



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

PROCLI DIADOCHI LYCII

PHILOSOPHI PLATONICI

A C

MATHEMATICI PROBATISSIMI

I N

PRIMUM EVCLIDIS

Elementorum librum

COMMENTARIORVM

A D

VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM

PRINCIPIVM ERVDITIONIS TRADENTIVM

Libri IIII.

A

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quæ
in græco codice omnes desiderabantur aucti: primum iâ Romane
linguæ venustate donati, & nunc recens editi.

*Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrium, atque Auctorum:
Elêcho librorû, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt:
& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum.*

CVM PRIVILEGIO.



PATAVIL

Excudebat Gratosus Perchacinus

1560.



VINCENTII CARDINI FLORENTINI.

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QUAM DE
Proclo capere possit vilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modo, discere viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere saepe tuis.
Omnem summam tractat, vel Dogmata Plato
Qua scripsit Magnus, qua vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-
mine eius, & Cognomine.

Familiae nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriū? nil aliud quam quod puto.
Ab errore procul ut sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quod Vindex
Vnus successit Philosophi haeresibos.

In Eundem, & eius Patriam.

Antriquam cano Termilen,
Illustremq; Varum, qui sapientia
Claram iam magis reddidit.
Tu ceptis saueas Iuppiter inuaco
Musa principum mea.
Naturalis amans maximus existit.
Diuina & Sophia simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis quae Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Sed non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Ascrantq; polinerit.
Sed quid quod Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem praebeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gandeas,

Non quod nomine sis nouo.
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satius.
Est sortitus Anum, qui Draco erat gradu;
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit gentis patre fulminum
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris.
Lapsus suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice calico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit quae Deus est tela Gigantibus
E' caelo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deum.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita haec resistit artibus.
Quare semina proscit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modo.
Matris nomine mania
Struxit, dicier haec sigenitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cum tam praeceps hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Ut sedos tegetet, carribus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhereat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat haec, & nemore haec gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircae, Iliada, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quod capiat Lupus
Tanquam saeuus oues (nam Patere Dens
Hinc dictus colitur suus)

At latere magis quod Lycius Proclus
 Iactas ignominium Polo
 Montem perpetuo culmine proximum,
 Qui monstro similis, Leo
 Cantatur ingiter pectoreq; oreq;
 Tum Capra inguine, et horridus
 Extremò Coluber, laus Ephyra Ducis.
 Te te Semideo Proclo
 Effer, qui melius sidera tangere
 Posit, Numinibus frui,
 Et secum pariter quosque reducere.

IN EVNDEM AB
 Interprete recognitum.

Quantum nunc tibi Procle debet orbis,
 Tantum & tu studiis, Barocioque.
 Nam quantum infnuas scientiæ, ille
 Tantum ponere diligentiz vltro
 Conatur, valeant recens vt omnes
 Et quæ, & quo doceas videre pacto.
 Sic & te ex lacero integrum reponit,
 Te verè lacerum, te vt ediderunt
 Qui græcè prius, alta proditorum
 Turba, vt sicariis manus dedisse
 Iam visus fueris malis, & inde
 Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM
 Precatio bona ob Procli restitutionem.

Francisce te dignus mi pro meritis videris opto
 Sit tibi vita, salus, honor vndique; sint tui labore
 Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
 Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquæ,
 Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi
 Solum per se quisque breui bonus. O tibi sit autor
 Alie boni bene tanti iterumq; iterumq; dico, et oro:
 Diuq; Deq; omnes faveant simul, astra, cuncta, q; sunt.

Phanix Phanieem renouas aliam (patere credo)
 Mercurii, atque Minerva munera qui suo decori
 Restituis, parcis sudoribus, aspiciasq; nullos
 Suptus, quod bene sit his oibus, et bene vsq; in summum

AD EVNDEM, DE
 eius cognomine.

Vt tu mira Baroci
 Es molesque, velocique:
 Κίχνης ecce triuisti,
 Gaude om̃ amicum.
 Pondus tu graue dictus
 Nobis ocia miscens
 Et pares, resonasque,
 Quod nunc ἱστᾶ recludunt.
 Hoc tam nemo venustè
 Munus ἀλλόθεν, atque
 ἔμψυχον: tam κατὰ καρτὶς
 Vnquam condidit ἄλλος.
 Summum iam decus extas
 Orbi, non modò cunctis
 Notis τοῖς ἀστρονόμοις
 Annis sic tener altus.
 Felix perpetuo sis.
 Μουσῶν tempore Alumne,
 Et gratos habeas nos
 Multum te vique rogamus.

Αἰχίστην τοῦ αὐτοῦ ἑλλήνισ
 τὸν ἐπίσημον.

Ελλανίζεις, ἑλλανισμὸς τ' εἶ,
 ἀλλ' αἰχίστιος ἐγώ, καὶ μᾶλλον
 βαρβαρος. εἰ μὲν τοι χεῖν κτυπᾷ
 ὡς πῶρ, αἰδῶ φωνοῦντων
 νῦν μάτῳ κυκνῶν, ἐσθ' ὁπλίσας γέ,
 ὅς μ' ἐσιωγᾷ σου μὲν ἱππῶν.
 γαμβρὸν τῷ βούλῃσι, καὶ τοῦ
 ἡμῶν τῆς ψυχῆς ὦν σύμου.
 αἰμίματ' οὐκ ἴδμεν οὐδέ τις
 αἰμὴ γὰρ, οὐδέ τις ὅστις ὁμῶς.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHÆ AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



MOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisque causis profluat, nō īmerito Deum quidē, ex Dñsque genitum eum philosophi, poetęque finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuersorū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cēlis, elementis, mistisque constat: quę quidem omnia iuxta suarum, quę in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dñj vocantur, vt Cēlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigio quodam, diuinoque semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & sine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principium rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū priscę autoritatis philosophi, diuinique viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendę pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, & summā

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant : si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfectā Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cum ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens . non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit : sed per accidens, ac suis ipsius Amore, ne ab eo corrūpatur . Cū ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quā humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ proprię cuiusq̃ rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est . quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atq̃ disperdit . Amor autem cōiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iurē autor omnium dicitur, & seruator . Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuiq̃ satis, superque perspicuum est, cum scientiarū quoq̃ autorem, & custodem esse. nam (si Aristoteli credendum est) egedem sententię, egedemque scientiæ sepe numero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atq̃ euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excogitatę, repertęque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluua, quibus iā deperierant, atq̃ deciderant: eodemque modo iterū florescent, atq̃ peribunt. Quę quidem res cū ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalionē imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, edificiā, & cuiuscunq̃ generis animantia (præter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) perire, verū etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malicia, atq̃ versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidē aurea ætate cū rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciēdi de-

sede-

siderio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demū totam Mūdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cōtemplari, necnō modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt sciētīę iterum omnes, paruo quasi quodā à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summū suę perfectiōnis euexerint. Pōst verò cūm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctę prouincię deuastatę fuerant, multa præclara prisorum Autorum opera omnibus in scientiis radicitus interierunt: multa excæcata, atq; euerfa in lucem exierunt. Quę nimirum, vel saltem quę in illis continebātur doctrinę, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quędam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hęc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanē ad Deum suum opificem reuertitur, cūm per hęc inferiora ipsius pulchritudinem cōtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quā opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cūm sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quę aliās florere, nunc abolitas propē, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non ne ea, quę prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erāt, hoc nostro seculo tanquam enigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cūm persæpe inuestigare, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quę à tot, tantisque clarissimis viris in hīsce scientiis nobis relicta fuere. multę enim, & varię præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cōmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hęc cūm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensē insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quā exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideravi, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileę quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cum diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium utilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit ut cum essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ætatis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cum in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque utilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq̃ue eos instaurandi desiderio, Amoreq̃ue ardebam. Quapropter ut eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, ut appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis ut transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreq̃ue erga me quodam impulsu maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabricij Garzoni medicam facultatem publice in Bononiensi Gymnasio profectus, qui etiam que maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum utilitatis attulit. Deinde cum illhinc discessissem, Patavium me contuli, vbi ex his omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq̃ue Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam ut amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum utilitati, qui sermonem græcum non callent, confu-lerem. Ac denique quum hoc iam pridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumq̃ue vidissem, pluresque ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipis, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Metu descendat iudicis aures;
Et patris, et nostras, non omniq̃, præmatur in ætatem,
Membranis intus positis delere licebit
Quod non edideris. nescit vox missa reuerſi.*

sed communi potius utilitati studens, imprimendum illud esse dixi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetis in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patau
ex bibliotheca Io. Vincentii Pinelli Genuensis viri tam genere, quam animo,
& moribus nobilissimi. Ex quibus sane omnibus, quae hucusque vidi
exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimum, lucidissimumque volumē;
à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primum renouatae Phœnicis
instar exoritur. De cuius ortu felicissimo primum Deo summo rerum
opifici, deinde Amori non solum scientiarum, verum etiam rerum omnium
autori, seruatori que immortales habendae sunt gratiae. Vides igitur,
dignissime Patriarcha tum praesentem meam lucubrationem, tum omnia,
quae in rerum natura orta sunt, oriunturque quotidie, Amoris gratia
oriri, & fieri. Cum itaque opus hoc Amore factum à me sit, operis pretium
est, ut quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat. Maximum
autem munus Amoris mihi videtur Amicitia. Amicitia inquam ea, quae
vera Amicitia est. cum enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundum : alter,
quo vtile : tertius, quo verè bonum, honestumque diligimus, quorum
etiam vnusquisque duplex est, siquidem aut simplex, aut mutuus, cumque
Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tum nascatur, & nihil aliud quam
inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quae-
dam exoritur, nemini plane dubium, Amicitiam quoque triplicem
esse. vnam quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : ter-
tiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum. Haec autem
sola perfecta, vera inuiolabilis, atque indissolubilis est, cum ceterae omnes
vndeque claudicent, *ψευδοφιλία* sint, & violari facile, dissoluique possint. Hec
porro & in rationalibus tantum animis, & raro reperitur, quae à philoso-
phis varijs fuit modis definita. Alij namque tum ad eius finem, tum ad su-
biectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum
eam definiunt : modò, honestam perpetuae voluntatis communionem.
Alij verò, benevolentiam mutuam, non latentem, propter bonum sim-
pliciter, atque honestum comparatam. Alij praeterea, summam omnium
diuinarum, humanarumque rerum cum benevolentia, & charitate con-
sensionem. Alij demum, aliter. Haec scilicet ea est Amicitia, quae maximū
Amoris munus esse mihi videtur. Vtinam autem tale munus Amoris à pre-
senti meo, Amorisque opere mihi daretur. O felix opus Amoris, & mu-
nus, quod vna interiecta morte duae vitae sequuntur. O diuinum lucrum,
diuinamque Amicitiam, quando vnus animus duo occupat corpora, vnaque
vita duobus agitur ab amicis, quorum vterque geminam habeat vitam,
alterque alteri similis adeo sit, ut alter idem vocari possit. Diuinam
inquam, propterea quod excepta sapientia (ut recte ait Cic.) nihil me-
lius homini, nihil iucundius vera, perfecta que Amicitia Deus immorta-
lis vnquam dedit. in sapientia enim, & virtute summum bonum prae-
clare

clare p̄bitum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quàm virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est è vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper observandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, sidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfectā coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfectā, neque vlllo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. ac nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimvero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non graueris. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineræque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige.

Vale.

Patavij. XII. Cal. Decembris M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

L E C T O R E M.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primæ rerum omnium causæ prouidentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam opere pretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine *Diadochum*, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si *Suidæ* credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert *Spartianus*) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἐργα καὶ ἡμέραι*, in Theologiam Orphei, aliæque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis adiutum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileę dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpssi, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quauis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censiui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adiiciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsa; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruauerunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pædagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, valeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmaculant, atque evertunt. Silentio autem praetereundum non est in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quae obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi secundo: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinae autoritatis uirorum, qui de hisce, quae hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus praeterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutauit, ac ea usus sum figura, quam Ὑπερὸν πρὸς τὸν Græci uocant. Ambiguitates insuper euitauit, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumque dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæque linguae paupertatis causa non abstinui, quae exempli gratia huiusmodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbiis, ut, Vniiformiter, Multiiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiae uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quae quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facile percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores plerique græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumque dixerunt, cum tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθόγωνον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθόγωνον Rectangulum uertunt, quor ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξαγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoque sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiae limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphaera, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, una cum multis alijs, quae breuitatis gratia in praesentia silentio inuoluam. ex his enim, quae diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solum communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphaerica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentialesque in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quae in ipsa est Anima concinnam, compositamque esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) eundem in ea reperiantur harmonice rationes, διακρίσεων nempe, διαμετρικῶν, διαμεσῶν, quaeque ex his compositae sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suique integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumque est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se inuicem intersecant, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in celis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quae duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cum ergo Animae nostrae essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonice manifestum est, & (ut Periparetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quod Anima

P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se praesumpsit. Praeterea cum Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & a se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod a se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasque circuitiones, non immerito Sphaericam quoque ipsam praesumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematicas partes, operae pretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoque praestare ceteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfecte cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut haec scias praeter ceteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui temporis curriculo cupis euadere, praefens Procli doctissimum, lucidissimumque Volumen legas, atque perlegas.

Praeter ea, quae communiter de tota translatione nostra diximus, pauca adhuc quaedam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primo quidem quod ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperiens, uerba ipsum consequentia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quae uidimus exemplaribus decerpimus. Secundo uero, quod dum tertius liber imprimebatur duo postremo exemplaria ad manus nostras peruenierunt, in quibus nonnulla denuo in primo, secundoque libro, qui iam impressi erant, uaria esse coperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus, quae hoc ordine subsequuntur.

- Pag. 25. Lin. 3. } Et materiam ipsam inuincibilem complectitur,
uirisque &c.
Pag. 29. Lin. 22. } Geometriae formas appellat, separari autem nos
a sensibus per huiusmodi formas, excita-
ri; a sensu ad mentem concedit &c.
Pag. 76. Lin. 13. } Verò, Heberudo, atque Acumen. haec enim Ma-
gis, &c.

QUONIAM autem in libris imprimendis uel si Argus Lynceis oculis praeditus maxima diligentia impressoribus praesent, fieri non posset, quin errores aliquot obrepant: idcirco ea, quae errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut a quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea
Respicens	respicens	3	21
Ant.	autoritate	16	25 In scholijs
Memnone	Menone	26	28 & in scho. Lin. 11 & 13.
Decucurrit	decurrit	32	14
Quaeque	quique	37	22
Excucurrit	excurrit	49	26
Menechmos	Menechmos	64	14
Dixit	dixit	77	11
Corniculari	Lunulari	109	16
Cornicularis	Lunularis		
Cornicularis	Lunularis	109	18
Ab re	non ab re	134	17
Propter	praeter	135	2
Ad Basim	sub Basi	147	27
Internus	externus	176	10
Anguli	Trianguli	180	35
Ipsi	Ipsis	189	18
Igitur	autem	199	25
Infiniti	Finiti	206	23
Alternim	Alternatim	215	12
Puzostenfa	Przostenfa	224	19
Problematis	Theorematis	225	17 in scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21
Habebant	habebant	241	30
Summantur	sumantur	244	31
Constitutio	& Constitutio	250	32
Rectangulis	Rectilineis	265	7
		266	26

Cæterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi periuadeo, haud obseruata passim reperiēs, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censes adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Galum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scijs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinate maxime spei iuuenem, quum vtraque linguâ per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vilo meo discrimine eum pati in tenebris vltius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc
in volumine mentio facta est.

Deorum.

A Mor.	Mercurius.
Apollo.	Neptunus.
Bacchus.	Oracula.
Ceres.	Pluto.
Caelius.	Rhea.
Diana.	Saturnus.
Iuno.	Venus.
Iuppiter.	Vesta.
Mars.	Vulcanus.

Virorum Illustrium.

Gelon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniensis Senator clariss.
Ptolemaeus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

Aeneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetae frater.
Amphinomus.
Amyelas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asinus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonius.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.

Dinostratus Menechmi frater.

Epicurus, & sequaces.

Eratosthenes.

Euclides.

Eudemus.

Eudoxus Cnidius.

Eutocius Ascalonita.

Geminus.

Hermotimus Colophonius.

Heron.

Hesiodus.

Hippias Eleus.

Hippocrates Cous.

Hippocrates Chius.

Homerus.

Ioannes Grammaticus.

Interpres Hesiodi in Theogonia.

Leodamas Thasius.

Leon.

Marcus Antonius.

Marinus.

Menæchmus.

Menelaus.

Neoclides.

Nicomedes.

Oenopides.

Orpheus.

Pappus.

Perseus.

Philippus Mendæus.

Philo Academicus.

Philolaus.

Plato.

Plotinus.

Plutarchus.

Porphyrius.

Posidonius.

Ptolemæus Primus.
Ptolemæus.
Pyrrhonij philosophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Milesius.
Theætetus Atheniensis.
Theodorus Cyrenæus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis discipulus.

E L E N C H V S L I B R O R V M,
 qui in eodem hoc volumine
 citati sunt,

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
 Bacchæ Philolai.
 Ciuilis, vel de Regno Platonis.
 Commentaria Procli in Timæum Platonis.
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis.
 Commentaria Eutocii Ascalonitæ in libros
 Conicorum Apollonii.
 Commentaria Eutocii in Archimædem.
 Cōmentaria Simplicii in lib. Physic. Arist.
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
 Compendium Elementorum Aneæ Hie-
 rapolitæ.
 Critias Platonis.
 Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
 Elementa Musicalia eiusdem.
 Elementa Hippocratis Chii.
 Elementa Leontis.
 Elementa Hermorimi.
 Elementa Theudii.
 Epinomides falso Platonis ascriptus.
 Εργα, καὶ ὑμνοὶ Hesiodi.
 Gorgias Platonis.

Liber Archimedis de Circuli dimensione.
 Liber Archimedis Aequiponderantium.
 Libri Archimedis de Sphæra, & Cylindro.
 Liber Aristotelis de Lineis infecabilibus.
 Liber Arist. de Diuinatione per somnum.
 Liber Arist. de Sensu, & Sensibili.
 Libri Arist. Resolutorij.
 Libri Metaphysicorum Arist. XIII.
 Libri Arist. Moralium Nicomachiorum.
 Libri Arist. de Partibus animalium.
 Libri Arist. Physicorum.
 Libri Arist. de Anima.
 Libri Arist. de Cælo.
 Liber Eudemi de Angulo.
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemi.
 Liber Euclidis Mendaciorum, siue Falla-
 ciarum.
 Liber Euclidis de Diuisionibus.
 Libri Corollariorum Euclidis.
 Libri Platonis de Rep.
 Libri Platonis de Legibus.
 Liber Hippocratis Chii de Locis.
 Liber Procli de motu.
 Liber M. Varronis de lingua latīna.
 Liber Ptolemæi, cui titulus est, A minoris
 bus quàm duo recti pductas coincidere.
 Liber Apollonii de Cochlea.
 Liber Apollonii Conicorum.
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura
 Lunulæ.
 Liber Io. Grammatici contra Proclum.
 Libri Theurgicæ.
 Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
 Libri Geometrici Menæchmi.
 Libri Geometrici Dinostrati.
 Libri Geometricarum enarrationū Gemini.
 Libri Vitellionis.
 Meno Platonis.
 Miscellanea Porphyrii.
 Odyssea Homeri.
 Opusculum Plutarchi de vitanda vsura.
 Parmenides Platonis.
 Perspectiua Euclidis.
 Phædo Platonis.
 Phædrus Platonis.
 Philebus Platonis.
 Quæstiones Philippi Mendæi.
 Rituales Platonis.
 Sophista Platonis.
 Specularia Euclidis.
 Symposium Platonis.
 Theætetus Platonis.
 Theologumena Arithmeticæ.
 Theogonia Hesiodi.
 Theologia Orphei.
 Timæus Platonis.
 Vita Periclis à Plutarcho tradita.

F I N I S.

PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Essentiæ medietate

Cap. I.



MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, à simplici quæ essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompositas, & indiuisibiles substantias: & partibiles, atq; in multiplicibus compositionibus, varijsque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea vitur, & quæ ab alijs principijs alia preparat, inferiorem ipsi dat ordinem, eo ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfecte constituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectualem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnus formæ ratione se coniungat, resque ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partibilibus autem, postremamque naturam sortitis, & Sensibilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nata est: Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partibilibusque superioribus, cogitationem. hæc enim sciente quidē, supremaque scientia inferior est, opinione autem perfe-

Cōclusio
vniuersa-
lis.

Cōclusio-
nis pbatio

Platonis i
Repu. &
alijs i lo-
cis cogni-
tionis di-
uisione.

A etior,

Eorū, quę
sub cogni-
tionē ca-
dunt diui-
sio.

ctior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisq; impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod contuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quę diuisa sunt, ad mentemq; refert. Quemadmodum igitur ipsę inter se distant cognitiones, ita sanē & quę sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnus formę existentis omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentijs. Mathematica autem, & omnino quęcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cum ea quidem, quę intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cum materię sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione præsent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentis notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quę sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumq; in vnum coactam, & impartibilem, & fecundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientem quę imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animę notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohæreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præsentia huiusmodi esse intelligatur. Medium vtiq; complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quę circa materiam partibiles fiunt.

† progre-
diedi.

Epilogus.

De hisce
duob; re-
bus, & vni-
causa, vide
Platonē, i
Philebo.

Communia eorum, quę sunt, Mathematicęquę Essentię
principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hisce
duob; re-
bus, & vni-
causa, vide
Platonē, i
Philebo.

Principia autem totius Mathematicę Essentię considerantes, ad ipsa regredimur principia, quę per ea omnia, quę sunt permeant, & omnia à seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his namq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendere potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est, illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinitoq; participat. quippe quę propter quidē vnionē, & idētatē, firmāq; ac stabilem

Quo intel-
lectilia ge-
nera his
principiis
participet

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nāciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectibus, occultisque principiis: verum etiā ex ijs, quę ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quę sunt ornatus, & varietatem, quę in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanē in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibētur verò ab ea, quę Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit, omnia tamen quę diuiduntur terminata sunt, totiusque pariculae actu finitę existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendere non posset (quibus sanē ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimē possent, neque omnes eorum, quę sunt rationes in seipsis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, & † eam quę ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quęcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllę horum essent scientiæ: nec firmę, ac certę comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quę sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principiis opus est. Postrema verò, quęque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifeste videntur. Infinito quidem quò ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verum quòd eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quę & eorum omnium, quę sunt, manifestum est.

Quo Mathematica gēa ex his orta sine principiis.

Arguit se cūdo hypothetico rū modo quòd Finis, & Infinitū Mathematica rū Essentia rū principia sint.

† eum qui are ipsū est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principiis fruantur. Epilogus.

Quęnam sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodē sanē

A 2 modo

Diuina sci-
entia.

Cōmunes
Mathemā-
ticę confi-
deratiōes.

Socrates i
8. de Rep.
idē inferi-
i cap. 8. &
i com. 13.
libri 2.

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintque tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiusmodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemque Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisque oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodque horum naturam quādam habet cōmunem, sui que simpliciore præbet cognitionem. Atque pulchritudo quoque, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atque dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemque modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunque iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quæ potentis illis subiiciuntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cunctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque Numeris obfirmauit, in quibus sanè mensurę quoque vbertatis, huicque contrarię sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-
nis pro-
batio.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neque postremò, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateque, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoque ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur. dicat enim Geometra quod quatuor Magnitudinibus proportionalibus existentibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quod quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alterna-
tim

tim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositarumquē Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multæ communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeo quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quæ sunt ynam, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quæ scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thegeteto Socrates iocosa serijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quæ in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subiiciuntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatæ primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia hæc neq; à naturali Sciētia, neq; à Mathematica cognoscuntur, sed à Diuina.

Diuina Sciētia oīum Scientiarū capacissima, quam Ari. dominā Sciētiā rū vocat i prio post. tex. 23. Socrates in Thegeteto.

Epilogus. Priā Philosophia, quā Plato Dialecticā vocat i se primo de Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Mathematicas. Cap. V.

Posthæc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio Platonis i septimo d' Rep. & alijs locis.

buit . nam eorum , quę sunt , alia quidem intellectilia , alia verò sensilia ponens . rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia , alia cogitationi subiecta . & sensilium alia quidem sensilia , alia verò coniecturalia , intellectilibus quidem (quę sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam : ipsæ autem , quę cogitationi subiecta sunt , cogitationem : sensilibus verò , fidem : coniecturalibus autem , coniectandi vim . & eandem rationē coniectandi vim ad sensum habere ostendit , quam habet cogitatio ad intelligentiam . vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit , dum in aquis , & alijs corporibus perspicuè imaginem referentibus inspiciuntur . quippe quę postremā quodāmodo in aquis sortita sunt sedem , & simulacrorum verè facta sunt simulacra . similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit , quę à primis , & simplicibus , & impartilibus formis in multitudinē , diuisionemq; sunt delapsę . Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus : intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit . Si igitur Mathematicę res necq; impartibilem , ab omniq; diuisione , ac varietate separatam substantiam sortitę sunt , necq; eam , quę sensu deprehenditur , & multis mutationibus obnoxiam , & quacuncq; ratione diuisibilem , cuilibet manifestum est , quòd iuxta suam essentiam cogitationi quidē subiectę sunt : cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis præest , sicut sensilibus sensus , & coniecturalibus coniectandi vis .

Cognitio nū ppor- tio secūdu Platonē .

Mathematicę res cogitationi subiectę sūt , & Cogitatio est instrumentū iudicās ipsas .

Socrates i septimo d' Rep .

Idē superius cap . primo .

Epilogus .

Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harū cognitionem prima scientia determinat , euidentiore verò eo appulsu , qui in opinione positus est . nam id quidem ultra intelligentiam obtinent , vt quod euolutum est , & progrediendi vim habet contēplentur : ea verò , quę in ipsis reperitur rationum stabilitate , quę etiam confutari non potest , opinionem superant . & quòd quidem ex suppositione ortum trahāt , id sortitę sunt , iuxta primę scientię diminutionē : quòd verò in ips formis constitutę sint , quę sine materia existūt , iuxta perfectiorem sensilium cognitionem . Instrumentum itaq; aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale , nempe cogitationem ex sententia Platonis , statuimus . quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit , ab intelligentia verò superatur .

Quę nam sit Mathematicorum generum , ac formarum
essentia , & quomodo subsistat Cap. VI.

Questio . SEquitur autem , vt consideremus quę nam dicenda sit Mathematicarum

ularum formarum, generumque essentia, & vtrum à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in communem vnā rationem : an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. . Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremo in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis : hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est impossibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educentur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ipsæ autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit? vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas? vbi semper stabiles Laterū rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmista sunt, nullum quæ in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nā modo igitur immobilibus rationibus ex ipsis, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmam quæ attribuemus essentiā? quidquid enim ab ipsis, quæ mouentur ortum ducit essentia, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adiciemus? quæ quid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verum si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quedam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta: si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamque gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est metitur? quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, q̄ est Aristotelis. Secunda opinio, q̄ est Platonis. Prima opinionis cōfutatio. Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Conclusio argumenti. Alia questio. Prima opinio, quæ est Platonis. Secunda opinio, q̄ est Aristotelis eiusque cōfutatio. Primum argumentum.

Cōclusio
primi ar-
gumenti.

Secūdum
argumen-

Cōclusio
secūdi ar-
gumenti.

Tertiū ar-
gumentū.

ducit varietatem. Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neq; à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius vtique animæ partus, ac foetus, permanentes, æternasquæ patefaciunt formas. Secundo, si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstraciones, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusquæ formis: causas enim vbique demonstratiōibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationē dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quòd demonstratiōis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur: & eorum, quæ cogitatiōi subiūciuntur essentia, potius quàm sensiliū essentia cognatiōis demonstratiōibus, magisquæ affinis ostendatur: nam neque si quis (vt dici solet) demonstrarit Acquirus duobus Rectis equales habere Angulos, & Acquilaterum, & Scalenum, is quodāmodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstratiōem, quàm particulare. itemquæ demonstratiōes ex magis vniuersalibus cōstant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstratiōes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntquæ causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, vt quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraquæ sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplantur, quæ à cogitatione comprehenduntur, quæquæ perfectiora sunt rōis, quæ à sensu, opinionequæ cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quòd animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæquæ magis esse dicuntur, manifestioraquæ à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animā imbecilliolem, inferioremqûe materia non ostendunt: tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipue sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur: necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitatiōem factæ sunt. Quonā pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisquæ essentiæ primò est particeps, & hinc cognitiōe,

gnitione, totaque vita repletur, obscuriores recipit formas suas, quæ ab
ultima eorum, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima reci-
piuntur sede? Verum enimvero huic quidẽ occurrere opinioni, quæ se-
pe à plerisque exagitata, ac convicta fuit, superuacaneum fuerit. Quod
si neque per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, ne-
que per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque
prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est vitæ animam aut
à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem
à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectuum erunt formarum
imagines? quomodo inter impartibilem, partibileque naturam fue-
rint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quo-
modo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum
exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, ac
mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in
ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam
aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet
materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus forma-
rum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à
mente, hæc producere, ipsamque formarum plenitudinem esse,
quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad
Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque var-
cua ipsa anima, imò semper scripta, seseque suapte natura describens,
cùm à mente quoque describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iux-
ta mentem ipsa priorem seipsam conuolvens, imagoque illius, &
adumbratio ex inspecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo co-
gnoscat, anima quoque cuncta animando, & si illa per exempla, & ani-
ma per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod
nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis
constituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit propor-
tionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum princi-
pia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa
existentes ceteri intelligenter. Cunctæ igitur res Mathematicæ primum
in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur:
& ante apparentes Figuras, Figure animales: & ante ea, quæ cõcin-
nata sunt, harmonicæ Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mo-
uentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vber-
tas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, &
à proprio producit principio, & vita seipsum explet, ab opificeque
sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promittit ra-
B tiones,

Cõclusio
primæ
ex his, quæ
dicta sunt:

Primum
mẽbrum.
Scũdũ.
Tertium.
primi mẽ-
bri cõfu-
ratio.
Primum
Secundũ.
Tertium
argumẽ.
Secundi
mẽbri cõ-
fũtatio.
Primũ ar.
Secũdũ.
Tertii mẽ-
bri cõfir-
matio.
Cõclusio.

Digressio
cõtra Ari-

Cognitio
animæ dif-
fert à co-
gnitione
mentis.

Plato i Ti-
mõ an-
imæ ex om-
ni Mathe-
maticis
formis cõ-
stituit.

+ vitales

Quo Mathematicæ res in anima intelligē sint.

Timæus.

Pulchrū.

causam.

Epilogus.

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque formis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimensione sunt idea corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūque causas in ipsa collocavit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & solidorum septem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū essentiam in ipsa præexiterunt. Figurarum autem principia, secundum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusque circularis principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouolensque cogitatio, omnem Mathematicarum scientiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem semper, aliaque post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes explicans. cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infinitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitque Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, & quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

Superi^r in cap. 4.

Opus Mathematicæ scientiæ.

Medietas Mathematicæ sciē.

Verū post Mathematicarum formarū essentiam, ad vnā ipsarū scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus, & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quousq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicæ scientiæ cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. neq; sanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm, & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuiusmodi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidē cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas eorū, quæ ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus a recordatione quidem sumit initium, in intimas verò definit rationes, & excitatur quidē a posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū essentiam. nec immobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec motu locali

in locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non utpotē ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, ut sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasq; cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cū enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quō ad comprehētionem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamq; partibiles sortita sint ordinem, iurē sanē (ut arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum scientiæ duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemq; cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secūda: à principijsq; multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quę rerū sensiliū absolutiōnes sunt, natureq; iungitur, & multa vnā cū naturali scientia demonstrat. quemadmodū porrò ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumq; rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuā, & Speculariā produxit cōsiderationē, aliasq; multas scientias, quę sensilibus implexę sunt, per eaq; operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quę in progressibus feruntur cognitiones, suaq; genera, & formas perficit, illisq; assimilat esētis: necnō de Dijs ipsis veritatē, & de ijs, quę sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Vig, quib;
precedit sci
entia Ma
thematica

Duplices
Mathema
ticę sci
entię vires.

Principia
Mathema
ticę sciē
tię vni &
Multitu
do, & Fi
nis, & In
finitum.

Progres
sus sciētię
Mathema
ticę, atq;
regress^o.

Extrema
cōsidera
tiōes Ma
thematicę
sciētię.

Epilog^o.

De vtilitate Mathematicę scientiæ Cap. VIII.

POSTea verò scientiæ huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' ca
usā Timę
Mathema
ticam co
gnitiōē
erudiendi
viam ap
pellat.

† Circum
actionē.
Quid di-
cat Socra-
tes vide i
septimo d
Repu.

Despecu
Platonis
vide Pro-
clū in se-
ptimo de
Repu.

Socrates
in Phæd.

† Prælu-
dium.

Plotinus.

Dialecti-
cas. i. Me-
taphysi-
cas.
Utilitas,
quā affert
Mathe-
matica ad
Philoso-
phiam.
Ad Theo-
logiam.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad vir-
tutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfe-
ctam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque
oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Re-
publica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs
excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recrea-
ri, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem,
& à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id,
quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, &
vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque
retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam.
nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque,
ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectibus, per-
fecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper
diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem
seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tra-
dit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum
nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem eue-
ctionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitatio-
nibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam
sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibi-
les harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri qui-
dem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei
autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelli-
gentis cognitionis † reminiscencia est, & ad id, quod verè est, verita-
temque ipsam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectio-
nem proprii principij opus est. naturalis enim virtus, & ocu-
lum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso,
& eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi,
inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, vt cum natura assuescat
incorporea, cumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas ra-
tiones, prorsusque ad omniam eorum, quę sunt considerationem du-
cere oportet. Ceterum quod ad Philosophiam Mathematica præcipuam
affert utilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis
quoque mentionem faciamus, & quod Theologiæ quidem intelligen-
tes apprehensiones præparat. quęcunque enim imperfectis scrutatū dif-
ficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Ma-
thematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagi-
nes ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum si-
gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum regit disciplinam. talis enim est & vniuersus sacer, diuinusque sermo, & Philolai in Bacchis, totusque modus enarrationis Pythagore de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maximè confert, quippe quum rationum ordinem, quo Vniuersum fabricatum est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mundo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicem oppugnant, & conuenientia, consentientiaque ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaque elementa commensurabilitate vndequeque, & equalitate comprehensa ostenderit, per quæ totum quoque celum confectum est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, itemque proprios virtutisque eorum, quæ sunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbique ostendens, de omnium natura contemplationem Mathematicis nominibus patefacit, elementorumque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum lenitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quoniam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores fecundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & concinnos vite ministros, inconcinnitatēque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes. Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Rep. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indissolubilis perseuerantiæ, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ a ratione remotæ, affectibusque deditæ sunt. quod enim ad totam Mathematicā disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiā tradere, & non ad vnā quādam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est: per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mundo sunt colligantur: vnde hoc in Timæo.

Qua & causa usque Timæo contemplatione rerum naturarum Mathematicis explicet nominibus.

Ad Politicam.

Musæi s. de Repub.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, ut ait Cicero, & quod dicendum est comitariis nostris.

Ad mo-
ralem.Atheniē-
sis hospes
in 2. de
legibus.Socrates
in Gorg.Socrates
in 1. de
Rep.Ad cete-
ras scias,
& artes
utilitas
Mathema-
tica sciz.Socrates
in Philob.

Epilog.

is, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus moralem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordinem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus sanè Atheniensis etiā hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū insuper rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Figuris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demū excessus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ornatique effici-mur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinatę, intēperatęque vitę accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā æqualitatem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam interuallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū-tamen quanta cæteris quoque scientijs, atque artibus à Mathematica scientia prodeat utilitas didicerimus utique considerantes quòd contemplantibus quidem, ut Rhetoricę, atque huiuscemodi omnibus, quæcunque in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: necnon id, quòd ex primis, & medijs, atque vltimis ad eius similitudinem compleantur. Poeticis autem exempli loco rationes Poëmatum proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes proposuit. Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobiles que formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Philebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderandi indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Mathematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos terminantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varietas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæterasque scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit audientibus.

Quorundam obiectio contra Mathematices utilitatem,
ipsiusque solutio. Cap. VIII.

Prima o-
pinio.Secunda
opinio.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum proclives sunt propter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiæ dignitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque auferentes, tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtiliores sensilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipsa vniuersę spectan-

ſpectantur, verbi gratia Geodæſiam, hoc eſt terræ diſtributricem, Geometria: & vulgarem Arithmetica, Arithmetica, quæ in Theorematis eſt poſita: nauticamquæ Astrologiam, ea, quæ vniuerſe docet. non enim diſceſcimus, dicunt ipſi, diuitias cognoscendo, ſed illis vtendo, neque felices ſumus felicitatem cognoscendo, ſed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas ſcientias, quæ in cognitione, ſed eas, quæ in exercitatione verſantur, prodeſſe fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, iſi, qui in contemplatione ſola verſati ſunt, ad vſus humanos omni ex parte ſunt præſtantes. Aduerſus itaque eos, qui hæc dicunt, reſponſum daturi ſumus, Mathematicarum diſciplinarum pulchritudinem quidem ab iſi oſtendentes, à quibus Ariſtoteles quoque nobis perſuadere conatus eſt. tria enim hæc potiffimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. ſiquidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indeterminatione iam in composito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate quæ ſe ſe mouente, & rationi diſſonante, & terminum illinc non ſuſcipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipſa in contrariis quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque exiſtit. Hæc autem in Mathematica ſcientia maxime inſpicimus, ordinem quidem, in poſteriorum ſemper, magiſque variorum ex primis, atque ſimplicioribus oſtentione, ſemper enim ſequentia præcedentibus annexa ſunt, & hæc quidem principi rationem habent, illa verò, conſequentium primas Suppoſitiones: conuenientiam verò, in conſonantia adinuicem eorum, quæ demonſtrantur, ad mentemque omnium relatione, cõmunis ſiquidem meſura totius ſcientiæ meſus eſt, à qua principia quoque accipit, & ad quam diſcentes conuertit: determinationem autem, in manebus ſemper, immobilibusque rationibus, non enim interdum quæ ſub ipſius cognitione cadunt aliter ſe habent quæadmodum opinabilia, atque ſenſilia, ſed eadem ſemper ſe ſe offerunt, intelligentibus quæ formis determinata ſunt. Si itaque pulchritudinis parandæ vim habentia, hæc præcipue ſunt, Mathematicæ autem res per hæc exprimuntur, perſpicuum quidem eſt, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque eſſe nõ debet, mente quidem ſcientiam deſuper illuſtrante, hac autem ad mentem properante, noſque à ſenſu ad illam transferre feſtinante? Eius autem

Fundamentum ſecundæ opinionis.

Reſponſio ad primam opinionem.

Tria ſunt, quæ pulchritudinem efficiunt ex ſententia Ariſt. 13. methaph. i cap. 3.

Quo tria hæc in Mathematicis ſunt.

Concluſio.

Reſponſio ad ſecundam opinionem.

tem

Socrates
in Thez-
terio.
Vide etiā
finē Me-
nonis.
Mathema-
tica scien-
tia pp se
experien-
da est.

Idēl supē
riori capi-
te.

Mathema-
tica scien-
tia ppter
vitā cōtē-
planrē est
experēda.
Fūdamē-
tū supē
ab anti-
Arist.

Cōclusio.

Idem ait
Arist. in
prio Me-
taph. cap.
primo.

† Sic

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, necq̃ necessitati studentes iudicare equum ducemus. sic enim ipsam quoq̃ contēplantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis separat, hæcquē minimē respicere, nec cognoscere appetit. Quod sanē Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auerit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitationem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathematicam igitur scientiam, ex ipsaq̃ contemplationem propter se expectendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet, ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est: ad ipsam enim nos deducit, animæquē oculum ad vniuersorum cognitionem præparat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contēplantem respicientes vtilem, vel inutilem dicimus, ita sanē Mathematicæ quoque finem ad mentem, vniuersamquē sapientiam referre oportet. Propterea quæ in ipsa quoq̃ est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur experi (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quod nulum cum sit quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum incrementi Mathematica contēplatio suscepit. Præterea verò, quia omnes in ipsa libenter versantur, voluntquē omnibus alijs dimisis in ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum cognitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimē degustarunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ, & quæcunq̃ cum materia operantur huiusmodi vsum cōsiderant) sed contrā eius immaterialitatem, ipsiq̃ soli quid boni esse admirandum, cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessassent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt, & non imerito. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuiquē cōiuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quæ animam ab ortu seiungunt, idquē, quod est, in memoriam redigunt.† Iurē igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia sunt, sensuiquē cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredimur. omnis nanque ortus, vitaquē animæ, quæ in se ipsam conuertitur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint. Apologus.

Alia quorundam Platoniorum contra Mathematicarum
vilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgentes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro scientiarum excludere, ipsamque tanquam principia sua ignorantem redarguere, & cui principium quidam sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ijs, quæ non nouit. His addent etiam quotcunque alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contemplationem obiecta fuisse. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quod ipse etiam Plato animæ purgatricem, sursumque ductricem Mathematicam esse perspicue asseuerat, quippe quæ caliginem auferat ab intelligenti cogitationis lumine, quod porius conseruandum est, quam infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quæque non solum Mercurialium, sed Minerualium quoque munerum est particeps: & quod ipsam ubique scientiam vocat, quodque exercitiis maximæ felicitatis causam. Verum quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen ab ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim presens erit mihi sermo. Scientiâ Plato plerisque quidem in locis, omnem (ut ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (ut arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ utriusque nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionem diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicui-

Argumentum ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Responso ad Platonicos.

Homerus in Odiss.

Explicat Platonis sententiâ.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophista. Socrates in Gorgia.

Plato is diuiso.

bi scientiæ nomen attribuit; experientijs autem nequaquam. res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem, quoniam pacto scientia esset? & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, scientia quædam est. Rursus itaque hanc quoque scientiam, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à scientia separat: Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, scientiam appellat. Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertem esse vult; alteram verò ex suppositione scaturire. & illam quidem, quæ suppositionis est expertis, vniuersorum cognoscendorum vim habere: ad bonum vsque, supremamque omnium causam scandere: finemque scandendi bonum illud sibi efficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè ad principium, sed ad finem tendere. & sic ait Mathematicam, tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere. vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs, alijs quidem propinquijs, alijs verò remotioribus constitutis. Nedicamus igitur quod Mathematicam à scientiarum numero Plato expellit, sed quod eam ab vniuersa scientia, quæ supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quod dicit ipsam sua ignorare principia, sed quod cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare. animam, siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit: aliquando aut, à generibus, quæ intelligentiæ subijciuntur motum ipsum recipere. quadrantque hæc inter se, ipsæ enim, quæ ab alio mouentur, quædam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sane modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta: est attamen scientia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint.

Quæ

Quo differat ars à scientia, ostendit Aristoteles sexto Moraliū cap. 3. & 4.

De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclum in 9. de Rep. et in principio, sed in fine esse.

De ru-
tio Argu-
menti.

Circa hoc vide Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conveniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē specie differentibus insunt, ut omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē predicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, ut in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quod si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. + Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilineis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt convenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quādam proprius proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, ut puta triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figuræ. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, utpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, convincique minime possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quivis scientia, arteque præditus convenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, ut de his pertractantem: cum verò, qui de intellectibus, stabiliisque essentia differit, rationes, quæ nec convinci, nec moveri quidem possunt. Confestim namque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, utpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moveantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in 1. de partib. animalium, & in primo Ethic. c. 3.

Termini, quibus Mathematicus iudicandus est. Primus terminus.

+ Illudque, cui id contingit, idē est in omnibus, Triangulum nempe, triangularisque ratio.

Secundus terminus.

Arist. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timæo.

Metaph. 8.

Idē vide
apud Ari
sto. secun
do Meta.
tex. 16.

Tertius
terminus.

Quo er-
ret Mathe-
matico d-
mōstrādo.

Quartus
terminus.

Triplices
debēt esse
Mathema-
ticę demō-
strationes

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiecto- rum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera ma- gis. ideo Arithmericam harmonica dicimus certiorē. Neque om- nino Mathematicam, cæterasque scientias iisdem vti demonstratio- nibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exigua ipsi- bus præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Ma- thematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demon- strant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrēt, vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Acquilaterū q̃ Acquicus. non spectat enim ad Mathematicum hæc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cum Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas qui- dem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspi- ciendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem at- tingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoq; Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaptat rationes. Verum de his quidem hætenus.

Quæ, & quot sint totius Mathematicę sciētie species iuxta
Pythagorcorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio
Mathema-
ticarū Sci-
entiarū ex
mente Py-
thagoræ.

Quotum,
& Quātū
pripalia
Mathema-
tices Su-
biecta.

DE partibus autem Mathematices posthęc determinandum, quæ, & quot numero sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciē- tiarum quoque magis particularium differentias per species conside- rare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius par- tem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere di- xerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut stare

stare, aut moueri. & Arithmetica quidem quod per se est Quorum contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quantum quatenus immobile est, & Sphericam quod per se mouetur. Considerare præterea hasce scientias Quorum, & Quantum non magnitudinem absolute, neque multitudinem, sed quod iuxta vtruncq; est definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit. Cum autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quorum, quod in sensibilibus ipsis est, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identitatemq; vnã cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad animam complendam rerum opifex suscepit, ex hisq; generibus ipsam constituit, quemadmodum Timæus nos docuit, dicendum quod iuxta quidem ipsius diuersitatem, rationumq; diuisionē, ac multitudinem consistens cogitatio, seseq; intelligens esse & vnum, & multa, Numeros profectò sibi proponit, producitq; horumq; cognitionem Arithmetica; iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cõmunicationē, colligationemq; Musicam sibi cõparat, ideo etiã Arithmetica Musicam antiquitate præcellit, cum porro anima quoq; ipsa ab opifice prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rursusq; iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens, Geometriam ex se se deprompsit, vnamq; essentialē Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphericã mouetur nancq; ipsa quoq; per Circulos, consistit autē semper eodem modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hinc quoq; Geometria Sphericam, vt motum status præcedit. Quoniam aut cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditam formarũ conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hasce genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineq; infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omniũ siquidem principia, pariterq; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipsa cogitatione collocauit. cum enim tota ad seipsam similium partium sit, & vna, atq; indiuisibilis, rursusq; diuisibilis, formarumq; ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis essentialis ex ipsis intellectibilibus est particeps. verũ intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, rationesq; varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentiæ hasce constituere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitas

Quo Quorum
& Quantum à
Mathematico
consideretur.

Digressio.

Ex quibus Ani
mã cõstituat o
pifex ex Timæi
sententia.

Quo cogitatio
Mathematicas
producat scias.

Anima prius è
diuisa, postea
collecta ex mē
te Platonis in
Timæo. & ideo
Arithmetica p
cedit Musicam.

Geometria præ
cedit Astrono
miã, quia motu
prior est status

Cur dicant Py
thagorei Ma
thematicam cir
ca finitum ver
sari.

Cogitatiois in
telligentiæ iuxta
suum Finem Ma
thematicas sciẽ
tias cõstituerũt

Infini-

Epilogus.

Infinitatem . mentis siquidem imaginem afferunt , non autem vitæ .
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia , & quatuor sciētiarum diuisio .

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex
mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathema-
ticarum Diui-
sio, ex Gemini
sententia .

Mathematicæ
scientiæ partes .
Arithmetica .
Geometria .
Mechanica .
Astrologia .
Perspectiua .
Geodæsia .
Canonica, siue
Regularis .
Supputatrix .

Excluditur Ars
militaris à Ma-
thematicis sciē-
tiis, & aliæ .

Hippocrates
in lib. de locis .

Quomodo Ma-
thematicis Ars
militaris utat̃ .

Geometriæ duæ
sūt species, Pla-
norū considera-
tio, & Stereo-
metria .

Rursus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathema-
ticam censent, sicuti & Geminius . & vnam quidem eius partem in
intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt,
hæcque attingere . Intellectilia utique appellantes quascunque in-
spectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans for-
mis . Atque eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè
primas, præcipuasque ponunt partes, Arithmeticam, & Geometriam;
eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Me-
chanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiā, Canonicam;
atque Supputatricem . Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad
instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci (*ἡγεμονική*)
vocant, vnam aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non
censent, ut quidam alij voluere, sed ut eam volunt, modò quidem
arte supputandi, ut in enumerandis legionibus: modò verò Geodæ-
sia, ut in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spa-
tijs . Quemadmodum porro eo magis neque historiam scribendi, ne-
que medendi artem Mathematicis partem vllam esse dicunt, licet se-
penumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis utantur
Theorematibus . Rerum quidem gestarum scriptores, vel Clima-
tum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel
Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res
in arte sua huiuscemodi vñs dilucidando . nam utilitatem, quæ in
Medicinā ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit;
ac ferè omnes quicuncq; aliquid de opportunis temporibus, locisque
dixere . Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis ope-
ram accommodat, Mathematicis quidem utetur Theorematibus,
nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem vo-
lens, quæ numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra
suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā
Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli,
vbi plurimam apparere cupit . Cum autem hæc sint totius Mathema-
ticæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtem-
plationem, & Solidorum dimensionem, quæ Stereometria vocatur .
siquidem

siquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio, quoniam neque figura [†] ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparer, aut dimidat. Idem Arithmetices distributio est in Numerorum lineariū, & planorum, & solidorum contemplationem. Species nanque Numeri per se se considerat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad tertiam vsque accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similes in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passionēs, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (*μᾶλιν*) quasdam, & (*qualitates*) appellans. & nullum quidem concedit esse minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi promensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque communis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque Canonica a Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorij tanquam Lineæ vititur, & Angulis, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earū apparentiarum, quæ aliter quàm sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atque alios situs, & distantias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquam Circulorum aspectionis: & in vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est vmbrearum designatrix appellatur, quæ ostendit quā fieri possit vt ea, quæ in imaginibus apparēt, haud inordinata, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cōcinnentiarū considerat rationes, Regularū sectiones reperiens, sensusque vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti

Pulchrum.
† in his.

Principale Geo-
metriæ officiū.

Tres Arithme-
ticæ partes, li-
nearium, & pla-
norum, & soli-
dorum Nume-
rorum confide-
ratio.

Geodæsia, &
Supputatrix eo-
dem modo di-
uidentur, quo
Arithmetica, &
Geometria.

Quæ Geodæsia
& supputatrix
considerent.

Canonica intel-
lige esse Musi-
cam.

Tres totius Per-
spectiue partes

Perspectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid
consideret, de
qua Plato in 7.
de Repu.

aures

**Mechanicę par-
tes.** aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porro, quas hucusq; enume-
rauimus accedit ea, quę *Mechanica* nuncupatur, pars & ipsa quędam
existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materiæ-
**Instrumento-
rum effectrix.** quę coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quę
(*δυναμικὴ*) vocatur, eorum inquam, quę gerendis sunt bellis ido-
nea, qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-
**Miraculorum
effectrix, quę
triplex est.** ra, mariquę obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quę
(*θαυμάσιος*) dicitur, quippe quę alia quidem spiritibus maximo
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron
Timæus. operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inæquili-
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus
etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisque animatas conuolu-
**Æquibrantiis
& centropo-
derantium co-
gnitio.** tiones, ac motus imitantibus. Sub *Mechanica* demum est & æquili-
brantium omnino, & eorum, quę centropōderantia vocantur, cog-
nitio: nec non (*σφαίρικα*) hoc est Sphęrarum effectrix ad celestium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiā fabricatus
est: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua autē
**Sphęrarum ef-
fectrix.** *Astrologia* est, quę de mundanis edisseri moribus, de corporum ce-
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquę
distantijs, ac de omnibus, quę huiuscemodi sunt, multa quidem à
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-
**Astrologiæ cō-
siderationes, &
partes.** municans. Huius autem vna pars est *Gnomonica*, quę in horarū di-
mensione positu Gnomonum exercetur. Altera est *Mertheoroscopica*,
Gnomonica. quę eleuationum differentias, siderumquę reperit distantias, necnon
multa alia, & varia *Astrologica* perdocet Theoremata. Tertia pars
**Mertheorosco-
pica.** est *Dioptrica*, quę sanè quinq; Solis, & Lune, cæterarumquę stellarū
distantias huiuscemodi *Dioptrici* dignoscit instrumentis. Talia de
**Dioptrica.
Epilogus.** partibus quoque *Mathematices* à priscis tradita, memoriæquę prodi-
ta suscepimus.

Quomodo *Dialectica Mathematicarū* scientiarum vertex sit, & quę
sit ipsarum coniunctio ex *Platonis* sententia. Cap. XIII.

AT quę hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto *Pla-*
**Plato in 7. de
Repub.** to *Dialecticam Mathematicarum* disciplinarum verticem, siue fa-
stigium in libris de *Republica* nuncupauit, & quę nam ipsarum
coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui *Epinomidem* compo-
suit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione
**Vide Epinomi-
dem, qui Plato
ni ascribitur.** superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-
nemq;

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sanè modo Dialectica quoque purissima Philosophiæ pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientiis varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sanè adiuta, & perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, voluntaturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiæque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendat: compositiones insuper, quæ ex principijs producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia consurgunt, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, non vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidem proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciori quodam modo in seipsam cōplectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc ijs, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentijs suis

Cōiunctio
Mathema-
ticarū, nō
est, propor-
tio, vt vo-
luit Era-
sthenes

Secunda
Mathema-
ticarū cō-
iunctio.
Plato in
Repub.

D. reducit

Tertia Ma-
themati-
carum cō-
iunctio.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliquè reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumquæ varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudinēquæ, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum[†] cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis[‡] longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

† progressū.

Finis opti-
mus, Mēsli.

‡ ipsum
optimum.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in
Memnone

Socrates in
Memnone.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumquæ disciplinarum vnde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellationē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cum perspexissēt quidē, q̄ omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscētia est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaquæ veluti quæ in opinione posita est cognitio, verū excitatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumquæ perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscētiæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscētiā esse facillimè cōprobabit. Vnde porro Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quā animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quā cogitans animæ pars: hæc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se aſtea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promit autem vnāquāq; cum impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fluctunt.

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipfos fit conuersio-
 nis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est expers
 cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus
 obnoxium, eius, quæ nullis affectibus lēditur actionis est impedimen-
 tum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in
 ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus:
 & actu scientes esse: & essentialē cognitionem depromere. Dum
 autem vincti, captiuiquē sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo
 modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc
 itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū
 reminiscētia est. Mathematica quē (hoc est disciplinatiua scientia, vt
 sic exponā) propter hanc ea cognitio potissimū nuncupatur, quæ
 nobis ad earū rationū reminiscētiā maximē confert. Et opus igitur,
 atque officium huiusce scientiæ, quale porro sit à nomine fit manife-
 stum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intel-
 ligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū
 essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab
 ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate pro-
 ueniunt: ad Dei planē similitudinē huius scientiæ præsidis, qui in-
 telligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, &
 animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & in-
 quisiitione ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, pu-
 ræquē mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanē nos quo-
 que præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplatio-
 nem perscribemus.

Opus Ma-
 themati-
 ces à noīe
 fit mani-
 festum.

Opus Ma-
 themati-
 ces, simile
 est operi
 Dei.

P R I M I L I B R I F I N I S .

D a Procli

P R O C L I D I A D O C H I

IN PRIMVM EVCLIDIS

ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.

Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &
quænam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus
eorû, quæ
in prio li-
bro dicta
sunt.



Dubitatio
bimëbris.

Primû mè
brum.

Primû ar-
gumentû.

Secundum
argumētū

OMMVNIA quidem, ad omnemque Ma-
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-
monibus perspeximus, & a Platone non dissen-
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-
sentem pertinent tractatum colligentes. Posthec
autem consequens est, ut de ipsa quoque Geome-
tria, deque proposita Elementorum institutione
differamus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quod
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post
Arithmetici secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-
gnosci potest, ab Arithmetici rationibus determinatur) à veteribus
dictum fuit, nec longo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-
teriam consideraremus, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam
cognoscentis, utilitasque ab ipsa proveniens, nec non illud, quod à
discipulis comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,
de quibus Geometria differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-
ctuum inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus
vnumquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non
pro-

profundam superficiem, vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarum q̃ basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cum sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniq̃e sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnā cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumq̃e sint progressa? Quod si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæq̃e puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoq̃e interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnā cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumq̃e secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumq̃e, & figurarum accretiones, atque decreiones, vtpota triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectorum linearum contactus? Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam q̃ Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereq̃e à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūq̃e plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereq̃e tale, quod existetiam quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisq̃e dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterq̃e consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisq̃e gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoq̃e multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt cenfeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemq̃e, subsistunt.

Tertiū ar-
gumētumSecundum
membrumPrimū ar-
gumētum.
Secundum
argumētū
Tertiū ar-
gumētū.Quantum
argumētū
ab auctori-
tate Plato-
nis in 7. de
Rep. vide
etiam Arist.
2. physico.
& 3. de aia
Solutio.Diuisio ip-
sius vniuer-
salis.

Triplices
vniuersa-
les forme
sunt.

Duplex
materia
ex senten-
tia Arist.
i 7. meta.
35. & 39.
Duplex
vniuersa-
le, quod in
multis est

Arist. 3. de
aia, tex.
20.

Plato in
Timæo.
Phantasia
media est
inter sen-
sū & mē-
tem.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluiam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quæquæ in multis est, & particularia compler, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusquæ participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est: vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt: altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia participant: alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasie multitudinibus subsistat. Phantasia namq; propter motum formantem, atque eò quod cum corpore, & in corpore subsistit: partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talē sortitū est existentia. Vnde sanè & mentē passibilem eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā modo non impassibilis est, nec materiae expert? Sin autem cum passione agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligentiquæ naturæ competit: passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumquæ expertes sunt: intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omni quæ impressione, ac passione aliunde adueniente immunes. Vltimæ verò, per instrumenta sese exercent, & passiones potius sunt, cognitiones extrinsecus admittentes, vnaquæ cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promittquæ id, quod sub cognitionem cadit: eò autem q̃ extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quædam est, & forma intelligentiæ. Circulum q̃ vnà cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidē materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atq; idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum neq; in sensilibus. Simul namq; apparet distantia, maius q̃, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquenq; etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibi inuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectibili, altera verò in sensibili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa consedit natura. Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnius in ipsis existentis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cœlo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt namque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & è contrario impartibilia, impartibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, experta magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantum, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cum de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponēs, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est
circularis,
& triangu-
laris ratio.

Geometria
vniuersale
illud consi-
derat, qd'
in imagina-
bilibus di-
tributū ē.

rò, qui in Geometria est circulus) verum vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium verò demonstrationes facere. Cum enim cogitatio rationes habeat; nequeat autem eas contracte perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à sensilibus separationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decucurrit, cum cogitatio ipsa ad exteriora inspicat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus utatur, à seseque ad exteriora moueatur. Quod si vnquam cum interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atque vniuniformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentielles, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porro Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eum transitum, qui à phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibili que mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est, Per quam cuncta sine interuallo cernet, & sine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo sunt multiangula, omniaque in omnibus, & vnumquodque seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcirco igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper utimur, huiuscemodique ex hac distantis. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenita, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verum quæcunque etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio est: à quo autem pro-

Idè vide
superius i
lib. I. c. I.

Optimus
finis Geo-
metrici
studij, &
doni Mer-
curialis
opus.
De Caly-
psone vi-
de Plutar-
in opusc.
de vitæ
vltura.

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quâ plurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subiiciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timæo, & ia 7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.

Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumque Positionum, ac Motuum cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediens, ad Solida autem vsq; descendens, multiformesque ipsorum differentias inueniens. Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad horum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præiua sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vñs utens. In principiis quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definiēti- busque orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demōstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidētibz, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque .n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque passionis sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Tria i vna quæque scientia requirunt subiectum Accidens, & Principium.

E qui-

quidem cōmunia sunt omnibus (licet singulæ propriè ipsis in subie-
 cta sibi vtantur materia) genus verò , & per se accidens diuersum ,
 Geometrię igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Cir-
 culi, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ
 autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates,
 Applicationes, Excessus, Defectus , huiusmodi omnia . Petitiones
 verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat : illud, à quocunq;
 signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere . Et illud , si ab
 æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæ-
 que his cōsequentia sunt. Vnde etiā non omne Problema, nec Quæ-
 situm omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt
 principijs . Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit : conuincetur
 vtique vt Geometra . Quæcunque autem non ex his, haud Geome-
 trica quidem, verum à Geometrica contemplatione sunt aliena . Et
 hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum il-
 lud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum
 dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus , non autē
 à Geometrię principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs,
 sed peruersè, vt si quis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geo-
 metria quocq; instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus digno-
 scere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à
 principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redar-
 guere possumus prout errant, hanc habēt promissionem. Alia nanq;
 Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim
 de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimum distant? Certior
 nanq; alia, quàm alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à
 simplicioribus emanat suppositionibus, quàm ea, quæ magis varijs
 vtitur principijs : quæque dicit propter quid, quàm ea, quæ tantum
 rem ita se habere cognoscit : & quæ circa intellectilia versatur, quàm
 ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hæc certitudinis definitiones, Arith-
 metica quidem, Geometria certior est : eius siquidem principia sim-
 plicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidē, positionis est expers: Pun-
 ctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positionē
 susceperit, Geometriæ principium est: Vnitas verò, Arithmeticæ.
 Geometria autē certior, quàm Sphærica : & Arithmetica, quàm Mu-
 sica. Hæc nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorema-
 tum, vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quàm Mechanica, Per-
 spectiua, ac Specularia : quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt.
 Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum prin-
 cipijs

Geome-
 trię subie-
 cta.
 Geome-
 trię acci-
 dentia.
 Geome-
 trię prin-
 cipia.

Quæ sint
 quæta Geo-
 metrica.

Quæ sint
 quæta nō
 Geometri-
 ca.
 Duplex ē
 quæta nō
 Geometri-
 cum.

Geome-
 tria nobis
 exhibet in-
 strumenta
 iudicandi

Aristo. 1.
 post. 1. 42.

Arithmeti-
 ca certior
 est q. Geo-
 metria.
 Geome-
 tria cer-
 tior quàm
 sphærica,
 & Arith-
 metica, q.
 Musica.
 Geome-
 tria cer-
 tior quàm
 Mechanica,
 Perspecti-
 ua, &
 Specularia

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theorematum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit Arithmeticae: Geometriae verò minime. Sunt enim in ipsa rationes etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones secundum minus terminari, Arithmeticae proprium: in Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriae verò peculiariora sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuo reperitur. Quæ circa eas proportionem, quæ exprimi non possunt: ubi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmetica: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometria: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à tota Mathematica sciëntia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationum conuersiones, et cõpositiones, ac diuisiones, hoc modo ambabus cõmunia sunt. Quæ verò cõmensurabilia sunt, Arithmetica quidem primùm inspicit: postea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuscemodi cõmensurabilia, hæc esse determinat, quæcunque rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum: utpote quod commensurabilitas in numeris præcipue subsistat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cõmensurabile: & ubi cõmensurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inspicit: iuxta proportionem autem ab ipsa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, transimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspicimus, veluti cum omne multiangulum à nobis in triangula resoluitur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cum quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à septenario duplus est, vno deficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriae principia differunt inuicem, & cõmunicant.

Quæ sint cõmunia Arithmeticae, & Geometriae theorematum, & quæ vtrique propria.

Cõmuniū theorematum distinctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs : propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam : hæc verò, ad aliam afferre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspicimus. Intelligemus sanē per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi : & cunctis suas accōmodare animaduersiones : & omnium formas in se continere : & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verè sunt circūspicere : & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dñs quidem conuenientes figuræ sint : quæ verò primis essentijs : quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes : & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit : ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionis : necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. E quibus sanē imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialēque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectuū generum : exemplaria verò sensiliū : suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentialē. Per hæcque veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricè verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus : & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendique vi : materiā verò attingens, multas à se se promit

mit scientias : vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā . Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs . Bellica etenim instrumenta , ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit . Et montium circuitus , locorumque situs cognitos fecit . Mensuras demum edocuit : alias quidem earum, quę in terra : aliās verò earum, quę sunt in mari viarum . Necnon Libras, Trutinasque construxit . Ex quibus æqualitatem iuxta numerum , certā ciuitatibus reddidit . Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit . Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia . Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur , cū nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat . Cū .n. omnes vnā Syracusij nauē illā protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit . Stupefactus autē ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est . Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse , cū corona, quam fabricatus est non solura, singulum cōmistarum materiarum pondus comperisset . Hęc quidem Antiquorū plurimi memorię prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes : & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometrię omnino cognitionem , vtilitatemque ostendentes .

Hierō Syracusius .

Gelonis corona .

Quis sit Geometrię ortus, quęque fuerint ipsius inuectores Cap. III.

ORTUS autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est . Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones . Nec nostris quidem temporibus primū , vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse , verū in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse . At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memorię proditum est, apud Aegyptios Geometriam primū inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit . Hęc siquidē illis necessaria fuit , propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis . Nec mirum videri conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quā aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium . Siquidem quod

Aristo. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emensione apud Aegyptios primū.

in

Apud Phœ-
nicias nu-
merorū i-
cepit co-
gnitio.
Mathema-
tici clari.
Thales Mi-
lesius pri-
mus, ab
Aegypto i
Græciam
Geome-
triam trā-
stulit.
Ameristus
Hippias
Pythago-
ras.

Anaxago-
ras.
Oenopi-
des.

Hippocra-
tes.
Theodo-
rus.
Plato

Leoda-
mas
Architas
Theætetus

Neoclides
Leon.

Eudoxus.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet
transitus. Quemadmodum ergo apud Phœnicias propter mercaturas,
atque cōmercia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sa-
nè apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
est causam. Cum itaque Thales primū Aegyptum petiisset, hanc
cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit,
multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidē
vniuersalius, alia verò sensibilibus attingens. Post hunc autem Ame-
ristus Stesichori Poetæ frater, tanquam qui Geometriæ studium teti-
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Elæus mentio-
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem
Pythagoras eā Philosophiā, quæ circa ipsam Geometriā versatur, in
liberalis doctrinæ figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans;
immaterialiterque, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sa-
nè eorum etiam, quæ explicari in Geometria non possunt tractatio-
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò
secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam per-
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora ali-
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens
Hippocrates Chius, qui lunulæ qua draturam inuenit, Theodorusque
Cyrenæus insignes in Geometria euasere. Primus namque eorum, qui
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cum
his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Ma-
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter
ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse sese
manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-
quētia: & ubique excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas
Tarentinus, & Theætetus Atheniensis: à quibus theoremata aucta
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quæ
superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa
quoque construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter
vsum eorum, quæ in ipsis ostenduntur: & determinationem inuene-
rit, quando scilicet quod queritur problema possibile sit, & quando
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,
sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,
quæ

quæ vniuersalia appellantur locupletiore reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumperat initium, in huberiores diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis usus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusque frater Dinostratus perfectiorem adhuc totâ fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiâ in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregiè, multaqué particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis nsdem temporibus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegeto prius edita fuerant, huberiora fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conscripsit. Philippus autem Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque in Mathematicis disciplinis incensus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicæ Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscribere, hucusque scientiæ huius perfectionem producant. Non multò autem his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thegeto reperta fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autem iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esset ne aliqua ad Geometriam capeffendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viâ regiâ, quæ ad Geometriâ ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, antiquior verò Eratosthene, & Archimede (hi .n. vno, eodemq; tēpore vixerunt, vt tradit Eratosthenes). Secta aut Platonius, huicque philosophiæ familiaris est. Vnde sanè totius quoque Elemētorū institutionis finē statuit, earū, quæ Platonicæ appellātur figurarū cōstitutionē.

Amyclas
Menæch-
mus.
Dinostra-
tus.
Theudius.

Cyzicinus

Hermoti-
mus.

Philippus
Mendæus.

Euclides.

Primus
Ptolem.
Archime-
des.

Eratosthe-
nes.

Platonicæ
figura.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina.

Cap. V.

Sunt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis
opera

Perspecti-
ua.
Specula-
ria.
Musica.
Liber de
diuisioni-
bus.
Geometri-
ca Elemē-
ta.

na, admirandę diligentię, perireque cuiusdam considerationis plena : Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad Musicam capeſſendam conducunt Elementares institutiones. Itemque de Diuisionibus liber. Pręcipue verò circa Geometricam Elementorum institutionem eum quiſpiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea aſſumpſit omnia, quę poterat dicere, ſed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis ſyllogiſmorū modos, alios quidē à cauſis fidem ſuſcipientes, alios verò à certis notis profectos : omnes autem inuincibiles, & certos, ad ſcientiamque accommodatos. Pręter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus : Definientem verò, in eſſentialibus rationibus : Demonstrantem autem, in hiſ, quę à principiſ ad quęſita ſunt progreſſionibus : Reſoluentem verò, in hiſ, quę ſunt à quęſitis ad principia reuerſionibus. Quinetiam varias conuerſionum ſpecies, tum earum, quę ſimpliciores, tum etiam earum, quę compoſitiones ſunt, in hac tractatione commodē eſt intueri. Et quę quidem tota totis conuerſi poſſunt : quę verò, tota partibus, & contrā : quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, diſpoſitionem, atque ordinem præcedentium, & ſequentium, vim, qua ſingula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à ſcientia elapſus, ad contrariumque mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanq̃ quę veritati adherent, quęque parientibus ſciētiam principiſ ſunt conſequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principiſ fluere errorem, rudioresque decipiunt, horum quoque perſpicacis prudentię Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inſpectionem aggrediuntur, ab omni que deceptione permanere immunes. Atque hoc ſane volumen, per quod hanc infert nobis præparationē (*παρασκευασιν*) hoc eſt Mendaciorū, ſive Fallaciarum inſcripſit. Quippe qui modos ipſarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem noſtram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experiētięque ipſi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendique vim habet. Elementaris verò ipſius peritæ Geometricarum rerum contemplationis inſtitutio, inuincibilem, perfectamque habet enarrationem.

Liber Mendaciorum,
ſive Fallaciarum.

Quod

Quod nam sit Geometrię Propositum.

Cap. VI.

QUod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ sunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometriæ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscētem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā eidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p
positum.Primum
Geometrię
PropositūQuorūdā
opinio.Secundum
Geometrię
PropositūArchime-
des.Apollo-
nius.Geome-
triæ totum
Propositū

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorū institutor vocetur.

Cap. VII.

Hoc ipsum autem (Stichioscos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,

Inscriptio.

F quā

Triplex
Theore-
ma.

Elementū
quid.

Elementa
re quid.

Theore-
ma.
Quid sit
Theorema
quod neq;
Elementū
est, neque
Elementa-
re.
Duplex E-
lementum
ex Menæ-
chmi fen-
tentia.

Petitione;
Theorema
tū Elemē-
ta sunt.
Cur Eucli-
dis Theore-
mata Ele-
menta vo-
centur.
Difficile ē
Elementa
cōstruere.

quam habet rationem, ut sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia verò Ele-
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicif-
sima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omni-
quæ dictio, atque oratio ex his constituta est: ita sanè totius quoque
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-
torumquæ accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendū,
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quod sua contempla-
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam,
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum quic-
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-
mentarium vim. Rursus autem Elementum (ut ait Menæch-
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-
firmatur Elementum est. ut Primum apud Euclidem Secundi,
Quinti quæ, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterum
alterius Elementa esse dicentur. Mutuò enim confirmantur.
Nam & ex eò, quod extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &
è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptionique huiusmodi
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in
quod cum sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verum ea, quæ
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum. Euclidis quoque
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-
do in Arithmeticis quoque, in Astronomicisque Elementares in-
stitutiones multi conscripserunt. Difficile autem hoc est, eligere
quidem, commodèquæ in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modum per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruentes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositum continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis comprehensionem sibi vindicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionem. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contemplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionem, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à communibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæsitam migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ipsidem vijs cognita fiunt, vt Scaleni, Acquirurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuersis
modis mul-
ti Elemen-
ta tradi-
dunt.

Condones
quæ requi-
runtur ad
optimam E-
lementorū
institutio-
nem.

Euclidis
Elemēta-
ris institu-
tio oēs iā
dictas ha-
bet condi-
tiones. Et
ideo om-
nes aliorū
institutio-
nes excel-
lit.
Cur quæ-
dā ab Eu-
clide præ-
termittant

Apollo-
nius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo,
Cap. VIII.

V Niuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto
F 2 nunc

Prima phi-
losophia.

Nulla scia
sua demon-
strat prin-
cipia.

Motus, vt
suppositio
principii ē.

Euclides.

Quo diffe-
rant inter
se Pronun-
tiatū, Peti-
tio, & Sup-
positio ex
sententia
Ari. 1. po-
ste. tex. 25

nunc edocebimus. Quoniam hanc scientiam (Geometriam inquā) ex suppositione constare dicimus, ex definitisque principijs reliqua, quæ sequuntur demonstrare (vna enim tantum absque suppositione est, reliquæ verò omnes ab illa sua assumunt principia) necesse est vtrique Geometricam Elementorum institutionem constringentem seorsum quidem scientiæ tradere principia, seorsum verò, quæ ex principijs fluunt cōclusiones : de quæ principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia consequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque scientia sua demonstrat principia, neque de ipsis verba facit : verum circa ipsa per sese sibi facit fidem, magisque sunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per sese, hæc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philosophus à definito rationes propagat principio, motum esse supponens. Ita Medicus, cæterarumque scientiarum, atque Artium vniuscuiusque peritus. Quod si quis principia, & quæ de principijs scatent in idem permisceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quæ nullo pacto inuicem conueniunt. Principium siquidem, & quod ab ipso emanat, natura ab inuicem distincta sunt. Primum itaque (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs consequentia sunt, distinguenda erant. Quod sanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) suorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cōmunia scientiæ huius exponit principia. Deinde ipsa quoque communia principia in Suppositiones, Petitiones, Pronuntiataque diuidit. Differunt namque hæc omnia inuicem, nec idem est Pronuntiatum, & Petitio, & Suppositio (vt alicubi diuinus Aristoteles asserit) sed cum quidem, & addiscenti cognitum, & per sese credibile fuerit quod in principijs assumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum est : vt, quæ eidem equalia, ad inuicem quoque equalia esse. Cum verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per sese fidem faciat, verū tamen ponit, conceditque id assumentis, tale suppositio est. Nam quod Circulus sit eiusmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præsumpsimus : verum audiendo, absque demonstratione concedimus. Cum autem rursus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiscente concessum, assumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus : sicut, omnes rectos angulos equalia esse. Hoc autem hi manifestum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per se se concedi potest, pertractare studuerunt. Ac iuxta quidem Aristotelis doctrinam hoc modo distinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppositio.

fitio. Sæpenumero autem omnia quoque hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata; iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur. Rursus autem, quæ ex principiis scaturiunt, in Problemata, Theoremataque diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia: Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia. Quæ admodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes: eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpere. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speusippi, Amphinomique Sectatores, arbitrati scientiis contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quam Problematum. Præsertim cum de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non est. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, affectionemque eius, quod prius non erat enuntiando, utputa Aequilateris Trianguli constitutionem, vel Quadranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem. Melius itaque (inquiunt) est, dicere quod omnia, huiusmodi sunt. Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè suscipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant: Quemadmodum qui Menæchmum secuti sunt Mathematici. Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem quæsitum comparare, aliquando verò cum determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus, Et rectè quidem utrique dicunt. Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt. Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanices. Sensilia nanque ea sunt, ortumque habentia, & cuiuscunque generis mutationem. Et qui Menæchmum secuti sunt, à veritate non dissentiant. Siquidem nec Theorematum inuentiones, absque in materiam accessu esse villo modo possunt: materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immeritò utrique generationibus assimilari dicuntur. Cogitationis nanque nostræ motum, rationumque in ipsa existentium productionem: Figurarum,

Stoicorū
opinio.

Quæ à pri-
cipiis ema-
nāt in Pro-
blemata,
Theorema-
taq; diui-
duntur.

Speusippi,
& Amphi-
nomi opi-
nio.

Eorū fun-
damētum.

Menæch-
mi opinio.

Munus p-
blematis
duplex se-
cundū Me-
næchmum

Duarū su-
periorum
opinionū
cōciliatio.

Intelligi-
bilis ma-
teria.

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate. Materia Problematis, & theorematidis, quid. Prædicatū symptomatis quid.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- quæ mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometri- ca, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contrā. Pro- fus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta au- tem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsitæ Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnum- quodque eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumque opposi- tum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipe- re symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtpote Triangulum, vel Qua- drangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, vtpote Aequalitatem, vel Sectionem, vel Posi- tionem, vel aliquid aliud huiuscemodi. Cum igitur ita quispiam pro- posuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Proble- ma dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusque super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, ut & non æquilaterum constituatur. Cum autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema cum proponere dicen- dum. Fieri enim non potest, ut non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa si quis Problematicè for- mans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geo- metriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamque ma- teriam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponen- dum est. Ut datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in par- tes æquales secare. nam fieri potest, ut in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispe- scere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrangulum descri-

describi. Atque omnia quaecunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodoti, qui Oenopidis quidem doctrinae fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguabant, quatenus Theorema quidem quaerit quid sit symptoma, quod de ea, quae in ipso est materia praedicatur; Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definiunt, perquam quaeritur sit nec ne; Problema verò, Propositionem, in qua quaeritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cōtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, ut omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris aequales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quaerentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere. Differere enim (dicebant ipsi) absolute quidem, atque indefinite quaerere sit ne ab hocce Signo huicce rectae Lineae rectam Lineam ad Angulos rectos erigere, & quae nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterum quod quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quae iam diximus manifestum est. Quod autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quae demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] ut haec quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (uti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia, nam ut ostendamus quod id, quod iussu erat, factum est, Demonstrationem assumimus; quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quaesiti naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem, ipsisque alternatim utentem, ut in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quo differat Theorema à Problemate iuxta Zenodoti opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonij sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata habet, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum.
Cap. VIII.

Posthaec autem cum primi libri Propositum determinauerimus,
diui-

Primi libri
Propositum.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad intellectibilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, & vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maxime primæ, principalissimæque Rectilineorum Figure traduntur, Triangulum inquam, & Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elementorum quoque causæ continentur. Aequicus scilicet, atque Scalenum, & quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figure constitutæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam, quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum recte inuenit principia, accurateque colligauit.

Maximè
primæ, &
principalis
simæ Recti
lineorū Fi
guræ Triā
gulum, &
Parallelo
grāmum.

Triangulū
æquilaterū
trium Ele
mentorum
est proxima
causa,
Quadrangu
lum ve
rò, vnius.

Primi libri Diuisio Cap. X.

Prima pars
primi libri
eiusque pro
positum.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum namque vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inæqualitatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes describens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem ostēdit,

Secūda, &
eius propo
situm.
Tertia, &
eius propo
situm.

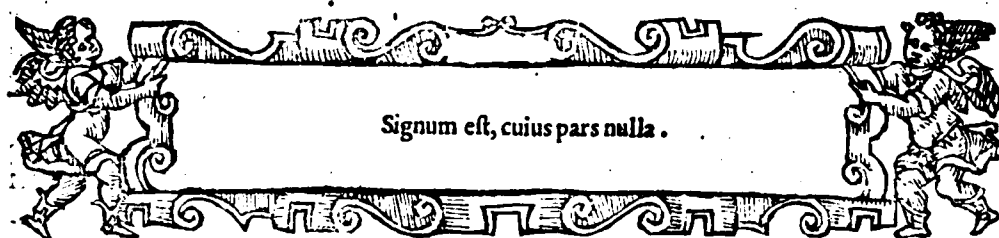
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparisonibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac deniq; de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis fit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INCIPIENTES autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Cassus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] ostendentibus quòd vtrique oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus exple-re vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit euectionem negligere.

Pythago-
reorum
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositionibus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie autē ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sepenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cōment.
primum.

Geome-
tra pgre-
ditur à cō
positiori-
bus ad sim-
pliciora.

G sim-

Qñ ubi nā
Termini
Termina-
tis præcel-
lāt, & ubi
Termina-
ta, Termi-
nis.

In imma-
terialibus
rebus sim-
pliciora præ-
cellunt cō-
positiori-
bus.

Termini
imateria-
les præcel-
lunt Ter-
minatis i-
materiali-
bus.

Ratio.
In mate-
rialibus re-
bus cōpo-
sitora sim-
pliciorib.
præcellūt.

Termina-
ta mate-
rialia præ-
cellūt Ter-
minis ma-
terialibus.
Ratio.

Cōfirma-
tio eorum
quæ dicta
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspiciatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorem, compositionum subsistentia. Proptereaquæ & in Mente, & in Ornatibus tū medij, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proximè corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemquæ habent ascititiam, compositiones sortita sunt rationes prius quàm simplices. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæquæ in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequaque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitquæ ipsi adueniens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsistentibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntquæ deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamquæ simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulquæ distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaquæ simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existentibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum sortitæ sint locum: & formarum aliæ quidem magis vniformes sunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas suas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ sunt, aliæ autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verūtamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ sunt, eiusquæ magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latèter, quia etiam omnia producit Interualla. Progressusquæ omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem; & Corporis ratio infinite naturæ magis est particeps. Quapropter ex eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaquæ omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quæ verò inter hæc media sunt, secundū Extremorū distantiā, aut ex eorū sunt numero, quæ Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cū ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cū autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantū omnia existens. Vtquæ paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatē in principijs superiorē tenent locū, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cōpositionibus factę rationibus. Materia namq, harū clarius potest fieri particeps, ad hasquæ potius quā ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic
Duplicem
materiam

Dubitatio

Solutio.
Formarū
imateria-
lium ordo

Respondet
tacitæ o-
bjectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quam Plani. huiusque magis, quam formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quam Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est huiusmodi Terminos (Corporum inquã) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiusmodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarum Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseque constabiliunt. Axes autem ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopactò perspicue non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atque incessabilis motus præbitrices. Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiae vim, & æternam, & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūsilire. Aliæ autem magis reconditæ, abstrusæque orationes Opificem quoque Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoque diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheg Sigillum appallandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitæ largitur, inexplicabile, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidē manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dii, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Digressio

Stoicorum
opinio, ip-
siusque op-
pugnatio.

Cætra quod
faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in 10.
de Rep.

Pythagorei
rei qua de
causa Po-
lum Rheg
Sigillū ap-
pellabāt.

Cur cen-
trū Iouis
carcerem.

Dii Polo-
rum.

Axes fortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cœtra quidem Sphærarum omniū, atque Poli concilantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphæræ autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilem, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodque isti, quatenus primarum, & maxime principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso fortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt inspicientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniuniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Significationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timeus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet namque Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Planirationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē, hoc

Dii Axii.

Propria opinio.

Quorūdā duplex opinio, prima Stoicorum, secūda Aristoteli. Quō isti Termini subsistant.

Timeus.

Quilibet circulorū Linea tantum est. Pla. in Timeo, vide et. à Aristoteli i. tertio de Cœlo.

Dupliciter
vnitas cō-
sideratur.

Duplici-
ter Signū
cōsiderat.

Dubitatio
Solutio.

Solum Si-
gnū i Geo-
metria par-
tiū expers
est, & sola
vnitas in
Arithme-
tica.

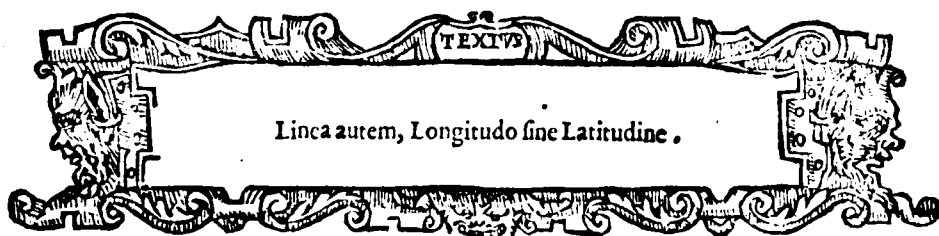
Finis Di-
gressionis
Cur Eucli-
des à par-
tium nega-
tione Si-
gnum de-
finiat.
Parmeni-
des.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam . & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam . & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur , propriam absumit impartibilitatem . Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix , alia verò vt substrata Numeris materia : & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium : ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam . Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias : particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principijs contemplationem producenti , & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere : hancque intueri simplicitatem , quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est, expers, Vnitas verò, iuxta Arithmetica. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in presenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia . & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur . At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit . & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum , hic verò , simplex quò ad rationem . & vterque rectè quò ad propriam scientiam . Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus , neque imperfectam ipsam esse posuerimus . Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est . hoc siquidem ipsi tantum deest , quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me , Signum est , meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc . Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit . Omne siquidem principium diuersa ab eis , quæ scatent à principio constat essentia : & horum negationes illius nobis patefaciunt

ciunt proprietatem . Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiusmodi doctrina perspicuum fit . Fortē autē quispiam dubitet . Quomodo cuncta per Formas, & par-
Dubitatio
 tibiliter Phantasia recipiente, partium experts Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens . Ad quā sanē am-
Solutio .
 biguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantum est, neque impartibilis : Verū ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum . Nā si par-
Fundamē-
rum .
Primū ar-
gumentū.
 tibilis esset tantum, non utique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistentes obscurantibus . Si-
 quidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus contine-
 tur Figuris : verū per secundas priores delentur . Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō esset inferior, neque per Formas operaretur . Quare ipsam necesse est
Secūdu ar-
gumentū.
 incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + consatam, conspersamue promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium : desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum . Quod si huiusmodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa . & iuxta
Cōclusio .
†
Cōuolutā
promere
&c.
 illam, Signum præcipue essentiam habere dicendum . Lineę nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est . Duplicem ergo vim com-
Phantasię
duplex
vis .
Definitio
Signi secū-
dū Pytha-
goreos, &
eius expo-
sitio .
 prehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter . Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint . Quod itaque Numeri quidem magis im-
 materiales, magisque puri, quā Magnitudines sint, & quod Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est . At cū dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quod utique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt . Numerum dico, Monadicum . Quapropter Numerorum etiam quilibet, utputa Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures : Figuraque carent, & aduentitia Forma . Signum autem in Phantasia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectualem materiam . Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omni que Interuallo, ac loco immunis . Ha-
Intellec-
tis mate-
ria .
 bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasie gremijs apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitatis adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio
secunda.



Cōm. se-
cundum.

Aliæ Li-
nearū defi-
nitiones.

Digressio

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adiiciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficie, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principium sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à ceteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cum ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existentiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Ceterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionem correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam. Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancquē seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adque sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancquē Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum tāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportionē respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primū, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaquē propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hæc vtique Totalitatē imitatur, ordinemquē illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrecte, & vnico distat Interuallo: Binarijquē materiam. Superficies autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamquē formam, atque speciem suscepit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primū: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tripliciter distet, per Quaternariumquē Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatū appareat distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnā cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hæc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secūdam existentem, iuxtaquē primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterum quòd & Signū

Arist. primo de celo tex. 2.

Exemplum.

Signū duplex.

Oraculū.

H post

Cur Py-
thagorei
Lineā Dia-
dicam ap-
pellabāt.
Parmeni-
des.

† hoc nāq;
Finis Di-
gresſionis
Notio Li-
neæ iuxta
Apollon-
ium.

Pulcherri-
mus Lineæ
ſenſus.

poſt Vnitatem, & Linea poſt Binarium, Superficiēſq; poſt Ternarium ſit, Parmenides etiam alicubi oſtendit, ab vno Multa primū negatione auferens, deinde Totum. Quod ſi Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasq; ante Signum erit. ſiquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta ſint dum accuratius naturam eius contemplantur. Admittamus autem Apolloniū quoque ſectatores dicentes, quod Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantū, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crasſitiemq; ſubiungimus: ſed vnicam dūtaxat conſideramus diſtantiā. Quemadmodum ſanē, cū etiam campos metimur, Superficiem cernimus: cū autem Puteos, Solidum. omnes. n. diſtantias ſimul colligentes, tantū eſſe Putei ſpatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Senſum autem ipſius Lineæ habuerimus vtique, ſi diuiſiones ſocorū lucidorum, ab obumbratis inſpexerimus, nec non ad Lunam, quæ ſuper Terram eſt. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet diſtantiā: Longitudinem autem habet, quæ vnā cū Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio
tertia.

Lineæ autem Extrema, ſunt Signa.

Cōm. 3.

Intolera-
bilis Bina-
rii audacia

Digreſſio

OMne cōpoſitum à ſimplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumq; imagines in Mathematicis principiis palam ſe ſe offerunt. Cū .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeſte videtur ipſam per ſe ſe infinitam facere, quippe quæ propter proprium progreſſum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, ſuamq; intolerabilem audaciam ſub Terminū, Finemq; redigit, cū ab illa coerceatur: ita ſanē Linea quoque Signis apud ipſam exiſtentibus terminatur. Cū .n. Binario ſimilis ſit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in ſenſilibus Signa ipſa, quæ in Linea ſunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præeſtitit quidem partiū expers Signi Ratio, progreſſa autem illinc ipſa longè prima cum Interuallo ſeiſpſam conſti-

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coeretur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequaque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cum .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineæ occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hīc verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret vtiq; mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quæ ipsis participant, iuxta causam præcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Præterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraque parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cum sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem nec infinitæ, nec cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus. .n. quandam circumferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figuræ perficiendæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se cocunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperiēs vtiq; quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis
Noradū

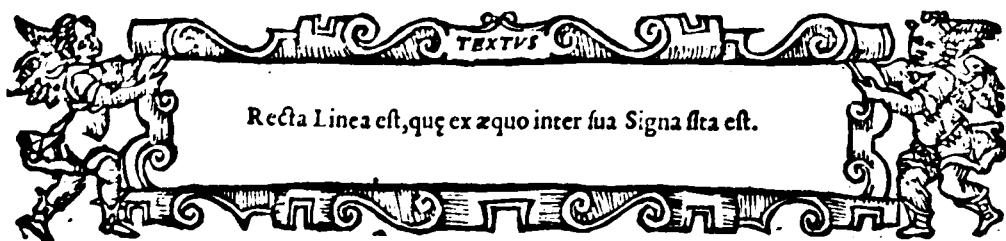
Prima propositio primi Elementorum.
Vigesima secunda propositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra consideratur.
Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

Definitio
quarta.



Recta Linea est, quæ ex æquo inter sua Signa sita est.

C'm. 4.
Diuisio Li-
nearum secun-
dum Plat.
& Arist.

Pla. in Par-
menide.

Arist. 1. de
cælo t. 5.

Dubitatio
Xenocra-
tis.

Apollo-
nius in li-
bro de Co-
chlea.

PLATO quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam utique, & Circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunque per Solidorum sectiones producuntur curvarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, afferre imaginem. hoc nanque nullam habet partem, quemadmodum ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autem post Vnum, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitum, & Mistum, per hasce Linearum, & Angulorum, & Figurarum species in rerum natura producuntur. & Fini quidem Circumferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionem respondent: Infinitati verò, Rectum iuxta hæc omnia. cunctis. n. propriè cõpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autem, quod in his omnibus est, Mistum illic existenti. Lineæ nanque mixtæ sunt, ut circunuolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apfides: Solidæ verò, ut Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mixta. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantummodo simplices Lineas, verum quandam quoque tertiam dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrum describitur, quando, dum recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiem, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit. n. Helix, hoc est implexa, circunuolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundum partium similitudinem adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quæ quidem passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cõpetit. Planæ namque Helicis partes inter se dissimiles sunt. nec notius, quæ circa Conum, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola autem

aut

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Lineæ tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiuscemodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoque docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoque Generationem manifestare, Oritur. n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteque Geminus cum ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producet, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla. n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subdūci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cum æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cum inæqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita sit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse, in hac .n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circumferentiā secundum excogitationem non infert, Circumferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circumferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim recte Lineæ terminatæ vtriusque quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum proculdubio describet, eius autē Centrum, manens rectæ Lineæ Extremum erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat, Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur.

Solutio. De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplicibus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reliqua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū, quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Anima quoque Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassumpsit, ut omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, omnemque Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Circulari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in multitudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nō solum Anima, verū etiam ille, qui Animam produxit, hasque potentias ipsi tradidit, utrasque primarias in sese habet causas. cum enim omnium eorum, quæ sunt, principiū, Media, finesque præassumpsisset, rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Plato. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad seseque reuerfus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immaculata, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusque assistentis prouidentiae. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit actionis, quæque ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē terminum omnibus dominatur. Cum itaque duo hæc principia Rectum scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso præposuisset, duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agentem, intelligentiumque essentiarum effectricem: alteram verò iuxta Rectum, sensilibusque ortum præbentem. Quoniam autem Anima medium inter intelligentia, sensiliaque fortitur locum, quatenus quidem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus verò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū Formarum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineæ definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Si-

gna

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distātia, tanta est rectę, quę ab ipsis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circunferentia, vel etiam in alia quadā Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineę spatium, ipsorum distantiā superat : omnisq; Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cōmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiā inquit : eos autem, qui non per rectā, à necessario plurimum aberrare. Plato autē rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quę in directum posita sunt pati necesse est : quę verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariū est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solē dicunt deliquiū pari, cum ipse, & Luna, nosterq; oculus in vna fuerint recta Linea : tunc .n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectę Lineę passio ostenderit vtiq; quod in his etiā, quę sunt, iuxta processus, qui à causis emanāt, Media quidem Extremorū distantiā, adinuicemq; cōmunicationem, diuidendi vim habent. quēadmodum sanē iuxta regressus, quę etiā ab ipsis distant ad primariās conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineā, minimā earū, quę Terminos habent eosdem. Cum .n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hæc de causa eosdē Terminos habentium minima est. si .n. quēdā fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquę omnes rectę Lineę definitiones, in easdē recidunt sententias. Exēpli gratia, quod in suis constituta est extremitatibus. & quod nō est pars quidē ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quod extremis manentibus, ipsa quoque manet. quod demū cū vna, quę sit sibi specie similis Figurā non perficit. hæc .n. omnia rectę Lineę proprietatem exprimunt, quā habet ex eo quod simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremū progressum. hæc etiam de rectę Lineę definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineā Geminus, primū quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cōpositam, refractam, Angulumq; efficientē : reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositā, in eam, quę Figuram efficit, & eam, quę in infinitum producit. Figurā facere dicens, Circulatē, Clypeiūq; Lineam, quęq; Hædere similis est : non facere autē Rectanguli, Obtusanguliq; Coni sectionem, Conchæ

Definitio
rectę Li-
næ secun-
dum Pla.

Pulchra ē
rectę Li-
næ passio
ne in iis,
quę sunt,
cōtēplatio
Defō re-
ctę Lineę
secundum
Archime.

Multę re-
ctę Lineę
defōnes.

Alia Li-
næ diui-
sio secūdū
Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incōpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se coīcidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoīdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Istas autē sectiones alias quidē à Menghmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Eratosthe-
nis Penta-
metrum:

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epi-
grāma.
Conicę se-
ctiones
Spiricę se-
ctiones

Tres Lineas in quinque sectionibus spiricas cum inuenisset.

Perseus, harum causa Dijs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atque Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equine similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarum innumera est multitudo, multifformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariē igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliū partium, quemadmodū egeræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quod tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vnā verò mista circa Solidum. Idque euidenter Gemīnus demonstrat, cum insuper demonstrasset, quod si ad similium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capeſſendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum,

Tres solæ
sunt Lineę
partium si-
milium

Theore-
ma Gemi-
ni.

Hæderę

Hædereque similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesque cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsentī esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasque duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsentī definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc. n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circumferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasque, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, qui de simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua. n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ort^o Spiricarū, et Cōchoīdū, & Hædere similīū Linearum.

Cur Euclides duas tantū Lineæ spēs tradiderit



Superficies aut est, quæ Lōgitudinem, & Latitudinē tātūm habet.

Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quæ duplici distat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens; Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tātūm] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in superficie non existente. hæcque negationi Crassitudinis æquipollet, vt hīc quoq; Superficie ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquiualescente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idem declarantes. Superficie autē cognitionem nos habere dicunt, cū agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

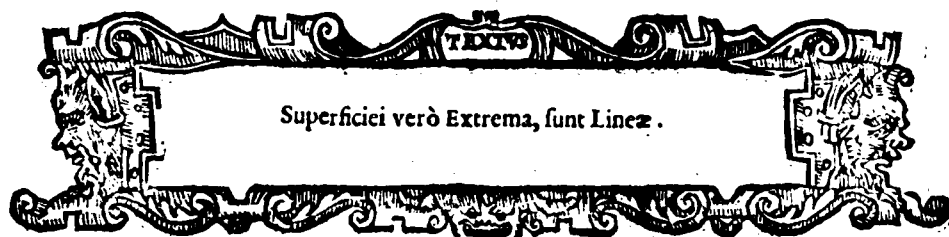
Aliæ Superficie definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 2.

Qua de cā
Pythago-
rei Ternario
Suppli-
ciem as-
similari di-
cebant.

re, vmbraſ inſpicientes . cū .n. ipſæ ſine Crasſitudine ſint , eò quòd
interiorem Terræ partem penetrare non poſſunt , Latitudinem tan-
tū , atque Longitudinem habent . Pythagorei autē Ternario ipſam
aſſimilari dicebant . Quoniā ſanè omnibus , quæ in ipſa reperiuntur
Figuris Ternarius longè prima eſt cauſa . Circulus .n. qui Orbicula-
rium principiū eſt , latenter Ternarium habet , Centro , Interuallo , atq;
Circunferentia . Triangulū autem cū omnium Rectilineorū prin-
cipatum teneat , vnde quaque manuſtatum eſt , quòd Ternario claud-
itur , & iuxta illum Formam ſuſcepit .

Definitio
ſexta.



Cóm. 6.
Digreſſio

Vnū hic,
pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū eſt , quòd omne pro-
ximum quolibet eorū , quæ ſunt ſimplicius , Terminū cuiſlibet , & Fi-
nem aſſert . Anima nanque Naturæ operationē perficit , atque deter-
minat : & Natura , Corporū Motionem ; & ante hæc Mens , Animæ
conuolutiones metitur ; ipſuſque Mentis vitam , Vnū . illud .n. mē-
ſura omniū eſt . Quēadmodum ſanè in his quoque Solidū quidem à
Superficie , Superficies autē à Linea , Lineaque à Signo terminatur . il-
lud ſiquidem , Terminus omniū eſt . In Formis igitur immaterialibus ,
rationibusque impartibilibus Linea vniformis exiſtēs , in Superficii
progreſſu variū motum terminat , ac coërcet , ipſuſque proximè vnit
inſinitatē . In imaginibus autē cū Terminato Terminans aduenerit ,
hoc pacto Terminū ipſi præbet . Siquis autē hīc quoque quærat quo-
nam pacto omnis Superficii Extrema ſint Lineæ , cū non omnis
etiam finitæ Extrema ſint . Sphæræ nanque Superficies , terminata qui-
dem eſt , non autē à Lineis , ſed à ſe ſe . Dicemus quòd accipiendo Su-
perficiē qnatenus duplici diſtat Interuallo , à Lineis ipſam terminari
iuxta Longitudinē , Latitudinemque reperiemus . Quòd ſi Sphæricā
inſpexerimus , ipſam vtiq; accipimus vt eam , quæ iā Figuram ſuſce-
pit , & aliam habuit qualitātē , & ſinem principio coniunxit , ex duo-
busque Extremis Vnum fecit . & hoc potentia duntaxat vnum exi-
ſtens , non autem actu .

Plana



Plana Superficies est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas.

Definitio
septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planū Superficiē ponere speciem, verūm vt idē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Interuallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Itidē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidem Superficiē faciunt, eius verò speciem, Planum, quēadmodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineæ similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancquē similiter ait duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficiē. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesquē rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cū Linea, itemquē Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantūm, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionē mista sunt. neque etiā si vtcunque secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaquē sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionē esse

Côm. 7.

Plato in 7
de Rep.

Aristo. in
pluribus
locis.

Aliorum
multæ Su-
pfciei de-
finitiones

In côm. 4.
Parmeni-
des.

Documen-
tum.
Geminus.

Mistionis
modus di-
uersus est
in Lineis,
& in Sup-
ficiebus.

Lineæ per
Cōfusio-
nem mistæ
sunt.

Error The
 odori Ma
 thematici.

Supficies
 per Tēpe-
 rationem
 miftæ sūt.
 Coniort²

Pulchrū.

Commu-
 ne Lineis,
 & Superfi-
 ciebus.

Admirabi-
 le Superfi-
 cieriū pro-
 prium.
 Spiræ ort²

Tres sunt
 Spiræ.

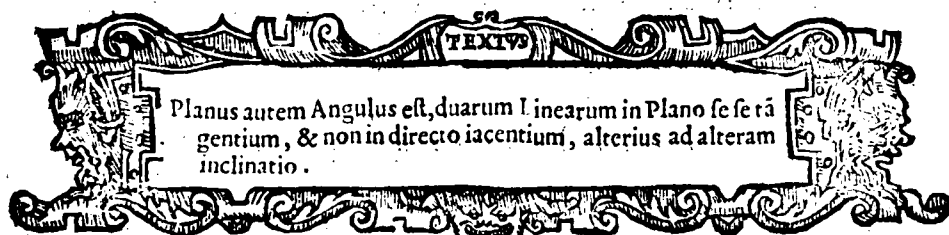
1 Spiræ cō-
 tinua.
 2 Spiræ im-
 plicita.
 3 Spiræ di-
 uidua.
 Tres sunt
 Spiræ Se-
 ctiones
 Duplici-
 ter fiūt mi-
 ftæ Super-
 ficies.
 Quatuor
 corpora, q̄
 miftas hūt
 Supficies,
 à trib⁹ Co-
 nicis Line-
 is produ-
 cuntur. Et
 eorū Sup-

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficie-
 bus verò Miftio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē:
 sed potius per quandam Tēparationē. Circulū. n. in subiecto Pla-
 no intelligentes, & Signum sublime, à Signoq; ad Circuli Circun-
 ferentiam rectam Lineam producentes, ipsamq; rotantes, Conicā
 vtique faciemus Superficiem, quæ mifta est. Rursusq; ipsam secan-
 tes resoluemus in simplicia. à vertice. n. ad Basim sectionē ducen-
 tes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea,
 Miftionis modū haud per tēparationem esse ostendit. neque. n. nos
 ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secen-
 tur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Mo-
 dus igitur Miftionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficie-
 bus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simpli-
 ces, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præceden-
 te doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis
 artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus
 quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæ-
 ricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Miftionem
 cōstituuntur, scientia ipsa, eiusq; ratio inuestigat varietatē. Hoc autē
 admirabile in ipsis est, quòd scilicet à circulari quoque Linea, Super-
 ficiei Miftio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricæ quoq;
 contingere dicimus Superficiei. per Circuli. n. reuolutionē hæc in-
 telligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū
 non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut. n.
 in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.
 Quòd si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua:
 si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresq;
 sunt Spiricæ sectiones, iuxta hasce tres differentias. Verūtamen om-
 nis Spira mifta est, licet vnus sit, à quo producit, Circularisq; mo-
 tus. Fiunt autē Superficies miftæ tum à simplicibus (vt diximus) Li-
 neis, dū huiusmodi motu mouentur, tū etiā à miftis. Cū ergo tres
 sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt miftas Superficies, quas vocant
 Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Re-
 ctangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quæ Sphæroidea nominan-
 tur. si circa maiorē quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò
 circa minorē, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoi-
 des. Sciendum autem est, quòd interdum quidē ex Lineis in superfi-
 cierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Coni-
 cis. n. Spiricisq; Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas
 Lineas.

Lineas . Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quod Lineæ quidem partiū similium tres sunt (vt superius dictū fuit) Superficies verò duæ rātūm. Plana, atque Sphærica . non autē Cylindrica quoque , siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt . Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnā Geometra elegisset (Planā inquam) hanc vtique definiuit, in hacque vtpote subiecta, Figuras, harumque passiones contēplabitur . copiosior nanque in hac ei est sermo , quā in alijs Superficiebus . rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non imerito igitur hæc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat . hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit . & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectū, & ante oculos constitutum ; cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines .

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulū Conoides.
2 Obtrunculū Conoides.
3 Oblongū Sphæroides.
4 Latum Sphæroides.
Secūda cōmunitas linearū, & superficierū Scda dīa Linearū, & Superficierum.
In cōm. 4. Duæ rātū similitū partiū Superficies sunt.
Cur Geometra Planā tantūm definiuerit Superficiē Quō Planū intelligendū sit i Geometria.

Definitio octaua.



Angulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidū.

Cōm. 8. Digressio Triplex d. Angulo opinio.
1 opinio, q̄ est Euclidis.
2 opinio, q̄ Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūq; fundamentū.

Tertię opinionis
cōfutatio.

In tertio
Elem. pro
pōne 16.
Secundę
opinionis
cōfutatio.
Primū ar-
gumentū.

Secūdam
argumētū

Primę opi-
nionis cō-
futatio.

Argumen-
tū in con-
trarium.

Propria o-
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem generis Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent: Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē habent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri potest. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Qualitas solum est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Magnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoque diuisibilitas: verūm similiter vtriscq; per se se accidunt. Quod si ea, quibus hæc per se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū est vtriscq;, quod Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis siquidem Magis, & Minus proprię sunt passiones, non autē Aequale, & Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inæquales dicere, & hūc quidem maiorem, illū verò minorem: sed dissimiles, aliumque magis Angulum, alium minus. Verūm quod hæc aliena sint à Mathematicarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis Angulus est, ille verò minus. Tertiò si Angulus Inclinatio est, ac deniq; eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtriscq; eueniet, vt vna existente Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si nihil aliud est quā ipse Linearum, vel Planorum respectus, quī fieri potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Triangulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Triangularem Linearum inspicies Inclinationem: duos verò distinctos Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli: alterum verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtruncq; à iam dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat. Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem, aut eorum, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quę ad Aliquid. Oportet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci. Talibus planē Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum Inclinationē dicente, Apollonio verò Superficie, vel Solidi in vno Signo sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem nostrum

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se esse; sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vñ quoddam spectarunt. Non est autē Angulus duntaxat huiusmodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationē habēs. Adest autē ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quā æqualia) hoc quidē ab alio, illud verò ab alio habēs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem, Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt: neque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hæc perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficiæ, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cū hæc quoque ipsius cōplēant essentiam) verū nihil aliud esse, quā Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea: ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Vt Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solum, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cū autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quā Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractionis quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cū in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autē, & quicumque ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enumerant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicumque Angulum esse dicunt

Destruit
argumētū
quæ in ip-
sum refle-
cti possēt.

Anguli
Plani per-
fecta defi-
nitio.
Anguli So-
lidi per-
fecta defi-
nitio.
Vniuersa-
lis, & pfe-
cta Angu-
li defi-
nitio.

Opinionū
distributio
Eudemi fū-
damētum
in lib. suo
d' Angulo

Euclides.

primū

Plutarchi,
& Apollo
nii aliud
fundamē-
tum.

Fūdamēti
destructio
Primū ar-
gumentū.
Secūdam
argumētū

Carpi ali-
ud funda-
mentum .

Fūdamēti
destructio
Finis Di-
gressionis
Angulorū
diuisio.

Anguli
Sphærales

Angulus
ex Clypei
Linea .
Linearum
Cissoïdum
denotatio.
Angulus
Cissoïdes.
Angulus
ex Hippo-
pedis Li-
neis
Tres ex
Circūferē-
tiis Angu-
li sunt.
Angulus
vtrinque
cōuexus

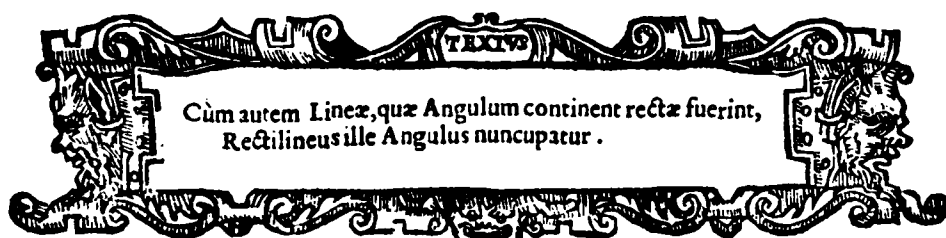
primum sub Signo Interuallum. Et quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam . oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione . Iino cum Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest, vt primum accipiat . omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile . Præter hoc etiam si vtunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus . Carpius autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum, vel Superficierum : hancquē vnico distanrem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum, non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam . Hoc autem omnium absurdissimum est, aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam . verum de his quidem satis, superquē . Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum . Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis : in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, & in Sphærica, & in Plana . Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis constituuntur . facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialē in duas dissecans partes, ad Superficierum secantium verticem . suntquē in Sphærica Superficie huiusmodi Angulī . Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque . in Clypeo .n. ab Axe, Clypei quē Linea Angulus comprehenditur : sed harum vna quidem mista est, altera verò simplex . Quod si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circūferentia, & Ellipsi comprehensus . Cum autem Cissoïdes, hoc est Hædere similes Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, sicut Hæderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtique lineis talis comprehenditur Angulus . Itidem cum Hippopæda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ . Qui demum à Circūferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis . Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus . due nanque Circūferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt . ipsosquē triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circūferentiarum Conuexa : aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtraque Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui comune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autem, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talē, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autem hæc definitio primum quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoïdes cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoïdem vocamus, non autem eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæc coeuntes Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliā. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quocumque alia aduersus hanc opinionem obijci consuevere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterā Inclinationis ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus
vtriusque
cauus, vel
Systroides.
Angulus
Lunularis
Duo fiunt
Anguli ex
Linea re-
cta, & cir-
cunferentia.
Angulus
Semicircu-
laris.
Angulus
Cornicu-
laris.
Tres ex re-
ctis Lineis
fiunt An-
guli, de qui-
bus inferius
in cō. 10.
Ponderat
Euclidis
definitionē.
Confutat
Euclidis
definitionem
triplici fun-
damēto.
Primum fun-
damētum.
Secundum
fundamē-
tum.

Tertiū fun-
damētum.



Defo 9.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ
K in

Cōm. 9.
Digressio

Vniuersa-
lis Anguli
cōsidera-
tio .

Oracula .

Pulcherri-
ma Angu-
lorū oīum
cōsidera-
tio .

Angulorū
qui in Sup-
ficiebus .

Angulorū
qui in Soli-
dis .

Angulorū
qui in sim-
plicibus Su-
pficiebus .

Angulorū
qui in mi-
stis Super-
ficiebus .

Angulorū
Circula-
rium .

Angulorū
Rectili-
neorum .

Angulorū
Mistorū .

Pythago-
rei .

Philolaus

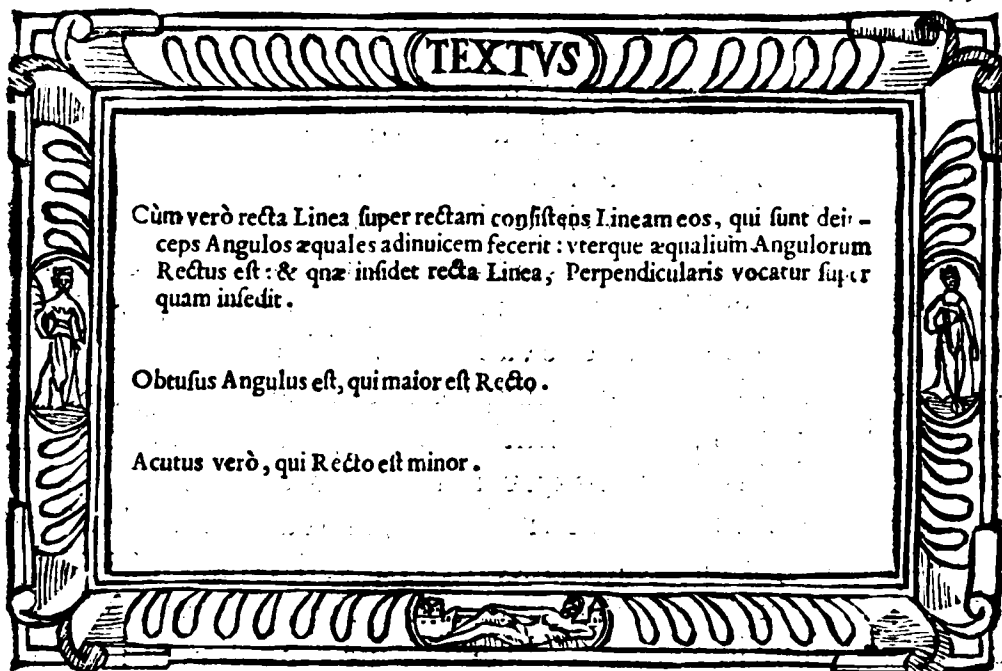
Afinæus
Philoso-
phus .

Vide idē
superius
cap. 9 .

Solutio ta-
cite obie-
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuisa in vnū, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cōmunitatē.
copula .n. is quoque plurium Linearū, Superficierumquē fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per
ipsum constituitur Figuræ cōprehensor. Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniun-
ctionum, perquas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-
munitatem, & vndequaq; partibilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant. Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
mas ipsarum, imistasquē affingunt: alij verò eas, quæ infinitatē pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur. & alij quidem intel-
ligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum: alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.
Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitatur, quæ intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-
gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsident, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cōmuni-
tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiū est igitur adhæc
respicendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud
Pythagoreos nanque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inuenimus,
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsquē alios consecrauit.
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuersas,
quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Afinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta
Latera: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,
progressionem, atq; potentiā: hos autem, vniuersorum coniunctionē,
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditantes. At hæc
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineæ
hîc Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est. nam quod in his Vnū, &
impartibile reperitur, aduentitiū est: in ipsis autē Deis, & ñs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cum



Hæc sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (inquam) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per equalitatem, & identitatem, similitudinemque definito : his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminate constitutis. At multi quidem Geometram huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .i. esse Angulos. Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum .n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit : alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem a se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidem a Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudinemque prædictum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decretionem suscipientem : quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Côm. 10.
Socrates i
Repub .

Digressio

Pythagorici
Geometram red
dunt cam
cur tres
sint recti-
linei An-
guli.
Finis.
Infinitum

Rô, quæ a
Fine prouenit re-
ctum efficit
Angulû.
Rô, q ab
Infinito, p
uenit Ob-
tusum, &
Acutum, p-
ducit An-
gulum.

K 2 natu-

Rectili-
neorū An-
gulorum
pulcherr-
ima ad be-
os compa-
ratio.

Rectili-
neorū An-
gulorū ad
ea, q̄ sunt
cōparatio
Pulchrum

Perpēdicu-
laris pul-
chra cōfi-
deratio, et
cōparatio
Perpēdicu-
laris Figu-
rarū metri-
muralitū-
dines. Hu-
ius atq̄ cau-
sā vide in
sermōe i cō-
mēto 19.
Rectili-
neorū An-
gulorū ad
virtutē, &
vitii cōpa-
ratio.
Epilogus.

Finis Di-
gressionis
Primū no-
tādum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cum vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae auctores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dñs: Obtusos verò, atque Acutos Dñs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansæ prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causæ assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurè igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientiæ, coniunctionisque naturæ, vel (vt Græci dicunt) Sympathiæ distributio, ipsam in materiale deducit errorem, indefinitamque varietatē, Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, imaculatæ potentiae, & indeclinabilis, huiuscemodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cum ipsi per se se indefiniti, indeterminati que sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acuti que Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verum non omnis absolute, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

& nō

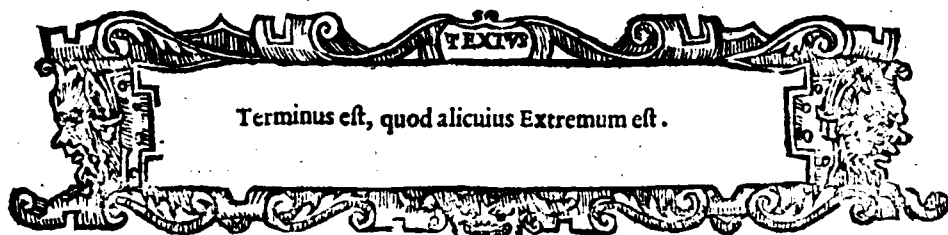
& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilinearum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineū esse. Hoc itaque primū adnotamus. Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stantē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrā inclinatæ partē, erant innumeræ: & non vnica tantū, quēadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit [Angulos æquales adinuicem] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti, cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrā partē, æqualitatis ambo- bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolute adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autē omnia, hīc quoque Auto- ris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo, quod scilicet de his sermonum habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quā- obrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quæ in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quæ Solida appel- latur, non est præsentis tēporis definire. Quēadmodum igitur Planū definiuit Angulum; ita etiā huiusmodi Perpendicularē. quoniam solida Perpendicularis non ad vnā tantū rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verū ad omnes, quæ eam tangunt, & in su- biecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

Secūdum.

Rectus an-
gulus non
Rectorū
mēsurā ē,
quēadmo-
dū, & In-
æqualium
æqualitas.
Tertium.

Quartū.

Quintum



Terminus est, quod alicuius Extremum est.

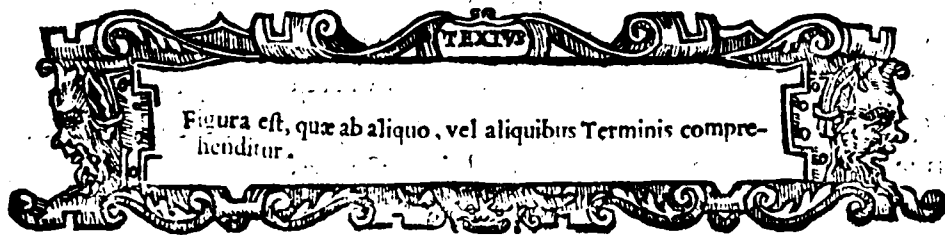
Defō 13.

Terminus non ad omnes magnitudines referendus est, Lineæ namq; Cōm. 11.
Termini-

Geome-
tria, q̄ ab
initio fuit

Circulus
est quod-
dā Planū
spatiū. Cō-
trariū vi-
de superi-
or in cōm. 1.

Defō 14.



Cōm. 12.
Figura
multiplici-
ter dicitur
Prima spe-
cies Figu-
ræ.

Secūda.

Tertia.

Quarta.

Terminus est, & Extremum : verūm ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora . nunc . n. Terminum vocat Ambitū , qui vnūquodque Spatium terminat , atque distinguit . huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit . non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atq; excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosque seruabant, ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenire . Cū itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset, nō immeritō ipsum, Extremum quoq; Spatiortum definiuit. per hunc . n. quodlibet comprehensorum circūscribitur, Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē , Terminum , atq; Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium : in cæterisque similiter .

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasque in species diuiditur, operepretium est primū eius differentias inspicere : postea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione differere . Est itaq; Figura quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura, quæ ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem , & venustatem illinc recipiente. Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresque Figure, Naturę opificia. alię quidē in ijs, quę sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes: alię verò in cœlis, quæ ipsorū potentias, & motus distinguunt. per se se nanq; & adinuicē cēlestia corpora plurimā, admirabilēque exhibent Figurarū varietatē: & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes: & suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, imaterialesque Figurarū describunt potentias. Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cū vita quidem plenæ, per se seq̃ue mobiles sint, ijs, quæ ab alio mouentur præexistunt: cū verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ijs, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt, de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialēque Animarum explicauit Figuram. Quinetiā Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partibilibus essentijs præstant: vndiq̃ verò impartibili, Mentisquē luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquē firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatae, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicijs suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq̃ exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuscemodi nanque characteres ignotas Deorū patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidē cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris: & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis: & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasquē demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationē. Cū itaq̃ Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriā naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenustate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquē subsistunt. Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquē generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquē sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Fi-

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figuræ spēs oīum pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oīum cōsideratio.

Democriti opinio, & eius cō-

guras

futatio, vi
de ét Ari.
in lib. de
sésu & sé
sili, & i li.
de diuina-
tione per
somnia.

Primū ar-
gumētum
Secūdū ar-
gumētum
Opinio p
pria.

Prima opi-
nio, quæ ē
Antiquo-
rū, & eius
cōfutatio.
Secūda o-
pinio, q̄ est
Stoicorū,
& eius cō-
futatio, vi
de ét. Ari.
primo, &
13. Meta.
& 2. Phy.
19.

Primū ar-
gumentū.
Secūdū ar-
gumētum
Propria o-
pinio.

Qualis in
Deis Figu-
ra sit.
Qualis in
Naturis.

Qualis in
Animis.

Pulchra
Naturæ ad
Aiam cō-
paratio.

guras, producere (motus siquidem cū imperfecti sint , principalem
vique, primariamque habere non possent effectuum causam : neque
ex motibus contrarijs eadē sæpe fierent Figuræ . ex additione nanq̄,
& detractōne, eadem quandoque fiet Forma) verū hęc alijs in ge-
neratione seruire censebimus , perfectionemque ipsis ab alijs primi-
genijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ mate-
riæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt, illæ verò tantū,
quæ in materia sunt, subsistunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque
(vt alijs aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt verò secundum
excogitationē duntaxat, & abstractionem . vbi .n. certitudo, & pul-
chritudo, & ordo Figurarum in ijs, quæ per abstractionem subsistunt,
incolumis seruari potest : eiusmodi .n. cū sint , cuiusmodi sensiles,
quā longē ab inconuincibili, puraque deficiunt certitudine . Cū
autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenā
hęc accipient : aut .n. à Sensilibus (verū in illis non erant) aut ab
Intellectilibus (verū perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod
non est , omnium est absurdissimum . non .n. imperfectas quidem
Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes re-
liquit . nec fas est Animam nostram certiores , & perfectiores , ma-
gisque ordinatas producere Figuras, quā Mens, ipsique Dī . Sunt
ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diui-
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à sensilibus, pro-
ferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt . & his
sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diui-
nas, per Imagines cognoscimus . emergentes .n. se sequē propagan-
tes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt , vniformesque
vniuersorum Terminos . per quos inexplicabiliter in se se
cuncta conuertunt, in se sequē continent . In Deis igitur cum egregia
vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi , & cuncta infe-
riora constituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem
eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligē-
tisque perceptionis expertes sunt . In Animis verò particularibus, im-
materialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio : fecunda
autem, efficaxque causa, non est . Quemadmodum igitur Natura ef-
ficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cogni-
tricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo
Figurarum Rationes . Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensque
imagines earū, quæ intus existunt Rationum , per hasce quippe ima-
gines præbet, Animæ intus conuersionem, ad se sequē ab ipsis spectris
actionē

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se sequè obiectis inferere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in unionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cum ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem eunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vnâ cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocat: omne enim, quod materiam habet vel intellectualem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque simpliciter Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur. Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidē terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositum adijcit. cum .n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicē progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiā Anguli Ratio) vnū quidē Terminum, Formamque simplicem infert ips, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherri-
mum exē-
plum.

Applicat
dictis exē-
plum.

Epilogus.

Vnū hic p
Deo, vt et
superius i
cōm.6.
Finis Di-
gressionis
Geome-
tra eā cō-
tēplāi Fi-
gurā, quæ
in Phanta-
sia est.
Ponderat
Euclidis
Defōnem

Quo Figu-
ra, Finem,
et Infinitū
in proprijs
Formis o-
stendat

L circa

Qualis sit
Figura, q̄
ab Eucl.
definitur.

Cesō Po-
sidonii.

Cōparat
Posidonii
Defōnem
Definitio-
ni Euclid.

Duplex
Circuli cō-
sideratio.
vide et si-
perius in
cōm. 1. &
in cō. 11.
Dubitō con-
tra Euclidi-
dis definitio-
nem.
Argumen-
tum.
Solutio.

Digressio.
Causę Fi-
gurę verni-
cientis.
Figurę Ra-
tionis tri-
plex cā-
primā.

Secūda cā-
q̄ est priā
Totalitas.

Euclides i
ho. de Ge-
omētris

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatiq̄ annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figurę a Quantitate separans: ipsanq̄ terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusq̄, a Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicit Circulum iuxta totum Planum, exterioremq̄ ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod figuratum est, quodq̄ vnā cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quę Quabritatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusq̄ vir Euclidis obrectaret definitionem, quippe quę genus, a formis definiat (quę enim ab vno Termino, & quę a pluribus continetur, Figurę sunt species) aduersus ipsum vtrique dicendum erit, quod genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumq̄ priscę autoritatis viri ab hīs potentijs, quę in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem a formis propositum aggredi: re vera autem ipsa a seipsis edocent, & a potentijs, quę in ipsis existunt. Figurę igitur Ratio cum vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, quā in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtrique non erit, dum potentialium in ipsa existentium differentias definitione completur. Verum vndenam egreditur Figurę Ratio, a quibuscūq̄ causis perficitur? Dico sanē, quod primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisq̄ Misto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species. Circularibus quidem Finis asserendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quę ex his constant, Misti. Secundo autem a Totalitate ea perficitur, quę in dissimiles dirimitur partes. Vnde porro ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquęque Figurarum in diuersas ipsarum dissectatur species. Circulus namque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

ras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunque generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat utique, donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque formarum varietatem aperiat. Et quemadmodum illic Vñ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sane ipsa etiam in rectilineis Figuris Circulares, & contra rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaque propriè manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoque seorsum. Hanc itaque vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitum mutationibus progrediuntur. Verum quare de causa hoc fiat Vulgo quidem ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secunda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoque nos exercentes effecimus, siquidem longe prius in principijs præexistit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiusmodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cā,
quæ est ac-
cumulata
Multitu-
do.

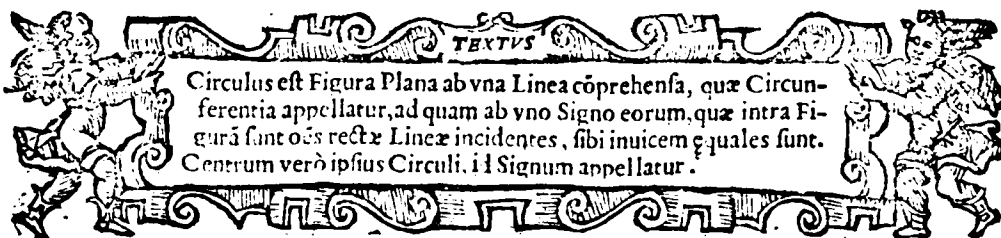
Quarta cā
quæ est Num-
erus Tern-
arius.

Numerus
est i Arith-
metica, Fi-
gura autē
in Geome-
tria.
Quinta cā,
quæ est secū-
da Totali-
tas

Quo Figu-
ra Diis at-
tribuitur.

Defo 15.

Defo 16.



Circulus est Figura Plana ab vna Linea cōprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā sunt oēs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt. Centrum verò ipsius Circuli, id Signum appellatur.

Cōm. 13.
Circulus
ē oīum Fi-
gurarū p-
fētissīma.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciore loco existit: ips verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquē, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionē respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuiniore esse naturæ Circulum reperies. si .n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemquē mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequē participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētissquē varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligēs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porrò Timæus quoq; cū vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mūdō insidet Anima præbuit. Veruntamē quòd Circulus quidē vbiquē respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operepretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & vsq; ad inferiora desinentē, omniaquē perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Disps itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in seipsis maneant, à beatitudinequē sua non discedant, summas quidē ipsorū vnio-

Socrates i
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus
pfectionē
reb⁹ oībus
præbet.
Deis.

vnio-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentis hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se sequē intellectiones perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti; Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mētē conuertēdi, circa Mētē circumsiliēdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mētē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mētē, similitudinē, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis sunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. his verò, quæ sub concavo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est, ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinē affert. ex seminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt, & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrā: vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. his verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēten exornat postremis suarum potentiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium
essentis.

Animis.

Vnum hic
pro Mēte.

Cœlestibus
corporibus.

Quatuor
Elemētis.

Animalibus,
& Plātis.

His, quæ
præter
naturam
fiunt.

Musæ i 8.
de Repu.
Socrat. in
Repub.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dñs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiã infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinẽ. Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circunuoluitur. Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ipsis, quæ fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur. cum .n. multiplicantur, in se se desinunt. Progressionis igitur imago est multiplicatio, siquidem in multitudinem extēditur: Regressionis verò, exitus in eadem specie. Horum autē vtrunque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas. Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes. Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisquẽ Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne femineum, & par, fecundatque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verum hæc quidem hucusque terminata sint. Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndequaque existentem contemplabimur. Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanè finitus est, & ab vno Terminò vndequaque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Terminò consociatus. Itemque Planū, quia cum Figuræ vel in Superficiebus, vel in solidis spectetur Corporibus, Circulus planarū Figurarū prima est, simplicitate quidē solidis præstans, Vnitatis verò ad planas rationē habens. Ab vna autē Linea cōprehensum, eo quod Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit. Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes, quoniam earum etiam Figurarum, quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas. Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipsamque incidentes, æquales sunt : verum duæ tantum. Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnā habet continentem, non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint. Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnus haud sunt Centra)

Epilogus.

Circuli
pulchra in
Numeris
cōtéplatioNumeri
Circularis
cōtéplatioQuinari⁹,
et senarius
mediū in-
ter oēs nu-
meros pos-
sident locū.
Finitis Di-
gressionis
Mathema-
ticæ Circu-
li definitio
contempla-
tio, & cō-
ditiones.
Prima cō-
ditio.
Secunda cō-
ditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet namq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum. siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; adiecit, quòd hoc Signum, quod vtrique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum, verum ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes .n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterq; in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidq; tota Circularis Figura, hucusq; determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbicq; intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui sunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Intervals, externaq; Circunferentia: ita sanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verum vnà quidem omnia sunt, permanens, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt; hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperiēs. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione pronuncien-

Sexta.

Defo Cētri.

Quid sit Polus Circuli, & ei' defo.

Epilogus.

Digressio, Centri, & distantiarū à Centro, & Circunferētiæ in Exēplariis cōtēplatio.

Quo hæc cū illis cōmunicet.

Quo differant.

Pulchrum

Quo inueniatur ille qui verè ē

Circulus,
& vera
Circularis
natura.

Idē supe-
rius in pri-
cipio huius
cōmenti.

Cētri Ma-
thematici
ad cētrum
intelligi-
bile pul-
chra com-
paratio
Defō Cē-
tri ab Ora-
culis tradi-
ta.

Prima cā,
p quā Fi-
gura Cir-
cularis ap-
paruit.

Orphei
carmen

Triadicus
Deus,

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā fit partitio ē cōspectu remoueris, cū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atque regredientem: nec non sui maxime impartibile, maximeque singulare firmiter collocantem: prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quae in ipso est infinitatem: ad vnum verō sese ex sese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui naturae, occultatricemque in ipso vnius vim se se excitantem. Quod porro vnum cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur. quod namque conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquam Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atque desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumque progressuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoque Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemque ipsis præbendo tanquam propriae vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Centrum est, à quo omnes vsque ad Circunferentiam æquales sunt: Et ad quod.

Verum quod quidem sit distantiae Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quod verō Circunferentiae medium, per particulam [ad quod]. hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque suscipit, supremum utique intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis causae assimilatur: Lineae autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitae, Infinitatem affingunt: Linea uerō, quae infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est. Quē Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

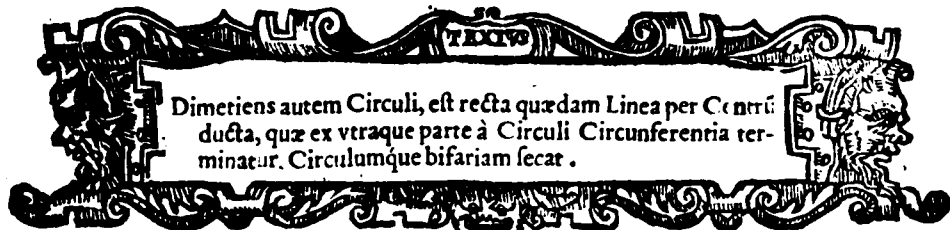
Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

Cum enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudque tanquam Centrum suae habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur.

Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-
nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumque maxime arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quod prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectibus causas.

Prima Figurarū circulus, & prima Rectilinearū Triangulū. Epilogus.



Defo 17.

QUod non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicue Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogramorum, est etiam Sphære in solidis Figuris. Verum in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaque genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanè Dimetiens quoque hæc tantum vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neque huius terminum transcendit: sed vtrinque ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoque Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, eque vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoque viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Côm. 14.

Quo differat Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum propriè dicitur.

Thales.

Demonstratio.

M extra

extra : vtcunque autem se habeat, eueniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori . siquidem omnes à Centro ad Circunferentiam, sunt æquales . Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit . at hoc fieri non potest . congruunt ergo, & proinde æquales sunt . quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat . Verum si vna existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitèverò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet vtrique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem. Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum . & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum vna Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitègerunt, & si in infinitum sumptè fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè fiunt, finitorum duplicia sunt . semper siquidem sumptè Dimetientes, finitè numero sunt . quomodo namque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit, & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperquæ partes, quæ oriuntur determinet?

Dubitatio
Hæc vtrū
obijciō-
ne Io. gra.
in lib. cō-
tra Proc.
Vide et Si-
pliciu i 3.
digressio-
ne contra
Gra. in 8.
philico.
Solutio.

Defo. 18.

Defo. 19.



Cóm. 15.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo Signis discrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamquæ ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quòd à duobus Terminis continetur, hisquæ semper differentibus, Recta scilicet, atque Circunferentia : & quòd Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens . siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaquæ continentur, non tamen hæc Semicirculi sunt . eò quòd Circuli diuisio, per Centrum facta non est . Cunctæ ergo huiusmodi Figuræ, bifor-

Figure bi-
formes.

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem interfecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsim: vel à mista, & recta, vtpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verum simplicibus, hisque per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter vtrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusque sit Angulus. non enim seinuicem interfecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrunque conuexa Figura. Cæterum quòd idem Semicirculi Centrum sit, quòd etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocque omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales. hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circuliue Centrum. Et est adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos: aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quòd Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumue rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemque causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsân assimilatur vtrique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadic
Circ. las.
Figuræ, q
à duobus
Terminis
cōprehēdi
tur diuīso

Cur Eucli
des Semi-
circulū in
hoc 1. lib.
definiat, et
non in 3.
vbi definit
et segmen-
ta. ibi .n.
locus est
proprius.
Figura Lu-
nularis

Corona

Vtrunque
cōuexa Fi-
gura.

Notandum

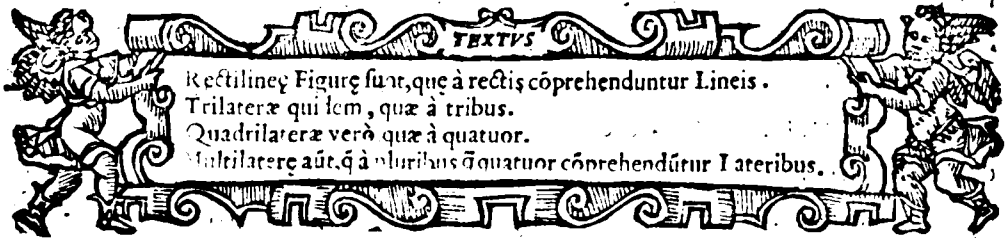
Centrum
tres habet
locos.

Digressio

Duplici-
ter Semi-
circul^o cū
Circulo
cōicat.
Pulchra se-
micirculi
cōsidera-
tio.

cipia coordinationibus, quæ illis principiis participant: & per cognitionem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamque ipsarum causam reducuntur.

Defo 20.
Defo 21.
Defo 22.
Defo 23.



Rectilineæ Figuræ sunt, quæ à rectis cōprehenduntur Lineis.
Trilateræ qui sem, quæ à tribus.
Quadrilateræ verò quæ à quatuor.
Multilateræ autē, q̄ à pluribus q̄ quatuor cōprehenduntur Lateribus.

Cōm. 16.

Idēi supe
riori cō.

Quomo-
do Bina-
ri⁹ medi⁹
sit iter vni-
tatem, &
Numerū.
Quo Se-
micircul⁹
medius sit
iter Cir-
culū, & Fi-
guras re-
ctilineas.

Duplici d̄
causa dua-
rum tan-
tūm recti-
linearū Fi-
gurarum.
Euclides
mentionē
fecit.
Prima cau-
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemque Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quā si multiplicetur: Numerus verò contrā, plus si multiplicetur, quā si componatur. Binarius autē siue in se se multiplicetur, siue componatur, equale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitaris, atque multitudinis medietas est: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Bāsim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circumferentiā, cum Circulo. Progrediuntur autē rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsque cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoque sunt: verūm habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cum autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissēmus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumque duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterque itaque ab ipso sunt assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros. Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cum de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro docturus sit, non imerito ad hæc vsque propriam statuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his
suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendū, quod planarum Figurarum aliae quidem à simplicibus continentur Lineis, aliae verò à mistis, aliae autē ab vtrisque. Et earū, quae à simplicibus cōprehenduntur, aliae quidē à similibus specie, vt rectilineae: aliae verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apfides, quae Semicirculis minores sunt. necnon earum, quae à similibus specie continentur, alię quidē à Circulari cōprehenduntur Linea: aliae verò à recta, Earum autē, quae à Circulari Linea cōprehenduntur, aliae quidē ab vna, aliae verò à duabus, aliae autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipse. A duabus verò, alię quidē deangulares, vt Corona, quae à concentricis Circulis terminatur: aliae verò Angulosae, vt Lunula. A pluribus autē quā duabus, processus in infinitū. à tribus nanque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quaedā continentur Figuræ. si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum interceptiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter. Earū autē, quae à rectis continentur Lineis, aliae quidē à tribus, aliae verò à quatuor, aliae autē à pluribus cōprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multo magis ab vna. Quapropter omne quidē spatium, quod ab vno Terminō, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare. Mistumque dupliciter, aut quoniā mistæ ipsum cōprehendunt Lineæ, quēadmodum illud, quod à Cissoide Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiā Apfides: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficitur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quod autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quodque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiares sunt Dijs, qui foracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hæc præcipue fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum
Figurarū
diuio.

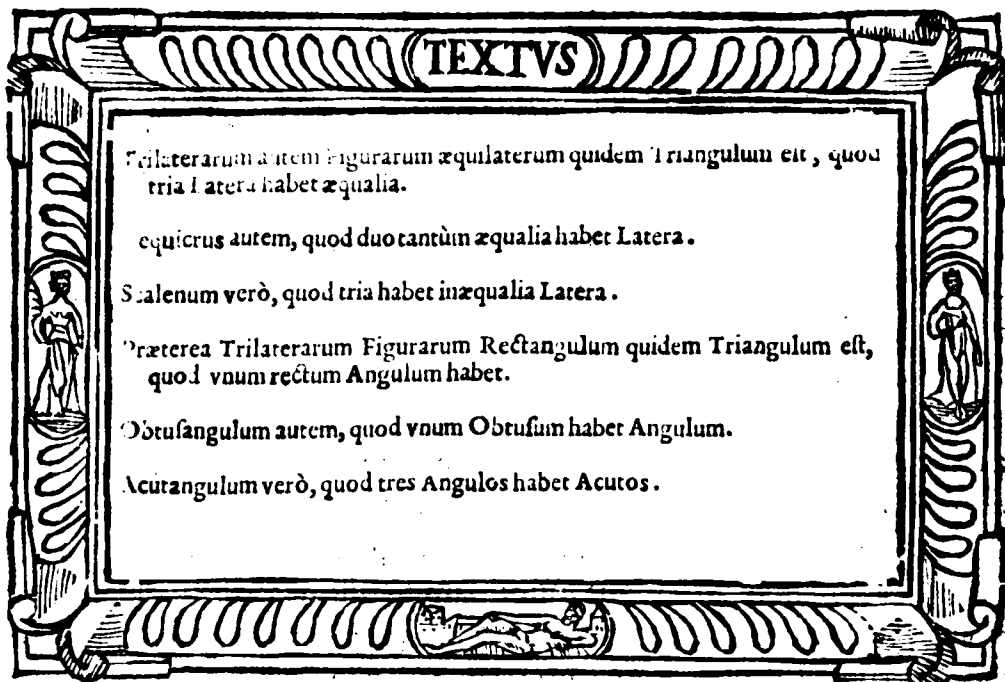
Rectili-
neæ.
Semicir-
culi, &
Segmēta,
& Apfi-
des.

Circulus.
Corona.
Lunula.

A duabus
rectis Li-
neis spa-
tiū nō cō-
prehēdit.
idē i supe-
riori com.
& inferius
i 10. pro-
nuntiato.
Figura du-
pliciter
Mista di-
citur.
Duplici-
ter fit Mi-
stio. idem
superius i
com. 7.
Digressio.

Vide supe-
riōrē cō. 10.
Genera-
tionē hic
intelligit
Elemēta-
rē regio-
nem. vide
etiam in
com. 13.

Tri-



Defo 24

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria latera habet æqualia.

25.

equicrus autem, quod duo tantum æqualia habet Latera.

26.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Côm. 17.

Duplex
Triangulo-
rum diuisio.

Diuisio
Triangulo-
rum à Late-
ribus.

Diuisio
Triangu-
lorum ab
Angulis

Cur Eucli-
des dupli-
cè Triangu-
lorum tra-
dat Diui-
sionem.
Triangulū
Quadrila-
terū, quod
Acidoides

Triangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autem ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilincis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atque Acutus: Aequalitas verò Laterum, atque inæqualitas, est utique in non rectilincis quoque Figuris. Inquit igitur quod Triangulorum alia Aequilatera sunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut. n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quod Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quæadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod utique omnes habet Acutos. non. n. hic quoque satis est vnicum habere Acutū. cuncta siquidem Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulū duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionē fecisse: quod scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt. n. Triangula Quadrilatera, quæ (αὐτοκύβητος) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (παρακύβητος) hoc est cauum Angulum habentia. intellige. n. vnum ex Trilateris, superque

perquē vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresquē habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit. n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumquē formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici nanq; distant Interuallo, & vnde quaq; partibiliū, varietate permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumquē materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemquē præbent. Iurē igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dīs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumquē existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentia ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguliquē Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit: Obtus-

vel Octogoniū appellatur.

Quadrangulū quinquilaterū. Digressio. Pythagorei.

Timæus.

Attēde similitudinem pulcherrimā, & nota quæ sit Aduentitius Angulus; quē Trianguli tres Anguli Lineis Triangulibus præbent. Philolaus quatuor Dīs Triangulæ Angulū cōsecrauit. Quadripartita Elementorū exornatio Saturnus. Mars. Pluto. Bacchus. Nota quæ sint horū Deorū in inferioribus operationes. Nota quæ sint horū

Deorū, p-
pria natu-
ra.

Cōfirmat
Pythago-
reorū, &
Timēi di-
ctum alia
ratione.

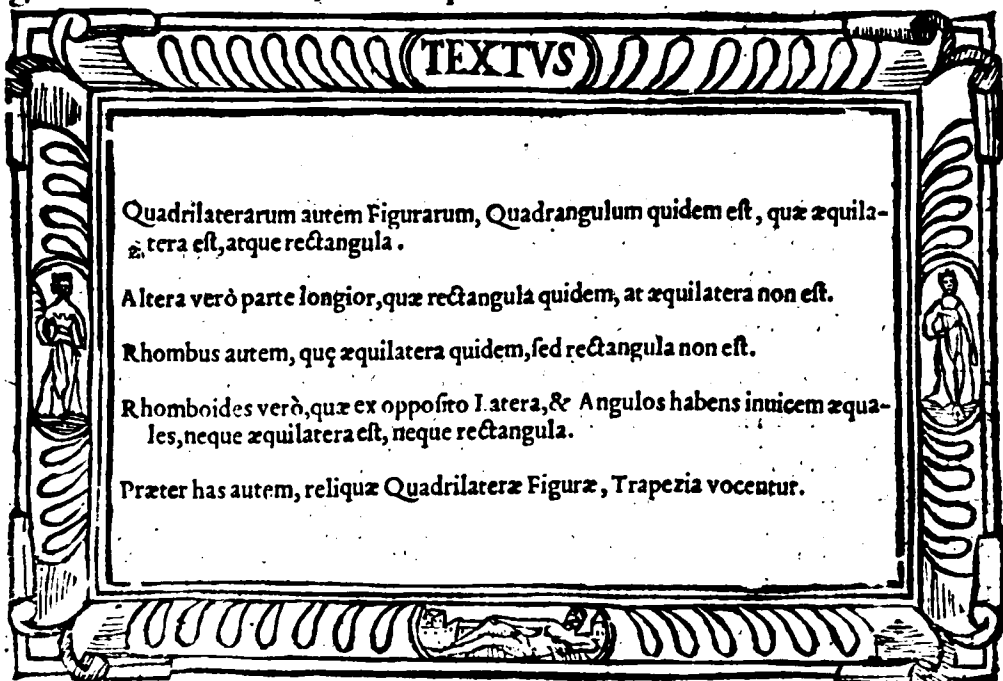
Finis Di-
gresſionis
Documen-
tum.

Septē Tri-
angulorū
sunt spēs.

Digresſio
Aquilate-
rum Triā-
gulū Diui-
nis aſſimi-
latur Ais.
Aequicrus
meliorib⁹
generibus

Scalenum
Vitis par-
tibilibus.

Obtufangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ipſorum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuiſiones ipſis in infinitū fieri præparat. ſimpliciter verò Triangularis Ratio Intervallo diſtātem, & vndequacq; partibilē materialium corporum conſtituit eſſentiam. Tot quidē de Triangulis erant à nobis inſpicienda. Ex hiſce autē diuiſionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum ſpecies eſſe ſeptē numero, nec plures, neque pauciores. nam æquilaterum quidē vnum eſt, cūm Acutangulum tantūm ſit: reliquorum autē vtrunque eſt triplex. Aequicrus nanque aut Rectangulū eſt, aut Obtufangulū, aut Acutangulum: Scalenumque ſimiliter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo ſe habēt, ſeptē omnes Triangulorum ſpecies dicantur. Rurſus autē iuxta Laterum quoq; diuiſionem, Triangulorum ad ea, quæ ſunt proportionē intelligas: nam Aequilaterum quidē æqualitate proſus, ſimplicitateque præſtans, Diuinis cognatū eſt Animis: meſura ſiquidem eſt & inæqualium æqualitas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicrus autem melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior pars quidē meſura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialēque imoderationem attingunt: Aequicrurium namq; duo quidē Latera æqualia ſunt, Baſis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequacq; claudicāt, ſe ſequē præparant, cūm ad generationē tendant, refertæque materia ſint.



Qua-

Quadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut. n. utrūque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāmum. Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantum habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiusmodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hæc verò, Scalena Trapezia. * Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verum Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilincorū Quadrilaterorum diuisionem, quippe qui septē horum quoque posuit species, quēadmodum etiam Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit, quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit, neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia aut, Trapezoideaque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum nancque, & Altera parte longius, ipseque Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantum hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cum neque æquilaterū ipsum dixisset, neque rectangulū. in quibus. n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verum iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cum illa rectangula sint. si. n. Quadrangulū,

Cōm. 18.
Diuisio
Quadrila-
terarū Fi-
gurarū se-
cundū Po-
sidonium.

Septē sūt
spēs Qua-
drilatera-
rum Figu-
rarum.

Euclidis
Diuisio.

Parallelo-
gramorū
pprietas.

In Propo-
sitione 34
primi.
Documē-
tum.

N gulū,

Dubitatio

Solutio.

† optimū.

Digressio

Pulchra
Pythagoreorū
consideratio.
Motus ab
inæqualitate
emanat
Quies autē
ab æqualitate,
idē in
1. lib. c. 13
Philolaus
tribus Deis
Quadrangulare
angulū cōstituit.
Quadrangulū
proximū Terræ
est Elementū.
Idē su

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios verò dilatarī, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatū videbitur. Quemadmodum porro si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, his etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterū indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatium & iuxta Latera, & iuxta Angulos Terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iure commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae asserre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dī ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentiae sunt auctores, merito Quadrangulā Figurā, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terrā cōstituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo dicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, fecundasque suscipiat potentias, non iniuriā hisce Dīs vitam largien-

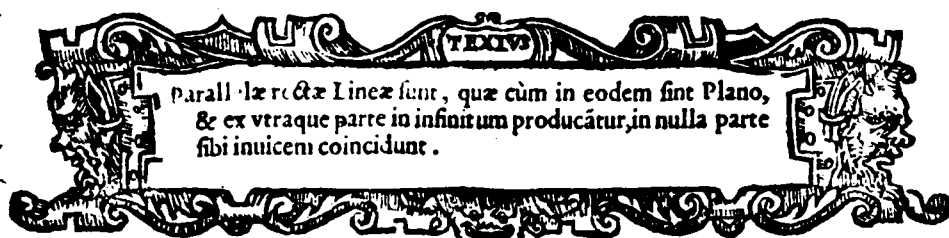
gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terrestrigitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersae etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquēque perfectum. quemadmodum porro Virtutum quoque vnamquāque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitae, omnisque Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autē non latere quod Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusque Triadicus foecundorū quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarii Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. praest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda diximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiones apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectū, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca.
9. vide et
Platonem
in Timæo.
Vide inter-
pretem in
Theogonia
Hesiodi.
Quorūdā
cōtēplatio

Notandum
pulcherri-
mum.

Cōclusio.

Duodena-
rius est Io-
uis impe-
rium.
Dodeca-
goni Angu-
lū Ioui
Philolaus
cōsecrauit
cuius cām
vide etiā
apud Pla-
in 10. de
Rep. & in
Epinomi-
de. et apud
Proclū in
Timæo,
& apud
Plutar. in
op. de Pla-
citis.
Epilogus.
Desō 35.



QUæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtraque parte producuntur non coincidere, sed in infinitū produci. & non Parallelæ. n. si aliquatenus producantur, non coin-

Cōm. 19.
In ppōne
27. & 28.

N 2 cidēt

Duc recte
Linee nul
lu spatium
comprehen
dere possunt.
Idem
in cō. 15.
& 16. &
hæc est cā
ur nō Pa
rallele ex
vna parte
in infinitū
produci pos
sunt.
Cōlōnes
Parallela
rū rectarū
Linearū.
Posidonii
Parallela
rum defō.
Perpen
diculares
termināt
Spatorū
altitudi
nes, & Li
nearū di
stantias :
i lco ppen
dulari
Figurarū
maximur
altitudi
nes, vt di
ctū est su
perius in
cōm. 10.
Notandū.
Diuisio Li
nearū se
cundā Ge
minum.

cident . in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas exprimit . neque etiam hoc absolute, verum ex vtraque parte in infinitum produci, & non coincidere . nam fieri potest vt non Parallelae etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur , ex altera vero minime . annuentes enim in hacce parte , plurimum ab inuicem in altera distant . Causa autem hæc est , quoniam duæ rectæ Lineæ nullum spatium comprehendere possunt . quod si ex vtraque parte annuant, hoc non accidet . Quin etiam rectas Lineas in eodem esse Plano , recte insuper acceptum fuit . si enim altera quidem in subiecto esset Plano, altera vero in sublimi, iuxta omnem positionem sibi inuicem non coincident . non tamen proinde Parallele sunt . Vnum igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum , & neutra in parte sibi inuicem coincidant . his enim existentibus Parallelae rectæ Lineæ erunt . & hoc modo Euclides quidem Parallelas definit rectas Lineas . Posidonius autem hæc Parallelae sunt (inquit) quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano : sed æquales habent omnes Perpendiculares, quæ à Signis alterius ad alteram ducuntur . Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Perpendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt . Perpendicularis siquidem Spatorum altitudines, Linearumque distantias terminare potest . Quocirca æqualibus quidem Perpendicularibus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantiae : maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior, & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Perpendiculares minores . Sciendum autem est, quod ipsum non coincidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas . Concentricorum namque Circulorum Circumferentiæ non coincidunt : sed opus est etiam ipsas in infinitum produci. Hoc autem non solis Rectis, verum etiam alijs inest Lineis . possibile enim est intelligere Helices circa rectas Lineas ordine describi , quæ si vnā cum rectis Lineis in infinitum producantur, nunquam coincidunt . Hæc itaque Geminus ex his recte diuisit, à principio dicens, quod Linearum quidem aliæ sunt terminatæ, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque Ellipsis Linea, necnon Cissoïdes, & aliæ quàm plurimæ : aliæ verò indeterminatæ, quæ in infinitum etiam producantur, vt Recta, Rectangulique Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoïdes ipsa . Rursus autem earum, quæ in infinitum producantur, aliæ quidem nullam comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones : aliæ verò coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea producunt.

ducuntur . Harum autem aliæ quidem non coincidunt amplius, quæ
 utcumque productæ fuerint non coincidunt ; aliæ verò coincidentes
 sunt, quæ scilicet quandoque coincident . Non coincidentium autem,
 aliæ quidem in vno sunt inuicem Plano ; aliæ verò, minimè . Non
 coincidentium autem , in vnoquæ Plano existentium , aliæ quidem
 æquali semper intervallo distant ab inuicem : aliæ verò interuallum
 semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam,
 & Conchoides ad Rectam Lineam . hæ siquidem cùm imminuatur
 semper interuallum, nunquam coincidunt . & annuunt quidem sibi-
 inuicem, nunquam autem omnino annuunt . Quod etiam maximè
 admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarun-
 dam Linearum non annuentem . Earum autem, quæ æquali semper
 distant intervallo , quæ sunt rectę Lineę, Spatium, quod
 inter eas positum est nunquam imminuentes

in vno Plano , Parallelæ sunt .

Tot etiam ab elegan-
 ti Gemîni

studio ad propositorum explana-
 tionem decerpimus .



Admirabi-
 le in Geo-
 met. Theo-
 rema . de
 quo et in-
 ferius in
 côm. 3. &
 3. quarum
 Hic quædã
 q non sūt
 parui mo-
 mēti ani-
 maduerte-
 mus in cō-
 mentariis
 nostris .

FINIS SECVNDI LIBRI.

Prodi

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

E V C L I D I S E L E M E N T O R V M

L I B E R T E R T I V S.



De Petitione, & Pronuntiato

Cap. Vnicum.

Cōtinua-
tio Libri.In cap. 8.
superioris
Libri.Cōmuni-
tas Peti-
tionū, &
Pronūti-
torum ex
sententia
authoris, et
Gemini.
Eorū dif-
ferentia.Speusip-
pus.

V V M Geometriæ principia trifariè diuisa
sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntia-
ta, quæ nam inter hæc sit differentia in superio-
ribus tradidimus. De Petitione autem peculia-
riter, & Pronuntiato accuratius differere in præ-
sentia propositum nobis sit, quandoquidem &
de ijs præcipuè nunc sermonem habeamus. Sup-
positiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis
exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiaris, quam Petitio-
nibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tan-
quam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt au-
tem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus di-
stincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id,
quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus:
in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem
sanè modo & in Pronuntiaris quidem hæc accipiuntur, quæcunque
per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt
in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque
factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō
defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione.
Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sum-
ptio, Petitiones, à Pronuntiaris distinguunt. quemadmodum etiam
demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sum-
ptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia,
simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quod per se se fidem fa-
ciunt, ijs, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter si-
quidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia
quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitio-
nem

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quā obiectorum visus: alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factūque facile suscipit. Cum enim indecliu Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quòd nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit, Siquis autem vnus reuolutionis Helicem describere voluerit, magis variā eget machinatione, varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicit .n. Geometrica Mens quòd cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnus reuolutionis Helicē descripsi .cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descriperim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Multiū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæditorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidētia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verū Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem; Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verū hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones

Exemplum.

Helicis
Planæ ge-
neratio.Æquilate-
ri Triangu-
li cōstitu-
tio.

vocal-

Archimedis, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in libro Aequiponderantium. Aliorum opinio, de qua videtur in superiori libro cap. 8. Ut Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiatio differt. Idem in principio capituli. Aliorum opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationis. Aristotelis opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationis quæ videtur in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25. Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitio- nibus connumerari debent. Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatio, illud, quod ultimum in vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia. Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauius ab æqualibus Longitudinibus equè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatio potius quispiam appellaret: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (ut videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transire. differt tamen ut Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiatio. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quod Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, qua tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus utitur quod commune est suæ accommodans materiæ. Aristoteles verò (ut prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tamen principium tamen suscipi: Pronuntiatio verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentię, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiatio distinguit, manifestum est, quod illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. iuxta verò secundam non erit Pronuntiatio illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere, quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatio adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationē quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. rectē enim Gemīnus animaduertendo adnotauit, quod alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quod rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quod non prorsus quicumque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Gemīnus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneē. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitatem metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Æquales rectæ Linæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronun-
tatis enu-
meratur.
Quæ sint
Petitio-
nes, & q
Pronuntia-
ta ex Ari-
stotelica.
Reprehē-
dit Apol-
loniū iux-
ta Arist.
et Gemini
sententiā.
Reprehē-
dit Eucli-
dē iuxta
Gemini,
et iuxta p-
priā sentē-
tiā, quip-
pe q quar-
tā, & quin-
tā Petitio-
nē, malē i
Petitioni-
bus enu-
merauit.
In Propo-
sitione 17
primi Ele-
mentorū.
Hoc infe-
rius osten-
ditur in cō-
ment. 2.
Iuxta Ge-
mini sentē-
tiā exclu-
dit à Pro-
nuntiatū
vltimū p-
nuntiatū.
Epilogus.
Pronuntia-
torū, et Pe-
titionū di-
uisio, per
quā 2. opi-
nio d' d'ria
Petitionis
& Pronū-
tati, cōsu-
ratur.

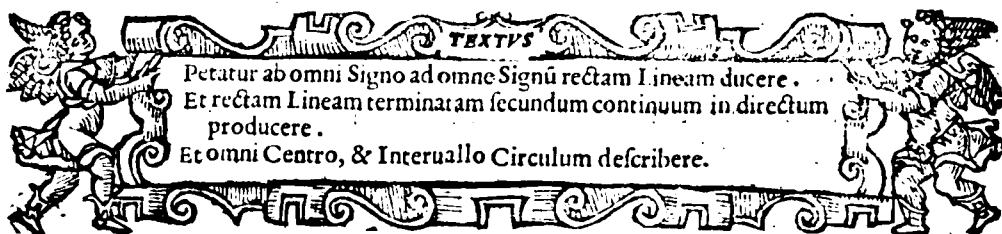
Quantitas
hic cōiter
p. genere
accipitur.

scientijs, aliæ verò cōmunes omnibus. nam illam quidē, quæ petit di-
uidere Numerū in partes minimas, peculiarē Arithmetices Petitionē
esse dixeris: quæ verò omnem rectā Lineam finitā in directū produ-
cere, Geometriæ: quæ autē Quantitatem in infinitum augere, amba-
bus cōmunem. Numerus nanq; & Magnitudo possunt hoc pati.

PETITIONES.

Petitio i.
Secūda.

Tertia.



Cōm. i.

TRes istę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare no-
bis imperant, in Petitionibus ex Gemīni sententia necessariō collo-
candæ sunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectā
Lineam ducere, eam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi
fluxum esse ait, & Rectam indecliuem, atq; inflexibilem fluxum. Si
igitur Signum indecliui, breuissimoque motu moueri intellexerimus,
in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilque va-
rium intelleximus. Si autem cū Recta ipsa Signo terminetur, simi-
liter ipsius Extremum breuissimo, indecliuique motu moueri intelle-
xerimus, secunda Petitio à facili, simplici que apprehensione compa-
rata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem
secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod ma-
net, secundum reliquū, tertia porrò facta erit. nam Centrum quidē,
est Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta
n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distan-
tia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus
adhibemus, imobilibus existentibus, quō autē impartibilia mouemus
(hec. n. minimè fieri posse) eum rogabimus non pasim molestū esse,
si memoria tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere. quòd utiq;
Rationes eorū, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describūt Cogita-
tionis imagines, quarū Cogitatio ipsa rationē habet. Tabella. n. non
scripta, huiusmodi Mens est, vltima, atq; passibilis. At nulla apud
nos oratio hæc. Mēs. n. illa, quæ recipit species, aliunde per motū ipsas
recipit. & motum quidē non corporeum, sed imaginarium intelliga-
mus. impartibiliaque corporeis moueri motibus minimè cōcedamus,
verū imaginarios pati decursus. Etenim Mens impartibilis exi-
stens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

Mens vlti-
ma, & pas-
sibilis, & q
recipit spe-
cies, idē in
superiori
lib. cap. i.

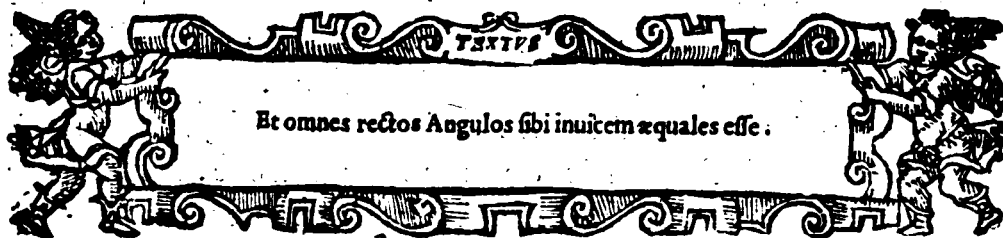
Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus . A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi † mouetur, & à loco comprehenditur . locus enim eorum quidem , quæ cum dimensione sunt , dimensionem habet & ipse : impartibilium verò nullam habet dimensionem . Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur : alius etiam motus corporum , & alius eorum , quæ in Phantasia excogitantur : necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium . Oportetque hæc distinguendo , rerum essentias non confundere, necque perturbare . Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea , quæ sunt, in suis causis cōtinentur impartibilibus existentibus, ab ipsisque terminantur : & quod etiam prius quā constituentur, vndeque ab ipsis comprehensa sunt . nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur . Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia , quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur : sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare cōtātur . Tertia aut, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur . Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum produciens, Circularem imitatur regressum . Scire aut oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis . neque .n. Circulari, necque Cissoïdi, necque omnino illis, quæ Figuram describunt; quinetiam necque illis, quæ nullam faciunt Figuram . necque .n. vnius reuolutionis Helix in infinitū produciuntur . nam inter duo Signa constituitur . necque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt . At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est . non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest . Hæc etiam de his . Ad reliqua autem pergamus .

† iacet

Digressio.

Finiis Digressionis Documentum .



Petitio 4.

O

1

Præ-

Côm. 2.

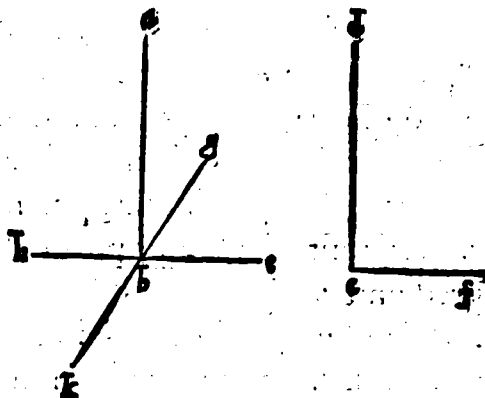
Excludit
quarta Pe-
titio à Pe-
titionū nu-
mero, tū
iuxta Ge-
mini, tū
iuxta Ari-
sententiā.
idē supe-
rius cō. i.
hui⁹ libri.

Demōstra-
tio quartę
Petitionis

In 10. de-
finitione.

Pappi do-
cumentū.

PRæsens Petitiō si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-
monstratione à nobis cōceditur, Petitiō quidē non est ex Gemini
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se
accidens dicit, nihil simplicei notione facere iubens. verū neq; etiam
iuxta Aristotelis diuisionē Petitiō est. Petitiō enim ex sententia illius
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse
dicimus, ipsiusquē demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta
Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum
æqualitas. Cū .n. unitatis, vel Termini rationem habeat ad An-
gulum, qui vtrobiq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretio-
nem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam
stetit vtrobiq; Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-
guli vnus a b c, alter d e f. Dico quod æquales sunt, si .n.
non sunt æquales, alter ipso-
rum sit maior, vt puta qui ad Signū
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā
a b adaptetur, Linea e f infra
caderet. Caderet vt Linea b g, &
producat̃ Linea b c vsq; ad
Signum h. Quoniā igitur An-
gulus a b c rectus est, Angulus
quoque a b h rectus erit, & sibi
inuicem erunt æquales. habe-
mus .n. in Definitionibus quod
rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus er-
go a b h maior est Angulo a b g. Producat̃ rursus Linea g b vsque
ad k. Quoniā igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur
a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-
ctē nos animaduertit quod huius Petitionis conuersa, vera non est,
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verū si re-
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Possē autem curuilineum

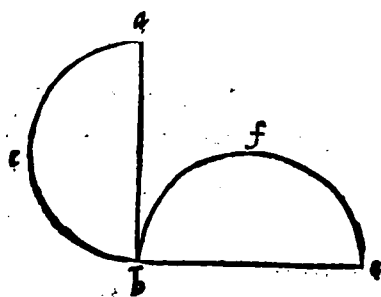


quoq;

quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilineorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem nec rectilineus. Intel-

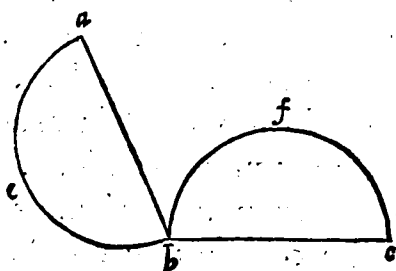
In 10. definitione.

ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales $a b$, & $b c$, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisque Semicirculi, Centro, & Intervallo descripti $a e b$, & $b f c$. Quoniā itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cōgruent, & Angulus $e b a$ æqualis est Angulo $f b c$. Cōmunis



apponatur reliquus, nempe $e b c$. Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet $e b f$, Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus $a b c$, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curvilinearum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea $c b$, & $b e$ Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea $c b$, Circunferentiam $b e$ secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaque descripta

sint. quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si nec rectilineus est, quoniam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autē est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est,



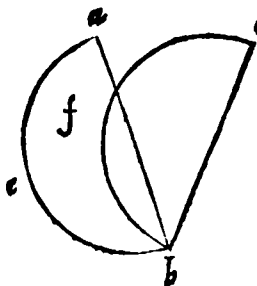
Documētum.

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati, etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

Idē vide in 2. libro cōm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .



Petitio 9.

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores .

Cōm. 3.
Ptolemæus
in Lib. cui
titulus est,
à minori-
bus duobus
rectis pro-
ductas coi-
cidere.
In 17. pro-
pōne pri-
mi Elem.
Quorūdā
oviectio.
Gemini re-
sponso
Aristo. 1.
Ethi. cap.
3. idē ēt su-
perius i 1.
lib. c. 11.
Simmias i
Phēdone
Platonis,
de quo vi-
de ēt Plu-
in vita Pe-
riclis.

Idē in fine
secundi li-
bri.

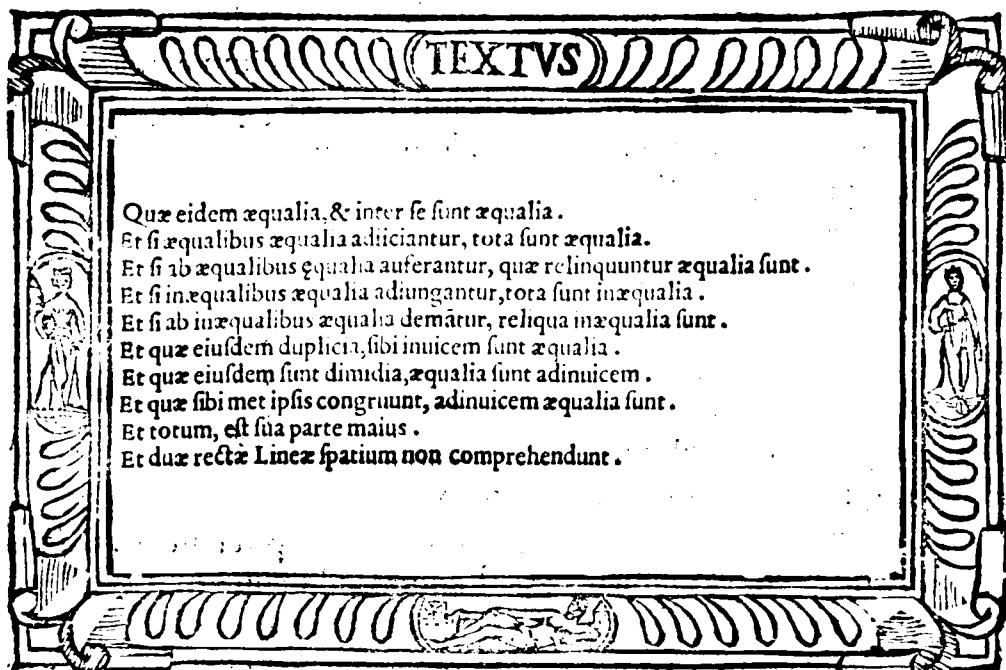
Hanc penitus ē numero Petitionum delere oportet . Theorema . n . est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectōrū diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet . Ad quos Geminus rectē respondit dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeffendas . simile . n . est, inquit etiā Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur; verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est . nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabilequē videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis observatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis fit Lineis? antequam . n . per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam afferunt . Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitantes

tes

tes valde mordaces essent, quomodo nō eō magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verū quòd quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusq; rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturus est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verū per demonstrationem manifesta fit.

Excludit
oīno Peti-
tio hæc ē
numero
Petitionū.

PRONUNTIATA.



Primū p-
nuntiatiū

2
3
4
5
6
7
8
9
10

HAec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicatur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediate propriæ sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiatricem Orationē, Pronuntiatum appellare consueuerunt: cumq; dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseq; propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsiq; Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & commu-

Cōm. 4.

Idē in 2. li-
bro cap. 8.

Aristo. &
Geometra-
rū opinio:
idē in lib.
3. cap. 8.

nis

Dānatur
Apolloni
qui Pronū
tiata de-
mōstrauit
idē supe-
rius i c. 1.
huius lib.
In demō-
strabilia à
demōstra-
bilibus na-
tura diffe-
rūt. & eo-
rū sciē di-
uerse sunt
idē Arist.
1. post. 1.
5. & 6.

Apollonii
demō.

Pria Pro-
nūtiatorū
pprietas.
Secunda
Pronūtia-
torum p-
prietas

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram lau-
demus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur . nam hic quidem &
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est . Hæc autem na-
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est . earū
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-
pter euidētiā in nostram cognitionem cadunt : & earum, quæ de-
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-
ceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur . Quòd autem
primi Pronuntiatii demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam
magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-
spexerit . Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico
quòd etiam a ipsi c æquale est . Cū enim
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē
b . & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē
& ipsum occupat locum . & a igitur eundē oc-
cupat locum, quem c . equalia igitur sunt . In his
itaque duo præassumpsisse oportet . vnum qui-
dem, quòd quæ eundem occupāt locum, sibi in-
uicem æqualia sunt : alterum verò , quòd quæ
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-
cem eundem occupant locum . Quòd autem hæc præsentii Pronun-
tiato obscuriora sint , manifestum est . quomodo enim quæ eundem
expleant locum æqualia sunt : secundum Totum, an secundum par-
tem : vel secundum Rationis figurationem : Propterea non omni-
no admittendum est, ad locum transire, qui r̄s, quæ in loco sunt igno-
rior nobis est . difficilis enim , atq; ambigua est essentia ipsius inuen-
tio . Ne igitur prolixa oratione vtamur , omnia Pronuntiatia tanquā
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cū per se nota & credi-
bilia sint . qui enim r̄s, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est : Sed minuit euidētiā,
quam in indoctis prenotionibus habemus . hoc autem de Pronuntia-
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium . &
quòd omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,
& non solum in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari di-
citur, verū etiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus . hocque
necessarium est . Aequale enim, atq; Inæquale : & Totum, atq; pars :

&

& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam evidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsi in super vitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis congruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiã alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium non comprehendere, cum Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cum ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia, propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quædam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiungantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adicianturque ipsis inæqualia c, d, sit autem c maius d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d, a ipsi b d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantum superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c, d, adiunganturque ipsis æqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quo-



P niam

Quo ex
cōmunib⁹
principiis
pprie fiāt
conclusio
nes. idem
superius
cap. pri-
mo.
Heron tria
tū Pronū-
tiata po-
suit.
Refecat
sextum, &
7. & 10.
Pronūtia-
tum.
Pronūtia-
ta comu-
nis sūt ge-
neris. idē
superius.
cap. 1.

Quædam
alia Pro-
nuntiata
quæ à Pap-
po addun-
tur.

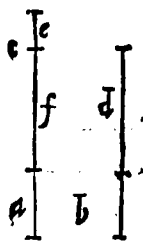
Demon-
stratio pri-
mi Pronū-
tiati à Pap-
po adiecti

Demonstra-
tio secūdi.

Reliqua
ex defini-
tione ma-
nifesta fi-
unt.

Eorū, qui
cōtra Geo-
metriam i-
stant diui-
sio.
† Termini-
nos.
Stoici,
quorū opi-
nionē vi-
de in lib.
secundo
com. 1.
Pyrrhonii
Philoso-
phi,
Epicurei.
Zeno Si-
donius.
Iber Po-
sidonii ad-
uersus Ze-
nonem.
† Verum
enimvero,
qui de pri-
ncipiis di-
uersi inter
se afferūt
sermones,
moderate
à nobis ex-
iis, q̄ p̄ce-
dūt, abso-
luti sunt.
In comēt.
sequenti.
Propositū
Auctoris ī
sequētib⁹.

niam igitur a æquale est ipsi b, & ipsi d, a f ipsi b d
erit æquale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso c tantum
excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque,
iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito
in pluribus exemplaribus prætermittuntur. Quotcunq;
autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta
fuere, illasq; consequuntur, Verbi gratia, quod om-
nes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-
gruunt. quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemo-
di habent naturam. Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem
autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim r̄s diui-
duntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quod Infinitum in
Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem
vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriq; in infinitum po-
test. Verum enimvero quoniam de his quoque summatim diximus,
reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus. hucusq;
enim principia se extendunt. Eorum autem, qui aduersus Geome-
triam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt,
quippe qui + partes nullam habere subsistentiam ostendere conati
sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem
quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena
regione, fœcundaq; Philosophia demolientium, quemadmodum
Pyrrhonorū Philosophorum: aliorum verò Geometrica tantum
principia subvertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem
cū principijs iam permisissent, non posse inquiunt ea, quæ princi-
pia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis con-
cedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit. hunc .n. contra-
dicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicu-
reus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scri-
psit librum, imbecilem totam ipsius opinionem ostendens. + Ve-
rum enimvero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt mo-
dicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se
coniunctæ sunt. Zenonis aut̄ infestum accessum paulò post conside-
rabimus. Nunc verò cū Theoremātū, Problemātumq; sermonē
& de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis
sunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum,
quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchrio-
ra quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes,
infinitamq; ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea ve-
rò,



ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumquę varietati incumbentes, ad quæ vt plurimum iuuenes currentes videmus.

Iuuenes
ad Casuū,
Sumptio-
nūq; va-
rietatē li-
bēter cur-
runt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.



Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod equilaterum est, constituere.

Proposi-
tio prima
Problema
primum.

QUum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quę ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quę principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumquę inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quę quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struerequę proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaquę huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quę Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusquę conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de iis omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam querit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cum quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiusmodi Lineę definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtputa quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5.
Sciētia du-
plex.

Differen-
tia Proble-
matum, et
Theore-
matū. idē
in primo
cap. huius
Libri.
Munus
Proble-
matis.
Munus
Theore-
matis.
De quib;
Geome-
trię sit ser-
mo.
Geome-
tria qrit
quatuor
ea, quę q-
ri solent.
Geome-
tria qrit ip-
sū Quid
est, dupli-
citer.

P 3 ipsum

Quo Geo-
metria q-
rat ipsum
Sic est.
Quomo-
do, Qua-
le qui t ē.
Reipō der
Procl. cō-
tra Amphi-
nomi, &
Ari. sentē-
tiā, ex sen-
tētia Ge-
mini.
Argumē-
tum.

Quo, &
q-
do pro-
pter quid
Geome-
tria q-
rat.

Epilogus.

Problema
tum, atq;
Theore-
matū par-
tes.
Proposi-
tionis of-
ficiū.
Expositio
nis offici-
um.
Constru-
ctionis of-
ficiū.
Demonstra-
tionis of-
ficiū.
Cōclusio
nis officiū
Tres par-
tes sūt ma-
ximē ne-
cessarię, q-
semp esse
debent tū
in Proble-
matib⁹, tū
in Theore-
matibus,
Proposi-

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile: & quousque locum habet; & quot modis. Quinetiam ipsum [quale quid est] cum enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [quale est] ibi quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminius) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum manifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuò & ipsum [propter quid] manifestum fit. Verum de Quæsitis quidē hæc sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet, Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē, Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quæsitum quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quę Dato desunt ad Quæsitū venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cōcessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est, & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt: maximè autem necessarię, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio, nam oportet & Quæsitum præcognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, harumque trium vt aliqua desit fieri non potest, reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum.

plum, Constructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nō est, + Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere, Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cum in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio ut plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit; verum aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, ut in iam dicto Problemate, non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat utrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum; sed quod opus est hoc comparare. Et fit quidem hīc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subiicitur, quemadmodum in alijs Problematibus, ut quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hīc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatū est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cum igitur utrunq; Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur; cum autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quod huiusmodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem tacetur, eò quod Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoq; huiusmodi Problemata reperies, & maxime in Arithmeticis, & in decimo libro, ut duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantum datur, Linea autem, & alia, omnibus. cum enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quod scilicet rectilinea, ne isdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cum verò, quod duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt, Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cum autē dicimus, quod si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem

ratio

tio Demō
stratio. &
conclusio.
Proposi-
tio deci-
ma Quar-
ti Elemen-
torum.
Quando
constru-
ctio def-
iciat.
† Demōne

Prio post.
tex. i.

Quæ Deter-
minatio,
& Expositio
deficiat
& quando
non.
Expositio,
atq; Deter-
minatio
Dati est.

Propō 29
Decimi
Elem.
Documē-
tum.

Quadrup-
pliciter
Datum acci-
pitur. &
ideo Ex-
pō quoq;
quadrupli-
citer fit.
Demonstra-
tio Geo-
metrica
duplex ē.
Perfectio
Demonis.

Cōclusio
Geometri-
ca duplex
est.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cū verò in dato Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cū Positio varia esse possit, Constructio quoq; varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectæ, vel inter ipsius Extrema. Cū igitur quadrupliciter Datum accipitur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem. hæc .n. Demonstrationis perfectio est: quandoq; verò ex certis Notis argumentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbiq; autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc: quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cū interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non productum. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutum est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consuevere. cū enim vt in Dato ostēderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusionem ad vniuersalem recurrentes. nam cū subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur trāscēdunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positis non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantum. Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinē in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem trāscēdere minimè possem. Si autem Rectitudinem quidē ipsius non subiungo,

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilaterum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat. nam data quidē est recta Linea terminata, quaeritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hæcce: & vides quod ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minime subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demonstrationem nos efficit, Quæsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, in interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineæ rectæ continuentur. & vides quod in Constructione Petitionibus vtor. hæc quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hæc, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demonstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ æqualis est. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit; quæ omnes à Centro ad Circumferentiam æquales esse dicebat. Vtraque igitur, eidem æqualis est. Quæ autē eidem equalia, & inter se sunt equalia,

Primi Euclidis Problematis Propositio.

Nota quod omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Euclid. Problem. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In constructione Petitionibus, in demonstratione autē pronuntiatis Geometre vtuntur.

Demo.

Prima cō-
clusio pri-
mi probl.
Elemē.
Secunda
cōclusio

Particula
rū Quod
fecisse, &
Quod de
mōstrasse
oportuit
pulchra
cōsiderā.

Epilogus.

Sumptio
quid,

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quę Expositio- nem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quę nunc proposita est datam feceris, eadem Constru- ctiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Proble- maticā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omni- no itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolu- tam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit osten- disse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & per- spicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quę quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittun- tur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum. n. perspi- cax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quę his annexa sunt breuiter disse- ramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quidque Inductio. Sumptionem itaque de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero predicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriē autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cum enim vel in Constructione, vel in De- monstratione aliquid sumimus eorum, quę ostensa non sunt, sed ra- tione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū in- quisitione dignum esse arbitrari, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis exi- stit, cum illa absque Demonstratione ad aliorum fidem faciendā perse- sumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-
lutio-

lutionibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quàm etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, cum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum cum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit, hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quæ à Plat. traduntur.

Casus yd.

Corollarium quid.

Vide Varonē i lib. de lingua Latina. Instantia quid.

Inductio quid. Nota inductionis Geometricæ, cum inductione Logica similitudinem. Hippocrates primus fuit inductionis Geometricæ inuentor. Digressio.

Q Triā-

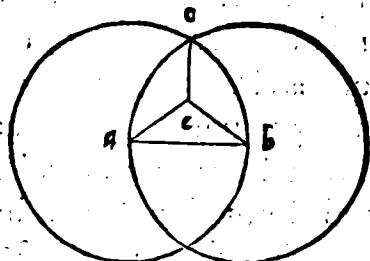
Triangulū
Aequilate-
rū omniū
Triangulo-
rū optimū
est, assimi-
laturq; cir-
culo.
Duorū cir-
culorū Ae-
quilaterū
Triangulū
comprehē-
dentiū cō-
templatio
† Intelli-
gētias.
Vide Pla-
tonem in
Phēdro, &
Proclū in
Timō pa-
gi. 123.

Epilogus.

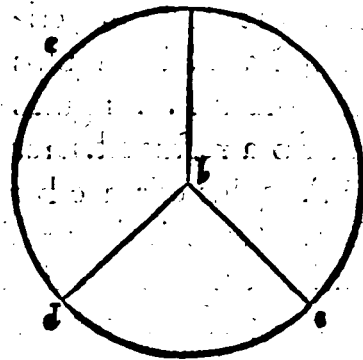
Zenonis i-
fictus ac-
cessus, &
eius funda-
menta.

† Triangu-
lum nō
ostēdere
equilate-
rū. Sit .n.

Triangulum inter Triangula optimū sit, & Circulo maximē cognā-
tum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamq; simpli-
cem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui
non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum compre-
hensio, horumq; ex parte vtriusque (non enim in toto vtroq; de-
scriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusq; partibus constat) ostē-
dere in Imaginibus quomodo ea etiā, quæ à principijs egressa sunt,
perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt. nam
hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circun-
uoluuntur, propter continuā generationē: & Animæ ipsæ cū + mo-
tus transientes habeant, per restitutiones, & circunuolutiones non trā-
sientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autē & à duabus Men-
tibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem
essentiæ Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, pro-
pter æqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurē fa-
nē & hoc per Circulos cū mediū in ipsis includatur Aequilaterum
ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, &
ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque
ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cū triplicis Ani-
marum substantiæ Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum
suscipere. Verum enimvero hæc quidem tanquam ab Imaginibus
rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniā autem quidā
aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refel-
lere Geometriā putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq;
Zenō ille, cuius etiam superius mētionē feci, quod & si quis principijs
Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequuntur
cōmuni compararet consensu hoc ipsis non concessio, quod duarum
rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi .n. hoc datum
esset, † æquilaterum Triangulum minimē constitueretur. Sit enim
(inquit) recta Linea a b, super qua
constituendum est æquilaterū Triā-
gulum. Describantur autem Circuli,
& à cōmuni ipsorum sectione protē-
dantur rectæ Lineæ c e a, c e b cō-
mune habentes c e Segmentum.
Accidit igitur Lineas quidem à cō-
muni sectione protensas, Lineæ a b
datæ æquales esse, non autem Triā-
guli quoque Latera esse æqualia, verū duo reliquo minora, nempe
ipso



ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constitu-
tur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua mini-
mè consequuntur, nisi hoc quoque præacceptum esset, neq̃ Circun-
ferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta?
Aduersus hæc porro dicendum, primùm quidē quòd hoc quodam-
modo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non
esse cōmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc compren-
debat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa.
hoc .n. æquale esse Signorum interuallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa
Signa coniungit, vnā, breuissimamque efficit, ita vt si quis ipsam se-
cundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi
congruat. cū .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd bre-
uissima est totam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam
in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait
[& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicue
ostendit, quòd ea, quæ producitur, vna esse debet, vnoque motu pro-
duci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius
accipere, sit si fieri potest a b, ipsius
a c, & ipsius a d cōmune Segmen-
tum. & Centro quidem b, interual-
lo autem b d, Circulus describatur
a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c
per Centrum est ducta, Semicirculus
est ipse a e c. & quoniā recta Linea
a b d per Centrū est protracta, Se-
micirculus est ipse a e d. Aequales
igitur sibi inuicem sunt Semicirculi
a e c, a e d, quod fieri non potest.



Respon-
sio
cōtra Ze-
nonem.

Alia Re-
spon-
sio.

Secūda Pe-
titio.

Demōstra-
tio contra
Zenonē.

Aduersus autem hanc Demonstra-
tionem dicet forsan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam
Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nōs præacce-
pimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum.
sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel
si non congrueret, aut extrā, aut intrā cadere. Nihil autem obstat (ait
ille) non totam toti congruere, verū secundum aliquam partem,
donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū di-
spescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius
rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā consciū
quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

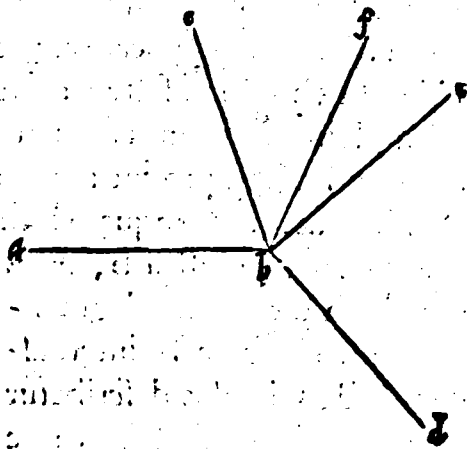
Argumen-
tum Zeno-
nis cōtra
Demōnē.

Posidōnii
Respon-
sio.

stratio tamen bene succedit . nam iuxta illam partem, in qua non cōgruunt, altera quidem intrā : altera verò extrā erit, eademque absurda sequentur, Recta a Centro ad externam Circumferentiam protrahēta . æquales .n. erunt quæ a Centro sunt, tum maior, quæ ad Circumferentiam externam : tum minor, quæ ad internam . Aut igitur tota toti congruet, æqualesque sunt : aut secundum partē congruens, secundum reliquam vicissim variat : aut nulla ipsius pars, nulli alterius parti congruit . & si hoc fuerit, vel extrā cadit, vel intrā . hæc autem omnia consimiliter redarguuntur . Verum de his hæc sufficiant . Zeno

Alia Demonstratio
quam dāpat Zeno.

autem aliam Demonstrationē adscribit huiusmodi, cui etiā obrectare conatur . Sit .n. duarum Rectarum a c, a d, cōmune Segmentum ipsa a b . & excitetur ipsi a c ad Angulos rectos ipsa b c . Angulus igitur e b c rectus est . Si itaque Angulus etiam e b d rectus est, æquales erunt, quod fieri nō potest . Si autem non, erigatur ipsi a d ad Angulos rectos ipsa b f . Angulus igitur f b a rectus est . Erat autē Angulus etiam e b a



Posidonii
cōtra Zenonem
reponit.

rectus . & æquales igitur adinuicem sunt, quod fieri non potest . Demonstratio itaque hæc est, quā Zeno obrectauit, veluti aliquid eorum, quæ posterius ostendenda sunt assumentem, a dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare . Posidonius autem nusquam quidem in Elementaribus Institutionibus huiusmodi Demonstrationem ferri inquit, verum Zenonem suos Geometras veluti flagitiosa Demonstratione videntes calumniari : esse autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam . Siquidem est etiā quædam prorsus utrique Rectarum ad Angulos rectos . quæcunque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt, hocque præassumpsimus rectum Angulum definientes . tali enim inclinatione solum rectum Angulum constituimus . Sit autem fortasse hæc, quam ereximus . siquidem ipse etiam Epicurus, omnesque alij Philosophi multa quidem eorum, quæ fieri possunt, multa autem impossibilis quoque materia, ad consequentis contemplationem supponere concedunt.

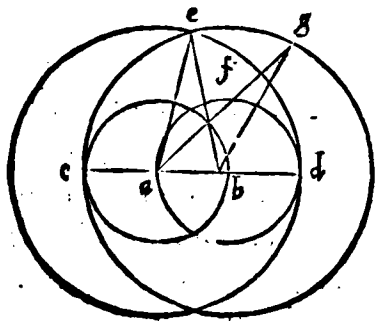
Epicurus.

Toti-

Totidem de æquilatelo Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Acquicrus. Sit igitur

Finis Dis-
gressionis

Linea recta a b, super qua oportet Acquicrus constituere, & describantur Circuli, ut in Aequilatero. & producat ex utraque parte Linea a b, ad c d Signa. c b igitur, ipsi a d æqualis est, Centro itaque b, Intervallo autem c b, Circulus c e describatur. Rursusque Centro quidem a, Intervallo vero d a, Circulus d e designetur, & à Signo e, in quo Circuli se invicem intersecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, e b



Reliquorum
Triangulo-
rum consti-
tutio.

protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi a d, e b verò ipsi b c æqualis est, æqualis autem est a d ipsi b c, e a quoque ipsi e b æqualis erit. Verum maiores etiam sunt ipsa a b. Acquicrus igitur est Triangulum a b e, quod fecisse oportuit. At porro iussu sit Scalenum constituere Triangulum super data Recta a b, & describantur Circuli Centris, & Intervalis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta Linea a f, producatque ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum est, a f ipsi a d æqualis est. Maior igitur est a g, ipsa a d, hoc est ipsa g b. Centrum autem est & ipsum b, æqualis ergo est g b, ipsi c b. Maior est igitur g b, ipsa b a. At g a maior est, ipsa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales sunt. Scalenum ergo Triangulum est. Tria itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem divulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Acquilatrum quidem vndeque æquale existens, vnicò modo constituitur. Acquicrus autem in duobus tantum Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data. n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndeque inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet utranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autem quæ sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplabimur quòd Problematum alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis fiunt. Vocantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, se-

Documē-
tum.

Problema
tū vniuer-
salis Diui-
sio.
Amphino-
mus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ū verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiusmodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dissecere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius quàm duplum esset, vtputa triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tripla (multiplex . n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quòd multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantē operationem proponitur. quod namque in his, fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædā Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiusmodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiæ Recti. hoc . n. superuacuum est, frustra que adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiā quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinē, Scientiamque parientē Terminū reducat. Veluti si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem utroque æqualium Laterū habet. necnon vtum illud, quod verticalem Angulū vtriusque eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Basim

Problema
multipliciter
dicitur.

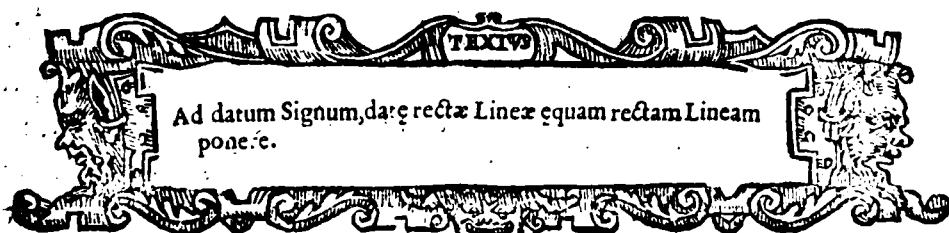
Problema
Geometricum.

Excedens
Problema
quid.

Impossibile
Problema
maius
Problema
quid.
Deficiens
Problema
quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplū habet: vel quod secundum quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam. fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quòd ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter; vel infinitis modis cōstruitur. tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum.

Hoc pponitur i Propositione 10. quarti Elementi. Quale dēt esse pfectū Problema quod & pprīè problema dicitur. Prīmū problema primi Elementi, ceteris problematib⁹ præstat.



Propositio secunda. Problema secundum.

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesquæ mutantia eundem Demonstrationis seruant modū, hæc Casum habere dicuntur; quæcunque verò iuxta vnā tantū Positionem, vnāquæ Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt. simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantū modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione. quæritur siquidem huic rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, vbi-
cunque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quòd omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in sublimiori, omnibus .n. Planorum Problematis, atque Theorematis, vnum subijci Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est: præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamquæ pertinet: siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum no-
bis

Cóm. 6.

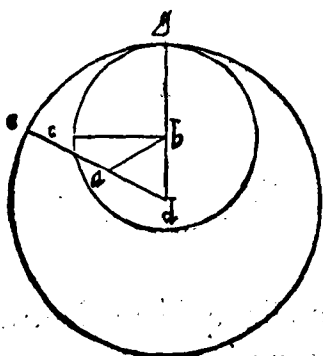
Casus in Constructione est.

Documentum

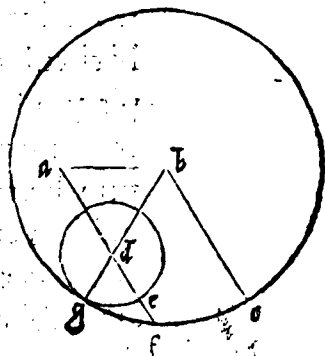
Dub.

In præcedenti Prob.

res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaque Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque equi-

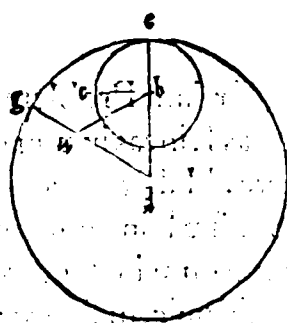


laterum in ipsa non constituatur superius habēs verticem (quoniam locus non est) sed inferius, & sit a d b. Aut ergo æqualis est a d, ipsi b c: aut maior: aut minor. Si igitur æqualis, quod iussu erat factum est. † Si autem minor, Centro



quidem b, intervallo verò b c, Circulus designetur, & producantur ipsæ a d, d b vsque ad e g Signa, & Centro quidem d, intervallo autem d g, Circulus describatur g e. Quoniam igitur æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro enim sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis est. æquilaterum enim est a d b Triangulum. reliqua igitur a e, reliquæ b g æqualis est. At b g etiam æqualis est ipsi b c, a Centro enim & illæ exeunt. a e igitur ipsi b c æqualis est, quod faciendū erat. Si verò maior est a d, ipsa b c, (hoc enim reliquum est) Centro quidem b, intervallo autem b c, Circulus designetur e c. Secat igitur ipsam d b, Circulus e c. Rursus centro quidem d, intervallo autem d e, Circulus describatur e g. Quoniā igitur d Signum Centrum est Circuli g e, æqualis est g d, ipsi d e. Erat autem & d a æqualis ipsi d b. reliqua igitur a g æqualis est ipsi b c. Verum b c, ipsi b c æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. a g igitur ipsi b c æqualis est. & est posita ad Signum a, quod erat faciendum. Multis autem alijs etiā Casibus existentibus, satis est hos quoque in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixerunt. Sit a datum Signum, b c autem data Recta, & Centro quidem a, Intervallo verò tanto quanta est ipsa b c, Circulus designetur d e, & protendatur quædam recta Linea a Signo a ad Circumferentiam, quæ sit a d. Hæc igitur ipsi b c æqualis est. tanta enim erat quæ ex

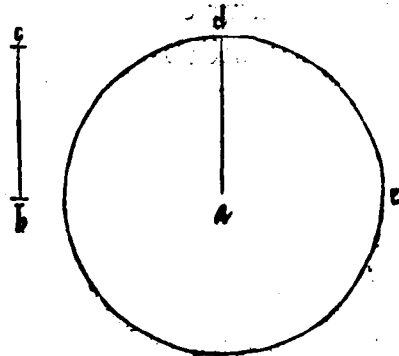
† Si aut minor, Cetro quidē b, in intervallo verò b c, Circulus describatur. & producantur a d, d b vsque ad Signa g f, & Centro quidē d, intervallo autē d g, Circulus designetur. Quoniā itaq; æqualis est d g, ipsi d e, ex Centro. n. sunt. sed & a d, ipsi d b æqualis ē. æquilaterū. n. est. Totā igitur a e, totū b g est æqualis. Verū b g æqualis est ipsi b c, ex Centro enim. ipsi ergo a e, ipsi b c æqualis est, quod fecisse oportuit.



Quorūdā
prava de-
mōstratio

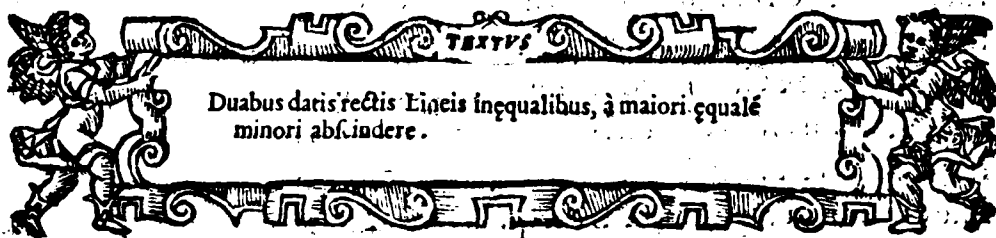
R Cen-

Centro, quanta est ipsa bc , & factum est id, quod iussu erat. Siquis igitur hæc dicat, quod in principio est petit, cum .n. dicat Centro a , intervallo autem bc , describi circulum cd , æqualem iam accipit quodammodo ipsi bc , ad Extremum a positam, & seruans Petitio Extrema intervalli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat; hic autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò intervalllum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non [†] approbamus.



† consilia
bimus.

Propō 3.
Problema
tertium.

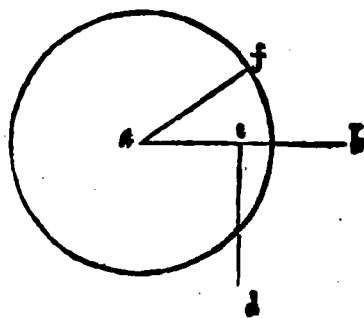
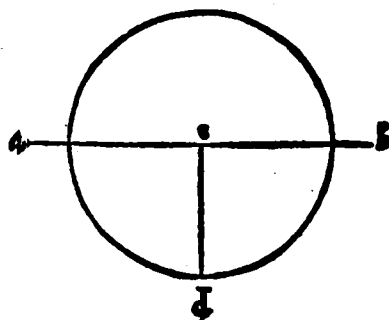
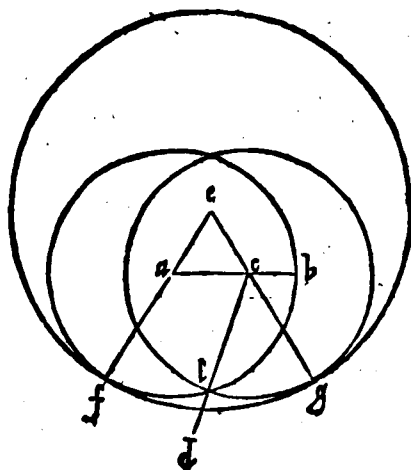


Cóm. 7.

Varii huius
Problema
tis Casus.

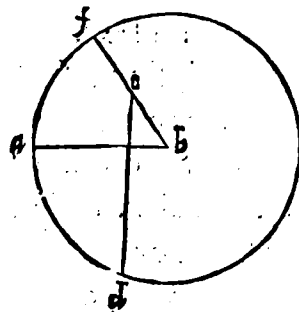
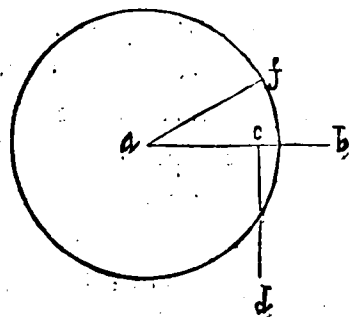
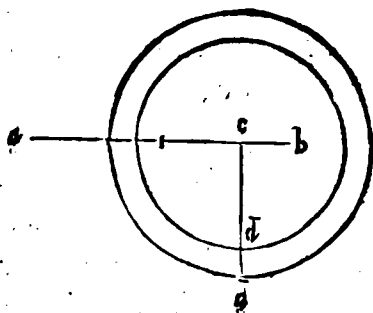
Tertium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem afferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datae enim inæquales rectae Lineae aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem; aut iuxta vnum Extremum coniunguntur; aut se inuicem secant; aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocque dupliciter, aut maior minorem; aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio, communi .n. Extremo Centro vsus, intervallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscondes. quantum enim Circulus intra se abscondit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem; vel e conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur; aut in inæquales; aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales $a b$, & $c d$, maior autē $c d$, secetquē ipsam $a b$ sui ipsius Extremo c , & Centro quidem a , Intervallo verò $a b$, Circulus describatur $b f$, & constituatur Triangulum æquilaterum super $a c$, quod sit $a e c$, & producantur $e a$, $e c$. & rursus Centro quidem e , Intervallo autem $e f$, designetur Circulus $g f$: rursusque Centro quidem c , Intervallo verò $c g$, Circulus $g l$. Quoniam igitur $e f$ æqualis est ipsi $e g$ (Centrum enim est e) quarū $e a$, ipsi $e c$ æqualis est, reliqua $a f$, reliquæ $c g$ æqualiserit. Verūm $a f$ etiam, ipsi $a b$ est æqualis. a enim Centrum est. & $c g$ igitur, ipsi $a b$ æqualis erit, & hæc æqualis est ipsi $c l$. centrum enim est Signum c . & $a b$ igitur ipsi $c l$ æqualis est. Aequalis igitur ipsi $a b$ ablata est ipsa $c l$. Verūm sit $c d$ minor ipsa $a b$, secetquē ipsam $a b$, iuxta c suum Extremum. Aut itaque in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primū in medio, $c d$ igitur aut dimidiū est ipsius $a b$, & est æqualis $a c$, ipsi $c d$: aut medietate minor, & Centro quidem c , Intervallo verò $c d$, Circulum designans ab ipsa $a b$ ipsi $c d$ æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, $a f$ ipsi $c d$ æqualem ponens, describensque Circulum Centro a , Intervallo autem $a f$, ab ipsa $a b$, ipsi $a f$, hoc est ipsi $c d$ æqualem abscindes. Si autem $c d$ ipsam $a b$ non per mediū dispescit, erit $c d$ aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque $c d$ medietas est, vel minor medietate ipsius $a b$, Centro vtens Signo c , Intervallo autem $c d$, abscindes ab ipsa $a b$, ipsi $c d$ æqualem, iussumque factum est. Si verò

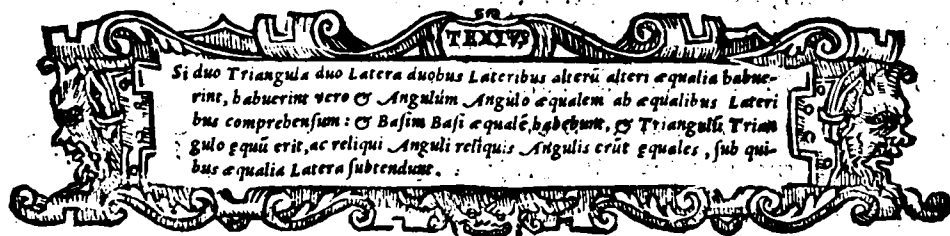


R . ipsa

ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Intervallo vero b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producaturs vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Lineæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secatur, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b, ab ipsa c d, æqualis abscindatur. nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cū ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elemētorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens. & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Intervallo Circulum describere, qui à maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.



Propō 4.
Theorema
ma primū



Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterū alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum: & Basim Basi æqualem habebunt, & Trianguli Triangulo æquū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt æquales, sub quibus æqualia Latera subtrudunt.

Cōm. 8. **H**Oc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam aliq rectam Lineam comparare proponentia. horumque illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inæquali per ablationem Aequale reperiēbat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo namq; qui prius Triangula non constituit, ortumque ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquam Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt. non ne igitur facile penitus est + ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint. non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter, transitusque à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & æqualium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices, nam alteram quidem, omnino nō existentem producit: alteram verò, ab Inæquali per ablationem acquirit. hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent; Basim quoq; Basi, & Aream Areæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent. tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur: duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur ad Angulum æqualitas: queruntur autem tria, Basis ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat, vt duo quidem Latera duobus Lateribus habe-

Aequalitas primū in quātitate est Symptoma.

+ Ipsi occurrere? neq; n. omnino sci m' an Triangulū cōstitutum sit.

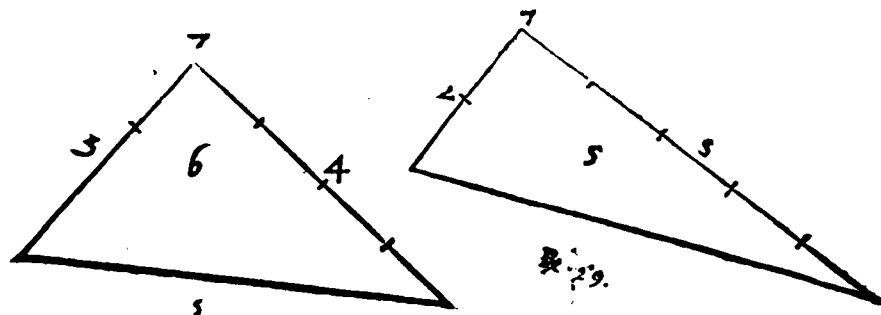
Vide 16. Propōne terti Elementorū.

Datum huius Theorematis. Questum huius Theorematis.

rent

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in *Datis* addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in cōm. propōnis 37. & in cōm. propōnis 47.



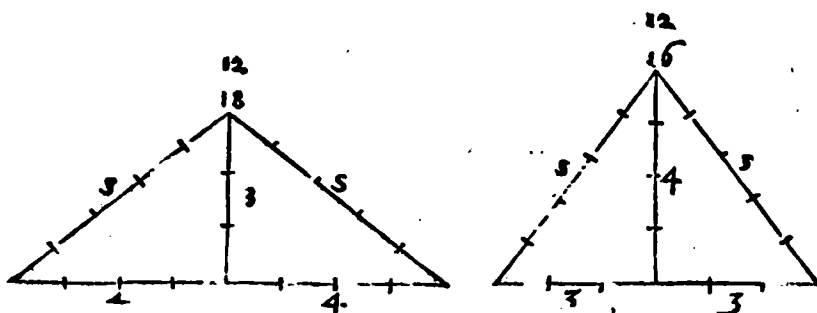
Pulchrū.

Documē-
tum.
Basis Triā-
guli quid.
Duplex ē
Trianguli
Basis.

Quō Triā-
guli Triā-
gulo æqua-
le sit.
Area Triā-
guli quid.
Ambitus
Trianguli
quid.

geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cum maiorem agrum sumpsissent, iusti existimati fuisse, porinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtraque simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & vbiunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniā ab re hoc addit. si quidē de datorū quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatē Loquēdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quin etiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod ē regione ante oculos iacet: duobus autem iam præacceptis necessariò reliquum Basim esse supponendū est. Quapropter hīc quoque Elementorum institutor cum duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cum ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Arcam autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur; quemadmodum sanē Ambitum etiam, Lineam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam . Diuersum igitur est vtrunque , & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem , Angulos etiam æquales esse , si & Area Arcæ debet esse æqualis . Accidit autem in quibusdam Triangulis Arcis quoque æqualibus existentibus , Ambitus esse inæquales : Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse . Duo-



bus enim Aequicruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex . horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit . Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans . Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse . & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū sumpsere . Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alijs rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint . nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit : æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt . Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit : cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit ; cum verò intra, minor . nam ibi quidem alterum continet, hîc verò continetur ab ipso . Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra
côsidera-
tio. Vide
et in lib. 4.
in côm. p
pônis 37.
& 38.

Quo re-
cta Linea
alii rectæ
Lineæ æ-
qualis di-
catur.

Quo re-
ctilineus
Angulus re-
ctilineo
Angulo di-
catur æqua-
lis.

stroidibus,

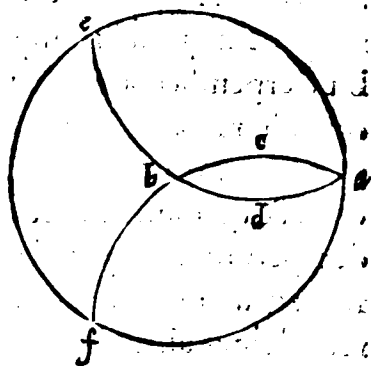
Quo Late
ra dicatur
Angulos
subtendere.

Documē-
ti finis .
† præassu-
matur. Ad
ipsum autē
Demonē
illud.

Demon-
strat quod
duæ rectæ
Lineæ spa-
tium non cō-
prehēdūt.

Documē-
tum.

stroidibus, atque in vtrinque conuexis. quoniam fieri potest ut & æquales sint, & Latera sibi inuicem non congruant. Rectus .n. cui-
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest, ut rectis Lineis
Circumferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum
est, quod Angulos subtendere Latera dicuntur, quæ e regione iacent.
omnis enim Triangularis Angulus a duobus quidem Trianguli La-
teribus continetur, a reliquo verò subtenditur. Propterea Geometra
quoque cum dixisset Angulos æquales esse, adiecit [sub quibus æqua-
lia Latera subtendunt] ne diuersum non esse intelligamus qualem-
cunque Angulum suscepisse, huncque cuicunque reliquorum Trian-
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos
æqualia Latera subtendunt. equalium etenim Laterum alterum qui-
dem, alterum equalium Angulorum subtendit: reliquum verò, reli-
quum. Ad præsentis itaque Theorematis declarationem totidē cō-
siderentur. Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit. Si enim, inquit, Ba-
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt: si
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit
igitur quod hoc fieri nō possit? Sint
duæ Rectæ Spatium comprehendē-
tes a c b, a d b, & producantur in in-
finitum. & Centro quidem b, inter-
uallo autem a b, Circulus a e f desi-
gnetur. Quoniam itaque Linea a c b f,
Dimetiens est, medietas Circunfe-
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-
tas Circunferentiæ Circuli est ipsa a e.
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f
Circunferentiæ, quod minime fieri potest. Duæ igitur rectæ Lineæ
nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoque in-
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad om-
ne Signum, rectam Lineam ducere] eò quod vna recta Linea sem-
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ. nam plures qui-
dem Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-
tibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-
tis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniungun-
tur. Fieri autem potest ut & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-
cūferentiæ



ænferentiæ data Signa coniungentes describantur. causa verò est,
 quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum
 autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudi-
 nis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ce-
 terorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque
 inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem ma-
 ximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quod
 autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cõmunibus de-
 pendet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniens est, ab ipsa-
 que Suppositionum euidencia egressa, cuiuslibet manifestum est. nam cum
 quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, si-
 bi inuicem congruunt. Cum verò Anguli, qui ab æqualibus Lateri-
 bus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt.
 Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis, in-
 ferre etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæc, Basis
 quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangu-
 lum toti Triangulo, omniaque omnibus æqualia erunt. Aequalitas
 igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstra-
 tionis causa esse apparuit. duo enim hîc sunt Pronuntiata totam pro-
 positi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum
 quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt.
 & hoc simpliciter verum est, nullaque indiget limitatione, quo Ele-
 mentorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisque Angulis vti-
 tur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt.
 Alterum verò, quòd ea, quæ æqualia data sunt, sibi inuicem congruunt.
 Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia
 sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, &
 Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à si-
 milibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem
 dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt
 tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit.
 Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus,
 & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcque sibimetipsis conueniunt.
 Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusque
 omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt.
 Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd o-
 mnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitio-
 nis æqualium vndeque Triangulorum. Verū enim vero de tota
 Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib.
secundo.
Cõm. 10.

Finis Do-
cumentī.

Præsentis
Theore-
matis De-
mōstratio

Octauum
Pronūcia-
tum.

Conuer-
sum octa-
ui Pronū-
ciati.
Nota q
speciē hic
specialissi-
mā intelli-
git.

† Simplic.

Digressio.

Distinctio
Problemata,
& Theorematum
secundum
Carpum.
Prima
differentia.
Secunda
differentia.

Tertia
differentia.

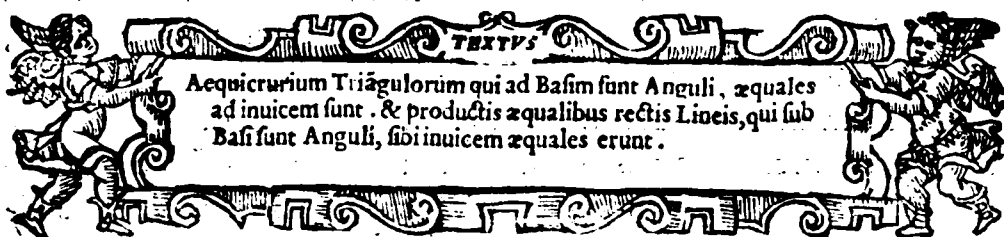
Propria
opinio.

Astrologica tractatione de Problematis, atque Theorematis sermonem suscitauit siquidem oportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac denique horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematis præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematis inueniri quærentur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquæ artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt æquilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilium, & maxima quadam accurata vi, gignentique scientiam iudicio indigentem. vt neque veritatem excedere, neque à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoque est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematis quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problemata inuestigantur. in Theorematis verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus usque nostrum (inquit ipse) nemo communem horum inuentionis methodum tradere possit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius utique esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoque institutione Problemata Theorematis præcedunt, ab hisque Elementorum institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartum est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si è nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quod Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim cõmunibus in hoc utitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iure Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primarium illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematis præcedunt, & potissimum apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theoremata Problematis præcellunt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cõiungit, problematice agere: quatenus verò primæ sciẽtiæ coheret, Theorematice à Problematis ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab istis, quæ ad Artes magis spectant

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Geminò obrectare tanquam Theorema Problemate prius esse dicenti. etenim Carpus ipse Problematibus ipsum Præcedere iuxta ordinem assignavit: Geminus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipsum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cum quidē in Theorematibus Simplicissimum sit, atq; principalissimum (ab ipsis enim solis, ut ita dicā, primis notionibus suapte natura ostenditur) quoddam verò demōstret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duosq; Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò post Problemata primum collocatum est, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta sunt, omninoq; Data ipsa construuntur.

Defendit
Geminū.



Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales ad inuicem sunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basibus sunt Anguli, sibi inuicem æquales erunt.

Propo 5.
Theore--
mā secun-
dum.

Theoremata alia quidem Simplicia sunt, alia verò Composita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppositiones, & iuxta Conclusiones indiuisibilia sunt, vnum habētia Datum, & vnū Quæsitum. exempli gratia, si hoc modo Elementorum institutor dixisset, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet. Composita verò, quæ ex pluribus constant, aut Suppositiones compositas habentia, aut Cōclusiones Suppositione Simpliciter existente, aut etiam vtrasque. Et horū alia quidem sunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quæcunq; Composita existentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimē possunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & consequens, verū fieri non potest ut Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq; fiant. non enim si Triangula Latera sola æqualia habuerint, vel solum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Bases.] possibile

Cōm. 9.
Theore--
matum di-
uisio.

S 2 enim

Prima p-
positio se-
cunda.

Theore-
ma.

† Vnam.
quāq; qui
dem Com
plexi par-
te nō vni-
uersaliter.

† Sed eorū
ratiū, quē

† quā.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Al-
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisquē
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquē omnibus
inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quę concluduntur,
Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui An-
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-
tendunt, Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &
Parallelogrāmorū Theoremate sub eadem Altitudine existentīū.
Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūquē
Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā
diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt:
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus
quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaquē diuidit,
† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,
quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem di-
camus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes seinuicem bi-
fariam secant. Segmentorumquē omnium Angulos æquales fa-
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt.
Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolu-
tionumquē gratia machinati sunt. multa .n. cū incompressa qui-
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Cōmoditates
ad Resolutionē, quę tendit ad principia præbent. His itaque prius
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum
cū vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita ap-
posuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æ-
quales sunt. rursusquē deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,
qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-
tum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quę componuntur
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtro-
que. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Trian-
gulum: si autem qui sub Basi, æquales rectę Lineę protractę sunt,
&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elementorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basì sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primum quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basì sunt, æquales esse. nequaquam enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematur Constructione, aut Demonstratione vtetur. Cum igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interficere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quauis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basì sunt, æquales esse, ad Instantiarum tamen destructiones, obiectionumque Theorematur resistendum solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum autem est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium istas, quæ dicenda sunt præparare, responsionumque subsidia præmoliri. vt non solum eorum, quæ vera sunt Demonstrationes ex istis, quæ prius sunt demonstrata, verum etiã Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem, ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentum. nam qui in illis etiã sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanè præter propositum est) alijs primò ipsorum solutiones præparare, is vtique certissimam mirum in modum disputationum viam prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, istas, quæ nunc ostenduntur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basì sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendacium, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuum erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextum non conuertit, quoniam neque etiã præcipuam hoc affert vtilitatē, verum per accidens ad totam scientiam nobis confert. Siquis autē à nobis petat, nos non producentes etiã æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basì sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodammodo Constructionē transponentes, & eas quæ extra fiunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit. n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodcumque Signum, sitque illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit a e, & protrahantur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

Vide inferius in præfati cōm.

Dubitatio

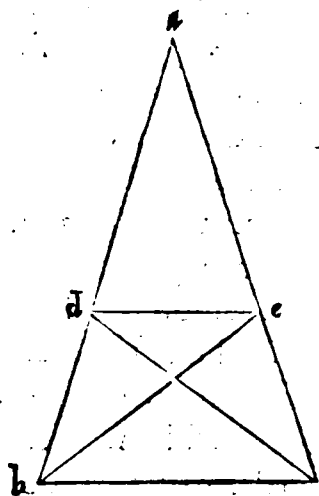
Solutio.

Notandum
† ex hoc
quoque eius
qui i Geometria est
est ordinis
ad Rhetoricā emolumentum.

Ecce causa, quā superius promissit.
Quidā huius Theorematur causus.

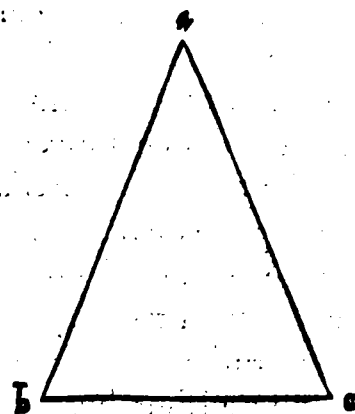
a e

a e æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāobrem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c: & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, à quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d e, e c b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus e c, e b alterum alteri æqualia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtrēdunt æquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidē d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit, Acquiruntur igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā rectis Lineis non productis. Adhuc autē breuius hoc Pappus ipse demonstrat, + quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit



† nulla ad
ditione i-
digens,
Dēmōstra-
tio Pappi.

Acquierus a b e, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b æquales sunt, duæ vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē. n. est) & omnia igitur, omnibus æqualia sunt. Basis quidē b c, Basi c b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his. n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Acquiruntur igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quod Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,



&

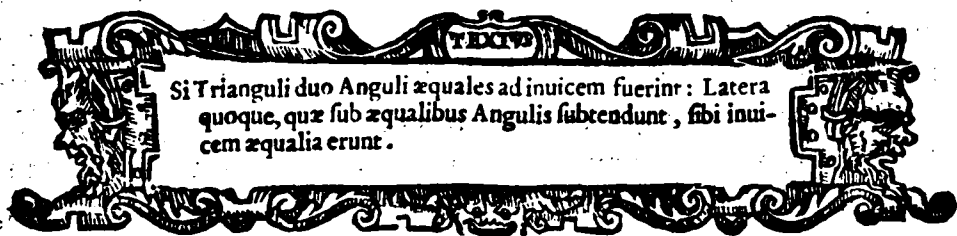
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem observauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstramus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quod vtrique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt: moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (e quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similibus partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circūferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quod tres solæ Lineæ & non plures similibus partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est proprie vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quæadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similibus partium Lineam incidentium. illis enim primū inest, æquales Angulos subterdere.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor.

Laudar Geminū,

Theorema Geminū.

In 10. Propositione.



Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subcendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propo 6. Theorema 3.

Præsens Theorema duo hæc Theorematum in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipue, & proprie, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio

Cōm. 10.

Cōuersio quid apud Geometras.

verò

verò, tanquam Conclusio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hîc est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamque Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus æqualia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quedam indeterminatę fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quod multę falsę Conuersiones fiunt, & nō sunt proprię Conuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quod omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Menęchmi, Amphinomi que familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum aut, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt; alia verò Conuersa. Cū .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cū autē e contrario Suppositionem quidem Symptoma

† accipientes Conclusionem vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus æqualia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio.

Duplex Conuersio Geometrica, ppria, atque impropria.

† Et non vnū vni, Sed vnum multis conuertens, iuxta suppositionū Notadū.

Quid præcedens, & quod Conuersum Theorema.

ma

ma fecerint : Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant . vt, Omne Acquicrus Triangulū Angulos , qui ad Basim sunt , æquales habet hoc Præcedens est . subiicitur enim id, quod natura præcedit , genus inquam ipsum Acquicrus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens , Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia , & est Acquicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit , illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda . Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere : alias verò in ea, quæ ipsæ, quæ prius demonstrata sunt contradicunt . nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit , impossibile esse ostendit , eò quòd communem destruit notionem , Totum sua parte maius dicentem . Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id , quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quòd per septimum Theorema ostensum est . quod enim Septimum negauit , hoc illud affirmans ostendit ipsæ, qui Quæsitum non concedunt . Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens , id , quod à principio quærebat corroboret . Omnino enim sciendum est , quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principiis sunt , vel ad principia , vt alicubi Porphyrius etiam dicit : Et quæ à principiis quidem duplices & ipsæ sunt . aut enim à communibus notionibus, à solaque euidencia fidem per se facienti emanarunt : aut ab ipsæ, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principiis illis ad Quæsitū ordine progrediamur , & hoc nil aliud quàm Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est . Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem , quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypothesiarum Ratiocinationum modum Complexio est . vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtendentia

T
æqualia

Genus hic
pro subie
cto.

Epilogus.

Deductio
ad impos
sibile quid
apud Geo
metras.

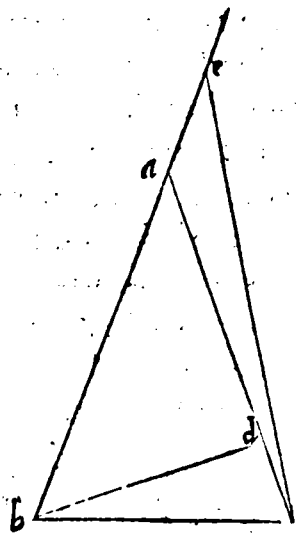
Documen
tum.

Porphyrius

Epilogus.

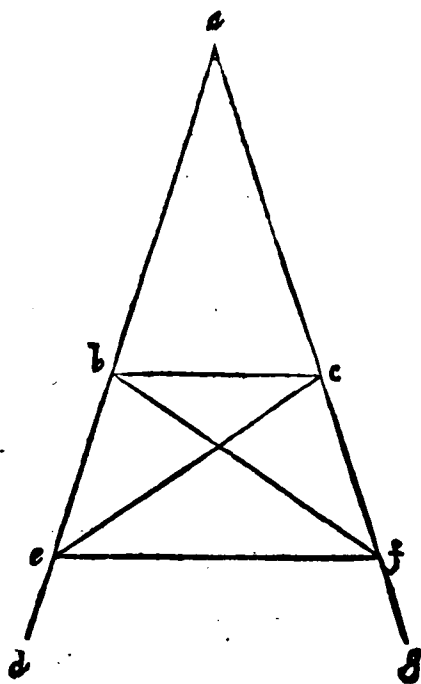
In princi-
pio huius
cōmenti.Quidā hu-
ius Theo-
matis ca-
sus.

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est : verum hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium Lateralia quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur, sufficiant. Vtitur aut (quod iam diximus) Elementorum institutor Conuersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquam Quæsitum adiecit : Deductione autem ad impossibile, in Constructione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes, quod non oportet ipsi $a b$ ab ipsa $a c$ æqualem auferentem, ad Signum c , facere ablationem, sed ad Signum a , hanc quoqueponentes Suppositionem in idem impossibile incidemus. Sit .n. $a b$ æqualis ipsi $a d$, & producat $b a$, ponaturque æqualis $a e$, ipsi $d c$. Tota igitur $b e$, toti $a c$ æqualis est. Connectatur ipsa $e c$. Quoniam itaque $a c$ æqualis est ipsi $b e$, communis autem $b c$, duæ duabus æquales sunt, & Angulus, qui ad Signum b , Angulo $a c b$ æqualis est. Sic .n. positum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. Quamobrem Triangulum quoque $e b c$, Triangulo $a b c$ æquale est, Totum parti, quod minime fieri potest.

Demō re-
liqui con-
uersionis
membri.

Verum quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur ut reliquum etiam Conuersionis ostendamus. nam Elementorum quidem institutor ad quinti Theorematis partem, totum sextum conuertit. Operæpretium est autem reliquam quoque Conuersionem adicere. hæc autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuiusdam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse : ostendit verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur $a c b$ Triangulum, & producantur $a b$, $a c$ ad Signa $d g$, sintque Anguli, qui sub Basi sunt, æquales. Dico quod Triangulum $a b c$, Aequicrus est. Sumatur .n. in Linea ad Signum e , ipsique $b e$ æqualis $c f$. & connectantur Lineæ $e c$, $b f$, $e f$. Quoniam igitur $b e$, ipsi $c f$ æqualis est, communis autem $b c$, duæ duabus æquales sunt. & Angulus $e b c$, Angulo $f c b$ æqualis est. sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. & Basis igitur $e c$, Basi $f b$ æqualis est, Angulusque

Iusque $b e c$, Angulo $c f b$: & Angulus $c b f$, Angulo $b c e$. sub ipsis enim æqualia Lateralia subtendunt. erat autem totus $e b c$ Angulus toti $f c b$ Angulo æqualis, ex quibus Angulus $f b c$, Angulo $e c b$ æqualis est. & reliquus igitur $e b f$, reliquo $f c e$ æqualis est. est autem $b e$, ipsi $c f$: & $b f$, ipsi $c e$ æqualis, æqualesque continent Angulos. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam $b e f$, Angulo $c f e$ æqualis est. Quamobrem Latus quoque $a e$, Lateri $a f$ æquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus $b e$, ipsi $c f$ æqualis est. sic enim ablatae fuere. reliqua igitur $a b$, reliquæ $a c$ æqualis est. Aequicrus ergo est Triangulum $a b c$. Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est : tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habuerit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicrus erit. Qua de causa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non convertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqualibus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi confert, cum sequentibus etiam Theorematis hoc confirmetur, ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus existentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi? si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit : Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Lateralia ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque in tota Elementari institutione usus Euclides accipere potuit, quod Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequicrus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

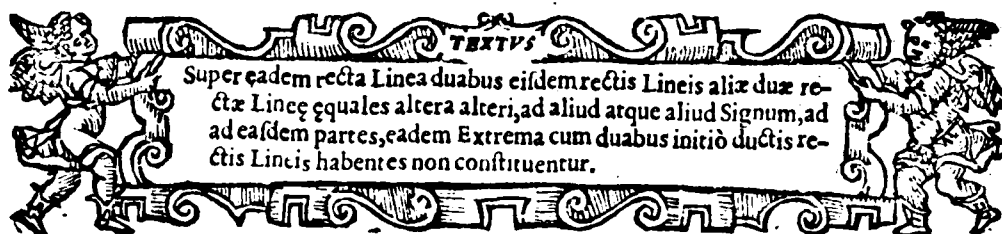


Dubitatio

Solutio.

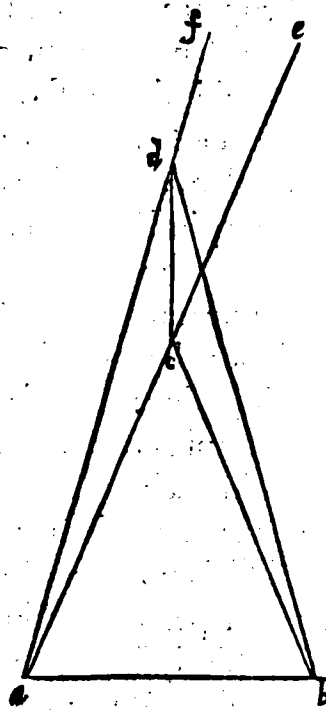
Propo 13. matum Demonstrationem . nam paulò pòst apparebit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent : quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propo 7.
Theorema 4.



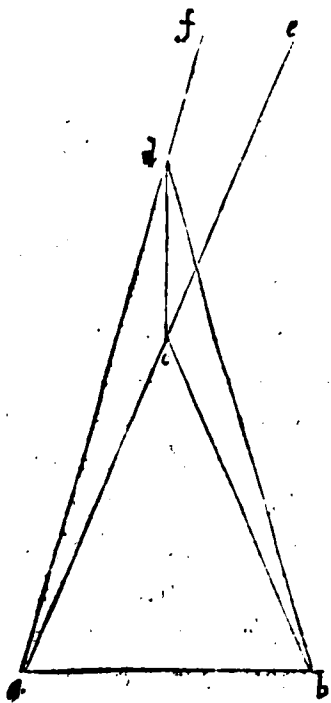
C6m. 11. PRæsens Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter
 ijs, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per nega-
 tionem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium
 ipsis est. ut plurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmetico-
 rum Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut
 Aristote. in 1. po. st. tex. 31. inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientijs
 maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negatione quæ nihil in-
 digens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si de-
 bet ostendi. † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est,
 neque Ratiocinatio quædam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ,
 plurima quidem affirmantia ostendunt, rarò verò negantibus vtun-
 tur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce
 Theorematis Propositio, omnibusque additionibus vincita, quibus
 adeò certa, atque indubitata facta est, ut ab ijs, qui calumniari conan-
 tur, coargui, cõuincique minimè possit. nam primò quidem particula
 illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus
 alteram alteri æquales ostendamus, Propositione quæ vtentes circun-
 ueniamus. Secundò vna recta Linea existẽte, nõ inquit super ipsam
 duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest)
 sed alteram alteri. quid .n. mirũ est vtrasque vtriusque æquales sumpsis-
 se eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: al-
 teram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossi-
 bile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
 enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æqua-
 les fecisset, hasce illis in eodẽ Signo, quod subiectas rectas Lineas iux-
 ta verticem coniungit, coaptasset, hasque constituisset? omnino .n.
 æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum con-
 gruẽt.

gruent. Quartò adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si Quarta.
vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissimus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem partes,]. Quintò subdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis Quinta.
rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ipsæ, quæ constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteri quæ Dimetienti. Verum æquales eadem non habebunt Extrema. neque .n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipsæ autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur. Instantia.
Fortasse autem quidam præter hos quoque omnes scientiam gignentem Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit. Sit .n. a b recta Linea, & super hac duabus a c, c b, duæ æquales a d, d b, sint quæ hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d sint, eadem quæ Extrema cum ipsæ, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b. & sit a c quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi b d. Aduersus itaque hoc modo instantes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his .n. constructis manifestum, quòd Triangulũ quidem a c d Aequicrus est, equali existente (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c: Anguli verò, qui sub Basì, æquales, Angulus scilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est Angu-



Responso.

Angulus bcd , Angulo bdc .



Sed quoniam rursus Linea db æqualis est Lineæ bc , Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus bcd , Angulo bdc . Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minime fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicè æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematum Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximè affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd ac , ad equalibus existentibus, Anguli quoque ecd , fdc æquales erunt. Consimiliter autè in alijs quoque Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cõferre apparebit.

Alia Instantia.

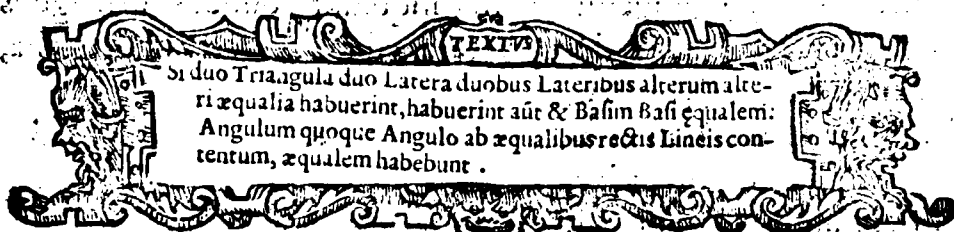
Responsio.

† quæque
ipsis æqua
les sunt.

Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea ab , rectæ Lineæ bd , bc æquales rectis Lineis ac , ad , quarum bc quidem equalis sit ipsi ac : bd verò, ipsi ad , ad aliud atque aliud Signum, a scilicet, atque b , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis ac , ad habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea ab constituere, hisque æquales super eadem recta Linea ab constitui? hoc modo enim Elementorum quoque institutor in Propositione dicit. Ipse autem ac , & ad rectæ Lineæ non sunt super recta Linea ab , sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super ab recta Linea consistunt, vt ac , cb , & ad , db : aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæque ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea ab constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa ab recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeque esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octau

Theo-

rematis esse . ad illius namq; Demonstrationem confert, & neq; Elementum simpliciter est, neque Elementare . non .n. ad plura suam extendit utilitatem . Rarissimum igitur apud Geometram ipsius usum reperiemus.



Propo 8.
Theore--
ma. 8.

Octauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuerſionem ſumptum . non .n. totam illius Suppoſitionem, Concluſionem : totamq; Concluſionem, Suppoſitionem facit . Verum aliquam quidem Suppoſitionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæſitorum, quæ in illo ſunt contexens, vnũ quid oſtendit eorum, quæ in illo Data fuere . nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia eſſe, in vtroque Suppoſitio eſt : hoc verò, Baſim, Baſi æqualem eſſe, in illo quidem vnũ Quæſitorum erat, in hoc autem Datum eſt : hoc autem, Angulum Angulo æquum eſſe, Datum quidem in illo, Quæſitum verò in hoc . Sola igitur Datorum, Quæſitorumq; immutatio Conuerſionem efficit . Siquis autẽ cauſam addiſcere deſideret, propter quam octauum in ordine poſitũ eſt, & non ſtatim poſt quartum tanquam illi Conuerſum, quemadmodum ſanẽ poſt quintum ſextum, quippe quod ipſius quinti Conuerſum eſt, plurima ſiquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia conſequentur, & poſt ipſa nullo medio intercedente oſtenduntur, dicendum quòd ſeptimo quidem octauum indigebat . nam per Deductionem ad impoſſibile oſtenditur, impoſſibile verò quòd tale ſit, à ſeptimo fit cognitum . Hoc autem ruruſ in Demonſtratione, quinto indigebat . Neceſſariò igitur ſeptimum, ac quintum ante hoc, quod nunc oſtenditur Theorema præaſſumptum fuit . Quoniã verò Conuerſum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonſtrationem habebat, iurẽ ſtatim poſt quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo : & quoniam cum per Deductionem ad impoſſibile oſtendatur, à cõmunibus notionibus quod fieri non poſteſt redarguit, & non (quemadmodũ octauũ) ab alio Theoremate, euidentiora .n. ad redargutionẽ ſunt ea, quæ cõmunibus notionibus oppugnantia ſunt, iſs quæ Theorematis contradicunt . hec ſiquidẽ per

Cõm. 12.

Quæſtio

Reſpoſio.

Philonis
Demon-
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit.

Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus $a b c$, & $d e f$, duoque Latera duobus Lateribus equalia, & Basim $b c$, Basi $e f$ equalē

habentibus, Basis Basi congruens, Triangulumque $a b c$, & Triangulum $d e f$ positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum sit:

ad alteram verò utcunque ipsius $e f$ rectæ Lineæ partem, ita ut oppositi ipsorum vertices sint, viceque ipsius $a b c$, sit hoc modo positum ipsum $e f g$. & sit ipsi quidem $d e$, æqualis $e g$: ipsi autem $d f$, ipsa

Casus De
monstra-
tionis Phi-
lonis.

$f g$. Ipsa itaque $f g$ aut in directū posita erit Lineæ $d f$, aut non in directum. & si nō

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primū in directū posita. Quoniam igitur equalis est $d e$ ipsi $e g$, vnaque est Linea ipsa $d f g$, Triangulū $d e g$

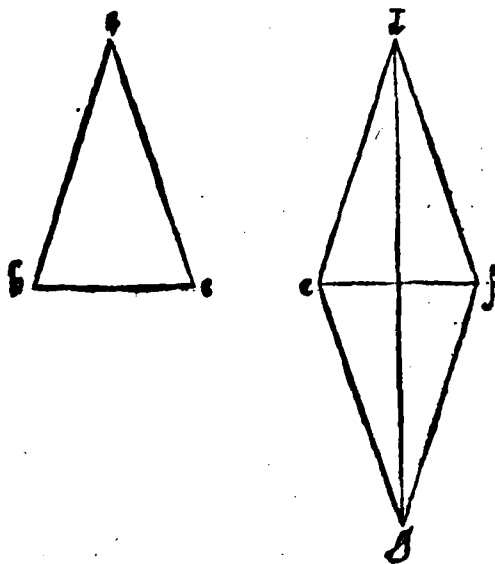
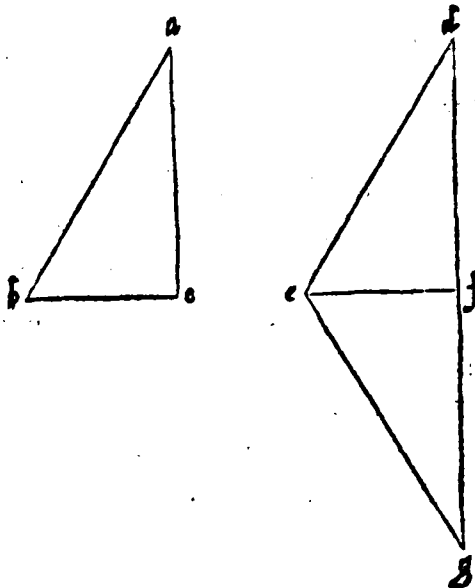
Primus.

Acquicus est, & Angulus, qui ad Signum d , Angulo, qui ad Signum g æqualis est. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cōnectaturque

Secundus.

$d g$. Quoniam igitur $d e$, $e g$ æquales sunt, Basisque $d g$, Angulus etiam $e d g$ Angulo $e g d$ æqualis est. Rursus quoniā æqualis est $d f$, ipsi $f g$, Basisque $d g$, Angulus quoque $f d g$, Angulo $f g d$ æqualis est. Erat autē

& Angulus $e d g$ æqualis Angulo $e g d$. Totus igitur $e d f$, toti $f g e$ equalis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta exter- Tertius.
nam partem faciat Angulum ad ipsam df , ipsa fg , & connectatur
extra recta Linea dg .

Quoniam igitur dc ,
 eg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Anguli
 edg , dge æquales sūt.

Rursus quoniam df ,
 fg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Angulus
 fdg , Angulo fgd æ-
qualis est. Erāt autem
toti etiam cdg , dge .

Anguli ad inuicem æ-
quales. & reliqui igi-
tur cdf , fgc Anguli

inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet fg rectæ

Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-

mus, septimoque nusquam vñ fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) fru-

stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter

octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam

illo ostensum est, quoniam pacto penitus inutile septimum non ap-

paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præces-

sere dixerunt) quòd septimum Theorema demonstratum, ipsi, qui

Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque

defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt

vtentes ostendisse quòd tres consequenter Defectus æquali spatio ab

inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tan-

to temporis spatium distet à primo, quanto tertius à secundo. Exem-

pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, viginti que diebus

elapsis factus fuit: Tertium utique post secundum tanto tēporis spa-

tio minimè factum esse, verum aut maiori, aut minori. hoc autem sic

se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum

Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-

ferens obiter ostendisse, verum multa quoque alia Theoremata, atq;

Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulo-

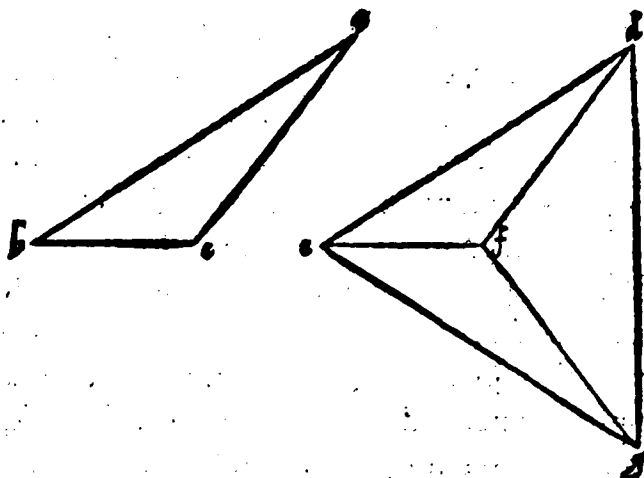
rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit cū pro-

ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui

enim descripserunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,

etiam

V Polo



Dubitatio

Solutio.

Tres defe-
ctus cōse-
quēter æ-
quali spa-
tio distan-
tes esse nō
possunt.

Vltima p-
positio li-
bri quarti
quò ad A-
stronomiā
conferat.

Polorum Acuatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quinde-
 rangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Ele-
 mentorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præ-
 ostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cum autem
 simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theorema-
 te ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi
 locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Ca-
 suum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.
 Dubitatio Ad hanc igitur Quæstionem hæc dicta sint. Si quis autem dubitet qua
 ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,
 Solutio, & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales esse. Dicer-
 mus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque o-
 mnibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur
 solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia cōsequen-
 tia sumpsisse. Documē-
 sum. Videtur autem verticalium Angulorum æ-
 gualitatem, Latrum illos Angulos cōprehendentium, Basiumque
 æqualitas efficere. neque enim Basibus inæqualibus existentibus
 isdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus
 suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur,
 & dum crescit illa, Angulus quoque vna crescit. neque isdem Basi-
 bus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angu-
 lus manet, verum dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò
 augentur, imminuitur. Contrariam. n. passionē Anguli, Lateraque illos
 cōprehendentia patiuntur. etenim si in eadē Basi Latera in inferiore
 partē descēdere intelligas, ipsa quidē diminuis, Angulum autē ab ipsis
 cōprehensum auges, maioremque ipsorum ab inuicē distantiam efficis. Si
 autē in altū ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quē con-
 tinent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis
 remoto à Basi facto. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadē exi-
 stēs, & Latera æqualia existētia, ipsius Anguli æqualitatē determināt.

Propō 9.
 Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cōm. 13.

Problematibus Theoremata admiscet, Theorematisq; Proble-
 mata contexit, & vtrisque totā Elementarem institutionem cōficir,
 sum quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa subiecta
 ipsa

ipsa considerans. Cum itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo equalitati Laterum consequentem equalitatem Angulorum, & e contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quod Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quod Angulus hic quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicumque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites utrum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructiorem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis coram, quæ posterius tradenda sunt utentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomides quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippie, Nicomedisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes ipsæ, qui instituuntur contemplatu difficiles cum sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circumferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab ipsodem Lineis prisca omni Circumferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circumferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixtione constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profecto est, quod etiam in præsentia proponitur Problema. Datum Angulum

Circa hoc
Vide Vi-
tellionē i
28. Propo-
sitione pri-
mi.

Nicomē-
des pprie-
tatis Con-
choidū Li-
nearū fuit
inuentor.

In Pro-
positione
30. tertii
Elemen.

Hic tradit
causam p-
pter quā
Eucl. recti
lineū An-
gulū solū,
& Circun-
ferentiam
induis tā-
tū partes
æquales se-
cuit.

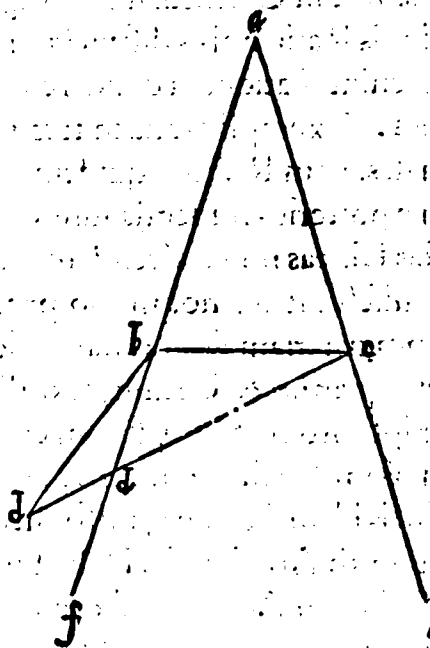
In lib. 2.
cap. 8.

Instantia.

gulum rectilincum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate: in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vitur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram instant dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtranque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus bac , quem bifariam secare oportet. & in Linea ab , Signum b , & ipsi ba æqualis ca , & connectatur bc ; constituturque in ipsa Triangulum æquilaterum bcd . hoc porro d Signum, aut inter ab , ac rectas Lineas est, aut in ab , aut in ac , aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea ab , ita vt bcd Triangulum æquilaterum sit.

Solutio.

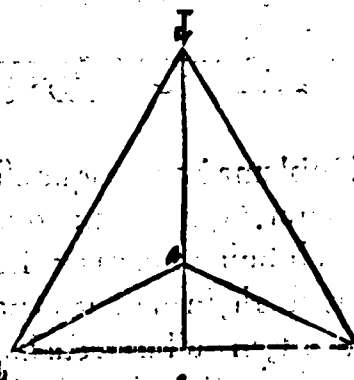
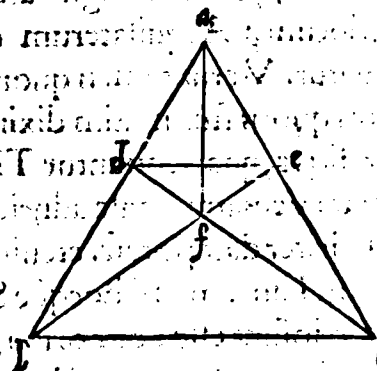
Æqualis igitur est db , ipsi dc , & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet cdb , & Angulus bcd . Totus igitur bce maior est Angulo cdb . Rursus quoniam ab , ipsi ca æqualis est, Triangulum abc æquicrus est, & Angulos, qui sub bc Basim sunt, æquales habebit. Angulus igitur bce , Angulo cdb æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea abd esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea ace . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniam igitur bd , ipsi cd æqualis est, Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, nempe bcd , & cdb . Maior igitur est Angulus bcd , Angulo cbf . multò igitur maior est bce , ipso cbf . verum æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidem bc Aequicruris abc sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra duas



duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quod neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quod Instantias redarguimus hoc videntes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quod plura scientiæ oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quod hanc Geometra præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi $b c$ locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ $b a$, $a c$ constituere, necesse utique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis $b a$, $a c$ congruere, si ipsæ quoque Basi $b c$ æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi $b c$ minores: aut intra, si ipsæ $b a$, $a c$, ipsa $b c$ maiores fuerint. Congruant primum, sitque Aequilaterum ipsum $b a c$, & sumatur in Latere $a b$ Signū d , & à Latere $a c$ auferatur æqualis ipsi $a d$, quæ sit $a e$, connectanturque $d e$, $b e$, $c d$, $a f$. Quoniam itaque $a b$, ipsi $a c$: & $a d$, ipsi $a e$ æquales sunt, duæ $b a$, & $a e$, duabus $c a$, $a d$ æquales sunt, eundemque Angulum comprehendunt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus $d b e$, Angulo $c d e$ equalis est. Aequalis autem est & $d b$ ipsi $e c$: & $b e$, ipsi $c d$. Et omnia igitur omnibus equalia sunt. Quapropter Angulus $d e b$, Angulo $e d c$ æquus est. sub his. n. equalia Lateralia subtendunt. Et $d f$ igitur ipsi $e f$ (per sextum) æqualis est, Quoniam igitur $a e$, ipsi $a d$ equalis est, & $a f$ cōmunis, Basisque $d f$, Basi $e f$ equalis, Angulus $d a e$ in duas partes equalis dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra $b a$, $a c$ rectas Lineas aequilateri Trianguli Lateralia cadant, sint $b d$, $d c$, connectaque $d a$ producaturs usque ad Signū e . Quoniam itaque $b d$, $d c$ æquales sunt, communis autem $d a$, Basesque $b a$, $a c$ æquales, Angulus quoque $b d a$ (per octavum) Angulo $e d a$ equalis est. Rursus quoniam $b d$, $d c$ æquales sunt, & $d a$ cōmunis, Angulosque æquales continent (ut ostensum est) Basis quoque $b e$, Basis $e c$ (per

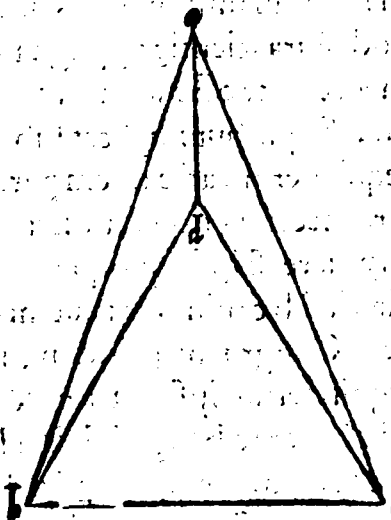
Ide superius in cō. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Casus.



quar-

quantum) æqualis est. Quoniam igitur $a b$ æqualis est ipsi $a c$, communisque $a c$, Angulus quoque $b a c$, Angulo $c a c$ æqualis est, quod ostendendum erat. Si vero intra $a b$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, ut ipsa $b d$, $d c$, connectatur rursus Linea $a d$. Quoniam itaque $b a$, ipsi $a c$ æqualis est, communisque ipsa $a d$, Basis autem $b d$ æqualis est Basis $c d$, et Angulus ergo $b a d$ Angulo $c a d$ (per octavum) æqualis est. Bisariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū a , quomodocumque Acquilaterum constituitur. Veruntamen quoniam de his quoque summam diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcimus circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiam partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantum datus est.



Documē-
tum.



Propō 10.
Probl. 5.

Problema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signū sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio. illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiat quæ bisariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd, tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartilibus constet, aut ex impartibus finita, còpletaque existit: aut ex paribus. At si ex impartibus, impartibile quòdque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest ut data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartilibus constat. Si autem nò ex impartilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quòd Geminius ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidè Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrante principijs. cum enim ostendamus quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem còmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiam dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo infecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest ut bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadam Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur: Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono utens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo, Si (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariam secturi sumus, & Cæ-

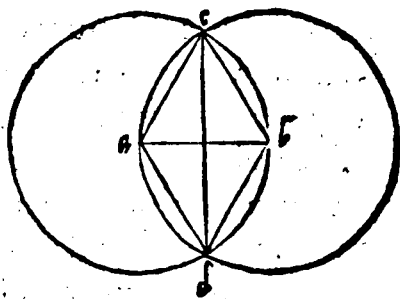
Solutio ex
Gemini sententia.

Vide Aristot. in libello de Lineis infecabilibus.

Confutatur hic Xenocratis opinio de Lineis infecabilibus. videtur et Aristoteli in libello de Lineis infecabilibus.

Apollonii Pergei Demonstratio

tro quidem a , interuallo autem $a b$, Circulus describatur. Rursusque Centro quidem b , interuallo verò $b a$, alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea $c d$. hæc bifariam secat rectam Lineam $a b$. connectantur enim $d a$, $d b$, & $c a$, $c b$, quæ æquales sunt. nam utraque ipsi $a b$ æqualis est.



Epilogua.

Melior est
Eucl. De
mō Demō
stratione
Apollonii

est. Communis autem $c d$, & $d a$, ipsi $d b$ per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo $a c d$, Angulo $b c d$ æqualis est. Quamobrem $a b$ (per quantum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatelo quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū est bifariam dissectū suscepisse, bifariam eum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multo igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.

Propō 11.
Probl. 6.

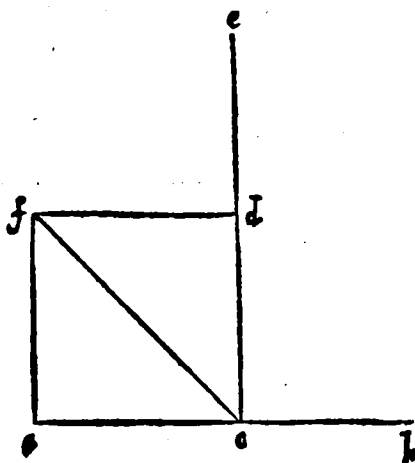
DATA rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos erigere.

Com. 15.

Casus pro
blematis.

Sive ex utraque parte finitam, sive ex utraque infinitam, sive ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio commodè Geometræ succedet. quanvis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est; cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Tercio, vnaque Petitionum, prima scilicet, & octavo præter hæc Theoremate, decimaque Definitione, propositum ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostendemus.

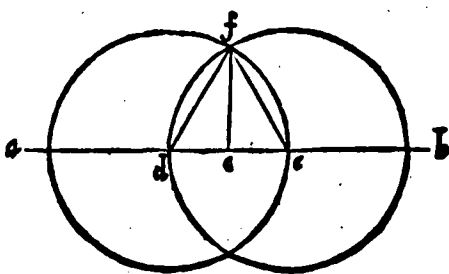
mus. Sit enim recta Linea $a b$, datumque in ea Signum a , & sumatur in recta Linea $a b$ quodcunque Signum, sitque illud c , & ab hoc (quemadmodum Elementum nos docuit) ipsi $a b$, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa $c e$, & ab ipsa $c e$, ipsi $a c$ æqualis abscindatur $d c$, & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea $c f$, & à Signo d , ipsi $c e$ ad Angulos rectos excitata coincadat cum recta Linea $f c$ in Signo f , & à Signo f , ad Signum a connectatur $f a$. Dico quod Angulus, qui



ad Signum a , rectus est. cum .n. $d c$, ipsi $c a$ æqualis sit, communis autem $c f$, Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum c , bifariam sectus fuit) & $d f$ igitur, ipsi $f a$ æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a , Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d , Rectus igitur est & qui ad Signum a . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineam ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apollonii
Démô.

Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea $a b$, datum verò in ea Signum c , sumatur autē in ipsa $a c$ quodcunque Signum, sitque illud d , et ab ipsa $c b$, æqualis ipsi $c d$ auferatur, quæ sit $c e$, & Centro quidē d , intervallo verò $d e$, Circulus describatur, rursusque Centro quidem e , intervallo autem $e d$, Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f , ad Signum c . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. $f d$, $f e$ connexæ fuerint, æquales erunt. Æquales autem sunt & $d c$, $c e$, & communis $f c$. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octavum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma



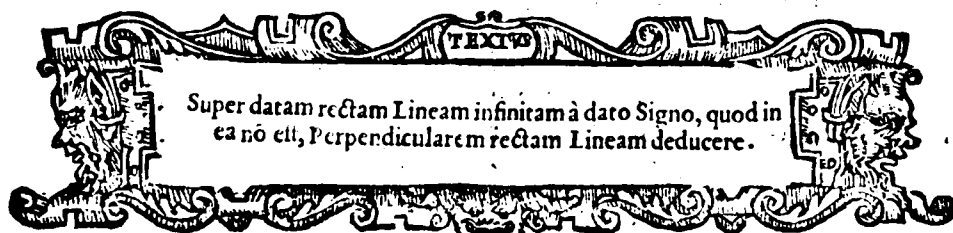
Comédæ
Euclidis
Démôné.

X
gis

Dānat De
monē, quē
fit per Se-
micircu-
los.

gis varia hæc: Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumque descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatærum designaret, propositumque ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisque institutionis ordine omnino decidit.

Propō 12.
Probl. 7.



Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nō est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cōm. 16.
Oenopi-
des prim'
fuit huius
Problema-
tis indaga-
tor.

Duplex p
pendicula-
ris.

HOC Problema Oenopides primus indagavit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularē prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodum (inquit ipse) & Gnomon. Duplex autem rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida. & cum quidē Signū, à quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cum verò Signū sublime, extraque subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida autem, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quæ in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū. n. Perpendicularis deducta fuit. In præsentī igitur Problemate Elementorū institutor, planā Perpendicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaque ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpendiculari autem, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si. n. infinitā nō esset, eatenus Signū accipere possemus, ut extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita ut protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaque haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, ut ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusquam loco ipsi relicto, in quo datæ rectæ Lineæ in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponendū sit. Hac igitur
de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quod itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multo minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectu transiit phantasmatibus sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eò quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non potest relinquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia posuissimus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito utitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationem utitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitum assumit. quoniam si concesseris ipsi datum signum neque in directum finitæ datæ rectæ Lineæ iacere, neque sic ab ipsa distare, ut nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Ut igitur finita recta Linea Cogitatio utens sine reprehensione, controuersiaque ipsa utatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phantasia

Digressio

Aristo. 3.
phy. in c.
de infinito.Infinitum
in Phantasia
subsistit.Pulcherrimum
exemplum.Phantasia
habet vim
impartibilem.
idem in 2. libro
cóm. 1.

Finis Di-
gressionisInstantie
huius Pro-
blematis.

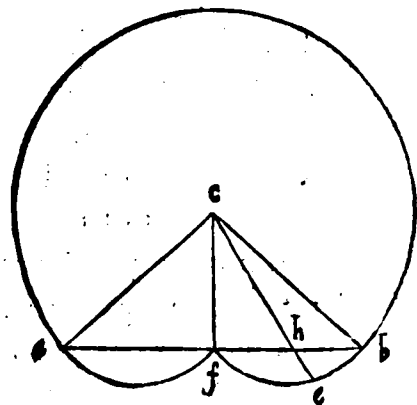
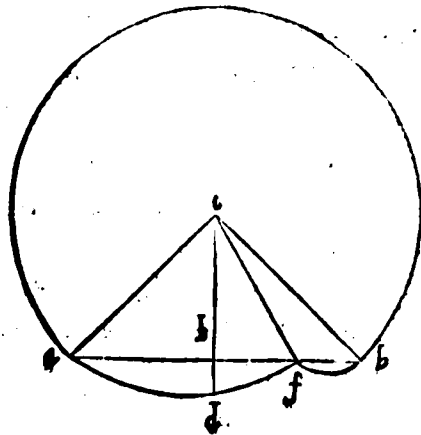
Responsio,

talise Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento vitur. De Infiniti itaque suppositione tot in presenti sufficient. Post hæc aut veniamus ad Instantias, quæ aduersus huiusce Problematis Construc-tionem feruntur. Suscipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exi-
stente a b, Signoque dato, a quo

Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quæadmodum inquit Ceome-
tra. verum Circulus, qui secat re-
ctam Lineam a b in Signis a b,
secet etiam ipsam in Signo f, si-
tumque subscriptum habeat .
Aduersus itaque hunc sermonem
dicemus quod impossibile dicit,
fecetur .n. recta Linea a b bifa-
riam in Signo h, connectaturque
c h, & producaturs vsque ad Cir-

cunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam
itaque ex Centro hæ sunt, & a h, ipsi h b equalis est, communis vero c h,
omnia omnibus æqualia sunt. Ipsa igitur c h ad Signum h rectos effi-
cit Angulos. Rursus quoniam c a, c b æquales sunt, Angulos ad Si-
gna a b æquales faciunt. verum c a quoque, ipsi c f equalis est, quam-
obrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis est. Similiter An-
gulus c b f, Angulo c f b. Quoniam igitur Anguli qui ad a, & b Signa,
æquales sunt, Angulus quoque c f a, Angulo c f b æqualis est, suntque
deinceps, Recti igitur sunt, Est autem vterque etiam Angulorum,
qui sunt ad Signum h, rectus, Ipsa igitur c h, ipsi c f æqualis est. At c f
etiam æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt, & c h igitur, ipsi
c d æqualis est, quod fieri non potest.

Non secatur igitur Circulus in alio Si-
gno rectam Lineam a b. Siquis aut
dicat quod qui describitur Circulus
ipsam a b in Signo f bifariam secatur,
rursus idem impossibile ostendemus.
Describantur .n. omnia ut prius, &
recta Linea f b bifariam secetur in
Signo h. Quoniam igitur a f, f b æ-
quales sunt, communis autem c f, Ba-
sisque c a, Basis c b æqualis, omnia



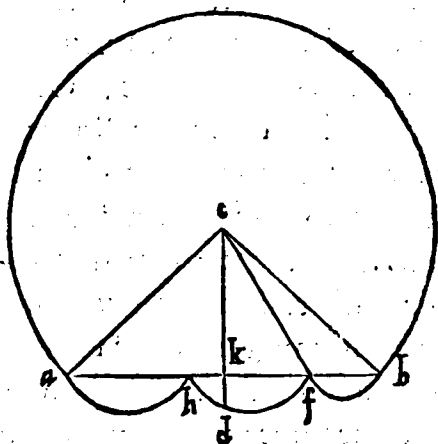
omni-

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f , recti sunt. Rursus quoniam æqualis est fh , ipsi $h b$, cōmunisque ch cōnexa, & Basis $c f$ æqualis Basi $c b$, ex Centro. n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h , recti sunt. æquales. n. deincepsque sunt. Quoniā igitur vterque Angulorum $c f h$, $c h f$ rectus est, æqualis est $c f$, ipsi $c h$. Verum $c f$, ipsi $c e$ æqualis est, ex Centro enim sunt, & ch igitur, ipsi $c e$ inequalis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere. Secet. n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis

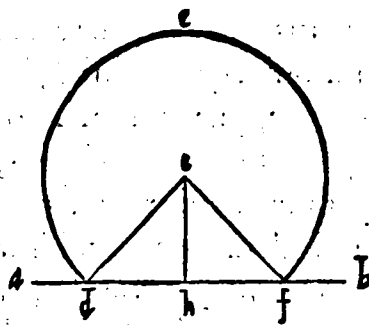
a, b , & in Signis f, h . Nos itaq; secantes rectam Lineam $a b$ bifariam in Signo k , & cōnectentes Lineas $c a, c f, c k, c b$ id, quod fieri nō potest ostēdemus. cum enim $a k, k b$ æquales sint, & communis $c k$, Basesque $c a, c b$ æquales, & Anguli igitur, qui ad $a b$ Signa, æquales sunt, qui autem ad Signū k , recti. Verum vtracq; ipsi $c f$ æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f , recti sunt. æquales sunt. n. deinceps

existentes. ipsa igitur $c f$ æqualis est ipsi $c k$. rectos. n. Angulos subtendunt. At $c f$ æqualis est ipsi $c d$, ex Centro siquidem sunt, $c d$ ergo, ipsi $c k$ æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt in vno Signo, vel in duobus, vel i pluribus alijs præter Signa $a b$ Circulus, qui describitur rectam Lineam $a b$ secet. Instantiæ itaque hæc sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instantiis sunt distinguendi. non. n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem

afferunt, incertumque est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enūcient. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sic igitur recta Linea Infinita $a b$ datum autē Signū c . Dicit itaque aliquis quod nō est amplius locus in altera rectæ Lineę parte, sed in illa tantum vbi Signum c



Quo differat Casus ab Instantia. & quo vide et superius cōprimus huius libri.

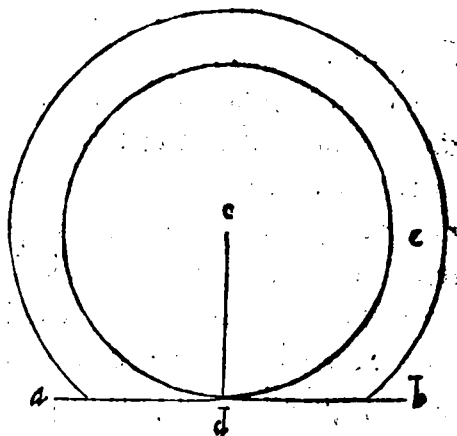


Casus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpendicularis ergo est c h ad ipsam d f.

Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si

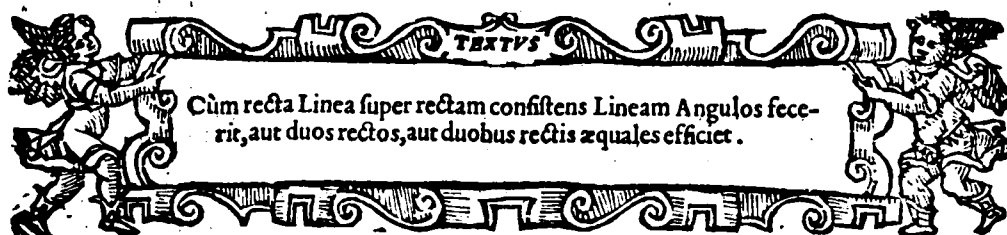


Digressio liber autem contemplationem quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendens, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesque à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusque, firmusque, atque indecliuus ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilis,

Unde etiam
Vnum hic
pro Deo

litatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;
adhrēs.



Propō 13.
Theor. 6.

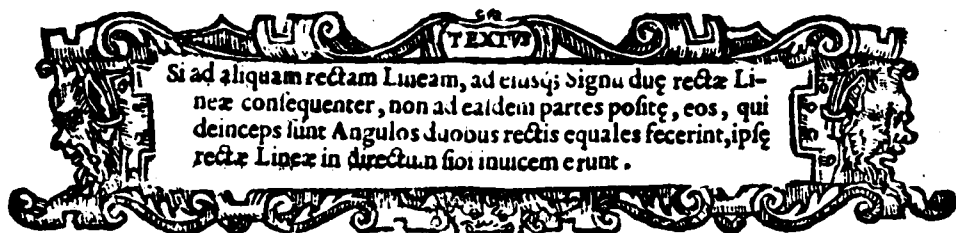
AD Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Proble- Cóm. 17.
mata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis,
& ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere,
si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se ha-
bentes ad rectam Lineam efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur vni-
uersaliter ostēdit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea
cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius in-
decliuis, firmus, nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis æqua-
les, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta
Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in
alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet
autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentiae
Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quod omnis
recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duo-
bus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in recte
Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quan-
doque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest.
omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quem-
admodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum,
qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tan-
quam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit.
Opus est itaque rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc
ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid au- Dubitatio
tem sibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis
æquales]? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales effi-
cit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqua- Solutio.
lium quoque Angulorum cōmune est, alterum verò equalium tantum
propriū? Consueuimus autem cum quidem & proprium, & com-
mune

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cùm verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explanationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verùm non solum de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit. Solum igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solum verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoque institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cùm. n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales utrobique Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspiciere quòd æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis. n. Obtusi, Acuti quæ Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminum quæ suscipere dicitur, & uterque quidem seorsum à similitudine ad illū recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatem recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cùm per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaque vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitæque fertur intellectibus congruit, quod amodo quæ ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentijs ipsa progrediuntur, seseque tantum multiplicant? quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateque manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Digressio
Idē superius in lib.
2. cō. 10.
& aliis in
locis.

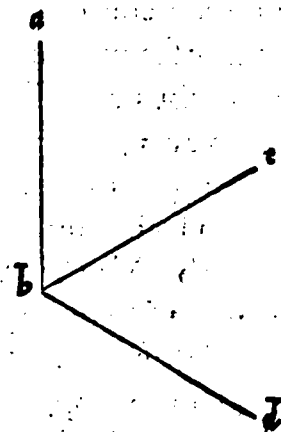
Epilogus.

Propō 14.
Theor. 7.



Cōn. 18. **P**Ræfens Theorema præostēsi Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cùm itaque illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quod una Recta est, quæ hos efficit ad iam dictam rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc queritur, per Deductionemque ad impossibile ostenditur. hoc modo. *n.* Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamque orationis scientiam gignentis diligentiam aspicere. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineam, addit [ad eiusque Signum] quid. *n.* si duobus recte Lineæ Extremis existentibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusque rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusque Signum] cum utrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat ut quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulam [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbū [consequenter] tum ad easdem partes, tum utrobique consideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quod rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, utrobique positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostendi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusque Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaque consequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis. *n.* Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaque ad easdem partes iacēt, in directum minime sunt, licet duos etiā Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad † Lineam a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamque recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.



Conuersa Theorematum per Deductionem ad impossibile ut plurimum debet ostendi, problemata verò præcipua Demonstratione, cuius causam vide inferius in cō. Propōit 19. Primò. Secundò.

Tertiò.

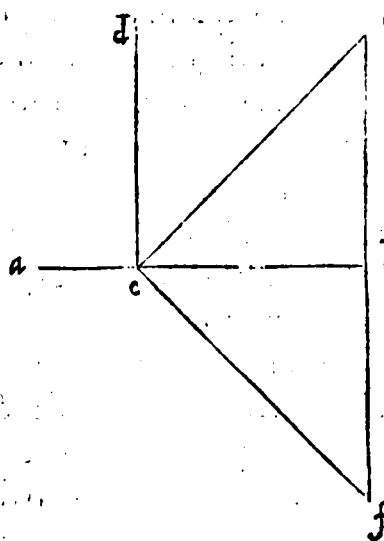
Vide Definitionem hæc apud Proclum in lib. de motu.

† Signum b sunt.

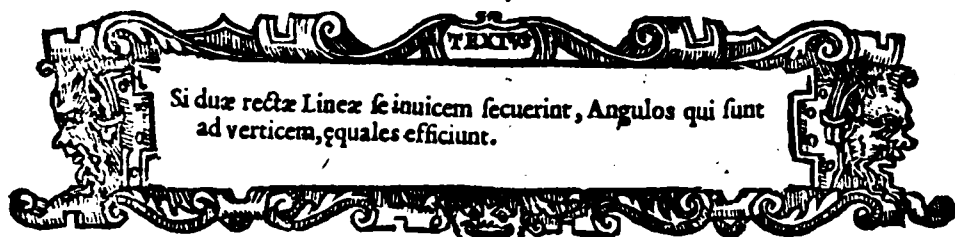
Y fe.

esse, tot de Propositione sufficiant. In Constructione autem praedicta Propositione videtur, secunda scilicet, quod rectam Lineam in directum producere perit, quemadmodum in Demonstratione praecedenti Theoremate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quae eidem angulo ad invicem quoque esse equalia dicitur, & eo, quod si ab equalibus equalia ablata fuerint, reliqua equalia esse. Ad impossibilem autem collectionem, Pronuntiato, quod autem Totum sua parte esse maius, est enim & aequale vno communi Angulo ablato, quod fieri non potest. Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem tamen partes, Angulos, qui ad vnam illam rectam Lineam sunt, duobus rectis equalis efficere, ostendemus sic, quemadmodum & Porphyrius. Sit quaedam recta Linea ab , & quodcunque in ipsa Signum c , & ipsi ab exicitetur ad Angulos rectos recta Linea cd , seceturque bifariam Angulus dcb per Lineam ce , & a Signo c ad Lineam ab ducatur perpendicularis eb , & producat ipsa eb , ponaturque ipsi eb aequalis bf , & connectatur cf . Quoniam itaque eb , ipsi bf aequalis est, communis autem est bc , equalisque continent Angulos (recti enim sunt) Basis igitur ec , Basis cf aequalis est. & omnia igitur omnibus equalia sunt. Angulus ergo ecb , Angulo $fc b$ aequalis est. Angulus autem ecb recti dimidium est. rectus siquidem dcb bifariam sectus fuit per Lineam ec . dimidium ergo recti est & Angulus $fc b$. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus dcb . Est autem & Angulus dcb dimidium recti. ad rectam igitur Lineam cd , ad eiusque Signum c , duae rectae Lineae consequenter posite sunt, ad easdem partes, ipsae nempe ce , & cf Angulos duobus rectis equalis facientes, dimidium quidem recti ipsa ce , vnum verò & dimidium ipsa cf . Ne igitur ea, quae fieri non possunt queramus, quoniam pacto scilicet ce , cf rectae Lineae Angulos, qui sunt ad rectam Lineam cd duobus rectis equalis facientes, sibi invicem in directum sunt, adiecit Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad utrasque rectae Lineae partes iacere rectas Lineas, quae Angulos duobus

Porphyrii
Demo.



bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Propo 15.
Theor. 8.

Angulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertio decimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verum enimvero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusquæ Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea ab , & quodcuncq; in ipsa Signum c , & ad Signum c duæ rectæ Lineæ cd , ce non ad easdē partes sumantur facientes Angulos acd , bce æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ cd , ce . Cum enim recta Linea cd super rectam Lineam ab infederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe dca , $dc b$. Verum Angulus dca , Angulo bce æqualis est. Anguli igitur dcb , bce duobus rectis æquales sunt.

Cōm. 19.

Anguli deinceps qui sunt.
Anguli ad verticem qui sunt.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referre Eudemus. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersū huius Theorematis.

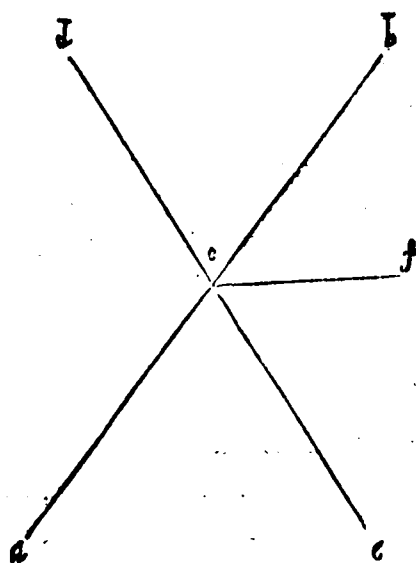
Demō Cōuersū præsentis Theorematis.

Cur Eucli
des hoc p
termiserit

Alia eiuf-
dē ostēfo
indirecta.

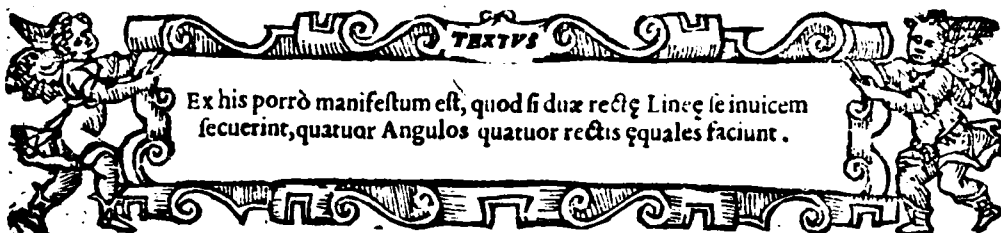
Documen-
tum.

Quoniam itaq; ad quandam re-
ctam Lineam bc , ad eiusque Si-
gnum c duæ rectæ Lineæ con-
sequenter cd , ce non ad easdem
partes positæ Angulos Dein-
ceps duobus rectis æquales effi-
ciunt, in directum sibi inuicem
sunt rectæ Lineæ cd , ce . Con-
uersum igitur præsentī Theore-
mati ostensum est. Videtur au-
tē Geometra hoc prætermisisse,
quoniam facile est iuxta eādem
viam per Deductionem ad im-
possibile hoc quoq; ostendere,
iuxta quam quartum decimum



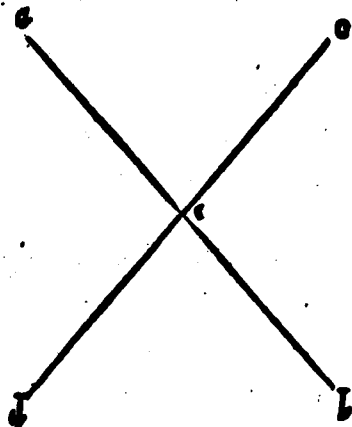
ostendimus. iisdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea cd , rectæ
Lineæ ce in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi cd in directum
recta Linea cf . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant ab ,
& df , Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur acd , bce
æquales sunt. Erant autem acd , bce quoq; Anguli æquales. Angu-
lus ergo bce , Angulo bce æqualis est, maior minori, quod fieri non
potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam cd , ipsi ce in dire-
ctum erit. Ipsæ ergo cd , ce rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt,
Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cū itaq; eadem sit De-
monstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta
fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem?
Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile,
tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem
hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Li-
nearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se ha-
bentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque
inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidē,
omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verti-
cem haud necessariò æquales faciunt, sed interdum quidem æquales,
interdum verò inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se
inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad
verticē existentes, æquales efficiunt: verū non etiā reliquos, vtrinque
cauum scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In re-
ctis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmen-
torū

torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Corolla-
rium.

V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc au- Côm. 20.
tem duplex quidpiam significat. vocant. n. Corollaria quæcunque
etiam Theoremata vnâ cum aliorum Demonstrationibus probantur,
veluti Lucra inexpectata, atq; emolumenta quærentium existentia: &
quæcunq; quærentur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; ge- Duplex
Corolla-
riū. idem
in côm. 1.
huius lib.
nerationis solæ causâ quærentur, neq; simplicis contēplationis. nam
quod quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt,
contēplari oportet, existentiumq; rerum huiusmodi cognitio est.
Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel re-
ctam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid
fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Ma- Primum
tertiū.
Tertium
decimi.
gnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum commu-
nem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo
inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæditorum or-
tus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem
Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæ-
cunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corolla- Euclides
libros Co-
rollariorū
cōstruxit.
riorum construxit. verum de huiusmodi quidam Corollarijs dice-
re prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Co-
rollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa
verò non præcipuè quærentur, veluti
id, quod in præsentia proponitur. nā
quærebatur quidē si duabus rectis Li-
neis se inuicē secantibus, Anguli ad ver-
ticē æquales sunt. Dum autē hoc osten-
debatur simul etiam demonstratū est,
quod quatuor qui sūt Anguli quatuor
sunt rectis æquales. Cum .n. diceba-
mus sint duæ rectæ Lineæ a b, c d se in-
uicē in Signo e secantes. quoniā igitur
ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps



An-

Definitio
Corollaria.

Vide Var
ronem in
lib. de lin
gua latina

Corollaria
riorum Di
uisio.
Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documen
tum.

Admirabi
le Pytha
goricum
Theore
ma.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa b e super ipsam c d stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improviso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilauimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposuere nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd utiq; vera Dei munera, veraq; lucra hæc sunt, non aut quæ illi videntur. hæc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, feraxque sciētiae vis præcipuis quæsitis adiicit, copiosas Theorematum opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicendum. Diuidenda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præsens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secundi Theorematis septimi libri Arithmeticonum Elementorum adiicitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematis consequētia sunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostēensiones. nam alia quidē vnà cum vñs ostēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directā ostēensione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsentī hæc quoq; sufficiēt. Præsens aut Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æquales Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theoremati ansam præbuit, quòd Tria hæc solā Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verū æquilaterum quidem Triangulum sexies assumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæque eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt,

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocumq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quocumq;, omnes qui sunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fient. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicem secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterque in infinitum: semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Propo 16.
Theor. 9.

QV i hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipue Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi ansam præbuere, non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc è medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometre familiari existente hanc tradidere, etenim in quinto Theoremate Angulos sub Acquirurium Basi existētes, æquales ostendere volens. addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integraq; fuit perscripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd: omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiore reperies: nam ambobus quidem simul æqualis paulò post ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito sunt

Cóm. 21.

Philippi
Marhemati-
ci obtre-
ctatio refe-
rente He-
rone.

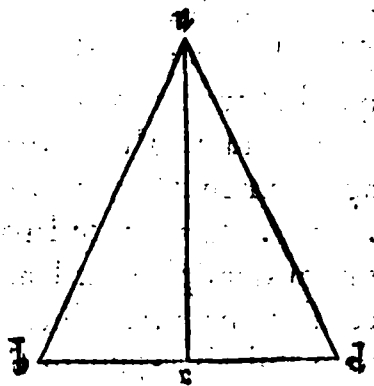
In 32. Propositione.

Corollari-
um primo.

Eorū fun-
damentū.
In 32. p-
positione.

Documen-
tu II.
Corolla-
rium tanq-
sum prio.

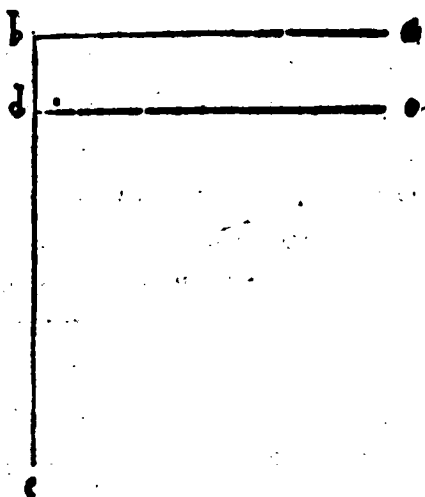
Quint ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps: nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumque ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si vero Obtusangulū fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cōparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur vtroq; internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producta, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, ex oppositoque iacenti maior est: & duo quilibet internorum Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò post in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producta externus Angulus duobus internis, ex oppositoque existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hæc quoque igitur in similibus Quæsitæ contexere, Propositionēque compositam efficere æquū esse censent. & est manifestū, quod id quidē, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoque erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vniūque Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino si quidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum supponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hæc de his. Assumemus autem ex præfati Theoremate, quod fieri non potest ut ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres æquales rectæ Lineæ incidant. Sint m. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaque a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b æqualis est Angulo a c b.



Rursus

Rurſus quoniā equalis eſt $a b$, ipſi $a d$, Angulus $a b d$, Angulo $a d b$ æqualis eſt. Erat autem Angulo $a b c$, Angulus $a c b$ equalis. Angulus ergo $a c b$, Angulo $a d b$ æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę æquales minimē ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quòd ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimē facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exēpli gratia, ſint $a b, c d$ rectę Lineę, in ipſasq; recta Linea $c b$ incidens Angulos $a b d, c d e$ æquales faciat, non coincident porrò rectę Lineę $a b, c d$. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus $c d e$ æqualis Angulo $a b d$. & cū externus ſit, interno, ex oppoſitoq; iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, ſed omnino illū, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim $a b$ immobili manente, $c d$ ad ipſam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies diſtātiā in Angulo $c d e$. nam quantò magis $c d$ accedit ad ipſam $a b$, tantò magis ab ipſa $d e$ recedit. ſiue etiam manente ipſa $c d$, excogitaueris $a b$ ad ipſam moueri, Angulum $a b d$, minorem efficies. ſimul .n. ad ipſam $c d$ fertur, & ad ipſam $b d$. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem moueri feceris, ipſam quidē $a b$ ad ipſam $c d$ tendentē, Angulumq; $a b c$, contrahentem: ipſam verò $c d$ ab ipſa $d e$ recedentem propter motum ad Lineam $a b$, Angulumq; $c d e$ crescentem reperiēs. Neceſſariò igitur ſi Triangulum fuerit, & rectę Lineę $a b, c d$ coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacenti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū, altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocq; tibi cō-

Aliud Co
rollarium



† Altera quidē ad eas partes in quibus internū facit Angulū redēte: altera verò ab iis partibus, i quibus externū facit Angulū ſe ſe mouente.

Z ſiderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæstionum causas æst-
te conspectum nobis afferunt.

Propo 17
Theo. 10.

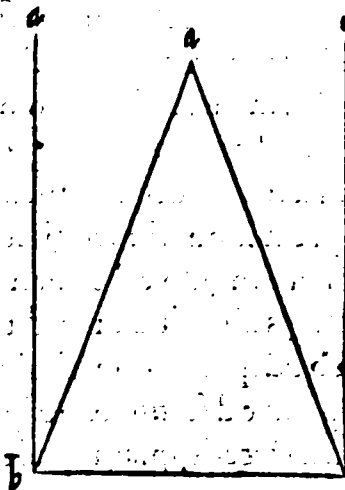
Omnis Trianguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, om-
nifariam sumpti.

Cóm. 12.

In Propo-
sitione 32

Documē-
tum.

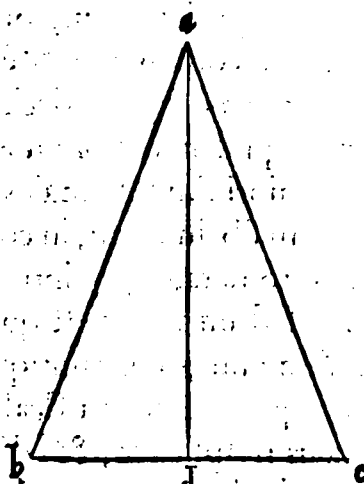
Nunc quidem indeterminate ostenditur, quod Trianguli duo qui-
libet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem de-
terminabitur etiam quanto minores, quod scilicet reliquo Trianguli
Angulo. tres. n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapro-
pter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et
Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet
viam. præcedenti siquidem utitur Theoremate. Operæpretium est
autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum in-
spicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur a b
rursus, & c d rectæ Lineæ, ipsi b d ad
Angulos rectos. si itaque Triangulū
futurum est, rectas Lineas a b, c d ad
se inuicem annuere oportet: ipsarum
autem nutus internos diminuit An-
gulos, quamobrem duobus Rectis
minores sunt. Recti. n. sunt ante nu-
tum. Consimiliter autem si etiam in
Latere a b, rectas Lineas ad Angulos
rectos stantes intellexerimus, eadem
evenient iuxta rectarum Linearū nu-
tū: & Anguli, qui sunt ad Signa a, b,
erunt duobus Rectis minores. & in
reliquo Latere eodem modo. Hoc
ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex
oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse La-
tus, necessarium non est, neque aliquem extra constitutum esse An-
gulum. duos verò quoslibet interiorum Angulorum duobus Rectis
minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium
non est, necessarij causa erit: nullo certe modo. Verum (quod iam
dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linea-
rum



rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

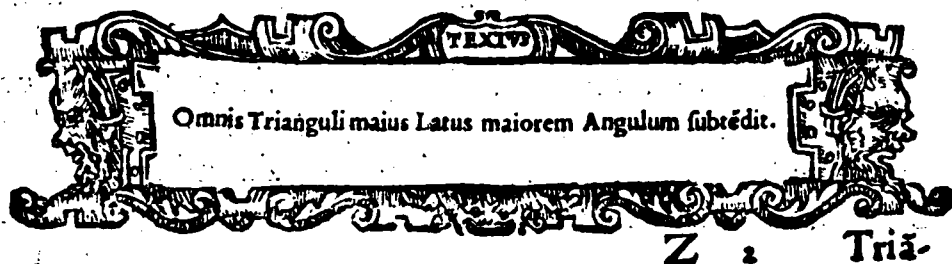
Casus huius Theorematis.

Sit Triangulum abc , sumaturque in Latere bc quodcunque Signum d , & connectatur ad. Quomā itaque Trianguli abd Latus unū productum est, ipsum scilicet bd , Angulus externus adc , interno abd maior est. Rursus quoniam Trianguli adc Latus unum productum est, ipsum nempe cd , Angulus externus adb , Angulo interno acd maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa a rectam Lineā, duobus Rectis æquales sunt; per tertium decimum, Anguli igitur abc , acb duobus sunt Rectis minores. Simili-



ter ostendamus, quod Anguli etiam bac , & bca duobus Rectis minores sunt, in ac Latere Signum accipiendo, à Signoque b ad Signū acceptum connectendo. & rursus Angulos cab , acb minores duobus Rectis affirmabimus in ab Latere Signū suscipiendo, à Signoque c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest ut per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad unam rectam Lineam duæ Perpendiculares minime ducentur. sint. n. à Signo a ad rectam Lineam bc duæ Perpendiculares ab , ac . Anguli itaque abc , acb , recti sunt. At quoniam ipsum abc , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur abc , acb , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.

Corollarium tanq̃ Sumptio.



Propō 18
Theo. 13.

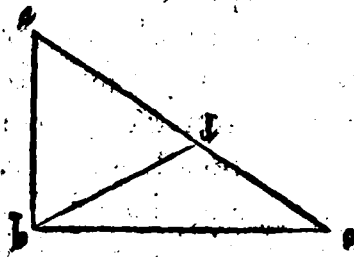
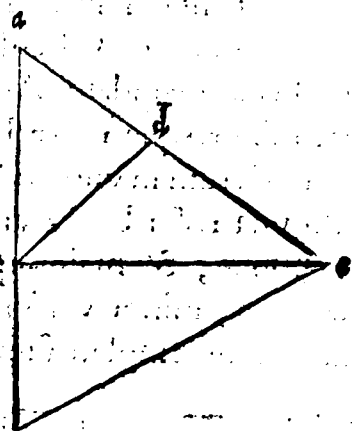
Cóm. 23. **Q**Uòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūque æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplantur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contemplatum fuit.

Documētum. Manifestum autem est, quòd maius, minusque Latus proportionaliter sumemus, maximumque, medium, & minimū distinguemus, Angulosque similiter in Scalenis Triangulis: in Aequicruris autem Maius simpliciter, & Minus sufficienter, vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quæadmodum in Aquilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatem constituuntur. atq; alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per misionem vtriusque generantur, Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque consequenter omnes. Verum enimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mistum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoque est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequens existimare: quod autem maius, minusque Latus habet, huic sub maiori Latere maiore Angulum esse, Quoniam autem

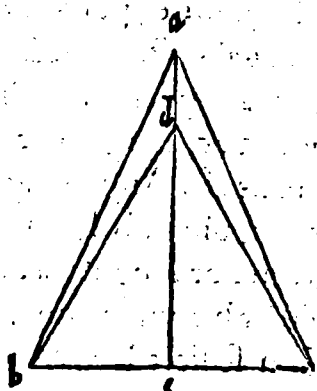
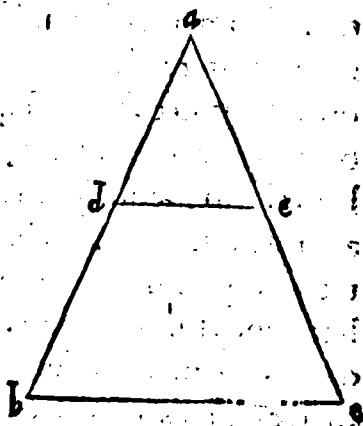
Finis Digressionis

tem

tem Geometra cum in Constructione Trianguli abc , Latusque ac maius Latere ab suscepisset, ut Angulo qui ad Signum c Angulo qui ad Signum b maiorem ostenderet, a Latere ac , Lateri ab , æqualem rectam Lineam ad abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet ad Signum c ablatione fieri, age in hac quoque suppositione Propositum ostendamus quemadmodum Porphyrus. sic in. d c equalis ipsi ab , & producat ab ad Signum e , ponaturque be æqualis ipsi da , tota igitur ac , tota ae æqualis est. connectatur ec . Quonia itaque ac , ipsi ae æqualis est, Angulus quoque ace , Angulo ace , per quintum æqualis est. Angulus igitur ace maior est Angulo abc . Est autem Angulus et abc maior Angulo ace . Trianguli siquidem cbe unum Latus productum fuit, ipsum scilicet be , & sic Angulus abc externus cum sit, interno, ex opposito ec iaceti maior est. Multo maior igitur est Angulus abc , Angulo ace , quod erat ostendendum. Geometrice quidem presentis Theorematis ostensiones huiusmodi sunt. Manifestum est autem quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nam maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illum quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem evenit propter rectae Lineae in suis extremitatibus situm. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorum quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem commutat. & haec dicimus in uno Triangulo, siquidem fieri potest ut idem Angulus a maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus abc , & sumatur in ipso ab Latere Signum d , & ipsi ad , æqualis auferatur ae , connectaturque de . Angulus igitur, qui ad a Signum est rectae Lineae de , bc subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera vero minor. infinitasque eodem

Porphyrus
Demo.Docum-
tum.

eodem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus abc Aequicrus, sitque bc minor ipsis ba , & ac , constituaturque super bc Triangulum æquilaterum bcd , & connectatur ad , & producat ad Signum e . Quoniam itaque Trianguli abd , Angulus bde externus est, maior est Angulo $b ad$. Similiter Angulus cde maior est Angulo cad . Totus ergo bdc maior est toto bac , eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verum in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.



Propo 19
Theo. 12.

Omnia Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

Com. 14.

Hoc præcedenti Theoremati cōuersum est. & est simplex in utroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hic Suppositio; quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcessit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt. & maius

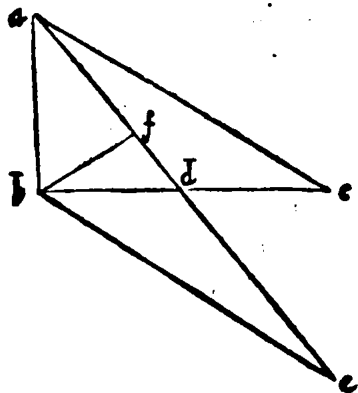
maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. quæ maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verum si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremque minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autè potest ut sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptiunculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansque Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum abc ,

Sumptio.

seceturque bifariam Angulus qui ad Signum a , per rectam Lineam ad , & ipsa ad secet Basim bc in partes inæquales, sitque pars cd maior parte bd . Dico quòd maius est Latus ac , Latere ab . Producat ad ad Signum e , & ponatur æqualis de , ipsi ad . & quoniam dc , ipsa db maior est ponatur df æqualis ipsi bd , & connectatur ef , & producat ef usque ad Signum g . Quoniam itaque ad , ipsi de : & bd , ipsi df æquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosque æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur ba , Basi ef æqualis est, & omnia ergo omnibus equalia sunt. Quamobrem Angulus quoque dfe æqualis est Angulo dab . At hic ipsi dag inæqualis non est. Quapropter Latus etiam ag , Lateri cg æquum est, per sextum. Latus igitur ac , Latere cf maius est. Latus autem cf æquale est Lateri ab . maius est ergo Latus ac , Latere ab , quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum abc habens Angulum qui ad Signum b , maiorem Angulo qui ad Signum c . Dico quòd Latus ac maius est Latere ab . Secetur bc bifariam in Signo d , & connectatur ad , & ducatur de æqualis ipsi ad , & connectatur be . Quoniam itaque bd , ipsi dc : & ad , ipsi de æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur bc , Basi ae æqualis est, & omnia

omni-

omnibus. Quamobrem Angulus etiam $d b e$, Angulo qui ad Signū c æqualis est, minor autem Angulo $a b d$. Secetur igitur bifariā Angulus quoque $a b c$ per rectam Lineam $b f$. Maior est igitur $c f$, ipsa $f a$. Quoniā itaq; Trianguli $a b c$, Angulus qui ad Signum b , bifariā sectus fuit per rectam Lineam $b f$, & maior est $c f$, ipsa $f a$, maius est



Documē-
tum.

Causa p-
pter quā
Conuerſa
Theore-
mata per
impoſſibile
ostēdunt.

(per præostensum) Latus $b c$, Latere $b a$. ipsa autē $b c$, ipsi $a c$ equalis ostensa fuit. Latus igitur $a c$ maius est Latere $a b$, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneque vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quàm præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuerſa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Propō 20
Theo. 13.



Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

Côm. 25.
Epicureo-
rū impu-
gnatio.

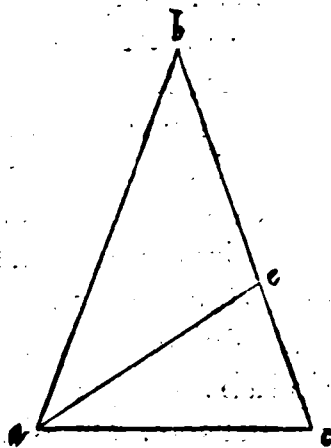
PRæsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna censere, immanifestisque per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq; dicendum quòd præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Respōsio.

Exēpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quascunque Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minimè producta describere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum abc , oportet itaque Latera ab , ac Latere bc maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam ae . Quoniam itaque Trianguli abe , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . Verum Angulus bac Angulo eac æqualis positus fuit. Angulus igitur aec maior est Angulo eac . Quapropter Latus quoque ac , Latere ec maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā ab maius est Latere be . Trianguli enim ace , Angulus aeb externus est, maiorque Angulo eac , hoc est Angulo eab . Quapropter Latus quoque ab , Latere be maius est. Latera ergo ab , ac toto Latere bc maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū abc . Si itaque æquilaterum est Triangulum abc proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa bc maior, abscondaturque alterutri illorum equalis, quæ sit be , & connectatur ae . Quoniam igitur Trianguli aeb , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . eadem sanè ratione Angulus etiā aeb , Angulo eac maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū be a æqualis est ipsi bae , siquidem

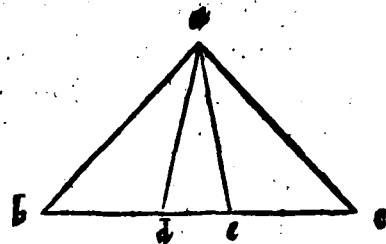
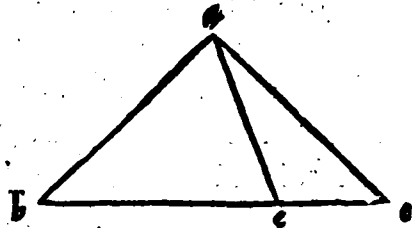
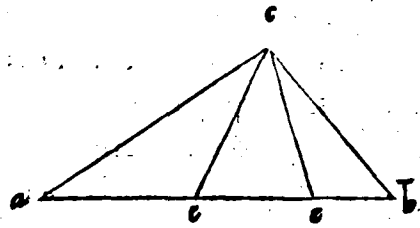
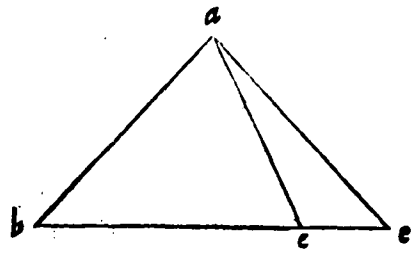
Porphyrii
& Heronis
Demonstrationes.



dem $a b$, etiam ipsi $b c$ æquale est. reliquus igitur $a c$ c reliquo $c a$ maior est. Quamobrem Latus quoque $a c$ maius est Latere $c e$. Erat autem Latus etiam $a b$ æquale Lateri $b c$. Latera ergo $a b, a c$, Latere $b c$ maiora sunt. Si verò Triangulum $a b c$ Scalenum fuerit, sit Latus maximum $a b$, medium $a c$, minimum $b c$. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se namque utroque maius est. Si autem Latera $a c$, & $c b$, ipso $a b$ maximo existente maiora ostendere quæreremus, ut in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis vtentes. Sit rursus quod

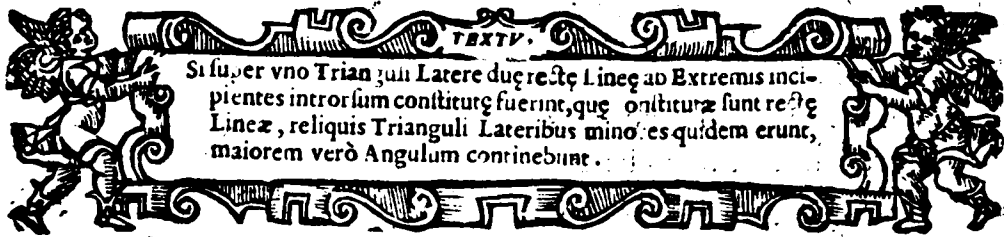
*Demò per
Deductio
nè ad im-
possibile.*

cuncq; Triangulum $a b c$. Dico qd Latera $a b, a c$ maiora sunt Latere $b c$. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque $b c$ æqualis ipsi $a b$. Reliqua igitur $c e$, ipsi $a c$ æqualis est. Quoniam itaque $a b$, ipsi $b c$ æqualis est, æquales subtendunt Angulos. Similiter porro & quoniam $a c$, ipsi $c e$ æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad c Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera $a b, a c$, Latere $b c$, abscindaturque ipsi quidem $a b$ æqualis ipsa $b d$: ipsi verò $a c$, ipsa $c e$. Quoniam itaque $a b$, ipsi $b d$ æqualis est, Angulus quoque $b d a$, Angulo $b a d$ inæqualis non est. & quoniam $a c$ æqualis est ipsi $c e$, Angulus etiam $c e a$, Angulo $e a c$ æqualis est. Duo igitur Anguli $b d a, c e a$, duobus $b a d$, & $c a c$ æquales sunt. Rursus quoniā Trianguli $a d c$, Angulus $b d a$



exter-

externus est, Angulo eac est maior, maior est namq. ipso cad . Par ratione & quoniam Trianguli abe , Angulus cea externus est, maior est Angulo bda . etenim Angulo bac maior est. Anguli ergo bda , cea duobus bda , cea maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur ab , ac neque æqualia sunt Lateri bc , neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



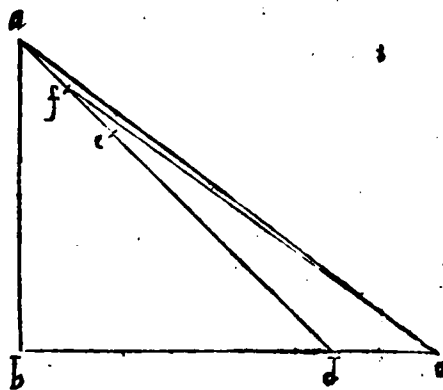
Propo 23
Theo. 14.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorē, euidens est: Theoremaquæ prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex præostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis comprehensum Angulo ab externis comprehenso maiore, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoquæ iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilem, quę in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusquæ alias minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso, hoc .n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quòd necessariò Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superquæ vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituantur: simul verò (quòd iã diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto

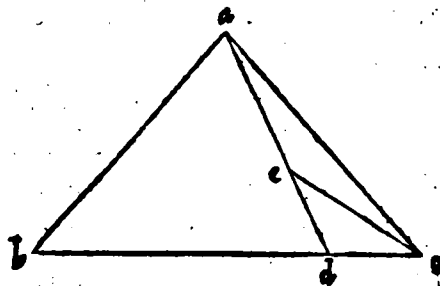
Cōm. 26.

Quoddā
admirabile
in Geometria.

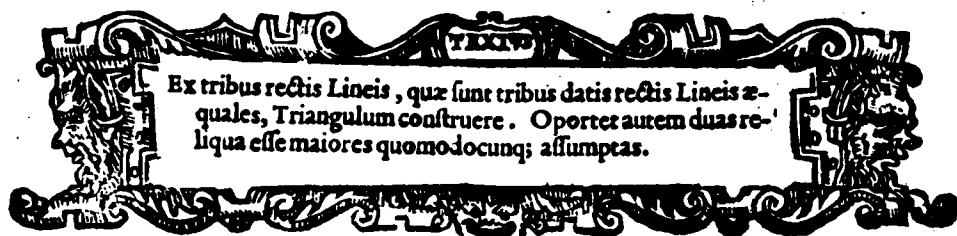
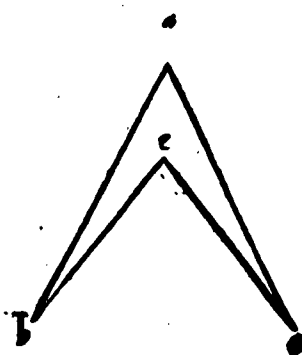
constituuntur Latere, externarum minores sunt : quæ verò super parte, maiores : Sit itaq; rectangulum Triangulum abc , Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere bc quodcunque Signū, sitque illud d , & connectatur $a d$. Maior est igitur $a d$, ipsa ab . Auferatur ab ipsa $a d$, æqualis ipsi ab , quæ sit de , & diuidatur $e a$ bifariam in Signo f , & connectatur fc . Quoniam igitur $a f c$, Triangulum est, ipsæ $a f$, fc maiores sunt ipsa $a c$. Verum $a f$ æqualis est ipsi fc . Rectæ Linæ igitur fe , fc , ipsa $a c$ maiores sunt. Aequalis autem est de , ipsi ab . Rectæ Linæ igitur fc , fd maiores sunt rectis Lineis ab , ac , & sunt intra. Sit rursus Triangulum æquicrus



abc Basim bc utroque equalium Laterum maiorē habens, abscindaturque $a b$ ipsa bc , æqualis ipsi ab , quæ sit bd , & connectatur $a d$, sumaturque in ipsa ad quodcunque Signum, sitque illud e , & connectatur ce . Quoniam itaq; ab , ipsi bd æqualis est, Angulus quoq; bad , Angulo bda æqualis est. & quoniam Trianguli edc Angulus bda externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe $d e c$. Quamobrem Angulus quoq; bad , Angulo $d e c$ maior est. Multo maior est igitur Angulus $b a c$, Angulo $d e c$, & continetur $b a c$ quidem ab externis, $d e c$ verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Linæ de , ec minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum cōprehēdētes. Cū aut hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quæ in Geometria admi-



admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum abc . nam à quatuor quidem Lateribus ba , ac , ce , eb continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b , alterum autem qui ad a , reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præsens Figura.



Ex tribus rectis Lineis, quæ sunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum construere. Oportet autem duas reliqua esse maiores quomodocunq; assumptas.

Propositio 22.
Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliqua sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primū cognouit, quòd fieri non potest vt ex iisdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construat: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacque de causa adiecit, quòd vtrique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunq; assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæque per hanc solam additionem dissolui possunt. Præsens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua sunt maiores, quomodocunq; assumptæ, Determinatum est, atque Possibile. fit enim hoc quoq; Quemadmo-

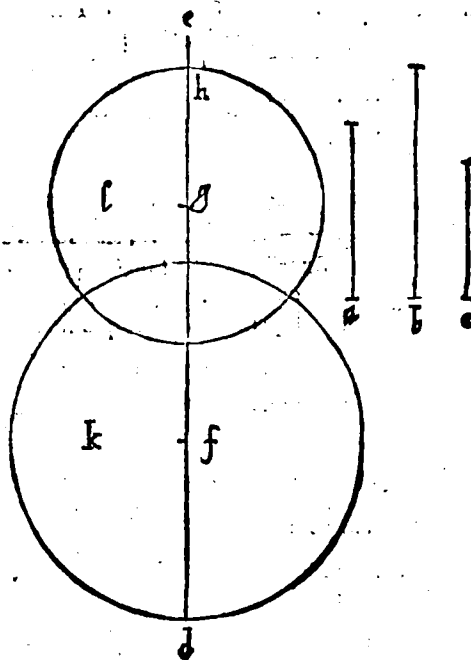
Com. 27.

In 10. Propositione

De Problematis Determinatis, Indeterminatis, Possibilibus, & Impossibilibus vide superius in com. primo.

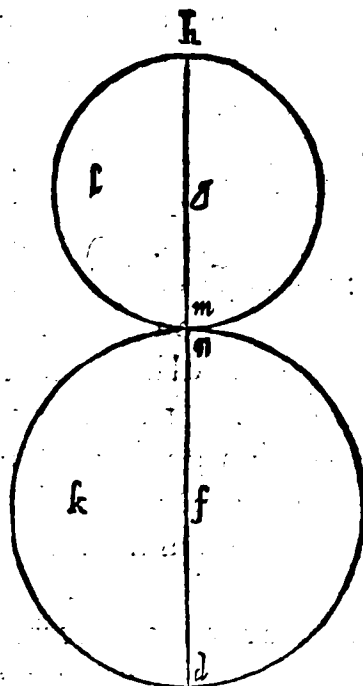
Instantiæ
huius Pro-
blematis.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoque Problematum iuxta Possibile enuntiatur, atque Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometre. n. verba sequemur. Sint tres rectę Lineę a, b, c, quarum duæ quomodolibet assumptę reliqua sint maiores, iussu quoque facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, utputā i Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, intervallo autem f d, Circulus k describatur. rursusque Centro quidē g, intervallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Circuli. hoc siquidem Elementorū institutor † fortitus est. Vnde igitur hoc evenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantum se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem interfecare, aut tangere, aut distare ab inuicem. Dico itaque quod necessario se inuicem interfecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaque f Signū Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni æquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodū etiam a vnā cū c, ipsa b est maior. illis siquidē sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod fieri



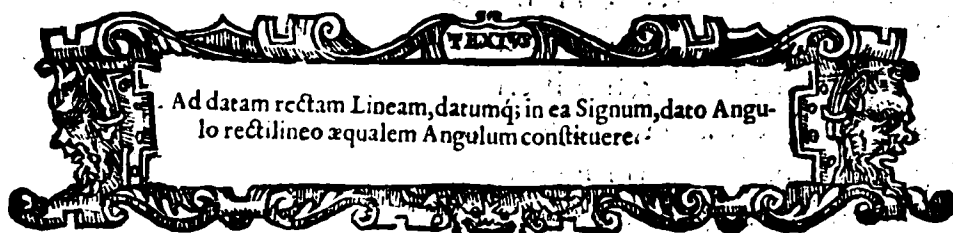
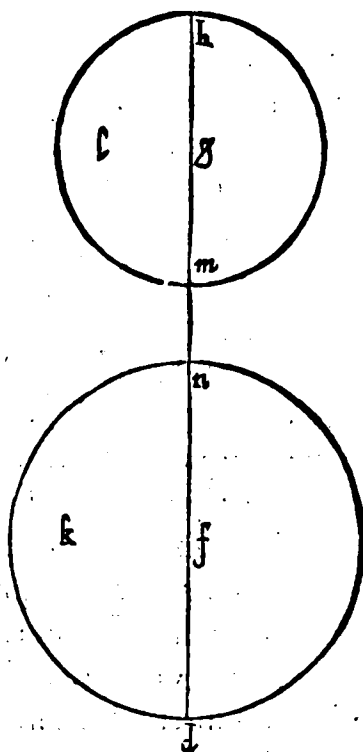
† assūpsit.

Responso.



fieri

fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, ut ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a : ipsa autem f g, ipsi b : ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem interfecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocumq; assumptas, non autem vni æquales, neq; ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales : distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Propo 23
Prob. 9.

Problema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuētum lucrum est, ut ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessario Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest ut omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum .n. fuit quòd duo tantum curvilinearū Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Cóm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referēte Eude.

In cóm. 2.
huius lib.

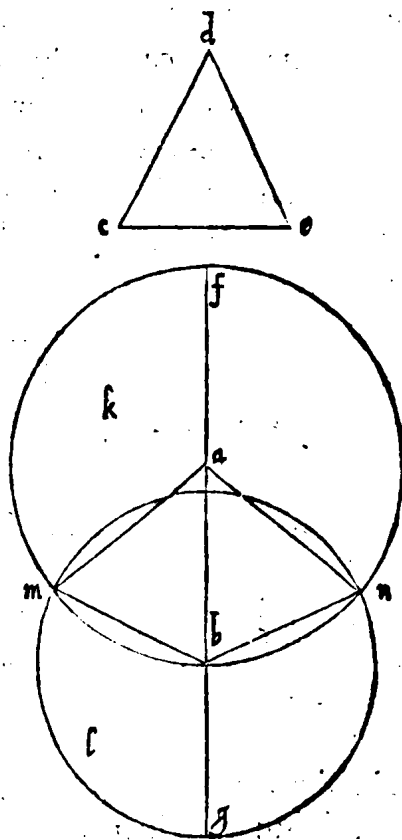
Fit

Nota, q
Angul^o Fi
gure simi-
lis Securi,
species est
Anguli lu-
nularis, &
vocat^r Pe-
lecoides
Angulus.

Alia ex-
fitor hui^o
Problema-
tis Demō.

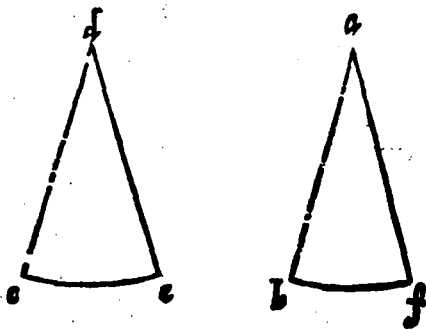
Fit aut^m huiusmodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duo-
bus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandā
rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui consti-
tituitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut
rectilineum, aut mistum. cū autem nullus mistus rectilineo æqua-
lis esse possit, manifestum quòd ipse quoque omnino rectilineus est,
Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter
vsus, ex tribusq^{ue} rectis Lineis, quæ tribus datis æquales sunt, Trian-
gulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cō-
stitutionem exquisitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b,
datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e.

oportet itaq^{ue} facere id, quod iussum
est. Cōnectatur c e, & producat^r a b
ad vtranq^{ue} partem vsq^{ue} ad Signa f g,
& ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa
f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò
e c, ipsa b g. & Centro quidem a, in-
teruallo autē a f, Circulus k designe-
tur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro
quidem b, interuallo autem b g, Cir-
culus l describatur. Circuli igitur se in-
uicem interfecant, quemadmodum
superius ostensum est. Secēt se in Si-
gnis m, n, à Signoq^{ue} n cōnectantur
ad Centra rectæ Lineæ, similiterq^{ue}
à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m
& ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a,
æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m,
& ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rur-
sus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n
æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e in-
æqualis non est, ipsæ etiā b m, & b n,
ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duæ igitur
a b, a m duabus d e, d c inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est
Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est.
Rursusq^{ue} duæ n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi
c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, iussūq^{ue}
dupliciter factum est. non .n. vnum tantū, sed duos constituimus
Angulos dato Angulo æquales ad vtranque rectę Lineę a b,
vt in

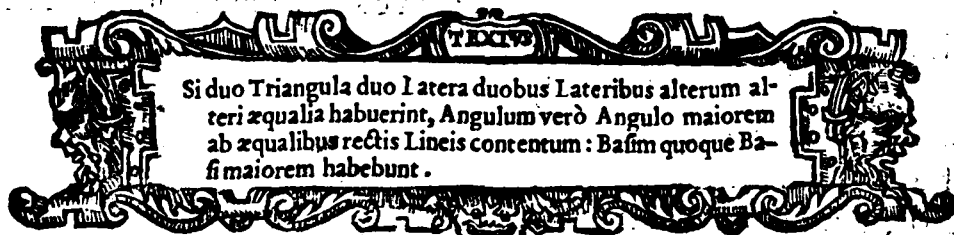


vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adiicimus. Apolloniꝝ autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ipsi indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum cde , & rectam Lineam ab , Cētro quidem d , interuallo autē cd , c e Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem a , interuallo verò ab , b f Circunferētiā designat. intercipiēsq̃ue c e Circunferentiam æqualem ipsi b f , connectit rectam Lineam af , Angulosque a , c æqualibus Circunferētijs insistentes, æquales affirmat.

Dānat A.
pollonii o
stensionē.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiā ab , ipsi cd æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiusmodi itaque ostensionē tanquam posterioribus vtētem ab Elementari institutione alienam esse censemus Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.



Propō 14
Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiit, & similes de inæqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habentia, Angulum Verticalē interdum quidem æqualem in vtroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in vtroq̃, interdum autem inæqualem. & æqualitati quidem illius consequentē esse demonstrauit Basium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorū Verticalium æqualitatem esse consequentem similiter demonstrauit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

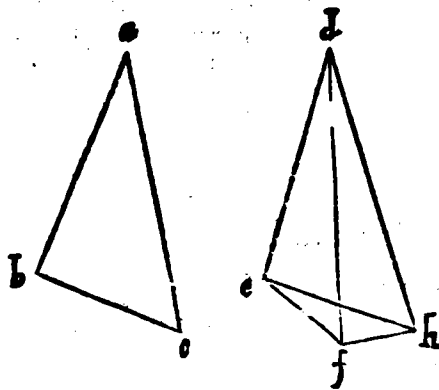
Cōm. 19

b pro

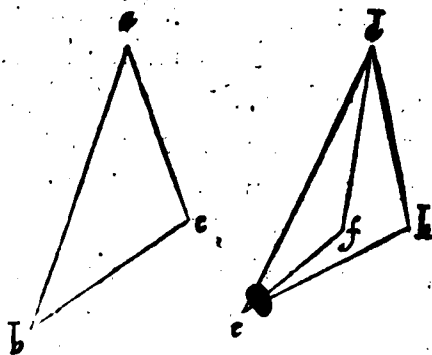
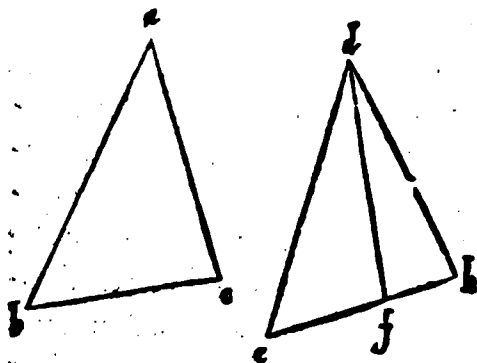
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est . nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstravit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati. nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit: hoc verò è conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum . nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoq; inæquales ostendit . Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū: duo verò circa inæquale, hoc utiq; & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus : duo autem à Basibus, octauum porro, quodque deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo , tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus existētibz omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hæc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoq; institutoris præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque de-

Varii huius
Theore-
matis Ca-
sus.

ficit ipsi adiciamus . accipiens enim duo Triangula abc , def , Latera ab , ac Lateribus de df æqualia habentia alterum alteri , Angulumque ad a Signum existentem Angulo ad d Signum existenti maiorem, & volens ostendere Basim bc , Basi ef maiorem, ad rectam Lineam ed , ad Signumque in ipsa, quod est d , Angulo qui ad a Signum est æqualem constituit Angulum edh . maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d , connectitque ipsi a c , æqualem d h . Recta itaq; Linea eh ad Signum h producta aut supra rectam ed cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam . Elementorum sanè institutor utpote supra iacentem ipsam accepit . Sit autem super ipsa recta



recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim $a b, a c$ duabus $d e, d h$ æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur $b c$, Basi $e h$ æqualis est. At ipsa $e h$ maior est quàm ipsa $e f$, quapropter ipsa quoque $b c$ maior est quàm ipsa $e f$. Verùm sit infra ipsam $e f$, posita. Connectentes itaque ipsam $e h$ dicemus quòd cum ipsæ $a b, a c$ ipsis $d e, d h$ æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque $b c$, ipsi $e h$ æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum $d e h$ duæ rectæ Lineæ $d f, f e$ in Latere $d e$ sunt constitutæ, externis minores sunt. Aequalis autem est $d h$, ipsi $d f$, ipsi namque $a c$ æqualis est. Maior est igitur ipsa $h e$ quàm ipsa $e f$. Sed $h e$ æqualis est ipsi $b c$. Maior est ergo ipsa $b c$ quàm ipsa $e f$. Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causâ igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstravit quòd Aræ quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd præter Basium inæqualitatem, Aræ quoque inæquales sunt? Aduersus hanc utique dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in equalibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Basibus equalibus existentibus, Triangulorum etiam equalitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arcarū inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparisonem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arcarum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-



Dubitatio

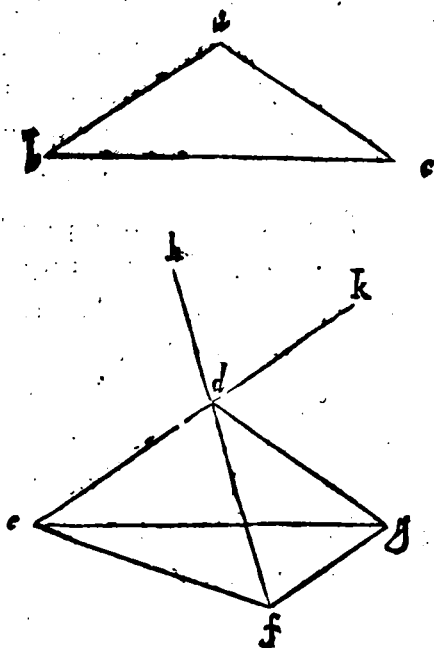
Solutio.

Digressio

Arcarum
pulchræ
paratio.

b a dun-

duntur : maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet ; minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipsę e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis æquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g æqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis æquales sunt. Sunt autē Anguli quoque e d g, k d g duobus Rectis æquales. Cōmunis auferatur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis est. Verum ipse e d f æqualis est ipsi h d k, ad verticem enim sunt, & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, æqualis est. At isti æquales sibi inuicē sunt. ipsa namque d g, ipsi d f æqualis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemque d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verum Triangulum g d e, Triangulo a b c est æquale. & Triangulū ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non est. Et vides quod tribus indiguimus Theorematis, quę ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quod omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus æqualis est : altero autem, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelę rectę Linę sunt : tertio verò, quod Triangula super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, æqualia sunt. Quę Elementorum quoque institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verum sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt ; Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior

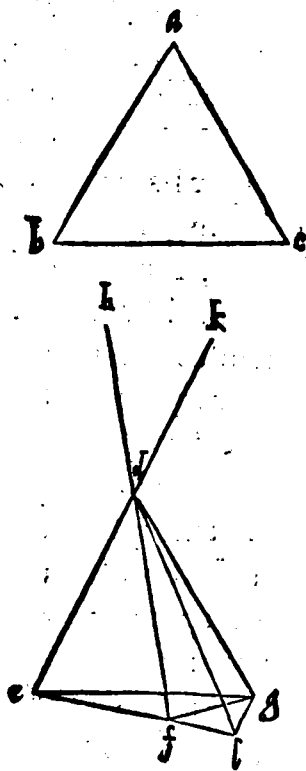
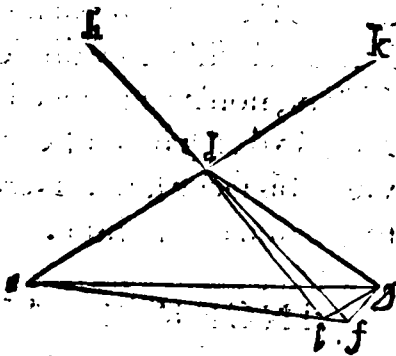


Proposi-
tio 32.

Proposi-
tio 27.

Proposi-
tio 37.

ior Angulo gdk . Angulus igitur gdh maior quam duplus est Anguli gdk , ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur gdk minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi gdk , æqualis dgl , & connectatur el , & dl . Parallela ergo est gl , ipsi de . Triangula igitur gde , lde æqualia sunt. At Triangulum lde minus est Triangulo fde . Triangulum igitur gde , Triangulo fde minus est. Aequale autem est Triangulum gde , Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo fde minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inæquales eadēque construantur. Quoniā itaq; Anguli edg , gdk duobus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato edg , totus gdh minor quam duplus est ipsius gdk . Sed duplus etiam ipse qui ad g Signum est. Angulus igitur gdk , Angulo qui ad Signum g , maior est. Ponatur Angulo gdk , æqualis dgl , & coincidat gl cum ipsa ef in Signo l , & connectatur dl . Parallela igitur est gl , ipsi de . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triangula gde , lde . Verū Triangulū quidem lde maius est Triangulo fde : Triangulum verò gde æquale est Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo dfe maius est. Ostensum est igitur Triangulum abc , Triangulo dfe & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a , & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus. omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum d , Recti dimidium, nonne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum a , vnus Rectus, & Recti dimidium



dium esset : qui verò ad Signum d , binæ vnius Recti Tertie, non nè duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a , vnus Rectus, Recti $\frac{1}{2}$ esset dimidium : qui autem ad Signum d , tertia Recti pars, non nè duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a , Angulo d esset maior? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarũ vsu nobis factæ sunt. Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

INCERTI AVTORIS SCHOLIVM

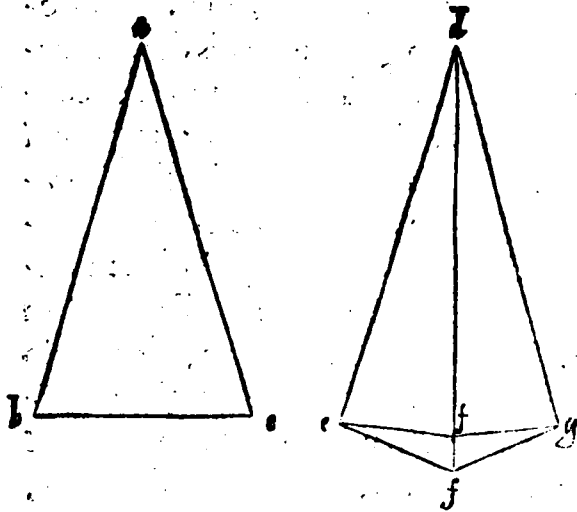
in vigesimum quartum Theorema Primi
Libri Elementorum Euclidis.

Scholium
in exẽpla
ri quodã
veteri re-
pertum.



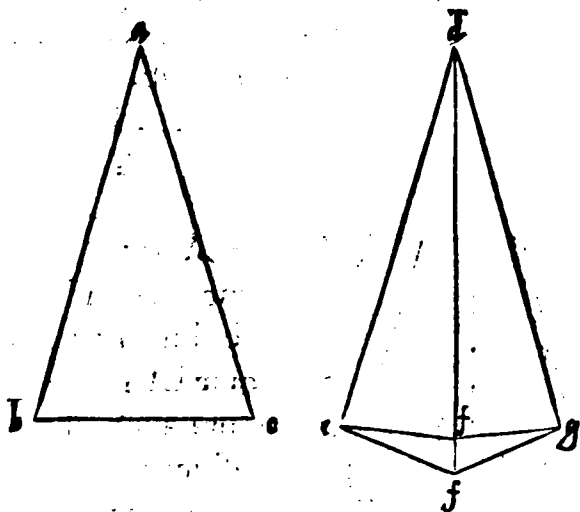
I M E A M : afferre sententiã operæpretium est, errauit Philosophus. nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quæ posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus. Sint duo Triãgula æquicrura $a b c$,

$d e f$, quæ habeant duo Latera $a b, a c$ duobus Lateribus $e d, d f$ equalia, & Angulus qui ad Signũ a , Angulo qui ad Signũ d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit $e d g$, & protracta $d g$ sit æqualis ipsi $e d$. Si autẽ ipsam $e g$ connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi $e f$ in directum sit. nã si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa $e g$, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtique erit Angulus qui ad Signum e , Angulo qui ad Signum g . Cæterum ipsi etiam $d f e$ est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g , Angulo $d f e$ equalis



lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autē hoc verum est, Trianguli dfg , externus Angulus interno, & ex opposito collocato equalis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minime potest ut recta Linea $e g$, rectæ Lineæ $e f$ in directum sit. Si verò hoc fieri nō potest, eò magis neque extrā incidet. Intrā igitur. Non ergo recte dixit Philosophus. Veruntamen alia quoque ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cum enim ipsa $d e$, tum ipsi $d f$, tū ipsi $d g$ æqualis supponatur, ipsa quoque $d f$, ipsi $d g$ erit æqualis.

Quapropter tria Triangula æquicrura sunt, vtpotā $d e f$, $d f g$, & $d e g$. æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt. & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum e , et qui ad Signum g , &



adhuc ipsi $d f e$: & qui ad Signum g , ipsi $d f g$. Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e , & g Signa, duobus $d f e$, $d f g$ æquales utriusque simul utrisque. Anguli igitur $d f e$, $d f g$, duobus sunt Rectis æquales. siquidē recta Linea $d f$ super rectā Lineā $e g$ stetit. Quocirca Anguli quoque $d e f$, $d g f$ duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimū decimū Theorema destructum est. At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producit recta Linea $e g$, super eadem recta Linea $e f$ non cōnectetur. Si verò hoc fieri non potest, multò magis (ut dictum est) neque extrā incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdū, absurdo hoc maius est. Dicendum igitur pro Philosopho quòd eos, qui instituuntur alloquens, non satis scitè exposuit. Vel exercitationis gratia, animique excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cum enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint, hoc est ipse $d f e$, & ipse $d f g$: & adhuc qui ad Signum e , & qui ad g Signum. Cum verò recta Linea super rectā consistens Lineā Deinceps

Defendit
Proclū ma
gis eū of
fendēdo.

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum dfe , dfg rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursum septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostendit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigessimū quartū Theorema

Primi Lib. Elementorū

Euclidis.

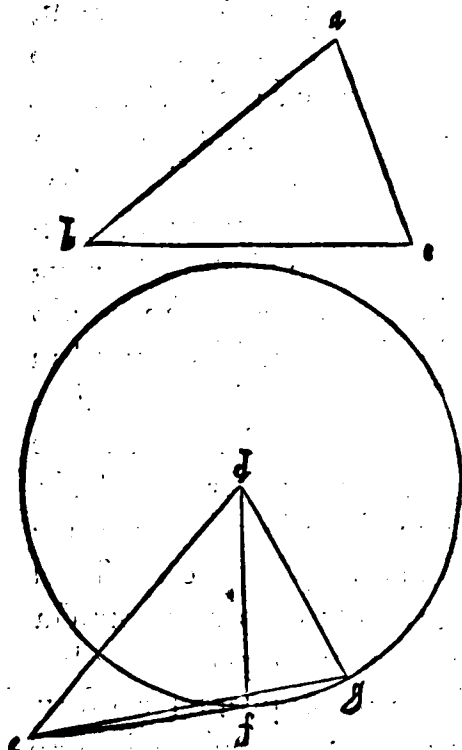


Scholium
Interpre-
tis.

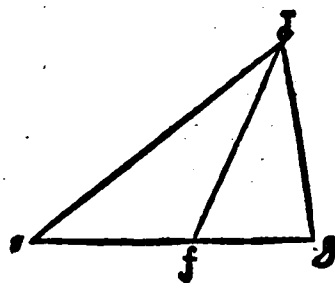
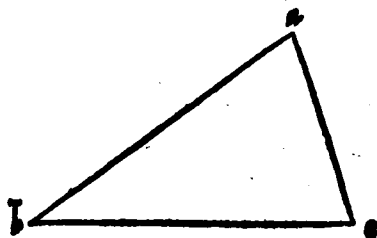
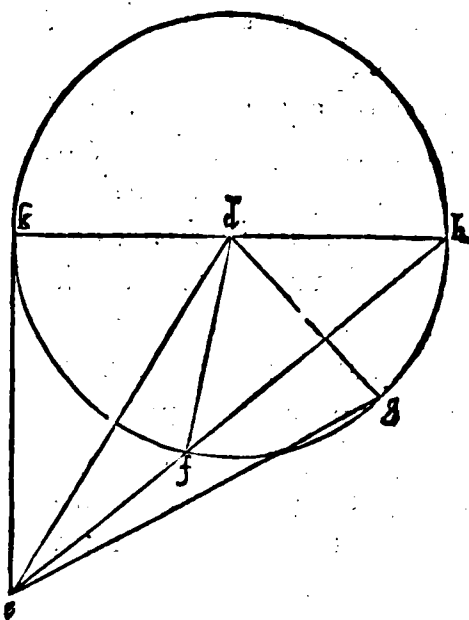
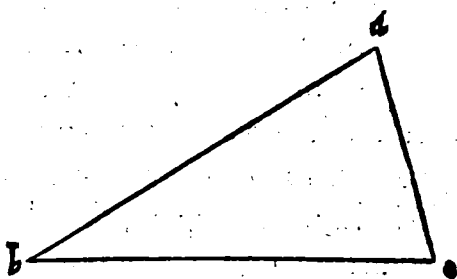


I MEA quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autē Philosophus. nam sciendum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erūt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessario supra subtendentem quæ ultimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ ultimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel super ipsa subtendente ultimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiauit. Cum autē indeterminatè aliquid affirmamus, in quibus fieri potest ipsum intelligimus, nō aut in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantū virum deceptum ostēdat, aut exercitationis gratia, Animi quæ excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cum ait incertus Autor in æquicru-

quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessario cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, ut quæ ultimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula abc , def æquicrura ita, ut Latus quidem ab æquale sit Lateri bc , & Latus ac , utroque minus: Latus verò df æquale Lateri fe , & Latus de , utroque maius. & sit Latus ab æquale Lateri ed , & Latus ac , Lateri df . nec non Angulus bac , maior Angulo edf . Ponatur autem Angulus edg æqualis Angulo bac , & protrahatur ipsa dg , ponaturque æqualis ipsi ac , & connectatur ipsa eg . Dico quòd fieri potest ut ipsa eg , & supra ipsam ef , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d , interuallo autem Linea df , Circulus describatur, quem aut tangit Linea ef , aut secat. Tangat primum. Linea igitur dg in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessario ipsa eg supra ipsam ef cadet. Secet autem ipsa ef Circulum ut habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea ef , quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa dg , ipsi df æqualis est, necessario in Circuli Circumferentia cadit. Aut igitur inter fh Signa in Circumferentia cadit, aut in Signum h , aut ultra h Signum. At qui fieri non potest ut in Signum h , aut ultra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f , & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h , neque ultra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primum in Signum h , ut ipsa dh , & producat ipsa hd in directum usque ad Signum k , & connectatur Linea ke , quæ tangat Circulum,



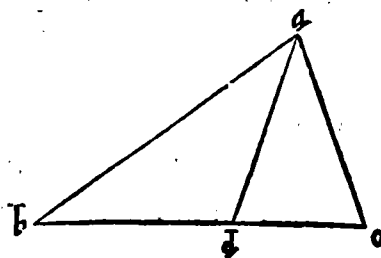
in Signo k. Quoniam igitur
 duæ k d, d e duabus e d, d h æ-
 quales sunt, Basis autem e h,
 Basi e k est maior, Angulus sa-
 nè e d h, Angulo e d k maior
 est. Verùm Angulus e d k ma-
 ior est Angulo e h d. Multò
 maior igitur est Angulus e d h,
 Angulo e h d. & Latus ergo
 e h, Latere e d maius est. Erat
 autem & æquale, Triangulum
 siquidem æquicrus supponeba-
 tur, quod fieri non potest. non
 cadet ergo in Signum h, recta
 Linea d g. Eodem sanè modo
 ostendemus quòd neque ultra
 ipsum ipsdem existentibus sup-
 positionibus cadere potest. Ne-
 cessariò igitur inter Signa f h in
 Circunferentia cadit, secantque
 se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Li-
 neæ. Ipsa ergo e g protracta
 magis remota quàm ipsa e h à
 Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum
 erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cade-
 re potest. Reliquum autem est ostēde-
 re quòd fieri potest, vt etiam super ipsa
 subtendente quæ vltimò protracta est
 recta Linea cadat. Sint itaque duo
 Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea,
 quæ superius descripta sunt, & sit qui-
 dem vterq; Angulorum b a c, a c b re-
 liqui duplus, itemque duplus Anguli
 e d f. hoc enim fieri potest, constituatur
 aut ad d e rectā Lineā, ad Signūque in
 ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b
 a c, & ponatur cuius Linearū a c, d f æ-
 qualis ipsa d g, cōnectaturq; Linea e g.
 Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



Ita fg ipsi ef in directū est, ipsa quē $e g$ postremò protracta, super ipsa $e f g$ velis nolis cadet. Primum igitur ostendendum quòd in directū est ipsa $g f$, ipsi $f e$, vnaquē est recta Linea ipsa $e f g$: postea vrò, quòd super ipsa cadit recta Linea $e g$, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quēdā, quæ talis est. Si Trianguli æquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basi Trianguli, quod initio erat, itemquē alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquū est.

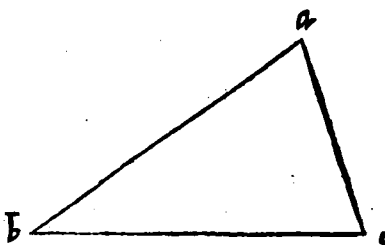
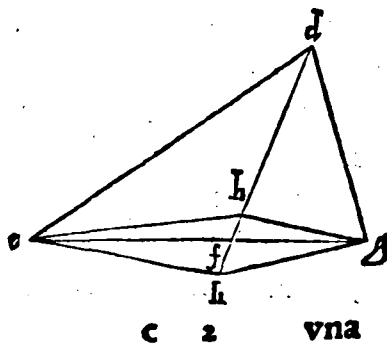
Sumptio.

Sit Triangulū $a b c$ æquicrus habens vtruncq; eorum, qui ad $a c$ Basim sunt Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectā Lineam $a d$, & ducatur ipsa $a d$ ad Latus $b c$. Dico quòd æqualis est recta Linea $a d$ vtrique rectarum Linearum $a c, d b$.

Demō 3^a
ptionis.

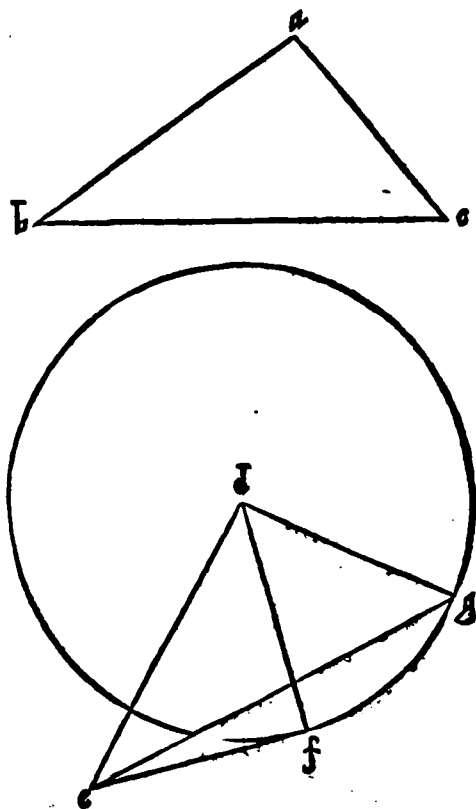
Quoniam Angulus $b a c$ duplus est vtriusq; Angulorum $b a d, a b d$, Angulus $b a d$, Angulo $a b d$ æqualis est. Aequale igitur est & Latus $a d$, Lateri $d b$. Rursus quoniam Trianguli $a b d$ externus est Angulus $a d c$, duobus internis, ex oppositoquē iacentibus, ipsis nēpe $a b d, b a d$ est æqualis, qui ipsi $b a c$ æquales sunt. Angulus ergo $a d c$, Angulo $b a c$ inæqualis non est. At ipse $b a c$, ipsi $a c b$ est æqualis. æquicrus. n. Triangulum $a b c$ supponebatur.

Angulus igitur $a d c$, Angulo $a c d$ æqualis est. & Latus ergo $a d$ æquale est Lateri $a c$. Ostensum est aut ipsi etiam $d b$ æquale. Recta igitur Linea $a d$ vtrique $a c, d b$ rectarum Linearū æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa $g f$ in directum non est ipsi $f e$, sed sunt duæ Rectæ ipsæ $e f, f g$, ducatur à Signo e , ad g Signū recta Linea, quæ aut supra $e f, f g$ rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lincis

Propositi
Demō.

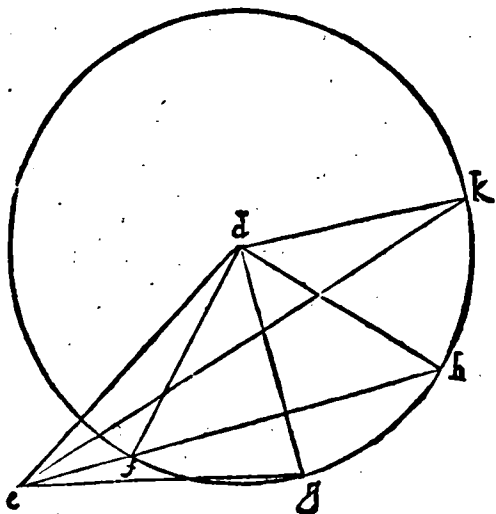
vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f, secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e : & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basi e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producat-ur ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cader. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cū autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiusmodi igitur Aequicruris, quæ hoc modo se se habent recta quæ vltimò protracta est Linea, neq; supra, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiusmodi Aequicruris fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Aequicruris igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdēte cadat. Sint ergo duo Triangula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstitua-

Demō in
Scalenis.



tur

tur itaq; ad rectam Lineam $d e$, ad Signumque in ea d , Angulo $b a c$ æqualis Angulus $e d g$, & ponatur cuius ipsarum $a c$, $d f$ æqualis ipsa $d g$, & connectatur $e g$. Dico quod fieri potest ut ipsa $e g$ & supra ipsam $e f$, & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d , interuallo autem $d f$ Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa $e f$, & tunc recta Linea $e g$ supra rectam Lineam $e f$ cadet, ut in Aequicruribus ostensum est: aut fecat ipsum. Secet, & producat in directū ipsa $e f$ quousq; fecet rursus Circulum in h Signo. Aut ergo ipsa $d g$ inter Signa $f h$ in Circumferentiam incidit, & sic ipsa $e g$ infra ipsam $e f$ cadet: aut in Signo h , & tunc ipsa $e g$ super ipsa $e f$ in directum cadet, ut ipsa $e h$: aut ultra h Signū, ut ipsa $d k$, & sic ipsa $e k$, hoc est ipsa $e g$ supra ipsam $e f$ cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ ultimo producta est recta Linea non solum supra subtendentem, verum etiam infra, itēque super ipsa cadere potest, quod erat demonstrandum.



Non erravit igitur Proclus maximus quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinavit, sed simpliciter enuntiauit. Assumemus autem ex his Triangulorum cum ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea, quæ sunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & species Fine, & Infinito participant, siquidem ab ipsis etiā scaturiunt, alia quidem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per misionem utriusque subsistunt. & quæ quidem ex Fine orta sunt, terminum, & statum, & identitatem, & equalitatem, & similitudinem seruant: quæ autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, & varietatem, omnisque generis diuersitatem in se se ostendunt: quæ verò per misionem utriusque gignuntur, partim quidem Finis naturā propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriore seriem indicant. Non immerito igitur propter hæc cum Trilateræ etiā Figuræ per illa principia constituentur, Finis quidem Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantum,

Digressio

&

Triangulo
rū ad sua
principia
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inæqualitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mixtæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præsens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatera esse non possunt (hoc siquidē inæqualitatē ostēdit, illa autē ab æqualitate vndique scatent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut non similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quā in æquicruribus. in scalenis .n. quæ postremo protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autē necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quā ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quā illorum Constructio est. Iurē igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quā in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quā æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanē diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimulant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurium siquidem duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quæ vndeque immoderatione, & inæqualitate, omnisque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verū de his quidem hæcenus.

Pulchra
Triangulo
rum iuxta
Pythagoreos
ad ea
quæ sunt
comparatio.

Finis
Scholii

Corollarium ex Scholio.

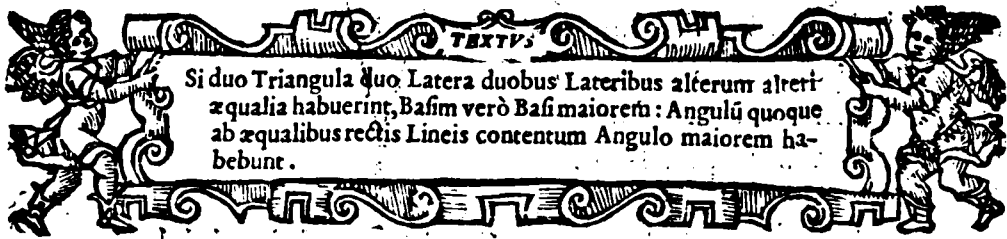
Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Angu-
li

li Verticalis alterius, necessariò quæ vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit: cū autem maior quā duplus, infra ipsam: cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq̃ eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVNTVR PROCLI

Commentarij

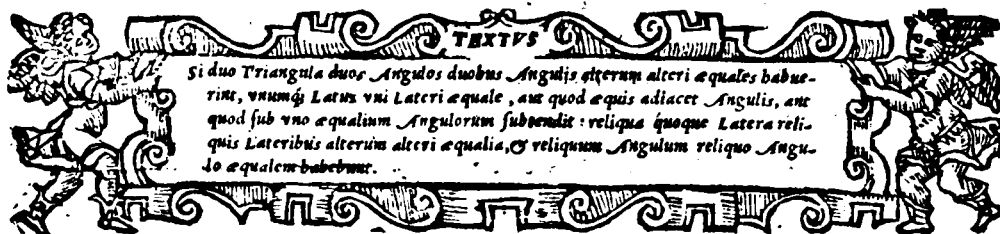
Propo 25
Theo. 16.

PResens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumque æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq̃ coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostensionibus: in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens: interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusque è conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verum ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere nō, qui discendi tenentur desiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quā Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula abc , def duo Latera ab , ac duobus Lateribus de , df æqualia habentia alterum alteri, Basimque bc , Basim ef maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basim bc , Basim ef æqualis, quæ sit bg , & constituatur ad b Signum Angulo d , ef , æqualis Angulus gbh , & ponatur bh ipsi de æqualis, & connectatur hg , & producaturs vsque ad k Signum, cōnectaturque ah . Quoniam itaque

Cōm. 30.

Démonstra
tio Mene
lai Alexā
drini.

ipsa d k, ipsi d h æqualis est, hoc est ipsi a c. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli g k, ipsa e k ipsi e g æqualis est, hoc est ipsi b c. Quoniam igitur duæ a b, a c duabus d e, d k sunt æquales, & b c Basis, e k Basi, Angulus quoq; b a c, Angulo e d k est æqualis. Angulus ergo b a c, Angulo f d e maior est.



Si duo Triangula duos Angulos duobus Angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; Latus vni Lateri æquale, aut quod æquis adiacet Angulis, aut quod sub vno æqualium Angulorum subtendit: reliqua quoque Latera reliquis Lateribus alterum alteri æqualia, & reliquum Angulum reliquo Angulo æqualem habebunt.

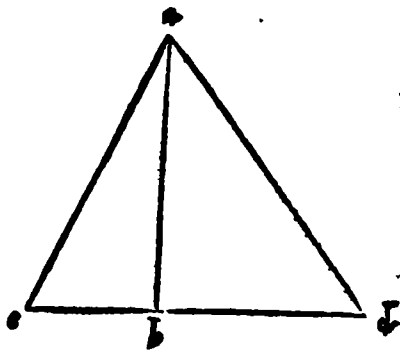
Propo 26
Theo 17.

Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaq; Angulos quidẽ æquales cùm accepisset Euclides, Latera quoq; Triangulorum nõ potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiã iuxta Latera, comprehensaque spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim æquales habeat. Sola verò Latera æqualia cùm supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauũ Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimq; Basi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hæc additionem prætermisit tantquam per quartum necessariò consequentem, nullaque Demonstratione egentem. Latera autem, atq; Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contra vnum Angulum, duosque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiã vno Latere, vnoque Angulo plures. Verum vnum Angulum, vnumque Latus cùm accepisset, Propositum minime ostendit, reliquorũ scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumque Angulum æqualia existentia, quò ad reliqua prorsus inæqualia sint. Sit enim recta Linea a b Perpendiculariter erecta super rectam Lineam c d, sit autem maior b d quàm b c, & connectan-

Cóm. 31.
Pulcherri
ma cõpa-
rationis
Triangulo-
rũ Diuisio

d tur

tur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præsens Theorema. Vñ verò Latus, & tres Angulos æquales iterum supponere superuacaneum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū,

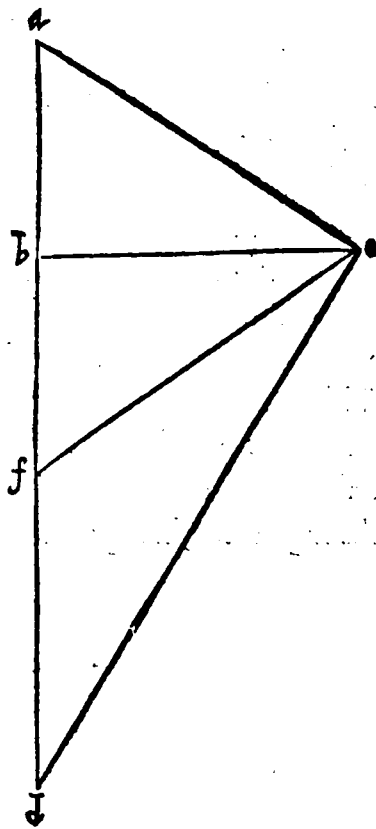
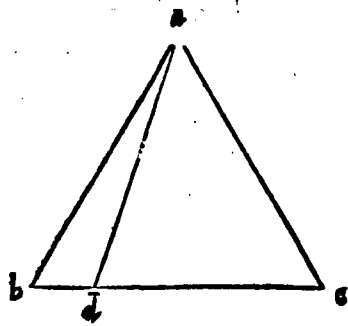


† decētib.
bus.

duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstravit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantū equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inualidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quæadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verū aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsentī Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatERO a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo

Triang.

Triangula duo Latera a b, ad duobus Lateribus a c, a d æqualia habentia, vnūque Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verū nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus b d, Lateri d c. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus non cum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præfens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectangulum a b c, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latusq; b c maius Latere b a, & producat a b, & cōstituatur ad rectam Lineam b c, ad Signumq; in ea c, Angulo b a c, æqualis Angulus b c d, & coincident b d, c d productæ vsq; ad Signum d. Duo itaq; Triangula sunt a b c, b c d vnum Latus b c commune habentia, duosq; Angulos duobus Angulis æquales a b c quidē, ipsi c b d (Recti. n. sunt) b a c autem, ipsi b c d. sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum b d c maius Triangulo a b c. causa autē est quoniam commune Latus b c in Triangulo quidem a b c vnum æqualiū Angulorū subtēdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò b c d, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum b c d, Triangulo a b c maius non est: constituatur. n. ad rectam Lineam b c, ad Signumq; in ipsa datum



d a c,

c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterū alteri æquales habentia, vnūquē Latus cōmune equalibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autē æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoque diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præfens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisissorūque causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas re-darguentes. & huc vsque finem habere Elemētorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Constitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ circa existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodque sibi ipsi idem est, à se ipsoque discrepat, propter eam, quæ in ipso est multitudinem: omniaque eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquoque Triangulorum, tum in pluribus vno Triangulis æqualitas, inæqualitasque reperta fuit.

Porphy-
rius.

Eudemus
in Geome-
tricis enar-
rationib⁹
ad Thale-
tem hoc
Theore-
ma refert

Epilogus
primæ se-
ctionis pri-
mi lib. E-
lemēto-
rum Eucli-
dis.
Documē-
tum.

Pulchra
confide-
ratio.

213

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



DE TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrāmis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrāmorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æ-

Continua
tio Libri.

In cō. 18.
Libri 1.

Inferius i
Propōne
35.

Propō 33.

te

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur: ex connexionem autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

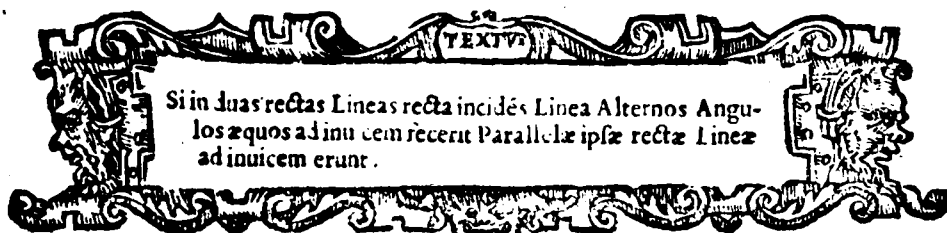
Tria, quæ
Parallelis
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed vnūquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnū quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueuerunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apollonius
† Nicodemus.
Hippias.
Perseus.

SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Prop. 27
Theor. 18



Cōm. pri-
num.

IN præfenti quidem Theoremate tãquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematis, quæ in Plano considerantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim obstat in modum literæ X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent.

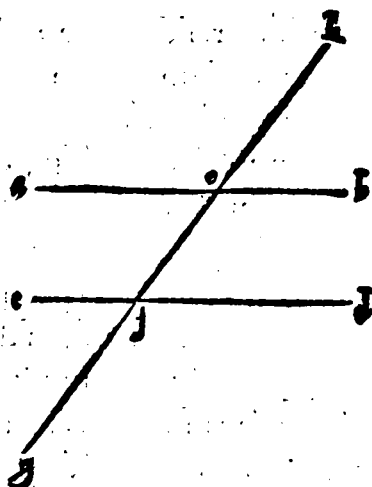
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. In lib. 2. in côm. 7.

Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, Notandū interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmetiis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasq; incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem a b incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò qd alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternitima Angulos appellat. Dico autē, exem-

ppli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteq; in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēque Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alternos, commutatoūe ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem.

Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quæ ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intra pones, vt ipsos b e f, & c f d, vel ipsos a e f, & c f e: aut ambos extra, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intra, alterum verò extra, vt ipsos h e b, & c f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & c f e, vel ipsos g f e, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunq; intra pon-



Qui sunt Alterni Anguli.

Documētum.

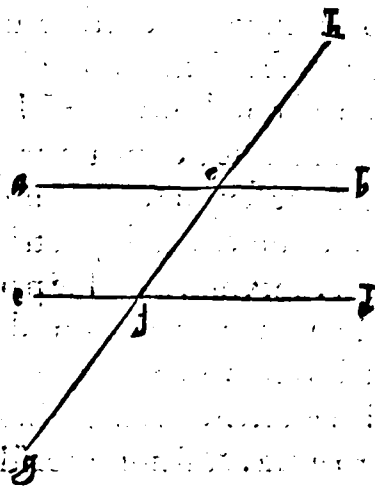
Diuisio Symptomatum Parallelarū Linearū.

nes,

Anguli in
Parallelis
sex modis
sumuntur.

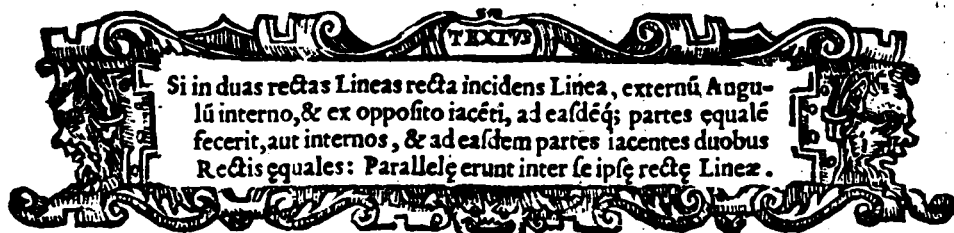
nes, ut ipsos $a e f$, & $e f d$, vel ipsos $c f e$, & $f e b$: aut utrunque extra, ut ipsos $a e h$, & $d f g$, vel ipsos $h e b$ & $c f g$: aut vnum quidem intra, alterum verò extra, hocque rursus quadrupliciter. aut enim ipsos $a e h$, & $e f d$: aut ipsos $h e b$, & $e f c$: aut ipsos $g f e$, & $f e b$: aut ipsos $g f d$, & $f e a$ pones. & præter has alia Sumptio non est. Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequentia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdem sunt partes, ex ijs quidem, qui intra tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita ut ij, qui extra ambo sunt, & ij, quorum vnus quidē extra, alter verò intra, prætermisli sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intra sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intra, alter verò extra, quos æquales esse dixit, vna sanè Sumptione relicta, quæ ambos extra supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermislas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extra Anguli $h e b$, $d f g$, dico quod hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim $d f e$, Angulo $h e b$: & Angulus $b e f$, Angulo $d f g$ æqualis est. Si autem Anguli $b e f$, $e f d$ duobus rectis æquales sunt, Anguli etiā $d f g$, $h e b$ duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdem partes Anguli $a e h$, $e f d$, quorum alter quidem fit intra, alter verò extra, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus $a e h$, Angulo $b e f$ æqualis est, Anguli autē $b e f$ & $e f d$ duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque $a e h$, & $e f d$ duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, ut Anguli $a e h$, $d f g$, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli $a e h$, & $b e f$ ad inuicem æquales sunt, Angulus autem $d f g$, Angulo $b e f$ est æqualis, Angulus igitur $a e h$, Angulo $d f g$ inequalis non est. Si igitur quæ in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus consequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequuntur. præter hoc, quòd in quibus quidē hæc Geometra suscepit iuxta quidem

duas



duas Sumpciones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales: in his autem ē contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cum enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non imeritò quæ prætermiffæ, ipsæ, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus ē contrario se habent. Videtur autem Geometra hæc suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ips quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ips verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

Cur tres
sumptio-
nes Angu-
lorū Eucli
des præter-
miserit.



Propo 18
Theo. 19.

Præcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat: hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extra] & [intra] Angulos separat, altera verò ambos intra supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Videbitur autem foras Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitius esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, triaque Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in presentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Quenam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cóm. 1.

Dubitatio

Hierapoli-
ta Aeneas
cōpendiū
Elemento-
rū scripsit.

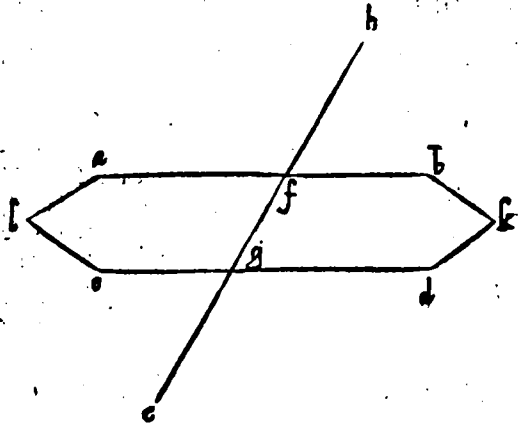
Solutio.

c pro-

Prolemzi
Demōstra-
tio i libro,
cui titulus
est Rectas
Lineas ab
angulis mi-
noribus, q̄
duo Recti
productas
coinciderē.

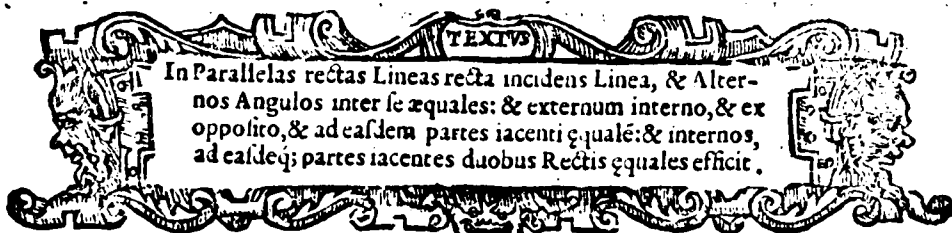
proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam præcedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verum quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quod internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ

sunt Parallelæ, patet ex his, quæ scripta sunt. Ptolemæus aut in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, secetq̄ue ipsas quædā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quod ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur b f, g d rectæ Lineæ in Signo k. Quoniam itaq̄ recta Linea e f stetit super rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam f g super c d stetit,



duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis æquales sunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoq̄ duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ f b, g d duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq̄ a f g, c g f æquales sunt, aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidē tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincidant itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l c g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt.

In



Proposi-
tio 19.
Thco. 20.

PRæfens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in utroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aut in illis Data sunt, ostendere proponit. & hæc etiam Conuersorum differētiā silentio prætereūda nō est, q̄ omne, quod cōuertitur, aut vnū vni cōuertitur, vt quāto sextū: aut pluribus vnū, vt præcedentibus quod in præsentia proponitur: aut plura vni, vt paulo post nobis manifestū erit. In præsentī autē Theoremate primū Elementorum institutor hac Petitione vsus est, quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitū producuntur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non est, eò quod aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cum hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore vt Petitio assumptum est, Demonstratione dignum censuerit: Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ a minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. ostenditq; ipsum cum multa præassumpsisset eorū, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocq; veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vnū autē hoc quoq; est eorum, quæ præostensa sunt, quod ait rectas, quæ a duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quod Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam
Conuerso-
rum diffe-
rentia.
In cō. 32.
Præpōnis.

Quarta Pe-
titio.

In lib. 3. i
cap. 1. & i
com. 3.

In fine se-
cūdi lib. et
in cōm. 3.
libri tertii
Digressio.
Quæ Pro-
lemæus di-
cat in suo
Libello.

Secūda ps
Propōnis
28.
Conuersa
secūde par-
tis 28. Pro-
pōnis, &
tertia 29.
pars.

Flagitiosa
Ptolemæi
rōcinatio.

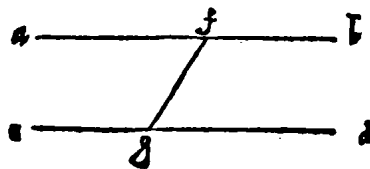
Demō ter-
tiz Partis
huius Theo-
rematis se-
cundū Pro-
lemæum.

Demō qui-
tæ Petitio-
nis secūdū
Ptolemæū

Alia quin-
tæ Petitio-
nis secun-
dum Pro-
lemæū ac-
curatior
Demō.

ab vna recta Linea secentur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos effice-

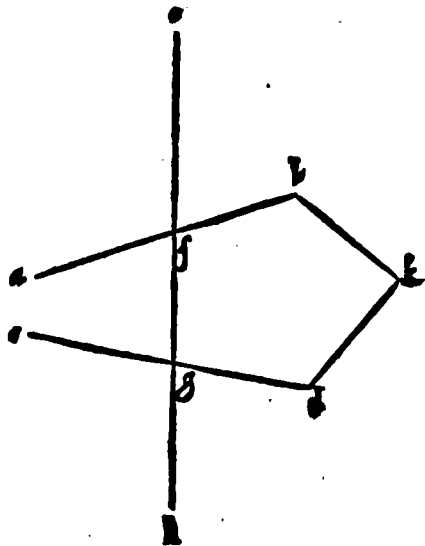
re, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdē partes Angulos duobus Rectis maiores nō efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiā



Rectis ijdem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quāobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficit. Verum ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdē-

que partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præ-
ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multo magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad vtrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verum ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficit. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas sit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

sunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectæ Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quod itaque non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidūt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Trianguli ergo g f k externus interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hæc partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, captiosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quod recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtriscq; partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuisio est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoq; aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quod non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdem partes in vtriscq; partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hæc suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum supposi-



Aduersus
Ptolemæū

Primū fun-
damentū.

Secūdum
fundamē-
tum.

Quorūdā
initia ad
uersus qui
rā Petitiō
nem.

positionum fieri non potest. quandoquidem si quis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdē suppositionibus assumpris eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex ijs, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Agē autem illos quoq; inspicimus, qui dicunt fieri non posse ut quæ ab Angulis minoribus quā duo Recti producuntur coincident.

Cū enim accepissent duas rectas

Lineas a b, c d, & incidentem in ipsas rectam Lineam a c, internoscūque

duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquit

ut rectę Lineę a b, c d non coincidentes ostendantur. diuidatur enim bi-

fariam ipsa a c in Signo e, & abscin-

tur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d,

æqualis ipsi e c, ipsa c g. Manifestum itaq; est quòd rectę Lineę a f,

c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duę ipsi

a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus

f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindanturquę æquales. Neq;

hæ igitur coincident per eandem rationem, hocquę in infinitum facientes

Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam fecando, à rectisquę

Lineis hisce dimidijs æquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd a b, c d rectę

Lineę nusquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidē dicunt,

non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neq; verū est ipsas nul-

lomodo prorsus coincidere. non coincidunt enim ipsę a b, c d rectę

Lineę Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamē

impediet quin coincidant in Signis k, l, si et ipsę f k, g l ipsi f h, h g

æquales fuerint. coincidentibus. n. ipsi a k, c l nō adhuc iudē manēt ipsi k f h, l g h

Anguli, & quedā ipsius f g rectę Lineę pars extra ipsas a k, c l rectas

Lineas relinquitur. & sic duę rursus ipsę scilicet f k, g l tanta Basi maiores sunt,

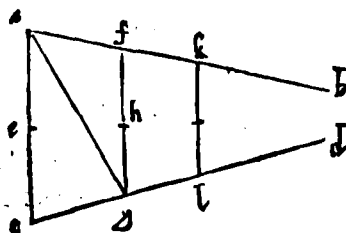
quantā intercipiunt in interiori ipsius f g rectę Lineę parte. Preterea aut illud quoq;

dicendū est indeterminatē ipsi dicentibus Rectas, quę à minoribus q̄ duo Recti protrahuntur nō

coincidere, quòd ea quoq; destruunt, quę destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio.

Vtrum igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est,

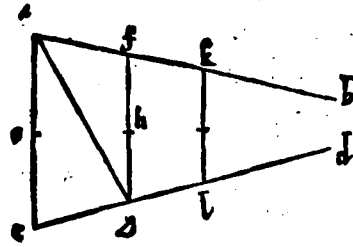
præter quintam Petitionem primam quoque destruunt dicen-



Respon-
sio ad in-
itiam.

Alia Re-
sponso.

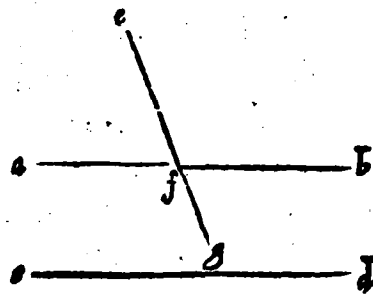
dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea
ducatur : si verò possibile, connecta-
tur. Quoniam itaque Anguli $f a c$,
 $g c a$ duobus Rectis sunt minores, ma-
nifestum est quòd Anguli etiã $g a c$,
 $g c a$ multò magis duobus Rectis mi-
nores sunt. Lineę rectę igitur $a g$, $c g$
in Signo g coinciderunt ab Angulis
productę, qui duobus sunt Rectis mi-
nores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quę à mi-
noribus quàm duo Recti producuntur non coincidere. Verũ enim-
uero quòd aliquę quidem rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores
duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de om-
nibus hoc querere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duo-
rum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantã diminu-
tionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam
hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem
perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum
præassumpsisse (quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum
esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facien-
tes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum pro-
ductę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. osten-
dit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiã pro-
ductę sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas inter-
iacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distan-
tia augeatur. Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt. Omni
igitur finita Magnitudine maius interuallum rectę, quę in infinitum
producuntur Lineę ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito,
dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam re-
cta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelę $a b$,
 $c d$, secetque ipsam $a b$, recta Linea
 $e f g$. Dico quòd ipsam quoq; $c d$
secabit. cum enim duę rectę Lineę
sint, quę ab vno Signo fin infinitũ
producuntur, ipsę nempe $b f$, $f g$,
omni Magnitudine maiorem ha-
bent distantiam. Quapropter hac
quoq; , quę tanta est quantũ est in-
teruallũ, quod inter Parallelas adia-



Alique re-
ctę Lineę
à minori-
bus q̃ duo
Recti pro-
ductę coi-
cidūt, & a-
liqę non
coincidūt.
& hæc est
ppria Au-
toris opi-
nio.
Pronuntia-
tũ, quo vs-
est et Ari-
stot. 1. de
cēlo tex.
35.
Oñfeso
Aristo.

Sumptio.

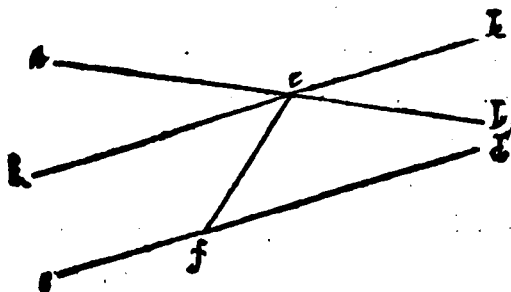
Demõ Sũ-
ptionis.



cet.

Quæ Pe-
titiõis pul-
chra De-
mõ.

cet. Cùm igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa fg ipsam cd secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoq; secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sine enim duæ rectę Lineę $a b, cd$, cadatq; in ipsas recta Linea ef Angulos bef, dfe duobus Rectis minores efficiēs. Dico quòd rectę Lineę hęc in partibus coincidēt, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cùm enim Anguli bef, dfe duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, heb Angulus, & producat he ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas hk, cd , recta Linea ef cecidit, internosq; Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet hef, dfe , rectę Lineę hk, cd Parallelę sunt. & secat ipsam kh , ipsa ab . Secabit igitur & ipsam cd , per sumptionem, quæ præostensa est. Coincident ergo rectę Lineę $a b, cd$ ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.



Propõ 30.
Theo. 21.

Quæ eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę.

Cõm. 4.

Primũ p-
nuntiatũ.
Propõ 21.
sexti Ele-
mentorũ.
Propõ 11.
quinti Ele-
mentorũ.

Documẽ-
tum.

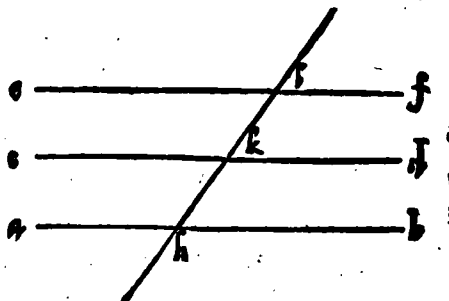
CONFUEUIT Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusq; dicit, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quę eidem Rationi eadem, ad inuicem quoq; eadem sunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demonstrat quòd quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nõ in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoq; dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoq; sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quęcuncq; vniuocẽ cõuertuntur, in equalitatę,

in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallelae Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum æquali æquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. † ipse nanque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicitur igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæc similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallela. Fieri autem potest ut qui etiam situm iam permutauit, idem ostendat eisdem vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum usus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accipit, ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, utrunque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k æqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur c d, e f, Parallelae sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelae, & inter se igitur Parallelae sunt, dicemus quod a h, h b vnus Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum rectæ, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallelae sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallelae. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idemque redibimus.

In quibus respectibus identitatis consequentia verificetur. *tex. græcus* sic habet † ipsa namque Parallela si dici potest similitudo. Finis Documenti.

Casus huius Problemat.



Dubitatio

Sol.

Notandum.

f Per

Propo 31.
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam
Lineam ducere.

Côm: 5.

Documē-
tum.

Cōmunia
res huius &
duodeci-
mi Proble-
matis.

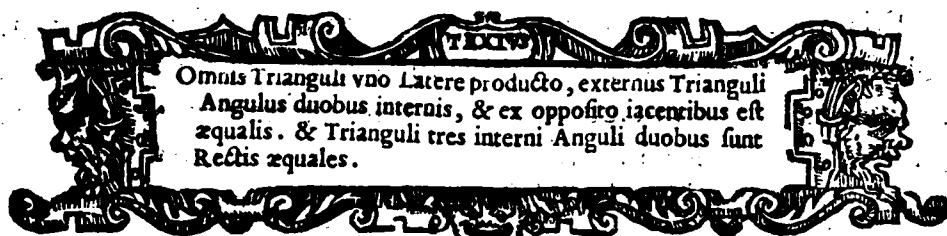
In cō. 22.
lib. tertii.

Differētiæ
huius, &
duodeci-
mæ Prepo-
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis red-
dunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectæ Lineæ Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est ut Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicauit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallele eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hic verò Parallelam. Verum illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallele ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallele erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectæque Lineæ distantiam. quantum enim datum

Signū

Signum à data recta Linea distat ; tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.



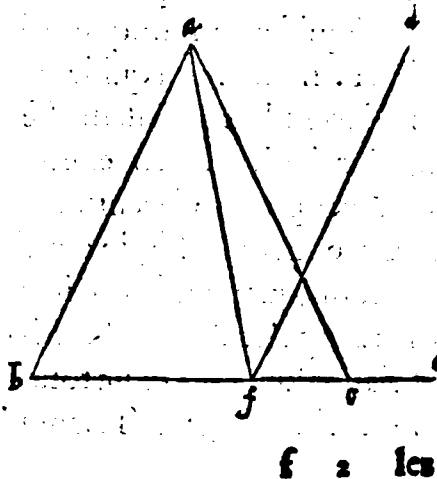
Propo. 32
Theo. 22.

Quantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quanto maior. ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est. nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quanto etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit. nec propterea superuacua illa esse dicemus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, e quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire. Veruntamen Elementorū quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quærentur ostendit. fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hoc quod reliquū probavit: nos verò e contratio faciemus. Sit igitur abc Triangulum, & producaturs Latius bc usque ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa bc , quod sit f , & conectatur af , & per Signum f Parallela ducatur ipsi ab , ipsa fd . Quoniam itaque fd , ipsi ab Parallela est, in ipsa quoque incidit recta Linea af , & recta Linea bc , Anguli Alterni æqua-

Com. 6.

Respondet
tacite ob-
iectioni.

Casus huius
Theo.

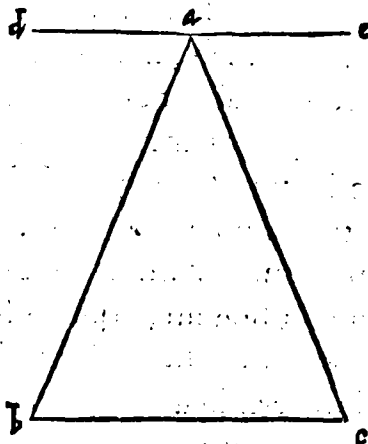


les sunt, necnon externus interno. Totus igitur $a f c$ ipsis $f a b$, $a b f$ equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam $a f b$ equalis est Angulis $f a c$, $a c f$. Duo igitur $a f b$, $a f c$ tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe $a f b$, $a f c$. Verum ipsi etiam $a c f$, $a c e$ duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur $a c f$. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaque quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autem Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utique omne Triangulum internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit. Sit Triangulum $a b c$, ducaturque

Pythagorei inueniunt hoc Theo. referente Eudemo.

Pythagoreorum Demonstratio

per Signum a ipsi $b c$ Parallela $d e$. Quoniam igitur rectæ Lineæ $b c$, $d e$ Parallele sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem $d a b$ Angulo $a b c$, Angulus autem $e a c$ Angulo $a c b$. Communis addatur Angulus $b a c$. Anguli igitur $d a b$, $b a c$, $c a e$ hoc est Anguli $d a b$, $b a e$ hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt.

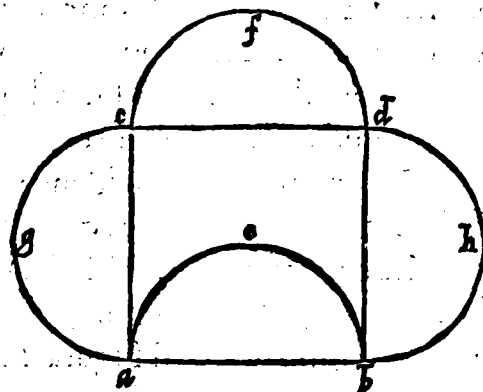
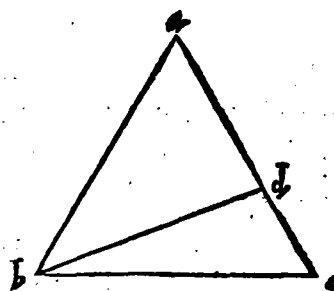
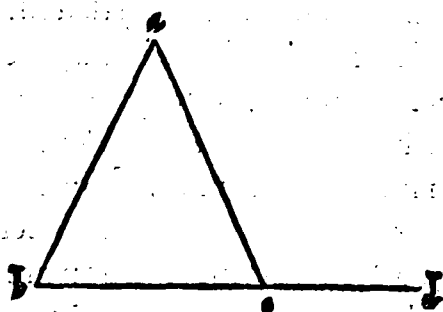


Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertium Conuersum diuersumque per se tertio præmissæ.

Conuersum. primæ par. t. s. & eius demo.

Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur insuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplex est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaque externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extra est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum $a b c$, externusque Angulus $a c d$ æqua-

æqualis internis, & ex opposito
iacentibus, dico quòd Latus $b c$
productum est vsq; ad d Signum,
vnaque recta Linea est ipsa $b c d$.
Cum enim Angulus $a c d$ inter-
nis, & ex opposito existentibus
æqualis sit, communis adijciatur
Angulus $a c b$. Anguli igitur
 $a c d$, $a c b$ tribus Angulis Trian-
guli $a b c$ æquales sunt. At tres Anguli Trianguli $a b c$ duobus sunt
Rectis æquales. & Anguli igitur $a c d$, $a c b$ duobus Rectis æquales
sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ
rectæ Lineæ consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui dein-
ceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ
in directum sibi inuicem erunt. Recta Linea igitur $b c$ rectæ Lineæ $c d$
in directum est. Sit rursus quædā Figura
rectilinea $a b c$ tres habēs Angulos solos
duobus Rectis æquales ipsos scilicet $a, b,$
 c , dico quòd Triangulum est, vnaque
recta Linea est ipsa $a c$. Connectatur
enim recta Linea $b d$. Quoniam igitur
vtriusque $a b d$, $d b c$ Triangulorum tres
Anguli duobus sunt Rectis æquales,
quorum Anguli ipsius $a b c$ duobus Re-
ctis sunt æquales, reliqui porro $a d b$, $c d b$ duobus Rectis æquales
sunt, & sunt ad rectam Lineam $b d$. In directum igitur est $d c$, ipsi $d a$.
Vna ergo recta Linea est Latus $a c$. Similiter aut ostendemus qd La-
tus etiā $a b$, & Latus $b c$ vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura
 $a b c$. Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æqua-
les rectilinea fuerit, omnino
Triangulum est. non autem
si aliqua Figura internos duo-
bus Rectis æquales habuerit,
omnino est Triangulum. Fi-
guram namq; ex Circunferen-
tijs constructam internos duo-
bus Rectis æquales habentem
reperies. sit enim Quadrangu-
lū $a b c d$, & super Latere $a b$,



Cōuersū
secundæ
partis, ei⁹
q; Demō-
stratio.

Figura ex
Circūferē-
tijs cōstru-
cta, quæ
hēt inter-
nos Angu-
los duob⁹
Rectis æ-
quales.
sūt autem
& alię cur-
uilineę Fi-
gure, quæ
hoc pati-
untur.

gulos

In lib. 3.
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,
i qua sunt
quatuor
pulcherr
mæ cõside
rationes.

Prima.

Plato i Tri
mæo.
t recta.

Secunda.

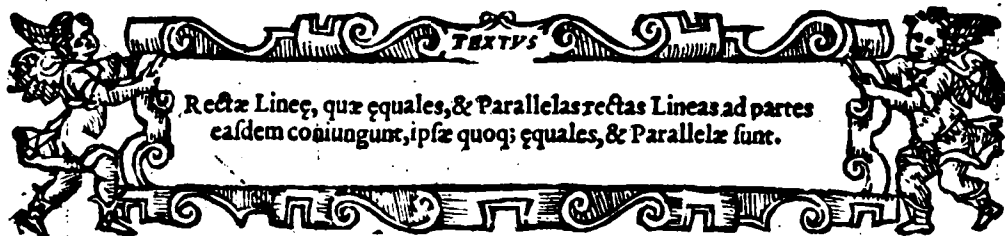
Semicirculus a e b intrâ describatur: super alijs autē Lateribus extrâ, qui sint f, g, h. Figura igitur, quæ à Semicirculis cõprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoque omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumque consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo: Si quinque Laterum, in tria: Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæteræ quoque differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita: omnis verò quinque Laterum, sex, hocque consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summam dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrâ cõstituuntur Rectis quatuor æquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrâ sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodque ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquencq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessario tertiæ partis Recti, oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primum inest, ita [†] rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessario tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla,
in Timæo.

Quarta.

Exéplū fa-
miliarissimū Arist.
† TrianguloIuxta etiā
cōes no-
tiones ve-
ritas p̄sen-
tis Theo-
rematis ap-
paret. simi-
le dixit in
cōm. 22.
lib. 3.

Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelæ rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoq; æquales, & Parallelæ sunt.

Propō 33
Theo. 23.

P Ræfens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrammūque

Cōm. 7.

Superius
cap. 1.

Diligētia
proponis.

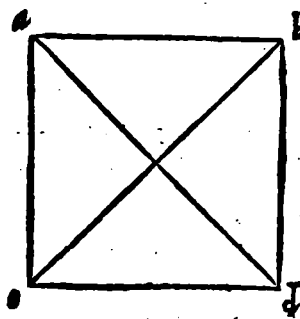
Primò.

Secundò.

† ad illa-
rū aut Pa-
rallēla po-
sitionē, ha-
rū equali-
tate.

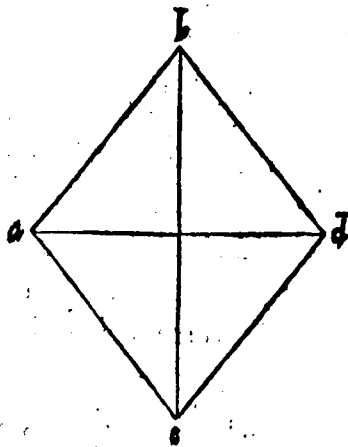
Tertiò.

morumque considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogramorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogramum tum ex ijs, quæ initio ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quod non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ æquales coniungunt, æquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quod nec hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autem positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur quod & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, æquales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem æquales, quandoque quidē fieri potest, quandoque verò minimè. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes æquales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui æqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-

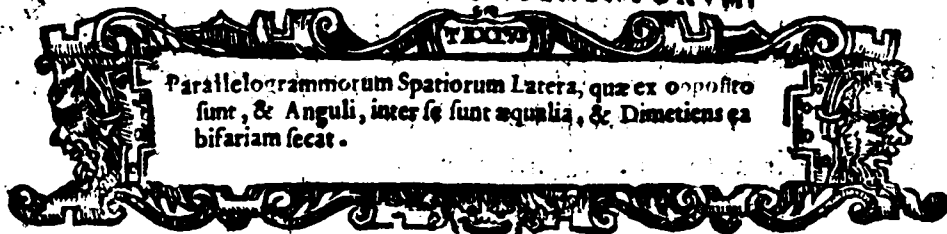


tem

tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim $a b$, ipsi $c d$ æqualis sit, communis autem $a c$, Angulusque $b a c$, Angulo $a c d$ inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censet ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis $a c, b d$ suppositis, ipsas $a d$, & $b c$ coniungentes accipiamus, sed ipsas $a b$, & $c d$. hæc enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas vero, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo vero, & Rhomboides nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogrammorum Spatorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

Propo. 34.
Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrammum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiens secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Arca ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hæc itaque tria per se Parallelogrammis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatorumque per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quod ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisque Arcis. Quatuor autem Parallelogrammis existentibus, quæ in

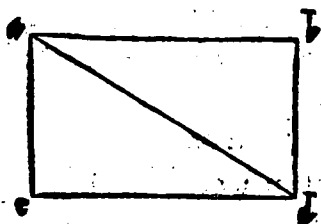
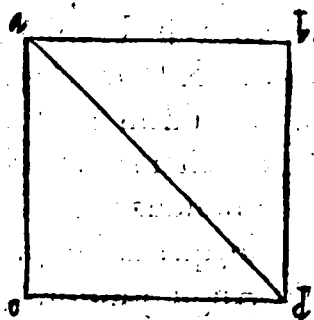
Com. 8.

Tres huius
Theore-
matis pas-
siones.

Documē-
tum.

Differe-
ntia, q̄i diu-
sionib⁹ Paral-
lelogram-
morum ap-
paret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quod si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verum ipsas quoque Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, ut in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidem non solum Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non æquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sic enim Quadrangulum, vel Rhombus $a b c d$, & Dimetiens $a d$. Quoniam igitur $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$ Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Anguli quæ $a b d$, $a c d$ æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiã $b a c$, $c d b$ bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel Altera parte longius, vel Rhomboides. Si itaque Angulus $b a c$, & Angulus $c d b$ bifariam à Dimetente secatur, Angulus autem $c a d$ Angulo $a d b$ equalis est, Angulus etiã $b a d$ Angulo $a d b$ erit æqualis. Quamobrem Latus quoque $a b$ Lateri $b d$ æquum erit. Verum inæqualia sunt. Angulus igitur $b a c$ à Dimetente bifariam non secatur. Similiter autem nec Angulus $c d b$, qui ipsi æqualis est. Ut itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetientes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cõmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidem æquales sunt cõ quòd rectangulum est, Anguli autem à Dimetientibus bifariam non secantur cõ quod non est æquilaterum, Spatiorum verò in partes æquales diuisio huic quoque inest quatenus Parallelogrammum est: in Rhombo autem in æquales quidem



Dimet-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogrāmum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquā non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad utraq; Diagoniorum partes, æqualia sunt tanquam Parallelogrāmio existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrāmorum quatuor existentiū diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundū non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem utrunq; horum dicimus, commemorabimus cum Quæsitum particemur, quod vnā quidē habet partem vniuersalem, alterā verò non vniuersalem. quauis enim omne Theorema vniuersale quidē esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorū institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solum Lateralia, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersē de omnibus Parallelogrāmīs dici videtur, verum etiam Dimetientē vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersē ostendi dicimus, alia verò non vniuersē, aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autē quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest: vniuersale siquidem est & quòd omne æquicus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruris verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulū habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationē alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Lateralia, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrāmīs inest: hoc verò, Dimetientem Spatiū bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cōprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsis hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cum enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetiens

Epilogus
Documē-
ti.

Digressio
Pulcherri-
ma & vni-
uersali cō-
sideratio.
Theore-
matū alia
vniuersali-
a, alia nō
vniuersali-
a

Duplex
vniuersa-
le. idē vide
apud Ari.
in primo
Posterio-
rū tex. 11.

Propria
vniuersa-
lis Signifi-
catio.

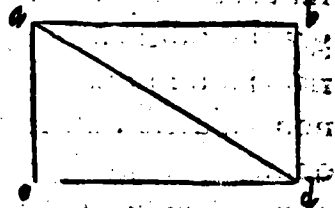
Vide Ari.
primò Po-
sterio tex.
12. & 13.

Conuersi
primæ, &
secunde pas-
sionis huius
Theore-
matis.

Finis Di-
gressiõis.
Documẽ-
tum.
Vnde ortu
sit hęc no-
mẽ Paral-
lelogrã-
mum.

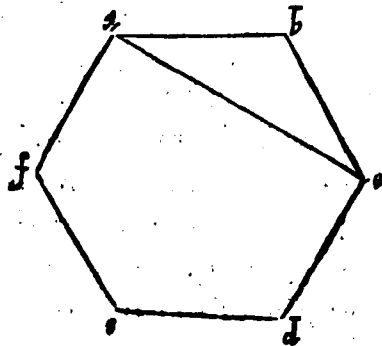
Quid sit p-
priè Paral-
lelogrã-
mum, &
quid sit
Parallelo-
grammũ
apud Eu-
clidem.

bisariam secat Ellipsim, Circulum, atq; Parallelogrãmum, cõmune in his postea contẽplati fuere. Hallucinatur aut (inquit Arist.) quidẽ non vniuersale tanquã vniuersale ostendens, eò quòd commune in- nominatũ est, cui primũ Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Moribus, atq; Senis, quibus omni- bus alterna Ratio inest, non est dicere. quid præterea cõmune sit El- lipsi, & Circulo, & Parallelogrãmo, difficile est exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tercia verò mi- sta. Qua propter vniuersẽ eum ostendere opinamur, qui demonstrat quòd omne Parallelogrãmum Dimetiens bisariam secat. eò quòd commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuersale non est, propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogram- mũ Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. et- nim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur. sic enim talis a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam itaque a b, b d Latera a c, c d Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis comprehenduntur Anguli æquales, Ba- sisquẽ communis, omnia quoq; omnibus æqualia erunt. Angulus igitur b a d An- gulo a d c, & Angulus a d b Angulo c a d æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidẽ ab ipsi c d, ipsa verò a c ipsi b d. Quamobrem Parallelogrammum est Figura a b c d. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem ipsum quoq; Parallelogrammorum nomen Elementorum institutor composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate. Cũ enim ostendisset quòd rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelae rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelae sunt, perspicuum est quòd Latera quidem, quæ ex opposito sunt tum ea, quæ coniungunt, tũ ea, quæ coniunguntur Parallela esse pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurẽ Paral- lelogrãmum appellauit, quemadmodũ & eam, quæ à rectis compre- henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quòd Elementorum quidem institutor Parallelogrãmum in Quadrilateris posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cũ æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrãmum dicendum sit. habet enim



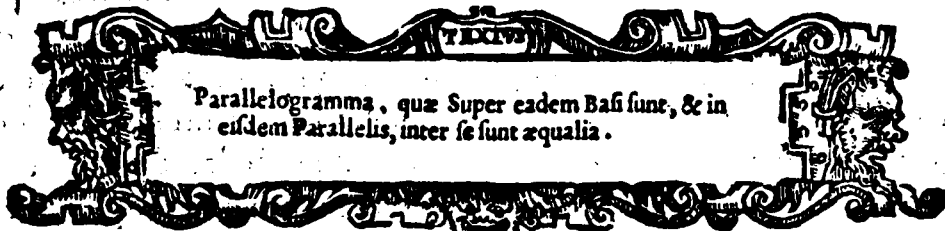
enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales. Exempli causa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. si enim Sexangulum $a b c d e f$ intlexeris, rectamque Lineam $a c$ coniunxeris, ipsam $a f$, ipsi $e d$ Parallelam ostendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quisque Sexanguli Angulus, cum æquiangulum fuerit. æquale præterea est Latus $a b$ Lateri $b c$, æquilaterum enim est positum. vterque igitur Angulorum $b a c$, $b c a$ tertia Recti pars est. Anguli ergo $f a c$, $a c d$ Recti sunt. Quapropter ipsa $a f$ ipsi $e d$ Parallela est. Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaq; Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, pater. Fit autem perspicuum in illo potissimum Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse. hoc enim in solis Quadrilateris verum est.



† Præter quā quoddam ex Sétia Elementorum institutoris omne Parallelogrammum manifestum Quadrilaterum est.

TERCIA PARS PRIMI ELEMENTORVM



Parallelogramma, quæ Super eadem Basim sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 35.
Theo. 35.

Q Vemadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidque horum vnumquodque sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia. Voço autem Localia quidem, quibuscunque idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineæ, vel Superficies situm,

Com. 9.

In Superiori cōmēto, & i cō. 9. libri 3. Theorematū alia Localia, alia nō Localia.

Quis sit
Locus Ge-
ometricus,
Localium
Theore-
matum di-
uisio.
Linearum
alię Planę,
alię Soli-
dę.

Præfens
Theore-
ma & Lo-
cale, & in
Lineis Lo-
cale, et Pla-
num est.
Theore-
ma Loca-
le, & i Li-
neis Loca-
le, & So-
lidum.
Qua & ca-
usa Theo-
remata Lo-
calia Ideis
Chryſippⁱ
aſſimila-
uerit.

Cauſa qua
Euclides i
hoc libro
Theore-
mata loca-
lia Plana i
rectis Li-
neis tantum
tradat, in
tertio autē
ea etiam q̃
i Circūfe-
rentiis cōſti-
tuūt, & ha-
bes hic di-
uiſionē lo-
caliū i Li-
neis Plano-
rū Theore-
matum, q̃
alia in re-
ctis, alia in
Circūfe-
rentiis.

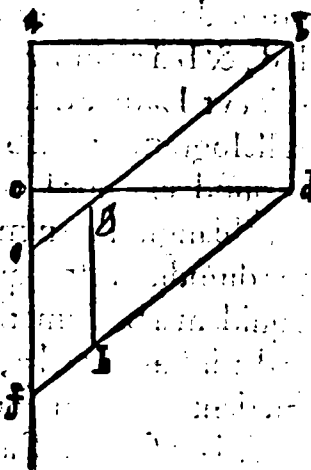
ſitum, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis conſtituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoque niam Linearum alia quidem ſunt Planę, alia verò Solidę, Planę quidem quarum ſimplex eſt in Plano intelligentia, vt ipſius Rectę: Solidę verò, quarum ortus ex quadam Solidę Figurę ſeſſione apparet, vt Cylindricę Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vtque eorum etiam, que in Lineis conſtituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò ſolidum. Præſens igitur Theorema & Locale eſt, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus eſt Parallelogrammorum, quę ſuper eadem Baſi conſtituuntur, quę ſanc equalia quoque inter ſe Elementorum inſtitutor oſtendit. Eorum autem Localium Theorematum, quę Solida vocantur tale ſit exemplum. Parallelogramma, quę in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inſcribuntur, equalia ſunt. quòd enim Hyperbole ſolida ſit Linea, patet. Coni ſiquidem Linea eſt. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chryſippus aſſimilabat. nam quemadmodum illę infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehenſio ſit, & per hunc terminum equalitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, ſi infinita ſuper eadem Baſi Parallelogramma intelligantur, omnia ſibi inuicem equalia oſtendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum inſtitutor præſens adſcripſit. & videtur cum ad modum Elementi iuxta omnes diuiſiones Theoremata varietate diſtinguat, iurē neque huiuscemodi ipſorum ideam prætermiſſiſſe. Veruntamen cum in præſentia quidem de Rectilineis ſermo ſit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quę de Circulis, eorumque Symptomatibus contemplari poſſunt pertractet, ea etiam, quę in Circunferentijs conſtituuntur Localium ſimul, & Planorum Theorematum docebit. tale ſiquidem in illis eſt quod ait, Qui in eodem Segmento ſunt Anguli, inter ſe ſunt equales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti ſunt. nam ſi infiniti quidem Anguli in Circunferentia conſtituti fuerint eadem exiſtente Baſi, omnes oſtenduntur eſſe equales. Si verò quod à Baſi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes eſſe oſtenduntur. & illa quidem proportione reſpondent Triangulis, & Parallelogrammis, quę ſuper eadem Baſi, & in eiſdem ſunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quærendorum talis eſt, quę localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cum Spatorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantum nancp Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatorum æqualitas maneat, non immeritò forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq in Theorematis, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema ē numero eorum esse, quæ huiusmodi sunt. Stupet itaq vulgus statim cum Longitudo multiplicata Spatorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quod maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuendaue Spatia. quantum enim Angulos inæquales efficiamus, tantum Spatium magis diminui- mus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, ut æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum $a b c d$, & producat Latus $a c$ in infinitum, sitq hoc fortasse rectangulum, & in Basi $b d$ alterum cōstituatur, sitque illud $b e f d$. Quod itaque aucta sit Longitudo, constat: maius enim est Latus $b e$, Latere $a b$, cum Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verum hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius $b e f d$ Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quod $b e$ Latus accedit quodammodo ad Latus $b d$, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi $a b$, æqualis $b g$, Parallelaque per Signum g , ipsi $b d$ ducatur, quæ sit $g h$. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi $b d g h$ Longitudini Parallelogrammi $a b c d$ æqualis, Latitudoque eadem, Spatiū

Dubitatio
rudium.

Præsens
Theore-
ma ē ē nu-
mero admi-
rabiliū ī
Mathema-
ticis Theo-
rematum.
Quid ē
Locus ad-
mirabilis,
apud Ma-
thematicos,
&
apud Stoi-
cos.
Responsio
ad dubita-
tionē rudi-
um.

Demōstrat
quod Lon-
gitudinis
accretionē
opus ē ad
Spatoriū
æqualitatē
seruandā.



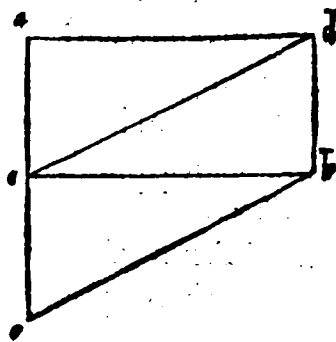
Terminus
accretiōis
Longitudi-
nis Paral-
logramo-
rum equa-
liū, est loc-
ipse Par-
lelarū Li-
nearum.
Pulchrū.

Isopeime-
trorū Pa-
rallelogra-
morum
Quadrang-
ulū quide-
maximū ē,
Rhomboides
verò minimū.
Ex hoc lo-
co, & ex
13. cō. lib.
3 habes
Procli ite-
tio erat ro-
tā Euclidis
Elemēta-
re institutio
né expo-
nere.
Documē-
tum.
Trapeziū
quid.

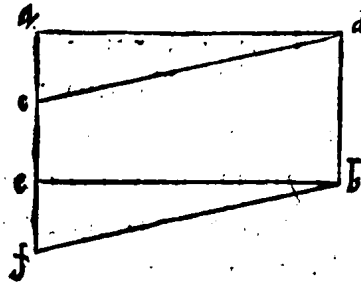
Reliq. duo
huius The-
orematis
Casus.
Ex hoc lo-
co. id est
rōne loci.

Spatium tamen Spatio minus. ipso nanque bcd minus est. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit, tantum adiiciens, Spatiorum æqualitatem seruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur: æqualiteris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulū non est. Angulorum nanque rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde sanè Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur: Rhomboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias ostendemus. magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt. Quò ad præsens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præsentia siquidem de Areis sermo est: & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifestum etiam sit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoque quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quod enim quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos non habet æqualia, ē Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque institutor cum difficiliorem Casum elegisset, Propositum demonstraui. Siquis autem dicat, sint Parallelogramma $abcd$, & bdc super eadem Basi db , ita ut Latus cd sit Dimetiens Parallelogrammi, ab , ostendemus quòd ex hoc Loco æqualia sunt. Triangulum enim bcd , vtriusque dimidium est. quoniam ipsius quidem ab , Dimetiens est Latus cd : ipsius verò dc , Latus cb . Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam secant. Parallelogrā-mum ergo ab æquale est Parallelogrāmo dc . Rursus siquis supponat Latus ac ipsius ab Parallelogrammi secari à Latere dc , sicque iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa adb , bdc , ostendemus quòd hæc etiam equalia sunt.

cum



cū enim Latus $a e$ Lateri $c f$ æquale sit, vtruncq; enim cū ex opposito iaceat, æquale est Lateri $d b$. Auferatur communis $c e$ recta Linea. Aequalis est igitur $a c$, ipsi $e f$. Verū $a d$ etiā equalis est ipsi $e b$, & Angulus $c a d$ Angulo $f e b$. Parallela enim est $a d$, ipsi $e b$. & Basis igitur $e d$, Basi $f b$ æqualis est, totūq; $a d c$ Triangulū toti $e b f$ Triangulo est æquale. Cōmune adijciatur $c b$ Trapeziū. Totū igitur $a b$, toti $d f$ inequale non est. Et vides quod isti tres soli sunt Casus. Latus enim $d c$ aut secat Latus $e b$, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus $a e$, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verū esse ostensum est, † nisi quod duplex Trapeziorum differentia cū sit, & alia quidem neutrum oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezis, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species. ipsa enim $c e$, ipsi $d b$ est Parallela.



Causa cur tres soli sint Casus huius Theorematis.

†. Rursus quod Nota quæ Proclus Trapezia, & Trapezoida cōmuni nomine Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cō. 18. lib. secūdi.

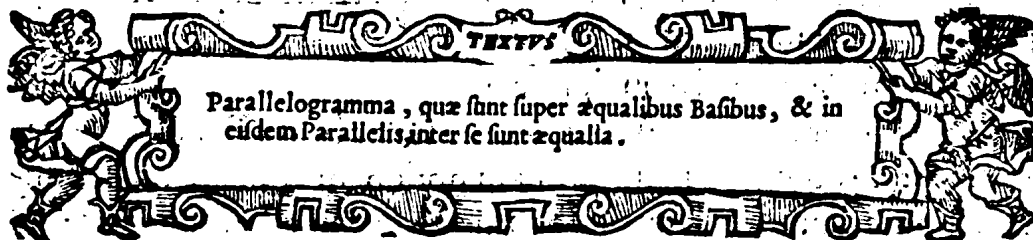
Propō. 36 Theo. 26.

Com. 10.

Cōmunitas, & differentia præsentis, & præcedētis Theore.

Quo Parallelogramma in eisdem dicat esse Parallelus.

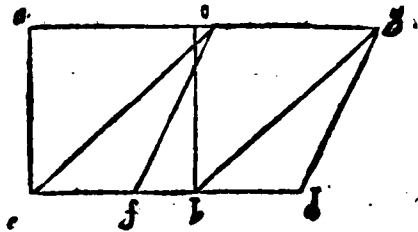
Reliq; duo Casus huius Theore.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogramma in eisdem supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cū Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterum Elementorum quidem institutor cū Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autē impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cōmunem habebant partem. sint enim $a b$, $c d$ Parallelogramma, super æqualibus Basibus $e b$, $f d$ communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur $e c$, $b g$ rectæ Lineæ.

neæ. Quoniam igitur ipsa ef , æqualis est ipsi bd , etenim Basis cb Basis fd æqualis erat, sed Latus cf Lateri dg est æquale, & Angulus cf æqualis Angulo gdb , & c igitur ipsi b g æqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammū ergo est ipsum cb , habetque eandē Basim cum utroque Parallelogrammorum ab , cd , & in eisdem est Parallellis. Parallelogrammum igitur ab Parallelogrammo cd est æqua-



le. Si quis autem neque communem habentes partem, neque à se inuicem separatas Parallelogrammorum Bases supponat, verum quod solum reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, ut in Parallelogrammis ae , ed , dicemus quod Basis

be , Basis ef , & Lateri cd est æqualis.

Quamobrem & recta linea cb , rectæ Lineæ d æqualis, & Parallela est.

quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Parallele quæ sunt.

Parallelogrammum igitur est ipsum bd , & est super eisdem Basibus, & in eisdem Parallellis cum ipsis cb ,

d & Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt cb , d & Parallelogramma.

At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habere partem, † aut tangere tantum se inuicem, aut à se inuicem distare.

Fieri autem potest ut quauis se se tangant quemadmodum ipsæ bc , ef , totum d & Parallelogrammum extra Latus ce supponatur, vel ce Latus congruens ipsi a & rectæ Lineæ, vel Latus ce secans Latus ac ,

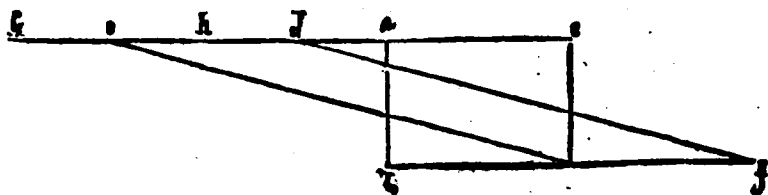
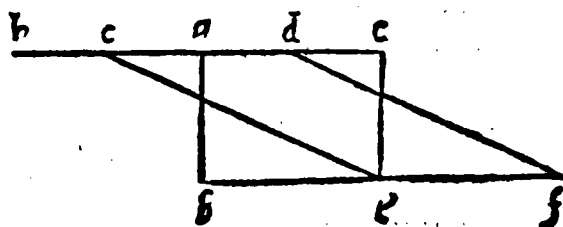
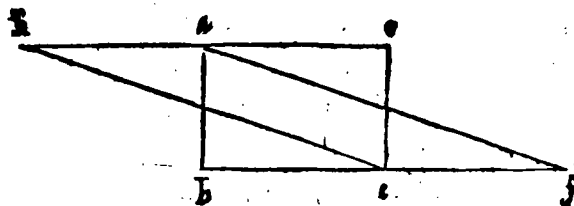
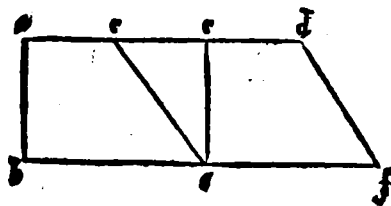
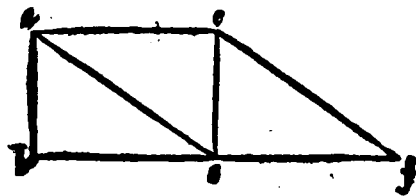
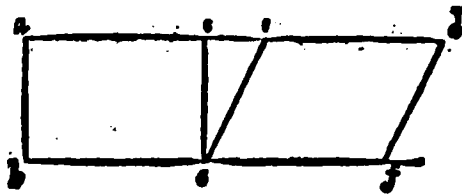
vel Latere a & producto vsque ad Signum h Latus ce cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi he , quando & d f Latus idem fuerit cum recta Linea af , vel ce Latus secans Latus ah , vel ah Latere producto vsque ad k Signum Latus ce cadens extra Signum h ,

& Latus df secans Latus ah * vel congruens *

* vel congruens *

Diuisio
triū huius
Theo. Ca-
pituli. & pri-
mò vltimū.

† aut à se
inuicē sepa-
ratis esse,
aut tangere
in se inui-
cem.



FRANCISCVS BAROCIVS

A D

L E C T O R E M.



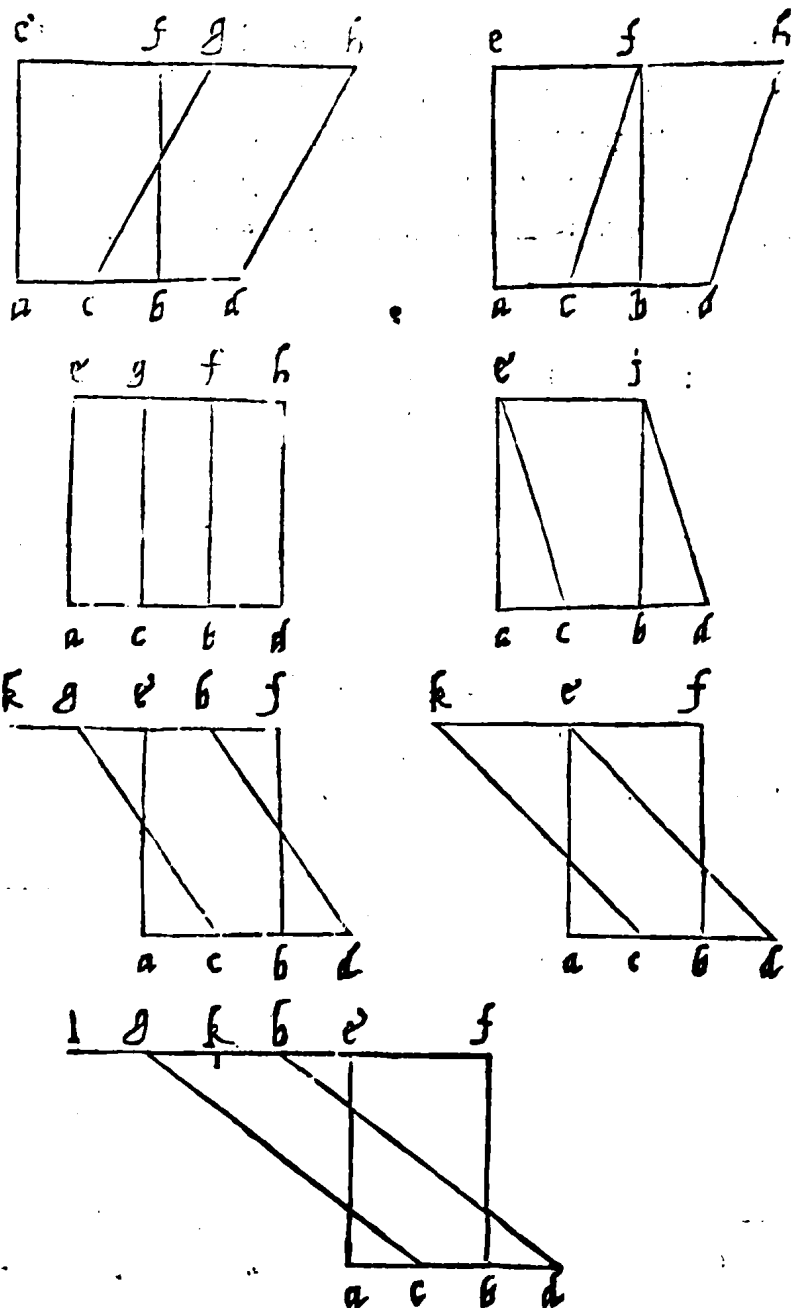
Scholi



IC tibi animaduertendum est candide Lector, quod præfens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc usque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cum itaque Proclus noster primum communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cum declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantum Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

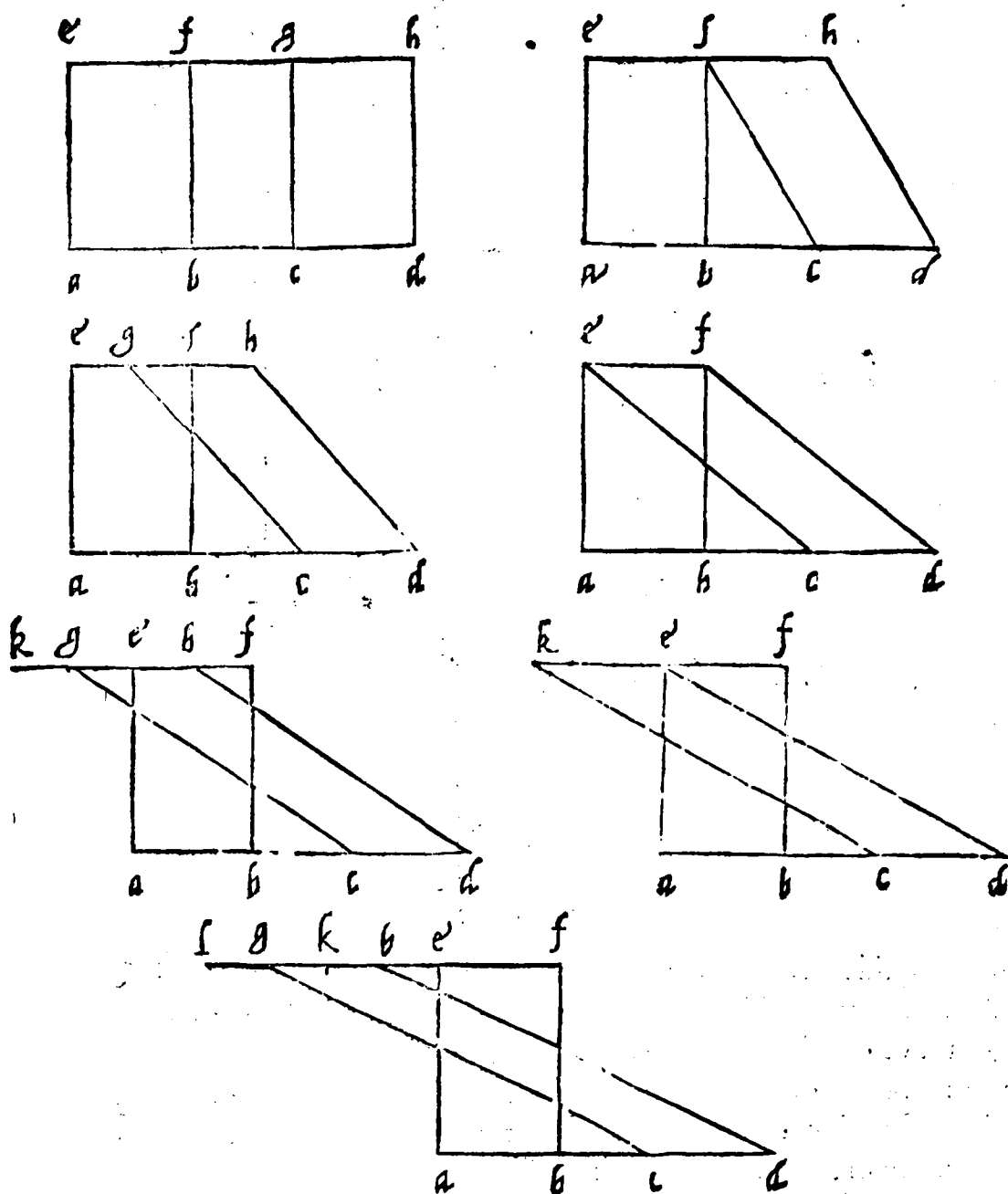
nam

Diuisio
Casuum.



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipse
 $abcd$ Latera sanè hisce Basibus opposita, quæ sint e, f, g, h , aut ita à sese
 distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet fg : aut
 in vno tantum Signo, in quo coincidunt etiam Signa fg : nempe in
 Signo f coniuncta sunt, vt ipsa ef, fh : aut quandam habent partem
 communem, vt puta ipsam gf : aut sibi inuicem congruunt, & tunc
 Signa gh coincidunt cum ef Signis: aut Producto Latere ef , & po-
 sita Linea k æquali ipsi ef , Latus gh communem habet partem &
 cum Latere ef , vt ipsam eh , & cum Linea ke , vtpote ipsam ge :
 aut

aut totū Latus gh cadit super tota Linea ke , tūgitque Latus e fin Signi io e tantū, & tunc Signa gh coincidunt cū ipsi ke Signis: aut producta rursus Linea ke , & posita Linea lk æquali ipsi ke , Latus gh partē habet cōmunem & cū Linea ke , ipsam scilicet kh , & cū Linea lk , ut ipsā gk , & tunc Latus gh distat à Latere e , ipso h e intervallo.

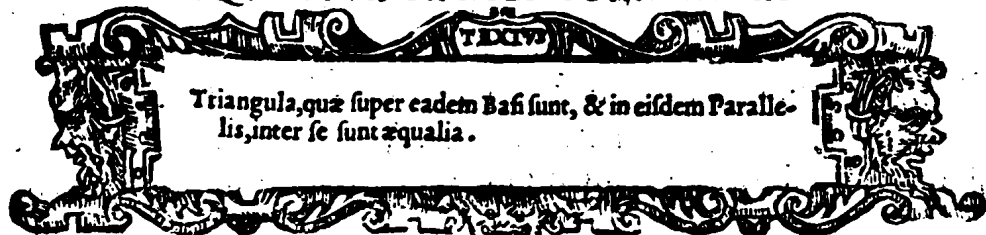


Si verò penitus à se se disiunctæ fuerint, ut ipsæ a, b, c, d , Latera porro e, f, g, h , quæ hisce Basibus e regione sunt, aut & ipsa à se se distant intervallo-

teruallo fg : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f , cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtpotè ipsam gf : aut Latus gh cadit super Latere ef , coincidendo Signa gh cum ef Signis: aut producto Latere ef , & posita æquali ke Linea ipsi ef , Latus gh cōmuni fruitur partem quidem cum Latere ef , ipsa scilicet eh , tum verò cum Linea ke , nempe ipsa ge : aut Latus gh congruit Lateri ke , & Signa gh eadē sunt cum Signis ke , tangit q̄ Latus ef in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea ke , & posita æquali Linea lk ipsi ke , Latus gh communem sortitur partem ipsam quidem kh cum Linea ke , ipsam verò gk cum Linea lk , tuncq̄ Latus gh à Latere e intervallo he distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisionis Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presentī cōmentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisionis, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuum diuisiones cum Demonstrationibus Theōrematis in Singulis Casibus desiderantur, forsitan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, vt auctoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq̄ Theōremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimvero de Diuisione quidē hæc sufficiāt. Demōstrationes autē presentis Theōrematis iuxta singulas Casuum partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in cōmentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lēctor beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnā cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit
i. 11. Pro-
cli cōmen-
tario.

SEQVUNTUR PROCLI COMMENTARIA.



Triangula, quæ super eadem Basi sunt, & in eisdem Paralle-
lis, inter se sunt æqualia.

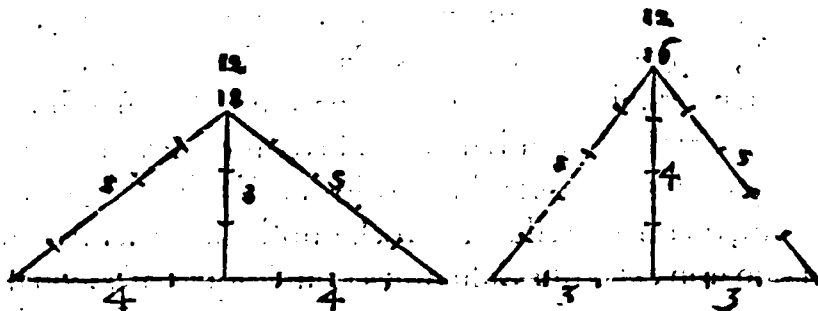
Propo. 37
Theo. 27.

Initiū

Com. 11. * affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur. Tale autē quid Chorographi perpesli sunt Vrbiū magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Oī verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui vna cū ipsis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura q̃ sumpserunt cū peragrātes eam suscepissent possessionē, quę a maiori Ambitu continebatur: Arcam autem cū in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere,

Chorogra
phorū hal
lucinatio.

Idē in lib.
tertio in
com. 8.

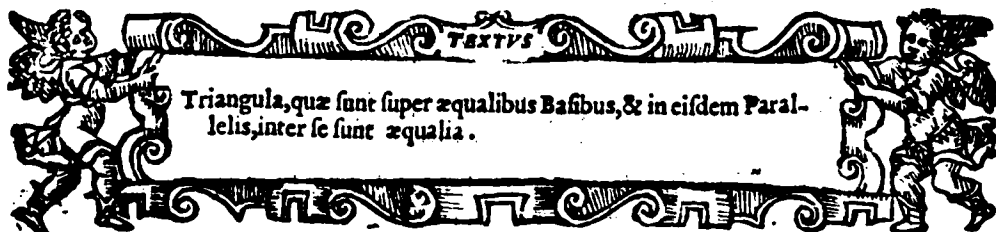


duobus enim æquicruris Triangulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtruncq̃ siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiſque in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularem e contrario, illic quidem quatuor, hīc verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quòd à Perpendiculari, atq̃ ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verū si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis, hoc autem iuxta vtruncq̃ idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatorum æqualitas non omni-

† æquale
Triangulo
Spatio ha-
bēbis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Quo Triangula i eisdem Parallelis esse dicantur.



Propo. 38
Theo. 18.

Præfens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportionem respondet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contra. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla; duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vtī tum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia † plus quid addit, identitatem vtique rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit
Altitudo
Figurarū.

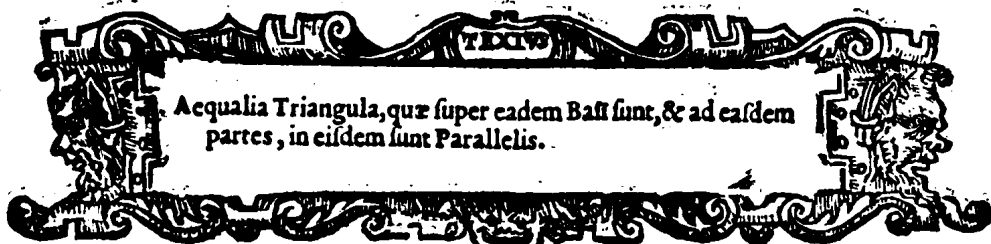
† alio qd
vel
perfectū qd.

i Bases

Casus huius
Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoque Theorema multos habet Casus; quòdque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruenter, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatae ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est his etiam, qui paululum intelligere possunt: & quòd iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere:

Propo. 39
Theo. 29.



Com. 13.

Causa propter quam
Conuerse
35. & 36.
Propo. his
tū ab Euclide,
tū à Proclo
p-
termittuntur
sunt.

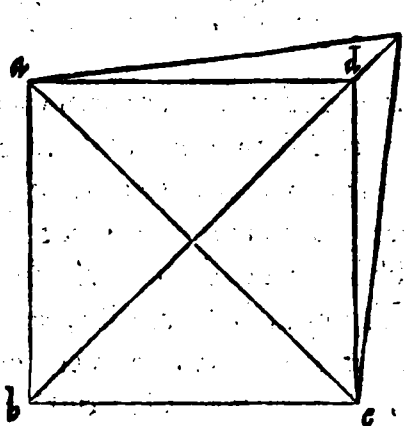
Geometri-
ca dilige-
tia.

Quando quidem equalitatem ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuersa sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniam modus quidem Demonstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. contenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere his, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicimus quòd in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorum intra cadet productis his, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra. utcumque autem ceciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quòd utique Totum suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quòd autem iure Elementorum institutor particulam illam addidit [& ad easdem partes] manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hæc partes, alterum verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adiecit

cit particulam. Cum autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intrā, aut extrā, ipse quidem Euclides intrā eam duxit: nos verò extrā ducentes, eadem ostendemus.

Reliquus
absurdæ
suppositio
nis Calus.

Sint enim $a b c$, $d b c$ Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quod in eis dē sunt Parallelis, & quę ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur $a d$ recta Linea. Si autē hęc Parallela non est, sit quę extra hanc iacet, ipsa nempe $a e$, & producaturs ipsa $b d$ vsque ad e Signum, & connectatur ipsa $e c$. Aequale ē igitur Triangulū $a b c$ Triangulo $e b c$. Verūm Triangulum $a b c$ æquale est Triangulo $d b c$.



Triangulum ergo $e b c$ Triangulo $d b c$ est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extra ipsam $a d$, Parallela cadet. Ostensum est autē quod neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo $a d$ ipsi $b c$ Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quęquę ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatu autem dignum est quod Triplex cum sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conueritur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęsitū in altero est: nec Quęsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hęc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quęsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cum partem insuper sumpserit eius, quę in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quod in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quęsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.

notandū.

Triplex
Cōuersio
nū differē
tia.

Propo. 40
Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad eandem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

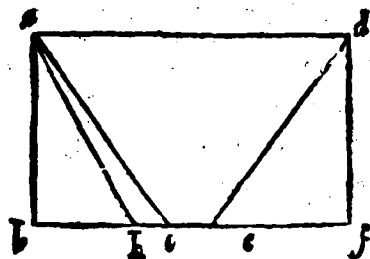
Tres pas-
siones, ex
quib' decē
sūt Loca-
lia Theo.

Causā vi-
dei i supe-
riori cō.

Quæ & cau-
sa reliqua
quatuor o-
miserit Eu-
clides The-
oremata.

Demōstra-
tio reliquo-
rū duorū.

Est & modus Conuerſionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elementorum institutore Deductionis ad impossibile prætermiſſa est pars eodem modo demonstratur, & nō est opus eadē repetere. Cū autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quod duo semper contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemquē Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porrò quæ in Triangulis sunt: aut & cū æqualia sumperimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quod utiq; vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quod duo ex his quatuor per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quæ in eisdē sunt Parallelis, necessariò super eadē Basi sunt. sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quod super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptas suppositiones consequitur. Quapropter cū decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perſcripſit, quatuor verò prætermiſit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cū eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quod si æqualia fuerint, in eisdemquē Parallelis, aut super eisdem, aut super æqualibus Basibus erunt. nō sint enim, sed si fieri potest sint abc , def Triangula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsis scilicet bc , ef , &



sit

sit maior ipsa bc , & abscindatur bh , quæ sit æqualis ipsi ef , connectaturque ipsa ah . Quoniam itaque Triangula abh , $d ef$ super equalibus sunt Basibus ipsis bh , ef , incisdemque Parallelis, equalia utique sunt. At ipsa quoque abc , $d ef$ Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo abc , abh æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum abc , $d ef$ Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogramis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suæ parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quæ prætermisssa sunt, quæque sit horum reticentiæ causa. Verum transeamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Epilogus.

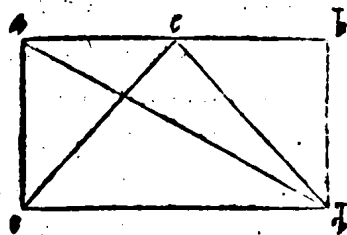
Propo. 41
Theo. 31.

Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma secusum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumpserimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quæ super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis: in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, cum sumpserimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum $abcd$, & ecd Triangulum, & ponatur Signum e inter a , & b Signa, connectaturque ad recta Linea. Quoniam itaque Paral-

Com. 15.

Casus huius Theorematis.

Parallelogrammū Trianguli $\triangle c d$ est
duplum, Triangulū autem $a d c$ equale
est $e d c$ Triangulo, Parallelogrāmum
porrò ipsius $e c d$ Trianguli duplum est.



Demōstra-
tio i Basi-
b^o equali-
bus.
† Paralle-
logrāmo-
rum.

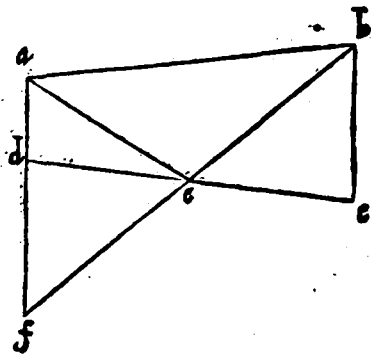
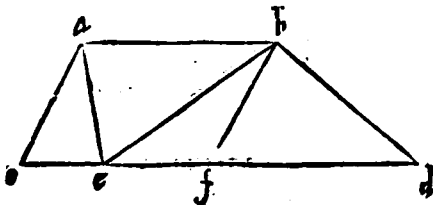
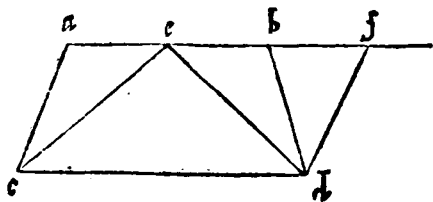
Cur Theo-
remata in
equalibus
Basis^o Eu-
clides præ-
termiserit.
Conuerſa
hui^o The-
& nota cō-
uerſionis
modū.
† Si autē.

Nota q^o
ex tri^o qⁱ
hoc etiam
Theo. sūt
passionib^o
quib^o fieri
possunt
Theo. quo-
rū vñ tñ
pōnit Eu-
clides, reli-
qua aut p^o-
termisit, qⁱ
addidit
Proclus,
vñ cū ob-
iectū ca-
usa.
† stiterit.
Digressio
Hic elicit
quoddam
aliud hui^o
Theo. cō-
uersū, iux-
ta alium
Cōuerſio-
nis modū.

Quod igitur eadem existente Basi du-
plum esse Trianguli Parallelogrāmum
ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem
modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducenti-
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrāmum,
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-
tem. Iurè igitur hæc quoq^{ue} Geometres omisit, eadem enim est De-
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-
tū Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-
stratio. Atqui Conuerſa quoq^{ue} huic Theoremati eodem modo De-
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-
grāmum duplum fuerit, eandemq^{ue} Basim, aut æquales inuicem ha-
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis.
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademq^{ue} ratio vi-
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemq^{ue} ambo
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim
super inæqualibus, cū æquales sumpsimus, vniuersum Totū suæ
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia
hec Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cū in simplicioribus
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verumenim-
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-
tionis causa nos Parallelogrāmū non accipiendo sed Trapeziū, cuius
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-
mum esset, cū Quadrilaterum porrò sit. Dico autem quòd aut duplo
maius est, aut minus. cū enim duo Latera Parallela sint, omnino
vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus
existen-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quam duplū Trianguli Quadrilaterum erit: Si vero minus, maius. Sit enim $a b c d$ Quadrilaterum, sitque minus Latus $a b$ Latere $c d$, & producat Latus $a b$ in infinitū, & Triangulū $e c d$ eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe $c d$, ducaturque per d Signum ipsi $a c$ Parallela, quæ sit $d f$. Duplum est igitur Trianguli $e c d$ ipsum $a c d f$ Parallelogrammum. Quare $a b c d$ Quadrilaterū minus quam duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim $a b$, ducaturque ipsi $a c$ Parallela $b f$. Parallelogrammum igitur $a b f c$ duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum $a b c d$ maius quam duplū est. His itaque ostensis dicimus quod Quadrilatero existente, cuius duo tantū Latera ex opposito iacentia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod sit Trianguli aut maius quam duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si vero ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod sit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum $a b c d$, sitque in ipso Latus $a d$ Latere $c b$ Parallelum, & secetur bifariam Latus $d c$ ad e Signum, & connectantur $a e$, $e b$ rectæ Lineæ, & producat ipsa $b c$, coincidatque cum Latere $a d$ ad Signum f . Quoniam itaque Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus $f d e$ Angulo $b c e$ est æqualis, Latus etiam $f e$ Latere $c b$ erit æquale, & Triangulum $d e f$ Triangulo $b c e$ æquale.

Com-



Per 33. Propōne. Pulcherri-
ma Triā-
guli cum
Trapezio
sup eadē
Basi. & in
eisdē Pa-
rallelis cō-
paratio.
nota q̄ autē
cadit etiā
iter Paral-
lelogram-
mū, & Tra-
peziū sup
eadē Basē,
& iisdem
Parallelis
cōparatio
q̄ qua dicē-
dū in Cō-
mentariis
nris. oīa
autē hæc ve-
ra sūt & i
Basisib⁹ q̄-
quolib⁹, ho-
rūq; cōuer-
sa, si cōue-
niētib⁹ mo-
dis fiant.

Compara-
tio Trian-
guli cum
Trapezio
sup eadē
basi nō in
eisdē Pa-
rallelis,
sed cū qua-
dā alia cō-
ditiōe. &
hoc est qd
Proclus o-
biter ostē-
dit.

* hic ad finem vsq; omnia fortasse Procli nō sūt, sed ab aliquo addita.

Commune apponatur Triangulum $a d e$. Totum igitur $a e f$ Triangulum duobus $a d e, b c e$ Triangulis est æquale. Verum Triangulū $a e f$ æquale est $a e b$ Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe $b c, e f$, in eisdemq; Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur $a e b$ æquale est Triangulis $a d e, b c e$, & Quadrilaterum $a b c d$ duplum Trianguli $a e b$, quod erat ostendendū. Eodem sanè modo ostendemus quòd si etiam à Latere $a b$ bifariam dissecto ad Latus $c d$ quædā rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quòd fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sūt demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium primum.



O C rursus in loco Lector beneuole silentio prætereundum nō est, quòd in omnibus ferè, quæ hucusq; vidimus exemplaribus maximā hîc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, vnā cū principio septimidecimi desideratur, præter quàm quòd legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum commentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsq; ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non sūt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latine reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaquæ habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò quòd quū superius tum in octauo Commentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Comenta-

Prima ratio.

mentarios partis tertie primas tenet, nec secunde parti tertia cōnexerit, necq; tertie propositū discusserit, quēadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porro cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesimę septimę Propositionis expositionē accederet, quę secundę partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secundā primę annexā ostēdit, quę q̄ in ea pertractāda erāt ab Elemētōrū institutore declarauit, hęc planē hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimū Theoremate tertie partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quod in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundę partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigessimę quintę Propositionis interpretationem se contulit: quod q̄ in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicē colligauit, nec mentionem vllam fecit eorum, quę ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cū enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartūdecimū, & quintūdecimū Cōmentarium hęc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum vltimę propositum tetigerit, necq; a Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripartitam librorum distributionem labefactando. Hęc ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quod pręsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorē ea, quę in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo verō, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficultiq; aggressus est, quippe quę pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materię partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triangulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hęc quoque exercitationis nostrę causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmō, itemq; alteri Trapezio super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriē Trapeziū a Posidonio, & a Proclo vocatur, quippe quod duo tantū habet Latera Parallela. nam Trapezoidē, quę etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causa passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cū Latera Parallela non habeant, nec est valida ra-

Secūda ratio.

qd deceat Proclus in sua digressionē.

Responſio
ad ratiō-
obiectio-
nem.

Quæ de-
ſunt in di-
greſſione,
& in ſine
cōmenta-
rii.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadri-
teræ ſimul, & quadrangulæ, alio verò trilatere in eisdem dicuntur eſſe
Parallelis. Quare Proclus ipſe prius quàm Trapezij cum Triangu-
lo, vel Parallelogramo, vel alio Trapezio comparationem efficeret,
declaravit de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod proprio
nomine Trapeziū appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium
Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eisdem Parallelis, quæ compara-
tione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus, in eisdemquæ
Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo
ſuper eadem Baſi, & non in eisdem Parallelis, ſed cū alia conditione:
necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eisdem Parallelis, ſed cum
quadam alia conditione comparare. At ſinem verſus comparatio-
tionis, quæ ſuper eadem Baſi non in eisdem Parallelis cum conditio-
ne bipertite Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis ſit, cōmenta-
rius deliquium patitur, deſtquæ primū quidem comparatio Tra-
pezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, non in eisdem Paral-
lelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit
Parallelis, quarum vna cadat ſuper cōmuni eorum Baſe, altera ſe-
cet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitū in duas partes æqua-
es: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſi-
bus, in eisdemquæ Parallelis comparatio: terciò autem, Comparatio
Trapezij cum Parallelogrammo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus
Baſibus, & in eisdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezij cū
Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam
ſui moris pulchrā in ſine cōmentarij conſiderationē, aut documentū,
deſt procul dubio ſecundæ, atque terciæ primi Elementorū libri par-
titū continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum in-
ſtitutore pertractantur brevis cōmmemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in
preſenti cōmentario iudicio meo deſiderantur, ibi [in eisdemquæ Pa-
rallelis] quanvis aliquis Procli ſtudioſus manū iniecerit, poſtremā op-
erū, quæ nunc extant in eo Demōnem perfecit, ac demū ita cōmen-
tariū epilogo concluderit, vt integrū videatur. Veruntamen poſſibile
etiā eſt q̃ cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima,
ſynceraquæ ſint, deliquium verò cōmentarij incipiat poſt illa verba
[Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quòdquæ verba illa [Hæc
quidem &c.] quæ poſtremū ſortita ſunt locum, ſint totius cōmentarij
epilogus. Aut fortaſſe etiā fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis,
primū ibi [Quadrilaterū eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt
verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilogoſ digreſſionis, illa autem
[ad ea

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac denique totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hæc quidem] vsque ad illa [eundem nobis est] sint totius digressionis epilogus, secundaq; imperfectio sic se habeat [eundem nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentis potissimum Propositione apparet tertiæ primi Elementorū partis Propositum, cōmuniis nempe Triangulorum, Parallelogrammorumq; contemplatio] & similia. Verumenimvero vtcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum querere non desistant quousq; omnes Procli commentarij perfecti, integriq; reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere commentarium reperiās, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere
in dato Angulo rectilineo.

Propo. 48
Prob. 13

Commentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq; nostrum eam commentario illustrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotas se quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, vt vnusquisq; discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam asserre possimus. Quā itaque tres quidem sint huiusce trigessimisecondi Theore-

Scholium
secūdum.

Quæ con-
tineatur I
17. cōmē-
tario.

Quæ repe-
riantur in
17. cōmē-
rio.

Quæ de-
sint i 17.
Cōmen-
tario.

maris Casus nec plures, neque pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpsit, in quō Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbiq; summa curā, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theoremausque veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimē consuevit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemque perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiuscemodi forsan essent [Verū Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetiētē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem nō coniungantur iuxta vnū Signum, quodque porro Cōplementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verō, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus vbiq; antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrum Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediū: vtrum Determinatum, an Indeterminatū: vtrum Abundans, an Diminutum: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutum, vtrum Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verō Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrum Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrum Simplex, an Compositū: & si Compositū, vtrum Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrum Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrum Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrum Locale, an secus: & si Locale, vtrum in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrum in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrum in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrum in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoïdibus: vel alijs huiusmodi: Quod si in solidis, vtrum in sphericis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

spiricis, vel alius cuiusdam speciei : & si in Sphæricis, vtruta in Helicibus, vtruta in Sphærarum æqualium, vel inæqualium. & si in conicis, vtruta in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus : & si in cylindricis, vtruta in Ellipsis, vel Helicibus : & si in spiricis, vtruta in ijs, quæ fiunt à sectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variæ sunt. similiterquæ si est Locale in Superficiebus, vtruta in planis, an in solidis : & si in planis quidē, vtruta in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimquæ multilateris : & si in trilateris, vtruta in æquiliteris, vel æquicruribus, vel scalenis : & si in æquicruribus, siue scalenis, vtruta in rectangulis, obtusangulis, vel acutangulis : & si in quadrilateris, vtruta in parallelogrammis, an secus : & si in parallelogrammis, vtruta in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & si in non parallelogrammis, vtruta in trapezijs, an trapezoideis : & si in trapezijs, vtruta in æquicruribus, an in scalenis : & si in multilateris, vtruta in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsquæ in infinitum : & si in quibuslibet istarum, vtruta in æquilateris, & æquiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, vtruta in sphæricis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei : & si in sphæricis quidem, vtruta in semisphæricis, vel semisphærica maioribus, aut minoribus : si autem in spiricis, vtruta in spiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : si verò in conicis, vtruta coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli : & si in aliquibus istarum, vtruta in conicis Coni æquicruris, vel scaleni : si demū in cylindricis, vtruta in ijs, quæ fiunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Parte altera longioris : & si in qualibet istarum, vtruta Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodquæ Consequens : necnon quod sit eius Conuersum, quisquæ Conuersionis modus, vtruta iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtruta totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propositio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtruta sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum : ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atquæ demonstretur, vtruta per Demonstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nascia sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoque cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademque perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæque iandiu desideratum munus impertiar. Quod si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hætenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

Propo. 43
Theo. 32.

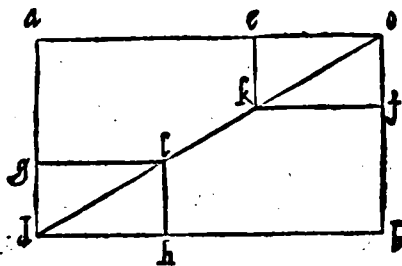
Complementa Parallelogrammorum circa Dimerientem
cuiuscunque Parallelogrammi cōsistentium, inter se sunt
æqualia.

Principium huius commentarii desideratur.

Com. 17.

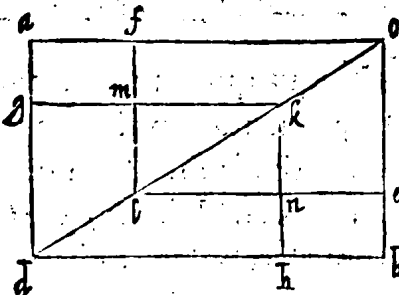
Reliq duo
hui' The.
Casus.

* vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodque porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sit enim Parallelogrammum $a b$, quod habeat Parallelogramma $c k$, $d l$ circa eandem Dimerientem, sit autem inter ipsa quædam $k l$ recta Linea, quæ sit Dimerientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum $a c d$ æquale Triangulo $b c d$, & Triangulum $c k$, Triangulo $k c f$, necnon $d g l$ Triangulo $d h l$ Triangulo. Reliqua igitur $a g l k e$ quinque Laterum



Figura,

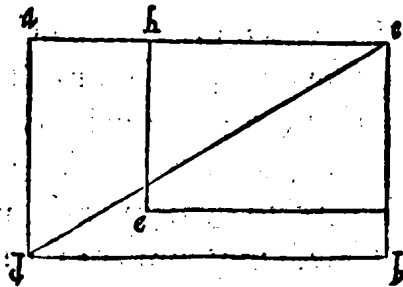
Figura, reliquę b f k l h quinq; Laterū Figurę æqualis est. Hęc autē erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, neq; distarent ab se inuicē, sed inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmū a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrāma circa ipsam, vnum quidē ipsum e c f l, alterū verò, a quo etiā hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cōplementa equalia sunt. Cum enim totū d g k Triāgulū toti d h k Triāgulo æquale sit, est autē pars quoq; ipsius Triāgulum k l m æquale Triāgulo k l n, Parallelogrāmū siquidē est & ipsum l k. Reliquū igitur d l n h Trapeziū reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verūm a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f e l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziū d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantū, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrāma enim, quę circa eandem consistunt Dimetiētem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam a sese Dimetiētis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum a re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimarū nō fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognoscere-mus quid esset Parallelogrāmum, quęquē essent ea Parallelogrāma, quę toti Parallelogrāmo circa Dimetiētem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantūmodo cognitum vtique fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eādē Dimetiētem sunt, quęcunq; partē totius Dimetiētis pro sua etiā Dimetiēte habent: quęcunq; verò nō, minimē. cum enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmū hoc toti Parallelogrāmo circa eādē Dimetiētem nō est. Exēpli gratia vt in a b Parallelogrāmo c d Dimetiens secat e h Latus ipsius c e Parallelogrāmi. Parallelogrāmū ergo e c Parallelogrāmo c d circa eādē Dimetiētem nō est.



Cur tres soli sit huius Theor. Casus.

Documētum. Vnde oritur sit hoc nōmē Cōplementa.

Cur in Definitionib; cōplementa Euclides nō de finierit. Quę Parallelogrāma dicantur esse circa eādē Dimetiētem.



Ad

Propo. 44
Prob. 11
† in dat.
Angulo re-
ctilineo.

Ad datam rectam Lineam dato Triangulo æquale Parallelo-
grammum applicare / † in Angulo, qui sit æqualis dato
Angulo rectilineo.

Com. 18.

Noia hæc
περιε-
λῆναι, ὅτι
βελῆν, ἢ
ἀντὶς
qd signifi-
cent apud
Antiquos,
quidque
apud iuni-
ores. circa
hoc vide
et Gemi-
nū i 6. lib.
Geometri-
carū enar-
rationē, et
Eutocium
i primum
conicorū.
Apollonii.
In propo-
nibus 18.
& 29.
Quo Ap-
plicatio
fiat.

Antiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæ & Musæ inuenta, Applicatio utiq; Spatorum, & Excessus, atq; Defectus. Ab his autē & iuniores cum nomina suscepissent; transulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui vnā quidē harum Parabolē, alteram autem Hyperbolē, Tertiā verō Ellipsim vocarunt. cum illi quidem priscae autoritatis, diuinique viri in plana Spatorum ad terminatam rectam Lineam descriptionē quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectæ Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verō Spatiū Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita ut Spatiū descripto aliqua extrā sit rectæ Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verō Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. ut non solum Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus; verum etiam ad determinatam rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Aream duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, æquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cum acceperimus totam quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quorū pedum Latitudinem esse oportet, ut Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cum itaq; fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cum Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes propositio Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem sunt in præsentī Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, ut tota ipsius Spatiū Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur; tertium, Angulus, cui æqualem Spatiū Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuū, qd recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Parte altera longius erit: acuto verō, siue obtuso,

Tria sunt
Data i hoc
Proble.

Documen-
tum.

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quod rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione praesentis Problematis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, vti diximus. verum hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc constituit ipsum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extensionem, neq; excedit, sed vno hoc vtitur Latere, quod Arcam comprehendit. Qua igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus utebatur: cum verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, considerationeque sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeque æqualitas indiget, quippe cum per sese inuentu difficilis sit.

Quo differat Applicatio à Constitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.



Propo 49.
Probl. 13.

DVobis Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19.
Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problemate, & vltima Propo ne secundi libri. Superius i com. 6. Demò problematis.

1 resol-

Exemplum
in Figura
decē Late-
rum

Vide Ar-
chimedem
& Butociū
in lib. de
Circuli di-
mensione.

Epilogus.

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussu est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidem Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quaeritur. Ex hoc autem (ut arbitror) Problemate prisci incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quaesierunt. Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale reperitur, quaestione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ possint Curvilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Basi æqualis est. Verum hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ consequuntur eamus.

Propo. 46
Probl. 14.

Com 20.
Optima f
ctilineorū
equilaterū
triangulū,
et Quadra-
gulū sunt,
quibus opus
est ad consti-
tutionem
quorū mū-
danarū Fi-
gurarum.
idē in lib.
1. cap. 9. et
cō. 17. &
9. & alijs
in locis.

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

Indiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli, quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est. nam Icosædron, quidē, & Octædron, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant;
Cubus

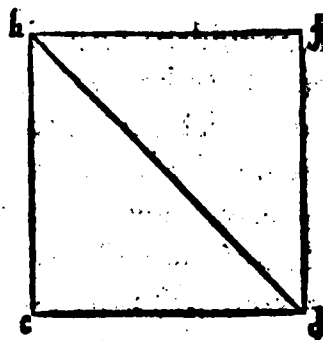
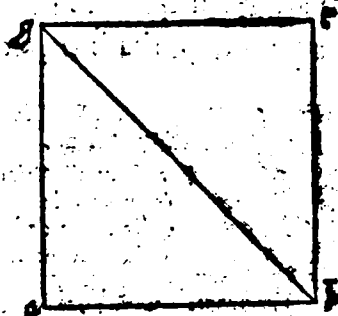
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis constituitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est autē qd rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ $a b, c d$ rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem $a b$ describatur $a b e g$ Quadrangulum, ab ipsa verò $c d$, ipsum $c d h f$, & connectantur $g b, h d$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ $a b, c d$ æquales sunt, ipsæ etiam $a g, h c$ sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis $g b$ Basi $h d$ æqualis, & Triangulum $a b g$ Triangulo $c d h$, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo $a c$ Quadrangulo $e f$ inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa $a f, e g$, & ponantur ita vt in directum sit Latus $a b$ Lateri $b c$. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Lineæ $f b$ rectæ Lineæ $b g$ in directum est. Connectantur $f c, a g, a f, e g$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur $a f$ Quadrangulum æquale est $e g$ Quadrangulo, & $a f b$ Triangulum $c b g$ Triangulo est æquale. commune apponatur $b c f$

Cur Euclides vnum horū cōstituat, alterū describat.

Quo ex Circulorū descriptio ne oriatur Triangulū æglatērū.

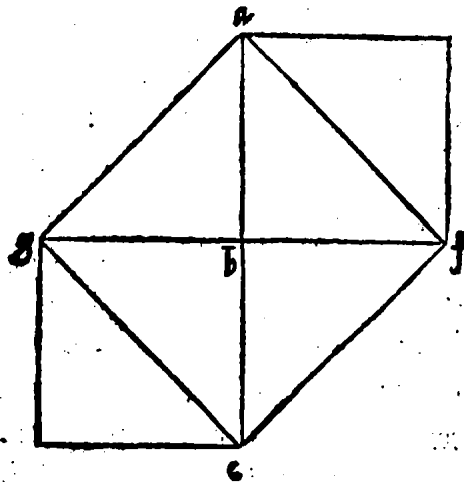
Documē.

Demō cuiusdā vtilis simi The. qd̄ dependet ex Definitione Quadranguli.



Demōstrati Theore. Conuersum eiusdem Demō.

Triangulum. Totum ergo
 $a c f$ Triangulum Toti $c f g$
 Triangulo æquale est. Paral-
 lela est igitur ipsa $a g$, ipsi $f c$.
 Rursus quoniam, tū ipse $a f g$,
 tum ipse $c g b$ Angulus dimi-
 dia recti pars est, ipsa $a f$,
 ipsi $c g$ est Parallela. Aequalis
 igitur est recta Linea $a f$ rectæ
 Lineæ $c g$, Parallelogrami si-
 quidē Latera ex opposito ia-
 centia sunt. Quoniam itaq;
 duo sunt Triangula $a b f$, $b c g$,
 quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cū ipsæ $a f$, $c g$ Pa-
 rallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet $a f$ Lateri $c g$ æquale,
 Latus quoq; $a b$ Lateri $b c$, & Latus $b f$ Lateri $b g$ erit æquale. Ostē-
 sum est igitur quod Latera etiam, à quibus descripta sunt $a f$, $c g$ Qua-
 drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus.



Prop. 47
 Theo. 33

† rectū An-
 gulum cōp-
 hēdētibus.

Com. 21.

Præfens
 Theo. ad
 Pythago-
 rā refert,
 qui ē sacri-
 ficauit i i-
 uentione.
 vide Vi-
 truuim.
 Euclidis
 commen-
 datio.
 Vide 31.
 Propōne
 Sexti.

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere re-
 ctum Angulum subtendente describitur, æquale est Quadra-
 ngulis, quæ describuntur à Lateribus † circa rectum An-
 gulum iacentibus.

Si eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præfens Theo-
 rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes cum cū
 id inuenerit bouem immolasse. Ego verò miror quidem & eos, qui
 primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autē admira-
 tione prosequor Elementorum instituiorem, non solum, quia per
 euidentissimam Demonstrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod
 ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique
 minime possunt in sexto libro persuasit. nam in illo vniuersē osten-
 dit quod in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-
 gulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus
 rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, simi-
 literq; describuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-
 drangulo est simile, non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea,
 Quadrangula sunt. in Triangulis siquidem, alijsq; multiangulis si-
 militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunque alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta + fit vniuersali ostenso, quod vtrique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaque ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quod hîc vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarum similitudine docuit, neque omnino aliquid de Proportionibus ostendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particularim, + in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruris quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximior dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitatem deficiente. in scalenis verò fieri potest vt Numeri suscipiantur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ipsi, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ipsi, quæ ab illis fiunt. hoc enim est viginti quinque, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditæ autem sunt & viæ quædam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagoræ, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datū imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cum acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

ab

+ ostendit
Causa passionis
huius, tū 31.
Theo. it-
xti Elem. ē
ipsa Angu-
li rectitudo,
quæ admodum
Hebetudo, &
Acumen ex
cessu, dimi-
nutionisq;
causæ sūt.
Ex hoc loco,
& ex cō. 9. huius
& 13. tertii
habēs qd
Proclius
itero erat
tertiū Euclidis
Elemētaræ
institutiōne
exponere.
Notandū.
+ nobis
Digressio.
Duplex recti-
angulum
Triangulū.
Nō inueniūt
quadrangulus
Numerus qua-
dranguli
Numeri
duplus quæ
probat Cap-
itulum 10.
Elemento-
rum.
De hoc
Triangulo
vide Plato-
nem in Rep.
Dux sunt
viginti quinque
nuntia Tri-
angula rectan-
gula Num-
eros in-
tegrōs in
Lateribus
habentia.
Via Pytha-
gorica.

Exemplum
viæ Pytha-
goricæ.

Via Pla-
tonica.

Exemplū
viæ Pla-
tonicæ.

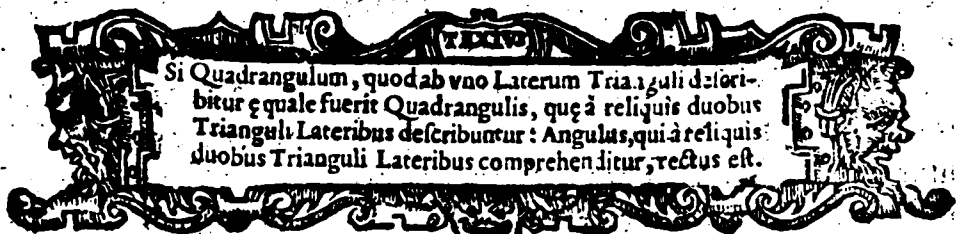
† qđ enim
à Quina-
rio fit, æ-
quale ē ei,
quod fit à
Ternario,
& ei, qđ à
Quaterna-
rio Com-
positis.
Finis di-
gressiōis.
Reprehē-
dit Hero-
nis, & Pap-
pi secta-
tores.

Propō. 48
& vltima
primi Ele.
Theo. 34.

Cō. 12. &
vltimum.

Modus cō-
uersiōis
huius The-

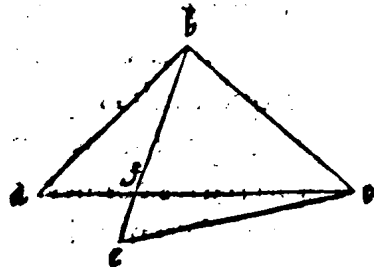
ab hocquē Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huic quoq; Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit. Exempli gratia cū Ternarium accēperit, ab ipsoquē quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicq; rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumquē est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertium verò quinq; Vnitatū habet. At Platonica, à Paribus adoritur. cū enim datū parē susceperit Numerum, ponit ipsum tanquā vñū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncquē cū bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumpserit, huiusquē dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumquē Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemquē Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ijs, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunq; etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæquē ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuisse. Nos itaq; ad ea, quæ sequuntur transeamus.



CONuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod à subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

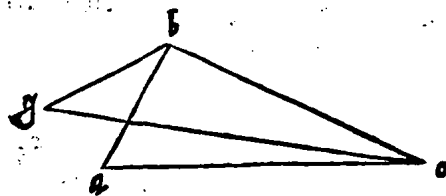
Triangulo autem existente abc , & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere ac , æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri bc à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quod ad alteras partes recta



Instantia
huius Theo-
rematis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitavit, dicemus quod sermo hic impossibile ait. neque enim intra Triangulum ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quam ipsa ab . nam si fieri potest cadat, ut ipsa bc . Quoniam itaque Angulus ebc rectus est, Angulus certe cfb acutus est. Quamobrem reliquus afb obtusus erit. Maius est igitur Latus ab , Latere bf . Ponatur ergo ipsi ab æqualis, quæ sit be , & connectatur ec . Quoniam igitur Angulus ebc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere ec describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus eb , bc describuntur. Verum ipsa eb ipsi ba , est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere ec , æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere ac describitur. Æquale igitur est quod à Latere ec , ei, quod à Latere ac describitur Quadrangulo. Et ipsa ec ergo ipsi ac æqualis est. Erat autem, & ipsa eb recta Linea, æqualis rectæ Lineæ ab . Duæ igitur be , ec rectæ Lineæ, duabus ba , ac rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea bc constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atqui neque extra ad alteras ipsius ab rectæ Lineæ partes. Si enim fieri potest cadat, ut ipsa bg , & sit æqualis ipsi ab ipsa bg , & connectatur cg . quoniam itaque Angulus gbc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere gc describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus bg , bc describuntur. Erat autem & quod à Latere ac , æquale ijs, quæ à Lateribus ab , bc , æqualis verò est ab , ipsi

Responsio.



Nota quod
huius The-
orematis
instantia sol-
uitur p. septi-
mâ Propo-
siti primâ.
Quapp. &
ab re ab
Elemen-
torum institu-
tore inter-
fecta, & o-
ctavâ iter-
iecta fuit.
utilis. n. &
ad instan-
tias destru-
endas, nec
non ad A-
stronomiâ
vide com.
12. lib. 3.

ipsi gb . Aequalis est igitur gc , ipsi ac . At ipsa quoque gb recta Linea rectae Lineae b a aequalis est, super vna bc recta Linea, quod fieri non potest. Neque ergo intra, neque extra cadet recta Linea, quae ad Angulos rectos ipsi b c a Signo b excitatur. Super ipsa igitur a b cadet. Angulus ergo a b c rectus est. Soluta est igitur Instantia. At primum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota nanque ad tota saepenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Positiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium praeterea, Particulariumque Theorematum Elementarem institutionē patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorumque Problematum differentiā indicauit (quae sanē omnia nos quoque ipsum consequentes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Propositum retulit, ad Elementarem vtiq; institutionem eius, quae de simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quae ipsis per se insunt considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. si autem aliae curae nos ab instituto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo.

Nunc perspicuum est quod Procli propositum erat omnem Euclidis elementarem institutionem exponere, sed certum non est ipsum eam exposuisse, quia cum condone hoc pollicetur.

quod difficile passim est, & ad rem ipsam pertinet, facileque diuidi potest sectantes. quoniam ea sanē, quae hoc tempore afferuntur Commentaria multam, atque variam in se se confusionem continent, quippe quae nullam causae assignationem simul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philosophicam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIUM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; pagine declarat.

A

Litera.



CIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 119. p.

Acumen, & Ob-

tusitas inqualita-

ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-

perficierum pro-

prium.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.

m. 110. f. & 119. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema

174. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-

neis, quæ intra Triangulum constituun-

tur.

117. f.

Aenigma Pythagoreorum.

49. m.

Aequalitas primū in Quantitate est Sym-

ptoma.

111. p.

Aliorum antiquorū opiniones de differen-

tia Theorematis, & Problematis.

45. m.

Altitudo Figurarum quid.

145. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus

bisariam secari possit.

155. p.

Ambitus Trianguli quid.

114. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &

Problemate.

45. p.

Anguli Sphaerales qui.

71. m.

Anguli ex Linea recta, & Circumferentia

duo sunt.

71. p.

Anguli ex rectis Lineis tres fiunt.

71. m,

& 75. p.

Anguli consideratio vniuersalis.

74. p.

Anguli Deinceps qui sint.

171. p.

Anguli ad Verticem qui sint.

171. p.

Anguli Alterni qui sint.

115. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-

tur.

116. p.

Angulorū quū pulcherrima cōsiderō.

74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt consideratio.

74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt consideratio.

74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superficiebus sunt consideratio.

74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mixtis sunt consideratio.

74. m.

Angulorū Circulariū consideratio.

74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio.

74. m.

Angulorū mixtorum consideratio.

74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species, quas ait Socrates in Rep. ex Suppositione apud Geometras accipi.

75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pulcherrima comparatio.

76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt comparatio.

76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem, & vitium comparatio.

76. f.

Angulorum Verticalium equalitas vnde fiat.

154. f.

Angulorum Curuilinearum duo tantum rectilineis æquales sunt.

109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas maximā habet vim ad augenda, diminuenda, & spatia.

119. m.

Angulos Oracula Nodos cur nuncupent.

74. p.

Angulos quomodo diuersè Diis attribuit Pythagorei, & Philolaus, Asinusq; philosophus.

74. f.

Angulum omnem bisariam secare secundum Elementarem institutionem est impossibile.

155. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Linea.

71. f.

Angulus Cissoides quid.

71. f.

Angulus ex hippopedis Lineis.

71. f.

Angulus triplex sit ex Circulorū.

71. f.

m Angu-

- Angulus utrinque conuexus quis. 72. f.
 Angulus utrinque cauus, vel Syntroides
 quis. 71. p.
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.
 Angulus Cornicularis quis. 71. p.
 Angulus rectus nō rectorum mensura est,
 ut inæqualium æqualitas. 77. m. 137.
 p. & 168. p.
 Angulus planus quid sit. 69. f.
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
 Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui
 sint. 73. p.
 Angulus aduēritius Trianguli quid. 93. m.
 Angulus quomodo Angulo equalis, &
 quomodo similis dicatur. 110. p.
 Angulus rectilineus Angulo rectilineo
 quomodo dicatur equalis. 135. f.
 Angulus rectus in tres partes equalis fa-
 cile secari potest; Acutus autem nō po-
 test nisi per Lineas mixtas. 133. m.
 Angulus quadrupliciter dari potest. 138. m.
 Angulus Pelecoïdes, sive Angulus Figu-
 re Securi similis quid. 192. p.
 Anima aliquando motus principium est,
 aliquando ab alio motum recipit secū-
 dum Platonem. 18. f.
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex
 mente Platonis, & ideo Arithmetica
 præcedit Musicam, & est pulcherrima
 ratio. 11. m.
 Anima ad mentē eandē habet rationē, q̃
 generatio ad celum. & ideo circulariter
 etiā mouet ex Platonis sententiā. 84. m.
 Animæ duplex actio. 62. f.
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.
 Apollonii opinio de Angulo. 59. f.
 Apollonii demonstratio primi Pronun-
 tiati Euclidis. 111. m.
 Applicatio quid sit, & quō fiat. 164. m.
 Applicatio Constitutione quomodo dif-
 ferat. 163. p.
 Apollonius quid. 93. p.
 Archimedes, & Apollonius tanquam
 euidētibz videntur principiis, iis, quę
 in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.
 Archimedes ostendit Circulum esse equa-
 lem eisdem Triangulo. 186. m.
 Area Trianguli quid. 144. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum dubitationis bimembris de Geo-
 metrica materia. 18. f.
 Argumentum destruens idem. 18. f.
 Argumentum ad idem. 19. p.
 Argumenta quatuor destruētia secun-
 dum membrum dubitationis bimen-
 bris de Geometrica materia. 19. m.
 Argumenta quod phantasia ab impari-
 bili ad partibile procedat. 55. p.
 Argumenta contra Democriti opinionē
 de Figura. 80. p.
 Argumenta destruētia opinionem Socris
 eorum de Figura. 80. m.
 Argumentum secundo hypotheticorum
 modo, quod Finis, & Infinitum Mathe-
 maticarū scientiarū principia sint. 3. m.
 Argumentum quod Mathematica essen-
 tia media sit inter naturalem essentiam,
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
 Argumentum quod communia Mathe-
 maticæ Theoremata, cōsiderationes, &
 principia ante multa subsistant. 4. f.
 Argumentū quod confutatur Arist. opi-
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-
 tiæ. 74. p.
 Argumentum contra Arist. opinionem
 quomodo Anima constituat Mathe-
 maticas formas. 7. f.
 Argumentum contra eundē de eodē. 8. p.
 Argumentum aduersus eundē de eodē. 8. f.
 Argumentū destruens primum mem-
 brum conclusionis de circuli for-
 marū Mathematicarū ab Anima. 9. p.
 Argumentum destruens idem. 9. p.
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
 Argumentum destruens secundum me-
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.
 Argumentum destruens idem. 9. m.
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de
 Rep. contra Mathematicarum vili-
 tatem. 17. p.
 Argumentū Zenonis contra demonstra-
 tionem sibi contrariam. 113. f.
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematica essentia. 7. p.
 Arist. opinio quomodo Anima cōstituatur
 Mathematicas formas. 7. f.
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum
 corporis. 33. m.
 Arist. opinio de Plano. 67. p.
 Arithmetica tertior est quā Geometria,
 & quā Musica. 14. f.
 Arithmetices tres sunt partes, Linearū, &
 Planorum, Solidorumq̃ Numerorum
 cōsideratio. 11. p.
 Arithmetices, & Geometricę principia dif-
 ferunt inuicem, & cōmunicant. 13. p.
 Artes omnes Arithmetica, & Arte me-
 di, Arteq̃ ponderandi indigent ex mē-
 te Socratis in Phædo. 14. f.

Artif.

I N D E X.

**Artificioſum eſt, ad ſcientiamq̃ ſpectat ſol-
lutiones oppugnantium dicendis præ-
parare.** 141. m.
Aſtrologiæ conſiderationes. 24. m.
**Aſtrologiæ tres ſunt partes, Gnomonica,
Metheorologica, & Dioptrica.** 24. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 52. m.
**Axis quid ſit, & quomodo differat à Dia-
gonio, & Dimetiente.** 89. m.

B. Litera.

B **Aſis Trianguli quid.** 134. f.
Baſis Trianguli duplex eſt. 134. f.
**Binarii intolerabilis audacia, de qua in
Theologumenis Arithmeticæ.** 58. f.
**Binarius quomodo medius ſit inter Vni-
tatem, & Numerum.** 92. m.
**Bonum, & ſuprema cauſa. de qua Plato,
& Proclus in 7. de Rep.** 18. m.

C. Litera.

C **Alliclis reprehenſio in Gorgia.** 14. p.
**Calypſo, de qua Plutarchus in opusculo
de vitanda uſura.** 32. m.
Canonica q̃ nihil aliud ſit q̃ Muſica. 23. m.
Canonica quid conſideret. 23. f.
Carpī opinio de Angulo. 69. f.
Casus quid ſit. 121. m.
Casus in Conſtructione eſt. 127. f.
**Casus varii ſecundi Problematis primi
Elementorum.** 128. m.
**Casus varii tertii Problematis primi Ele-
mentorum.** 130. m.
**Casus varii quintæ Propositionis primi
Elementorum.** 141. f.
**Casus ſextę Propositionis primi Elemento-
rum.** 145. p.
**Casus tres Demonſtrationis Propoſitio-
nis 8. primi Elementorum ſecundū Phi-
lonem.** 152. m.
**Casus varii Propositionis 9. primi Ele-
mentorum.** 157. p.
**Casus Propositionis 11. primi Elemento-
rum.** 160. f.
Casus ab Inſtancia quō differat. 121. m.
& 155. f.
**Casus Propositionis 12. primi Elemento-
rum.** 165. f.
**Casus Propositionis 17. primi Elemento-
rum.** 179. p.
Casus Propoſ. 18. primi Elementorū. 182. p.
**Casus tres Propositionis 14. primi Ele-
mentorum.** 194. f.

**Casus Propositionis 30. primi Elemento-
rum.** 225. p.
**Casus Propositionis 32. primi Elemento-
rum.** 227. m.
**Casus Propositionis 35. primi Elemento-
rum.** 240. f.
**Casus Propositionis 36. primi Elemento-
rum.** 241. f.
**Casus Propositionis 38. primi Elemento-
rum.** 250. p.
**Casus Propositionis 41. primi Elemento-
rum.** 253. f.
**Casus Propositionis 41. primi Elemento-
rum.** 262. f.
**Cauſa prima, per quam Figura circularis
apparuit.** 88. f.
**Cauſa, propter quam Philolaus quatuor
Diis triangularem Angulum, & tribus
quadrangularem attribuerit.** 99. m.
**Cauſa cur Perpendiculari Figurarum
metiamur altitudines.** 100. m.
**Cauſa, propter quam Euclides non fecit
conuerſionem ſecundæ partis quintæ
Propositionis primi Elementorum.** 141. f. & 147. f.
**Cauſa, propter quam Euclides rectilineū
Angulum ſolum, & Circunferentiam
bifariam tantum ſecuit.** 155. f.
**Cauſa, propter quam conuerſa Theore-
mata per Deductionem ad impoſſibile
vix plurimum oſtenduntur.** 184. m.
**Cauſa vera Symptomatis Propositionis
17. primi Elementorum.** 178. m.
**Cauſa Symptomatis octauędecimę Pro-
positionis primi Elementorum.** 181. f.
**Cauſa cur tres tantum ſint Caſus 35. Pro-
positionis primi Elementorum.** 241. p.
**Cauſa cur conuerſæ. 35. & 36. Propoſi-
tionis tū ab Euclide, tum à Proclo præ-
termiſſæ ſint.** 250. m.
**Cauſa paſſionis tſi 47. Propositionis pri-
mi, tum 32. ſexti Elementorum, eſt An-
guli rectitudo.** 269. p.
Cauſæ quinque Figuram perficientes. 82.
f. & 83. p.
Centra Sphærarum quid faciant. 52. m.
**Centri Mathematici ad Centrum intelli-
gibile pulchra comparatio.** 88. m.
Centrum Circuli quid ſit. 84. p. & 87. p.
Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.
Centrum tres tantum habet locos. 91. f.
**Certitudo Mathematica ab Anima ipſa
emanat.** 97. m.
**Certitudo eadem nō eſt ab omnibus Ma-
thematicis requirenda, neque eiſdem**

I N D E X.

- Demōstrationibus Sciētīę omnes vrun-
 tur ex Arist. sententia. 10. p.
 Circularis Numeri contemplatio. 26. p.
 Circuli duplex consideratio. 82. m.
 Circuli pulchra in Numeris contempla-
 tio. 85. p.
 Circulorum quilibet Linea rātū est 53.
 f. cuius oppositum habetur. 78. m.
 Circulus quid sit. 84. p.
 Circulus est omnium Figurarum præstā-
 tissima. 84. p.
 Circulus perfectionem quomodo rebus
 omnibus præbeat. 84. f.
 Circulus verus, & vera circularis Natura
 quid sit. 88. p.
 Circulus est prima omnīū Figurarū. 89. p.
 Circulus, monadicus esse dicitur. 91. p.
 & 92. p.
 Circulus quomodo fiat Ellipsis. 98. p.
 Circunferentia quid sit. 84. p.
 Circunferentia omnis per Lineas mistas in
 tres partes æquales secatur. 155. f.
 Circunferentiam cur Euclides bifariam
 tantū secuit. 155. f.
 Cissoides Angulus quid sit. 72. f.
 Cissoïdum Linearum denominatio. 72. f.
 Cœlogonium Triangulum quid. 94. f.
 Cogitatio est instrumētum iudicans Ma-
 thematicas. 6. m.
 Cogitatio media est inter intelligentiam,
 & opinionem. 5. f.
 Cogitationis intelligentiæ iuxta suum
 finem Mathematicas scientias consti-
 tuerunt. 21. f.
 Cogitatio quomodo Mathematicas pro-
 ducat, omnesq; scientias. 26. f. & 27. p.
 Cognitio Mathematica obscurior est pri-
 ma sciētia, euidētior autē opinione. 6. f.
 Cognitionum proportio secundum Pla-
 tonem. 6. p.
 Commendatio Mathematicarum ex 7. de
 Rep. 12. f.
 Commendatio Mathematicarum ex Plo-
 tino. 12. f.
 Communia eorum, quę sunt, Mathe-
 maticęq; essentię principia Finis, & In-
 finitum. 2. m. & 7. m.
 Communia Mathematica Theoremata,
 considerationes, & principia ante mul-
 ta subsistunt. 4. f.
 Communia Arithmeticę, & Geometrię
 Theoremata, & utriusque propria quę
 sint. 35. p.
 Cōmunitas Propositionū 33. & 36. pri-
 mi Elementorum. 34. f.
- Cōitas Linearū, & Superficierū. 68. m.
 Cōmunitas secunda Linearum, & Su-
 perficierum. 68. f.
 Cōmunitates duodecimę, & 31. Propo-
 sitionum primi Elementorum. 226. m.
 Communium Arithmeticę, & Geometrię
 Theorematum distinctio. 35. m.
 Cōparatio Definitionis Figurę secūdū Po-
 sidonī ad Definitionē Euclidis. 82. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi, & in eis-
 dem Parallelis. 255. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi non in eis-
 dem Parallelis, sed cum quadam aliā
 conditione. 255. f.
 Cōplementorū non ē vnde sit oriū. 263. f.
 Compositio in Mathematicis quid. 145. f.
 Conclusio trimembris in quęstione quo-
 modo Anima constituat Mathematicas
 formas. 9. p.
 Conclusio Geometrica duplex est. 118. m.
 Conclusiones primi Problematis Eucli-
 dis. 110. p.
 Conclusionis officium. 116. f.
 Conditiones, quę requiruntur ad opti-
 mam Elemētarem institutionem. 43. p.
 Cōditiones sex definitionis Circuli. 89. m.
 Conditiones Parallelarum rectarum Li-
 nearum. 100. m.
 Conditiones quartę Propositionis primi
 Elementorum. 13. p.
 Conditiones quinę 7. Propositionis pri-
 mi Elementorum. 148. f. & 149. p.
 Conditiones tres Propositionis 14. primi
 Elementorum. 159. m.
 Confirmatio tertii membri trimembris
 conclusionis de ortu formarum Ma-
 thematicarum ab Anima. 9. m.
 Confirmatio dicti Pythagoreorum, &
 Philolai de Triangulo. 95. f.
 Cōfutatō opinionis Carpi, & Apollonii,
 & Plutarchi de Angulo. 70. p.
 Confutatio opinionis Eudemii de Angu-
 lo. 70. p.
 Confutatio opinionis Euclidis de Angu-
 lo. 70. m.
 Confutatio Definitionis Anguli, quam
 erudit Euclides. 73. m.
 Confutatio opinionis Democriti de An-
 gulo. 79. f.
 Confutatio opinionis Antiquorum de
 Figura. 80. p.
 Confutatio opinionis Stoicorum de Fi-
 gura. 80. p.

I N D E X.

- Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis infecabilibus . 159. f.
 Confutatio primi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . 9. p.
 Confutatio secundi membri trimēbris cōclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9. m.
 Coniortus. 68. p.
 Conicæ sectiones, quæ, & quot. 64. m.
 Conicæ tres Linæ, quatuor producunt mista Corpora 68. f.
 Coniunctio Mathematicarū non est Proportio, ut censuit Eratosthenes. 25. m.
 Coniunctio prima Mathematicarū. 25. f.
 Cōiunctio secunda Mathematicarū. 25. f.
 Cōiunctio tertia Mathematicarum. 26. p.
 Conoides Superficies quæ dicantur. 68. f.
 Conoides rectangulum quid. 68. f.
 Conoides obtusangulum quid. 68. f.
 Consideratio pulchra in Triangulis, & in iis, quæ sunt. 212. f.
 Cōsideratio pulcherrima de vli 235. p.
 Constructio quando deficiat. 117. p.
 Constructio primi Problematis Euclidis. 119. m.
 Constructionis officium. 115. f.
 Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere, Vesta, & Rhea. p. 99. p.
 Cōtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium. 112. p.
 Continuatio libri secundi Autoris cum primo. 28. p.
 Continuatio libri tertii Autoris cum secundo. 102. p.
 Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. 213. p.
 Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt. 168. f.
 Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile ut plurimū debent ostēdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem. 169. p, & 184. m.
 Conuersa quintędecimę Propositionis primi Elementorum. 172. f.
 Conuersa quadragesimę primę Propositionis primi Elementorum. 254. m.
 Conuersę trigessimę secundę Propositionis primi Elementorum. 228. f.
 Conuersio apud Geometras quid. 143. f.
 Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria. 144. m.
 Conuersio triplex est. 251. f.
 Conuerfiones falsæ quæ sint. 144. f.
 Conuerfionis modus, quæ conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. 270. f.
 Cōuersum octauī Pronunciati primi Elementorum nō est verum nisi in similibus specie specialissima. 117. f.
 Conuersum primæ, & secundę passionis 34. Propositionis primi Elementorum. 236. m.
 Conuersum quoddam aliud quadragesimę primę Propositionis iuxta alium Conuerfionis modum. 254. f.
 Cornicularis Acuto semper inæqualis est. 132. m.
 Corollarium quid sit. 122. m.
 Corollarium quintędecimę Propositionis primi Elementorum. 173. p.
 Corollarium duplex est. 122. m, & 173. p.
 Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens. 176. f.
 Corollarium aliud ex 16. Propositione primi Elementorum. 177. p.
 Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorū. 179. f.
 Corollarium ex Scholio Francisci Barocii. 106. f.
 Corona apud Geometras quid. 91. m.
 Cur Plato in Timæo Animam ex Mathematicis formis constituat. 9. f.
 Cur Plato multas experientias, & Artes, quæ verę scientiæ non sunt, scientias appellauerit. 17. f.
 Cur proceres Fastidiosos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auertat in Theæteto. 16. p.
 Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum versari. 21. f.
 Cur tertia Geometrię species non sit, q̄ de Punctis, & Lineis tantum agat. 23. p.
 Cur Plato adamantinam Polorum substantiam dicat. 52. m.
 Cur Pythagorei Polum sigillum Rheg vocabant. 52. f.
 Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
 Cur Plato naturales Rationes per Plana manifestari iubebat. 53. f.
 Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. 54. f.
 Cur Pythagorei Lineam dyadicam appellabant. 57. f.
 Cur Euclides duas tantum Lineę species tradiderit. 63. p.
 Cur Pythagorei Ternario Superficiem

I N D E X.

- asfimilauerint. 66. p.
 Cur Euclides Planam tantum definiuerit
 Superficiem. 69. p.
 Cur Euclides Semicirculum in primo li-
 bro definiat, & non in tertio, ubi pro-
 prius est locus. 91. p., & 92. p.
 Cur Euclides duplicem Triangulorum di-
 uisionem tradat. 94. f.
 Cur Euclides prætermiserit conuersam
 15. Propositionis primi Elemento-
 rum. 172. p.
 Cur Euclides Propositionem 19. primi
 Elementorum per Demonstrationē di-
 rectam non demonstrauit. 184. m.
 Cur Euclides tres Angulorum in Paralle-
 lis sumptiones prætermiserit. 217. m.
 Cur non sit conuertenda 30. Propositio
 primi Elementorum. 225. f.
 Cur familiarissimum Arist. exemplum sit
 hoc. Omne Triangulum habet tres
 Angulos æquales duobus rectis. 231. f.
 Cur Theorema in Basibus æqualibus de
 Parallelogrammo simul, & Triangulo
 Euclides prætermiserit. 254. p.
 Cur tres soli sint 41. Propositionis primi
 Elementorum Casus. 263. m.
 Cur in Definitionibus Complementa Eu-
 clides non definiuerit. 263. f.
 Cur Euclides duorum tantum Rectilineo-
 rum ortum tradat. 266. f.
 Cur Euclides Triangulum æquilaterum
 per Constitutionem producat, Qua-
 drangulū autē per Descriptionē. 267. p.
 Cur vniuersē 47. Propositio primi Ele-
 mentorum ostendenda non sit. 269. m.
- D. Litera.**
- D**ata tria sunt in Propositione 44. pri-
 mi Elementorum. 264. f.
 Datis oē quatuor modis dari pōt. 117. f.
 Datum primi Theorematis primi Elemē-
 torum. 133. f.
 De Peritione, & Pronuntiato caput vni-
 cum. 102. p.
 Deductio ad impossibile quid apud Geo-
 metras. 145. p.
 Defectus tres consequenter equali Spatio
 distantes esse non possunt. 151. f.
 Defensio Gemini. 139. p.
 Definitio Problematis, & Theorematis
 secundum Posidonium. 47. p.
 Definitio rectę Lineę secundū Platonē 63. p.
 Definitio rectę Lineę secundum Archi-
 medem. 63. m.
- Definitio Centri Circuli. 87. p.
 Definitio Poli Circuli. 87. m.
 Definitio Cētri ab Oraculis tradita. 88. m.
 Definitio perfecta Anguli Plani. 71. f.
 Definitio perfecta Anguli Solidi. 71. f.
 Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius
 Anguli. 71. f.
 Definitio Parallelarum Linearum secun-
 dum Posidonium. 100. m.
 Definitio eorum, quę consequenter, vel
 deinceps esse dicuntur. 169. f.
 Definitio Corollarii. 121. m., & 174. p.
 Definitioes varię ipsius rectę Lineę. 63. m.
 Definitiones varię Superficiel. 65. f.
 Definitiones varię Plani. 67. m.
 Definitionis Mathematicę Circuli consi-
 deratio. 86. m.
 Democriti opinio de Figura. 79. f.
 Demonstratio Mathematica quod Circu-
 lus bifariam a Dimetiente secatur. 89. f.
 Demonstratio quartę Petitionis Eucli-
 dis. 108. m.
 Demonstratio Geometrica duplex. 118. p.
 Demonstratio primi Problematis Eucli-
 dis. 119. f.
 Demonstratio contra Zenonem. 123. m.
 Demō alia, quā dānat Zeno. 124. p.
 Demonstratio praua Quorundā secundi
 Problematis primi Elementorū. 129. f.
 Demonstratio vltimi Pronuntiatī primi
 Elementorum. 133. f.
 Demonstratio quartę Propositionis primi
 Elementorum. 137. p.
 Demonstratio quinę Propositionis a
 Pappo tradita. 141. f.
 Demonstratio conuersionis secundę par-
 tis 5. Propositionis primi Elementorū,
 quę ab Euclide prætermissa est. 146. f.
 Demonstratio octauę Propositionis pri-
 mi Elementorum secundum Philo-
 nem. 152. p.
 Demonstratio Apolloniū Pergē in Pro-
 positionem 10. primi Elementorum
 Euclidis. 160. p.
 Demonstratio Propositionis 10. primi
 Elementorum ab Euclide tradita me-
 lior est ea, quam tradidit Apollo-
 nius. 160. m.
 Demonstratio Apolloniū in 11. Proposi-
 tionem primi Elementorum. 161. f.
 Demonstratio Euclidis in Propositionem
 11. primi Elementorum melior est De-
 monstratione Apolloniū. 161. f.
 Demonstratio vndecimę Propositionis pri-
 mi Elementorū, quę sit per Semicirculos

non approbatur.	162. p.	Demonstrationes quorundā Pronuntia-	
Demonstratio Porphyrii, quæ confirmat		torū à Pappo additorū. 113. f. & 114. p.	
quandā particulam quartedecimę Pro-		Demonstrationes vigesimę Propositionis	
positionis primi Elementorū. 170. m.		primi Elementorū à Porphyrio, &	
Demonstratio conuersę 15. Propositionis		Herone tradita. 185. p. & 186. m.	
primi Elementorum.	171. f.	Demonstrationes quinq; Petitionis lectū-	
Demōstratio alia ejusdē indirecta. 172. m.		dum Prolemæum.	220. m.
Demōstratio octauędecimę Propositionis primi		Demonstrationes conuersarū trigessimę-	
Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.		secundę Propositionis primi Elemen-	
Demonstratio directa Propositionis 19.		torum.	229. p.
primi Elementorum.	184. p.	Demonstrationes duorum utilissimorum	
Demōstratio Propositionis 23. primi Ele-		Theorematurum.	257. m.
mentorū ab Autore tradita, quæ est exqu-		Demonstrationis officium.	116. f.
sitor Demonstratione Euclidis. 192. p.		Demonstrationis Geometricę perfe-	
Demonstratio Apollonii in 25. Proposi-		ctio.	118. p.
tionem primi Elementorum, quæ dan-		Destructio Argumenti Platoniorū con-	
natur ab Autore.	193. p.	tra Mathematicarum utilitatem. 28. m.	
Demonstratio cuiusdam pulchrę Sum-		Destructio Argumentorum, quæ n̄ flecti	
pitionis.	203. p.	possent in Autorem circa opinionem	
Demonstratio vigesimęquintę Proposi-		suam de Angulo.	71. m.
tionis primi Elementorum secundum		Destructiones fundamentorum opinionis	
Menelaum Alexandrinum.	207. f.	aliorum de Angulo.	72. p.
Demonstratio vigesimęquintę Proposi-		Determinatio quando deficiat.	117. m.
tionis primi Elementorum secundum		Determinatio Dati est.	117. m.
Heronē Mechanicum.	208. m.	Determinatio primi Problematis Eucli-	
Demonstratio vigesimęoctauę Propo-		dis.	119. m.
sitionis primi Elementorum secundum		Determinationis officium.	116. f.
Prolemæum.	218. p.	Deus vnum esse dicitur.	66. m.
Demonstratio tertię partis 29. Proposi-		Deus Triadicus quid.	88. f.
tionis primi Elementorū secundū Prole-		Diagonius quid sit.	89. m.
mæum.	220. p.	Dialectica est purissima Philosophię	
Demonstratio, quam habet Arist. primo		pars.	25. p.
de Celo tex. trigesimoquinto. 223. m.		Dialecticā, quæ Metaphysica est cur Pla-	
Demonstratio Sumptionis, per quam de-		to Mathematicarum fastigium in 7. de	
monstratur quinta Petitio primi Ele-		Repi appellauerit.	14. f. & 25. f.
mentorum.	223. f.	Differentia secunda Linearum, & Super-	
Demonstratio pulchra 31. Petitionis primi		fictorum.	69. p.
Elementorū ab Autore tradita. 224. p.		Differentia inter Dimetientem, Diago-	
Demonstratio trigessimęsecundę Propo-		nium, & Axem.	89. m.
sitionis primi Elementorum secundum		Differentia quædam Cōuersionū.	219. p.
Pythagoreos.	228. m.	Differentia, quæ in Parallelogrammorum	
Demonstratio Autoris quod longitudi-		diuisionibus apparet.	234. p.
nis accretione opus sit ad Spatiorum		Differentia Propositionum 35, & 36. pri-	
æqualitatem seruandam.	239. f.	mi Elementorum.	241. f.
Demōstratio trigessimęnonę Propositionis		Differentiæ tres Problematis, & Theore-	
primi Elementorum in reliquo absur-		matism secundum Carpum.	248. p.
dę Suppositionis Casu.	251. p.	Differentię duodecimę, & trigessimę primę	
Demonstratio duorum Theorematurum ex		Propositionū primi Elementorū.	226. f.
his quatuor, quæ Elementorum institu-		Difficile est Elementa construere.	42. f.
tor omisit.	252. f.	Digressio contra Arist. quod Anima non	
Demōstratio quadragesimę primę Propo-		sit tanquam tabula rasa.	9. m.
sitionis primi Elementorū in Basibus		Digressio de omni Mathematicarum Sci-	
ejiæ æqualibus.	254. p.	entiarum ab Anima.	21. p.
Demonstratio Propositionis 45. primi		Digressio contra Stoicos, & Aristotele de	
Elementorum.	265. f.	Terminorū corporis subsistētia. 52. p.	

I N D E X.

Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine.	61. p.	Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis.	230. p.
Digressio de Terminis, et Terminat. 66m		Digressio de Vniuersali.	235. p.
Digressio de Anguli Quod quid esse. 69. f.		Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atq. Trapezis.	237. f.
Digressio de cõtemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circumferentiæ in Exemplaribus.	87. m.	Digressio Francisci Barocli de Triangulorum ad principia totius Mathematicæ essentia relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione.	205. m.
Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristi. in corporis Terminis, & corpore.	54. f.	Dii Polorum Sphæræ quid faciant.	51. f.
Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus.	58. f.	Dii Axium Sphæræ quid faciant.	53. p.
Digressio de Anguli consideratione in intellectibus.	73. f.	Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum.	232. p.
Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli.	75. m.	Diligentia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum.	250. f.
Digressio de Figuræ cõsideratione.	78. m.	Dimetiens Circuli quid.	89. p.
Digressio de causis Figuram perficientibus.	82. f.	Dimetiens in Circulo tantum propriè dicitur, & Diagonus in Figuris, quæ habent Angulos.	89. m.
Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt.	91. f.	Dioptrica quid consideret.	24. f.
Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensibilibus consideratione.	92. f.	Distãtia nauigiorum in mari ostendit per 26. Propositionem primi Elementorum.	222. m.
Digressio de Triangulorum in iis, quæ sunt consideratione.	93. p.	Distributio opinionum de Angulo.	71. f.
Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt.	96. m.	Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet.	4. p.
Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt.	98. f.	Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima. & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia.	5. m.
Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus.	107. m.	Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur.	3. f.
Digressio de consideratione Trianguli æquilateri.	121. f.	Diuisio Scientiarum, & Artium secundum Platonem.	17. f.
Digressio cõtra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis.	138. p.	Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ.	20. f.
Digressio de Infiniti in Mathematicis substantia.	153. p.	Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini.	22. p.
Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt.	166. m.	Diuisio ipsius Vniuersalis.	23. f.
Digressio passionis Propositionis teritiæ decimæ in iis, quæ sunt.	168. p.	Diuisio Lineæ secundum Geminũ 63. f. 110. f.	
Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum.	180. m.	Diuisio Cognitionum secundum Platonem.	1. f. & 3. f.
Digressio de cõparatione Arcuum Triangulorum vigesimæquaræ Propositionis primi Elementorum.	195. f.	Diuisio eorum, quæ sub cognitione cadunt iuxta Platonis sententiam.	2. p.
Digressio contra Ptolemaum de quintæ Petitionis demonstrationibus.	219. f.	Diuisio primi libri Elementorum.	49. f.
		Diuisio Lineæ secundum Platonem, & Aristotelem.	60. p.
		Diuisio Angulorum.	72. m.
		Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur.	91. p.
		Diuisio Planarum Figurarum.	91. p.

Diui-

- Divisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Euclidem. 96. f.
 Divisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Posidonium. 97. p.
 Divisio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiati cōmunitate, & differentia. 105. f.
 Divisio Autorum, qui contra Geometriā instarunt, & opinionum eorū. 114. m.
 Divisio vniuersalis Problematum. 125. f.
 Divisio Theorematum. 139. m.
 Divisio Mathematicarum probationū ex mente Autoris, & Porphyrii. 145. f.
 Divisio triplex Corollariorum. 174. m.
 Divisio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inulcem. 209. p.
 Divisio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215. m.
 Divisio Theorematum Localium. 238. p.
 Divisio Casuum 36. Propositionis primi Elementorum. 241. f. & 244. f.
 Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione. 108. f.
 Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur consecrauerit. 99. m.
 Dux rectæ Lineæ nullum Spatium comprehendere possunt: & hæc est causa quod non Parallelæ in infinitum ex altera parte producant, necnō aliarū rerū est causa. 91. m, 93. m, 100. p, & 111. m.
 Duæ Circumferentiæ duo Signa coniungere possunt, sed duæ rectæ Lineæ nequaquam. 136. f.
 Dubitatio bimembris de Geometrica materia. 28. f.
 Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51. p.
 Dubitatio an Circumferentia indigeat recta Linea ad constitutionem. 61. ff.
 Dubitatio quomodo omnis Superficie Extrema sint Lineæ, cum neque infinitæ, neque omnis finitæ Extrema sint. 66. f.
 Dubitatio nunquid Signum solum impartibile sit. 54. p.
 Dubitatio quomodo impartibilia in Phātasia inspiciantur, quæ cuncta partibilibus recipit. 55. p.
 Dubitatio quomodo Lineæ extremitates Signa dicta sint, cum neque infinita Linea, neque omnis finita extremitates habeant. 59. f.
 Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Arist. diuisionem Linearum. 60. f.
 Dubitatio de infinitis Dimetientibus, quæ & Ioā. Grammaticus vsus fuit. In lib. contra Proclum. 90. p.
 Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82. m.
 Dubitatio de Quadranguli nomine. 98. p.
 Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106. f.
 Dubitatio de data recta Linea in secunda Propositione primi Elementorū. 127. f.
 Dubitatio familiarū Philonis de 8. Propositione primi Elementorum. 153. m.
 Dubitatio cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non posuit, quorū in 4. 154. p.
 Dubitatio Quorundam, vtrum Linea cōster ex impartibilibus. 159. p.
 Dubitatio cur Euclides secundam partem quintæ Propositionis primi Elementorum demonstrauit cum ea nusquam utat. 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.
 Dubitatio cur Euclides adiecit in 13. Propositione primi Elementorum particulas [duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167. f.
 Dubio cur Euclides nō adiecit in Propositione 24. primi Elementorū inæqualitatem Arearū, vt in 4 equalitatē. 195. m.
 Dubitatio de partitione Propositionum cum 27. tū 28. primi Elementorū. 217. p.
 Dubitatio aduersus Propositionem 30. primi Elementorum. 225. f.
 Dubitatio rudium in 35. Propositionem primi Elementorum. 239. p.
 Dubitatio cur Euclides cum Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis utebatur: cum autem Triangula Parallelogrammis, Problematis. 265. p.
 Duo rerum omnium principia secundum Platonem. 2. f.
 Duodenarius est Iouis imperium. 99. m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere.

43. p.
 Elementare quid. 42. p.
 Elementaris institutio vnde dicta sit, & cur qui eam tradidit (Stichiora) hoc est Elementorum institutor vocetur. 41. f, 42. & 43.
 Elementorum rationes Triangulares ait esse Timæus. 95. m.
 Elementum quid. 42. p.
 Elementum duplex ex Menæchmi sententia. 42. m.

I N D E X.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet.	141. m.	Expositio verborum Platonis in 7. de Repu- vbi Scientiæ nomen ab ipsa Mathema- tica abstulit.	17. f.
Epicureorum impugnatio vigesimæ Pro- positionis primi Elementorum.	184. f.	Expositio quâdo deficiat.	116. f. & 117. m.
Epicurus, omnesq; alii Philosophi multa supponunt, quæ fieri nō possunt.	114. f.	Expositio Dati est.	117. m.
Epigramma Persei.	64. m.	Expositio quadrupliciter fit.	118. f.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli li- bro dicta sunt.	28. p.	Expositio primi Problematis Eucli- dis.	119. m.
Epilogus primæ partis primi Elemento- rum.	112. m.	Expositionis officium.	116. m.
Epilogus totius primi lib. Elemēto.	272. p.	Ex quibus Animam constituat opifex se- cundum Timæum.	11. p.
Epinomides Dialogus, qui Platoni ascri- bitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia.	24. f.	Extrema Lineæ quæ sint.	58. m.
Eratosthenis carmen.	64. m.	Extrema Superficie quæ sint.	66. m.
Error Theodori Mathematici.	68. p.	Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ.	11. f.
Error Apollonii ex Arist. Gemini, & Auctoris sententia.	105. p. & 112. p.	F. Litera.	
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Au- toris sententia.	105. m.	F igura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone.	67. f.
Euclides finem suæ Elementaris institutio- nis statuit quinque Platonicarum Figu- rarum constitutionem.	39. f.	Figura quid sit.	78. m.
Euclides quædam cur prætermittat.	43. f.	Figura multipliciter dicitur.	78. m.
Euclides non ab re in vno quoq; suorum librorum exponit principia.	44. m.	Figura in Deis qualis sit.	80. f.
Euclides ipsemet suas Propositiones de- monstravit ex Auctoris sententia.	120. p. 128. m. & 152. p.	Figura qualis sit in Naturis.	80. f.
Euclidis opera.	39. f. & 40.	Figura qualis sit in Animis.	80. f.
Euclidis Elementaris institutio omnes ha- bet condiciones, quæ ad optimam Ele- mentorum institutionem requiruntur. ideo omnes aliorum institutiones ex- cellit.	43. m.	Figura quæ à Geometra consideret.	81. m.
Euclidis Elemētaris institutio partim ha- bet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem al- ternatim vtitur, quandoq; verò alteris abundat.	47. m.	Figura Finem, & Infinitū in propriis for- mis quomodo ostendat.	81. p.
Euclidis opinio de Plano.	67. p.	Figura ab Euclide definita qualis sit.	82. p.
Euclidis opinio de Angulo.	69. f.	Figura à Posidonio definita qualis sit.	82. p.
Eudemii opinio de Angulo.	69. f.	Figura quomodo Diis attribuat.	83. f.
Exemplum pulcherrimum actionis Ani- mæ.	81. p.	Figura Lunularis quid.	91. m.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati.	126. p.	Figura, quæ Corona dicitur quid.	91. m. & 93. p.
Exemplum pulcherrimū quomodo phā- casia Infinitum cognoscat.	163. m.	Figura vtrinque conuexa quid.	91. m.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Lo- calis in Lineis Solidis.	238. p.	Figura rectilinea quid.	92. p.
Exemplum Demonstrationis Propositio- nis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum.	266. p.	Figura trilatera quid.	92. p.
		Figura quadrilatera quid.	92. p.
		Figura multilatera quid.	92. p.
		Figura dupliciter mista dicitur.	93. f.
		Figura ex circumferentiis constructa, quæ habet internos Angulos duobus rectis æquales.	129. f.
		Figure, Modulationes, & Motus, quibus Atheniēsis hospes eos institui vult, qui virtutem ab ineunte ætate sunt conse- cuturi.	14. p.
		Figure sex species.	78. f. & 79. f.
		Figure bifformes quæ sint.	90. p.
		Figurarum omnium consideratio.	79. f.
		Finis Mathematicarum quid.	26. p.
		Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio	220. p.
		Formarum immaterialium ordo.	51. p.
		Fundamenta Auctoris aduersus Ptolemæ- um.	221. m.

I N D E X.

Fusus Platonis quid .

33. f.

G. Litera.

Gelonis Syracusii Regis dictum . 37. m.

Gelonis corona . 37. m.

Gemini laus . 143. p.

Geminus tradit ortus Spiricarum , & Choidũ , & Hederę similiũ Linearũ . 63. p.

Geodęfię tot sunt partes , quot Geometrix . 23. p.

Geodęfię subiecta , & cõsiderationes . 23. m.

Geometreę processus à compositioribus ad simpliciora . 49. f.

Geometreę nõ possunt reddere causam triplicis rectilinei Anguli diuisionis . 75. m.

Geometria præcedit Astronomiam , quia motu status prior est . 21. f.

Geometria totius Mathematicę pars est . 28. p.

Geometria vniuersale illud considerat , quod in imaginabilibus distributum est . 31. f.

Geometria cuiusmodi Scientia sit . 31. m.

Geometria quę consideret . 33. m.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi . 34. m.

Geometria certior est quàm Sphęrica , siue Astronomia , & quàm Mechanica , & quàm Perspectiua , & Specularia . 34. f.

Geometria promit a se se Geodęfiam , Mechanicam , & Perspectiuam , aliasq̃ Sciencias . 37. p.

Geometria ortũ habuit ab agrorũ emensio ne apud Aegyptios primum . 37. f.

Geometria , quę ab initio fuit qd̃ sit . 78. p.

Geometria quęrit quatuor ea , quę quęri solent . 115. f.

Geometria quęrit ipsum Quid est dupliciter . 115. f.

Geometria quõ quęrat ipsum Si est . 116. p.

Geometria quõmodo quęrat ipsum Quale quid est . 116. p.

Geometria quõmodo , & quando quęrat ipsum Propter quid est . 116. m.

Geometrie dux sunt species , Planorum consideratio , & Stereometria . 22. f.

Geometrie principale officium . 22. p.

Geometrie subiecta sub cogitationem cadunt ex mente Platonis . 37. m.

Geometrie subiecta , accidentia , & principia quę sint . 34. p.

Geometrie , & Arithmetices principia differunt inuicem , & communicant . 35. p.

Geometrie laudes . 37. m.

Geometrie ortus , & inuentores . 37. f., 38. , & 39.

Geometrie propositum . 41. p.

Geometrie primum propositum . 41. p.

Geometrie secundum propositum . 41. m.

Geometrie totum propositum . 41. f.

Geometrie de qbus sit sermo . 115. f. 127. f.

Geometrica materia qd̃ . 28. p. 31. f. & 32. p.

Geometrie formę in cogitatione positę sunt , nõq̃ à sensibus separant , & à sensu ad mentem excitant . 29. m.

Geometricorum sermonum ordo . 44. p., 45. 45. , & 47.

Gnomonica quid consideret . 24. m.

H. Litera.

Hallucinatio quorundã ex Arist. sententia , qui non Vniuersale tanquã Vniuersale ostendebat . 137. p.

Hallucinatio Chorographorum . 248. p.

Helicis Planę generatio . 103. m.

Helicium , Cylindrica sola est similiũ partium , non tamen simplex . 60. f.

Helix in Sphęra quid . 60. f. & 64. p.

Helix in Cono quid . 60. f. & 64. p.

Helix Cylindrica quid . 61. p.

Heron tria sola Pronũtiata posuit . 113. m.

Hieronis Syracusii Regis dictum . 37. p.

Hieronis nauis . 37. p.

Hippocrates Chius fuit primus inuentor Inductionis Mathematicę . 121. f.

Homericę Mineruę . 17. m.

I. Litera.

Identitatem in quibus ostendat Euclides . 224. f.

In quibus respectibus consequentia identitatis verificetur . 225. p.

In Rebus immaterialibus simpliciora cõpositioribus præcellunt . 50. p.

In Rebus materialibus compositiora præcellunt simplicioribus . 50. m.

Indemonstrabilia à demonstrabilibus natura differunt , & eorũ Sciencie diuersę sunt ex mente Arist. 112. p.

Inductio Mathematica quid sit . 121. f.

Inductionis Mathematicę cũ Inductione logica similitudo . 122. f.

Infinium in phantasia subsistit . 163. m.

Inscriptio Elementorum Euclidis . 42. p.

Instantia Mathematica quid sit . 121. f.

Instantia quorundã aduersus quintã Petitionem primi Elementorum . 222. p.

n a Instan-

I N D E X.

Instantia ultimi Theorematis primi Elementorum, 271. p.
Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum. 143. m, 150. m.
Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum, 164. p.
Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum, 190. p.
Intellectus materia, qua Signi materiale dicitur, unitas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.
Inuentio Interualli Tyrannicæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
Iuuenes ad Casum, Sumptionumq varietatem libenter currunt, 115. p.

L. Litera,

Latera quomodo dicantur Angulos subindere. 136. p.
Lateralium æqualitas in Triangulis infert æqualitatem Angulorum ab eis subtenforum, & e contrario. 180. p.
Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 19. & 19. Propositionibus, tum in Acquiruribus, tum in Scalenis Triangulis, 180. p.
Linea quid sit. 56. p.
Linea longè primum, & Simplicissimum est Interuallum. 55. p.
Linea cum finita est, tum infinita. 59. m.
Linea tripliciter Geometra videtur, 59. m.
Linea recta cuius sit Nota, 62. m.
Linea Incomposita quid, 63. f.
Linea Composita quid, 63. f.
Linea refracta quid, 63. f.
Linea Figuram efficiens quid. 63. f.
Linea, quæ in infinitum Figuram non facit quid. 63. f.
Linea conchæ similis, vel Conchoidea quid. 63. f.
Linea indefinita quid. 64. p.
Linea Plana quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Solida quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Cissoidea quid, 64. p.
Linea Helix quid. 64. p.
Linea recta quid sit. 60. p.
Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur equalis. 115. f.
Linea recta non rectarum mensura est. 137. p.
Lineæ variæ definitiones. 56. f.
Lineæ notio iuxta Apollonium. 56. p.
Lineæ pulcherrimus sensus. 58. m.

Lineæ partium similium tres solæ sunt. 64. f, & 69. p.
Lineæ per confusionem mixtæ sunt. 67. f.
Loci, ex quibus habet quod Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem, 155. f, 240. m, & 269. p.
Locus, ex quo habetur quod Euclides suas Propositiones demonstrauit. 120. p.
Locus Geometricus quid sit, 138. p.
Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid sit. 139. m.
Locus, ubi quædam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendum cōmentariū. 156. p.
Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor, 272. f.
Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

Materia duplex ex sententia Arist. & Autoris, 10. p, & 51. p.
Materia intelligibilis quæ, 45. f.
Materia Problematis, & Theore. 46. m.
Mathematica essentia media est inter esse, etiam Naturalem, & Metaphysicā. 1. p.
Mathematica Scientia propter se est expetenda, 16. p.
Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animæq oculum ad Vniuersorum cognitionem præparat, 11. p, & 16. p.
Mathematica Scientia propter vitam contemplantem est expetenda. 16. m.
Mathematicæ essentia medietas. 1. p.
Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas. 6. m.
Mathematicæ per se soli aliquid bonum est, ideo non est speranda etiam ad humanos usus non prodest. 16. f.
Mathematicæ Scientiæ partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiua, Geodesia, Canonica, siue Musica, & Supputatrix, 11. p.
Mathematicæ disciplinæ præcipuè remissionem ostendunt ex mente Platonis. 26. f.
Mathematices nomen unde sit ortum. 16. f, & 27. p.
Mathematices nomina à Pythagoreis quomodo sit repertum, 26. m.

I N D E X.

- Mathematici clari,** 38. p.
Mathesis omnis, reminiscencia est ex Platonis sententia, & Pythagoreorū. 26. f.
Mathematices quatuor sunt partes, instrumentorum Effetrix, miraculorum Effetrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effetrix. 24. f.
Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 2. m.
Medietas Mathematicæ Scientiæ. 10. m.
Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. f.
Menæchmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64. m.
Mens vltima, & passibilis, & quæ recipit species quæ sit. 30. m, & 106. f.
Mercurialia, & Minerualia munera. 17. m, & 12. m.
Metheoroscopica quid consideret. 24. f.
Methodi tres Mathematicæ, quæ à Platone traduntur. 121. p.
Militaris ars Mathematicis excludit, nec non Medicinæ, & aliæ. 22. m.
Miraculorum Effetricis tres sunt partes, vha, quæ spiritibus: altera, quæ ponderibus: tertia, quæ nervis, Spærtisque vitur, 24. p.
Mista Linea quæ sit, 61. m.
Mistio in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sententia. 67. f.
Mistio dupliciter fit, 67. f, & 93. f.
Modulationes, & motus, & Figure virtuti conuenientes, quibus Atheniensis hospes eos institui vult, qui ab ineunte adolescentia virtutē cōsecuturi sūt. 14. p.
Motus vtr Suppositio principij est. 44. m.
Motus ab inæqualitate emanat, Ques autē ab æqualitate. 24. p, & 98. f.
Munus Problematis duplex secundum Menæchmum. 45. f.
Munus Problematis quid. 115. m.
Munus Theorematis quid. 115. m.
Musarum sermo in 8. de Rep. 4. m. 13. f, & 85. f.
- N. Litera.**
- Naturæ ad Animam pulchra comparatio.** 80. f.
Negatiuæ orationes principiis conueniunt ex Platonis sententia. 54. f.
Neutrum Theorema quid. 42. m.
Nicomedes fuit inuentor proprietatis Conchoidum Linearum. 155. m.
Nomina hæc *παραβολή, ὑπερβολή, ἐλλείψις* quid significant apud antiquos, quidq; apud iuniores Mathematicos. 154. p.
Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sententia. 105. m, & 109. p.
Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest. 107. f.
Notanda quinque in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis. 76. p, & f.
Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensuræ fertilitatis, sterilitatisq; apparent secundum Platonem. 4. m.
Numeri in opinione subsistunt. 55. f.
Numerorum cognitio apud Phœnicas cœpit. 38. p.
Numerus Geometricus Platonis, quod nihil obscurius ex M. Tullii sententia. 13. f.
Numerus præcedit Continuū, & Binarium Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis. 38. p.
Numerus quadrāgulus Numeri quadrāguli duplus inueniri nō potest. 169. m.
- O. Litera.**
- Obiectio quorundam quod quinta Euclidis Petitio in Petitionibus connumeranda sit.** 110. m.
Obrusāguli Coni sectio quid. 63. f, & 106. f.
Onopides fuit primus inuentor Propositionis 23. primi Elementorum referente Eudemo. 191. f.
Omnia quæcūq; in Plana tractatione describimus, in vno, eodemq; Plano excogitamus. 69. m. 127. f, & 215. p.
Opinio Autoris de Centris, Polis, Axis, & Sphæris. 33. p.
Opinio triplex de Angulo. 69. f.
Opinio Autoris de Angulo. 70. f.
Opinio Autoris de Figura. 80. p.
Opinio alia Autoris. 80. m.
Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 138. f.
Opinio quorundam de Propositione 26. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 178. p.
Opinio Autoris quod aliquæ rectæ Lineæ à minoribus q̄ duo recti producæ cōcidunt, & aliquæ non cōcidunt. 223. p.
Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma-

I N D E X

thematicarum finis est. 18. m. & 26. p.
Optimus Geometrici studii finis, & doni
Mercurialis opus. 18. m. 26. p. & 32. m.
Opus Mathematices à nomine sit manifestum. 27. m.
Opus Mathematices simile est operi Dei. 27. m.
Oraculi dictum de Unitate. 27. m.
Orphei carmen. 28. f.

P. Litera.

Parallele lineæ quæ sunt. 99. f.
Parallelae Lineæ aliæ etiam sunt præter rectas. 100. m.
Parallelae Lineæ non dicuntur omnes, quæ non coincidunt, sed omnes, quæ non coincidendo in infinitum possunt protrahi. 100. m.
Parallelogramma quomodo æqualia esse dicantur. 140. m.
Parallelogramma quomodo in eisdem dicantur esse Parallelis. 141. f.
Parallelogrammi nomē unde sit ortū. 136. p.
Parallelogrammorum proprietates quid sit. 97. f. 233. m. 214. f. & 236. m.
Parallelogrammorum Isoperimetricorum Quadrangulum quidem maximum est, Rhomboides verò minimum. 140. p.
Parallelogrammum propriè quid sit. 216. f.
Parallelogrammum apud Euclidem quid sit. 217. m.
Parallelogrammorum Figura quid. 96. f.
Partes, quæ paribus præcipuis Problematum, & Theorematum annexæ sunt, quor, & quæ sint. 120. p.
Particularum [quod fecisse oportuit] & [quod demonstrasse oportuit] pulchra consideratio. 120. p.
Passio Propositionis 15. primi Elementorum unde scaturiat. 172. f.
Passiones tres, ex quibus decem sunt Localia Theoremata. 252. p.
Passiones tres, ex quibus sunt quinque Localia Theoremata, quorum unum tantum non ab re posuit Euclides, reliqua autem prætermisit, quæ addit Autor cum reticens causa. 254. m.
Perpendiculari Figurarum metimur altitudines. 76. m. & 100. m.
Perpendicularis terminat Spatiōrū altitudines, & Linearum distantias. 100. m.
Perpendicularis pulchra consideratio, & ad ea, quæ sunt comparatio. 76. m.
Perpendicularis duplex est. 162. p.

Perseus fuit inventor Linearum Spiricarum. 64. m.
Perspectiva quid consideret. 23. f.
Perspectivæ totius tres sunt partes, Perspectiva nomine generis, Specularia, & Sciographica. 23. f.
Petitio à Pronuntiatio ita differt ex mente Gemini, & Autoris, ut Problema à Theoremate. 102. p. & 104. p.
Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota sunt in Petitionibus cōnumeratæ ex cetera Gemini, & Autoris 104. f. & 108. p.
Petitio 5. primi Elementorum non est indemonstrabilis. 104. f. 108. p. & 119. p.
Petitiones Theorematū Elementa sūt. 41. f.
Petitiones tres, quæ veræ Petitiones sunt iuxta omnium sententiam. 106. p.
Petitionibus quidem in Constructione, Pronuntiatis verò in Demonstratione utimur. 119. f.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia ex sententia Gemini, & Autoris. 102. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta Archimedem, & sequacium opinionem. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta opinionem tum Stoicorum, tum Speculippi, & Amphinomi. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta aliorū sententiā. 104. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, & differentia iuxta opinionem Aristot. 44. m. & 104. m. & 111. f.
Phantasia media est inter sensum, & mentem ex sententia Arist. 30. f.
Phantasia ex impartibili ad partibile procedit. 55. p.
Phantasiæ duplex vis. 55. m. & 163. m.
Phantasia cur Aristoteles mentem partibilem vocaverit. 30. m.
Philippi Mathematici obrectatio in Propositione 16. primi Elementorum referente Herone. 175. m.
Ppilolaus Diis quatuor Triangularem Angulum cur consecrauerit. 95. f.
Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem Angulum cur consecrauerit, & quibus. 98. f.
Planum quomodo in Geometria intelligendum sit. 69. m.
Platonis opinio quomodo subsistat Mathematica essentia. 7. p.
Platonis opinio quomodo Anima consti-

I N D E X.

quar Mathematicas formas.	74.f.	mente Autoris.	105.f. & 111.m
Platonis sententia de Mathematicarū vrill		Pronuntiata quædam, quæ à Pappo ad-	
rate, & dignitate, & si sciens sunt.	118.p	data sunt.	111.f
Platonis opinio de Plano.	67.p.	Pronuntiatorum duplex proprietas ex	
Plutarchi opinio de Angulo.	69.f.	Autoris sententia. vbi noranda est con-	
Polus Circuli quid sit.	87.m.	tradictio cum superioribus, simulque	
Ponderum motionis quidē inæquilibrīū,		soluenda.	111.f
Status verò, æquilibrium est causa ex		Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppositio	
Timæi sententia.	14.p.	quomodo differant secundū Arist. 44. m	
Præmonitio Autoris ad lectores.	49.p.	Pronuntiatum vltimum primi libri Eu-	
Primæ, principalissimæq; rectilineæ Figu-		clidis non est collocandum inter Pro-	
ræ, Triangulū, & Parallelogramū.	48.m.	nuntiata ex sententia quorundam Ma-	
Primum Problema primi Elementorū		thematicorum, & Gemini, & Auto-	
ceteris Problematibus præstat.	117.p.	ris.	104.f. & 105.f
Principia Mathematicæ scientiæ tum vnū,		Pronuntiatum 7. & 10. resecatur ex men-	
& Multitudo; tum Finis, & Infini-		te Autoris.	111.m
tum.	111.m.	Pronuntiatum quoddā, quo vsus est Arist.	
Principium secundæ partis primi Elemen-		primo de cælo tex. 35.	111.m
torum.	114.f.	Proposio cuncta in Mundo colligauit	
Principium tertiæ partis primi Elemento-		ex mente Timæi.	113.p
rum.	117.f.	Propositio prima, Problema primū primi	
Problema à Theoremate quomodo diffe-		Euclidis Elementorum.	115.p
rat.	102.m. & 115.m.	Propositio primi Problematis Euclidis	
Problema omne in Theorema reduci po-		qualis sit.	119.p
test.	119.p.	Propositio secunda, Problema secundum	
Problema Ordinatū quid.	115.f.	primi Elementorum.	117.m
Problema medium quid.	116.p.	Propositio tertia, Problema tertium pri-	
Problema Inordinatum quid.	116.p.	mi Elementorum.	110.m
Problema multipliciter dicitur.	116.m	Propositio quarta, Theorema primum	
Problema Mathematicum quid.	116.m	primi Elementorum.	112.f
Problema Excedens quid sit.	116.m	Propositio 5. Theorema 1. primi Elemen-	
Problema Impossibile qd sit.	116.f. & 119.f	torum.	119.m
Problema Maius quid sit.	116.f	Propositio 6. Theorema 3. primi Elemen-	
Problema Deficiens, vel Minus quid		torum.	141.m
sit.	116.f	Propositio 7. Theorema 4. primi Elemen-	
Problema Determinatum, vel Indetermi-		torum.	148.p
natum quid.	116.f. & 119.f	Propositio 8. Theorema 5. primi Elemen-	
Problema perfectū cuiusmodi debuisse,		torum.	151.p
quod & propriè Problema dicitur.	117.p	Propositio vltima libri quarti Elemento-	
Problematibus omnibus, quæ in Plato		rum quomodo ad Astronomiam con-	
aliquid faciunt, vnum subici Planum		ducat.	153.f
existimandum est.	69.m. 117.f. & 119.p	Propositio 9. Problema 4. primi Elemen-	
Problematibus partes quæ, & quot sunt.		torum.	154.f
	116.m.	Propositio 10. Problema 5. primi Ele-	
Problematum alia simpliciter, alia multi-		mentorum.	158.f
pliciter, alia infinitis modis sunt.	115.f	Propositio 11. Problema 6. primi Ele-	
Problematum alia sunt sine Casu, alia		mentorum.	160.m
multos habent Casus.	117.m	Propositio 12. Problema 7. primi Ele-	
Productio in infinitum non omnibus inest		mentorum.	162.p
Līneis.	170.f	Propositio 13. Theorema 6. primi Ele-	
Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque		mentorum.	167.p
regressus.	111.m	Propositio 14. Theorema 7. primi Ele-	
Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda		mentorum.	168.f
sint ex mente Arist.	105.p	Propositio 15. Theorema 8. primi Ele-	
Pronuntiata communis sunt generis ex		mentorum.	171.p

I N D E X

Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum.	175. m	Propositio 41. Problema 11. primi Elementorum.	259. m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.	178. p	Propositio 43. Theorema 12. primi Elementorum.	262. m
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.	179. f	Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.	264. p
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.	182. f	Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.	265. f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.	184. f	Propositio 45. primi Elementorum in vniuersalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon vltima secundi Elementorum.	265. f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.	187. p	Propositio 45. Problema 14. primi Elementorum.	266. f
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.	189. p	Propositio 47. Theorema 13. primi Elementorum.	268. m
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.	191. f	Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit.	268. m
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.	193. m	Propositio 31. sexti Elementorum in vniuersalior est Propositione 47. primi Elementorum.	268. m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.	207. p	Propositio 48. Theorema 14. primi Elementorum.	270. f
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.	209. p	Propositiones tum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum vtriusque affirmationes sunt.	248. p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.	214. f	Propositionis officium quid.	216. m
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.	217. m	Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.	262. p
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.	219. p	Propositum Geometriæ duplex.	41. p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.	224. m	Propositum primi libri Elementorum.	48. p
Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum.	226. p	Propositum primæ partis primi libri Elementorum.	48. f
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.	227. p	Propositum secundæ partis eiusdem.	48. f
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.	231. f	Propositum tertiæ partis eiusdem.	48. f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.	233. m	Propositum secundæ partis primi Elementorum.	213. p
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.	237. m	Pulchra de rectæ Linæ passione in iis, quæ sunt contemplatio.	63. m
Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum.	239. p	Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.	15. m
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.	241. m	Pythagorei inuenerunt Propositionem 32. primi Elementorum referente Eudemo.	228. p
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.	247. f	Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis vtens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum regunt disciplinam.	13. p
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.	249. p	Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.	98. f
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.	250. p		
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.	252. p		
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.	253. m		

Q. Litera.

Qua de causa Timæus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit.

Qua

- Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
- Qua de causa duarū tārū rectilinearū Figurarū mentionē Euclides fecerit. 92.m
- Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilauerit. 238.m
- Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantū tradat. 238.f
- Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m
- Quadrangulū terrestris Elementi est proxima causa. 49.m. 98.f. & 267.p
- Quadrangulum quinq; Laterū quid. 95.p
- Quadrangulum quid sit. 95.f
- Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f
- Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f
- Quadrilaterarum Figurarū septem sunt species. 97.m
- Quadrupertita Elementorum exornatio quid sit. 95.f
- Quæ sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f
- Quæ sint communes Mathematicæ considerationes. 4.p
- Quæ sciētia cognoscat cōmunia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
- Quæ sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p
- Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
- Quæ dicēda sit scia secundū Platonē. 17.f
- Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 19.p
- Quæ Demonstrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philosopho exigendæ sint ex Aristoti & Platonis sententia. 19.f. & 120.m
- Quæ, & quot sint totius Mathematicæ sciētiæ species, vel partes secundum Pythagoreos. 20.f
- Quæ sit Geometriæ materia. 28.p
- Quæ sint Quæstia Geometrica, & quæ non Geometrica. 34.p
- Quæ sciētia alia sciētia certior sit ex mente Aristi. 34.f
- Quæ à principiis emanant, in Problemata, Theoremataq; diuiduntur. 45.p
- Quæ sint propriæ naturæ, & operationes in inferioribus rebus horum quatuor Deorū, nēpe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
- Quæ desiderantur in 11, & 12. Procli cōmentariis libri quarti. 247.m
- Quæ desint in digressionē Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem cōmentarii. 258.m
- Quæ continerētur in 17. cōmentario libri quarti si integrum esset, quæque in eo reperiantur. 259.f
- Quæ desint in principio 17. cōmentarii libri quarti. 260.m
- Quales sint Mathematicæ rōnes. 10.m
- Quantitas quandoq; communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera tārū: Magnitudo verò pro cōtinua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p. & 133.p.
- Quæstū non Geometricū duplex ē. 34.m
- Quæsitum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f
- Quæstio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
- Quæstio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
- Quæstio vbi Termini Terminatis præcellant, & vbi Terminata Terminis. 50.p
- Quæstio de ordine octauæ Propositionis primi Elementorum. 151.m
- Quid sit ex æquali inter sua collocari signa. 63.p
- Quid doceat Proclus in digressionē cōmentarii 15. quarti libri. 257.f
- Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m
- Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m
- Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m. & 88.p
- Quod opus, & quæ vires Mathematicæ sciētiæ sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
- Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
- Quomodo intellectus genera Fine, & Infinito participant. 2.f
- Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
- Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruuntur. 1.f
- Quomodo cōmunia Mathematica Theoremata, & cōsiderationes, atq; principia subsistant, & à qua considerēt sciētia. 4.f
- Quomodo differat Animæ cognitio à co-

I N D E X

- gnitione mentis. 9.m
 Quomodo res Mathematicę in Anima
 sint intelligendę. 10.p
 Quomodo Plato in Timęo ortum, atque
 creationem Animę ex formis compleat
 Mathematicis. 10.p
 Quomodo cogitatio omnem Mathema-
 ticarum Scientiarum varietatem con-
 stituat. 10.m, & 21.m
 Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-
 ciunt in Mathematicis sint. 15.m
 Quomodo differat Ars a Scientia secun-
 dum Platonem, & Aristotelem. 18.p
 Quomodo quispiā eruditus, de aliquo sen-
 tentiā afferre possit ex mente Ari. 19.p
 Quomodo erret Mathematicus demon-
 strando. 20.p
 Quomodo Quotum, & Quantum a Ma-
 thematico considerentur. 21.p
 Quomodo Mathematicis Ars militaris, &
 Ars historiā scribēdi dicantur vti. 22.m
 Quomodo Dialectica Mathematicarum
 scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarū
 coniunctio ex Platonis sententia. 24.f
 Quomodo rerum opifex rectas Lineas
 terminet secundum naturam circum-
 iens, vt ait Plato. 63.f
 Quomodo Centrum, a Centro ad Circū-
 ferentiam Lineę, & Circumferentia ipsa
 cum intellectibus communicent. 87.f
 Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
 Quomodo inueniatur ille, qui verē est Cir-
 culus, & vera Circularis natura. 88.p
 Quomodo recta Linea ex duobus simpli-
 cibus motibus generetur. 61.m
 Quomodo itidem Circumferētia ex duo-
 bus simplicibus oriatur motibus. 61.f
 Quomodo ex cōmunibus principiis pro-
 prię fiant Conclusiones. 104.m. 105.
 f, & 113.m.
 Quomodo Parallelogrāma dicantur esse
 circa eandem Dimetientem. 263.f
 Quomodo ex Circulorum descriptione
 oriatur Triangulum squilaterum. 119.
 m, & 267.p
 Quorundam duplex obiectio cōtra Ma-
 thematicas vtilitatem, eiusque solutio.
 14.f, & 15.p.
 Quorundam Platoniorum contra Ma-
 thematicarum vtilitatē obiectio, eiusque
 solutio. 17.p
 Quotum, & Quantum principalia Ma-
 thematices subiecta. 20.f
 R. Litera.
 Aristimus est vsus 7. Propositionis
 primi Elementorū apud Euclidē. 151.p
 Ratio Figurę duplex est. 31.p
 Ratio quidē, quę a Fine provenit rectū
 efficit Angulum, quę autē ab Infinito,
 Obtusum, atque Acutum. 75.f
 Recta Linea simplicior est Circulari. 61.f
 Rectāguli Coni. sectio quid. 63.f, & 100.f
 Rectilinea omnis Figura in Triangula re-
 soluitur. 230.p, & 165.f
 Rectilineę Figurę quibus Diis peculiare
 sint. 93.f
 Rectilineę Figurę Elementarem exorna-
 runt regionem. 84.f, & 93.f
 Rectilineorum omnium constitutionis
 principium est Triangulum ex Plato-
 nis, & Autoris sententia. 230.p
 Rectitudo quarum rerum Nota sit, atque
 imago. 76.p, & 93.f
 Rectitudo equalitati cognata est. 109.f
 Rectitudo Planę Basis ex Triangulo cō-
 stituta est, vt ait Plato in Timęo. 230.m
 Rectitudo Angulorum, & Laterum squa-
 litas omnem habent vim ad augenda
 Spatia. 240.p
 Rectitudo equalitatis causa est, Hebetudo
 autē, & Acumen, in equalitatis. 269.p
 Recto existente Angulo Propositionis
 44. primi Elementorum Spatium, quod
 applicatur, Quadrangulum, aut Par-
 reale teretralongius est: acuto verō, siue
 obtuso, Rhombus, aut Rhomboides.
 264.f
 Rectum, & Circulare, & Mistum a Lineis
 incohantia ad Solida vsque perue-
 niunt. 60.m, & 61.p
 Reliquus Absurdę Suppositionis Casus
 Propositionis 39. primi Elemento-
 rum. 251.p
 Reprehensio Heronis, & Pappi. 270.f
 Res, quę non reddit rationem, non est sciē-
 tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p
 Resolutio in Mathematicis quid. 145.f
 Respectus Parallelarū ad sese, vel (vt Pro-
 clus ait) Parallelitas ipsa, qd sit. 225.p
 Responsio ad obiectiōem Platoniorum
 contra Mathematicarū vtilitatē. 17.m
 Responsio tacitę obiectiōis quomodo
 Formę immateriales, alię quidē Fini,
 alię verō Infinitati vicinę dicuntur,
 cum ex Fine, Infinitoq; ortę sint. 51.p
 Responsio Gemini ad quorundā obiectiō-
 nem quod quinta Petitio Euclidis in
 Petitionibus connumeranda sit. 110.m
 Responsio Autoris, & Gemini cōtra Ari-
 stotelis, & Amphinomi opinionē, quod

I N D E X.

- Geometria non querat ipsum Propter
quid. 116.p
- Responsio Posidonii contra Argumentum
Zenonis. 111.f
- Responsio alia Posidonii contra Zeno-
nem. 114.f
- Responsio tacite obiectionis cur tria Pro-
blemata primo Theoremati Euclides
preposuerit. 113.p
- Responsio ad Questionem de ordine octauę
Propositionis primi Elementorū. 111.m
- Responsio ad instantias duodecimę Pro-
positionis primi Elementorum. 114.m
- Responsio ad impugnationem Epicureo-
rum in 10. Propositionem primi Ele-
mentorum. 114.f
- Responsio ad instantias vigesimę secundę
Propositionis primi Elementorū. 110.f
- Responsio tacite obiectionis quod 16, &
17. Propositiones primi Elementorum
superuacaneę non sint. 117.m
- Responsio ad dubitationem rudium in 35.
Propositionem primi Elementorū. 119.m
- Responsio ad tacitam obiectionem quod
non valeat dicere, Triangula nullum
habent Latus Parallelum, ergo non
possunt esse in eisdem Parallelis. quod
tamen verū est de Trapezoides. 118.p
- Responsio ad instantiam vltimi Theore-
matis primi Elementorum. 111.p
- Responsiones contra Zenonem. 113.p
- Responsiones ad instantias septimę Propositio-
nis primi Elementorū. 119.m, & 110.m
- Responsiones aduersus instantiā quorun-
dam in quintam Petitionem. 112.f
- Rhomboides quid sit. 96.f
- Rhombus quid sit. 96.f
- Rhombus videtur dimorum esse Qua-
drangulum, & Rhomboides dimorum
Parallelogramum. 97.f
- S. Litera.
- S**cholium Francisci Barocii in 41. 42, &
43. Propositiones primi Elementorum,
vbi Procli Commentaria mutilata
sunt. 116.m
- Scholium incerti Autoris contra exposi-
tionem Procli in 14. Propositionem
primi Elementorum. 118.p
- Scholium Francisci Barocii aduersum in-
certum Autorem in defensionem Pro-
cli. 100.p
- Scholium Francisci Barocii in 16. Propo-
sitionem primi Elementorum. 114.p
- Sciētia nulla, sua demonstrat principia. 44.p
- Scientia duplex est. 115.m
- Scientię omnes a prima philosophia, sua
assumunt principia. 115.m, & f, & 44.p
- Scientia, & Artes subiecta differre fa-
ciunt. 119.f
- Sciographica sciētia, siue Sciographia quid
consideret. 113.f
- Segmenta quid. 93.p
- Semicircularis Angulus Acuto nunquā
æqualis est, vt etiam Cornicularis, &
ideo fit transitus a maiori ad minus non
per æquale. 113.m
- Semicirculi pulchra consideratio. 91.f
- Semicirculi ad ea, quę sunt cōparatio. 91.f
- Semicirculus quid sit. 90.m, & 91.p
- Semicirculus solus ex omnibus Figuris
Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
- Semicirculus cum Circulo dupliciter
communicat. 91.f
- Semicirculus biformis dicitur. 91.p, & 92.p
- Semicirculus quomodo medius sit inter
Circulum, & rectilineas Figuras. 92.m
- Sensus ex violentis passionibus fiunt, ex
mente Platonis. 110.f
- Sententię eadem sæpe ad homines per-
ueniūt iuxta quasdam ordinatas ipsius
orbis conuolutiones. 117.f
- Signi definitio secundum Pythagoreos,
eiusq; expositio. 115.m
- Signum quid sit. 49.f
- Signū dupliciter considerat. 114.p, & 117.m
- Signum solum in Geometria est impar-
tibile. 114.m
- Signum, Vnius affert imaginem iuxta
Platonis sententiā. 110.m
- Signum Positione tantum dari potest, re-
liqua autem, quę dantur in Geometria
tum Positione, tum Ratione, tum Ma-
gnitudine, tū Forma dari possunt. 117.f
- Similitudo pulcherrima Triangulorum
ad Elementa. 95.m
- Simplex Linea quę. 111.m
- Singulorum Elementaris institutionis Eu-
clidis librorum Proposita, ad Mundum
referenda sunt, vt voluit quidam. 41.f
- Solutio dubitationis bimembris de Geo-
metrica materia. 119.f
- Solutio dubitationis de rerum impar-
tibilium partitione. 111.p
- Solutio dubitationis nunquid Signum
solum impartibile sit. 114.p
- Solutio dubitationis quomodo impar-
tibilia in phantasia inspiciant, quę cuncta
partibiliter suscipit. 115.p

I N D E X.

Solutio dubitationis quō Lineę extremi- tates Signa dicta sint, cum neque infi- nita Linea, neq̃ omnis finita extremi- tates habeat.	59.f	gula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus utebatur: cum vero Tri- angula Parallelogrammis, Proble- matibus.	265.m
Solutio dubitationis Xenocratis contra Arist. & Platonis Linearum divisio- nem.	61.p	Specularia quid consideret.	23.f
Solutio dubitationis utrū Circumferentia idigeat recta Linea ad cōstitutionē.	62.p	Specus Platonis ex 7. de Rep.	12.p
Solutio dubitationis quomodo omnis Superficiē Extrema sint Lineę, cum neq̃ infinitę, neq̃ omnis finitę Extrema reperiantur.	66.f	Speusippi opinio de Theoremate, & Pro- blemate.	45.p
Solutio tacitę obiectiōis quomodo Li- neę Angulum continere dicantur, cum Angulus diuinę vnionis Nota sit, quę omnia in se comprehendit.	74.f	Sphæroides oblongum quid,	68.f
Solutio dubitationis contra Euclidis de- finitionem Figurę.	81.m	Sphæroides Latum quid.	68.f
Solutio dubitationis de infinitis Dimeti- entibus Circuli.	90.p	Spira triplex est.	68.m
Solutio dubitationis de Quadranguli nomine.	98.m	Spira continua quid,	68.f
Solutio dubitationis de motu Geome- trico,	106.f	Spira Implicita quid.	68.f
Solutio dubitationis de data recta Linea in Propositione 1. primi Elemento- rum,	128.p	Spira Diuidua quid,	68.f
Solutio dubitationis cur Euclides demō- strauit secundam partem quintę Pro- positionis primi Elementorum cum ea nusquam vsurus sit.	141.p, & 147.m	Spirę ortus.	68.m
Solutio dubitationis Philonis Familiariū de 8. primi Elementorum Propositio- ne.	153.m, & 171.f	Spiricę sectiones quę, & quot,	64.m
Solutio dubitationis cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non addiderit, quot in 4. 154.p		Spiricę sectiones tres sunt.	68.f
Solutio ex sententia Gemini, dubitationis quorundam utrū Linea ex impari- bilibus constet.	159.p	Stoicorum, & quorundam aliorum opi- niones de Pronuntiatio, Petitione, & Suppositione.	45.p, & 111.f
Solutio dubitationis cur Euclides adiece- rit in Propositione 11. primi Eleme- ntorum particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis æquales]	167.f	Stoicorum opinio de substantia Termi- norum corporis.	51.p, & 114.m
Solutio dubitationis cur Euclides non a- diecit in 24. Propositione primi Ele- mentorum inæqualitatem Arearum, quemadmodum in 4. æqualitatē.	195.m	Stoicorum opinio de Figura.	80.p
Solutio dubitationis de partitione vigesi- mę septimę, & vigesimę octauę Propo- sitionis primi Elementorum.	217.f	Sumptio quid sit.	120.f
Solutio dubitationis, quę instat Proposi- tioni 30. primi Elementorum.	225.f	Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro- positio primi Elementorum demon- stratione directā.	183.p
Solutio cur Euclides cum quidem Trian-		Sumptio quædam pulchra.	203.p
		Sumptio quædam, per quam demonstrat quinta Petitiō primi Elementorū.	223.f
		Superficiē pulchra notio, & sensus.	65.f
		Superficies per temperationem mistę sunt.	68.p
		Superficies mistę duplici modo fiunt.	168.f
		Superficies partium similium duę sunt tantum.	69.p
		Superficies quid sit.	65.m
		Superficies Plana quid sit.	67.p
		Supputatrici tot sunt partes, quot Ari- thmetices.	23.p
		supputatrici subiecta, & consideratio- nes.	23.p
		Symptoma prædicatum quid.	46.m
		Symptomata Parallelarum Linearum sex sunt.	215.m

T. Litera.

T erminata materialia præcellunt Ter- minis materialibus.	50.m
Termini immateriales præcellunt Termi- natis immaterialibus.	50.p
Termini quatuor, quibus Mathematicus disiudicandus est.	19.p
Terminus primus, quo Mathematicus iu-	

I N D E X.

dicandus est.	19.p	Tehurgia quid.	79.m
Terminus secundus.	19.f	Timæus ex rectis, circularibusque Lineis	
Terminus tertius.	20.p	Animam constituit.	53.f
Terminus quartus.	20.m	Timæus Elementa rectilineis Figuris cō-	
Terminus quid sit.	77.f	stituit.	84.f
Terminus ad quas Magnitudines sit refe-		Trapezia, & Trapezoidea Euclides com-	
rendus.	78.p	muni nomine Trapezia vocauit.	97.f
Terminus ab Extremo quō differat.	78.p	241.m, & 257.f.	
Terminus Accretionis Longitudinis Pa-		Trapezium non ab re Euclides in primo	
rallelogrammorum est Locus ipse Pa-		libro definiuit.	240.m
rallelarum Linearum.	240.p	Trapezium a Trapezoide quō differat ex	
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius		sententiā Posidonii, & Autoris.	97.m
Triadicus totam generalium exorna-		Tres, qui euehuntur secundum Platonem	
tionem continent.	99.m	in Phedro.	22.m
Thales Milesius primus demonstrauit Cir-		Tres sunt Mathematicarum coniunctio-	
culum a Dimesiente bifariā secari.	89.f	nes.	25.m
Thales Milesius primū ab Aegypto in		Tres partes sunt maximè necessarię, quę	
Gręciam Geometriam transtulit.	38.p	debent semper esse tum in Problemate,	
Thales fuit primus inuentor quintę primi		tum in Theoremate, Propositio, De-	
Elementorum Propositionis.	143.p	monstratio, & Conclusio.	216.f
Thales fuit primus inuentor Proposition-		Tres sunt Passiones 34. Propositionis pri-	
nis 13. primi Elementorū, Euclides verò		mi Elementorum.	233.f
eam primò demonstrauit.	171.m	Tria sunt, quę pulchritudinem efficiunt	
Thales fuit inuentor 16. Propositionis pri-		ex Aristotelis sententiā.	25.m
mi Elementorū referēte Eudemo.	212.m	Tria in vna quaq; scientia requiruntur, Su-	
Theorema triplex, Elementum, Elemen-		biectum, Accidens, & Principium.	33.f
rare, & Neutrum.	41.p	Tria sunt, quę circa existentia tum in Qua-	
Theorema vtilissimum ad intelligendum		titatibus, tum in Qualitatibus versant,	
locum Platonis in Timæo de constitu-		Essentia, Idem, & Alięrum.	212.m
tionē Elementorum.	42.m	Tria sūt, quę Parallelis per se insūt.	214.p
Theorema pulcherrimum, & vtile Ge-		Tria sunt, quę per se Parallelogrammis	
metri.	64.f	insunt.	233.f
Theorema Simplex quid sit.	139.m	Triangula, quorū duo Latera vnius, duc-	
Theorema Compositum quid.	139.f	bus Lateribus alterius equalia sunt, &	
Theorema Complexum quid.	139.f	Angulus vnius ab illis quib; Lateribus	
Theorema Incomplexum quid.	139.f	comprehēsus Angulo alterius ab quib;	
Theorema Vniuersale quid sit.	140.m,	Lateribus comprehēso equalis, &	
& 235.p.		tamen non sunt equalia nec Triangu-	
Theorema particulare qd.	140.m, & 235.f	la, nec Bases eorum, nec reliqui An-	
Theorema secundum primi Elementorum		guli.	114.p, & 248.p
cuiusmodi sit.	140.f	Triangula quandoq; habent Areas equa-	
Theorema præcedens, & Theorema Con-		les, & Ambitus inæquales, quandoque	
uersum quid.	144.f	autē ē contrario.	135.p, 195.f, & 249.p
Theoremata Euclidis cū Elementa vo-		Triangula duo dupliciter equaliter esse	
centur.	41.f	possunt.	201.p
Theoremata cōposita triplicia sunt.	140.p	Triangula quomodo in eisdem dicantur	
Theoremata quę Localia sint, & quę non		esse Parallelis.	249.p
Localia.	237.f	Trianguli equilateri constitutio.	103.m,
Theorematis omnibus, quę in Plano		115.p, & 119.f	
aliquid contemplantur vnū subici Pla-		Triangulorum duplex diuisio.	54.p
nū intelligēdū est.	69.m, 127.f, & 215.p	Triangulorum septem sunt species.	96.p
Theorematis Gemini Conuersum.	147.p	Triangulorum reliquorum super data	
Theorematis partes quę, et quot sūt.	116.m	recta Linea constitutio.	125.p
Theoremata alia sunt sine Casu, alia mul-		Triangulorū ad sua principia relatio	106.p
tos habent Casus.	127.m	Triangulorum ad ea, quę sunt comparatio	

I N D E X

iuxta Pythagoreorum sententiam. 206.f
 Triangulum æquilaterum trium Elemē-
 torum est proxima causa. 48.m
 Triangulum totius Elementorū exorna-
 tionis primaria est causa. 74.f, & 165.f
 Triangulum est prima rectilinearum Fi-
 gurarum. 48.p, & 89.p
 Triangulum quadrilaterum qd sit. 94.f
 Triangulum simpliciter generationis, ge-
 nerabiliumq formationis principium
 dicunt esse Pythagorei. 95.p
 Triangulum æquilaterum omnium Tri-
 angulorum est optimum, assimilaturq
 Circulo. 122.p, & 166.f
 Triangulum equilaterū vnico modo con-
 stituitur, æquicrus autem duobus, Sca-
 lenum verō tribus. 125.f
 Triangulum Triangulo quomodo sit æ-
 quale. 134.f
 Triangulum æquilaterum, & Quadran-
 gulum optima Rectilineorum omnium
 sunt. 98.m, & 122.p, & 166.f
 Triangulū rectangulū duplex est. 169.m
 Triangulum Rectangulum Platonis, de
 quo loquitur in libro de Rep. 169.f
 Triplices debent esse Mathematicæ De-
 monstraciones. 20.f

V. Litera.

Veritas Propositionis 31. primi Elemē-
 torum apparet etiam iuxta cōmunes
 noriones. 231.f
 Via inueniendæ multitudinis Triangu-
 lorum, in quæ quodecunq Rectilineum
 resoluitur. 230.m
 Vigibus pcedit sciētia Mathematica. 11.p
 Viæ duæ sunt, quibus inveniunt Trian-
 gula rectangula Numeros integros in
 Lateribus habentia. 169.f
 Vires Mathematicę sciētię duplices. 11.p
 Vna recta Linea duo Signa coniungere
 potest, sed duæ nunquam. 136
 Vndenam tota inceperit Geometria, &
 quousq progrediatur, & quæ sit ipsius
 vtilitas. 36.p
 Vnitas dupliciter consideratur, 54.p
 Vnitas sola in Arithmetica impartibilis
 est. 54.m

Vnitas, & Numerus in opinione substi-
 stunt. 55.f
 Vnitas Puncto simplicior est. 56.p
 Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem
 sunt. 62.f
 Vniuersale in multis distributum duplex
 est. 30.p
 Vniuersale quidem affirmans scientiis ma-
 ximē cōuenit, negationeq non indiget:
 vniuersale verō negans affirmatione
 indiget si demonstrari debet, ex mente
 Arist. 148.p
 Vniuersale duplex est ex sententia Auro-
 ris, & Arist. 235.m
 Vniuersales formæ triplices sunt. 30.p
 Vniuersalis propria Significatio ex eo-
 rundem sententia. 235.f
 Vnius causa, quæ rerum omnium est pro-
 ductrix secundum Platonem. 2.f
 Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m.
 81.m, & 166.f
 Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem
 mens vocatur. 85.m
 Vtilitas, quam affert Mathematica ad to-
 tam philosophiam. 12.f
 Vtilitas, quam affert ad Theologiam. 12.f
 Vtilitas Mathematicę ad Naturalem phi-
 losophiam. 13.p
 Vtilitas Mathematicę ad Politicā. 13.m
 Vtilitas Mathematicę ad Moralem phi-
 losophiam. 14.p
 Vtilitas Mathematicę scientiæ ad ceteras
 scientias, & Artes. 14.m
 Vtilitas Astrologiæ ad Medicinam ex
 sententia Hippocratis. 22.f

X. Litera.

Xenocratis confutatio de Lineis infe-
 cabilibus. 159.f
 Xenocratis dubitatio contra diuisionem
 Linearum. Arist. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

Zenodoti opinio de differentia Proble-
 matis, & Theorematis. 47.p
 Zenonis infestus accessus, & eius funda-
 damenta. 122.f

F I N I S.



P A T A V I I,

Excudebat Gratiofus Perchacinus.

1 5 6 0.