideis: & ſi in trapezijs, vtrùm in æquicruribus,an in ſcalenis: & ſi in multilateris,vtrùm in quinquangulis quinque Laterum, vel ſexangulis ſex Laterum, deincepſqúe in infinitum: & ſi in quibuslibet iſtarum,vtrùm in æquilateris,& æquiangulis, vel in æquilateris, ſed non æquiangulis, vel in æquiangulis, ſed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus ſolidis fuerit,vtrùm in ſphæricis, ſpiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiuſdam alius ſpecici: & ſi in ſphęricis quidem,vtrùm in ſemiſphæricis,vel ſemiſphęrica maioribus,aut minoribus: ſi autem in ſpiricis, vtrùm in ſpiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ: ſi verò in conicis, vtrùm coni rectanguli, obtuſanguli, vel acutanguli: & ſi in aliquibus iſtarum, vtrùm in conicis Coni æquicruris,vel ſcaleni: ſi demũ in cylindricis, vtrùm in ijs, quę fiunt à circũuolutione Lateris Quadranguli,vel Partealteralongioris: & ſi in qualibet iſtarum, vtrùm Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Poſthęc conſueuit Proclus conſequenter Expoſitionem Theorematis aggredi,& declarare quæ ſit eius Suppoſitio, quodqúe Conſequens: necnon quod ſit eius Conuerſum, quiſqúe Conuerſionis modus,vtrùm iuxta Præcipuam Conuerſionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur: & vtrùm totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem: quot præterea Propoſitio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat: quis fuerit eius inuentor: vtrùm ſit aliqua contra eam inſtantia, & quomodo ſit ei occurendum: ac demum quæ ſit eius Conſtructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Conſtruatur,atqꝫ demonſtretur, vtrùm per Demonſtra-

monſtrationem directam, an per Deductionem ad impoſsibile: & vtrùm in vnico Caſu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nacta ſit: & ex quibus medijs demonſtretur, vtrùm ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: poſtremoque cum aliqua pulchra cõſideratione, aut documento, aut digreſsione cõmentarijs ſuis finem imponere, vt in præſenti feciſſe videtur. Hæc candidiſsime Lector erant mihi recenſenda, vt quæ in Procli cõmentarijs deſiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inueſtigare non ceſſabo quouſque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademque perfectione, qua Autor illud perſcripſit reſtituam, & renatę Fœnicis inſtar reuiuiſcere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæque iandiu deſideratum munus impertiar. Quòd ſi ante mearum expoſitionum emiſsionem hoſce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata ſunt perficere pro viribus enitar. De his autem hactenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

TEXTVS

Propõ. 43 Theo. 32.

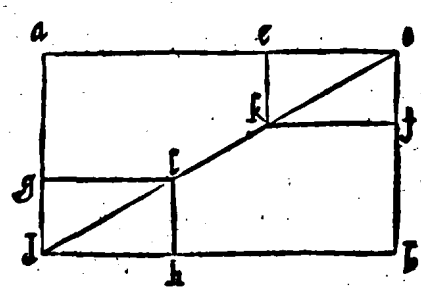
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem cuiuſcunque Parallelogrammi cõſiſtentium, inter ſe ſunt æqualia.

Principium huius commentarii deſideratur.

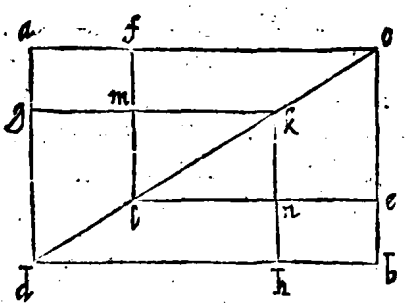
* * * *

Com. 17. * vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodque porrò Complementa nõ ſunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Caſum idem accidens perſpicere. Sit enim Parallelogrãmum a b, quod habeat Parallelogramma c k, d l circa eandem Dimetientem, ſit autem inter ipſa quædam k l recta Linea, quæ ſit Dimetientis pars. Rurſus itaque eadem dices, nempe Triangulum a c d æquale Triangulo b c d, & Triangulum e c k, Triangulo k c f, necnon d g l Triangulum d h l Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum Figura,

Reliq duo hui' The. Caſus.



Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterũ Figuræ æqualis eſt. Hæc autẽ erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrãma iuxta Signum, neq; diſtarent ab ſe inuicẽ, ſed inuicem interſecarent, eadem hoc quoque modo Demonſtratio erit. Sit enim Parallelogrãmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrãma circa ipſam, vnum quidẽ ipſum e c f l, alterũ verò, à quo etiã hoc ſecetur, ipſum d g k h. Dico quòd ipſa f g, e h Cõplementa æqualia ſunt. Cùm enim totũ d g k Triãgulũ toti d h k Triãgulo æquale ſit, eſt autẽ pars quoq; ipſius Triãgulum k l m æquale Triãgulo k l n, Parallelogrãmũ ſiquidẽ eſt & ipſum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio eſt æquale. Verùm a d c Triangulum æquale eſt b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non eſt. Oſtenſum eſt igitur Theorema iuxta omnes Caſus. Sunt autem tres tantùm, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrãma enim, quæ circa eandem conſiſtunt Dimetientem aut ſecabunt ſeſe, aut iuxta Signum ſeſe tangent, aut quadam à ſeſe Dimetientis parte diſtabunt. At nomen ipſum Complementorum à re ipſa Elementorum inſtitutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrãma totum complent. Quapropter ipſum per ſe ipſum memoria dignum in Definitionibus exiſtimatũ nõ fuit. varietate ſiquidem ei opus erat ad ſui declarationem, vt cognoſceremus quid eſſet Parallelogrãmum, quęque eſſent ea Parallelogrãma, quæ toti Parallelogrãmo circa Dimetientem ſunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantùm modo cognitum vtique fieret. Illa autẽ Parallelogrãma circa eãdem Dimetientẽ ſunt, quęcunq; partẽ totius Dimetientis pro ſua etiã Dimetiente habent: quęcunq; verò nõ, minimè. cùm enim totius Parallelogrãmi Dimetiẽs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrãmi ſecat, tunc Parallelogrãmũ hoc toti Parallelogrãmo circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt. Exẽpli gratia vt in a b Parallelogrãmo c d Dimetiens ſecat e h Latus ipſius c e Parallelogrãmi. Parallelogrãmũ ergo e c Parallelogrãmo c d circa eãdẽ Dimetiẽtẽ nõ eſt.



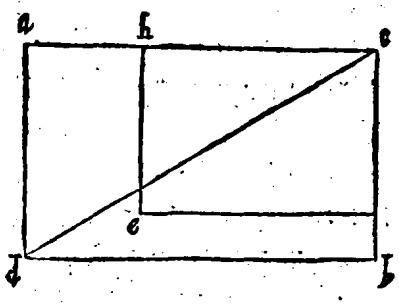
Cur tres ſoli ſit huius Theo. Caſus.

Documẽtum.

Vnde ortũ ſit hoc nomẽ Cõpleméta.

Cur in Definitionib⁹ cõplemẽta Euclides nõ definierit.

Quæ Parallelogrãma dicantur eſſe circa eãdẽ Dimetientẽ.



Ad

PROP. XLIV.

Propō. 44 Prob. 11 † in dat⁹ Angulo rectilineo.

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelogrammum applicare † in Angulo, qui sit æqualis dato Angulo rectilineo.

Com. 18. ANtiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæ q̄ Musę inuenta, Applicatio vtiq; Spatiorum, & Excessus, atq; Defectus. Ab his aūt & Iuniores cùm nomina suscepissent, transtulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolen, alteram autem Hyperbolen, Tertiam verò Ellipsim vocarunt. cùm illi quidem priscæ autoritatis, diuiniq́ue viri in plana Spatiorum ad terminatam rectam Lineam descriptione quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verò Spatij Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita vt Spatio descripto aliqua extrà sit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tùm Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verò Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. vt non solùm Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verùm etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, æquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cùm acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oprtet, vt Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cùm itaq; fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc ⌜Applicare⌝ olim à Pythagoreis traditum. Tria autem sunt in præsenti Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, vt tota ipsius Spatij Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatij Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuū, q̄ recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Partealteralongius erit: acuto verò, siue obtuso,

Noia hæc παραβολή, ὑπερβολή, ἔλλειψις qd significent apud Antiquos, quidque apud Iuniores. circa hoc vide et Geminū i 6. lib. Geometricarū enarrationū, et Eutocium i primum conicorū Apollonii. In propōnibus 28. & 29. Quō Applicatio fiat.

Tria sunt Data i hoc Proble.

Documentum.

tuſo, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifeſtum eſt, quòd rectam Lineam finitam eſſe oportet. ad infinitam ſiquidem hoc fieri non poteſt. Simul igitur cùm dixiſſet ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quòd etiam neceſſarium eſt rectã Lineam finitam eſſe. Vtitur autem in Conſtructionẽ præſentis Problematis Conſtitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo ſit æquale. non eſt enim idem Applicatio, Conſtitutio, vti diximus. verùm hæc quidem totum conſtituit Spatium tum ipſum, tum Latera cuncta: illa verò, cùm vnum Latus datum habeat, ad hoc cõſtituit ipſum Spatium, quippè quæ neq; deficit iuxta hanc extenſionem, neq; excedit, ſed vno hoc vtitur Latere, quod Aream comprehendit. Qua igitur (fortaſſe dicas) de cauſa cùm quidem Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebatur: cùm verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiuſdem ſunt ſpeciei ſponte naturæ proueniens eſt, conſiderationeque ſola indiget: eorum autem, quæ diſſimilis ſpeciei ſunt, propter eam, quæ iuxta ſpeciem fit mutationem, ortu, machinationeque æqualitas indiget, quippè cùm per ſeſe inuentu difficilis ſit.

Quo differat Applicatio a Cõſtitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.

TEXTVS

Dato Rectilineo æquale Parallelogrammum conſtituere in dato Angulo rectilineo.

Propõ 45. Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Conſtitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuerſalius eſt: ſiue enim Triangulum, ſiue Quadrangulum, ſiue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipſi Parallelogrammum conſtituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per ſe in Triangula diſſoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cùm itaque datum Rectangulum in Triangula

Com. 19. Hoc Problema vniuerſalius eſt 11. & 12. Problemate, & vltima Propõne ſecundi libri. Superius i com. 6. Demõ p. blematis.

reſoluerimus, & vni quidem ipſorum æquale Parallelogrammum conſtituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis conſtat, æquale Rectilineo, quod ex illis conſtabat Triangulis, quodqúe iuſſum eſt factum erit. Et ſi ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quide Triangula eam diſſoluemus, vni autem æquale conſtituemus Parallelogrammum, & ſepties æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quæritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate priſci incitati æquale Circulo Quadrangulum deſcribere quæſierunt. Si enim Parallelogrammum cuicunque Rectilineo æquale reperitur, quæſtione dignum eſt, num rectilineæ quoque Figuræ poſſint Curuilineis æquales oſtendi. Et Archimedes oſtendit quòd omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis eſt, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circunferentiam Linearum vni ex iſs, quæ circa rectum Angulũ ſunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Baſi æqualis eſt. Verùm hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ conſequuntur eamus.

Exemplum in Figura decé Laterum

Vide Archimedem & Eutocíũ in lib. de Circuli dimenſione.

Epilogus.

PROP. XLV. PROBL. XIV.

A Data recta Linea Quadrangulum deſcribere.

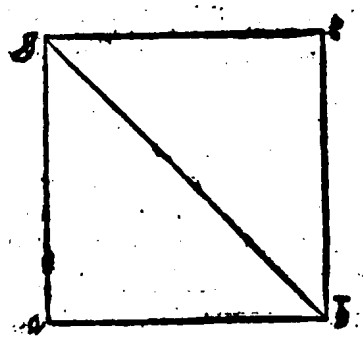
Propõ. 46 Probl. 14.

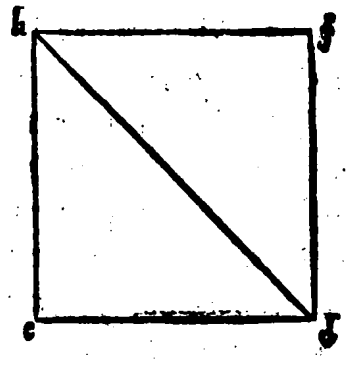
INdiget quidem hoc Problemate potiſsimùm in ſequentis Theorematis Conſtructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluiſſe, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam ſanè ad conſtitutionem quoque mundanarũ Figurarum, & præcipuè earum quatuor, quarũ & ortus eſt, & diſſolutio, hiſce Rectangulis opus eſt. nam Icoſaedrum quidẽ, & Octaedrum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis conſtant:

Com. 20. Optima Rectilineorũ æquilaterũ triangulũ, et Quadrãgulũ ſunt, ꝙbus ob ẽ ad conſtitutionem ꝙtuor mũdanarũ Figurarum. idẽ in lib. 2. cap. 9. et cõ. 17. & 9. & aliis in locis.

Cubus

Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipuè illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia nanq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis constructur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cùm datæ rectæ Lineę numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cùm aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum constituimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositę rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est aūt q; rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur a b e g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectę Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesq́ue Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a c Qruadrangulo c f inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, c g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Lateri b c. cùm itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, c g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est c g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo est æquale. commune apponatur b x f.





Cur Euclides vnum horū cōstituat, alterū describat.

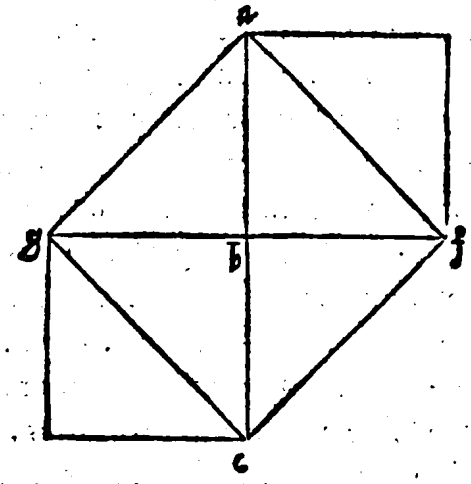
Qūo ex Circulorū descriptione oriatur Triangulū æquilaterū.

Documē.

Demō cuiusdā vtilissimi Theo. q̄ dependet ex Definitione Quadranguli.

Demōstrati Theorę. Conuersum, eiusq; Demō.

Triangulum. Totum ergo a c f Triangulum Toti c f g Triangulo æquale eſt. Parallela eſt igitur ipſa a g, ipſi f c. Rurſus quoniam, tũ ipſe a f g, tum ipſe c g b Angulus dimidia recti pars eſt, ipſa a f, ipſi c g eſt Parallela. Aequalis igitur eſt recta Linea a f rectæ Lineæ c g, Parallelogrãmi ſiquidẽ Latera ex oppoſito iacentia ſunt. Quoniam itaq; duo ſunt Triãgula a b f, b c g,



quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cùm ipſæ a f, c g Parallelæ ſint, necnon Latus vnum ipſum ſcilicet a f Lateri c g æquale, Latus quoq; a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit æquale. Oſtẽſum eſt igitur quòd Latera etiam, à quibus deſcripta ſunt a f, c g Quadrangula, æqualia ſunt, æqualibus illis exiſtentibus.

TEXTVS

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æquale eſt Quadrãgulis, quæ deſcribuntur à Lateribus † circa rectum Angulum iacentibus.

Propõ. 47 Theo. 33

† rectũ Angulũ cõprehẽdentibus.

Coro. 21.

Præſens Theo. ad Pythagorã referẽt, qui ét ſacrificauit i inuentione. vide Victruuium. Euclidis commẽdario. Vide 31. Propõné Sexti.

SI eos quidem qui antiqua enarrare volũt audiamus, præſens Theorema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes eum cùm id inuenerit bouem immolaſſe. Ego verò miror quidem & eos, qui primi huiuſce Theorematis veritati incubuere. magis autẽ admiratione proſequor Elementorum inſtitutorem, non ſolùm, quia per euidentiſsimam Demonſtrationẽ hoc cõuicit, verũ etiã quia & quod ipſo vniuerſalius eſt Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuinciq́ue minimè poſſunt in ſexto libro perſuaſit. nam in illo vniuerſè oſtendit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente deſcribitur, æqualis eſt formis, quæ à Lateribus rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ ſimiles, ſimiliterq́ue deſcribuntur. nam omne quidẽ Quadrangulum omni Quadrangulo eſt ſimile, non autem omnia ſibi inuicem ſimilia rectilinea, Quadrangula ſunt. in Triangulis ſiquidem, alnſq́ue multiangulis ſimilitudo

ſimilitudo eſt. Ratio igitur, quæ demonſtrat formam, quæ à Latere rectum Angulum ſubtendente fit ſiue Quadrangularis ſit, ſiue qualiſcunq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum exiſtentibus priori ſimiles, ſimiliterq́ue deſcriptæ ſunt, quoddam magis vniuerſale oſtendit, quodq́ue ſcientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa oſtendit, quæ Quadrangulum ſolum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & cauſa manifeſta † fit vniuerſali oſtenſo, quòd vtique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à ſubtendente ipſum Latere deſcribitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipſum comprehendentibus priori ſimiles, ſimiliterq́ue deſcriptæ ſunt. quemadmodum Hebetudo quidem, exceſſum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; oſtenditur Theorema, quod in ſexto libro eſt, ibi perſpicuum erit. Quomodo autem præſens verum eſt, nunc conſideremus, hoc tantum adiicientes, quòd hîc vniuerſale non debet oſtendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarũ ſimilitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportione oſtendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particulatim, † in illo magis vniuerſè per eandem viam oſtenſa ſunt. Oſtendit igitur Elementorum inſtitutor in præſentia Propoſitum à communi de Parallelogrãmis contemplatione. Cùm autem rectangula Triangula duplicia ſint, alia quidem æquicrura, alia verò ſcalena, in æquicruribus quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non eſt enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. niſi quis proximiorem dicat. qui enim à Septenario ſit eius, qui ſit à Quinario duplus eſt, Vnitate deficiente. in ſcalenis verò fieri poteſt vt Numeri ſuſcipiãtur, & euidenter nobis oſtenditur quod à ſubtendente rectum Angulum fit, æquale iſs, quæ à Lateribus circa rectum Angulum exiſtentibus fiunt. huiuſmodi enim eſt quod in Libro de Republica eſt Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum ſubtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale eſt iſs, quæ ab illis fiunt. hoc enim eſt vigintiquinq;, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario ſedecim. Perſpicuum ergo eſt in Numeris quod dicitur. Traditę autẽ ſunt & viæ quædam inuentionis huiuſcemodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorã, quippe quæ ab imparibus orta eſt Numeris. ponit enim datũ imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quę circa rectum Angulum ſunt, & cùm acceperit eum, qui ab ipſo fit quadrangulum,

† oſtendit Cauſa paſſionis tum huiꝰ, tũ 31. Theo. ſexti Elem. é ipſa Anguli rectitudo, q̃madmodũ Hebetudo, & Acumẽ exceſſus, diminutioniſq; cauſę sũt. Ex hoc loco, & ex cõ. 9. huiꝰ & 13. tertii habes q̃ Procli itẽtio erat torã Euclidis Elemẽtaré iſtitutionẽ exponere. Notandũ.

† nobis Digreſſio. Duplex rectãgulum Triãgulũ. Nõ inuenit quadrangulus Numerꝰ quadranguli Numeri duplus qđ probat Capanꝰ i 10. Elementorum. De hoc Triangulo vide Platonẽ in Rep. Duæ ſunt vig, q̃bꝰ iuueniunt Triãgula rectã gula Numeros integros in Lateribus habentia. Via Pythagorica.

ab

ab hocque Vnitatem abſtulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum ſunt Angulum, cũ autem huic quoq; Vnitatem adiecerit, reliquum quod ſubtendit Latus efficit.

Exẽplum viç Pythagoricæ.

Exempli gratia cùm Ternarium acceperit, ab ipſoque quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipſo Nouenario Vnitatem abſtulerit, Octonarij dimidium Quaternarium ſuſcipit, huicq; rurſus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumque eſt Triangulũ rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterũ aũt quatuor, tertiũ verò quinq; Vnitatũ habet. At Platonica, à Paribus adoritur.

Via Platonica.

cùm enim datũ parẽ ſuſceperit Numerum, ponit ipſum tanquã vnũ Latus eorum, quæ circa rectum Angulum ſunt, huncque cùm bifariam diuiſerit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cùm Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus ſubtendens efficit, cùm verò Vnitatem à quadrangulo abſtulerit, facit reliquum

Exemplũ viæ Platonicæ.

Latus eorum, quę circa rectum Angulum ſunt. Verbi cauſa, cùm Quaternarium ſumpſerit, huiuſque dimidiũ Binariũ in ſeipſum multiplicauerit, ipſumque Quaternarium fecerit, cùm Vnitatem quidem abſtulerit, Ternarium efficit, cùm verò adiecerit efficit Quinarium,

† qđ enim à Quinario fit, æquale é ei, quod fit à Ternario, & ei, qđ à Quaternario Compoſitis.

idemque Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinſecus inſuper enarrata ſint. Quum autem Elementorum inſtitutoris Demonſtratio perſpicua ſit, nihil addendũ eſſe cenſeo, quod ſit ſuperuacaneum, ſed ijs, quæ ſcripta ſunt nos eſſe contentos. quandoquidem quicunq; etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in ſexto libro oſtenſa ſunt, nullius rei difficilis, quæque ad negotium ſpectet cauſa, inſuper aſſumere coacti fuere. Nos itaq; ad ea, quæ ſequuntur tranſeamus.

Finis digreſſiõis. Reprehẽdit Heronis, & Pappi ſectatores.

THEOR.

Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli deſcribitur æquale fuerit Quadrangulis, quę à reliquis duobus Trianguli Lateribus deſcribuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus eſt.

Propõ. 48 & vltima primi Elẽ. Theo. 34.

Cõ. 22. & vltimum.

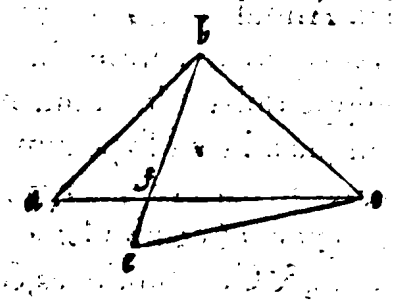
COnuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulũ fuerit,

Modus cõuerſionis huiꝰ The.

quod à ſubtendente deſcribitur Quadraugulũ, æquale eſt Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus deſcribuntur: & ſi quod ab hoc, eis,

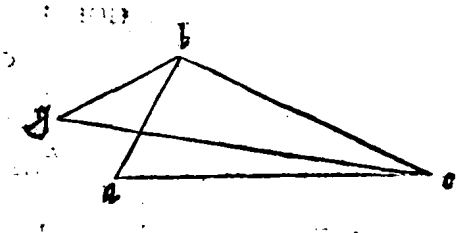
quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum eſt, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonſtratio quidem Elementorum inſtitutoris conſpicua eſt. Triangulo autem exiſtente a b c, & habente Quadrangulum, quod deſcribitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c deſcribuntur, cùm in ipſo Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, ſi quis dicat quòd ad alteras partes recta Linea ad Angulos rectos eſt excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum inſtitutor excitauit, dicemus quòd ſermo hic impoſsibile ait. neq; enim intra Triangulū ipſam cadere poſsibile eſt, neq; extra, ſed nulla alia eſt, quàm ipſa a b. nam ſi fieri poteſt cadat, vt ipſa b e. Quoniam itaq; Angulus e b c rectus eſt, Angulus certè c f b acutus eſt. Quamobrem reliquus a f b obtuſus erit. Maius eſt igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipſi a b æqualis, quæ ſit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus eſt, Quadrangulum, quod à Latere e c deſcribitur, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c deſcribuntur. Verùm ipſa e b ipſi b a, eſt æqualis. Quadrangulum ergo, quod deſcribitur à Latere e c, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c deſcribuntur. Eiſdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c deſcribitur. Aequale igitur eſt quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c deſcribitur Quadrangulo. Et ipſa e c ergo ipſi a c æqualis eſt. Erat autem, & ipſa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectę Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri ſuper recta Linea b c conſtitutæ ſunt, quod nequaquam fieri poteſt. Non cadet ergo intrà recta Linea, quæ ad Angulus rectos excitatur. Atqui neq; extrà ad alteras ipſius a b rectę Lineę partes: Si enim fieri poteſt cadat, vt ipſa b g, & ſit æqualis ipſi a b ipſa b g, & connectatur c g. quoniã itaq; Angulus g b c rectus eſt, Quadrangulum, quod à Latere g c deſcribitur, æquale eſt Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c deſcribuntur. Erat autẽ & quod à Latere a c, æquale iſs, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò eſt a b, ipſi



1 ſtantia huius Theorematis.

Reſpõſio.



Nota quẽ huius Theorematis illãa ſoluit p ſeptimã Propõne primi. Quæpp ſi ab re ab Elemẽtorũ inſtitutore inter ſextã, & octauã iter iecta fuit. vtilis. n. é ad inſtantias deſtruendas, nec non ad Aſtronomiã vide cõm. 12. lib. 3.

ipſi g b. Aequalis eſt igitur g c, ipſi a c. At ipſa quoq; g b recta Linea rectæ Lineæ b a æqualis eſt, ſuper vna b c recta Linea, quod fieri non poteſt. Neq; ergo intrà, neq; extrà cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipſi b c à Signo b excitatur. Super ipſa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus eſt. Soluta eſt igitur Inſtantia. At primum quidem Librum hucuſq; Elementorum inſtitutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuerſionum ſpecies tradidit (tota nanque ad tota ſæpenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumq́ue Sectiones, & Poſitiones, & Conſtitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis ſatis ſuperq; in memoriã redegit, Vniuerſalium preterea, Particulariumq́ue Theorematum Elementarem inſtitutionẽ patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorũq́ue Problematum differentiã indicauit (quæ ſanè omnia nos quoq; ipſum conſequentes ordinatim explicauimus) totum denicq; Librum ad vnum Propoſitum retulit, ad Elementarem vticq; inſtitutionem eius, quæ de ſimplicioribus rectilineis Figuris eſt contemplationis, ac demum tum Conſtitutiones ipſarum inueſtigauit, tum quæ ipſis per ſeſe inſunt conſiderauit. Nos autem ſi reliqua etiam eodem modo perſequi poterimus, Diis gratiam habebimus. ſi autem aliæ curæ nos ab inſtituto amouerint, huiuſce contemplationis ſtudioſos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expoſitionem facere cenſeo, quod difficile paſsim eſt, & ad rẽ ipſam pertinet, facileq́ue diuidi poteſt ſectantes. quoniam ea ſanè, quæ hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atq; variam in ſe ſe confuſionem continent, quippe quæ nullam cauſæ aſsignationem ſimul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philoſophicam.

Epilogus totius primi lib. Elemẽtorũ.

Hinc perſpicuũ eſt 9 Procli ꝓpoſitum erat oẽm Euclidis elementarẽ inſtitutionẽ exponere, ſed certũ nõ é ipſũ eã expoſuiſſe, quia cũ cõdonet hoc pollicetur.

Commentariorum Procli Diadochi in primum Euclidis Elementorum Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem quàm accuratissimè digestus, & quàm locupletissimè, vbi p, principiũ, m, medium, & f, finem cuiuscunq; paginę declarat.

A Litera.



ACIDOIDES Triangulũ quid. pag. 94. f. & 189. p.
Acumen, & Obtusitas inęqualitati cognatæ sunt. 209. f.
Admirabile Superficierum proprium. 68. m.
Admirabile ĩ Geometria Theorema. 101. m. 110. f. & 219. m.
Admirabile Pythagoricum Theorema 174 f.
Admirabile quoddã in Geometria de Lineis, quæ intra Triangulum constituuntur. 187. f.
Aenigma Pythagoreorum. 49. m.
Aequalitas primũ in Quantitate est Symptoma. 111. p.
Aliorum antiquorũ opiniones de differentia Theorematis, & Problematis. 45. m.
Altitudo Figurarum quid. 249. f.
Ambiguum est an Cornicularis Angulus bifariam secari possit. 155. p.
Ambitus Trianguli quid. 134. f.
Amphinomi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. p.
Anguli Sphęrales qui. 72. m.
Anguli ex Linea recta, & Circunferentia duo sunt. 73. p.
Anguli ex rectis Lineis tres fiunt. 71 m, & 75. p.
Anguli consideratio vniuersalis. 74. p.
Anguli Deinceps qui sint. 171. p.
Anguli ad Verticem qui sint. 171. p.
Anguli Alterni qui sint. 215. p.
Anguli in Parallelis sex modis sumuntur. 216. p.
Angulorũ oĩũ pulcherrima cõsideratio. 74. f.
Angulorum, qui in Superficiebus sunt consideratio. 74. p.
Angulorum, qui in Solidis sunt consideratio. 74. p.
Angulorum, qui in simplicibus Superficiebus sunt consideratio. 74. m.
Angulorũm, qui in Superficiebus mistis sunt consideratio. 74. m.
Angulorũ Circulariũ consideratio. 74. m.
Angulorũ rectilineorũ cõsideratio. 74. m.
Angulorũ mistorum consideratio. 74. m.
Angulorum rectilineorum tres Species, quas ait Socrates in Rep. ex Suppositione apud Geometras accipi. 75. p.
Angulorum rectilineorum ad Deos pulcherrima comparatio. 76. p.
Angulorum rectilineorum ad ea, quę sunt comparatio. 76. p.
Angulorum rectilineorum ad virtutem, & vitium comparatio. 76. f.
Angulorum Verticalium ęqualitas vnde fiat. 154. f.
Angulorum Curuilineorum duo tantùm rectilineis ęquales sunt. 109. m, & 192. f.
Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas maximã habet vim ad augenda, diminuenda'ue Spatia. 239. m.
Angulos Oracula Nodos cur nuncupent. 74. p.
Angulos quomodo diuersè Diis attribuãt Pythagorei, & Philolaus, Asinæusq; philosophus. 74. f.
Angulum omnem bifariam secare secundum Elementarem institutionem est impossibile. 155. p.
Anguhis ex clypei Linea, & recta Linea. 72. f.
Angulus Cissoides quid. 72. f.
Angulus ex hippopedis Lineis. 72. f.
Angulus triplex fit ex Circũferẽtiis. 72. f.

Angulus vtrinque conuexus quis. 72. f.
Angulus vtrinque cauus, vel Systroides quis. 73. p.
Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
Angulus Semicircularis quis. 73. p.
Angulus Corniculáris quis. 73. p.
Angulus rectus nō rectorum mensurā est, vt inæqualium æqualitas. 77. m. 137. p. & 168. p.
Angulus planus quid sit. 69. f.
Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui sint. 75. p.
Angulus āduētitius Triāguli quid. 95. m.
Angulus quomodo Angulo æqualis, & quomodo similis dicatur. 110. p.
Angulus rectilineus Angulo rectilineo quomodo dicatur æqualis. 135. f.
Angulus rectus in tres partes æquales facile secari potest, Acutus autem nō potest nisi per Lineas mistas. 158. m.
Angulus quadrupliciter dari pōt. 158. m.
Angulus Pelecoides, siue Angulus Figuræ Securi similis quid. 192. p.
Anima aliquando motus principium est, aliquando ab alio motum recipit secūdum Platonem. 18. f.
Anima prius est diuisa, postea collecta ex mente Platonis, & ideo Arithmetica precedit Musicam, & est pulcherrima ratio. 21. m.
Anima ad mentē eandē habet rationē, q̄ generatio ad cælum. & ideo circulariter etiā mouet ex Platonis sententia. 84. m.
Animæ duplex actio. 61. f.
Antiquorum opinio de Figurā. 80. p
Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
Apollonii demonstratio primi Pronuntiati Euclidis. 122. m.
Applicatio quid sit, & qūo fiat. 264. m.
Applicatio à Cōstitutione quomodo differat. 265. p.
Apsis quid. 93. p.
Archimedes, & Apollonius tanquam euidentibus vtuntur principiis, iis, quę in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.
Archimedes ostendit Circulum esse æqualem cuidam Triangulo. 266. m.
Area Trianguli quid. 144. f.
Argumentum destruens primum membrum dubitationis bimembris de Geometrica materia. 28. f.
Argumentum destruens idem. 28. f.
Argumentum ad idem. 29. p.
Argumenta quatuor destruentia secundum membrum dubitationis bimembris de Geometrica materia. 29. m.
Argumenta quòd phantasia ab imparibili ad partibile procedat. 55. p.
Argumenta contra Democriti opinionē de Figurā. 80. p.
Argumenta destruentia opinionem Stoicorum de Figurā. 80. m.
Argumentum secundo hypotheticorum modo, quòd Finis, & Infinitum Mathematicarū scientiarū principia sint. 3. m.
Argumentum quod Mathematica essentia media sit inter naturalem essentiam, & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
Argumentum quod communia Mathematica Theoremata, cōsiderationē, & principia ante multa subsistant. 4. f.
Argumentū quō confutatur Arist. opinio de subsistentia Methematicæ essentiæ. 7. p.
Argumentum contra Arist. opinionem quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7. f.
Argumentum contra eundē de eodē. 8. p.
Argumētum aduersus eundē de eodē. 8. f.
Argumentū destruens primum membrū trimembris conclusionis de ortu formarū Mathematicarū ab Anima. 9. p.
Argumentum destruens idem: 9. p.
Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
Argumentum destruens secundum membrum eiusdem conclusionis. 9. m.
Argumentum destruens idem. 9. m.
Argumentum ex verbis Platonis in 7. de Repu. contra Mathematicarum vtilitatem. 17. p.
Argumentū Zenonis contra demonstrationem sibi contrariam. 122. f.
Aristotelis opinio quomodo subsistat Mathematica essentia. 7. p.
Arist. opinio quomodo Anima cōstituat Mathematicas formas. 7. f.
Arist. opinio de subsistentia Terminorum corporis. 53. m.
Arist. opinio de Plano. 67. p.
Arithmetica certior est quàm Geometria, & quàm Musica. 34. f.
Arithmeticæ tres sunt partes, Linearium, & Planorum, Solidorumq; Numerorum consideratio. 23. p.
Arithmeticæ, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cōmunicant. 35. p.
Artes omnes Arithmetica, & Arte metiēdi, Arteq; ponderandi indigent ex mēte Socratis in Philebo. 24. f.

Artis-

Artificioſum eſt, ad ſcientiam ſpectat ſolutiones oppugnantium dicendis præparare. 141. m.
Aſtrologiæ conſiderationes. 24. m.
Aſtrologiæ tres ſunt partes, Gnomonica, Metheroſcopica, & Dioptrica. 24. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 52. m.
Axis quid ſit, & quomodo differat à Diagonio, & Dimeciente. 89. m.

B. Litera.

BAſis Trianguli quid. 134. f.
Baſis Trianguli duplex eſt. 134. f.
Binarii intolerabilis audacia, de qua in Theologumenis Arithmeticæ. 58. f.
Binarius quomodo medius ſit inter Vnitatem, & Numerum. 92. m.
Bonum, & ſuprema cauſa, de qua Plato, & Proclus in 7. de Rep. 18. m.

C. Litera.

CAlliclis reprehenſio in Gorgia. 14. p.
Calypſo, de qua Plutarchus in opuſculo de vitanda vſura. 32. m.
Canonica ꝙ nihil aliud ſit ꝙ Muſica. 23. m.
Canonica quid conſideret. 23. f.
Carpi opinio de Angulo. 69. f.
Caſus quid ſit. 225. m.
Caſus in Conſtructione eſt. 217. f.
Caſus varii ſecundi Problematis primi Elementorum. 228. m.
Caſus varii tertii Problematis primi Elementorum. 230. m.
Caſus varii quintæ Propoſitionis primi Elementorum. 241. f.
Caſus ſextę Propoſitionis primi Elementorum. 245. p.
Caſus tres Demonſtrationis Propoſitionis 8. primi Elemẽtorum ſecundũ Philonem. 252. m.
Caſus varii Propoſitionis 9. primi Elementorum. 257. p.
Caſus Propoſitionis 11. primi Elementorum. 260. f.
Caſus ab Inſtantia qũo differat. 221. m. & 255. f.
Caſus Propoſitionis 12. primi Elementorum. 265. f.
Caſus Propoſitionis 17. primi Elementorum. 279. p.
Caſus Propõ. 18. primi Elemẽtorũ. 281. p.
Caſus tres Propoſitionis 24. primi Elementorum. 294. f.
Caſus Propoſitionis 30. primi Elementorum. 225. p.
Caſus Propoſitionis 32. primi Elementorum. 227. m.
Caſus Propoſitionis 35. primi Elementorum. 240. f.
Caſus Propoſitionis 36. primi Elementorum. 241. f.
Caſus Propoſitionis 38. primi Elementorum. 250. p.
Caſus Propoſitionis 41. primi Elementorum. 253. f.
Caſus Propoſitionis 43. primi Elementorum. 262. f.
Cauſa prima, per quam Figura circularis apparuit. 88. f.
Cauſa, propter quam Philolaus quatuór Diis triangularem Angulum, & tribus quadrangularem attribuerit. 99. m.
Cauſa cur Perpendiculari Figurarum metiamur altitudines. 100. m.
Cauſa, propter quam Euclides non fecit conuerſionem ſecundæ partis quintæ Propoſitionis primi Elementorum. 241. f, & 247. f.
Cauſa, propter quam Euclides rectilinei Angulum ſolum, & Circunferentiam bifariam tantùm ſecuit. 155. f.
Cauſa, propter quam conuerſa Theoremata per Deductionem ad impoſſibile vtplurimum oſtenduntur. 284. m.
Cauſa vera Symptomatis Propoſitionis 17. primi Elementorum. 278. m
Cauſa Symptomatis octauędecimæ Propoſitionis primi Elementorum. 281. f.
Cauſa cur tres tãtùm ſint Caſus 35. Propoſitionis primi Elementorum. 241. p.
Cauſa cur conuerſæ 35. & 36. Propoſitionis tũ ab Euclide, tum à Proclo prętermiſſæ ſint. 250. m.
Cauſa paſſionis tũ 47. Propoſitionis primi, tum 31. ſexti Elementorum, eſt Anguli rectitudo. 269. p.
Cauſæ quinque Figuram perficientes. 82. f. & 83. p.
Centra Sphærarum quid faciant. 52. m.
Centri Mathematici ad Centrum intelligibile pulchra comparatio. 88. m.
Centrum Circuli quid ſit. 84. p, & 87. p.
Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.
Centrum tres tantùm habet locos. 91. f.
Certitudo Mathematica ab Anima ipſa emanat. 7 m.
Certitudo eadem nõ eſt ab omnibus Mathematicis requirenda; neque eidem

Demõſtrationibus Scientię omnes vtuntur ex Ariſt. ſententia. 20. p.
Circularis Numeri contemplatio. 86. p.
Circuli duplex conſideratio, 82. m.
Circuli pulchra in Numeris contemplatio. 86. p.
Circulorum quilibet Linea tãtùm eſt 53. f. cuius oppoſitum habetur, 78. m.
Circulus quid ſit. 84. p.
Circulus eſt omnium Figurarum præſtãtiſſima. 84. p.
Circulus perfectionem quomodo rebus omnibus præbeat. 84. f.
Circulus verus, & vera circularis Natura quid ſit. 88. p.
Circulus eſt prima omniũ Figurarũ. 89. p.
Circulus, monadicus eſſe dicitur. 91. p, & 92. p.
Circulus quomodo fiat Ellipſis, 98. p.
Circunferentia quid ſit. 84. p.
Circunferentia omnis per Lineas miſtas in tres partes æquales ſecatur. 118. f.
Circunferentiam cur Euclides bifariam tantùm ſecuit. 155. f.
Ciſſoides Angulus quid ſit. 72. f.
Ciſſoidum Linearum denominatio. 72. f.
Cœlogonium Triangulum quid. 94. f.
Cogitatio eſt inſtrumẽtum iudicans Mathematicas. 6. m.
Cogitatio media eſt inter intelligentiam, & opinionem. 5. f.
Cogitationis intelligentiæ iuxta ſuum finem Mathematicas ſcientias conſtituerunt. 21. f.
Cogitatio quomodo Mathematicas producat, omnesq; ſcientias. 26. f, & 27. p.
Cognitio Mathematica obſcurior eſt prima ſcientia, euidẽtior autẽ opinione. 6. f.
Cognitionum proportio ſecundum Platonem, 6. p.
Commendatio Mathematicarum ex 7. de Rep. 12. f.
Commendatio Mathematicarum ex Plotino. 21. f.
Communia eorum, quæ ſunt, Mathematicæq; eſſentiæ principia Finis, & Infinitum. 2. m, & 7. m.
Communia Mathematica Theoremata, conſiderationes, & principia ante multa ſubſiſtunt. 4. f.
Communia Arithmeticæ, & Geometriæ Theoremata, & vtrique propria quæ ſint, 25. p.
Cõmunicas Propoſitionũ 35, & 36. primi Elementorum. 248. f.
Cõitas Linearũ, & Superficierũ. 68. m.
Communitas ſecunda Linearum, & Superficierum. 68. f.
Communitates duodecimę, & 32. Propoſitionum primi Elemenrorum. 226. m.
Communium Arithmeticę, & Geometrię Theorematum diſtinctio. 35. m.
Cõparatio Definitionis Figurę ſecũdũ Poſidoniũ ad Definitionẽ Euclidis. 82. p.
Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio ſuper eadem Baſi, & in eiſdem Parallelis. 255. p.
Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio ſuper eadem Baſi non in eiſdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione. 255. f.
Cõplementorũ nomẽ vnde ſit ortũ. 263. f.
Compoſitio in Mathematicis quid. 145. f.
Concluſio trimembris in quæſtione quomodo Anima conſtituat Mathematicas formas, 9. p.
Concluſio Geometrica duplex eſt. 118. m.
Concluſiones primi Problematis Euclidis. 120. p.
Concluſionis officium. 116. f.
Conditiones, quæ requiruntur ad optimam Elementarem inſtitutionem. 43. p.
Cõditiones ſex definitionis Circuli 89. m.
Conditiones Parallelarum rectarum Linearum. 200. m.
Conditiones quartæ Propoſitionis primi Elementorum. 13. p.
Conditiones quinq; 7. Propoſitionis primi Elementorum. 148. f, & 149. p.
Conditiones tres Propoſitionis 14. primi Elementorum. 159. m.
Confirmatio tertii membri trimembris concluſionis de ortu Formarum Mathematicarum ab Anima. 9. m.
Confirmatio dicti Pythagoreorum, & Philolai de Triangulo. 95. f.
Cõfutatio opinionis Carpi, & Apollonii, & Plutarchi de Angulo, 70. p.
Confutatio opinionis Eudemi de Angulo. 70. p.
Confutatio opinionis Euclidis de Angulo, 70. m.
Confutatio Definitionis Anguli, quam tradit Euclides. 73. m.
Confutatio opinionis Democriti de Angulo. 79. f.
Confutatio opinionis Antiquorum de Figura. 80. p.
Confutatio opinionis Stoicorum de Figura. 80. p.

Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis infecabilibus. 159. f.
Confutatio primi membri trimembris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9. p.
Confutatio secundi membri trimembris cõclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9. m.
Coni ortus. 68. p.
Conicæ sectiones, quæ, & quot. 64. m.
Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt mista Corpora 68. f.
Coniunctio Mathematicarũ non est Proportio, vt censuit Eratosthenes. 25. m.
Coniunctio prima Mathematicarũ. 25. f.
Cõiunctio secunda Mathematicarũ. 25. f.
Cõiunctio tertia Mathematicarum, 26. p.
Conoides Superficies quę dicantur. 68. f.
Conoides rectangulum quid. 68. f.
Conoides obtusangulum quid. 68. f.
Consideratio pulchra in Triangulis, & in iis, quæ sunt. 212. f.
Cõsideratio pulcherrima de vſu 235. p.
Constructio quando deficiat. 187. p.
Constructio primi Problematis Euclidis. 119. m.
Constructionis officium. 115. f.
Cõtemplatio quorundã de Terra, Cerere, Vesta, & Rhea. p. 99. p.
Cõtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium. 122. p.
Continuatio libri secundi Autoris cum primo. 28. p.
Continuatio libri tertii Autoris cum secundo. 202. p.
Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. 213. p.
Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt. 168. f.
Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile vt plurimũ debent ostẽdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem. 169. p, & 184. m.
Conuersa quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 171. f.
Conuersa quadragesimę primæ Propositionis primi Elemẽtorum. 254. m.
Conuersæ trigesimę secundę Propositionis primi Elementorum. 228. f.
Conuersio apud Geometras quid. 143. f.
Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria. 144. m.
Conuersio triplex est. 251. f.
Conuersiones falsæ quæ sint. 244. f.
Conuersionis modus, qua conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. 270. f.
Cõuersum octaui Pronuntiati primi Elemẽtorum nõ est verum nisi in similibus specie specialissima. 137. f.
Conuersum primæ, & secundæ passionis 34. Propositionis primi Elementorum. 236. m.
Conuersum quoddam aliud quadragesimę primę Propositionis iuxta alium Conuersionis modum. 254. f.
Cornicularis Acuto semper inæqualis est. 235. m.
Corollarium quid sit. 122. m.
Corollariũ quintædecimę Propositionis primi Elementorum. 173. p.
Corollarium duplex est. 122. m, & 173. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens. 176. f.
Corollarium aliud ex 16. Propositione primi Elementorum. 177. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorũ. 179. f.
Corollarium ex Scholio Francisci Barocii. 206. f.
Corona apud Geometras quid. 91. m.
Cur Plato in Timęo Animam ex Mathematicis formis constituat, 9. f.
Cur Plato multas experientias, & Artes, quę veræ scientię non sunt, scientias appellauerit. 17. f.
Cur proceres Fatidicos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auertat in Theæteto. 16. p.
Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum versari. 21. f.
Cur tertia Geometriæ species non sit, q̃ de Punctis, & Lineis tantùm agat. 23. p.
Cur Plato adamantinam Polorum subsistentiam dicat. 52. m.
Cur Pythagorei Polum sigillum Rheę vocabant. 52. f.
Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
Cur Plato naturales Rationes per Plana manifestari iubebat, 53. f.
Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. 54. f.
Cur Pythagorei Lineam dyadicam appellabant. 57. f.
Cur Euclides duas tantùm Lineę species tradiderit. 65. p.
Cur Pythagorei Ternario Superficiem

assimilauerint. 66. p.
Cur Euclides Planam tantùm definiuerit Superficiem. 69. p.
Cur Euclides Semicirculum in primo libro definiat, & non in tertio, vbi proprius est locus. 91. p, & 92. p.
Cur Euclides duplicem Triangulorũ diuisionem tradat. 94. f.
Cur Euclides prætermiserit conuersam 25. Propositionis primi Elementorum. 172. p.
Cur Euclides Propositionem 29. primi Elementorum per Demonstrationẽ directam non demonstrauit. 184. m.
Cur Euclides tres Angulorũ in Parallelis sumptiones prętermiserit. 217. m.
Cur non sit conuertenda 30. Propositio primi Elementorum. 225. f.
Cur familiarissimum Arist. exemplum sit hoc. Omne Triangulum habet tres Angulos ęquales duobus rectis. 232. f.
Cur Theorema in Basibus ęqualibus de Parallelogrammo simul, & Triangulo Euclides prętermiserit. 254. p.
Cur tres soli sint 41. Propositionis primi Elementorum Casus. 263. m.
Cur in Definitionibus Complementa Euclides non definiuerit. 265. f.
Cur Euclides duorum rectilineorum ortum tradat. 266. f.
Cur Euclides Triangulum ęquilaterum per Constitutionem producat, Quadrãgulũ autẽ per Descriptionẽ. 267. p.
Cur vniuersẽ 47. Propositio primi Elementorum ostendenda non sit. 269. m.

D. Litera.

Data tria sunt in Propositione 44. primi Elementorum. 264. f.
Datũ oẽ quatuor modis dari põt. 117. f.
Datum primi Theorematis primi Elemẽtorum. 133. f.
De Petitione, & Pronuntiato caput vnicum. 102. p.
Deductio ad impossibile quid apud Geometras. 245. p.
Defectus tres consequenter ęquali Spatio distantes esse non possunt. 153. f.
Defensio Gemini. 139. p.
Definitio Problematis, & Theorematis secundum Posidonium. 47. p.
Definitio rectę Lineę secũdũ Platonẽ 63. p
Definitio rectę Lineę secundum Archimedem. 61. m.
Definitio Centri Circuli. 87. p.
Definitio Poli Circuli. 87. m.
Definitio Cẽtri ab Oraculis tradita. 88. m.
Definitio perfecta Anguli Plani. 71. f.
Definitio perfecta Anguli Solidi. 71. f.
Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius Anguli. 71. f.
Definitio Parallelarum Linearum secundum Posidonium. 100. m.
Definitio eorum, quę consequenter, vel deinceps esse dicuntur. 169. f.
Definitio Corollarii. 128. m, & 174. p.
Definitiões varię ipsius rectę Lineę. 63. m.
Definitiones varię Superficiei. 65. f.
Definitiones varię Plani. 67. m.
Definitionis Mathematicę Circuli consideratio. 86. m.
Democriti opinio de Figura. 79. f.
Demonstratio Mathematica quòd Circulus bifariam à Dimetiente secatur. 89. f.
Demonstratio quartę Petitionis Euclidis. 108. m.
Demõstratio Geometrica duplex ẽ. 118 p.
Demonstratio primi Problematis Euclidis. 129. f.
Demonstratio contra Zenonem. 123. m.
Demõ alia, quã dãnat Zeno. 124. p.
Demonstratio praua Quorundã secundi Problematis primi Elementorũ. 129. f.
Demonstratio vltimi Pronuntiati primi Elementorum. 133. f.
Demõstratio quartę Propositionis primi Elementorum. 147. p.
Demonstratio quintę Propositionis à Pappo tradita. 148. f.
Demonstratio conuersionis secundę partis 5. Propositionis primi Elementorũ, quę ab Euclide prętermissa est. 146. f.
Demonstratio octauę Propositionis primi Elementorum secundum Philonem. 152. p.
Demonstratio Apollonii Pergęi in Propositionem 20. primi Elementorum Euclidis. 160. p.
Demonstratio Propositionis 16. primi Elementorum ab Euclide tradita melior est ea, quam tradidit Apollonius. 160. m.
Demonstratio Apollonii in 12. Propositionem primi Elementorum. 161. f.
Demonstratio Euclidis in Propositionem 12. primi Elementorum melior est Demonstratione Apollonii. 161. f.
Demõstratio vndecimę Propositionis primi Elemẽtorũ, quę fit per Semicirculos

non approbatur. 152. p.
Demonſtratio Porhpyrii, quæ confirmat quandã particulam quartædecimæ Propoſitionis primi Elementorũ. 170. m.
Demonſtratio conuerſæ 15. Propoſitionis primi Elementorum. 171. f.
Demõſtratio alia eiuſdẽ indirecta: 172. m.
Demõ octauædecimæ Propoſitionis primi Elemẽtorũ ſecundũ Porphyriũ. 181. p.
Demonſtratio directa Propoſitionis 19. primi Elementorum. 184 p.
Demõſtratio Propoſitionis 23. primi Elemẽtorũ ab Autore tradita, quę eſt exquiſitor Demonſtratio Euclidis 192. p.
Demonſtratio Apollonii in 25. Propoſitionem primi Elementorum, quæ damnatur ab Autore. 193. p.
Demonſtratio ciliuſdam pulchræ Sumptionis. 203. p.
Demonſtratio vigeſimæquintæ Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Menelaum Alexandrinum. 207. f.
Demonſtratio vigeſimæquintæ Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Heronẽ Mechanicum. 208. m.
Demonſtratio vigeſimæoctauæ Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Ptolemæum. 218. p.
Demonſtratio tertiæ partis 29. Propoſitionis primi Elemẽtorũ ſecundũ Ptolemæum. 220. p.
Demonſtratio, quam habet Ariſt. primo de Cælo tex. trigeſimoquinto. 223. m.
Demonſtratio Sumptionis, per quam demonſtratur quinta Petitio primi Elementorum. 223. f.
Demonſtratio pulchra 5. Petitionis primi Elementorũ ab Autore tradita. 224. p.
Demonſtratio trigeſimæ ſecundæ Propoſitionis primi Elementorum ſecundum Pythagoreos. 228. m.
Demonſtratio Autoris quòd longitudinis accretione opus ſit ad Spatiorum æqualitatem ſeruandam. 239. f.
Demõſtratio trigeſimænonæ Propoſitionis primi Elementorum in reliquo abſurdę Suppoſitionis Caſu. 251. p.
Demonſtratio duorum Theorematum ex iis quatuor, quæ Elementorum inſtitutor omiſit. 252. f.
Demõſtratio quadrageſimæ primæ Propoſitionis primi Elemẽtorũ in Baſibus etiã æqualibus. 254. p.
Demonſtratio Propoſitionis 45. primi Elementorum. 265. f.
Demonſtrationes quorundã Pronuntiatorũ à Pappo additorũ. 113. f. & 114 p.
Demonſtrationes vigeſimæ Propoſitionis primi Elementorum à Porphyrio, & Herone traditæ. 185. p. & 186. m.
Demonſtrationes quintæ Petitionis ſecũdum Ptolemæum. 220. m.
Demonſtrationes conuerſarũ trigeſimæ ſecundæ Propoſitionis primi Elemẽtorum. 229. p.
Demonſtrationes duorum vtiliſſimorum Theorematum. 257. m.
Demonſtrationis officium. 116. f.
Demonſtrationis Geometricæ perfectio. 118. p.
Deſtructio Argumenti Platonicorũ contrà Mathematicarum vtilitatem. 18. m.
Deſtructio Argumentorum, quæ flecti poſſent in Autorem circa opinionem ſuam de Angulo. 71. m.
Deſtructiones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72. p.
Determinatio quando deficiat. 117. m.
Determinatio Dati eſt. 117. m.
Determinatio primi Problematis Euclidis. 119. m.
Determinationis officium. 116. f.
Deus vnum eſſe dicitur. 66. m.
Deus Triadicus quid. 88. f.
Diagonius quid ſit. 89. m.
Dialetica eſt puriſſima Philoſophiæ pars. 25. p.
Dialectica, quæ Metaphyſica eſt cur Plato Mathematicarum faſtigium in 7. de Rep. appellauerit. 24. f. & 25. f.
Differentia ſecunda Linearum, & Superficierum. 69. p.
Differentia inter Dimetientem, Diagonium, & Axem. 89. m.
Differentia quædam Cõuerſionũ. 219. p.
Differentia, quæ in Parallellogrammorũ diuiſionibus apparet. 214. p.
Differentia Propoſitionum 35, & 36. primi Elementorum. 241. f.
Differentiæ tres Problematis, & Theorematis ſecundum Carpum. 218. p.
Differentię duodecimæ, & trigeſimæ primæ Propoſitionũ primi Elemẽtorũ. 226. f.
Difficile eſt Elementa conſtruere. 42. f.
Digreſſio contra Ariſt. quod Anima non ſit tanquam tabula raſa. 9. m.
Digreſſio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21. p.
Digreſſio contra Stoicos, & Ariſtotelẽ de Terminorũ corporis ſubſiſtentia. 52. p.

Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine. 61. p.
Digressio d' Termino, et Terminato, 66 m
Digressio de Anguli Quod quid esse. 69. f
Digressio de Circuli perfectione. 84. f.
Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circunferentiæ in Exemplaribus, 87. m.
Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristo. in corporis Terminis, & corpore. 56. f.
Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus. 58. f.
Digressio de Anguli consideratione in intellectilibus. 73. f.
Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli. 75. m.
Digressio de Figurę cõsideratione. 78. m.
Digressio de causis Figuram perficientibus. 82. fs
Digressio de consideratione Semiçirculi in iis, quæ sunt, 91. f.
Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensilibus consideratione, 93. f.
Digressio de Triangulorũ in iis, quę sunt consideratione. 95. p.
Digressio de assimilatione Triãgulorum iis, quæ sunt. 96. m.
Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt. 98. f.
Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus. 107. m.
Digressio de consideratione Trianguli æquilateri. 124. f.
Digressio cõtra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis. 138. p.
Digressio de Infiniti in Mathematicis subsistentia. 163. p.
Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quę sunt. 166. m.
Digressio passionis Propositionis tertię decimę in iis, quę sunt, 168. p.
Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum. 180. m.
Digressio de cõparatione Arearum Triãgulorũ vigesimęquartę Propositionis primi Elementorum. 195. f.
Digressio contra Prolemęum de quintæ Petitionis demonstrationibus. 229. f.
Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis. 230. p.
Digressio de Vniuersali, 235. p.
Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogrãmis, atq; Trapeziis, 25 . f.
Digressio Franciſci Barocii de Triangulorũ ad principia totius Mathemeticę essentiæ relatione, & de eorundem ad ea, quę sunt, Proportione. 205. m.
Dii Polorum Sphęrę quid faciant. 51. f.
Dii Axium Sphęrę quid faciant. 53. p.
Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum. 232. p.
Diligẽtia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum. 250. f.
Dimetiens Circuli quid. 89. p.
Dimetiens in Circulo tantùm propriè dicitur, & Diagonius in Figuris, quę habent Angulos, 89. m.
Dioptrica quid consideret. 24. f.
Distãtia nauigiorũ in mari ostẽdit per 26. Propositionẽ primi Elemẽtorũ. 212. m.
Distributio opinionum de Angulo. 71. f.
Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet. 4 p.
Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacisima. & illa est, quę cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia, 5. m.
Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quę Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur, 5. f.
Diuisio Scientiarum, & Artium secundũ Platonem. 19. f.
Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagorę. 20. f.
Diuisio totius Mathematicę Scientię ex mente Gemini. 22. p.
Diuisio ipsius Vniuersalis. 25. f.
Diuisio Lineę secũdũ Geminũ 63. f. 210. f.
Diuisio Cognitionum secundum Platonem. 1. f, & 5. f.
Diuisio eorum, quę sub cognitionẽ cadũt iuxta Platonis sententiam. 2. p.
Diuisio primi libri Elementorum. 48. f.
Diuisio Lineę secundum Platonem, & Aristotelem. 60. p.
Diuisio Angulorum. 72. m.
Diuisio Figurę illius, quę à duobus Terminis comprehenditur, 91. p.
Diuisio Planarum Figurarum. 94. p.

Diui-

Diuiſio Quadrilaterarum Figurarum ſecundum Euclidem. 96.f.
Diuiſio Quadrilaterarum Figurarum ſecundum Poſidonium. 97.p.
Diuiſio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis,& Pronuntiati cõmunitate,& differentia. 105.f.
Diuiſio Autorum, qui contra Geometriã inſtarunt, & opinionum eorũ. 114.m.
Diuiſio vniuerſalis Problematum. 125.f.
Diuiſio Theorematum. 139.m.
Diuiſio Mathematicarum probationũ ex mente Autoris, & Porphyrii. 145.f.
Diuiſio triplex Corollariorum. 148.m.
Diuiſio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem. 209.p.
Diuiſio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215.m.
Diuiſio Theorematum Localium. 238.p.
Diuiſio Caſuum 36. Propoſitionis primi Elementorum. 242.f,& 244.f.
Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione. 108.f.
Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur conſecrauerit. 99.m.
Duę rectæ Lineæ nullum Spatium comprehendere poſſunt: & hæc eſt cauſa quòd non Parallelæ in infinitum ex altera parte producunt, necnõ aliarũ rerũ eſt cauſa. 91.m,91.m,100.p,& 111.m.
Duæ Circunferentiæ duo Signa coniungere poſſunt, ſed duæ rectę Lineæ nequaquam. 136.f.
Dubitatio bimembris de Geometrica materia. 28.f.
Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51.p.
Dubitatio an Circunferentia indigeat recta Linea ad conſtitutionem. 61.f.
Dubitatio quomodo omnis Superficiei Extrema ſint Lineę, cùm neque infinitę, neque omnis finitę Extrema ſint. 66.f.
Dubitatio nunquid Signum ſolum impartibile ſit. 54.p.
Dubitatio quomodo impartibilia in Phãtaſia inſpiciantur, quæ cuncta partibiliter recipit. 55.p.
Dubitatio quomodo Lineæ extremitates Signa dicta ſint, cùm neque infinita Linea, neque omnis finita extremitates habeant. 59.f.
Dubitatio Xenocratis contra Platonis,& Ariſt. diuiſionem Linearum. 60.f.
Dubitatio de infinitis Dimetientibus, qua & Ioã. Grammaticus vſus fuit. in lib. contra Proclum. 90.p.
Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82.m.
Dubitatio de Quadranguli nomine. 98.p.
Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106.f.
Dubitatio de data recta Linea in ſecunda Propoſitione primi Elementorũ. 127.f.
Dubitatio familiariũ Philonis de 8. Propoſitione primi Elementorum. 153.m.
Dubitatio cur tot conſequentia in 8. Propoſitione primi Elementorum Euclides non poſuit, quot in 4. 154.p.
Dubitatio Quorundam, vtrùm Linea cõſtet ex impartibilibus. 159.p.
Dubitatio cur Euclides ſecundam partem quintæ Propoſitionis primi Elementorum demonſtrauit cùm ea nuſquam vtaf. 141.p,147.m,150.m,& 157.p.
Dubitatio cur Euclides adiecerit in 13. Propoſitione primi Elementorum particulas [duos rectos, aut duobus rectis æquales] 157.f.
Dubõ cur Euclides nõ adiecit in Propoſitione 24. primi Elementorũ inæqualitatem Arearũ, vt in 4 æqualitatẽ. 195.m.
Dubitatio de partitione Propoſitionum 27.tũ 28.primi Elemẽtorũ. 217.p.
Dubitatio aduerſus Propoſitionem 30. primi Elementorum. 225.f.
Dubitatio rudium in 35. Propoſitionem primi Elementorum. 239.p.
Dubitatio cur Euclides cùm Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebatur: cùm autem Triangula Parallelogrammis, Problematibus. 265.p.
Duo rerum omnium principia ſecundum Platonem. 2.f.
Duodenarius eſt Iouis imperium. 99.m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere. 43.p.
Elementare quid. 42.p.
Elementaris inſtitutio vnde dicta ſit, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc eſt Elementorum inſtitutor vocetur. 41.f,42,& 43.
Elementorum rationes Triangulares aiit eſſe Timæus. 95.m.
Elementum quid. 42.p.
Elementum duplex ex Menæchmi ſententia. 42.m.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet. 141.m.
Epicureorum impugnatio vigesimę Propositionis primi Elementorum. 184. f.
Epicurus, omnesq; alii Philosophi multa supponunt, quę fieri nõ possunt. 124. f.
Epigramma Persei. 64. m.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli libro dicta sunt. 28. p.
Epilogus primæ partis primi Elementorum, 212. m.
Epilogus totius primi lib. Elemẽto. 272. p
Epinomides Dialogus, qui Platoni ascribitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia. 24. f.
Eratosthenis carmen, 64. m.
Error Theodori Mathematici. 68. p.
Error Apollonii ex Arist. Gemini, & Autoris sententia. 105. p, & 112. p.
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Autoris sententia. 105. m.
Euclides finem suę Elementaris institutionis statuit quinq; Platonicarum Figurarum constitutionem. 39. f.
Euclides quædam cur prætermittat. 43. f.
Euclides non ab re in vno quoq; suorum librorum exponit principia. 44. m.
Euclides ipsemet suas Propositiones demonstrauit ex Autoris sententia. 110. p, 128. m, & 152. p.
Euclidis opera. 39. f, & 40.
Euclidis Elementaris institutio omnes habet conditiones, quę ad optimam Elementorum institutionem requiruntur. ideo omnes aliorum institutiones excellit. 43. m.
Euclidis Elemẽtaris institutio partim habet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem alternatim vtitur, quandoq; verò alteris abundat. 47. m.
Euclidis opinio de Plano, 67. p.
Euclidis opinio de Angulo. 69. f.
Eudemi opinio de Angulo. 69. f.
Exemplum pulcherrimum actionis Animæ. 81. p.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati. 126. p.
Exemplum pulcherrimũ quomodo phãtasia Infinitum cognoscat. 163. m.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Localis in Lineis Solidis. 238. p.
Exemplum Demonstrationis Propositionis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum. 266. p.
Expositio verborũ Platonis in 7. de Rep. vbi Scientiæ nomen ab ipsa Mathematica abstulit. 17. f.
Expositio quãdo deficiat. 116. f, & 117. m.
Expositio Dati est. 117. m.
Expositio quadrupliciter fit. 118. f.
Expositio primi Problematis Euclidis. 119. m.
Expositionis officium. 116. m.
Ex quibus Animam constituat opifex secundum Timæum, 21. p.
Extrema Lineę quę sint. 58. m.
Extrema Superficiei quę sint. 66. m.
Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ. 11. f.

F. Litera.

Figura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone. 67. f.
Figura quid sit. 78. m.
Figura multipliciter dicitur. 78. m.
Figura in Deis qualis sit. 80. f.
Figura qualis sit in Naturis. 80. f.
Figura qualis sit in Animis. 80. f.
Figura quæ à Geometra consideret. 81. m.
Figura Finem, & Infinitũ in propriis formis quomodo ostendat. 81. p.
Figura ab Euclide definita qualis sit. 82. p.
Figura à Posidonio definita qualis sit. 82 p
Figura quomodo Diis attribuatur. 83. f.
Figura Lunularis quid. 91. m.
Figura, quę Corona dicitur quid. 91. m, & 93. p.
Figura vtrinq; conuexa quid. 91. m.
Figura rectilinea quid. 92. p.
Figura trilatera quid. 92. p.
Figura quadrilatera quid. 92. p.
Figura multilatera quid. 92. p.
Figura dupliciter mista dicitur. 93 f.
Figura ex circunferentiis constructa, quę habet internos Angulos duobus rectis æquales. 229. f.
Figurę, Modulationes, & Motus, quibus Atheniẽsis hospes eos institui vult, qui virtutem ab ineunte ætate sunt consecuturi. 14. p.
Figuræ sex species. 78. f, & 79. f.
Figuræ biformes quę sint. 90. p.
Figurarum omnium consideratio. 79. f.
Finis Mathematicarum quid. 26. p.
Flagitiosa Ptolemęi ratiocinatio 220. p.
Formarum immaterialium ordo. 51. p.
Fundamenta Autoris aduersus Ptolemæum. 221. m.

Fusus Platonis quid. 52.f.

G. Litera.

GElonis Syracusii Regis dictum. 37.m.
Gelonis corona. 37.m.
Gemini laus. 141.p.
Geminus tradit ortus Spiricarum, & Cõchoidũ, & Hederę similiũ Linearũ. 65.p
Geodæsiæ tot sunt partes, quot Geometriæ. 23.p.
Geodesię subiecta, & cõsiderationes. 23.m.
Geometrę processus à compositioribus ad simpliciora. 49.f.
Geometrę nõ possunt reddere causam triplicis rectilinei Anguli diuisiõis. 75.m.
Geometria præcedit Astronomiam, quia motu status prior est. 22.f.
Geometria totius Mathematicæ pars est. 28.p.
Geometria vniuersale illud considerat, quod in imaginabilibus distributum est. 31.f.
Geometria cuiusmodi Scientia sit. 33.m.
Geometria quæ consideret. 33.m.
Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi. 34.m.
Geometria certior est quàm Sphęrica, siue Astronomia, & quàm Mechanica, & quàm Perspectiua, & Specularis. 34.f.
Geometria promit à se Geodęsiam, Mechanicam, & Perspectiuam, aliasq; Scientias. 37.p.
Geometria ortũ habuit ab agrorũ emensione apud Aegyptios primùm. 37.f.
Geometria, quę ab initio fuit qd sit. 78.p.
Geometria quærit quatuor ea, quæ quæri solent. 115.f.
Geometria quærit ipsum Quid est dupliciter. 115.f.
Geometria qũo quęrat ipsum Si est. 116.p
Geometria quomodo quęrat ipsum Quale quid est. 116.p.
Geometria quomodo, & quando quærat ipsum Propter quid est. 116.m.
Geometriæ duæ sunt species, Planorum consideratio, & Stereometria. 22.f.
Geometriæ principale officium. 23.p.
Geometrię subiecta sub cogitationem cadunt ex mente Platonis. 33.m.
Geometrię subiecta, accidentia, & principia quæ sint. 34.p.
Geometrię, & Arithmetices principia differunt inuicem, & communicant. 35.p.
Geometriæ laudes. 37.m.
Geometriæ ortus, & inuentores. 37.f. 38. & 39.
Geometriæ propositum. 41.p.
Geometriæ primum propositum. 41.p.
Geometriæ secundum propositum. 41.m.
Geometriæ totum propositum. 41.f.
Geometrię de qbus sit sermo. 115.f. 127.f.
Geometrica materia qd. 28.p, 31.f, & 32.p
Geometricę formæ in cogitatione positæ sunt, nosq; à sensilibus separant, & à sensu ad mentem excitant. 29.m.
Geometricorum sermonum ordo. 44.p. 45. 45, & 47.
Gnomonica quid consideret. 24.m.

H. Litera.

HAllucinatio quorundã ex Arist. sententia, qui non Vniuersale tanquã Vniuersale ostendebãt. 237.p.
Hallucinatio Chorographorum. 248.p.
Helicis Planæ generatio. 103.m.
Helicium, Cylindrica sola est similiũ partium, non tamen simplex. 60.f.
Helix in Sphęra quid. 60.f, & 64.p.
Helix in Cono quid. 60.f, & 64 p.
Helix Cylindrica quid. 61.p.
Heron tria sola Pronũtiata posuit. 113.m.
Hieronis Syracusii Regis dictum. 37.p.
Hieronis nauis. 37.p.
Hippocrates Chius fuit primus inuentor Inductionis Mathematicę. 121.f.
Homerica Minerua. 17.m.

I. Litera.

IDentitatem in quibus ostendat Euclides. 214.f.
In quibus respectibus consequentia identitatis verificetur. 225.p.
In Rebus immaterialibus simpliciora cõpositioribus præcellunt. 50.p.
In Rebus materialibus compositiora præcellunt simplicioribus. 50.m.
Indemonstrabilia à demonstrabilibus natura differunt, & eorum Scientię diuersę sunt ex mente Arist. 112.p.
Inductio Mathematica quid sit. 121.f.
Inductionis Mathematicæ cũ Inductione logica similitudo. 121.f.
Infinitum in phantasia subsistit. 163.m.
Inscriptio Elementorum Euclidis. 42.p.
Instantia Mathematica quid sit. 121.f.
Instantia quorundã aduersus quintę Petitionem primi Elementorum. 222.p.

Instantia vltimæ Theorematis primi Elementorum. 278. p.
Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum. 149. m, 150. m.
Instantiæ Propositionis 12. primi Elemẽtorum. 164. p.
Instantiæ Propositionis 22. primi Elementorum. 190. p.
Intellectilis materia, qua Signũ materiale dicitur, vnitas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.
Inuentio Interualli Tyrannicæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq; generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
Iuuenes ad Casuũ, Sumptionumq; varietatem libenter currunt. 115. p.

L. Litera.

LAtera quomodo dicantur Angulos subtendere. 136. p.
Laterum æqualitas in Triangulis infert æqualitatem Angulorũ ab eis subtensorum, & è contrario, 180. p.
Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 18. & 19. Propositionibus, tum in Aequicruribus, tum in Scalenis Triangulis. 180. p.
Linea quid sit. 56. p.
Linea longè primum, & Simplicissimum est Interuallum. 55. p.
Linea tum finita est, tum infinita. 59. m.
Linea tripliciter Geometra vtitur. 59. m.
Linea recta cuius sit Nota. 62. m.
Linea Incomposita quid. 63. f.
Linea Composita quid. 63. f.
Linea refracta quid. 63. f.
Linea Figuram efficiens quid. 63. f.
Linea, quæ in infinitum Figuram non facit quid. 63. f.
Linea conchæ similis, vel Conchoides quid. 63. f.
Linea indefinita quid. 64. p.
Linea Plana quid. 60, 64, & 238. p.
Linea Solida quid. 60. 64, & 238. p.
Linea Cissoides quid. 64. p.
Linea Helix quid. 64. p.
Linea recta quid sit. 60. p.
Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur æqualis. 134. f.
Linea recta non rectarũ mẽsura est. 137. p.
Lineæ variæ definitiones. 56. f.
Lineæ notio iuxta Apollonium. 56. p.
Lineæ pulcherrimus sensus. 58. m.
Lineæ partium similium tres solæ sunt. 64. f, & 69. p.
Lineæ per confusionem mistæ sunt. 67. f.
Loci, ex quibus habet quòd Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem, 155. f, 240. m, & 269. p.
Locus, ex quo habetur quòd Euclides suas Propositiones demõstrauit. 220. p.
Locus Geometricus quid sit. 238. p.
Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid sit. 239. m.
Locus, vbi quædam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendũ cõmentariũ. 256. p.
Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor. 272. f.
Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

MAteria duplex ex sententia Arist. & Autoris. 30. p, & 52. p.
Materia intelligibilis quæ. 45. f.
Materia Problematis, & Theore. 46. m.
Mathematica essentia media est inter esse tiam Naturalem, & Metahpysicã. 1. p.
Mathematica Scientia propter se est expetenda. 8. p.
Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animęq; oculum ad Vniuersorum cognitionem præparat. 12. p, & 16. p.
Mathematica Scientia propter vitã contemplantem est expetenda. 16. m.
Mathematicæ essentiæ medietas. 1. p.
Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas. 6. m.
Mathematicæ per se soli aliquod bonũ est, ideò non est spernenda etsi ad humanos vsus non prodest. 16. f.
Mathematicæ Scientiæ partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiua, Geodęsia, Canonica, siue Musica, & Supputatrix. 22. p.
Mathematicæ disciplinæ præcipuè reminiscentiam ostendunt ex mente Platonis. 26. f.
Mathematices nomen vnde sit ortum. 26. f, & 27. p.
Mathematices nomẽ à Pythagoreis quomodo sit repertum, 26. m.

Mathematici clari. 38.p.
Matheſis omnis, reminiſcentia eſt ex Platonis ſenrẽtia, & Pythagoreorũ. 26.f.
Mathematices quatuor ſunt partes, inſtrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 24.f.
Mẽdietas Mathematicorum generum, ac formarum. 2.m.
Medietas Mathematicę Scientiæ. 10.m.
Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45.f.
Menęchmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64.m.
Mẽs vltima, & paſſibilis, & quę recipit ſpecies quæ fit. 30.m, & 106.f.
Mercurialia, & Minerualia munera. 17.m, & 32.m.
Metheoroſcopica quid conſideret. 24.f.
Methodi tres Mathematicę, quę à Platone traduntur. 122.p.
Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicina, & aliq. 22.m.
Miraculorum Effectricis tres ſunt partes, vna, quę ſpiritibus: altera, quę ponderibus: tertia, quę neruis, Spartiſque vtitur. 24.p.
Miſta Linea quę fit. 61.m.
Miſtio in Lineis à Miſtione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini ſententia. 67.f.
Miſtio dupliciter fit. 67.f, & 93.f.
Modulationes, & motus, & Figurę virtuti conuenientes, quibus Athenienſis hoſpes eos inſtitui vult, qui ab ineunte adoleſcẽtia virtutẽ cõſecuturi ſũt. 24.p
Motus vt Suppoſitio principiũ eſt. 44.m.
Motus ab inęqualitate emanat, Quies autẽ ab ęqualitate. 24.p, & 98.f.
Munus Problematis duplex ſecundum Menęchmum. 45.f.
Munus Problematis quid. 123.m.
Munus Theorematis quid. 125.m.
Muſarum ſermo in 8. de Rep. 4.m. 13.f, & 85.f.

N. Litera.

NAturę ad Animam pulchra comparatio. 80.f.
Negatiuæ orationes principiis conueniunt ex Platonis ſententia. 54.f.
Neutrum Theorema quid. 42.m.
Nicomedes fuit inuentor proprietatis Conchoidum Linearum. 155.m.
Nomina hæc παραβολὴ, ὑπερβολὴ, ἔλλειψις quid ſignificent apud antiquos, quidq; apud iuniores Mathematicos. 264.p.
Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipſe eſt ex Pappi, & Autoris ſententia. 105.m, & 109.p.
Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi poteſt. 107.f.
Noranda quinq; in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis. 76.p, & f.
Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam menſuræ fertilitatis, ſterilitatisq; apparent ſecundum Platonem. 4.m.
Numeri in opinione ſubſiſtunt. 55.f.
Numerorum cognitio apud Phœnicas cœpit. 38.p.
Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obſcurius ex M. Tullii ſentẽtia. 13.f.
Numerus præcedit Continuũ, & Binarius Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis. 58.p.
Numerus quadrãgulus Numeri quadrãguli duplus inueniri nõ poteſt. 269.m.

O. Litera.

OBiectio quorundam quòd quinta Euclidis Petitio in Petitionibus connumeranda ſit. 120.m.
Obtuſãguli Coni ſectio quid. 63.f, & 100.f
Onopides fuit primus inuẽtor Propſitionis 23. primi Elementorum referente Eudemo. 192.f.
Omnia quæcunq; in Plana tractatione deſcribimus, in vno, eodemq; Plano excogitamus. 69.m. 127.f, & 215.p.
Opinio Autoris de Cẽtris, Polis, Axibus, & Sphæris. 53.p.
Opinio triplex de Angulo. 69.f.
Opinio Autoris de Angulo. 70.f.
Opinio Autoris de Figura. 80.p.
Opinio alia Autoris. 80.m.
Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 158.f.
Opinio quorundam de Propoſitione 16. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 176.p.
Opinio Autoris quòd aliquę rectæ Lineæ à minoribus q̃ duo recti productę coïncidunt, & aliquæ non coincidunt. 223.p.
Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum cauſam Plato appellat, Ma

thematicarum finis eſt. 18.m, & 26.p.
Optimus Geometrici ſtudii finis, & doni Mercurialis opus. 18.m, 26.p, & 32.m.
Opus Mathematices à nomine ſit manifeſtum. 27.m.
Opus Mathematices ſimile eſt operi Dei. 27.m.
Oraculi dictum de Vnitate. 57.m.
Orphei carmen. 88.f.

P. Litera.

Parallelę lineę quę ſint. 99.f.
Parallelæ Lineę alię etiam ſunt prętter rectas. 100.m.
Parallelæ Lineæ non dicuntur omnes, quę non coincidunt, ſed omnes, quę nõ coincidendo in infinitum poſſunt protrahi. 100.m.
Parallelogramma quomodo æqualia eſſe dicantur. 240.m.
Parallelogramma quomodo in eiſdem dicantur eſſe Parallelis. 241.f.
Parallelogrãmi nomẽ vnde ſit ortũ. 236.p
Parallelogrammorum proprietas quid ſit. 97.f. 233.m, 234.f, & 236.m.
Parallelogrammorum Iſoperimetrorum Quadrangulum quidem maximũ eſt, Rhomboides verò minimum. 240.p.
Parallelogrãmum propriè quid ſit. 236.f.
Parallolagrammum apud Euclidem quid ſit. 237.m.
Partealteralongior Figura quid. 96.f.
Partes, quę partibus prȩcipuis Problematum, & Theorematum annexæ ſunt, quot, & quę ſint. 120.p.
Particularum [quod feciſſe oportuit] & [quod demonſtraſſe oportuit] pulchra conſideratio. 120.p.
Paſſio Propoſitionis 25. primi Elementorum vnde ſcaturiat. 172.f.
Paſſiones tres, ex quibus decem fiunt Localia Theoremata. 252.p.
Paſſiones tres, ex quibus fiunt quinq; Localia Theoremata, quorum vnum tantum non ab re poſuit Euclides, reliqua autem prętermiſit, quę addit Autor cum reticentię cauſa. 254.m.
Perpendiculari Figurarum metimur altitudines. 76.m, & 100.m.
Perpendicularis terminat Spatiorũ altitudines, & Linearum diſtantias. 100.m.
Perpendicularis pulchra conſideratio, & ad ea, quæ ſunt comparatio. 76.m.
Perpendicularis duplex eſt. 162.p.
Perſeus fuit inuentor Linearum Spiſcarum. 64.m.
Perſpectiua quid conſideret. 23.f.
Perſpectiuæ totius tres ſunt partes, Perſpectiua nomine generis, Specularia, & Sciographica. 23.f.
Petitio à Pronuntiatio ita differt ex mente Gemini, & Autoris, vt Problema à Theoremate. 102.p, & 104.p.
Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota ſunt in Petitionibus cõnumeratę ex ſẽtẽtia Gemini, & Autoris 104.f, & 108.p
Petitio 5. primi Elementorum non eſt indemonſtrabilis. 104.f, 108.p, & 219.p.
Petitiones Theorematũ Elemẽta ſũt, 42.f.
Petitiones tres, quæ verę Petitiones ſunt iuxta omnium ſententiam. 106.p.
Petitionibus quidem in Conſtructione, Pronuntiatis verò in Demonſtratione vtimur. 119.f.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia ex ſententia Gemini, & Autoris. 102.m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta Archimedis, & ſequacium opinionem. 104.p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta opinionem tum Stoicorum, tum Speuſippi, & Amphinomi. 104.p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differẽtia iuxta aliorũ ſententiã. 104.m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta opinionem Ariſto. 44.m, & 104.m, & 111.f.
Phantaſia media eſt inter ſenſum, & mentem ex ſententia Ariſt. 30.f.
Ppantaſia ex impartibili ad partibile procedit. 55.p
Ppantaſię duplex vis. 55.m, & 163.m.
Phantaſiam cur Ariſtoteles mentem paſſibilem vocauerit. 30.m.
Philippi Mathematici obtrectatio in Propoſitione 16. primi Elementorum referente Herone. 175.m.
Ppilolaus Diis quatuor Triangularem Angulum cur conſecrauerit. 95.f.
Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem Angulum cur conſecrauerit, & quibus. 98.f.
Planum quomodo in Geometria intelligendum ſit. 69.m.
Platonis opinio quomodo ſubſiſtat Mathematica eſſentia. 7.p.
Platonis opinio quomodo Anima conſti-

quat Mathematicas formas. 7.f.
Platonis sentẽtia de Mathematicarũ vtilitate,& dignitate,& si scientię sunt. 18.p
Platonis opinio de Plano. 67.p.
Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.
Polus Circuli quid sit. 87.m.
Ponderum motionis quidẽ inęquilibriũ, Status verò, æquilibrium est causa ex Timæi sententia. 24.p.
Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
Primæ,principalisimæq; rectilineę Figurę,Triãgulũ,& Parallelogrãmũ. 48.m.
Primum Problema primi Elementorũ cęteris Problematibus pręstat. 117.p.
Principia Mathematicæ scientię tum vnũ, & Multitudo; tum Finis, & Infinitum. 11.m.
Principium secundæ partis primi Elementorum. 214.f.
Principium tertiæ partis primi Elementorum. 237.f.
Problema à Theorema quomodo differat. 102.m,& 115.m.
Problema omne in Theorema reduci potest. 119.p.
Problema Ordinatũ quid. 125.f.
Problema medium quid. 126.p.
Problema Inordinatum quid. 126.p.
Problema multipliciter dicitur. 116.m
Problema Mathematicum quid. 126.m
Prob'ema Excedens quid sit. 126.m
Problema Impossibile qd sit. 126.f,et 189f
Problema Maius quid sit. 126.f
Problema Deficiens, vel Minus quid sit. 126.f
Problema Determinatum,vel Indeterminatum quid. 126.f.& 189.f
Problema perfectũ cuiusmodi debeat esse, quod & propriè Problema dicit. 127.p
Problematibus omnibus, quæ in Plano aliquid faciunt, vnum subiici Planum existimandum est. 69.m,127.f,& 215.p
Problematis partes quæ, & quot sunt. 116.m.
Problematum alia simpliciter, alia multipliciter,alia infinitis modis fiunt. 125.f
Problematum alia sunt sine Casu, alia multos habent Casus. 127.m
Productio in infinitum non omnibus ineſt Lineis. 170.f
Progressus Scientiæ Mathematicæ,atque regressus. 11.m
Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda sint ex mente Arist. 105.p
Pronuntiata communis sunt generis ex mente Autoris. 105.f,& 113.m
Pronuntiata quædam quæ à Pappo addita sunt. 113.f
Pronuntiatorum duplex proprietas ex Autoris sententia. vbi notanda est contradictio cum superioribus, simulque soluenda. 112.f
Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppositio quomodo differant secũdũ Arist. 44 m
Pronuntiatum vltimum primi libri Euclidis non est collocandum inter Pronuntiata ex sententia quorundam Mathematicorum, & Gemini, & Autoris. 104.f,& 105.f
Pronuntiatum 7.& 10. resecãtur ex mente Autoris. 113.m
Pronũtiatum quoddã,quo vsus est Arist. primo de cęlo tex. 35. 223.m
Proportio cuncta in Mundo colligauit ex mente Timæi. 23.p
Propositio prima,Problema primũ primi Euclidis Elementorum. 115.p
Propositio primi Problematis Euclidis qualis sit. 119.p
Propositio secunda, Problema secundum primi Elementorum. 127.m
Propositio tertia, Problema tertium primi Elementorum. 130.m
Propositio quarta, Theorema primum primi Elementorum. 132.f
Propositio 5. Theorema 2. primi Elementorum. 139.m
Propositio 6. Theorema 3. primi Elementorum. 141.m
Propositio 7. Theorema 4. primi Elementorum. 143.p
Propositio 8. Theorema 5. primi Elementorum. 151.p
Propositio vltima libri quarti Elementorum quomodo ad Astronomiam conducat. 153.f
Propositio 9. Problema 4. primi Elementorum. 154.f
Propositio 10. Problema 5. primi Elementorum. 158.f
Propositio 11. Problema 6. primi Elementorum. 160.m
Propositio 12. Problema 7. primi Elementorum. 162.p
Propositio 13. Theorema 6. primi Elementorum. 167.p
Propositio 14. Theorema 7. primi Elementorum. 168.f
Propositio 15. Theorema 8. primi Elementorum. 171.p

Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum. 175.m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum. 178.p
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum. 179.f
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum. 182.f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum. 184.f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum. 187.p
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum. 189.p
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum. 191.f
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum. 193.m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum. 207.p
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum. 209.p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum. 214.f
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum. 217.m
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum. 219.p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum. 224.m
Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum. 226.p
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum. 227.p
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum. 232.f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum. 233.m
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum. 237.m
Propositio 35. primi Elemẽtorum in numero admirabilium in Mathematicis Theoremarum. 239.p
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum. 241.m
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum. 247.f
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum. 249.p
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum. 250.p
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum. 252.p
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum. 253.m
Propositio 42. Problema 11. primi Elementorum, 259.m
Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum. 262.m
Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum. 264.p
Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum. 265.f
Propositio 45. primi Elementoru m vniuersalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon vltima secundi Elementorum. 265.f
Propositio 46. Problema 14. primi Elementorum. 266.f
Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum. 268.m
Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit. 268.m
Propositio 31. sexti Elementorum vniuersalior est Propositione 47. primi Elementorum. 268.m
Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum. 270.f
Propositiones tum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum vtplurimum affirmationes sunt. 148.p
Propositionis officium quid. 116.m
Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus ĩdagator. 162.p
Propositum Geometriæ duplex. 41.p
Propositum primi libri Elemẽtorũ. 48.p
Propositum primæ partis primi libri Elementorum. 48.f
Propositum secundæ partis eiusdem. 48.f
Propositum tertiæ partis eiusdem. 48.f
Propositum secundæ partis primi Elementorum. 213.p
Pulchra de rectę Lineę passione in iis, quæ sunt contemplatio, 63.m
Pulchritudo in Mathematicis potissimùm reperitur. 15.m
Pythagorei inuenerunt Propositionẽ 32. primi Elemẽtorũ referẽte Eudemo. 228.p
Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis vtens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarũ tegunt disciplinam. 13.p
Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio. 98.f

Q. Litera.

QVa de causa Timęus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit. 11.f

Qua

Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
Qua de causa duarũ tãtùm rectilinearũ Figurarũ mentionẽ Euclides fecerit. 92.m
Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilauerit. 238.m
Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantùm tradat. 238.f
Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m
Quadrangulũ terrestris Elementi, est proxima causa. 48.m.98.f,& 267.p
Quadrangulum quinq; Laterũ quid. 95.p
Quadrangulum quid sit. 96.f
Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f
Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f
Quadrilaterarum Figurarũ septem sunt species. 97.m
Quadripertita Elementorum exornatio quid sit. 95.f
Quæ sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f
Quæ sint communes Mathematicę considerationes. 4.p
Quæ scientia cognoscat cõmunia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
Quæ sit cognitionum Proportio, secundum Platonem. 6.p
Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
Quę dicẽda sit scĩa secundũ Platonẽ. 17.f
Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 19.p
Quæ Demonstrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philosopho exigendæ sint ex Aristot. & Platonis sententia. 19.f,& 120.m
Quæ, & quot sint totius Mathematicæ scientiæ species, vel partes secundum Pythagoreos. 20.f
Quæ sit Geometrię materia. 28.p
Quæ sint Quęsita Geometrica, & quę non Geometrica. 34.p
Quæ scientia alia scientia certior sit ex mente Arist. 34.f
Quę à principiis emanant, in Problemata, Theoremataq; diuiduntur. 45.p
Quæ sint propriæ naturæ, & operationes in inferioribus rebus horum quatuor Deorũ, nẽpe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
Quæ desiderentur in 11, & 12. Procli cõmentariis libri quarti. 247.m
Quę desint in digressione Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 258.m
Quę continerẽtur in 27. commentario libri quarti si integrum esset, quęque in eo reperiantur. 259.f
Quę desint in principio 27. commentarii libri quarti. 260.m
Quales sint Mathematicæ rõnes. 10.m
Quantitas quandoq; communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera tãtùm: Magnitudo verò pro cõtinua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p,& 133.p.
Quęsitũ non Geometricũ duplex ẽ. 34.m
Quæsitum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f
Quæstio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
Quęstio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
Quęstio vbi Termini Terminaris præcellant, & vbi Terminata Terminis. 50.p
Quæstio de ordine octauę Propositionis primi Elementorum. 155.m
Quid sit ex æquali inter sua collocari signa. 63.p
Quid doceat Proclus in digressione commentarii 15. quarti libri. 257.f
Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m
Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m
Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m,& 88.p
Quod opus, & quę vires Mathematicę scientię sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
Quomodo intellectilia genera Fine, & Infinito participent. 2.f
Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruantur. 3.f
Quomodo cõmunia Mathematica Theoremata, & cõsiderationes, atq; principia subsistant, & à qua considerẽt scientia. 4.f
Quomodo differat Animę cognitio à cogni-

gnitione mentis. 9.m
Quomodo res Mathematicę in Anima ſint intelligendæ. 10.p
Quomodo Plato in Timęo ortum, atque creationem Animę ex formis compleat Mathematicis. 19.p
Quomodo cogitatio omnem Mathematicarum Scientiarum varietatem conſtituat. 10.m,& 11.m
Quomodo tria, quæ pulchritudinem efficiunt in Mathematicis ſint. 15.m
Quomodo differat Ars à Scientia ſecundum Platonem,& Ariſtotelem. 18.p
Quomodo quiſpiã eruditus, de aliquo ſententiã afferre poſſit ex mente Ari. 19,p
Quomodo erret Mathematicus demonſtrando. 20.p
Quomodo Quotum, & Quantum à Mathematico conſiderentur. 21.p
Quomodo Mathematicis Ars militaris,& Ars hiſtoriã ſcribẽdi dicanturvti. 22,m
Quomodo Dialectica Mathematicarum ſcientiarum vertex ſit, & quæ ſit ipſarũ coniunctio ex Platonis ſententia. 24.f
Quomodo rerum opifex rectas Lineas terminet ſecundum naturam circumiens, vt ait Plato. 61.f
Quomodo Centrum, à Centro ad Circũferentiam Lineę,& Circunferentia ipſa cum intellectilibus communicent. 87.f
Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
Quomodo inueniatur ille, qui verè eſt Circulus,& vera Circularis natura. 88.p
Quomodo recta Linea ex duobus ſimplicibus motibus generetur, 61.m
Quomodo itidem Circunferẽtia ex duobus ſimplicibus oriatur motibus. 61.f
Quomodo ex cõmunibus principiis propriæ fiant Concluſiones. 104.m. 105.f,& 113.m.
Quomodo Parallelogrãma dicantur eſſe circa eandem Dimetientem. 263.f
Quomodo ex Circulorum deſcriptione oriatur Triangulum æquilaterum. 129.m,& 267.p
Quorundam duplex obiectio cõtra Mathematices vtilitatem, eiuſque ſolutio. 14.f,& 15.p.
Quorundam Platonicorum contra Mathematicarum vtilitatẽ obiectio, eiuſq; ſolutio. 17.p
Quotum, & Quantum principalia Mathematices ſubiecta. 20.f

R. Litera.

RAriſimus eſt vſus 7. Propoſitionis primi Elementorũ apud Euclidẽ. 151.p
Ratio Figuræ duplex eſt. 31.p
Ratio quidem, quę à Fine prouenit rectũ efficit Angulum, quę aũt ab Infinito, Obtuſum, atq; Acutum. 75.f
Recta Linea ſimplicior eſt Circulari. 61.f
Rectãguli Coni ſectio quid. 63.f,& 100.f
Rectilinea omnis Figura in Triangula reſoluitur. 230.p,& 265.f
Rectilineę Figurę quibus Diis peculiares ſint. 93.f
Rectilineę Figurę Elementarem exornarunt regionem. 84.f,& 93.f
Rectilineorum omnium conſtitutionis principium eſt Triangulum ex Platonis,& Autoris ſententia. 230.p
Rectitudo quarum rerum Nota ſit, atq; imago. 76.p,& 93.f
Rectitudo æqualitati cognata eſt. 109.f
Rectitudo Planę Baſis ex Triangulis cõſtituta eſt, vt ait Plato in Timęo. 230.m
Rectitudo Angulorum,& Laterum æqualitas omnem habent vim ad augenda Spatia. 240.p
Rectitudo æqualitatis cauſa eſt, Hebetudo aũt,& Acumen, inæqualitatis. 269.p
Recto exiſtente Anguló Propoſitionis 44. primi Elementorum Spatium, quod applicatur, Quadrangulum, aut Parrealleteralongius eſt: acuto verò, ſiue obtuſo, Rhombus, aut Rhomboides. 264.f
Rectum, & Circulare,& Miſtum à Lineis incohantia ad Solida vſque perueniunt. 60.m,& 61.p
Reliquus Abſurdæ Suppoſitionis Caſus Propoſitionis 39. primi Elementorum. 251.p
Reprehenſio Heronis,& Pappi. 270.f
Res, quę non reddit rationem, non eſt ſciẽtia, ex mente Platonis,& Ariſt. 18.p
Reſolutio in Mathematicis quid. 145.f
Reſpectus Parallelarũ ad ſeſe, vel (vt Proclus ait) Parallelitas ipſa, qd ſit. 225.p
Reſponſio ád obiectionem Platonicorum contra Mathematicarũ vtilitatẽ. 17.m
Reſponſio tacitę obiectionis quomodo Formę immateriales, alię quidem Fini, alię verò Infinitati vicinę dicuntur, cùm ex Fine, Infinitoq; ortę ſint. 51.p
Reſponſio Gemini ad quorundã obiectionem quòd quinta Petitio Euclidis in Petitionibus connumeranda ſit. 110.m
Reſponſio Autoris,& Gemini cõtra Ariſtotelis,& Amphinomi opinionẽ, quòd

Geometria non quęrat ipſum Propter quid. 116.p
Reſponſio Poſidonii cõtra Argumentum Zenonis. 122.f
Reſponſio alia Poſidonii contra Zenonem. 124.f
Reſponſio tacitę obiectionis cur tria Problemata primo Theoremati Euclides prępoſuerit. 133.p
Reſponſio ad Quęſtionẽ de ordine octauę Propoſitionis primi Elemẽtorũ. 151.m
Reſponſio ad inſtantias duodecimæ Propoſitionis primi Elementorum. 154.m
Reſponſio ad impugnationem Epicureorum in 20. Propoſitionem primi Elementorum. 184.f
Reſponſio ad inſtantias vigeſimę ſecundæ Propoſitionis primi Elementorũ. 190.f
Reſponſio tacitę obiectionis quòd 16, & 17. Propoſitiones primi Elementorum ſuperuacaneę non ſint. 227.m
Reſpõſio ad dubitationem rudium in 35. Propoſitionẽ primi Elemẽtorũ. 239.m
Reſponſio ad tacitam obiectionem quòd non valeat dicere, Triangula nullum habent Latus Parallelum, ergo non poſſunt eſſe in eiſdem Parallelis. quod tamen verũ eſt de Trapezoideis. 258.p
Reſponſio ad inſtantiam vltimi Theorematis primi Elementorum. 271.p
Reſponſiones contra Zenonem. 123.p
Reſpõſiones ad iſtãtias ſeptimę Propoſitionis primi Elementorũ. 149.m, & 150.m
Reſponſiones aduerſus inſtantiã quorundam in quintam Petitionem. 222.f
Rhomboides quid ſit. 96.f
Rhombus quid ſit. 96.f
Rhombus videtur dimotum eſſe Quadrangulum, & Rhomboides dimotum Partealteralongius. 97.f

S. Litera.

Scholia Franciſci Barocii in 41. 42, & 47. Propoſitiones primi Elementorum, vbi Procli Commentaria mutilata ſunt. 256.m
Scholium incerti Autoris contra expoſitionem Procli in 24. Propoſitionem primi Elementorum. 198.p
Scholium Franciſci Barocii aduerſum incertum Autorem in defenſionem Procli. 200.p
Scholium Franciſci Barocii in 36. Propoſitionem primi Elementorum. 244.p
Scientia nulla, ſua demõſtrat principia. 44.p
Scientia duplex eſt. 115.m
Scientię omnes à prima philoſophia, ſua aſſumunt principia. 5.m, & f, & 44.p
Scientia, & Artes ſubiecta differre faciunt. 19.f
Sciographica ſcia, ſiue Sciographia quid conſideret. 23.f
Segmenta quid. 93.p
Semicircularis Angulus Acuto nunquã æqualis eſt, vt etiam Cornicularis, & ideo fit tranſitus à maiori ad minus non per æquale. 133.m
Semicirculi pulchra conſideratio. 91.f
Semicirculi ad ea, quæ ſunt cõparatio. 91.f
Semicirculus quid ſit. 90.m, & 93.p
Semicirculus ſolus ex omnibus Figuris Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
Semicirculus cum Circulo dupliciter communicat. 91.f
Semicirculus biformis dicit. 91.p, & 92.p
Semicirculus quomodo medius ſit inter Circulum, & rectilineas Figuras. 92.m
Senſus ex violentis paſſionibus fiunt, ex mente Platonis. 30.f
Sententiæ eædem ſæpe ad homines perueniũt iuxta quaſdam ordinatas ipſius orbis conuolutiones. 37.f
Signi definitio ſecundum Pythagoreos, eiuſq; expoſitio. 55.m
Signum quid ſit. 49.f
Signũ dupliciter conſiderat. 54.p, & 57.m
Signum ſolum in Geometria eſt impartibile. 54.m
Signum, Vnius affert imaginem iuxta Platonis ſententiã. 60.m
Signum Poſitione tantùm dari poteſt, reliqua autem, quæ dantur in Geometria tum Poſitione, tum Ratione, tum Magnitudine, tũ Forma dari poſſunt. 117.f
Similitudo pulcherrima Triangulorum ad Elementa. 95.m
Simplex Linea quæ. 61.m
Singulorum Elemẽtaris inſtitutionis Euclidis librorum Propoſita, ad Mundum referenda ſunt, vt volunt quidam. 41.f
Solutio dubitationis bimembris de Geometrica materia. 29.f
Solutio dubitationis de rerum impartibilium partitione. 51.p
Solutio dubitationis nunquid Signum ſolum impartibile ſit. 54.p
Solutio dubitationis quomodo impartibilia in phantaſia inſpiciant, quę cuncta partibiliter ſuſcipit. 55.p

Solutio dubitationis qßo Lineę extremitates Signa dicta ſint, cùm neque infinita Linea, neq; omnis finita extremitates habeat. 59.f
Solutio dubitationis Xenocratis contra Ariſt. & Platonis Linearum diuiſionem. 61.p
Solutio dubitationis vtrū Circunferentia īdigeat recta Linea ad cōſtitutionē. 62.p
Solutio dubitationis quomodo omnis Superficiei Extrema ſint Lineæ, cùm neq; infinitæ, neq; omnis finitæ Extrema reperiantur. 66.f
Solutio tacitæ obiectionis quomodo Lineæ Angulum continere dicantur, cùm Angulus diuinæ vnionis Nota ſit, quæ omnia in ſe comprehendit. 74.f
Solutio dubitationis contra Euclidis definitionem Figuræ. 82.m
Solutio dubitationis de infinitis Dimetientibus Circuli. 90.p
Solutio dubitationis de Quadranguli nomine. 98.m
Solutio dubitationis de motu Geometrico. 106.f
Solutio dubitationis de data recta Linea in Propoſitione 2. primi Elementorum. 128.p
Solutio dubitationis cur Euclides demōſtrauit ſecundam partem quintæ Propoſitionis primi Elementorum cùm ea nuſquam vſurus ſit. 141.p, & 147.m
Solutio dubitationis Philonis Familiariſſ de 8. primi Elementorum Propoſitione. 153.m, & 272.f
Solutio dubitationis cur tot conſequentia in 8. Propoſitione primi Elementorum Euclides non addiderit, quot in 4. 154.p
Solutio ex ſententia Gemini, dubitationis quorundam vtrum Linea ex impartibilibus conſtet. 159.p
Solutio dubitationis cur Euclides adiecerit in Propoſitione 13. primi Elementorum particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167.f
Solutio dubitationis cur Euclides nonadiecit in 24. Propoſitione primi Elementorum inæqualitatem Arearum, quemadmodum in 4. æqualitatē. 195.m
Solutio dubitationis de partitione vigeſimæ ſeptimę, & vigeſimæ octauę Propoſitionis primi Elementorum. 217.f
Solutio dubitationis, quę inſtat Propoſitioni 30. primi Elementorum. 225.f
Solutio cur Euclides cùm quidem Triangula Triangulis æqualia oſtendebat, Theorematibus vtebat; cùm vero Triangula Parallelogrammis, Problematibus. 265.m
Specularia quid conſideret. 23.f
Specus Platonis ex 7. de Rep. 12.p
Speuſippi opinio de Theoremate, & Problemate. 45.p
Sphæroides oblongum quid. 68.f
Sphæroides Latum quid. 68.f
Spira triplex eſt. 68.m
Spira continua quid. 68.f
Spira Implicita quid. 68.f
Spira Diuidua quid. 68.f
Spiræ ortus. 68.m
Spiricæ ſectiones quę, & quot. 64.m
Spiricæ ſectiones tres ſunt. 68.f
Stoicorum, & quorundam aliorum opiniones de Pronuntiato, Petitione, & Suppoſitione. 45.p, & 111.f
Stoicorum opinio de ſubſiſtentia Terminorum corporis. 51.p, & 114.m
Stoicorum opinio de Figura. 80.p
Sumptio quid ſit. 120.f
Sumptio, per quam oſtenditur 19. Propoſitio primi Elementorum demonſtratione directa. 185.p
Sumptio quædam pulchra. 203.p
Sumptio quædam, per quam demonſtratę quinta Petitio primi Elementorū. 223.f
Superficiei pulchra notio, & ſenſus. 65.f
Superficies per temperationem miſtæ ſunt. 68.p
Superficies miſtę duplici modo fiunt. 68.f
Superficies partium ſimilium duę ſunt tantùm. 69.p
Superficies quid ſit. 65.m
Superficies Plana quid ſit. 67.p
Supputatricis tot ſunt partes, quot Arithmetices. 23.p
Supputatricis ſubiecta, & conſiderationes. 23.p
Symptoma prędicatum quid. 46.m
Symptomata Parallelarum Linearum ſex ſunt. 215.m

T. Litera.

TErminata materialia prędcellunt Terminis materialibus. 50.m
Termini immateriales prędcellunt Terminatis immaterialibus. 50.p
Termini quatuor, quibus Mathematicus diiudicandus eſt. 19.p
Terminus primus, quo Mathematicus iu-

dicandus eſt. 19.p
Terminus ſecundus. 19.f
Terminus tertius. 20.p
Terminus quartus. 20.m
Terminus quid ſit. 77.f
Terminus ad quas Magnitudines ſit referendus. 78.p
Terminus ab Extremo quo differat. 78.p
Terminus Accretionis Longitudinis Parallelogrammorum eſt Locus ipſe Parallelarum Linearum. 240.p
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius Triadicus totam generalium exornationem continent. 99.m
Thales Mileſius primus demonſtrauit Circulum à Dimetiente bifariã ſecari. 89.f
Thales Mileſius primùm ab Aegipto in Greciam Geometriam tranſtulit. 38.p
Thales fuit primus inuentor quinti primi Elementorum Propoſitionis. 243.p
Thales fuit primus inuentor Propoſitionis 15. primi Elementorũ, Euclides verò eam primò demonſtrauit. 271.m
Thales fuit inuentor 26. Propoſitionis primi Elementorũ referẽte Eudemo. 214.m
Theorema triplex, Elementum, Elementare, & Neutrum. 42.p
Theorema vtiliſſimum ad intelligendum locum Platonis in Timæo de conſtitutione Elementorum. 42.m
Theorema pulcherrimum, & vtile Geminj. 64.f
Theprema Simplex quid ſit. 239.m
Theorema Compoſitum quid. 239.f
Theorema Complexum quid. 239.f
Theorema Incomplexum quid. 239.f
Theorema Vniuerſale quid ſit. 140.m, & 235.p.
Theorema particulare qd. 240.m, & 235.f
Theprema ſecundum primi Elemẽtorum cuiuſmodi ſit. 140.f
Theorema præcedens, & Theorema Conuerſum quid. 144.f
Theoremata Euclidis dict Elementa vocentur. 42.f
Theoremata cõpoſita triplicia ſunt. 240.p
Theoremata quæ Localia ſint, & quę non Localia. 237.f
Theorematibus omnibus, quę in Plano aliquid contemplantur vnũ ſubilci Planũ intelligẽdũ eſt. 69.m, 217.f, & 215.p
Theorematis Gemini Conuerſum. 143.p
Theorematis partes quę, et quot ſit. 216.m
Theorematũ alia ſunt ſine Caſu, alia multos habent Caſus. 227.m
Tehurgia quid, 79.m
Timæus ex rectis, circularibuſque Lineis Animam conſtituit, 51.f
Timæus Elementa rectilineis Figuris cõſtituit. 84.f
Trapezia, & Trapezoidea Euclides communi nomine Trapezia vocauit. 97.f 241.m, & 257.f.
Trapezium non ab re Euclides in primo libro definiuit. 240.m
Trapezium à Trapezoide quo differat ex ſententia Poſidonii, & Autoris. 97.m
Tres, qui euehuntur ſecundum Platonem in Phedro. 22.m
Tres ſunt Mathematicarum coniunctiones. 25.m
Tres partes ſunt maximè neceſſarię, quę debent ſemper eſſe tum in Problemate, tum in Theoremate, Propoſitio, Demonſtratio, & Concluſio. 216.f
Tres ſunt Paſſiones 34. Propoſitionis primi Elementorum. 233.f
Tria ſunt, quę pulchritudinem efficiunt ex Ariſtotelis ſententia. 25.m
Tria in vna quaq; ſcientia requiruntur, Subiectum, Accidens, & Principium. 33.f
Tria ſunt, quę circa exiſtentiã tum in Quãtitatibus, tum in Qualitatibus verſant, Eſſentia, Idem, & Alterum. 211.m
Tria ſũt, quę Parallelis per ſe inſũt. 214.p
Tria ſunt, quę per ſe Parallelogrammis inſunt. 233.f
Triangula, quorũ duo Latera vnius, duobus Lateribus alterius æqualia ſunt, & Angulus vnius ab illis æquis Lateribus comprehẽſus Angulo alterius ab æquis Lateribus comprehenſo æqualis, & tamen non ſunt æqualia nec Triangula, nec Baſes eorum, nec reliqui Anguli. 234.p, & 248.p
Triangula quandoq; habent Areas æquales, & Ambitus inæquales, quandoque autẽ è contrario. 235.p. 295.f, & 248.p
Triangula duo dupliciter æquicrura eſſe poſſunt, 202.p
Triangula quomodo in eiſdem dicantur eſſe Parallelis. 249.p
Trianguli æquilateri conſtitutio. 203.m, 245.p, & 219.f
Triangulorum duplex diuiſio. 54.p
Triangulorum ſeptem ſunt ſpecies. 96.p
Triangulorum reliquorum ſuper data recta Linea conſtitutio, 225.p
Triãgulorũ ad ſua principia relatio. 206.p
Triãgulorum ad ea, quę ſunt comparatio

iuxta Pythagoreorum ſententiam. 206.f
Triangulum æquilaterum trium Elementorum eſt proxima cauſa. 48.m
Triangulum totius Elementorū exornationis primaria eſt cauſa. 74.f,& 266.f
Triangulum eſt prima rectilinearum Figurarum. 48.p,& 89.p
Triangulum quadrilaterum qd ſit. 94.f
Triangulum ſimpliciter generationis, generabiliumq; formationis principium dicunt eſſe Pythagorei. 95.p
Triangulum æquilaterum omnium Triangulorum eſt optimum, aſſimilaturq; Circulo. 122.p,&266.f
Triangulum æquilaterū vnico modo conſtituitur, æquicrus autem duobus, Scalenum verò tribus. 125.f
Triangulum Triangulo quomodo ſit æquale. 134.f
Triangulum æquilaterum, & Quadrangulum optima Rectilineorum omniū ſunt. 98.m,& 122.p,& 266.f
Triangulū rectangulū duplex eſt. 269.m
Triangulum Rectangulum Platonis, de quo loquitur in libro de Rep. 269.f
Triplices debent eſſe Mathematicæ Demonſtrationes. 20.f

V, Litera.

VEritas Propoſitionis 32. primi Elemẽtorum apparet etiam iuxta cõmunes notiones. 231.f
Via inueniendæ multitudinis Triangulorum, in quæ quodcunq; Rectilineum reſoluitur. 230.m
Vię qbus ꝓcedit ſcięntia Mathematica. 12.p
Viæ duæ ſunt, quibus inueniunt Triangula rectangula Numeros integros in Lateribus habentia. 269.f
Vires Mathematicę ſcientię duplices. 12.p
Vna recta Linea duo Signa coniunger poteſt, ſed duæ nunquam. 136
Vndenam tota inceperit Geometria, & quouſq; progrediatur, & quæ ſit ipſius vtilitas. 36.p
Vnitas dupliciter conſideratur, 54.p
Vnitas ſola in Arithmetica impartibilis eſt. 54.m
Vnitas, & Numerus in opinione ſubſiſtunt. 55.f
Vnitas Puncto ſimplicior eſt. 56.p
Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem ſunt. 62.f
Vniuerſale in multis diſtributum duplex eſt. 30.p
Vniuerſale quidem affirmans ſcientiis maximè cõuenit, negationeq; non indiget; vniuerſale verò negans affirmatione indiget ſi demonſtrari debet, ex mente Ariſt. 148.p
Vniuerſale duplex eſt ex ſententia Autoris, & Ariſt. 235.m
Vniuerſales formæ triplices ſunt. 30.p
Vniuerſalis propria Significatio ex eorundem ſententia. 235.f
Vnius cauſa, quæ rerum omnium eſt productrix ſecundum Platonem. 2.f
Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m. 81.m, & 166.f
Vnum, & Vnitas ad Dei ſimilitudinem mens vocatur. 85.m
Vtilitas, quam affert Mathematica ad totam philoſophiam. 12.f
Vtilitas, quam affert ad Theologiã. 12.f
Vtilitas Mathematicę ad Naturalem philoſophiam. 13.p
Vtilitas Mathematicæ ad Politicã. 13.m
Vtilitas Mathematicæ ad Moralem philoſophiam. 14.p
Vtilitas Mathematicæ ſcientiæ ad cæteras ſcientias, & Artes. 14.m
Vtilitas Aſtrologiæ ad Medicinam ex ſententia Hippocratis. 22.f

X. Litera.

XEnocratis confutatio de Lineis inſecabilibus. 159.f
Xenocratis dubitatio contra diuiſionem Linearum. Ariſt. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

ZEnodoti opinio de differentia Problematis, & Theorematis. 47.p
Zenonis infeſtus acceſſus, & eius fundamenta. 220.f

FINIS.



PATAVII,

Excudebat Gratioſus Perchacinus.

1 5 6 0.