



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

PROCLI DIADOCHI LYCII PHILOSOPHI PLATONICI A C

MATHEMATICI PROBATISSIMI
I N

PRIMUM EVCLIDIS

Collegij Lugdunensis SS. Trini Elementorum librum terti Societatis Jesu Catalogo inscriptum 1680

COMMENTARIORVM

A D
VNIVERSAM MATHEMATICAM DISCIPLINAM

PRINCIPIVM BRVDITIONIS TRADENTIVM

Libri IIII.

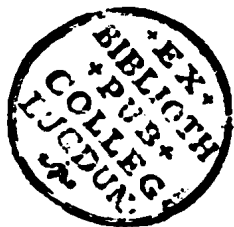
A

FRANCISCO BAROCIO PATRITIO VENETO

summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati: Scholiis, & Figuris, quę
in gręco codice omnes desiderabantur aucti: primum iā Romane
linguę venustate donati, & nunc recens editi.

Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrum, atque Autorum:
Elęcho librorū, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt:
& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum.

CVM PRIVILEGIO.



PATAVIL

Excudebat Gratiolus Perchacinus

I 5 6 0.



VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QVAM DE
Proclo capere possit vilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modo, discere viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere saepe tuis.
Omni summam tractat. vel Dogmata Plato
Qua scripsit Magnus, qua vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-
mine eius, & Cognomine.

Familix nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriū? nil aliud quam quod puro.
Ab errore procul ut sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel solim quod Virum
Vnus successit Philosophis heres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

Antiquam cano Termilem,
Illustremq; Virum, qui sapientia
Claram iam magis reddidit.
Tu capris saueas Iuppiter inuoco
Musa principum mea.
Naturalis amant maximus extitit,
Diuina & Sophia simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis qua Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Ascrumq; poluerit.
Sed quid quod Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem prabeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,

Non quod nomine sis nouo
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Anum, qui Draco erat gradu;
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminam
Olim coninge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris.
Lapsum suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice calico,
Deiectamq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit qua Deus est tela Gigantibus
E' calo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deūm.
Heros dum voluit da' am
Amplecti, monita hæc restitit artibus.
Quare semina proicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modo.
Matris nomine mania
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cum tam precipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Ut sædos tegeret, curribus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proauo totus inhereat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, anxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircai, Iliada, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quod capiat Lupus
Tanquam seuus oues (nam Pater & Deus
Hinc dictus colitur suus)



At latare magis quod Lycius Proclus .
Iactas ignominium Polo
Montem perpetuo culmine proximum ,
Qui monstro similis , Leo
Cantatur iugiter pectoreq; , oreq; ,
Tum Capra inguine , & horridus
Extremò Coluber , laus Ephyra Ducis .
Te te Semideo Proclo
Effer , qui melius sidera tangere
Posit , Numinibus fui ,
Et secum pariter quosque reducere .

I N E V N D E M A B
 Interprete recognitum .

Quam nunc tibi Procle debet orbis ,
 Tantum & tu studiis , Barocioque .
 Nam quantum insinuas scientiæ , ille
 Tantum ponere diligentiz ultro
 Conatur , valeant recens vt omnes
 Et quæ , & quo doceas videre pacto .
 Sic & te ex lacero integrum reponit ,
 Te verè lacerum , te vt ediderunt
 Qui græcè prius , alta proditorum
 Turba ; vt ficariis manus dedisse
 Iam visus fueris malis , & inde
 Vitam vix miser abstulisse tandem .

AD FRANCISCVM BAROCIVM

Precatio bona ob Procli restitutionem .

Francisce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita , salus , honor indique ; sint tui labore :
Felices semper , Mundo quibus est renatus ille ,
Cui debent opera Euclidis satis , ille Proclus inquæ ,
Vnde Mathematicus certè valet esse , non haberi
Solum per se quisque breui bonus . O tibi sit autor
Alte boni bene tanti iterumq; iterumq; dico , & oro :
Diûq; , Deûq; omnes faueant simul , astra , cuncta , q; sunt .

Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii , atque Minerva munera qui suo decori
Restituis , parcis sudoribus , aspiciasq; , nullos
Sûptus . quod bene sit his oïbus , et bene vsq; in cœlum

A D E V N D E M , D E
 eius cognomine .

Vt tu mira Baroci
 Es molesque , veloxque
 Κίονος ecce triuisti ,
 Gaude oïon amicum .
 Pondus tu graue dictus
 Nobis ocia miscens
 Et pares , resonasque ,
 Quod nunc ἔρα recludunt ,
 Hoc tam nemo venustè
 Munus ἀλλὰτος , atque
 Εἰμὶ : tam κατὰ ναιρῶ ,
 Vnquam condidit ἄλλος .
 Summum iam decus extas
 Orbi , non modò cunctis
 Notis τοῖς πατριώταις
 Annis sic tener altus .
 Felix perpetuo sis .
 Μουδὸν tempore Alumne ,
 Et gratos habeas nos
 Multùm te visque rogamus .

Διεστρεψεν περὶ σ' αὐτὸν ἑλληνιστὴν
 τὸν ἐπίσημον .

Ελληνίζεις , ἑλλογμὸς τ' εἶ ,
 ἀλλ' εἰς οἷός ἐσ' ἐγώ , καὶ πολλοὶ
 βαρβαροὶ . εἰ μὴ τοῖς χεῖν κτυπῶν
 ὡς ποῦ , αἰδέομαι φαταῖται
 νῦν μετὰ κύκλιον , ἐστ' ὁπ' ἔσθ' οὐ γὰρ
 ὅσ' μὲ σιωπᾷ σου μοῖν ἐπείσαν .
 γάμβραι πλὴν βούλησιν , καὶ τοῦτ'
 ἔμμεν τῆς ἡγᾶς ἐν σύμῳ .
 αἰμῖμα τῶς πίνδαρος οὐδ' οἷον
 αἰμὶ γὰρ , οὐδ' οἷον ὅστις ὁ μαρτυρῶ .

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHAE AQUILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



AMOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisque causis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dīisque genitum eum philosophi, poetęque finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuersorū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, mistisque constat: quę quidem omnia iuxta suarum, quę in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dī vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigio quodam, diuinoque semine orta, parentem suum cognitum prosequuntur, & sine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principii rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū priscę autoritatis philosophi, diuinique viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendę pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deformē cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi, profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, & summa

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant : si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cū ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens . non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit : sed per accidens, ac suū ipsius Amore, ne ab eo corrūpatur . Cū ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quā humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ proprię cuiusq̃ rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est . quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atq̃ disperdit . Amor autem cōiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iurē autor omnium dicitur, & seruator . Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuiq̃ satis, superque perspicuum est, eum scientiarū quoq̃ autorem, & custodem esse. nam (si Aristoteli credendum est) eędem sententię, eędemque scientiæ sæpenumero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atq̃ euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excogitatę, repertęque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluvia, quibus iā deperierant, atq̃ deciderant: eodemque modo iterū florescent, atq̃ peribunt. Quę quidem res cū ita se habeat; Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalionē eos imbres propter nimiam aquarū copiam non modò vrbes, edificiā, & cuiuscunq̃ generis animantia (præter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) periere, verū etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis rēs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malitia, atq̃ versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidē aurea grāte cū rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciendi de-

sede-

siderio excitati, admirari, obstupefcereque cœpissent, ac demū totam Mūdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cōtemplari, necnō modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt sciētīę iterum omnes, paruo quasi quodā à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summū suę perfectiōnis euexerint. Pōst verò cūm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuastatæ fuerant, multa præclara priscorum Autorum opera omnibus in scientiis radicitus interierunt: multa excēcata, atq; euerfa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel saltem quæ in illis continebātur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hæc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium exciteo. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanè ad Deum suum opificem reuertitur, cūm per hæc inferiora ipsius pulchritudinem cōtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cūm sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quæ aliàs florere, nunc abolitas propè, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non ne ea, quæ prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erāt, hoc nostro seculo tanquam enigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cūm persæpe inuestigare, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quæ à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientiis nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cōmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hæc cūm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensē insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideravi, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adcò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cum diuina providentia propter communem studiosorum omnium utilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit ut cum essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreae Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium ætatis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cum in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque utilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq̃ue eos instaurandi desiderio, Amoreq̃ue ardebam. Quapropter ut eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, ut appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis ut transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreq̃ue erga me quodam impulsu maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabritij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio profitentis, qui etiam quæ maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum utilitatis attulit. Deinde cum illhinc discesissem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq̃ue Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam ut amicorum meorum persuationibus morem gererem, & communi eorum studiosorum utilitati, qui sermonem græcum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iam pridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumq̃ue vidissem, pluresq̃ue ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam observare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Metii descendat iudicis aures,
Et patris, & nostras, nonnumq̃, prematur in annum.
Membranæ intus positæ delere licebit
Quod non edideris. nescit vox missa reuerti.*

sed communi potius utilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patauſi ex bibliotheca Io. Vincentij Pinelli Genuēſis viri tā genere, quā animo, & moribus nobiliſſimi . Ex quibus ſanè omnibus, quæ hucusque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtiliſſimū, lucidiſſimumq; volumē, à propinquo iam interitu vindicatum, nūc primū renouatæ Phœnicis inſtar exoritur . De cuius ortu feliciffimo primū Deo ſummo rerum opifici, deinde Amori non ſolū ſcientiarum, verū etiam rerū omnium autori, ſeruatoriq; immortales habendæ ſunt gratiæ . Vides igitur, digniſſime Patriarcha tum præſentē meā lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta ſunt, oriunturq; quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri . Cum itaq; opus hoc Amore factum à me ſit, operæpretium eſt, vt quoddam etiam munus Amoris mihi ſecum afferat . Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia . Amicitia inquam ea, quæ vera Amicitia eſt, cum enim triplex ſit Amor, vnus, quo iucundū : alter, quo vtile : tertius, quo verè bonum, honeſtumq; diligimus, quorum etiam vnusquiſq; duplex eſt, ſiquidem aut ſimplex, aut mutuus, cumq; Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tū naſcatur, & nihil aliud quā inueteratus quidam ſit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens eſt, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem eſſe. vnā quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : tertiam verò, cuius finis bonum ſimpliciter eſt, & honeſtum . Hæc autem ſola perfectæ, vera inuiolabilis, atq; indiffolubilis eſt, cum cæteræ omnes vndiq; claudicent, *φειδοφιλία* ſint, & violari facilè, diſſoluiq; poſſint . Hæc porro & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philoſophis varijs fuit modis definita . Alij nanq; tum ad eius finem, tum ad ſubiectum reſpicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definierunt : modò, honeſtam perpetuæ voluntatis cōmunionem . Alij verò, beneuolentiam mutuam, non latentem, propter bonum ſimpliciter, atq; honeſtum comparatam . Alij præterea, ſummam omnium diuinarum, humanarumq; rerum cum beneuolentia, & charitate conſenſionem . Alij demū, aliter . Hæc ſcilicet ea eſt Amicitia, quæ maximū Amoris munus eſſe mihi videtur . Vtinam aut tale munus Amoris à præſenti meo, Amoriſq; opere mihi daretur . O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duæ vitæ ſequuntur . O diuinum lucrum, diuinamq; Amicitia, quādo vnus animus duo occupat corpora, vnaq; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterq; alteri ſimilis adeò ſit, vt alter idem vocari poſſit . Diuinam inquam, propterea quòd excepta ſapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaq; Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in ſapientia enim, & virtute ſummum bonum præ-

. . . clare

clare positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quam virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est à vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper observandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, fidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfecta coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neque vllò vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. ac nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimvero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscumque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non grauaberis. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineræque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige.

Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

L E C T O R E M.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primæ rerum omnium causæ providentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam opere pretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si Suidæ credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cõmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἐργα καὶ ἡμέραι*, in Theologiam Orphei, aliæque præter ea: præcipuè autem hos in primū Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis adiutum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileę dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpfi, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quanuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censeui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos inuitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adiiciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsaq; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unā pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruauerunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōmaculant, atque euerunt. Silentio autem praetereundum non est te in hac mea Procli conuerfione multa, & uaria, quae obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, synceraque uertere uolui. Ambitus præterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutauim, ac ea usus sum figura, quam ὕπερθερον πρὸς τὸν ὁρὸν Græci uocant. Ambiguitates insuper euitauim, atque effigi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumque dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæque linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiuscemodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut, Vniiformiter, Multiiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectina, & Specularia, quæ quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facillè percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores plerique græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumque dixerunt, cum tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quid ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoque sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdron, Octaëdron, Icosaëdron, Sphæra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuerfione non ab re obseruata comperies, una cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solum communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta multitudinem, essentiellesque in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamque esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonice rationes, διαπασσάων nempe, διαπέντε, διαπασών, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suique integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumque est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se inuicem interfecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cælis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cum ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonici manifestum est, & (ut Periparetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quod Anima

P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se præsumpsit. Præterea cum Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & à se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod à se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasq; circuitiones, non immeritò Sphæricam quoque ipsam præsumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematicas partes, operæpretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoq; præstare cæteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfectè cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hæc scias præ cæteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui tēporis curriculo cupis euadere, præsens Procli doctissimū, lucidissimūq; Volumen legas, atq; perlegas.

P Ræter ea, quæ communiter de tota translatione nostra diximus, pauca adhuc quædam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem quæ ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc præponies, uerba ipsum cōsequētia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quæ uidimus exemplaribus decerpimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenierunt, in quibus nonnulla denuo in primò, secundoq; libro, qui iā impressi erant, uaria esse cōperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus, q̄ hoc ordine subsequuntur.

- Pag. 25. Lin. 3. } Et materiam ipsarum innuncibilem complectitur,
uirelq; &c.
- Pag. 29. Lin. 22. } Geometriæ formas appellat, separari autem nos
à sensibilibus per huiuscemodi formas, excita-
riq; à sensu ad mentem concedit &c.
- Pag. 76. Lin. 13. } Verò, Hebetudo, atque Acumen. hæc enim Ma-
gis, &c.

Q UONIAM autem in libris imprimēdis uel si Argus Lynceis oculis præditus maxima diligentia impressoribus præset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepāt: idcirco ea, quæ errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut à quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea
Respicens	respicens	3	21
Anti.	autoritate	16	25 In scholijs
Memnone	Menone	26	28 & in scho. Lin. 11 & 13.
Decurrit	decurrit	32	14
Quæq;	quiq;	37	22
Excucurrit	excurrit	49	26
Mænechmos	Menzchmios	64	14
Dixt	dixit	77	11
Corniculari	Lunulari	109	16
Cornicularis	Lunularis		
Cornicularis	Lunularis	109	18
Ab re	non ab re	134	17
Propter	præter	135	2
Ad Basim	sub Bas	147	27
Internus	externus	176	10
Anguli	Trianguli	180	35
Ipsi	Ipsis	189	18
Igitur	autem	199	25
Infiniti	Finiti	206	23
Alternitum	Alternatim	215	12
Puzostensa	Præostensa	224	19
Problematis	Theorematis	225	17 in scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21
Habeant	habeant	241	30
		244	31
Summantur	sumantur	250	32
Constitutio	& Constitutio	265	7
Rectangulis	Rectilineis	266	26

Ceterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperies, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostræ Aristotelem. M. Antonium Muretum Galum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcæ linguæ peritissimos, cunctisq; scījs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maxime spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vlllo meo discrimine eum pati in tenebris vltius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc
in volumine mentio facta est.

Deorum.

A Mor.	Mercurius.
Apollo.	Neptunus.
Bacchus.	Oracula.
Ceres.	Pluto.
Caelius.	Rhea.
Diana.	Saturnus.
Iuno.	Venus.
Iuppiter.	Vesta.
Mars.	Vulcanus.

Virorum Illustrium.

Gelon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniensis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

Aeneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asineus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistius Platonius.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.

Dinostratus Menæchmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Gemînus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Coss.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus.
 Ptolemæus.
 Pyrrhonij philosophi.
 Pythagoras.
 Quintilianus.
 Simmias.
 Simplicius.
 Spartianus.
 Speusippus.
 Stoici.
 Suidas.
 Thales Milesius.
 Theæterus Atheniensis.
 Theodorus Cyrenæus.
 Theodorus Mathematicus.
 Theodorus Gaza.
 Theudius Magnes.
 Varro.
 Vitruuius.
 Vitellio.
 Xenocrates.
 Zeno Sidonius.
 Zenodorus.
 Zenodorus Andronis discipulus.

ELENCHVS LIBRORVM,
 qui in eodem hoc volumine
 citati sunt,

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
 Bacchæ Philolai.
 Ciuilis, vel de Regno Platonis.
 Commentaria Procli in Timæum Platonis.
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis.
 Commentaria Eutocii Ascalonitæ in libros
 Conicorum Apollonii.
 Commentaria Eutocii in Archimeden.
 Cōmentaria Simplicij in lib. Physic. Arist.
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
 Compendium Elementorum Aëtæ Hie-
 rapolitæ.
 Critias Platonis.
 Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
 Elementa Musicalia eiusdem.
 Elementa Hippocratis Chii.
 Elementa Leontis.
 Elementa Hermotimi.
 Elementa Theudii.
 Epinomides falso Platoni ascriptus.
 Eργα, ἢ ἔργα Hædodii.
 Gorgias Platonis.

Liber Archimedæ de Circuli dimensione.
 Liber Archimedæ Aquiponderantium.
 Libri Archimedæ de Sphæra, & Cylindro.
 Liber Aristotelis de Lineis infecabilibus.
 Liber Arist. de Diuinatione per somnum.
 Liber Arist. de Sensu, & Sensili.
 Libri Arist. Resolutorij.
 Libri Metaphysicorum Arist. XIII.
 Libri Arist. Moralium Nicomachiorum.
 Libri Arist. de Partibus animalium.
 Libri Arist. Physicorum.
 Libri Arist. de Anima.
 Libri Arist. de Cælo.
 Liber Eudemæ de Angulo.
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemæ.
 Liber Euclidis Mendaciorum, siue Falla-
 ciarum.
 Liber Euclidis de Diuisionibus.
 Libri Corollariorum Euclidis.
 Libri Platonis de Rep.
 Libri Platonis de Legibus.
 Liber Hippocratis Chii de Locis.
 Liber Procli de motu.
 Liber M. Varronis de lingua latīna.
 Liber Ptolemæi, cui titulus est, A minori-
 bus quàm duo recti pductas coincidere.
 Liber Apollonii de Cochlea.
 Liber Apollonii Conicorum.
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura
 Lunulæ.
 Liber Io. Grammatici contra Proclum.
 Libri Theurgiæ.
 Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ.
 Libri Geometrici Menæchmi.
 Libri Geometrici Dinostari.
 Libri Geometricarū enarrationū Gemini
 Libri Vitellionis.
 Meno Platonis.
 Miscellanea Porphyrii.
 Odyssæa Homeri.
 Opusculum Plutarchi de vitanda vsura.
 Parmenides Platonis.
 Perspectiua Euclidis.
 Phædo Platonis.
 Phædrus Platonis.
 Philebus Platonis.
 Quæstiones Philippi Mendaci.
 Riuales Platonis.
 Sophista Platonis.
 Specularia Euclidis.
 Symposium Platonis.
 Theæterus Platonis.
 Theologumena Arithmetica.
 Theogonia Hædodii.
 Theologia Orphei.
 Timæus Platonis.
 Vita Periclis à Plutarcho tradita,



FINIS.

PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Essentiæ medietate

Cap. I.



MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, a simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompositas, & indiuisibiles substantias : & partibiles, atq; in multiplicibus compositionibus, varijsque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea vititur, & quæ ab alijs principijs alia preparat, inferiorem ipsi dat ordinem, co ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfecte constituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit, quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnus formæ ratione se coniciat, resque ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit : Partibilibus autem, postremamque naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nacta est : Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partibiliq; superioribus, cogitationem. hæc enim mente quidē, supremaque scientia inferior est, opinione autem perfe-

Côclusio
vniuersa-
lis.

Côclusio-
nis pbatio

Platonis i
Repu. &
alijs i lo-
cis cogni-
tionū di-
uisio.

A ctior,



Eorū, quę
sub cogni-
tione ca-
dunt diui-
so.

etior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisque impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quę diuisa sunt, ad mentemque refert. Quemadmodum igitur ipse inter se distant cognitiones, ita sanę & quę sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnus formę existentijs omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus a primis essentijs. Mathematica autem, & omnino quęcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem: cum ea quidem, quę intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cum materię sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione præstent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentię notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem yniformia eorum, quę sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumque in vnum coactam, & impartibilem, & fecundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientem quę imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animę notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohæreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præsentia huiusmodi esse intelligatur. Medium utiq; complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quę circa materiam partibiles fiunt.

† progre-
diendi.

Epilogus.

Communia eorum, quę sunt, Mathematicęque Essentię
principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hisce
duob; re-
rū princi-
pijs, & Vni-
causā vide
Platonē i
Philebo.

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes, ad ipsa regredimur principia, quę per ea omnia, quę sunt permeant, & omnia a seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his namq; duobus primis post illam Vnius causam, quę necq; explicari, necq; omnino comprehendere potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinitoq; participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idēitatē, firmāq; ac stabilem

Quo intel-
lectilia ge-
nera his
principijs
participēt

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nāciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectilibus, occultisque principijs: verum etiā ex ijs, quę ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quę sunt ornatus, & varietatem, quę in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanē in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibētur verò ab ea, quę Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit, omnia tamen quę diuiduntur terminata sunt, totiusque pariculae actu finitę existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quę aut verbis explicari, aut ratione comprehendi non posset (quibus sanē ea, quę in Geometria tractantur, ab ijs, quę in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimē possent, neque omnes eorum, quę sunt rationes in seipsis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, & † eam quę ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quęcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllę horum essent scientiæ: nec firmę, ac certę comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quę sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principijs opus est. Postrema verò, quęque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifeste videntur. Infinito quidem quò ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verum quòd eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quę & eorum omnium, quę sunt, manifestum est.

Quo Mathematica gēa ex his orta sint principijs.

Arguit se cūdo hypothetico rū modo quòd Finis, & Infinitū Mathematica rū Essētia rū principia sint.

† cum quāte ipsum est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principijs fruuntur. Epilogus.

Quenam sint communia Mathematicarum Essentiarum
Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permiscantia contemplati sumus, eodē sanē

A 2 modo

Diuina sci-
entia.

Cōmunes
Mathema-
ticę confi-
deratiōes.

Socrates i
8. de Rep.
idē inferi-
i cap. 8. &
i com. 13.
libri 2.

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintq; tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiuscemodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemq; Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisq; oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodq; horum naturam quādam habet cōmunem, suiq; simpliciorē præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoq; & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atq; dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemq; modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunq; iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quæ potentijs illis subiiciuntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaq; loquentibus dicauit, quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisq; Numeris obfirmavit, in quibus sanè mensurę quoq; vbertatis, huicq; contrarię sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-
nis pro-
batio.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neq; postremo, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateq; & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoq; ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisq; principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamq; referuntur. dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus existētib; alternatim quoque proportionales erunt, demonstretq; hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alternatim

tim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositionumque Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multo prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multę communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeo quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quę sunt vnam, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia: semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quę scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Theæteto Socrates iocosa serijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quę in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subiiciuntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatę primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia
hec neq; à
nārali Sci
ētia, neq; à
Mathema
tica cogno
scunt, sed à
Diuina.

Diuina Sci
ētia oīum
Scientiarū
capacissi
ma, quam
Ari. domi
nā Sciētia
rū vocat i
prio post.
rex. 23.
Socrates
in Theæ
teto.

Epilogus.
Prīa Phi
losophia,
quā Plato
Dialecticā
vocat i se
ptimo de
Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Ma thematicas. Cap. V.

Posthęc autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ipsę, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio
Platonis i
septimo d'
Rep. & ali
is i locis.

Cognitio
nū ppor-
tio secūdu
Platonē.

Mathema-
ticæ res co-
gitationi
subiectæ
sūt, & Co-
gitatio est
instrumē-
tū iudicās
ipsas.

Socrates i
septimo d'
Rep.

Idē supe-
rius cap.
primo.

Epilogus:

buit. nam eorum, quæ sunt, alia quidem intellectilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta. & sensilium alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quæ sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam: ipsæ autem, quæ cogitationi subiecta sunt, cogitationem: sensilibus verò, fidem: coniecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationē coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicuè imaginem referentibus inspiciuntur. quippe quæ postremā quodāmodo in aquis sortita sunt sedem, & simulacrorum verè facta sunt simulacra. similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quæ à primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinē, diuisionem quæ sunt delapsæ. Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus: intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neque impartibilem, ab omni quæ diuisione, ac varietate separatam substantiam sortitæ sunt, neque eam, quæ sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacumque ratione diuisibilem, cuilibet manifestum est, quod iuxta suam essentiam cogitationi quidē subiectæ sunt: cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis præest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis. Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harū cognitionem prima scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinione positus est. nam id quidem ultra intelligentiam obtinent, ut quod euolutum est, & progrediendi vim habet contēplentur: ea verò, quæ in ipsis reperitur rationum stabilitate, quæ etiam confutari non potest, opinionem superant. & quod quidem ex suppositione ortum trahāt, id sortitæ sunt, iuxta primæ scientiæ diminutionē: quod verò in ipsi formis constitutæ sint, quæ sine materia existūt, iuxta perfectiorem sensilium cognitionem. Instrumentum itaque aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationē ex sententia Platonis, statuimus. quippe quæ opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur.

Quæ nam sit Mathematicorum generum, ac formarum
essentia, & quomodo subsistat. Cap. VI.

Quæstio. SEquitur autem, ut consideremus quæ nam dicenda sit Mathematicarum

nicarum fortitarum, generumque essentia, & utrū à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (ut dici solet) siue per collectionem particularium in cōmunem vnam rationem: an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, ut asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremo in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis? hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est impossibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educuntur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ipsæ autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit? vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas? vbi semper stabiles Laterū rationes? vbi Angulorum rectitudines? non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmixta sunt, nullum quæ in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nā modo igitur immobilibus rationibus ex ipsis, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmam quæ attribuemus essentiā? quidquid enim ab ipsis, quæ mouentur ortum ducit essentia, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adiciemus? quicquid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verū si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quedam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astibulamur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta: si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamque gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris? quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est metitur? quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, quæ est Aristotelis.

Secunda opinio, quæ est Platonis.

Primæ opinionis confutatio. Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Cōclusio argumēti. Alia quaestio.

Prima opinio, quæ est Platonis.

Secunda opinio, quæ est Aristotelis. eiusque confutatio.

Primum argumentum.

Cōclusio
primi ar-
gumenti.

Secūdum
argumen.

Cōclusio
secūdi ar-
gumenti.

Tertiū ar-
gumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neque à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius utique animæ partus, ac foetus, permanentes, eternasque patefaciunt formas. Secundo, si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstrationes, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusque formis? causas enim vbique demonstrationibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationem dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quod demonstrationis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi subiiciuntur essentia, potius quam sensiliū essentia cognatio demonstrationibus, magisque affinis ostendatur? nam neque si quis (ut dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis æquales habere Angulos, & Aequilaterum, & Scalenum, is quodammodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstrationem, quam particulare. itemque demonstrationes ex magis vniuersalibus constant, atque constantur. ex quibus autem sunt demonstrationes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, ut quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplantur, quæ à cogitatione comprehenduntur, quæque perfectiora sunt his, quæ à sensu, opinioneque cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quod animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæque magis esse dicuntur, manifestioraque à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posteriuseductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animam imbecilliolem, inferioremque materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipue sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitationem factæ sunt. Quoniam pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisque essentiae primò est particeps, & hinc cognitione,

gnitione, totaque vita repletur, obscuriores recipit formas n̄s, quæ ab
ultima eorū, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima reci-
piuntur sede? Verū enimvero huic quidē occurrere opinioni, quæ se-
pe à plerisque exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd
si neque per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, ne-
que per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cōmunium, neque
prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est utique animam aut
à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem
à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum
imagines? quomodo inter impartibilem, partibilēque naturam fue-
rint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quo-
modo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum
exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, ac
mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in
ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam
aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet
materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus forma-
rum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à
mente hæc producere, ipsamque formarum plenitudinem esse,
quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad
Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque va-
cua ipsa anima, imò semper scripta, seseque suapte natura describens,
cū à mente quoque describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iux-
ta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoque illius, &
adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo co-
gnoscit, anima quoque cuncta animando, & si illa per exempla, & ani-
ma per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod
nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis
constituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit propor-
tionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum princi-
pia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa
existentes ceteri intelligenter. Cunctæ igitur res Mathematicæ primum
in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur:
& ante apparentes Figuras, Figure + animales: & ante ea, quæ cōcin-
nata sunt, harmonicæ Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mo-
uentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vber-
tas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, &
à proprio producitur principio, & vita seipsum explet, ab opificeque
sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promit ra-
B tiones,

Cōclusio
trimēbris
ex iis, quæ
dicta sūt.

Primum
mēbrum.
Scūdum.
Tertium.
primi mē-
bri cōfir-
matio.
Primum
Secundū.
Tertium
argumē.
Secundi
mēbri cō-
firmatio.
Primū ar.
Secundū.
Tertii mē-
bri cōfir-
matio.
Cōclusio.

Digressio
cōtra Ari.

Cognitio
animæ dif-
fert à co-
gnitione
mentis.

Plato i Ti-
meo ani-
mā ex om-
ni⁹ Mathe-
maticis
formis cō-
stituit.

+ vitales

Quo Mathematicæ res in anima intelligē sint.

Timæus.

Pulchrū.

† causam.

Epilogus.

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque formis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimēsiōne sunt idea corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia apparentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius ortum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūq; causas in ipsa collocavit. nam omnium quidem Numerorum linearium, & planorum, & solidorum septem termini principia comprehenderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū + essentiam in ipsa præexiterunt. Figurarum autem principia, secundum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus, qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit. omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusq; circularis principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes promouens, prouoluensq; cogitatio, omnem Mathematicarum scientiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem semper, aliaq; post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes explicans. cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infinitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitq; Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, & quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

Superi^r in cap. 4.

Opus Mathematicæ scientiæ.

Medietas Mathematicæ sciæ.

VERUM post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnā ipsarum scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus, & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quousq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicæ scientiæ cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. neq; sanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm, & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuiusmodi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidē cognitiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas corū, quæ ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus à recordatione quidem sumit initium, in intimas verò definit rationes, & excitatur quidē à posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū essentiam. nec imobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec motu locali

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non vtpotē ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, vt sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasq; cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cū enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quō ad comprehētionem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamq; partibiles sortita sint ordinem, iure sanē (vt arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum scientiæ duplices esse innatæ sunt. & vne quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemq; cōtrahunt: alteræ verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secundas, à principijsq; multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quæ rerū sensiliū absolutio- nes sunt, naturæq; iungitur, & multa vnā cū naturali scientia demōstrat. quemadmodū porro ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumq; rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit considerationē, aliasq; multas scientias, quæ sensilibus implexæ sunt, per eaq; operantur. & in ascensibus impartibiles, & materiæ expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quæ in progressibus feruntur cognitiones, suaq; genera, & formas perficit, illisq; assimilatis essētijs: necnō de Dñs ipsis veritatē, & de ijs, quæ sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Viæ, quib;
procedit sci-
entia Ma-
thematica

Duplices
Mathema-
ticæ sci-
entiae vires.

Principia
Mathema-
ticæ sci-
entiae vni-
& Multi-
tudo, tū Fi-
nis, & In-
finitum.

Progres-
sus scientiæ
Mathema-
ticæ, atq;
regressus.

Extremæ
cōsidera-
tiones Ma-
themati-
cæ scientiæ.

Epilogus.

De utilitate Mathematicæ scientiæ Cap. VIII.

POSTea verò scientiæ huius utilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuer-

Quæ d' ca-
usa Timæus
Mathema-
ticam cog-
nitionē
erudiendi
viam ap-
pellat.

† Circum
actionē.
Quid di-
cat Socra-
tes vide i
septimo d
Repu.

Despecu
Platonis
vide Pro-
clū in se-
ptimo de
Rep.

Socrates
in Phæd.

† Prælu-
dium.

Plotinus.

Dialecti-
cas. i. Me-
taphysi-
cas.
Utilitas,
quā affect
Mathe-
matica ad
Philoso-
phiam.
Ad Theo-
logiam.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad vir-
tutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfe-
ctam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque
oculum ad eam, quæ hinc fit † euectionem præparat. Ideo & in Re-
publica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs
excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recrea-
ri, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem,
& à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id,
quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, &
vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque
retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam.
nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque,
ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectilibus, per-
fecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper
diuina pulchritudine collucens, semperque mutuum ordinem
seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tra-
dit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum
nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem eue-
ctionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitatio-
nibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam
sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibi-
les harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri qui-
dem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei
autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelli-
gentis cognitionis † reminiscencia est, & ad id, quod verè est, verita-
temque ipsam excitatio? nam hoc quoque propter imperfectio-
nem proprii principij opus est. naturalis enim virtus, & ocu-
lum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso,
& eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi,
inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, vt cum natura assuescat
incorporea, cumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas ra-
tiones, prorsusque ad omnium eorum, quæ sunt considerationem du-
cere oportet. Ceterum quod ad Philosophiam Mathematica præcipuam
affert utilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis
quoque mentionem faciamus, & quod Theologiæ quidem intelligen-
tes apprehensiones præparat. quęcunque enim imperfectis scrutatu dif-
ficia, ardua que ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Ma-
thematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagi-
nes ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum si-
gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesquæ de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumquæ Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus facer, diuinusquæ sermo, & Philolai in Bacchis, totusquæ modus enarrationis Pythagoræ de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maximè confert, quippe quæ rationū ordinem, quo Vniuersum fabricatū est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mūdo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicē oppugnans, & conuenientia, cōsentientiaquæ ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaquæ elementa conmensurabilitate vndequaq, & equalitate comprehensa ostēderit, per quæ totum quoque cælum confectū est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, item quæ proprios vniuersosque eorum, quæ sunt Numeros, conuinquæ reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq, ostendens, de omnium natura contemplationē Mathematicis nominibus patefacit, elementorūquæ ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores fecundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & concinnos vitæ ministros, inconcinnitatēque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ac deteriorum generationum autorem ponens, saniorumque bonorum indissolubilis perseverantiæ, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusque deditæ sunt. quod enim ad totam Mathematicā disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiā tradere, & nō ad vnā quādam, vtputa Arithmetica, vel Geometria, omnino manifestum est. per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mūdo sunt colligantur. vide hoc in Timæo.

Qua & causa Timæi contemplationē rerū naturalium Mathematicis explicet nominibus. Ad Politicam.

Musæi 8. de Repu.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. de quo dicendū in comētariis nostris.

Ad mo-
ralem. tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus mora-
lem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordi-
nem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea
virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus
Atheni-
sis hospes
in 2. de
legibus. sanè Atheniensis etiā hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem
virtutem ab incunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū insuper
rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Fi-
guris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demū excess-
sus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ornatique effici-
mur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinate, intēpe-
rateque vitæ accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā æqualita-
tem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam in-
teruallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū
Socrates
i nono de
Rep. tamen quanta cæteris quoque scientijs, atque artibus a Mathematica
Ad cæte-
ras scias,
& artes
utilitas
Mathema-
ticæ sciz. scientia prodeat utilitas didicerimus utique considerantes quod con-
templantibus quidem, ut Rhetoricę, atque huiusmodi omnibus, quæ-
cunque in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: nec
non id, quod ex primis, & medijs, atque vltimis ad eius similitudinem
compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum
proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes præposuit.
Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobiles
que formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Phi-
lebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderan-
di indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Ma-
thematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos termi-
nantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varie-
tas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur
Socrates
i. Phileb. totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæteras-
que scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit au-
dientibus.

**Quorundam obiectio contra Mathematicas utilitatem,
ipsiusque solutio. Cap. VIII.**

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum proclives sunt pro-
pter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiæ di-
gnitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque
auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, vtilio-
res sensilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipsa vniuersę
spectan-

Prima o-
pinio.

Secunda
opinio.

spectantur, verbi gratia Geodæsiam, hoc est terræ distributricem, Geometria: & vulgarem Arithmetica, Arithmetica, quæ in Theorematis est posita: nauticamque Astrologiam, ea, quæ vniuersè docet. non enim ditescimus, dicunt ipsi, diuitias cognoscendo, sed illis vtendo, neque felices sumus felicitatem cognoscendo, sed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas scientias, quæ in cognitione, sed eas, quæ in exercitatione versantur, prodesse fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ipsi, qui in contemplatione sola versati sunt, ad vsus humanos omni ex parte sunt præstantiores. Aduersus itaque eos, qui hæc dicunt, responsum daturi sumus, Mathematicarum disciplinarum pulchritudinem quidem ab ipsis ostendentes, à quibus Aristoteles quoque nobis persuadere conatus est. tria enim hæc potissimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. si quidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indeterminatione iam in composito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinate quæ se se mouente, & rationi dissonante, & terminum illinc non suscipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipsa in contrarijs quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque existit. Hæc autem in Mathematica scientia maxime inspicimus, ordinem quidem, in posteriorum semper, magisque variorum expressis, atque simplicioribus ostensione, semper enim sequentia præcedentibus annexa sunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, consequentium primas Suppositiones: conuenientiam verò, in consonantia adinuicem eorum, quæ demonstrantur, ad mentemque omnium relatione, cōmunis siquidem mensura totius scientiæ mens est, à qua principia quoque accipit, & ad quam discentes conuertitur: determinationem autem, in manētib; semper, immobilibusque rationibus, non enim interdum quæ sub ipsius cognitionē cadunt aliter se habent quæadmodum opinabilia, atque sensilia, sed eadem semper se se offerunt, intelligentibus quæ formis determinata sunt. Si itaque pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipue sunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perspicuum quidem est, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque esse nō debet, mente quidem scientiam desuper illustrante, hac autem ad mentem properante, nosque à sensu ad illam transferre festinante? Eius autem

Fundamē-
tū secundæ
opinionis.

Responso
ad primā
opinionē.

Tria sunt,
quæ pulchri-
tudinē ef-
ficiunt ex
sententia
Arist. 13.
metaph.
1 cap. 3.

Quo tria
hæc in Ma-
thematicis
sunt.

Conclusio.

Responso
ad secundā
opinionē.

tem

Socrates
in Thez-
teto.
Vide etiā
finē Me-
nonis.
Mathema-
tica scien-
tia pp se
expeten-
da est.

Idēi supe-
riori capi-
te.

Mathema-
tica scien-
tia ppter
vitā cōtē-
plantē est
expetēda.
Fūdamē-
tū sūptū
ab anti-
Arist.

Cōclusio.

Idem ait
Arist. in
prio Me-
taph. cap.
primō.

† Sic

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; neces-
sitati studentes iudicare equum ducemus. sic enim ipsam quoq; contē-
plantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis
separat, hæcquē minime respicere, nec cognoscere appetit. Quod sa-
nē Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus
affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auer-
tit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitatio-
nem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathema-
ticam igitur scientiam, ex ipsa quē contemplationem propter se ex-
petendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si autē
tem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet,
ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim
nos deducit, animæ quē oculum ad vniuersorum cognitionem præ-
parat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque
auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non
ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem,
vel inutilem dicimus, ita sanē Mathematicæ quoque finem ad men-
tem, vniuersam quē sapientiam referre oportet. Propterea quæ in
ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem
studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur
expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eo quod nullum cum sit
quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum
incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia
omnes in ipsa libenter versantur, volunt quē omnibus alijs dimissis in
ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi
labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum co-
gnitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minime degu-
starunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia
ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ,
& quæcunq; cum materia operantur huiusmodi vsum cōsiderant)
sed contrā eius immaterialitatem, ipsi quē soli quid boni esse admirā-
dum. cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessas-
sent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt,
& non imerito. nam primā quidem, ea, quæ familiaria, ortui quē con-
iuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quæ ani-
mam ab ortu sciungunt, id quē, quod est, in memoriam redigunt.† Iu-
rē igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia
sunt, sensui quē cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredi-
mur: omnis nanque ortus, vita quē animæ, quæ in se ipsam conuer-
tur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint. Epilogus.

Alia quorundam Platoniorū contra Mathematicarum
vilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap. X.

FOrsan autem nonnulli ex nostra familia insurgētes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro sciētiarum excludere, ipsamque tanquam principia sua ignorātem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ips, quæ non nouit. His addent etiam quocumque alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contēplationem obiecta fuere. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quod ipse etiam Plato animę purgatricem, sursumque ductricem Mathematicam esse perspicue asseuerat, quippe quę caliginē aufert ab intelligenti cogitationis luminæ, quod potius conseruandum est, quàm infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęque non solum Mercurialium, sed Minerualium quoque munerum est particeps: & quod ipsam ubique scientiam vocat, quodque exercētibus maxime felicitatis causam. Verum quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiæ cognomen ab ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim presens erit mihi sermo. Scientiā Plato plerisque quidē in locis, omnē (vt ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiæ uti nomine videtur, ipsam quoque præclaram Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quæ experientiæ sunt, non autem veræ scientiæ. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionē diuidens in eam, quæ causas, & eam, quæ sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & sic artibus quidem alicu-

Argumē-
tū ex ver-
bis Plato-
nis in 7. de
Repu.

Respon-
so ad Plato-
nicos.

Homerus
in Odif.

Explicat
Platonis
sententiā.

Pla. in mul-
tis locis.

Pla. in Ci-
uili, & in
Sophista.
Socrates in
Gorgia.

Plato is
diuisio.

Plato in
Symposio

Quo differe-
rat ars à
sciētia, o-
stēdit Ari-
sto. sexto
Mor. liū
cap. 3. &
4.

De bono,
& supre-
ma causa
vide Pla-
tonem, &
Proclū in
7. de Rep.
† in princi-
pio, sed in
fine esse.

Destru-
tio Argu-
menti.

Circa hoc
vid. Plato
nem in Ti-
maeo.

Epilogus.

bi scientiæ nomen attribuit : experientijs autem nequaquam . *res*
enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem , quonam pa-
cto scientia esset ? & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscenda-
rum rationem, causamque continet, scientia quædam est. Rursus itaque
hanc quoque scientiam, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiecto-
rum proprietate diuidit, & vnā quidem partibilium cōiectatricem,
alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se ha-
bent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem,
omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à scientia separat:
Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplan-
darum vim habentem, scientiam appellat . Hanc denique scientiam,
quam ab artibus distinguimus diuidens , vnā quidem suppositionis
expertem esse vult : alteram verò ex suppositione scaturire . & illam
quidem , quæ suppositionis est expertis , vniuersorum cognoscendo-
rum vim habere : ad bonum vsque , supremamque omnium causam
scandere : finemque scandendi bonum illud sibi efficere : hanc verò,
quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostē-
dit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè + ad principium, sed
ad finem tendere . & sic ait Mathematicam tanquam suppositioni-
bus vtentem ab ea , quæ suppositione caret , perfectaque est scientia
deficere . vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cogno-
scere apti sumus , à qua etiam principia omnibus emergunt scientijs,
alijs quidem propinquiōribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne
dicamus igitur quod Mathematicam à sciētiarum numero Plato ex-
pellit, sed quod eam ab vnica scientia, quæ supremam tenet sedem, se-
cundam asserit nec quod dicit ipsam suā ignorare principia, sed quod
cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea,
quæ sequuntur demonstrare . animam siquidem, quæ ex Mathema-
ticis constituta est rationibus , aliquando quidem motus principium
esse concedit : aliquando aut, à generibus, quæ intelligentiæ subiciū-
tur motum ipsum recipere . quadrantque hæc inter se . ips enim, quæ
ab alio mouentur quædam motionis est causa, non omnis autem mo-
tus habet causam. Eodem sanè modo & Mathematica à prima qui-
dem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta : est attā-
men scientia , non vt à suppositione immunis , sed vt propriarum in
anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, ratio-
nemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subiciuntur . Hæc
itaque omnia de Platonis sententia , pro Mathematicis dicta sint .

Quæ

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conueniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē specie differentibus insunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē predicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, vt in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quod si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. + Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilineis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt conuenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quædam proprius proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtpote triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figure. Secundo verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, vtpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, conuincique minimè possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteque præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, vt de his pertractantem: cum verò, qui de intellectibus, stabilitate essentia differit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem possunt. Confestim nanque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moucantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

C a & alia

Arist. in 1.
de partib.
animaliū,
& in prio
Ethic. c. 3

Termini,
quibus Ma
thematic
iudicandū
est.
Primus ter
minus.

† Illudque,
cui id cō
tingit, idē
est in om
nibus, Tri
angulū æpe,
Triangula
risque ratio

Secundus
terminus:

Arist. pri
mo Ethic
cap. 3.

Plato in
Timæo.

Metaph. 6.

Idē vide
apud Ari
sto. secun
do Meta.
tex. 16.

Tertius
terminus.

Quo er-
ret Mathe
matica d.
mōstrado.

Quartus
terminus.

Triplices
debēt esse
Mathema
ticae Demo
strationes

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiramus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiecto-
rum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera ma-
gis. ideo Arithmetica harmonica dicimus certiore. Neque om-
nino Mathematicam, cæterasque scientias ipsdem vti demonstratio-
nibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exiguum
ipsis præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Ma-
thematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem,
quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque
huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui
Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demon-
strant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrèt,
vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam
per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens,
verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel
Aequilaterū q̃ Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hæc
determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cum Mathematica
medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas qui-
dem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum
exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspi-
ciendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ
cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem at-
tingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre,
conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere,
siquidem ipsa quoq; Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque
omnibus coaptat rationes. Verum de his quidem hætenus.

Quæ, & quot sint totius Mathematicæ sciētiæ species iuxta Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio
Mathema
ticarū Sci-
entiarū ex
niente Py
thagoræ.

Quotum,
& Quātū
principalia
Mathema
ticae Su-
biecta.

DE partibus autem Mathematicis posthæc determinandum, quæ,
& quot numero sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciē-
tiarum quoque magis particularium differentias per species conside-
rare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam
quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius par-
tem Quoro, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium
vtranque duplicem ponentes. Quotum enim aut per se subsistere di-
xerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut
stare

stare, aut moueri. & Arithmetica quidem quod per se est Quotum contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quantum quatenus immobile est, & Sphericam quod per se mouetur. Considerare præterea hasce scientias Quotum, & Quantum non magnitudinem absolute, neque multitudinem, sed quod iuxta utrumque est definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpẽdere, ne eã, quæ utrobique est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit. Cum autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quotum, quod in sensibilibus ipsis est, neque Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum censebimus. nam horum (ut arbitror) cõtemplatio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identitatemque, vnã cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad animam complendam rerum opifex suscepit, ex hisque generibus ipsam constituit, quemadmodum Timæus nos docuit, dicendum quod iuxta quidem ipsius diuersitatem, rationumque diuisionē, ac multitudinem consistens cogitatio, seseque intelligens esse & vnum, & multa, Numeros profectò sibi proponit, producitque, horumque cognitionem Arithmetica: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cõmunicationē, colligationemque Musicam sibi cõparat, ideo etiã Arithmetica Musicam antiquitate præcellit, cum porro anima quoque ipsa ab opifice prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, ut enarrat Plato. Rursusque iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens, Geometriam ex se se deprompsit, vnamque essentialē Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphericã. mouetur namque ipsa quoque per Circulos, consistit autē semper eodem modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare: & propterea hinc quoque Geometria Sphericam, ut motum status præcedit. Quoniam aut cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditam formarum conuolutionem, sed ad Finem iuxta genera ambitum respiciens hasce genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineque infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omnium siquidem principia, pariterque multitudinis, atque magnitudinis mens in ipsa cogitatione collocavit. cum enim tota ad seipsam similium partium sit, & vna, atque indiuisibilis, rursusque diuisibilis, formarumque ornatum educens, Finis, atque Infinitatis essentialis ex ipsis intellectilibus est particeps. verum intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, rationesque varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentie hasce constituere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitas

Quo Quotum
& Quantum à
Mathematico
consideretur.

Digressio.

Ex quibus Ani-
mã cõstituat o-
pifex ex Timæi
sententia.

Quo cogitatio
Mathematicas
producat scias.

Anima prius è
diuisa, postea
collecta ex mē-
te Platonis in
Timæo. & ideo
Arithmetica p-
æcedit Musicam.

Geometria præ-
cedit Astrono-
miã, quia motu
prior est status

Cur dicant Py-
thagorei Ma-
thematicam cir-
ca finitum ver-
sari.

Cogitatiois in-
telligentie iuxta
suum Finem Ma-
thematicas sci-
entias cõstituerunt

Infini-

Epilogus.

Infinitatem . mentis siquidem imaginem afferunt , non autem vitæ .
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia , & quatuor sciētiarum diuisio .

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex
mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathematicarum Diuisio, ex Gemini sententia .

Mathematicæ sciētiæ partes .
Arithmetica .
Geometria .
Mechanica .
Astrologia .
Perspectiua .
Geodæsia .
Canonica, siue Regularis .
Supputatrix .

Excluditur Ars militaris à Mathematicis sciētiis, & aliæ .

Hippocrates in lib. de locis .

Quomodo Mathematicis Ars militaris utat̃ .

Geometriæ duę sūt species, Planorū consideratio, & Stereometria .

RVrsus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathematicam censent, sicuti & Geminius . & vnam quidem eius partem in intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt, hæcque attingere . Intellectilia vtrique appellantes quascunque inspectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans formis . Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè primas, præcipuasque ponit partes, Arithmeticam, & Geometriam: eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Mechanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicam, atq; Supputatricem . Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci (*τακτική*) vocant, vnam aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæsia, vt in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spatij. Quemadmodum porrò eo magis neque historiam scribendi, neque medendi artem Mathematices partem vltam esse dicunt, licet sepe numero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur Theorematis . Rerum quidem gestarum scriptores, vel Climates situs referendo, vel vrbiū Magnitudines, & Dimetientes, vel Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res in arte sua huiuscemodi vñs dilucidando . nam vtilitatem, quæ in Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit, ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisque dixere . Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis operam accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematis, nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem volens, quę numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra, suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli, vbi plurimam apparere cupit . Cum autem hæ sint totius Mathematicæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtemplationem, & Solidorum dimensionem, quę Stereometria vocatur.

siquidem

liquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio, quoniam neque Figura [†] ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri possit. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparet, aut dividat. Item Arithmetices distributio est in Numerorum linearium, & planorum, & solidorum contemplationem. species namque Numeri per se se considerat ab Unitate procedentes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad tertiam usque accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similis in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros, neque intellectibus id assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passionces, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimittitur rebus (*palas*) quasdam, & (*quales*) appellans. & nullum quidem concedit illi minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi pro mensura totius hominum multitudinis, sicut Unitas quoque communis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua iustus, atque Canonica a Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorij tanquam Lineæ vtitur, & Angulis, qui ex hilce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earum apparentiarum, quæ aliter quam sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atque alios situs, & distantias, vt Parallelarum coincidentie, vel Quadrangulorum tanquam Circulorum aspectionis; & in vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est umbrarum designatrix appellatur, quæ ostendit qui fieri possit vt ea, quæ in imaginibus apparer, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes concinentiarum considerat rationes, Regularum sectiones reperiens, sensusque vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti

aures

Pulchrum.

† in his

Principale Geometrie officium.

Tres Arithmetice partes, linearium, & planorum, & solidorum Numerorum consideratio.

Geodæsia, & Supputatrix eodem modo diuiduntur, quæ Arithmetice, & Geometria.

Quæ Geodæsia & Supputatrix considerentur.

Canonica intelligit esse Musicam.

Tres totius Perspectiue partes

Perspectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid consideret, de qua Plato in 7. de Reipu.

Mechanicę par-
tes. aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porro, quas hucusq; enume-
rauimus accedit ea, quę Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quędam
Instrumento-
rum effectrix. quę existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materię-
(*ἐργασίον*) vocatur, eorum inquam, quę gerendis sunt bellis ido-
nea. qualia sanę Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-
ra, mariquę obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quę
Miraculorum
effectrix, quę
triplex est. (*θαυμάσιον*) dicitur, quippe quę alia quidem spiritibus maximo
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inęquili-
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus
etiam determinauit: alia verò nervis, Sparrisquę animatas conuolu-
tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquili-
brantium omnino, & eorum, quę centropōderantia vocantur cogni-
tio: nec non (*σφαίροισι*) hoc est Sphęrarum effectrix ad celestium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiā fabricatus
est: ac deniq; omnis, quę materiam mouendi vim habet. Reliqua aut
Sphęrarum ef-
fectrix. Astrologia est, quę de mundanis edisseri. motibus, de corporum ce-
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquę
Astrologię cō-
siderationes, &
partes. distantijs, ac de omnibus, quę huiuscemodi sunt, multa quidem à
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-
municans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quę in horarū di-
mensione positu Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica,
Gnomonica. quę eleuationum differentias, siderumquę reperit distantias, necnon
Metheorosco-
pica. multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars
est Dioptrica, quę sanę quinq; Solis, & Lunę, cæterarumquę stellarū
Dioptrica.
Epilogus. distantias huiuscemodi Dioptriciis dignoscit instrumentis. Talia de
partibus quoquę Mathematices à priscis tradita, memorięquę prodi-
ta suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarū scientiarum vertex sit, & quę
sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIII.

Plato in 7. de
Repub. ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Pla-
to Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fa-
stigium in libris de Republica nuncupauit, & quę nam ipsarum
coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-
suit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione
superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-
nemq;

Vide Epinomi-
dem, qui Plato
ni ascribitur.

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sane modo Dialectica quoque purissima Philosophiae pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sane adiuta, & perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, volunturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immerito igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiaque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendar: compositiones insuper, quæ ex principijs producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia consurgunt, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, non vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidem proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciiori quodam modo in seipsam cōplectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc rīs, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentijs suis

Cōiunctio
Mathematicarū, nō
est, proportio, vt
voluit Eratosthenes

Secunda
Mathematicarū
cōiunctio.
Plato in
Repub.

D. reducit

Tertia Ma-
themati-
carum cō-
iunctio.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nullique
reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens
ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter
in se se comprehendit: ipsarumque varietatem, sua simplicitate: &
partitionē, impartibili cognitione: multitudinēque, vnione coarctat.
Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolu-
tiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū
sermonum[†] cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi
facultatis, tum etiam cognitricis actionis[†] longè optimus. Hæc de his
quoque à me enucleata sint.

† pgressū.
Finis opti-
mus, Mæth.
† ipsum
optimum.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in
Memnone

Socrates in
Memnone.

R Vrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumque
disciplinarum vnde nam diceremus scientiis his ab antiquis asigna-
tum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi
videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellatio-
nē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse:
sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cum perspexissēt quidē, q̃ omnis
quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscētia est: quæ
quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensilibus
consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduenti-
tia, ascititiaque veluti quæ in opinione posita est cognitio, verū ex-
citatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogi-
tatione ad se se conuersa. Cumque perspexissent, quod licet ex multis
rebus reminiscētiæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq;
ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in de-
scriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscētiā esse facil-
limè cōprobabit. Vnde porro Socrates etiam in Memnone hoc ar-
guendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quā animam ipsam
suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recorda-
tur nil aliud est, quā cogitans animæ pars: hæc autem in Mathema-
ticarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq;
scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet si-
quidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promit autem vnāquancq;
cū impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sen-
sus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem infor-
mantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fle-
ctunt.

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipfos fit conuersio-
nis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est expers
cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus
obnoxium, eius, quæ nullis affectibus lēditur actionis est impedimen-
tum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in
ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus:
& actu scientes esse: & essentialē cognitionem depromere. Dum
autem vincti, captiuiquē sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo
modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc
itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū
reminiscētia est. Mathematica quæ (hoc est disciplinatiua scientia, vt
sic exponā) propter hanc ea cognitio porisimū nuncupatur, quæ
nobis ad earū rationū reminiscētiā maximē confert. Et opus igitur,
atque officium huiusce scientiæ, quale porrò sit à nomine fit manife-
stum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intel-
ligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū
essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab
ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate pro-
ueniunt: ad Dei planē similitudinem huius scientiæ præsidis, qui in-
telligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, &
animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & in-
quisitione ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, pu-
ręquē mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanē nos quo-
que præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplatio-
nem perscribemus.

Opus Ma-
themati-
ces à noie
fit mani-
festum.

Opus Ma-
themati-
ces, simile
est operi
Dei.

P R I M I L I B R I F I N I S .

D : Procli

P R O C L I D I A D O C H I
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.

LIBER SECVNDVS.



Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &
quenam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus
eorū, quæ
in prio li-
bro dicta
sunt.



OMMVNIA quidem, ad omnemque Ma-
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-
monibus perspeximus, & à Platone non dissen-
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-
sentem pertinent tractatum colligentes. Posthec
autem consequens est, vt de ipsa quoque Geome-
tria, deque proposita Elementorum institutione

differamus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post
Arithmetica secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-
gnosci potest, ab Arithmetice rationibus determinatur) à veteribus
dictum fuit, nec lōgo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-
teriam considerarem, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam
cognoscentis, vtilitasque ab ipsa proueniens, nec non illud, quod à
discipulis comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,
de quibus Geometria differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-
ctum inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus
vnuquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non
pro-

Dubitatio
bimēbris.

Primū me-
brum.

Primū ar-
gumentū.

Secundum
argumētū

profundam superficiem , vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq; basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cū sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omnique sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnā cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumque sint progressa? Quod si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæque puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoque interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnā cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circumquē secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumque, & figurarum accretiones, atque decrectiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam qd Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereque à sensu ad mentem concedit, tamen si (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūque plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereue tale, quod existētiā quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisque dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterque consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisque gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoque multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt cenſeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemque, subsistunt.

Tertiū argumentum

Secundum membrum

Primū argumentum.
Secundum argumentū
Tertiū argumentū.

Quantum argumentū ab auctoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiā Arist. 2. phisico. & 3. de aia Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices
vniuersa-
les formæ
sunt.

Duplex
materia
ex sentē-
tia Arist.
i 7. meta.
35. & 39.
Duplex
vniuersa-
le, quod in
multis est

Arist. 3. de
aīa, tex.
20.

Plato in
Timæo.
Phantasia
media est
inter sen-
sū & mē-
tem.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluiam) vniuer-
salibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quæque
in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam ma-
teriam considerabimus. Ipsiusque participantia duplicia ponentes,
vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia si-
quidem duplex est : vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt :
altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco
& Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, du-
plex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia
participent : alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasie
multitudinibus subsistat. Phantasia namque propter motum forman-
tem, atque eò quod cum corpore, & in corpore subsistit : partibiles
semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea
cognoscitur, talē sortitū est existentia. Vnde sanè & mentē passibilē
eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā mo-
do non impassibilis est, nec materiæ expers? Sin autem cum passio-
ne agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassi-
bilitas quidem menti, intelligentique naturæ competit : passibile ve-
rò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè
primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens,
simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & pas-
sibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam
primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes sunt :
intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis,
quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omni que impressione, ac
passione aliunde adueniente immunes. Vltimæ verò, per instrumen-
ta sese exercent, & passiones potius sunt, cognitiones extrinsecus ad-
mittentes, vnaque cum subiectis sese commouentes. Tales enim (in-
quit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phan-
tasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem
à sese, promittitque id, quod sub cognitionem cadit : eò autem quod extra
corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & inter-
uallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et
ideo quicquid nouerit, impressio quedam est, & forma intelligentiæ.
Circulum quæ vnà cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidē ma-
teria immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam ha-
bentem. Atque idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemad-
modum neque in sensilibus. Simul namque apparet distantia, maiusque,
& minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur
insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquencp etiam ipsorum, circulum perficit, omnesque sibiinuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, interualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis, atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intellectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa confedit natura. Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnius in ipsis existentis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cælo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & e contrario impartibilia, partibiliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, expertis magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantum, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque, cum de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponēs, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est
circularis,
& triangu-
laris ratio.

Geometria
vniuersale
illud confi-
derat, qd
in imagina-
bilibus di-
tributū ē.

Idé vide
superius i
lib. I. c. I.

Optimus
finis Geo-
metrici
studij, &
doni Mer-
curialis
opus.
De Caly-
psone vi-
de Plutar.
in opusc.
de vitâda
vſura.

rò, qui in Geometria est circulus) verùm vniuerſale quidem ipſum conſiderare fatebimur, ſed illud, quod in imaginabilibus diſtributum eſt circulis. Et alium quidem intueri: per aliumquè, eum, qui in cogitatione eſt circulum contemplari: circa alium verò demonſtrationes facere. Cùm enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contractè perſpicere: diſtrahit ipſas, ac ſubducit, & in phantaſiam in veſtibulis collocatam promit, in illaquè, aut etiam cum illa ipſarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à ſenſilibus ſeparationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non ſine phantaſia eſt. Compositioneſquè figurarum, ac diuiſiones imaginabiles ſunt, cognitioquè ipſarum via quidem eſt, quæ nos ad eam perducit eſſentiam, quam per cogitationem aſſequimur: nondum autem ad illam decurrit, cùm cogitatio ipſa ad exteriora inſpiciat, hæcquè iuxta interiora contempletur, & ratioꝝnum impreſſionibus vtatur, à ſeſequè ad exteriora moueatur. Quòd ſi vnquam cùm interualla contraxerit, impreſſioneſquè, & multitudinem ſine impreſſione, atq; vniſormiter perſpexerit, ad ſeſe reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interualliſquè expertes, atque eſſentiales, quarum copia eſt. Hæcquè ipſius actio finis porrò Geometrici ſtudij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypſone ipſam ad perfectiorem, magiſquè intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantaſia ſunt informantibus apprehenſionibus ſoluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemquè, necnon ad eũ tranſitum, qui à phantaſia ad ſolam cogitationem fit, ipſam per ſeſe finem facere. Surripiendo ſe ſe ab interuallis, paſſibiliſquè mente ad eam actionem, quæ in cogitatione eſt. Per quam cuncta ſine interuallo cernet, & ſine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo ſunt multiangula, omniaquè in omnibus, & vnumquodq; ſeorſum. Ob hoc enim oſtendimus etiam in phantaſia, & in multiangulis circulos inſcriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes oſtenſionem: Idcirco igitur & figurarum conſtitutiones, & ortus, & diuiſiones, & poſitiones, & applicationes deſcribimus: quoniam phantaſia inſuper vtimur, huiuſcemodiſquè ex hac diſtantijs. Siquidem forma ipſa immobilis eſt, & ingenita, & indiuiſibilis, & ab omni ſubiecto immunis. Verùm quæcunq; etiam in illa latenter ſunt, cum interuallis, partibiliterquè in phantaſiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio eſt: à quo autem

pro-

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promittitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quæ plurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subijciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia fixæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timæo, & in 7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.

Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumque Positio- num, ac Motuū cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediens, ad Solida autem usque descendens, multiformesque ipsorum differen- tias inueniens, Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad ho- rum reuertens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præiudiciis sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vijs utens. In principijs quidem formarum Diuisionibus à genoribus, Defini- tionibusque orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demon- strationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus, ad Demonstrationes exurgit: seorsum verò de per se Acci- dentibus, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque .n. scien- tiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque pas- siones sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Tota à vna quaque scia requirunt, subiectum, Accidens, & Principium.

E qui-

Geome-
trię subie-
cta.

Geome-
trię acci-
dentia.

Geome-
trię prin-
cipia.

Quę sint
q̄lita Geo-
metrica.

Quę sint
quęlita nō
Geometri-
ca.

Duplex ē
quęlita nō
Geometri-
cum.

Geome-
tria nobis
exhibet in-
strumenta
iudicandi

Aristo. 1.
post. 1. 42.

Arithmeti-
ca certior
est q̄ Geo-
metria.

Geome-
tria cer-
tior quā
spherica,
& Arith-
metica, q̄
Musica.

Geome-
tria cer-
tior quā
Mechani-
ca, Perspe-
ctiva, &
Specularia

quidem cōmūnia sunt omnibus (licet singulę proprię ipsi in subie-
cta sibi, vtantur materia) genus verō, & per se accidens diuersum.
Geometrię igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Cir-
culi, Figuręque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini: Quę
autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates,
Applicationes, Excessus, Defectus, huiusmodi omnia: Petitiones
verō, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat: illud, a quocunq;
signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere. Et illud, si ab
æqualibus æqualia ablata fuerint, quę remanent, æqualia esse. Quę-
que his cōsequentia sunt. Vnde etiā non omne Problema, nec Quę-
situm omne Geometricum est, sed quęcunque ex Geometrię fluunt
principijs. Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit: conuincetur
vtique vt Geometra. Quęcunque autem non ex his, haud Geome-
trica quidem, verū a Geometrica contemplatione sunt aliena, Et
hęc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quęsitum il-
lud est, quemadmodum Quęsitum Musicum a Geometria alienum
dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autē
a Geometrię principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs,
sed peruersę, vt si quis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geo-
metria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus digno-
scere poterimus, quę nam ipsius consequantur principia, & quę a
principiorum exordiantur veritate. Modi enim, quibus mendacia recar-
guere possumus prout errant, hanc habet promissionem. Aliam nūq;
Geometrica, alia verō Arithmetica comitantur principia. Quid enim
de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimum distant? Certior
namq; alia, quā alia est scientia (vt ait Aristoteles) quę quidem a
simplicioribus emanat suppositionibus, quā ea, quę magis varijs
vtitur principijs: quęque dicitur propter quid, quā ea, quę tantum
ita se habere agnoscit: & quę circa intellectibilia versatur, quā
ea, quę sensibilia attingit. Et iuxta hasce consuetudinis definitiones, Arith-
metica quidem, Geometria certior est: eius siquidem principia sim-
plicitate sua excellunt. Nam Vnitās quidē, positionis est expertis: Pun-
ctum verō, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positione
susceperit, Geometrię principium est: Vnitās verō, Arithmeticae
Geometrię quibē certior, quā Spherica: & Arithmetica, quā Mu-
sica. Hęc nanque causas eorum, quę sub illis continentur Theorema-
tum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quā Mechanica, Per-
spectiua, ac Specularia: quoniam ipsę de sensibilibus verba faciunt.
Arithmetica igitur, ac Geometrię principia quidem ab aliarum prin-
cipijs

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theorematum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit Arithmeticæ: Geometriæ verò minimè. Sunt enim in ipsa rationes etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones secundum minus terminari, Arithmeticæ proprium: in Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriæ verò peculiariora sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportioncs, quæ exprimi nō possunt: ubi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmetica: alia autem contrā ab Arithmetica in Geometria: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à tota Mathematica sciētia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationū conuersiones, et cōpositiones, ac diuisiones, hoc modo ambabus cōmunia sunt. Quæ verò cōmensurabilia sunt, Arithmetica quidem primū inspiciat: postea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiuscemodi cōmensurabilia, hæc esse determinat, quæcunque rationem ad se inuicem habent, quā numerus ad numerum: utpotē quod cōmensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cōmensurabile: & ubi cōmensurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primū inspiciat: iuxta proportionem autem ab ipsa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trāsimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspicimus, veluti cū omne multiangulum à nobis in triangula resoluitur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cū quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à septenario duplus est, vno deficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriæ principia differunt inuicem, & cōmunicant.

Quæ sunt cōia Arithmeticæ, & Geometriæ theorematum, & quæ vtrique propria.

Cōmuniū theorematum distinctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs : propria verò, à quibus. Et sic non Geometricea quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam : hæc verò, ad aliam asserre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspiciemus. Intelligemus sanē per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi : & cunctis suas accōmodare animaduersiones : & omnium formas in se continere : & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verē sunt circūspicere : & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dījs quidem conuenientes figuræ sint : quæ verò primis essentījs : quæ autem animarum substantījs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes : & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit : ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionēs : necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. E quibus sanē imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialēque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectilium generum : exemplaria verò sensiliū : suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentialē. Per hæcque veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricē verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus : & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendique vi : materiā verò attingens, multas à se se promit

mit scientias : vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā . Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs . Bellica etenim instrumenta , ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit . Et montium circuitus , locorumque situs cognitos fecit . Mensuras demum edocuit : alias quidem earum, quę in terra : alias verò earum, quę sunt in mari viarum . Necnon Libras, Trutinasque construxit . Ex quibus æqualitatem iuxta numerum , certā ciuitatibus reddidit . Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit . Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia . Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur , cū nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat, Cū .n. omnes vnā Syracusī nauē illā protrahere minimē possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit . Stupefactus autē ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est . Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse , cū corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cōmistarum materiarum pondus comperisset . Hęc quidem Antiquorū plurimi memorię prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes : & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometrię omnino cognitionem , vtilitatemque ostendentes ,

Hierō Syracusius .

Gelonis corona .

Quis sit Geometrię ortus, quęque fuerint ipsius inuētores Cap. III.

ORTUS autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est . Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones . Nec nostris quidem temporibus primum , vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verū in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse . At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem considerata sunt, dicimus quòd à plerisque memorię proditum est, apud Aegyptios Geometriam primum inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit . Hęc siquidē illis necessaria fuit , propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis . Nec mirum vidēti conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quā aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium . Siquidem quod

Aristo. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emensione apud Aegyptios primum.

in

Apud Phē-
nicas nu-
merorū i-
cepit co-
gnitio .
Mathema-
tici clari .
Thales Mi-
lesius pri-
mus , ab
Aegypto i
Græciam
Geome-
triam trā-
stulit .
Ameristus
Hippias
Pythago-
ras .

Anaxago-
ras .
Oenopi-
des .

Hippocra-
tes .
Theodo-
rus .
Plato

Leoda-
mas
Architas
Thegetus

Neoclides
Leon .

Eudoxus .

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet
transitus. Quemadmodum ergo apud Phēnicas propter mercaturas,
atque cōmercia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita fa-
nē apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
est causam . Cum itaque Thales primū Aegyptum petisset , hanc
cognitionem in Græciam transtulit . Et multa quidem ipse inuenit,
multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit . Alia quidē
vniuersalius, alia verò sensibilius attingens . Post hunc autem Ame-
ristus Stefichori Poetę frater, tanquam qui Geometrię studium reti-
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Elęus mentio-
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis . Post hos autem
Pythagoras eā Philosophiā, quę circa ipsam Geometriā versatur, in
liberalis doctrinę figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans;
immaterialiterque, & intellectiliter theoremata perscrutans . Qui fa-
nē eorum etiam , quę explicari in Geometria non possunt tractatio-
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit . Hunc verò
secutus Anaxagoras Clazomenius multa , quę ad Geometriam per-
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius , qui fuit Anaxagora ali-
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit , veluti
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti . Quibus succedens
Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusque
Cyrenęus insignes in Geometria euasere . Primus namque eorum , qui
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit : Plato autē cum
his successisset , fecit tum Geometriam ipsam , tum etiā cæteras Ma-
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter
ingens, quod ipsis adhibuit studium . Quēadmodum alicubi ipse sese
manifestat , & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-
quētia: & vbiq; excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
attingit . Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius , & Architas
Tarentinus, & Thegetus Atheniensis : à quibus theoremata aucta
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem . Leodamante au-
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon : qui ad ea, quę
superiores excogitauerant multa addiderunt . Ita vt Leon Elementa
quoque construxerit accuratius, & propter multitudinem , & propter
vsum eorum, quę in ipsis ostenduntur : & determinationem inuene-
rit, quando scilicet quod queritur problema possibile sit , & quando
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,
sodalis verò Platonis , primus multitudinem eorum theorematum,
quę

quæ vniuersalia appellantur locupletiore reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias; & quæ circa sectionem à Platone sumperat initium, in huberiores diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis usus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusque frater Dinoftratus perfectiorem adhuc totâ fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiâ in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregie, multaqué particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicius præterea Atheniensis ipsdem temporibus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegeto prius edita fuerant huberiores fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conscripsit. Philippus autem Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque in Mathematicis disciplinis incensus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonice Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscribere, hucusque sciendiæ huius perfectionem producant. Non multo autem his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thegeto reperia fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autem iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quia etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esse, ne aliqua ad Geometriam capessendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viâ regiâ, quæ ad Geometriam ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, antiquior vero Eratosthenes, & Archimedes (hi. n. vno eodemque tēpore vixerunt, vt tradit Eratosthenes). Secta aut Platonici, huiusque philosophiæ familiaris est. Vnde sanè totius quoque Elementarum institutionis huius instituit, earum, quæ Platonice appellantur figurarum constitutionem.

Amyclas
Menæch-
mus.
Dinoftra-
tus.
Theudius.

Cyzicius

Hermoti-
mus.

Philippus
Mendæus.

Euclides.

Primus
Ptolem.
Archime-
des.

Eratosthe-
nes.
Platonice
figurar.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina.

Cap. V.

Sunt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis
opera

Perspecti
 ua.
 Specula-
 ria.
 Musica.
 Liber de
 diuisioni-
 bus.
 Geometri-
 ca Elemē-
 ta.

Liber Men-
 daciū,
 siue Falla-
 ciarum.

na, admirandę diligentię, peritequę cuiusdam considerationis plena. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad Musicam capeſſendam conducunt Elementares institutiones. Item quę de Diuisionibus liber. Pręcipuę verò circa Geometricam Elementorum institutionem cum quispiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę poterat dicere, sed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis syllogismorū modos, alios quidē à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamquę accommodatos. Pręter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: Demonstrantem autem, in his, quę à principiis ad quęſita fiunt progressionibus: Resoluentem verò, in his, quę fiunt à quęſitis ad principia reuerſionibus. Quinetiam varias conuerſionum species, tum earum, quę simpliciores, tum etiam earum, quę compositiores sunt, in hac tractatione commodē est intueri. Et quę quidem tota totis conuerti poſſunt: quę verò, tota partibus, & contra: quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, dispositionem, atque ordinem præcedentium, & ſequentium, vim, qua ſingula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à ſcientia elapſus, ad contrariumquę mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanquā quę veritati adherent, quęquę parientibus ſciētiam principis ſunt conſequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principiis ſui errorē, rudioresquę decipiunt, horum quoque perſpicacis prudentiæ Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inſpectionem aggrediuntur, ab omniq; deceptione permanere immunes. Atque hoc ſane volumen, per quod hanc infero nobis præparationē (*transplex*) hoc eſt Mendaciū, ſiue Fallaciarum inſcripſit. Quippe qui modos ipſarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem noſtram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experiētięquę ipſi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercēdiq; vim habet. Elementaris verò ipſius peritæ Geometricarum rerum contemplationis inſtitutio, inuincibilem, perfectamquę habet enarrationem.

Quod

Quod nam sit Geometrie Propositum.

Cap. VI.

QUod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ sunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometræ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscētem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā evidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p
positum.Primum
Geometre
PropositūQuorūdā
opinio.Secundum
Geometre
PropositūArchime-
des.Apollo-
nius.Geome-
træ totum
Propositū

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen,

& cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est

Elementorū institutor vocetur.

Cap. VII.

HOC ipsum autem (Stichioseos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,

Inscriptio

F quā

Triplex
Theore-
ma.

Elementū
quid.

Elementa
re quid.

Theore-
ma.

Quid sit
Theorema
quod neq;
Elementū
est, neque
Elementa-
re.

Duplex E-
lementum
ex Menē-
chmi sen-
tentia.

Petitiones
Theorema-
tū Elemē-
ta sunt.

Cur Eucli-
dis Theore-
mata Ele-
menta vo-
centur.

Difficile ē
Elementa
cōstruere.

quam habet rationem, ut sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia verò Ele-
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicis-
sima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnis-
quæ dictio, atque oratio ex his constituta est: ita sanè totius quoque
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-
torumquæ accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendūt,
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contempla-
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum quic-
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-
mentarium vim. Rursus autem Elementum (ut ait Menæch-
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-
firmatur Elementum est. ut Primum apud Euclidem Secundi,
Quintiquæ, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterum
alterius Elementa esse dicentur. Mutuò enim confirmantur.
Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &
è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptioniquæ huiusmodi
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in
quod cum sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verum ea, quæ
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-
do in Arithmeticis quoque, in Astronomicisquæ Elementares in-
stitutiones multi conscripsere. Difficile autem hoc est, eligere
quidem, commodequæ in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæquæ resoluantur . Atque eorum , qui huic rei operam nauarunt , alij quidem plura , alij verò pauciora colligere potuerunt . Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere . Et alij quidem modum per impossibile , alij verò Proportionem prætermiserunt , alij autem præparationes aduersus destruantes principia moliri sunt, Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti . Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est . Cuncta verò propositum continentia, concludentiaque eligere : commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum . Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam : harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant . Vniuersalem denique Theorematum in terminis comprehensionem sibi vindicare : quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant , incomprehensibilem efficiunt cognitionem . Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset . Ipsius enim vtilitas quidem , ad primariarum Figurarum contemplationem maxime confert : diluciditatem verò, ordinatamque traditionem, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à communibus notionibus habet initium cognitionis perceptio . Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis , principalibusque Theorematibus ad Quæsitam migratio . Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ipsædem vñs cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisque constitutio : vel tanquam ea , quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt , ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit : vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum , Linearumque species . Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem , cognoscuntur autem à simplicibus . Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant .

Diuerfis
modis mul-
ti Elemen-
ta tradide-
runt.

Condones
quæ requi-
runtur ad
optimam E-
lementorū
institutio-
nem.

Euclidis
Elemēta -
ris institu-
tio oēs iā
dictas ha-
bet condi-
tiones . Et
ideo om-
nes aliorū
institutio-
nes excel-
lit .
Cur quæ-
dā ab Eu-
clide præ-
termittant

Apollonius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo ,
Cap. VIII.

Vniuersum autem sermonum , qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

F 2 nunc

Prima phi-
losophia.

Nulla scia
sua demō-
strat prin-
cipia.

Motus, vt
suppositio
principiū ē.

Euclides.

Quo diffe-
rant inter
se Pronun-
tium, Peti-
tio, & Sup-
positio ex
sententia
Ari. 1. pō-
st. text. 25

nunc edocebimus. Quoniam hanc scientiam (Geometriam inquā) ex suppositione constare dicimus, ex definitisque principijs reliqua, quæ sequuntur demonstrare (vna enim tantum absque suppositione est, reliquæ verò omnes ab illa sua assumunt principia) necesse est utique Geometricam Elementorum institutionem conſtruentem ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex principijs fluunt cōcluſiones: dequæ principijs nullam reddere rationem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare. Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipsis verba facit: verum circa ipſa per ſe ſibi facit fidem, magisque ſunt ei euidentia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſe, hæc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſophus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens. Ita Medicus, cæterarumquæ ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſque peritus. Quod ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent, in idem permiſceat, is totam perturbat cognitionem, eaquæ conglutinat, quæ nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primum itaque (vt dixi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda erant. Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cōmunia ſcientiæ huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataquæ diuidit. Differunt namque hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, & Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cum quidem, & addiſcenti cognitum, & per ſe credibile fuerit quod in principij assumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quæ eidem equalia, ad inuicem quoque equalia eſſe. Cum verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per ſe fidem faciat, verumtamen ponit, conceditquæ id aſſumentī, tale ſuppoſitio eſt. Nam quòd Circulus ſit eiſmodi Figura, non quidem iuxta cōmunem notionem nulla præcedente doctrina præſumpliſimus: verum audiendo, absque demonſtratione concedimus. Cum autem rursus nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conſeſſum, aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, omnes rectos angulos equales eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi poteſt, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctrinam hoc modo diſtinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppoſitio.

sitio. Sæpenumero autem omnia quoque hæc quidam Suppositiones
 vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem
 Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum sententiam,
 Suppositiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinio-
 nem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur. Rursus autem,
 quæ ex principiis scaturiunt, in Problemata, Theoremataque diui-
 duntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel
 Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones con-
 tinentia: Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia. Quæ-
 admodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes:
 eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Pro-
 blemata præassumpserunt. Olim autem veterum Mathematicorum
 alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmo-
 dum Speusippi, Amphinomique Sectatores, arbitrati scientijs con-
 templantibus magis esse propriam Theorematum appellationem,
 quam Problematum. Præsertim cum de æternis verba faciant. Or-
 tus enim in æternis non est. Quamobrem neque Problema locum in
 his quidem habebit: ortum, affectionemque eius, quod prius non erat
 enuntiando, ut puta Acquilateris Trianguli constitutionem, vel Qua-
 dranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum
 Signum positionem. Melius itaque (inquiunt) est, dicere quod om-
 nia, huiusmodi sunt. Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed co-
 gnoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes.
 Quapropter cuncta etiam Theorematicè, non autem Problematicè
 suscipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata
 censebant: Quemadmodum qui Menegmum secuti sunt Mathe-
 matici. Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem
 quæsitum comparare, aliquando verò cum determinatum illud ac-
 ceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis ha-
 beat, vel quos ad aliud respectus. Et rectè quidem utrique dicunt.
 Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt. Non enim eiusmodi
 sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanices. Sensilia
 nanque ea sunt, ortumque habentia, & cuiuscunque generis muta-
 tionem. Et qui Menegmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt.
 Siquidem neque Theorematum inuentiones, absque in materiam ac-
 cessu esse villo modo possunt: materiam inquam intellectilem. In il-
 lam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immerito
 utrique generationibus assimilari dicuntur. Cogitationis nanque no-
 stre motum, rationumque in ipsa existentium productionem: Figu-
 rarum,

Stoicorū
opinio.

Quæ à pri-
cipiis ema-
nāt in Pro-
blemata,
Theorema-
taq; diui-
duntur.

Speusippi,
& Amphi-
nomi opi-
nio.

Eorū fun-
damentum.

Menach-
mi opinio.

Munus p-
blematis
duplex se-
cundū Me-
negmum

Duarū su-
periorum
opinionū
cōciliatio.

Intelligi-
bilis ma-
teria.

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate. Materia Problematis, & theorematidis, quid. Prædicatū symptomatis quid.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- que mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometri- ca, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Pro- fus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta au- tem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsi demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnum- quodque eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumque opposi- tum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipe- re symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, vtpote Triangulum, vel Qua- drangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, vtpote Aequalitatem, vel Sectionem, vel Posi- tionem, vel aliquid aliud huiusmodi. Cum igitur ita quispiam pro- posuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Proble- ma dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere: Rursusque super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, vt & non æquilaterum constituatur. Cum autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema eum proponere dicen- dum. Fieri enim non potest, vt non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa si quis Problematicè for- mans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geo- metriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamque ma- teriam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponen- dum est. Vt datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in par- tes æquales secare. nam fieri potest, vt in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispe- scere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrangulum descri-

describi. Atque omnia quæcunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodori, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid sit symptoma, quod de ea, quæ in ipso est materia prædicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quæritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quæritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cōtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Aequicruris æquales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere. Differe enim (dicebant ipsi) absolute quidem, atque indefinite quærere sit ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineæ rectam Lineā ad Angulos rectos erigere, & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterum quod quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifestum est. Quod autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quæ demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia, nam vt ostendamus quod id, quod iussum erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quæsi naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem, ipsisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quo differat Theorema à Problemate iuxta Zenodori opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonij sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata habet, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum,
Cap. VIII.

Posthæc autem cum primi libri Propositum determinauerimus,
diui-

Primi libri
Propositū.

Maximè
primæ, &
principalis
simæ Recti-
lineorū Fi-
guræ Triā-
gulum, &
Parallelo-
grāmum.

Triangulū
æquilatērū
trium Ele-
mentorū
est proxima
causa; Quadran-
gulum vero,
vnius.

Præ pars
primi libri
eiusq; pro-
positum.

-non
causa
causa
causa

Secūda, &
eius propo-
situm.
Tertia, &
eius propo-
situm.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitio-
nibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineo-
rum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque
ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior
sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, à sensilibusque ad
intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens
est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intel-
lectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, &
vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod
autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero
crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, princi-
palissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquam,
& Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elemento-
rum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atq; Scalenum,
& quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, &
Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitu-
tæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadrā-
guli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò
ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium
Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangu-
lum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum
toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elemento-
rum confert cognitionem. Quinetiam ad discipulos instituit in eam,
quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum re-
rū inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Diuissio Cap. X.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima qui-
dem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta An-
gulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit
ad inuicem, atque vnumquodq; per se se inspicit. Triangulum namq;
vnum accipiens, interdum quidem à Lateribus Angulos considerat,
interdum verò ab Angulis Latera iuxta æqualitatem, atq; inequa-
litatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit.
Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Pa-
rallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes de-
scribens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Ter-
tia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem
ostēdit,

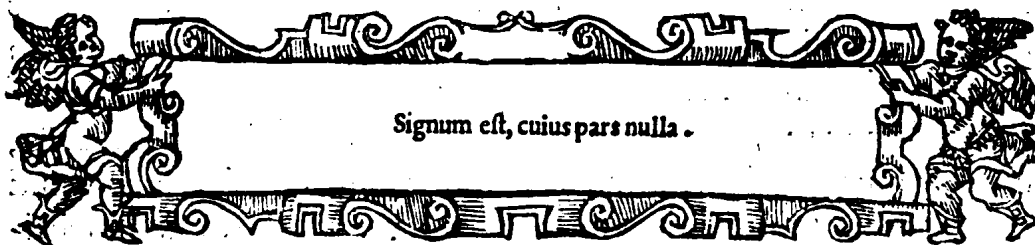
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparisonibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma ijsdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac denicq; de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis fit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

Incipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] ostendentibus quod vtiq; oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernialem mortalibus explere vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit cuctionem negligere.

Pythago-
reorum
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositionibus ad simpliciora fit transitum Geometra excucurrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie autem ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sepenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cōment.
primum.

Geome-
tra pgre-
ditur à cō-
positiori-
bus ad sim-
pliciora.

G sim-

Qd vbi nā
Termini
Termina-
tis præcel-
lāt, & vbi
Termina-
ta, Termi-
nis.
In imma-
terialibus
rebus sim-
pliciora p-
cellunt cō-
positiori-
bus.

Termini
imateria-
les præcel-
lunt Ter-
minatis i-
materiali-
bus.
Ratio.
In mate-
rialibus re-
bus cōpo-
sitoria sim-
pliciorib.
præcellūt.
Termina-
ta mate-
rialia præ-
cellūt Ter-
minis ma-
terialibus.
Ratio.

Cōfirma-
tio eorum
quæ dicta
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur; in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum v-
trunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspicatur. Dico itaq; quòd ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorem, compositio-
rum subsistentia. Proptereaquæ & in Mente, & in Ornatibus tū me-
dij, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proxime corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt;
& quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis pri-
marij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: &
impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo,
quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ
egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa
subiecta sparguntur, vnionemquæ habent ascititiam, compositio-
res sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ
in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum
materia, informata apparent, quæquæ in sensilibus sunt à Natura
progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur ra-
tiones: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias.
Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur
magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequa-
que terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa
lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitquæ ipsi adueniens.
& Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsisten-
tibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis
quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in
ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū con-
stituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs,
quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti
partes eorum, suntquæ deterioribus refertæ. Quocirca & impart-
ibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita
sunt. Suamquæ simplicitatem, atque puritatem non amplius Ter-
mini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam
suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem ho-
rum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum
efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem,
vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulquæ
distr-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaquæ simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discefferunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existētibz, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum sortitæ sint locum; & formarum aliæ quidem magis vniformes sunt, aliæ verò, magis multiplicantur: & aliæ quidem aggregatas suas habent potentias, aliæ verò in Interuallum tendentes: & aliæ quidem Fini vicinæ sunt, aliæ autem Infinitati? Etsi enim hisce duobz principijs omnes participant, verū tamen alię quidem ab vno, aliæ verò ab altero ortæ sunt, eiusquæ magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latēter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusquæ omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinitæ naturæ magis est particeps. Quapropter ex eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaquæ omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundū Extremorū distātiā, aut ex eorū sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Si quidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cū ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cū autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantum omnia existens. Vique paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatē in principijs superiorē tenent locū, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriorēs tamen cōpositioribus factę rationibus. Materia namq; harū clarius potest fieri particeps, ad hasquæ potius quā ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic
Duplicem
materiam

Dubitatio

Solutio.
Formarū
imateria-
lium ordo

Respondet
tacitæ o-
bjectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani. huiusquæ magis, quàm formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaquæ partibilia vnit, ac continet, eorumquæ progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaue comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est huiusmodi Terminos (Corporum inquã) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiusmodi naturas in ijs, quæ sunt, ipsorumquæ rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumquæ Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuquæ suo conseruant, & ipsarum Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad sesequæ constabiliunt. Axes autem ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicue non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atque incessabilis motus præbitrices? Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiæ vim, & æternam, & stabilem, quæquæ eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumquæ ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūfili-
re. Aliæ autem magis reconditæ, abstrusæquæ orationes Opificem quoque Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoquæ diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheg Sigillum appellandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisquæ vitæ largitur, inexplicabilè, efficacemquæ vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidè manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentquæ omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dii, diuisorum collectricem, multiplicatorumquæ vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Digressio

Stoicorum
opinio, ip-
siusque op-
pugnatio.Cetra quod
faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in 10.
de Rep.Pythagorei
qua de
causa Polum
Rheg
Sigillum ap-
pellabant.Cur cen-
trum Iouis
carcerem.

Dii Polorum.

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cētra quidem Sphærarum omniū, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuerforum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphærę autem ipsę Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verum hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodque isti, quatenus primarum, & maximè principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso sortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt insipientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verum impartibiliter, atque vniuniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Significationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timeus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet namque Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē,

Dii Axiū.

Propria
opinio.Quorūdā
duplex o-
pinio, pri-
ma Stoico-
rum, secū-
da Aristot.
Quo isti
Termini
subsistant.

Timeus.

Quilibet
circularū
Linea tā-
tum est.
Pla. in Ti-
meo, vide
etiā Arist.
i tercio de
Cælo.

hoc

Dupliciter
vnitas cō
sideratur.

Duplici-
ter Signū
cōsiderat.

Dubitatio
Solutio.

Solum Si-
gnū i Geo-
metria par-
tiū expers
est, & sola
vnitas in
Arithme-
tica.

Finis Di-
gresſionis
Cur Eucli-
des à par-
tium nega-
tione Si-
gnum de-
finiat.
Parmeni-
des.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam . & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam . & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur , propriam absomit impartibilitatem . Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix , alia verò vt substrata Numeris materia : & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium : ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam . Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias : particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principiis contemplationem producenti, & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere : hancque intueri simplicitatem, quæ præest, omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū, iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmetica. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in presenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum, Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia . & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur . At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit . & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum, hic verò, simplex quò ad rationem . & vterque rectè quò ad propriam scientiam . Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus, neque imperfectam ipsam esse posuerimus . Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est . hoc siquidem ipsi tantum deest, quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me, Signum est . meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc . Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principiis conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit . Omne siquidem principium diuersa ab eis, quæ scatenus à principio constat essentia : & horum negationes illius nobis pateſciunt

ciunt proprietatem . Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiusmodi doctrina perspicuum fit . Fortē autē quispiam dubitet . Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium experts Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens . Ad quā sanē ambiguitatem dicamus, quōd imaginarij motus species neque partibilis tantū est, neque impartibilis : Verūm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum . Nā si partibilis esset tantū, non vtique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistantes obscurantibus . Si quidem nullum Corpus simul, & secundū idem pluribus continetur Figuris ; verūm per secundas priores delentur . Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō esset inferior, neque per Formas operaretur . Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + confatam, conspersamque promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadant, ad ipsam penetrantium : desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum . Quōd si huiusmodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa . & iuxta illam, Signum præcipue essentiam habere dicendum . Lineæ nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est, Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter . Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint . Quōd itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quā Magnitudines sint, & quōd Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est . At cum dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quōd vtique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt . Numerum dico, Monadicum . Quapropter Numerorum etiam quilibet, vtpote Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures : Figuraque carent, & aduentitia Forma . Signum autem in Phantasia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectilem materiam . Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omni Interuallo, ac loco immunis .

Dubitatio

Solutio .

Fundamentum .
Primū argumentū .

Secundū argumentū .

Cōclusio .

†
Cōuolutā promere &c.Phantasia duplex vis .
Definitio Signi secundū Pythagoreos, & eius expositio .

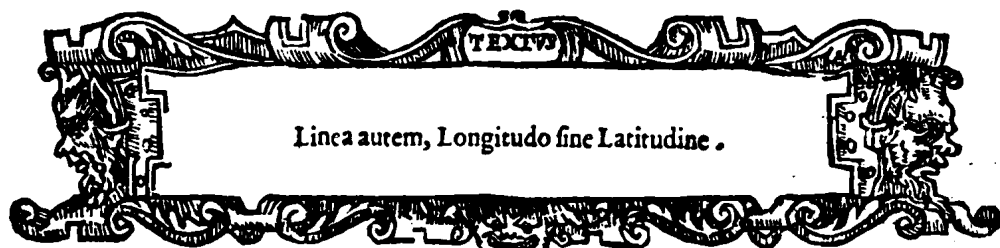
Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt .

Intellectilis materia .

bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasiæ gremiis apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio
secunda.



Côm. se-
cundum.

Alia Li-
near defi-
nitiones.

Digressio

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adiiciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficie, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principium sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à cæteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cum ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alij quoque vijs, alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existentiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Cæterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionem correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam. Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati as similari : quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancquē seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem : participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adque sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem : hancquē Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum rāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportionē respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primum, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaque propter progressum : si .n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hæc utique Totalitatē imitatur, ordinemque illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit : nec non id, quod porrecte, & vnico distat Interuallo : Binarijque materiam. Superficies autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamque formam, atque speciem suscepit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primum : Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tripliciter distet, per Quaternariumque Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnā cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hæc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secundam existentem, iuxtaque primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immerito Pythagoreorum quoque fermo Dyadicam appellabat. Cæterum quòd & Signū

Arist. primo d. cę-
lo tex. 2.

Exēplum.

Signū du-
plex.

Oraculū.

H post

Cur Pythagorei
Lineā Dia-
dicam ap-
pellabāt.
Parmeni-
des.

† hoc nāq;
Finis Di-
gresſionis
Notio Li-
neæ iuxta
Apolloni-
um.

pulcherri-
mus Lineæ
ſenſus.

poſt Vnitatem, & Linea poſt Binarium, Superficiēsque poſt Ternarium ſit, Parmenides etiam alicubi oſtendit, ab vno Multa primū negatione auferens, deinde Totum. Quod ſi Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasque ante Signum erit. ſiquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta ſint dum accuratius naturam eius contemplanur. Admittemus autem Apolloni quoque ſectatores dicentes, quod Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantū, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crasſitiemque ſubiungimus: ſed vnicam dūtaxat conſideramus diſtantiā. Quemadmodum ſanē, cum etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cum autem Puteos, Solidum. omnes .n. diſtantias ſimul colligentes, tantū eſſe Putei ſpatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Senſum autem ipſius Lineæ habuerimus vtique, ſi diuiſiones locorū lucidorum, ab obumbratis inſpexerimus, nec non ad Lunam, quæ ſuper Terram eſt. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet diſtantiā: Longitudinem autem habet, quæ vnā cum Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio
tertia.

Lineæ autem Extrema, ſunt Signa.

Cōm. 3.

Intolera-
bilis Bina-
rii audacia

Digreſſio

OMne cōpoſitum à ſimplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumque imagines in Mathematicis principiis palam ſe ſe offerunt. Cum .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeſtē videtur ipſam per ſe ſe infinitam facere, quippe quæ propter proprium progreſſum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, ſuamque intolerabilem audaciam ſub Terminū, Finemque redigit, cum ab illa coerceatur: ita ſanē Linea quoque Signis apud ipſam exiſtentibus terminatur. Cum .n. Binario ſimilis ſit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarii naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in ſenſilibus Signa ipſa, quæ in Linea ſunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præexiſtit quidem partiū expers Signi Ratio, progreſſa autem illinc ipſa longè prima cum Intervallo ſeipſam conſti-

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequeque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cum .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineæ occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hic verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret utique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quæ ipsis participant, iuxta causam præcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Præterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum equilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraque parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cum sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem neque infinitæ, neque cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus .n. quandam circumferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figuræ perficiendæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se coeunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperies utique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis
Notandum

Prima propositio primi Elementorum.
Vigesima secunda propositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra consideratur.
Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

Definitio
quarta.



Recta Linea est, quæ ex æquo inter sua Signa sita est.

Cóm. 4.
Diuisio Li-
nearum secun-
dum Plat.
& Arist.

Pla. in Par-
menide.

Arist. 1. de
cælo. 5.

Dubitatio
Xenocra-
tis.

Apollo-
nius in li-
bro de Co-
chlea.

Plato quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam utique, & Circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunque per Solidorum sectiones producuntur curvarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, afferre imaginem. hoc nanque nullam habet partem, quemadmodum ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autem post Vnum, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitum, & Mistum, per hasce Linearum, & Angulorum, & Figurarum species in rerum natura producuntur. & Fini quidem Circumferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionem respondent: Infinitati verò, Rectum iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriè cõpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autem, quod in his omnibus est, Mistum illic existenti. Lineæ nanque mistæ sunt, ut circunuolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apſides: Solidæ verò, ut Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mistæ. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantummodo simplices Lineas, verum quandam quoque tertiã dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrum describitur, quando, dum recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiẽ, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc est implexa, circunuolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundum partium similitudinẽ adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea: quæ quidem passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cõpetit. Planæ namque Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnõ eius, quæ circa Conum, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola

aut

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Lineæ tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiusmodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoque docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoque Generationem manifestare. Oritur .n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteque Geminus cum ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producet, recta existens Linea, non obid tamen Linea recta mixta est. Nulla .n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cum æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cum inæqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse. in hac .n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circunferentiā secundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim recte Lineæ terminatæ vtrius quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

Solutio.

Digressio

Pla. in Ti
meo.

Timæus.

Linea re-
cta cuius
fit Nota.
Circunfe-
rentia cuius
Nota fit.Duæ, quæ
i Deo sūt
Vnitates.Finis Di-
gessionisPonderat
definitio-
nem Eucli-
dis.

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum procul-
dubio describet, eius autē Centrum, manens rectæ Lineæ Extremum
erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens
fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat;
Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur.
De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini
proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā
Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplici-
bus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim
producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reli-
qua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne
mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū,
quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Ani-
ma quoq; Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassum-
psit, vt omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, om-
nemquē Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Cir-
culari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in mul-
titudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nō
solum Anima, verū etiam ille, qui Animam produxit, hasquē poten-
tias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cum enim
omnium eorum, quæ sunt, principiū, Media, finesquē præassumpsis-
set, rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Pla-
to. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad sesequē re-
uersus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē
est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immacu-
lata, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusquē assistentis prou-
identia. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit-
actionis, quæquē ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē ter-
minum omnibus dominatur. Cum itaque duo hæc principia Rectum
scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso præposuisset,
duas à se se produxit Vnitates. vnā quidem iuxta Circulare agen-
tem, intelligentiumquē essentiarum effectricem: alteram verò iuxta
Rectum, sensilibusquē ortum præbentem. Quoniam autem Anima
medium inter intelligentia, sensiliaquē sortitur locum, quatenus qui-
dem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus ve-
rò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū For-
marum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineæ
definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per
quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est. Si-

gna

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distātia, tanta est rectę, quę ab ipsis terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circunferentia, vel etiam in alia quadā Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineę spatium, ipsorum distantiā superat: omnisq; Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cōmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiā inquit: eos autem, qui non per rectā, à necessario plurimum aberrare. Plato autē rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quę in directum posita sunt pati necesse est: quę verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariū est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solē dicunt deliquiū pati, cū ipse, & Luna, nosterq; oculus in vna fuerint recta Linea. tunc. n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectę Lineę passio ostenderit vtiq; quod in his etiā, quę sunt, iuxta processus, qui à causis emanāt, Media quidem Extremorū distantiā, adinuicemq; cōmunicationem, diuidendi vim habent. quēadmodum sanē iuxta regressus, quę etiā ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineā, minimā earū, quę Terminos habent eosdem. Cū. n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdē Terminos habentium minima est. si. n. quędā fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquę omnes rectę Lineę definitiones, in easdē recidunt sententias. Exēpli gratia, quod in suis constituta est extremitatibus. & quod nō est pars quidē ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q; omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quod extremis manentibus, ipsa quoque manet. quod demū cū vna, quę sit sibi specie similis Figurā non perficit. hæc. n. omnia rectę Lineę proprietatem exprimunt, quā habet ex eo quod simplex est, & vnum habet breuisimum ab Extremo, ad aliud Extremū progressum. hæc etiam de rectę Lineę definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineā Geminus, primū quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cōpositam, refractam, Angulumq; efficientē: reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositā, in eam, quę Figuram efficit, & eam, quę in infinitum producit. Figurā facere dicens, Circularem, Clypeiūq; Lineam, quęq; Hæderę similis est: non facere autē Rectanguli, Obtusanguliq; Coni sectionem, Conchæ

Definitio
rectę Li-
næ secun-
dum Pla.

Pulchra d
rectę Li-
næ passio
ne in iis,
quę sunt,
cōtēplario
Defō
et Lin
secundu
Archim

Multę re-
ctę Lineę
defōnes.

Alia Li-
næ diui-
sio secūdu
Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incōpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se co-incidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoïdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Soli-dis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò cir-ca Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spi-ricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Istas autē sectiones alias quidē à Menēchmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Eratosthe-
nis Penta-
metrum:

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuen-tione composuit, dicens.

Persei Epi-
grāma.
Conicę se-
ctiones
Spiricę se-
ctiones

Tres Lineas in quinque sectionibus spiricas cū inuenisset
Perseus, harum causa Dīs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atq; Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equinę similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spa-tium minus habet, ad vtranque autem partē dila tatur. Cæterarū au-tem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur se-ctiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā deter-minatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariē igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Soli-da consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ cir-ca Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliū partium, quemad-modū ceteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vna verò mista circa So-lidum. Idque euidenter Gemīnus demonstrat, cū insuper demon-strasset, quòd si ad similium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectę protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis ca-pestendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum,

Tres solæ
sunt Lineę
partium si-
milium

Theore-
ma Gemi-
ni.

Hæderę

Hedereque similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesque cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsenti esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasque duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasque, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, qui de simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ori^o Spiricarū, et Cōchoi dū, & Hedere similū Linearum,

Cur Euclidē duas tantū Linearū spēs tradiderit



Superficies aut est, quæ Longitudinem, & Latitudinē tantū habet.

Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quæ duplici distat Interuallō, tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tantū] duobus Interuallis adiecit, utpote tertio Interuallō in superficie non existente. hæcque negationi Crassitudinis æquipollet, ut hīc quoq; Superfici ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negationē, vel æquiualentē negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentiā comparetur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuallis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idē declarantes. Superfici autē cognitionem nos habere dicunt, cū agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

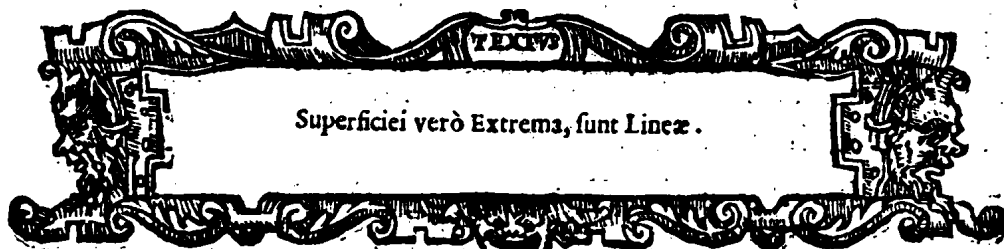
Aliæ Superficiæ definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 3.

Qua de cā
Pythago-
rei Terna-
rio Supfi-
ciem assi-
milari di-
cebant.

re, vmbras inspicientes . cū . n . ipsæ sine Crassitudine sint , eò quòd
interiorem Terræ partem penetrare non possunt , Latitudinem tan-
tū , atque Longitudinem habent . Pythagorei autē Ternario ipsam
assimilari dicebant . Quoniā sanè omnibus , quæ in ipsa reperiuntur
Figuris Ternarius longè prima est causa . Circulus . n . qui Orbicula-
rium principiū est , latenter Ternarium habet , Centro , Interuallo , atq;
Circunferentia . Triangulū autem cū omnium Rectilineorū prin-
cipatum teneat , vnde quaque manifestum est , quòd Ternario claudi-
tur , & iuxta illum Formam susceperit .

Definitio
sexta.



Cóm. 6.
Digressio

Vnū hic,
pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū est , quòd omne pro-
ximum quolibet eorū , quæ sunt simplicius , Terminū cuiuslibet , & Fi-
nem affert . Anima nanque Naturæ operationē perficit , atque deter-
minat : & Natura , Corporū Motionem : & ante hæc Mens , Animæ
conuolutiones metitur : ipsiusque Mentis vitam , Vnū . illud . n . mē-
sura omniū est . Quēadmodum sanè in his quoque Solidū quidem à
Superficie , Superficies autē à Linea , Lineaque à Signo terminatur . il-
lud siquidem , Terminus omniū est . In Formis igitur immaterialibus ,
rationibusque impartilibus Linea vniformis existēs , in Superficie
progressu variū motum terminat , ac coërcet , ipsiusque proximè vnit
infinitatē . In imaginibus autē cū Terminato Terminans aduenerit ,
hoc pacto Terminū ipsi præbet . Siquis autē hīc quoque quærat quo-
nam pacto omnis Superficiei Extrema sint Lineæ , cū non omnis
etiam finitæ Extrema sint . Sphæræ nanq; Superficies , terminata qui-
dem est , non autē à Lineis , sed à se se . Dicemus quòd accipiendo Su-
perficiē quatenus duplici distat Interuallo , à Lineis ipsam terminari
iuxta Longitudinē , Latitudinemque reperiemus . Quòd si Sphæricā
inspexerimus , ipsam vtique accipimus vt eam , quæ iā Figuram susce-
pit , & aliam habuit qualitātē , & finem principio coniunxit , ex duo-
busque Extremis Vnum fecit . & hoc potentia duntaxat vnum exi-
stens , non autem actu .

Plana



Plana Superficies est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas.

Definitio
septima.

PRISCIS non placuit Philosophis Planū Superficiē ponere speciem, verūm vridē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Interuallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Itidē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidem Superficiē faciunt, eius verò speciem, Planum, quēadmodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineæ similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancq; similiter ait duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficerū. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesq; rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cum Linea, itemq; Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantūm, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionē mista sunt. neque etiā si vtcunq; secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaq; sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionē esse

Côm. 7.

Plato in 7
de Rep.

Aristo. in
pluribus
locis.

Aliorum
multæ Su
pificiei de
finitiones

In côm. 4.
Parmeni
des.

Documen
tum.
Geminus.

Mistionis
modus di
uersus est
in Lineis,
& in Sup
ficiebus.

Lineæ per
Cōfusio
nem mistæ
sunt.

Error Theodori Mathematici. in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficiebus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē; sed potius per quandam Temperationē. Circulū. n. in subiecto Plano intelligentes, & Signum sublime, à Signoque ad Circuli Circunferentiam rectam Lineam producentes, ipsamque rotantes, Conicā vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusque ipsam secantes resoluemus in simplicia. à vertice. n. ad Basim sectionē ducentes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea, Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit. neque. n. nos ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secantur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Modus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficiebus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simplices, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præcedente doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis artificiosa indigebant deprehensione; ita nimirum in Superficiebus quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæricarū ex se se notiones habemus; earum verò, quæ per Mistionem cōstituantur, scientia ipsa, eiusque ratio inuestigat varietatē. Hoc autē admirabile in ipsis est, quod scilicet à circulari quoque Linea, Superfici Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq; contingere dicimus Superficiē. per Circuli. n. reuolutionē hæc intelligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut. n. in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra. Quod si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua: si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresque sunt Spiricę sectiones, iuxta hæc tres differentias. Verūtamen omnis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producit, Circularisque motus. Fiunt autē Superficies mistæ tum à simplicibus (vt diximus) Lineis, dū huiusmodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cū ergo tres sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Rectangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quæ Spheroidea nominantur. si circa maiorē quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò circa minorē, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoides. Sciendum autem est, quod interdum quidē ex Lineis in superficiebus peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Conicis. n. Spiricisque Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas Lineas.

Supficies
per Tépe-
rationem
miste sūt.
Coni ort^o

Pulchrū.

Commu-
ne Lineis,
& Superfi-
ciebus.

Admirabi-
le Superfi-
cierū pro-
prium.
Spirę ort^o

Tres sunt
Spirę.

1 Spira cō-
tinua.

2 Spira im-
plicita.

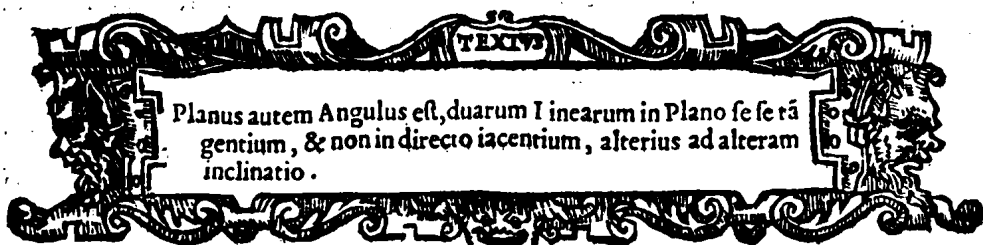
3 Spira di-
uidua.

Tres sunt
Spiricę Se-
ctiones

Duplici-
ter sūt mi-
stę Super-
ficies.

Quatuor
corpora, q̄
mistas hūt
Supficies,
à trib^o Co-
nicis Line-
is produ-
cuntur. Et
eorū Sup

Lineas . Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quòd Lineæ quidem partium similium tres sunt (vt superius dictum fuit) Superficies verò duæ tantum, Plana, atque Sphærica . non autem Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficieci partes congruere possunt . Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnâ Geometra elegisset (Planam inquam) hanc utique definiuit, in hacque utpote subiecta, Figuras, harumque passiones contemplantur . copiosior nanque in hac ei est sermo, quam in alijs Superficiebus . rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contractus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones . In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt . Quomodo . n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineum Angulum ? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorum Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies ? Non immerito igitur hæc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat . hinc nanque præsentem tractationem Planam appellauit . & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, utpote proiectum, & ante oculos constitutum : cuncta verò in hoc Cogitationem describentem, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines .



Angulum alij quidem veterum Philosophorum in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationem esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt . Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficieci esse, vel Solidi passionem . Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur . Diuiditur . n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie . Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidum .

ficles Conoides appellantur .
1 Rectangulū Conoides .
2 Obtusangulū Conoides .
3 Oblongū Sphæroides .
4 Latum Sphæroides .
Secunda cōmunitas linearū, & superficialū .
Scdā dīa Linearū, & Superficierum .
In cōm. 4. Duæ tantū similium partium Superficies sunt .
Cur Geometra Planā tantum definiuerit Superficiē .
Quo Planū intelligendū sit i Geometria .

Definitio octaua.

Cōm. 8. Digressio Triplex & Angulo opinio .
1 opinio, q̄ est Euclidis .
2 opinio, q̄ Eudemi .
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi eorūq; fundamentū .

Tertię o-
pinionis
cōfuratio.

In tertio
Elem. pro
pōne 16.
Secundę
opinionis
cōfuratio.
Primū ar-
gumentū.

Secūdum
argumētū

Primę opi-
nionis cō-
furatio.

Argumen-
tū in con-
trarium.

Propria o-
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem ge-
neris Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent :
Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus
sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad
Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē ha-
bent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur
aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri po-
test. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Quali-
tas solūm est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto
in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Ma-
gnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoq; diuisibilitas:
verūm similiter vtrisc; per se se accidunt. Quōd si ea, quibus hæc per
se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū
est vtriq; , quōd Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis si-
quidem Magis, & Minus proprię sunt passiones, non autē Aequale,
& Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inæquales dicere, & hūc
quidem maiorem, illū verō minorem : sed dissimiles, aliumq; ma-
gis Angulum, alium minus. Verūm quōd hæc aliena sint à Mathe-
maticarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem
Angulus eandem suscipit definitionē, neque hic quidē magis An-
gulus est, ille verō minus. Tertiō si Angulus Inclinatio est, ac deniq;
eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtriq; eueniet, vt vna existen-
te Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si
nihil aliud est quā ipse Linearum, vel Planorum respectus, quī fieri
potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli
verō plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Trian-
gulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Trian-
gularium Linearum inspicias Inclinationem : duos verō distinctos
Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli : alterum
verō, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtrunc; à iam
dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat.
Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem,
aut eorum, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates
sunt, harū verō ad seinuicē rationes, eorum, quę ad Aliquid. Opor-
tet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci.
Talibus planē Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum In-
clinationē dicente, Apollonio verō Superficiē, vel Solidi in vno Si-
gno sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem
vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem no-
strum

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vñ quoddam spectarunt. Non est autē Angulus duntaxat huiusmodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationē habēs. Adest autē ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quā æqualia) hoc quidē ab alio, illud verò ab alio habēs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate, Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vñ aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem. Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt; neque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hasce perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficie, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cum hæc quoque ipsius cōpleant essentiam) verum nihil aliud esse, quā Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea; ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Vñ Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solum, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cum autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quā Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractionis quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cum in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autē, & quicunque ipsum Inclinationem dixerunt, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enarrant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicunque Angulum esse dicunt

primū

Destruis
argumēta
quæ in ip-
sum resse-
nt possēt.

Anguli
Plani per-
fecta defi-
nitio.
Anguli So-
lidi perfe-
cta defō.
Vniuersa-
lis, & pfe-
cta Angu-
li defō.

Opinionū
distributio
Eudemi fū-
damētum
in lib. suo
d' Angulo

Euclides.

Plutarchi, & Apollonii aliud fundamentum. primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam . oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum , vel Superficierum Inclinatione . Imò cum Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest , vt primum accipiat . omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile . Præter hoc etiam si vtrunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus . Carpius autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait , & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum , vel Superficierum : hancquē vnico distantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum . non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam . Hoc autem omnium absurdissimum est , aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam . verum de his quidem satis, superquē . Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum . Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis . Cylindrica nanque Superficie fiet vtrique Angulus , & in Conica, & in Sphærica, & in Plana . Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis continentur . facit .n. Angulos & ipse Signifer , Aequinoctialē in duas issecans partes , ad Superficierum secantium verticem . suntquē in Sphærica Superficie huiuscemodi Anguli . Eorum verò, qui in Planis , alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque . in Clypeo .n. ab Axe, Clypei quē Linea Angulus comprehenditur : sed harum vna quidem mista est , altera verò simplex . Quod si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus . Cum autem Cissoïdes, hoc est Hæderæ similes Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, sicut Hæderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtrique lineis talis comprehenditur Angulus . Itidem cum Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ . Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis . Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus . duæ nanque Circunferentiæ se inuicem secando, vel se se cōringendo, Angulos efficiunt . ipsosquē triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum . Conuexa : aut vtrinque Ca-

uos,

Fundamēti
destructio
Primū ar-
gumentū.
Secūdum
argumētū

Carpi ali-
ud funda-
mentum .

Fundamēti
destructio
Finis Di-
gressio-
nis
Angulorū
diuisio.

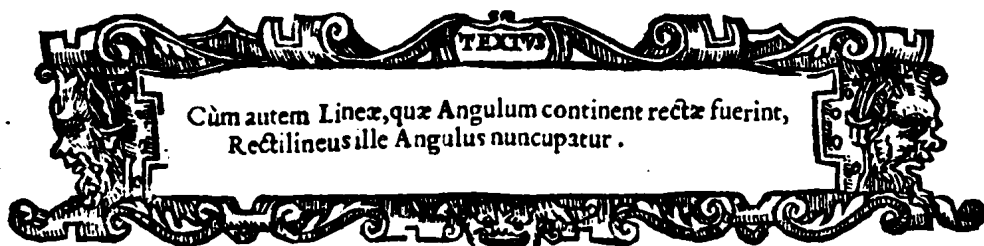
Anguli
Sphærales

Angulus
ex Clypei
Linea .
Linearum
Cissoïdum
denotatio.
Angulus
Cissoïdes.
Angulus
ex Hippo-
pedis Li-
neis
Tres ex
Circūferē-
tiis Angu-
li sunt.
Angulus
vtrinque
cōuexus

quando vtracq; Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui cōmune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autē, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talē, quod duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autē hæc definitio primū quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoides cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoidem vocamus, non autē eius particulas (ne aliquis dicat, quod hæc coeuntes Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliā. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quocumq; alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterā Inclinatione ipsum efficiet Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus
vtrinq; ca
uus, vel Sy
stroides.
Angulus
Lunularis
Duo sunt
Anguli ex
Linea re-
cta, & cir-
cūferētia.
Angulus
Semicircu-
laris.
Angulus
Cornicu-
laris.
Tres ex re-
ctis Lineis
fiūt Angu-
li, de quib;
b^o inferius
in cō. 10.
Ponderat
Euclidis d^e
finitionē.
Confutat
Euclidis d^e
finitionem
triplici sū-
damēto.
Primū fun-
damentū.
Secundum
fundamē-
tum.

Tertiū fun-
damentū.



Cum autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint,
Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defō 9.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

K in

Cōm. 9.
Digressio

Vniuersa-
lis Anguli
cōsidera-
tio .

Oracula .

Pulcherri-
ma Angu-
lorū oīum
cōsidera-
tio .

Angulorū
qui in Sup-
ficiebus .

Angulorū
qui in Soli-
dis .

Angulorū
qui in sim-
plicibus Su-
ficiebus .

Angulorū
qui in mi-
stis Super-
ficiebus .

Angulorū
Circula-
rium .

Angulorū
Rectili-
neorum .

Angulorū
Mittorū .

Pythago-
rei .

Philolaus

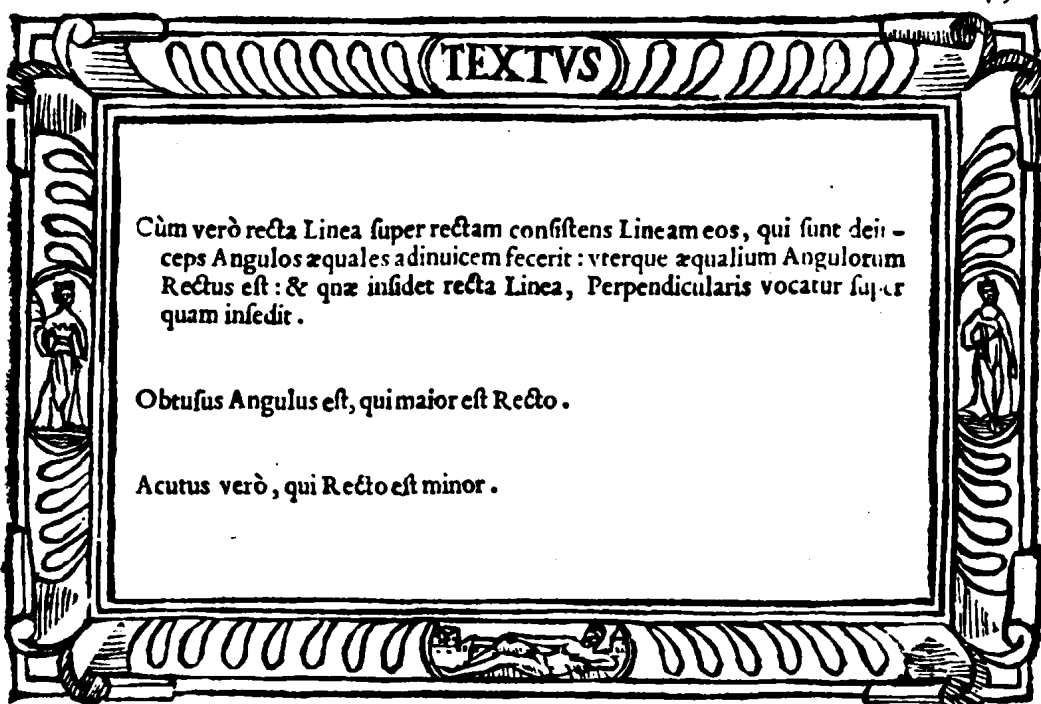
Asinaus
Philoso-
phus .

Vide idē
superius
cap. 9 .

Solutio ta-
citę obie-
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuisa in vnū, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantes colligentes cōmunitatē.
copula . n. is quoque plurium Linearū, Superficieum quē fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per
ipsum constituitur Figuræ cōprehenfor . Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniu-
ctionum, per quas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones : qui verò in Soli-
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-
munitatem, & vndequaq; partilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant . Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
mas ipsarum, imistasquē affingunt : alij verò eas, quæ infinitatē pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur . & alij quidem intel-
ligentium Formarum vnitricēs : alij autem Sensilium Rationum : alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices .
Qui igitur ex Circuferentijs fiunt Anguli causas imitātur, quæ intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circuferentiæ nanq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-
gines sunt : Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsident, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent : Misti autem, cōmuni-
tatem, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
immobilem vnionem conseruatrices . Operæpretiū est igitur adhæc
respiciendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere . apud
Pythagoreos nanque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inuenimus,
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum : alijs verò Quadrangularem : alijsquē alios consecrauit .
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuersas,
quæ in ipso sunt potentias, permisit . Ad quæ mihi videtur Asinaus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta
Laterā : alios verò iuxta Angulos constituisse Deos . Illos quidem,
progressionem, atq; potentiā : hos autem, vniuersorum coniunctionē,
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditantes . At hæc
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt . Si autem Lineæ
hic Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est . nam quod in his Vnū, &
impartibile reperitur, aduentitiū est : in ipsis autē Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cum



Defo 10.

Defo 11.

Defo 12.

Hæ sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (inquam) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per equalitatem, & identitatem, similitudinemque definito: his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminate constitutis. At multi quidem Geometre huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .s. esse Angulos: Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum. n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem a se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidem a Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudineque præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decretionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Côm. 10.
Socrates i
Repub.

Digressio

Pythagorici Geometre reddunt cum tres sint rectilinei Anguli.
Finis.
InfinitumRō, quæ a Fine prouenit rectum efficit Angulum.
Rō, quæ ab Infinito prouenit Obtusum, & Acutum, prouoducit Angulum.

K 2 natu-

Rectili-
neorū An-
gulorum
pulcherri-
ma ad De-
os compa-
ratio.

Rectili-
neorū An-
gulorū ad
ea, q̄ sunt
cōparatio
Pulchrum

Perpēdicu-
laris pul-
chra cōsi-
deratio, et
cōparatio
Perpēdicu-
lari Figu-
rarū meti-
mur altitu-
dines. Hu-
ius at̄ cau-
sā vide in
ferius i cō-
mēto 19.
Rectili-
neorū An-
gulorū ad
virtutē, &
vitiū cōpa-
ratio.
Epilogus.

Finis Di-
gressio-
nis
Primū no-
tādum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cum vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dñs: Obtusos verò, atque Acutos Dñs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansę prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causę assimilatur. Quin etiam in ijs, quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus, verò, Obtusus, atque Acutus, hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant, Iurè igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando. cuiusdam .n. conuenientię, coniunctionisque naturæ, vel (vt Græci dicunt) Sympathię distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē, Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, imaculatæ potentiae, & indeclinabilis, huiusmodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cum ipsi per se se indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum, motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acuti que Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verum non omnis absolutè, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoque & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

& nō

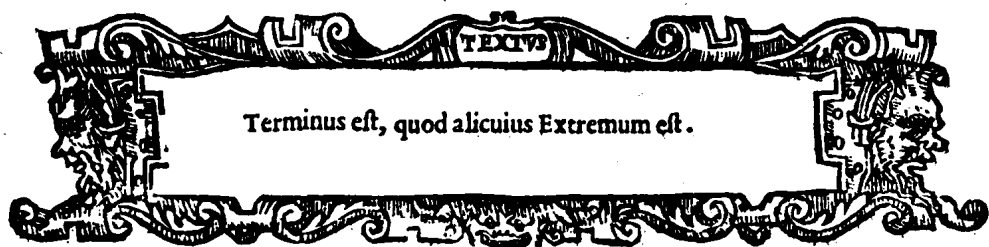
& non Rectilinei. Quinetiam multi curvilinearum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineū esse. Hoc itaque primum adnotamus. Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stantē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrā inclinatæ partē, erant innumeræ: & non vnica tantum, quēadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit [Angulos æquales adinuicem] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti, cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrā partē, æqualitatis ambo- bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutē adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hīc quoque Auto- ris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo, quod scilicet de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quā- obrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quæ in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quæ Solida appel- latur, non est præsentis tēporis definire. Quēadmodum igitur Planū definiuit Angulum; ita etiā huiusmodi Perpendicularē. quoniam solida Perpendicularis non ad vnica tantum rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verum ad omnes, quæ eam tangunt, & in su- biecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

Secūdum.

Rectus an-
gulus non
Rectorū
mēsurā ē,
quēadmo-
dū, & In-
æqualium
æqualitas.
Tertium.

Quartū.

Quintum



Terminus est, quod alicuius Extremum est.

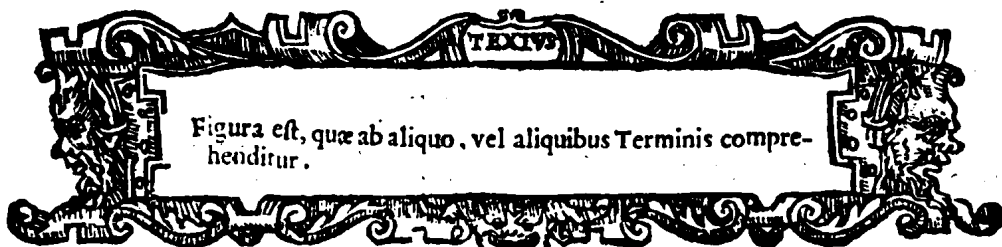
Defō. 13.

Terminus non ad omnes magnitudines referendus est, Lineæ namq; Cōm. 11.
Termini-

Geome-
tria, q̄ ab
initio fuit

Circulus
est quod-
dā Planū
spatiū. Cō-
trariū vi-
de superi-
or in cōm. 1.

Defō 14.



Cōm. 12.
Figura
multiplici-
ter dicitur
Prima spe-
cies Figu-
ræ.

Secūda.

Tertia.

Quarta.

Terminus est, & Extremum : verūm ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora . nunc .n. Terminum vocat Ambitū , qui vnūquodque Spatium terminat , atque distinguit . huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit . non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atq; excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosque seruabant, ex qua in præsentis quoq; scientiæ cognitionem peruenere . Cū itaq; externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset, nō immeritō ipsum, Extremum quoq; Spatorum definiuit . per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur . Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē , Terminum , atq; Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium : in cæterisque similiter .

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasque in species diuiditur, operæpretium est primū eius differentias inspicere : postea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione differere . Est itaq; Figura quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura, quæ ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente . Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresque Figure, Naturæ opificia . alię quidē in ijs, quæ sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes : alię verò in cœlis, quæ ipsorū potentias, & motus distinguunt . per se se nanq; & adinuicē celestia corpora plurimā, admirabilēque exhibent Figurarū varietatē : & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes : & suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, imaterialesque Figurarū describunt potentias . Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cùm vita quidem plenæ, per se seqûe mobiles sint, ipsæ, quæ ab alio mouentur præexistunt : cùm verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ipsæ, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt . de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialemquæ Animarum explicauit Figuram. Quinetiã Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partilibus essentijs præstant : vndiq; verò impartibili, Mentisquæ luce resplendent : vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt : & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquæ firmiter manent : & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant . Sunt demum ab his etiam omnibus separatae, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicijs suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoq; exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris . & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiuscemodi nanque characteres ignotas Deorū patefaciunt vires : alia verò formis, atque imaginibus imitatur : alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens : & alia quidē cordi similia, alia autem sphaerica, alia verò alijs expressa Figuris : & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis : & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia . alia verò torua construens, aliasquæ demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognationē. Cùm itaq; Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis . oportet siquidem ante imperfecta, perfectæ supponere : & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt : & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriā naturam synceram custodiunt . Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenuitate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem . Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquæ subsistunt . Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquæ generis inuolutione præditæ sunt . Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent . Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes . Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquæ sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Figuras

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figuræ spēs oīum perfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oīum consideratio.

Democriti opinio, & eius cō

futatio, vi
de ēt Ari.
in lib. de
sēfu & sē
fili, & i li.
de diuinā
tione per
sōmnu.
Primū ar-
gumētum
Secūdū ar-
gumētum
Opinio p
pria.
Prima opi-
nio, quæ ē
Antiquo-
rū, & eius
cōfutatio.
Secūda o-
pinio, q̄ est
Stoicorū,
& eius cō-
futatio, vi
de ēt Ari.
primo, &
13. Meta.
& 2. Phy.
19.
Primū ar-
gumētū.
Secūdū ar-
gumētum
Propria o-
pinio.

Qualis in
Deis Figu-
ra sit.
Qualis in
Naturis.

Qualis in
Animis.

Pulchra
Naturæ ad
Aiam cō-
paratio.

guras, producere (motus siquidem cūm imperfecti sint , principalem
vtique, primariamq̄ue habere non possent effectuum causam : neque
ex moribus contrarijs eadē sæpe fierent Figuræ . ex additione nanq̄,
& detractiōe, eadem quandoque fiet Forma) verūm hæc alijs in ge-
neratione seruire censebimus , perfectionemq̄ue ipsis ab alijs primi-
genijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ mate-
riæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt, illæ verò tantūm,
quæ in materia sunt, subsistunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque
(vt alij aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt: verò secundum
excogitationē duntaxat, & abstractionem . vbi .n. certitudo, & pul-
chritudo, & ordo Figurarum in ijs, quæ per abstractionem subsistunt,
incolumis seruari potest : eiusmodi .n. cūm sint , cuiusmodi sensiles,
quā longē ab inconuincibili, puraq̄ue deficiunt certitudine . Cūm
autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenā
hæc accipient : aut .n. à Sensilibus (verūm in illis non erant) aut ab
Intellectilibus (verūm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod
non est , omnium est absurdissimum . non .n. imperfectas quidem
Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes re-
liquit . nec fas est Animam nostram certiores , & perfectiores , ma-
gisq̄ue ordinatas producere Figuras, quā Mens, ipsiq̄ue Dñ . Sunt
ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diui-
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à sensilibus, pro-
ferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt . & his
sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diui-
nas, per Imagines cognoscimus . emergentes .n. se seq̄ue propagan-
tes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt, vniformesq̄ue
vniuersorum Terminos . per quos inexplicabiliter in se se
cuncta conuertunt, in se seq̄ue continent . In Deis igitur cum egregia
vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi , & cuncta infe-
riora constituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem
eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligē-
tisq̄ue perceptionis expertes sunt. In Animis verò particularibus, im-
materialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio: fœcunda
autem, efficaxq̄ue causa, non est . Quemadmodum igitur Natura ef-
ficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cogni-
tricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo
Figurarum Rationes . Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensq̄ue
imagines earū, quæ intus existunt Rationum , per hæc quippe ima-
gines præbet, Animæ intus conuersionem, ad se seq̄ue ab ipsis spectris
actionē

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiusmodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se sequæ obiectis inferere, & multitudinem in unum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Intervallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in unionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cum ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vnā cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectualem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidē terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositum adiicit. cum .n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicem progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiam Anguli Ratio) vnū quidē Terminum, Formamque simplicem inferat, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherri-
mum exē-
plum.

Applicat
dictis exē-
plum.

Epilogus.

Vnū hic p
Deo, vt ēt
superius i
cōm. 6.
Finis Di-
gresionis
Geome-
tra eā cō-
tēplāf Fi-
gurā, quæ
in Phanta-
sia est.
Ponderat
Euclidis
Defōnem

Quo Figu-
ra, Finem,
et Infinitū
in proprijs
Formis o-
stendat

L circa

Qualis sit
Figura, q̄
ab Eucl.
definitur.

Cefo Po-
sidonii.

Cōparat
Posidonii
Definiti-
onem Euclid.

Duplex
Circuli cō-
sideratio.
vide ēt fu-
perius in
cōm. 1. &
in cō. 11.
Dubitō con-
tra Eucli-
dis defini-
tionem.
Argumen-
tum.
Solutio.

Digressio.
Causę Fi-
gurę defini-
entis.
Figurę Ra-
tionis tri-
plex cā-
prima.

Secūda cā-
q̄ est priā
Totalitas.

Euclidesi
lib. de Li-
uisionibus

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figurę à Quantitate separans: ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusque, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circunferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod signatum est, quodque vnā cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quę Quabritatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euctidis obtrectaret definitionem, quippe quę genus, à formis definiat (quę enim ab vno Terminio, & quę à pluribus continetur, Figurę sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quod genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscae autoritatis viri ab ijs potentijs, quę in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggregdi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quę in ipsis existunt. Figurę igitur Ratio cum vna sit, plurium Figuratum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione completitur. Verum vndenam egreditur Figurę Ratio, à quibusue causis perficitur? Dico sanē, quod primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisque Misto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species. Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quę ex his constant, Misti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quę in dissimiles dirimitur partes. Vnde porro ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquęque Figuratum in diuersas ipsarum dissectatur species. Circulus nanque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat vtiq; donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quẽadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sanẽ ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrã rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriẽ manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiã simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnã cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verũ qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est; Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes effecimus, siquidem longẽ prius in principijs præextitit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuscemodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus producantur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

Terria cã,
quæ est ac-
cumulata
Multitu-
do.

Quarta cã
q̃ẽ Nume-
rus Ternã-
rius.

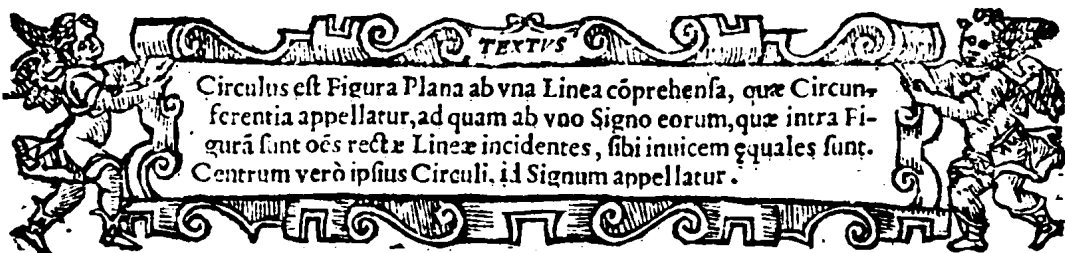
Numerus
est i Arith-
metica, Fi-
gura autẽ
in Geome-
tria.

Quita cã,
q̃ est secũ-
da Totali-
tas

Quo Figu-
ra Diis at-
tribuitur.

Defo 15.

Defo 16.



Circulus est Figura Plana ab vna Linea cōprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā sunt oēs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt. Centrum verò ipsius Circuli, id Signum appellatur.

Cōm. 13.
Circulus
ē oīum Fi
gurarū p-
fētissīma.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciore loco existit; ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquè, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionē responderet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuiniore esse naturæ Circulum reperiēs. si .n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid namque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemquē mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectū. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis; omne quidē corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequē participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētisquē varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligēs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porro Timæus quoq; cum vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsius Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo infuset Anima præbuit. Veruntamen quòd Circulus quidē vbiq; respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operæpretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & usq; ad inferiora desinentē, omniaquē perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dñs itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in seipsis maneant, à beatitudinequē sua non discedant, summas quidē ipsorū

Socrates
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus
pfectionē
rebus oibus
præbet.
Deis.

vnio-

yniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabiliter collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentis hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se sequē intellectiōnes perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti; Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circumsiliēdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis imparubilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt, omnis namq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit; iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinē, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ sub concauo orbis Lunæ sunt Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit; ad cœlum assimilationē; id, quod in generabilibus est ingenitum; id, quod manet, in ijs, quæ moventur; & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas seruat in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinē affert, ex seminibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt, & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrā: vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsistunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium
essentis,

Animis,

Vnum hic
pro Mēte,Cœlestib⁹
corporib⁹Quatuor
Elemētis,Animalibus,
& Plātis,Iis, q̄ præter
naturam
fiūt.Musæ i 3.
de Repub.
Socrat. in
Repub.

Epilogus.

Circuli
pulchra in
Numeris
cōtēplatioNumeri
Circularis
cōtēplatioQuinarius
et senarius
mediū in-
ter oēs nu-
meros pos-
sident locū.
Finitis Di-
gresssionis
Mathema-
ticę Circu-
li defōnis
cōtēplatio,
& cōditi-
ones.
Prima cō-
ditio.
Secūda cō-
ditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dñs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē . Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circunuoluitur . Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ijs, quæ sunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur . cum .n. multiplicantur , in se se desinunt . Progressionis igitur imago est multiplicatio , siquidem in multitudinem extēditur : Regresssionis verò, exitus in eadem specie . Horum autē vtrunq; Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas . Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes . Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne femineum, & par, fecundasque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam . Verum hæc quidem hucusque terminata sint . Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndeque existētem contēplabimur . Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanē finitus est , & ab vno Terminō vndeque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Terminō consociatus . Itemque Planū , quia cum Figuræ vel in Superficiebus , vel in solidis spectētur Corporibus , Circulus planarū Figurarū prima est , simplicitate quidē solidis præstans , Vnitatis verò ad planarationē habens . Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quod Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit . Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes , quoniam earum etiam Figurarum , quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas . Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes , ad ipsamque incidentes; æquales sunt : verum duæ tantum . Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnā habet continentem , non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint . Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnus haud sunt Centra)

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū *Sexta.* hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet namq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum. siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; *Defo Cētri.* adiecit, quòd hoc Signum, quod utique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum. verum ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes .n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterq; in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidq; tota Circularis Figura, hucusq; determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbicq; intelligamus. à Centro autem distāntias, iuxta progressus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta professorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluuntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaquē Circunferentia: ita sanē in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verum vnā quidem omnia sunt, permanens, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperiēs. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Quid sit
Polus Cir-
culi, & ei
defo.

Epilogus.

Digressio.
Centri, &
distātiarū
à Centro,
& Circū-
ferētiæ in
Exēplari-
bus cōtē-
platio.

Quo hæc
cū illis cō-
municēt.

Quo dif-
ferant.

Pulchrum

Quo inue-
niatur ille
qui verē ē

Circulus,
& vera
Circularis
natura.

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā fit partitio ē cōspectu remoueris, eū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem : nec non sui maximē impartibile, maxime q̄ singulare firmiter collocantem : prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quā in ipso est infinitatem : ad vnum verò sese ex sese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui naturę, occultatricemque in ipso vnus vim se se excitantem . Quod porro vnum cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur . quod namq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquā Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atq; desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumque progressuum initium, & autor . Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemque ipsis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem . Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt .

Idē superius in principio huius cōmenti .

Cētri Mathematici ad cētrum intelligibile pulchra comparatio

Defō Cētri ab Oraculis tradita.

Prima cā, p̄ quā Figura Circularis apparuit .

Orphei carmen

Triadicus Deus.

Centrum est, à quo omnes vsq; ad Circunferentiam equales sunt :

Et ad quod .

Verū quod quidem sit distantie Linearum initium per particulam [à quo] indicant : quod verò Circunferentie medium, per particulam [ad quod] . hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur . Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque suscipit, supremum utiq; intellectilium dicerem ordinem . nam Centrum quidem Finis causæ assimilatur : Lineę autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quę infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est . Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

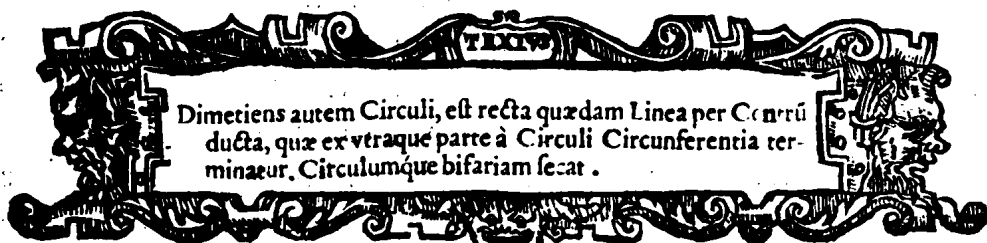
Cū enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudque tanquā Centrum suę habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur .

Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-

nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumque maxime arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quod prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectibus causas.

Prima Figurarum circulus, & prima Rectilinearum Triangulum. Epilogus.



Defo 17.

QVòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicue Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogramorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verum in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaque genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanè Dimetiens quoque hæc tantum vocatur, quæ transiit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neque huius terminum transcendit: sed utrinque ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoque Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex utraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletom ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, æquum utrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoque viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Cóm. 14.

Quo differat Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum propriè dicitur.

Thales.

Demonstratio.

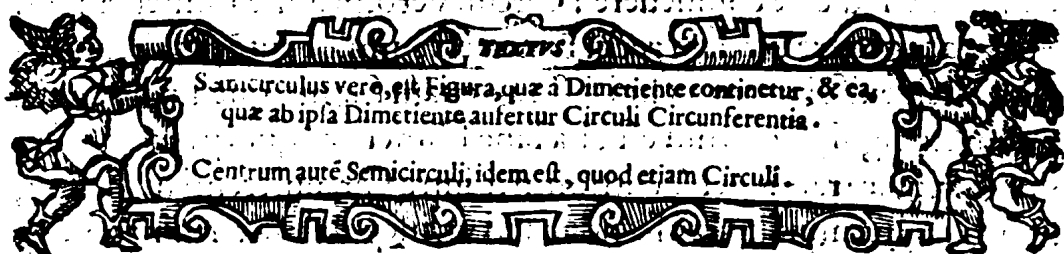
M extra

extra : utcumque autem se habeat, eveniet minorem rectam Lineam esse aequalem maiori . siquidem omnes à Centro ad Circumferentiam, sunt aequales . Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circumferentiam; ei, quæ ad interiorem, æqualis erit . at hoc fieri non potest . congruunt ergo, & proinde æquales sunt . quomobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat . Verum si una existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt, infinitè verò Dimetientes per Centrum ducuntur; eveniet utique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem. Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum . & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum una Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitè erunt, & si in infinitum sumpti fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè sunt; finitorum duplicia sunt . semper siquidem sumpti Dimetientes, finiti numero sunt . quomodo namque non debet omnis Magnitudo finitas habere divisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit, & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperque partes, quæ oriuntur determinet ?

Dubitatio
Hac viit
obiectio-
ne Io. gra.
in lib. cō-
tra Proc.
Vide et Si-
pliciu 13.
digressio-
ne contra
Gra. in 8.
philico.
Solutio.

Defo. 18.

Defo. 19.



Cōm. 15.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenis; à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo signis discrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, tamque ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quòd à duobus Terminis continetur, hisque semper differentibus, Recta scilicet, atque Circumferentia : & quòd Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens . siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circumferentiaque continentur, non tamen hæc Semicirculi sunt . eò quòd Circuli diuisio, per Centrum facta non est . Cunctæ ergo huiusmodi Figuræ,

Figure bi
formes.

bifor-

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis; vel à Recta, & Circunferentia, vt iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem intersecant (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus faciat Ellipsim: vel à mista, & recta, vtpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verum simplicibus, hisquæ per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, vt in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quod enim medium inter vtrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusquæ sit Angulus. non enim seinuicem intersecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrunque conuexa Figura. Cæterum quod idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocquæ omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales. hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circulique Centrum. Et est adnotandum quod ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quod Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, vt in Circulo: aut in Ambitu, vt in Semicirculo: aut extra, vt in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumquæ rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemquæ causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsitan assimilatur vtrique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadicus
Circulus.
Figuræ, q
à duobus
Terminis
côprehēdi
tur diuiso

Cur Eucli
des Semi-
circulū in
hoc 1. lib.
definiat, et
non in 3.
vbi definit
ēt segmen-
ta. ibi .n.
locus est
proprius.
Figura Lu-
nularis

Corona

Vtrunque
côuexa Fi-
gura.

Notandum

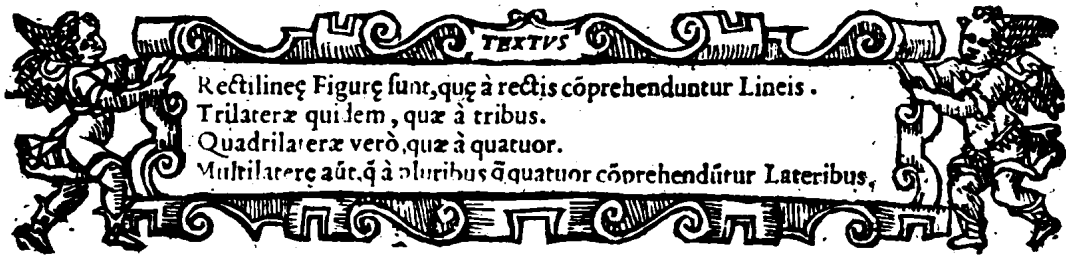
Centrum
tres habet
locos.

Digressio

Duplici-
ter Semi-
circul^{us} cū
Circulo
côicat.
Pulchra se-
micirculi
côsidera-
tio.

cipia coordinationibus, quæ illis principij participant : & per cognationem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiarim, ad id tamen, quod est, primamque ipsarum causam reducuntur.

Defo 20.
Defo 21.
Defo 22.
Defo 23.



Rectilineæ Figuræ sunt, quæ à rectis cōprehenduntur Lineis.
Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Quadrilateræ verò, quæ à quatuor.
Multilateræ aut. q. à pluribus q. quatuor cōprehenduntur Lateribus.

Cōm. 16.

Idē i supe
riori cō.

Quomo-
do Bina-
rius medi-
us sit iter vni-
tatem, &
Numerū.
Quo Semicircul-
us medius sit
iter Circulū,
& Figuras recti-
lineas.

Duplici q.
causa dua-
rum tantū recti-
linearū Fi-
gurarum
Euclides
mentionē
fecit.
Prima cau-
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemque Semicirculū, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur. propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilincis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quā si multiplicetur : Numerus verò contrā, plus si multiplicetur, quā si componatur. Binarius autē siue in se se multiplicetur, siue componatur, equale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est : ita etiam Semicirculus iuxta quidem Basim cum Rectilincis cōmunīcat, iuxta verò Circunferentiā, cum Circulo. Progrediuntur autē rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerū, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incipit. Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsque cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoque sunt : verū habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cum autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissēmus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumque duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius : ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterque itaque ab ipso sunt assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cum de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro docturus sit, non imerito ad hæc vsque propriam statuit enumerationē : reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his
suffi

sufficiant. Rursus autem alijs exordiendo dicendū, quod planarum Figurarum aliae quidem à simplicibus continentur Lineis, aliae verò à mistis, aliae autē ab vtrisque. Et earū, quae à simplicibus cōprehenduntur, aliae quidē à similibus specie, vt rectilineae: aliae verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apsides, quae Semicirculis minores sunt. necnon earum, quae à similibus specie continentur, aliae quidē à Circulari cōprehenduntur Linea; aliae verò à recta. Earum autē, quae à Circulari Linea cōprehenduntur, aliae quidē ab vna, aliae verò à duabus, aliae autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipse. A duabus verò, aliae quidē deangulares, vt Corona, quae à concentricis Circulis terminatur: aliae verò Angulosae, vt Lunula. A pluribus autē quā duabus, processus in infinitū, à tribus nanque, & quatuor, deincepsque Circunferentijs quaedā continentur Figurae, si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum interceptiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsque similiter, Earū autē, quae à rectis continentur Lineis, aliae quidē à tribus, aliae verò à quatuor, aliae autē à pluribus cōprehenduntur, neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multo magis ab vna. Quapropter omne quidē spatium, quod ab vno Terminō, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare, Mistumque dupliciter, aut quoniam mistae ipsum cōprehendunt Lineae, quēadmodum illud, quod à Cissoide Linea interceptitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiā Apsidē: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et haec de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quod autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quodque genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisque, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineae igitur Figurae hisce peculiare sunt Dijs, qui feracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hasce praecipue fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationeque subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum
Figurarū
diuissio.

Rectili-
neae.
Semicir-
culi, &
Segmēta,
& Apsi-
des.

Circulus.
Corona.
Lunula.

A duabus
rectis Li-
neis spa-
tiū nō cō-
prehēdit.
idē i supe-
riori com.
& inferius
i 10. pro-
nuntiato.
Figura du-
pliciter
Mista di-
citur.
Duplici-
ter fit Mi-
stio. idem
superius i
com. 7.
Digressio.

Vide supe-
riōrē cō. 10.
Genera-
tionē hic
intelligit
Elemēta-
rē regio-
nem. vide
etiam in
com. 13.

Tri-

Defo 24

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

25.

Isosceles autem, quod duotantum æqualia habet Latera.

26.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

27.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

28.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

29.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cóm. 17.

Duplex
Triangulo-
rum diuisio.

Diuisio
Triangulo-
rum à Late-
ribus.

Diuisio
Triangu-
lorum ab
Angulis

Cur Eucli-
des dupli-
cè Triangu-
lorum tra-
dat Diui-
sionem.
Triangulū
Quadrila-
terū, quod
Acidoides

Triangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autem ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilincis conueniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, est vtrique in non rectilincis quoque Figuris. Inquit igitur quod Triangulorum alia Aequaliterata sunt, alia Acquirura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quod Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quæadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod vtrique omnes habet Acutos. non .n. hinc quoque satis est vnicum habere Acutū. cuncta siquidem Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulū duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionē fecisse: quod scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ (*εἰς ἑξάγων*) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (*ὑπερτρίγωνον*) hoc est cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, superque

perquē vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresquē habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit .n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum, afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumquē formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici nanq; distant Interuallo, & vndequaq; partibiliū, variequē permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumquē materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemquē præbent. Iure igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dñs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cælo, vel à quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumquē existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentia ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguliquē Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Cōlogonū appellatur.

Quadrangulū quinquilaterū. Digressio. Pythagorei.

Timæus.

Attēde similitudinem pulcherrimā, & nota qd sūt Aduētius Angulus, quē Trianguli tres Anguli Lineis Triangularibus præbēt. Philolaus quatuor Diis Triangulū consecrauit. Quadripartita Elementorum exornatio Saturnus. Mars. Pluto. Bacchus. Nota quæ sūt horū Deorū inferioribus operationes. Nota quæ sūt horū

Deorū p-
prie natu-
ræ.

Cōfirmat
Pythago-
reorū, &
Timæi di-
ctum alia
ratione.

Finis Di-
gressiōis
Documen-
tum.

Septē Tri-
angulorū
sunt spēs.

Digressio
Aequilate-
rum Triā-
gulū Diui-
nis asimi-
latur Ais.
Aequicus
meliorib⁹
generibus

Scalenum
Vitis par-
tibus.

Obtusangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ipsorum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuisiones ipsis in infinitū fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio interuallo distantem, & vndequaq; partibilē materialium corporum constituit essentiam. Tot quidē de Triangulis erant à nobis inspicienda. Ex hisce autē diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulorum species esse septē numero, nec plures, neque pauciores: nam æquilaterum quidē vnum est, cūm Acutangulum tantū sit: reliquorum autē vtrunque est triplex. Aequicus nanque aut Rectangulū est, aut Obtusangulū, aut Acutangulū: Scalenumque similiter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem tripliciter, Aequilatera verò vnico modo se habēt, septē omnes Triangulorum species dicantur. Rursus autē iuxta Laterum quoq; diuisionem, Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionē intelligas: nam Aequilaterum quidē æqualitate prorsus, simplicitateque præstans, Diuinis cognatū est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æqualitas, quæadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicus autem melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior pars quidē mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materialemque imoderationem attingunt: Aequicrurium namq; duo quidē Latera æqualia sunt, Basis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis partibilibus, quæ vndequaq; claudicāt, se sequē præparant, cūm ad generationē tendant, refertæque materia sint.

Defō 30.

31.

32.

33.

34.

Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquilatera est, atque rectangula.

Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.

Rhomboides verò, quæ ex opposito latera, & Angulos habens inuicem æquales, neque æquilatera est, neque rectangula.

Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

Quadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut. n. vtrūque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāum. Non Parallelogrāmorū autē alia quidem duo tantū habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoides. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiusmodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Aequicrura Trapezia: hæc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Aequicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verū Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorū diuisionem, quippe qui septē horum quoque posuit species, quēadmodum etiā Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit, quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit, neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia autē, Trapezoidesque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorū verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum namque, & Altera parte longius, ipseque Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantū hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cū neque æquilaterū ipsum dixisset, neque rectangulū. in quibus. n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrāmmis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verū iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cū illa rectangula sint. si. n. Quadrangulū,

Cóm. 18.
Diuisio
Quadrila-
terarū Fi-
gurarū se-
cundū Po-
sidonium.

Septē sūt
spēs Qua-
drilatera-
rum Figu-
rarum.

Euclidis
Diuisio.

Parallelo-
grāmorū
pprietas.

In Propo-
sitione 34
primi.
Documē-
tum.

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios vero dilatari, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombi à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moveri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porro si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ipsæ etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterum indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatium & iuxta Latera, & iuxta Angulos terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iure commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae asserre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas vero firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dñ ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentiae sunt autores, merito Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terræ constituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo dicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, foecundasque suscipiat potentias, non iniuriâ hisce Dñs vitam largien-

Digressio
Tulchra
Pythagoreorum
consideratio.
Morus ab
inæqualitate
emanat
Quies autem
ab æqualitate,
idè in
1. lib. c. 13
Philolaus
tribus Deis
Quadrangulare
angulum
constituit.
Quadrangulum
proximum
Terræ
est Elementum.
Idè su

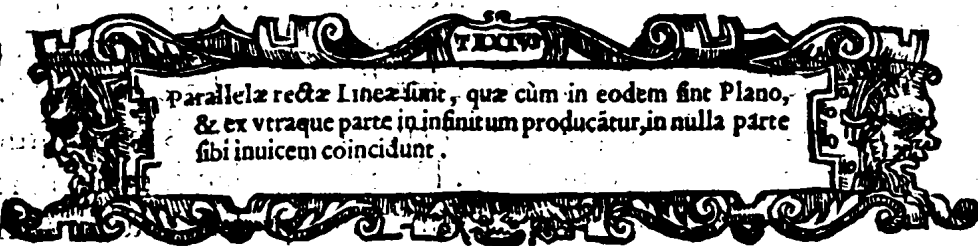
gientibus Quadranguli Angulum permittit. quidam etenim Terram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terrestri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porro Virtutum quoque vnamquanque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisque Obtusi, & Acuti mediocritatem. Oportet autem non latere quod Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem vero tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Impariibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusque Triadicus fecundorum quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulum Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarium Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectilium, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca.
9. vide et
Platonem
in Timæo.
Vide inter-
pretem in
Theogo-
nia Hæsi-
odi.
Quorundā
cōtēplatio

Notandum
pulcherri-
mum.

Cōclusio.

Duodena-
rius est Io-
uis impe-
rium.
Dodeca-
goni An-
gulum Ioui
Philolaus
cōsecrauit
cuius cām
vide etiā
apud Pla-
in 10. de
Rep. & in
Epinomi-
de. et apud
Proclū in
Timæo,
& apud
Plutar. in
op. de Pla-
citis.
Epilogus.
Defō 35.



Parallelæ rectæ Lineæ sunt, quæ cum in eodem sint Plano,
& ex utraque parte in infinitum producuntur, in nulla parte
sibi inuicem coincidunt.

QUæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidenti-
bus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ
sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Pla-
no, & dū ex utraq; parte producuntur non coincidere, sed in infini-
tū produci, & non Parallelæ. n. si aliquatenus producantur, non coin-

Cōm. 19.
In ppōne
27. & 28.

N 2 cidēt

cident . in infinitum autem produci , & non coincidere , Parallelas ex-
 primit . neque etiam hoc absolute , verum ex vtraque parte in infini-
 tum produci , & non coincidere . nam fieri potest vt non Parallelæ
 etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur , ex altera verò
 minime . annuentes enim in hacce parte , plurimum ab inuicem in
 altera distant . Causa autem hæc est , quoniam duæ rectæ Lineæ
 nullum spatium comprehendere possunt . quòd si ex vtraque parte
 annuant , hoc non accidet . Quin etiam rectas Lineas in eodem esse
 Plano , rectè insuper acceptum fuit . si enim altera quidem in subie-
 cto esset Plano , altera verò in sublimi , iuxta omnem positionem sibi
 inuicem non coincident . non tamen proinde Parallelæ sunt . Vnum
 igitur Planum sit , producanturque ex vtraque parte in infinitum , &
 neutra in parte sibi inuicem coincidant . his enim existentibus Paral-
 lelæ rectæ Lineæ erunt . & hoc modo Euclides quidem Parallelas
 definit rectas Lineas . Posidonius autem hæc Parallelæ sunt (inquit)
 quæ neque annuunt , neque abnuunt in vno Plano : sed æquales hæ-
 bent omnes Perpendiculares , quæ à Signis alterius ad alteram ducun-
 tur . Quæcunque verò maiores semper , atque minores fecerint Per-
 pendiculares , coincident aliquando , quia sibi inuicem annuunt . Per-
 pendicularis siquidem Spatiolorum altitudines , Linearumque distan-
 tias terminare potest . Quocirca æqualibus quidem Perpendiculari-
 bus existentibus , æquales etiam sunt rectarum Linearum distantia-
 majoribus verò , atque minoribus factis , distantia quoque sit maior ,
 & minor , & sibi inuicem annuunt illis in partibus , in quibus sunt Per-
 pendiculares minores . Sciendum autem est , quòd ipsum non coinci-
 dere haud prorsus Parallelas efficit Lineas . Concentricorum nan-
 que Circulorum Circumferentiæ non coincidunt : sed opus est etiam
 ipsas in infinitum produci . Hoc autem non solis Rectis , verum etiam
 alijs inest Lineis . possibile enim est intelligere Helices circa rectas
 Lineas ordine describi , quæ si vnâ cum rectis Lineis in infinitum
 producantur , nunquam coincidunt . Hæc itaque Geminus ex his re-
 ctè diuisit , à principio dicens , quòd Linearum quidem aliæ sunt ter-
 minatæ , Figuramque continent , vt Circulus , ipsiusque Ellipsis Li-
 nea , necnon Cissoïdes , & aliæ quàm plurimæ : aliæ verò indetermi-
 natæ , quæ in infinitum etiam producuntur , vt Recta , Rectangulique
 Coni , atque Obtusanguli sectio , necnon Conchoides ipsæ . Rursus
 autem earum , quæ in infinitum producantur , aliæ quidem nullam
 comprehendunt Figuram , vt Recta , & iam dictæ Coni & sectiones
 aliæ verò coeumes , Figuramque facientes , in infinitum postea pro-
 ducun-

Due rectæ
 Lineæ nul-
 lū spatiū
 cōprehen-
 dere possunt . Idē
 in cō. 15.
 & 16. &
 hæc est cā-
 cur nō Pa-
 rallelæ ex
 vna parte
 in infinitū
 pducī pos-
 sunt .

Cōdōnes
 Parallela-
 rū rectarū
 Linearū .
 Posidonii
 Parallela-
 ram defō.
 Perpen-
 diculares
 termināt
 Spatiōrū
 altitudi-
 nes , & Li-
 nearū di-
 stantias :
 ideo ppen-
 diculari
 Figurarū
 metimur
 altitu di-
 nes , vt di-
 ctū est su-
 perius in
 cōm. 10.
 Notandū .
 Diuisio Li-
 nearū se-
 cundū Ge-
 minum .

ducuntur. Harum autem aliae quidem non coincidunt amplius, quæ
vtrunque productæ fuerint non coincidunt: aliae verò coincidentes
sunt, quæ scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem,
aliae quidem in vno sunt inuicem Plano: aliae verò, minimè. Non
coincidentium autem, in vnoque Plano existentium, aliae quidem
æquali semper interuallo distant ab inuicem: aliae verò interuallum
semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam,
& Conchoïdes ad Rectam Lineam. hæc siquidem cum imminuatur
semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi-
inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè
admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarun-
dam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper
distant interuallo, quæ sunt rectæ Lineæ, Spatium, quod
inter eas positum est nunquam imminuentes
in vno Plano, Parallelæ sunt.

Tot etiam ab elegan-
ti Gemini

studio ad propositorum explana-
tionem decerpimus.



FINIS SECVNDI LIBRI.

Procli

Admirabi-
le in Geo-
met. Theo-
rema. de
quo est in-
ferius in
côm. 3. &
3 quart
Hic quedâ
q non sût
parui mo-
mêti ani-
maduerte-
mus in cõ-
mentariis
nostris.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.



De Petitione, & Pronuntiato

Cap. Vnicum.

Cōtinua-
tio Libri.In cap. 8.
superioris
Libri.Cōmuni-
tas Peti-
tionū, &
Pronūtia-
torum ex
sententia
authoris, et
Gemini.
Eorū dif-
ferentia.Spensip-
pus.

VVM Geometriae principia trifarie diuisa, sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntiata, quæ nam inter hæc sit differentia in superioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius differere in præsentia propositum nobis sit, quandoquidem & de ijs præcipue nunc sermonem habeamus. Suppositiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quam Petitionibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tanquam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus distincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione. Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sumptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt, quemadmodum etiam demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sumptio Theoremata, à Problematibus sciunxit. vbique .n. principia, simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quod per se se fidem faciunt, ijs, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter siquidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitionem

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quā obiectorum visus: alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exēplum. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cum enim indeclivi Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnus reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicet .n. Geometrica Mens quòd cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnus reuolutionis Helicē descripsi. cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descripserim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggredientium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæditorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidencia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verū Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verū hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alijs quidem omnia ista Petitiones

Helicis
Planę ge-
neratio.

Æquilate-
ri Triangu-
li cōstitutio.

voca-

Archimedis, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in lib. Aequiponderantium.

Aliorum opinio, de qua videtur in superiori libro cap. 8. Ut Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiatio differt. Idem in principio capituli.

Aliorum opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationum.

Aristotelis opinio de differentiâ Petitionis, & Pronuntiationis quæ videtur in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25. Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus numerari debent.

Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatio illud, quod ultimum in

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia. Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauius ab æqualibus Longitudinibus equè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatio potius quispiam appellaret: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (ut videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transire. differt tamen ut Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiatione. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quòd Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, quæ tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus utitur quod commune est suæ accommodans materiæ. Aristoteles verò (ut prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tanquam principium tamen suscipi: Pronuntiatio verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiatione distinguit, manifestum est, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio: nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exiunt. iuxta verò secundam non erit Pronuntiatio illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatio adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationē quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. recte enim Gemînus animaduertendo adnotauit, quod alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quod rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quod non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Gemînus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneæ. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitatem metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Aequales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtræque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

O sciē-

Pronun-
tatis enu-
meratur.
Quæ sint
Petitio-
nes, & q
Pronuntiā-
ta ex Ari-
stotelica.
Reprehē-
dit Apol-
loniū iu-
xta Arist.
et Gemî-
ni sententiā.
Reprehē-
dit Eucli-
dē iuxta
Gemini,
et iuxta p-
priā sentē-
tiā, quip-
pe q quar-
tā, & quin-
tā Petitio-
nē, malē i
Petitioni-
bus enu-
merauit.
In Propo-
sitione 17
primi Ele-
mentorū.
Hoc infe-
rius osten-
ditur in cō-
ment. 2.
Iuxta Ge-
mini sentē-
tiā exclu-
dit à Pro-
nuntiatīs
vltimū p-
nuntiatū.
Epilogus.
Pronūtia-
torū, et Pe-
titionū di-
uisio, per
quā 2. opi-
nio d' dñz
Petitionis
& Pronū-
tati, cōsu-
tatur.

Scientijs, aliæ verò cōmunes omnibus. nam illam quidē, quæ petit di-
uidere Numerū in partes minimas, peculiarē Arithmetices Petitionē
esse dixeris: quæ verò omnem rectā Lineam finitā in directū produ-
cere, Geometriæ; quæ autē Quantitatem in infinitum augere, amba-
bus cōmunem. Numerus nancq; & Magnitudo possunt hoc pati.

Quātitas
hic cōiter
p genere
accipitur.

PETITIONES.

Petitio 1.
Secūda.

Tercia.



Petatur ab omni Signo ad omne Signū rectā Lineam ducere.
Et rectā Lineam terminatā secundum continuū in directū
producere.
Et omni Centro, & Intervallō Circulū describere.

Cōm. 1.

TRes istæ tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare no-
bis imperant, in Petitionibus ex Geminī sententia necessariō collo-
candæ sunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectā
Lineam ducere, tam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi
fluxum esse ait, & Rectam indecliūem, atq; inflexibilem fluxum. Si
igitur Signum indecliui, breuissimo quē motu moueri intellexerimus,
in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilquē va-
rium intelleximus. Si autem cum Recta ipsa Signo terminetur, fini-
liter ipsius Extremum breuissimo, indecliūque motu moueri intel-
lexerimus, secunda Petitio à facili, simplici quē apprehensione compa-
rata erit. Si verò terminatā rursus rectā Lineam manere quidem
secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod ma-
net, secundum reliquū, tertia porro facta erit. nam Centrum quidē,
est Signum id, quod manet: Intervallum verò, recta Linea. quanta
n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distan-
cia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus
adhibemus, immobilibus existentibus, quō autē impartibilia mouemus

Dubitatio

Solutio

Mens vlti-
ma, & pas-
sibilis, & q
recipit spe-
cies, idē in
superiori
lib. cap. 1.

(hec. n. minimē fieri posse) eum rogabimus non passim molestū esse,
si memoria tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere. quod vtiq;
Rationes eorū, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describūt Cogita-
tionis imaginēs, quarū Cogitatio ipsa rationē habet. Tabella. n. non
scripta, huiusmodi Mens est, vltima, atq; passibilis. At nulla apud
nos oratio hec. Mēs. n. illa, quæ recipit species, aliunde per motū ipsas
recipit. & motum quidē non corporeum, sed imaginariū intelliga-
mus. impartibilia quē corporeis moueri motibus minimē cōcedamus;
verū imaginarios pati decursus. Etenim Mens impartibilis exi-
stens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus . A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi + mouetur, & à loco comprehenditur . locus enim eorum quidem , quæ cum dimensione sunt , dimensionem habet & ipse : impartibilium verò nullam habet dimensionem . Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur : alius etiam motus corporum , & alius eorum , quæ in Phantasia excogitantur : necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium . Oportetque hæc distinguendo , rerum essentias non confundere, neque perturbare . Videtur autem harum trium Petitio- num prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea , quæ sunt, in suis causis cōtinentur impartibilibus existentibus, ab ipsisque terminantur : & quod etiam prius quā constituentur, unde quaque ab ipsis comprehensa sunt . nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur . Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia , quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur : sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare cōtā- tur . Tertia aut, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur . Signi .n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum produciens, Circularem imitatur regressum . Scire aut oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis . neque .n. Circulari, neque Cissoïdi, neque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neque illis, quæ nullam faciunt Figuram . neque .n. vnius reuolutionis Helix in infinitū produciuntur . nam inter duo Signa constituitur . neque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt . At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est . non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest . Hæc etiam de his . Ad reliqua autem pergamus .

+ iacet

Digressio.

Finis Digressionis Documentum .



Petitio 4.

O . Pre-

Cóm. 2.

Excludit
quarta Pe-
titio à Pe-
titionū nu-
mero, tū
iuxta Ge-
mini, tum
iuxta Ari-
sententiā.
idē supe-
rius cō. 1.
hui⁹ libri.

Demōstra-
tio quartę
Petitionis

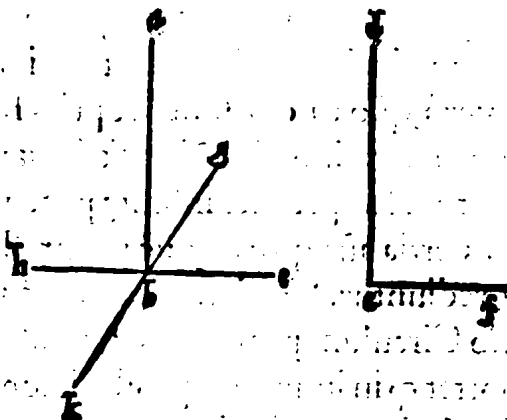
In 10. de-
finitione.

Pappi de
cumentū.

PRæfens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-
monstratione à nobis cōceditur, Petitio quidē non est ex Gemini
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se
accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verū neq; etiam
iuxta Aristotelis diuisionē Petitio est. Petitio enim ex sententia illius
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse
dicimus, ipsiusquē demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta
Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum
æqualitas. Cum n. unitatis, vel Termini rationem habeat ad An-
gulum, qui utrobicq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretio-
nem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam
steterit utrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-
guli vnus a b c, alter d e f.

Dico quod æquales sunt. si. n.
non sunt æquales, alter ipso-
rum sit maior, utputa qui ad Signū
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā
a b adaptetur, Linea e f intra
cadet. Cadat ut Linea b g, &
producatur Linea b c vsq; ad
Signum h. Quoniam igitur An-
gulus a b c rectus est, Angulus
quoque a b h rectus erit, & sibi
inuicem erunt æquales. habe-
mus. n. in Definitionibus quod

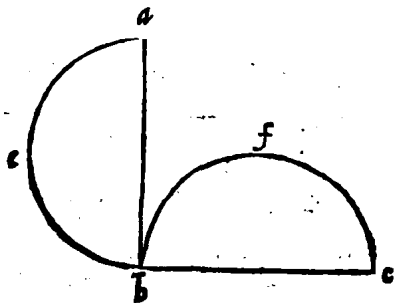
rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus er-
go a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsq; ad k.
Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur
a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-
cte nos animaduertit quod huius Petitionis conuersa, vera non est,
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verū si re-
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Possit autem curuilineum
quoq;



quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quod huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilíneorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stantē ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem nec rectilineus. Intel-

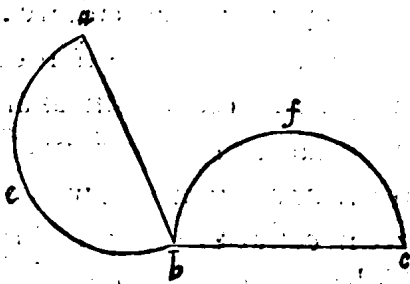
In 10. definitione.

ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales $a b$, & $b c$, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisque Semicirculi, Centro, & Intervallo descripti a $c b$, & $b f c$. Quoniā itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cōgruent, & Angulus $e b a$ æqualis est Angulo $f b c$. Cōmunis apponatur reliquus, nempe $e b c$.



Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet $e b f$; Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus $a b c$, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curuilineorum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quod in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea $c b$, & $b e$ Circumferentia continetur addere oportet: in Acuto vero, auferre. recta enim Linea $c b$, Circumferentiam $b e$ secatur. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaque descripta sint.

quæ quidem ostendunt & quod omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quod non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si nec rectilineus est, quoniam pacto rectum quis ipsum dicet? Manifestum autē est ex hac quoque Petitione, quod Anguli Rectitudo æqualitati cognata est,



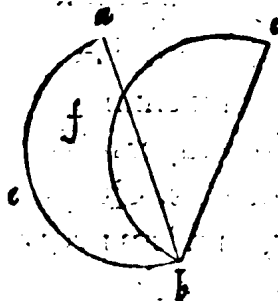
Documētum.

quemadmodum Acumen, atque Obrusitas, inæqualitati. etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) ut etiam similitudo: Acumen vero, atque Obrusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissimilitudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

Idē vide in 2. libro cōm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .



Petitio 9.

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores.

Cóm. 3.
Ptolemæ
in Lib. cui
titulus est,
à minori-
bus duobus
rectis pro-
ductas coi-
cidere.

In 17. pro-
pone pri-
mi Elem.
Quorūda
obiectio.
Gemini re-
sponso
Aristo. 1.
Ethi. cap.
3. idē ēt si
perius 11.
lib. c. 11.
Simmias
Phedone
Platonis
de quo vi-
de ēt Plu-
in vita Pe-
riclis.

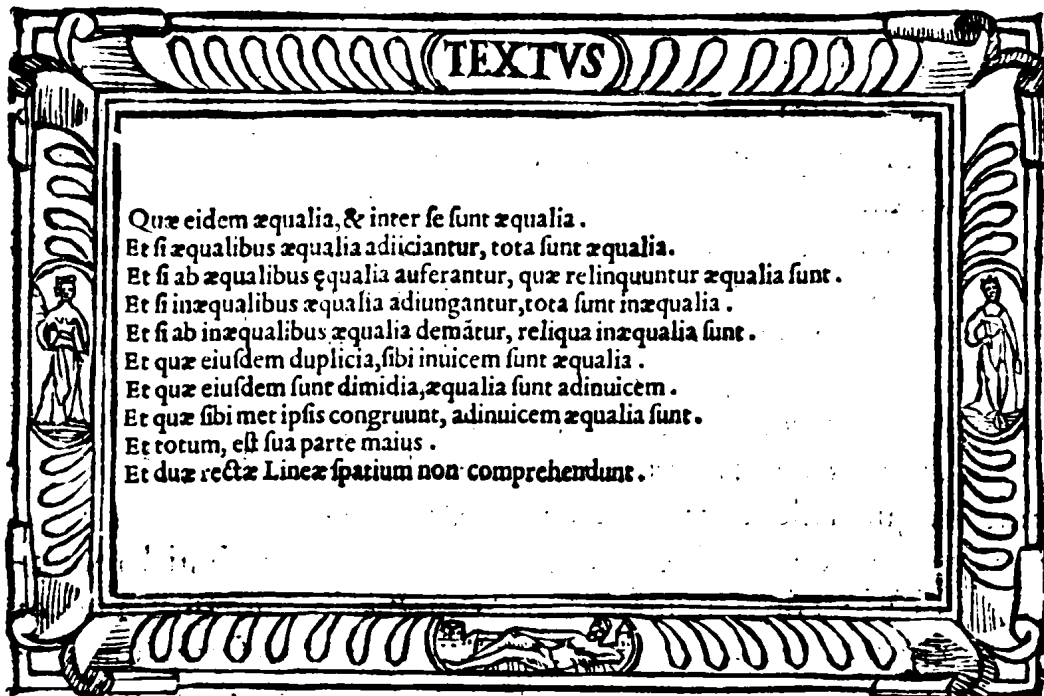
Idē in fine
secundi li-
bri.

Hanc penitus ē numero Petitionum delere oportet . Theorema . n . est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorū diminutionem, Rectarum nūsus fidem per se se præbet. Ad quos Geminus rectē respondit dicens, quod ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeffendas . simile . n . est, inquit etiā Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quod in rectis Lineis hoc verum est . nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis observatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis fit Lineis? antequam . n . per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam asferunt, Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitā-

tes valde mordaces essent, quomodo nō eò magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verum quòd quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quòd à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusque rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturus est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verum per demonstrationem manifesta sit.

Excludit
oīno Peti-
tio hæc è
numero
Petitionū.

PRONUNTIATA.



Primū p-
nuntiātū

2
3
4
5
6
7
8
9
10

Hæc sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicantur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediate proprie sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiatricem Orationē, Pronuntiatum appellare consueverunt: cumque dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratus autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseque propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsique Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & commu-

Cōm. 4.

Idē in 2. li
bro cap. 8.

Aristo. &
Geometra-
rū opinio:
idē in lib.
2. cap. 8.

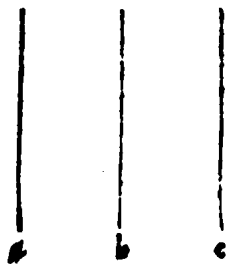
nis

Dānatur
Apolloni
qui Pronū
tiata de-
mōstrauit
idē supe-
rius i c. 1.
huius lib.
In demō-
strabilia a
demōstra-
bilibus na-
tura diffe-
rūt. & eo-
rū sciē di-
uerse sunt
idē Arist.
1. post. t.
5. & 6.

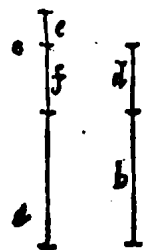
Apollonii
demō.

Pria Pro-
nūtiatorū
pprietas.
Secunda
Pronūtia-
torum p-
prietas

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram lau-
demus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur . nam hic quidem &
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est . Hæc autem na-
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est . earū
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-
pter euidētiā in nostram cognitionem cadunt : & earum, quæ de-
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-
ceperint in proprijs conclusionibus decēter vtuntur . Quod autem
primi Pronuntiatī demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet , imò etiam
magis dubium , cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-
spexerit . Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico
quod etiam a ipsi c æquale est . Cū enim
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē
b . & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē
& ipsum occupat locum . & a igitur eundē oc-
cupat locum, quem c . equalia igitur sunt . In his
itaque duo præassumpsisse oportet . vnum qui-
dem, quod quæ eundem occupāt locum, sibi in-
uicem æqualia sunt : alterum verò , quod quæ
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-
cem eundem occupant locum . Quod autem hæc præsentī Pronun-
tīato obscuriora sint , manifestum est . quomodo enim quæ eundem
expleant locum æqualia sunt : secundum Totum, an secundum par-
tem ? vel secundum Rationis figurationem ? Propterea non omni-
no admittendū est, ad locum transire, qui nō, quæ in loco sunt igno-
rior nobis est . difficilis enim , atq; ambigua est essentia ipsius inuen-
tio . Ne igitur proluxa oratione vtamur , omnia Pronuntiatā tanquā
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cū per se nota & credi-
bilia sint. qui enim nō, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est : Sed minuit euidētiā,
quam in indoctis prænotionibus habemus. hoc autem de Pronuntia-
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium . &
quod omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,
& non solum in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari di-
citur, verū etiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus . hocque
necessarium est. Acquale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars:
&



& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam evidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cōgruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiā alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nō comprehendere, cū Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cū ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia, propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quedam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiungantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a, b, adicianturque ipsis inæqualia c, d, sit autem c maior d, ipso e, reliquum verò sit f. Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d, a f ipsi b d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a c igitur ipsum b d ipso e tantum superat, quo etiam e solum, ipsum d superabat. Rursum sint inæqualia c, d, adiunganturque ipsis æqualia a, b, & sit excessus ipsius c ad d, ipsum e, reliquum verò f. Quoniam



Quo ex
comuni-
bus
principiis
appre-
henditur
conclu-
siones. idem
superius
cap. pri-
mo.
Heron tria
tamen Pronu-
tiated po-
nit.
Resecat
sextum, &
7. & 10.
Pronuntia-
tum.
Pronuntia-
ta comu-
nis sunt ge-
neris. idem
superius .
cap. 1.

Quædam
alia Pro-
nuntiata
quæ à Pap-
po addun-
tur.

Demon-
stratio pri-
mi Pronu-
tiated à Pap-
po adiecti

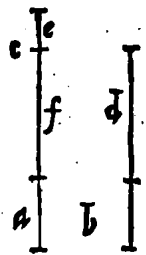
Demonstra-
tio secūdi.

P niam

Reliqua
ex defini-
tionib⁹ ma-
nifesta fi-
unt.

Eorū, qui
cōtra Geo-
metriam i-
stant diui-
sio .
† Termi-
nos .
Stoici ,
quorū opi-
nionē vi-
de in lib.
secundo .
com. 1 .
Pyrrhonii
Philoso-
phi .
Epicurci .
Zeno Si-
donius .
Liber Po-
sidonii ad-
uersus Ze-
nonem .
† Verum
enī uero ,
qui de pri-
cipiis di-
uersi inter
se afferūt
sermōnes,
moderate
a nobis ex-
iis, q̄ p̄ce-
dūt, abso-
luti sunt .
In comēt.
sequenti .
Propositū
Auctoris i
sequētib⁹.

niam igitur a æquale est ipsi b, & ipsi d, a f ipsi b d
erit æquale . totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantum
excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat . Hæc itaque,
iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito



in pluribus exēplaribus prætermittuntur . Quotcunq;
autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta
fuere, illasq; consequuntur . Verbi gratia, quod om-
nes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-
gruunt . quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemo-
di habent naturam . Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem
autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit . omnia enim ijs diui-
duntur, quibus etiam proximè terminantur . Et quod Infinitum in
Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem
vtrunque . nam omne continuum diuidi, augeriq; in infinitum po-
test . Verum enim uero quoniam de his quoque summarim diximus,
reliquū est ut ea, quæ principia consequuntur consideremus . hucusq;
enim principia se extendunt . Eorum autem, qui aduersus Geome-
triam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt,
quippe qui † partes nullam habere subsistentiam ostendere conati
sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem
quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena
regione, fœcundaq; Philosophia demolientium, quemadmodum
Pyrrhonorū Philosophorum : aliorum verò Geometrica tantum
principia subuertere sibi proponentium, ut Epicureorū . alij autem
cū principijs iam permisissent, non posse inquirunt ea, quæ princi-
pia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis con-
cedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit . hunc .n. contra-
dicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicu-
reus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scri-
psit librum, imbecille m totam ipsius opinionem ostendens . † Ve-
rum enim uero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt mo-
dice a nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se
coniunctæ sunt . Zenonis aut infestum accessum paulò post conside-
rabimus . Nunc verò cū Theorematū, Problematumq; sermonē
& de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis
sunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum,
quæ ab Elementorū institutore ostenduntur accedemus, pulchriora
quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes,
infinitamq; ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes : ea ve-
rò,

ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumquę varietati incumbentes, ad quæ vt plurimum iuvenes currentes videmus.

Iuvenes
ad Casuū,
Sumptio-
nūq; va-
rietatē li-
bēter cur-
runt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.



Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod equilaterum est, constituere.

Proposi-
tio prima
Problema
primum.

Q Vum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quę ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quę principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumquę inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struerequę proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Positiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaquę huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quę Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusquę conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de ijs omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quærit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cum quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiusmodi Lineę definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtpote quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5.
Sciētia du-
plex.

Differen-
tia Proble-
matur, et
Theore-
matū. idē
in primo
cap. huius
Libri.
Munus
Proble-
matis.
Munus
Theore-
matis.
De quib⁹
Geome-
trię sit ser-
mo.
Geome-
tria qrit
quatuor
ea, quę q-
ri solent.
Geome-
tria qrit ip-
sū Quid
est, duplici-
ter.

P a ipsum

Quo Geo-
metria q-
rat ipsum
Si est.
Quomo-
do, Qua-
le quid ē.
Respō det
Procl. cō-
tra Amphi-
nomi, &
Ari. sentē-
tiā, ex sen-
tētia Geo-
mini.
Argumē-
tum.

Quo, &
quō pro-
pter quid
Geome-
tria q-
rat.

Epilogus.

Problema-
rum, atq;
Theore-
matū par-
tes.

Proposi-
tionis of-
ficiū.

Expositio
nis offici-
um.

Constru-
ctionis of-
ficiū.

Demōstra-
tionis of-
ficiū.

Cōclusio
nis officiū

Tres par-
tes sūt ma-
ximē ne-
cessarię, q̄
semp esse
debent tū
in Proble-
matib⁹, tū
in Theore-
matibus,
Proposi-

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile: & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum [quale quid est] cū enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [quale est] ibi quærit, At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce, Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquisitionem in Geometria, quomodo enim Geometrix non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa infinita inscribere est impossibile; ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire cupiunt; quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum manifesta est; si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuo & ipsum [propter quid] manifestum fit. Verum de Quæsitis quidē hæc sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet, Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē, Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositionis quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit, perfecta enim Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū excipiens, Quæstioni præparat, Determinatio autem, seorsum Quæsitum quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quæ Dato desunt ad Quæsitum venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cōcessis colligit propositum, Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt: maximè autem necessariae, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio, nam oportet & Quæsitum præcognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, harumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum.

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nõ est, + Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cum in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio vt plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit; verum aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, vt in iam dicto Problemate, non enim prædicit quo datò oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quòd opus est hoc comparare. Et fit quidem hîc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subiicitur, quemadmodum in alijs Problematibus, vt quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hîc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatū est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cum igitur vtrunq; Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cum autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt, siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quòd huiusmodi Aequicrus inuenire oportet: tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem taceatur, eò quòd Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoq; huiusmodi Problemata reperies, & maximè in Arithmeticeis, & in decimo libro, vt duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantum datur, Linea autem, & alia, omnibus. cum enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quòd scilicet rectilinea, ne ipsdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cum verò, quòd duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cum autē dicimus, quòd si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem ratio

tio Demonstratio, & conclusio, Propositio decima Quarti Elementorum. Quando constructio deficiat. † Demone

Prio post, tex. i.

Quæ Determinatio, & Expositio deficiat & quando non. Expositio, atq; Determinatio Dati est.

Propo 29. Decimi Elem. Documentum.

Quadrupliciter
Datum acci-
pitur . &
ideo Ex-
pō quoq;
quadrupli-
citer fit .
Demonstra-
tio Geo-
metrica
duplex ē .
Perfectio
Demōnis.

Cōclusio
Geometri-
ca duplex
est.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est . Cū verò in datō Signo datæ rectæ Lineæ æquam rectam Lineam ponere oportet , tunc Signum Positione datum est . Vnde etiam cū Positio varia esse possit , Constructio quoq; varietatem suscipit . datum est enim Signum , vel extra Rectam , vel in Recta & in extremitate Rectæ , vel inter ipsius Extrema . Cū igitur quadrupliciter Datum accipitur , manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit . At quandoque duos etiam , atque tres modos connectit . Illam autem , quæ Demonstratio dicitur , quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus , ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem . hæc .n. Demonstrationis perfectio est : quandoq; verò ex certis Notis arguentem . Et oportet non latere . ubiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent , non ubique autem demonstrantibus methodis perficiuntur . quando .n. eò quòd extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis , & ex opposito existentibus æqualis est , tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur , quomodo à causa est demonstratio hæc ? quomodo enim Medium certum signum non est ? etenim nondum externo existente Angulo , cū interni existant , duobus rectis æquales sunt . est siquidem Triangulum , Latere etiam non productō . Quando autem per descriptionem Circulorum , quod constitutū est Triangulum , æquilaterum esse ostenditur , à causa apprehensio fit . similitudinem enim , & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus . Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consuevere . cū enim vt in Dato ostēderint , vt vniuersaliter quoque concludunt , à particulari conclusione ad vniuersalem recurrentes . nam cū subiectorum proprietate non vtantur , sed ante oculos Datum ponentes , Angulum , vel rectam Lineam describant , quod in hac concluditur , idem in omni etiam simili conclusum esse existimant . Ad vniuersale igitur trāscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur . transcendunt autem ratione optima , siquidem positis non quatenus hæc , sed quatenus alijs similia sunt , ad demonstrationem vtuntur . non enim quatenus tantus propositus Angulus est , eatenus bipartitam faciunt sectionem , sed quatenus rectilineus tantum . Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria : Rectilineum verò , omnibus rectilineis commune . sit enim datus Angulus , ille , qui est Rectus . si igitur Rectitudinē in demonstratione acciperem , in omnem Rectilinei speciem transcendere minime possem . Si autem Rectitudinem quidē ipsius non subiungo ,

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat. nam data quidē est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hæcce. & vides quod ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minime subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilatrum constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demonstrationem nos efficit, Quæsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineæ rectæ continuentur. & vides quod in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demonstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ æqualis est. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circumferentiam æquales esse dicebat. Vtraque igitur, eidem æqualis est. Quæ autē eidem æqualia, & inter se sunt æqualia,

Primi Euclidis Problematis Propositio.

Nota quō omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Euclid. prob. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In cōstructione Petitionibus, in demonstratione autē pronuntiatis Geometre vtunt.

Demonstratio.

Prima cō-
clusio pri-
mi probl.
Elemē.
Secunda
cōclusio

Particula
rū Quod
fecisse, &
Quod de
mōstrasse
oportuit
pulchra
cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio
quid.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quæ Expositio- nem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quæ nunc proposita est datam feceris, eadem Constru- ctiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Proble- maticā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omni- no itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolu- tam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit osten- disse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & per- spicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittun- tur. & quorū modis Datum, datum est. & ex quibus principiis vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum .n. perspi- cax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quæ his annexa sunt breuiter disse- ramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quidque Inductio. Sumptionem itaque de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero predicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cum enim vel in Constructione, vel in De- monstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ra- tione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū in- quisitione dignum esse arbitrari, Sumptionem ipsum appellamus, & Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis exi- stit, cum illa absque Demonstratione ad aliorum fidem faciendā perse- sumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-
lutio-

lutionibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumprio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, cum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsam mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum cum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto daris duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primum autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præuauit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problemata redeamus. Quòd igitur æquilaterum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quæ à Plat. traduntur.

Casus yd.

Corollarium quid.

Vide Varronem i lib. de lingua Latina. Instantia quid.

Inductio quid. Nota inductionis Geometricæ, cum inductione Logica similitudinem. Hippocrates primus fuit inductionis Geometricæ inuentor. Digressio.

Q Triā-

Triangulū
Aequilare
rū omniū
Triangulo
rū optimū
est, asimi-
laturq; cir-
culo.

Duorū cir-
culorū Ae-
quilaterū
Triangulū
comprehē-
dentiū cō-
templatio
† Intelli-
gētiā.

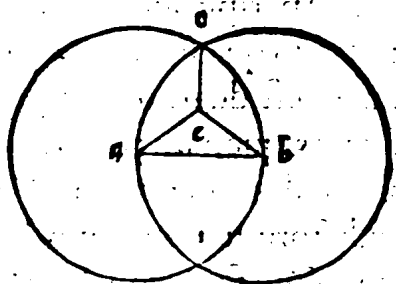
Vide Pla-
tonem in
Phēdro, &
Proclū in
Timō pa-
gi. 123.

Epilogus.

Zenonis i-
festus ac-
cessus, &
eius funda-
menta.

† Triangu-
lū nō
ostēderet
equilate-
rū. Sit. n.

Triangulum inter Triangula optimū sit, & Circulo maximē cognā-
tum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamque simpli-
cem Lineam extrinsecus ipsum terminantem habenti nemo est, cui
non sit manifestum. Videtur autem duorum Circulorum compre-
hensio, horumque ex parte vtriusque (non enim in toto vtroque de-
scriptum est, sed in illa parte, quæ ex vtriusque partibus constat.) ostē-
dere in Imaginibus quomodo ea etiā, quæ à principijs egressa sunt,
perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis suscipiunt. nam
hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circun-
uoluuntur, propter continuā generationē; & Animæ ipsæ cum † mo-
tus transientes habeant, per restitutiones, & circunvolutiones non tra-
sientem Mentis actionem affingunt. Dicitur autē & à duabus Men-
tibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem
essentiæ Mentis imago est, Triangulum verò, primæ Animæ, pro-
pter æqualitatem, & similitudinem Angulorum, & Laterum, iurē sa-
nè & hoc per Circulos cum mediū in ipsis includatur Aequilaterum
ostensum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, &
ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque
ratione consentaneum quidem erit, Triangulum cum triplicis Ani-
marum substantiæ Nota sit, à duobus Circulis comprehensum, ortum
suscipere. Verum enimvero hæc quidem tanquam ab Imaginibus
rerum naturam nobis in memoriā reducant. Quoniā autem quidā
aduersus æquilateri Trianguli constitutionem instarunt totam refel-
lere Geometriā putantes, breuiter his quoque occurremus. Inquit itaq;
Zeno ille, cuius etiam superius mētionē feci, quod & si quis principijs
Geometrarum permiserit, non tamen ea, quæ principia consequuntur
cōmuni compararet consensu hoc ipsis non concessio, quod duarum
rectarum Linearum eadem Segmenta non sunt. nisi. n. hoc datum
esset, † æquilaterum Triangulum minimē constitueretur. Sit enim
(inquit) recta Linea a b, super qua
constituendum est æquilaterū Triā-
gulum. Describantur autem Circuli,
& à cōmuni ipsorum sectione protē-
dantur rectę Linę c e a, c e b cō-
mune habentes c e Segmentum.
Accidit igitur Linę quidem à cō-
muni sectione protensas, Linę a b
datę æquales esse, non autem Trian-
guli quoque Latera esse æqualia, verum duo reliquo minora, nempe



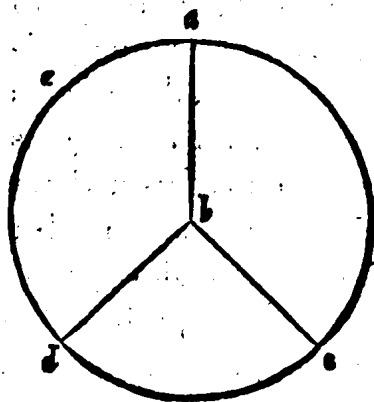
ipso

ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituē-
tur. Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua mini-
mè consequuntur, nisi hoc quoque præacceptum esset, neq; Circun-
ferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta?
Aduersus hæc porro dicendum, primum quidē quòd hoc quodam-
modo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non
esse cōmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc compren-
debat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa.
hoc .n. æquale esse Signorum intervallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa
Signa coniungit, vnā, breuissimamque efficit, ita vt si quis ipsam se-
cundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi
congruat. cū .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd bre-
uissima est totam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam
in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait
[& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicuè
ostendit, quòd ea, quæ producitur, vna esse debet, vnoque motu pro-
duci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius
accipere, sit si fieri potest a b, ipsius
a c, & ipsius a d cōmune Segmen-
tum. & Centro quidem b, interual-
lo autem b d, Circulus describatur
a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c
per Centrum est ducta, Semicirculus
est ipse a e c. & quoniā recta Linea
a b d per Centrū est protracta, Se-
micirculus est ipse a e d. Aequales
igitur sibi inuicem sunt Semicirculi
a e c, a e d, quod fieri non potest.
Aduersus autem hanc Demonstra-
tionem dicet forsan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam
Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nos præacce-
pimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum.
sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel
si non congrueret, aut extrā, aut intrā cadere. Nihil autem obstat (ait
ille) non totam toti congruere, verū secundum aliquam partem.
donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū di-
spescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius
rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā consciū
quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

Respon-
sio
cōtra Ze-
nouem.

Alia Re-
spon-
sio.

Secūda Pe-
titio.



Demonstra-
tio contra
Zenonē.

Argumen-
tum Zeno-
nis cōtra
Demonē.

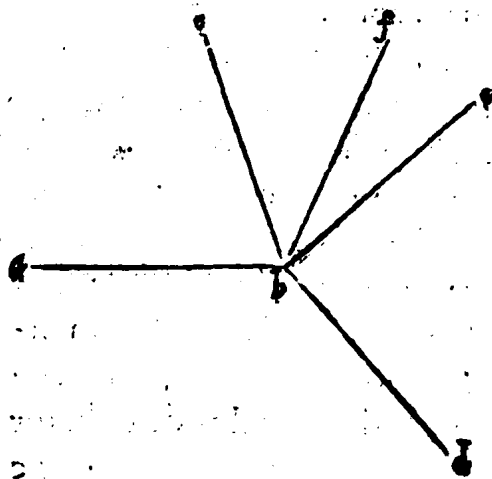
Posid-
onii
Respon-
sio.

Q : stratio

stratio tamen bene succedit . nam iuxta illam partem, in qua non cōgruunt, altera quidem intrā : altera verò extrā erit, eademque absurda sequentur, Recta à Centro ad externam Circumferentiam protrahita . æquales . n. erunt quæ à Centro sunt, tum maior, quæ ad Circumferentiam externam : tum minor, quæ ad internam . Aut igitur tota toti congruet, æqualesque sunt : aut secundum partē congruens, secundum reliquam vicissim variat : aut nulla ipsius pars, nulli alterius parti congruit . & si hoc fuerit, vel extrā cadit, vel intrā . hæc autem omnia consimiliter redarguuntur . Verum de his hæc sufficiant . Zeno

Alia Demonstratio
quam dā-
nat Zeno.

autem aliam Demonstrationē adscribit huiusmodi, cui etiā obrectare conatur . Sit . n. duarum Rectarum a c, a d, cōmune Segmentum ipsa a b . & exciterur ipsi a c ad Angulos rectos ipsa b c . Angulus igitur e b c rectus est . Si itaque Angulus etiam e b d rectus est, æquales erunt, quod fieri nō potest . Si autem non, erigatur ipsi a d ad Angulos rectos ipsa b f . Angulus igitur f b a rectus est . Erat autē Angulus etiam e b a



rectus . & æquales igitur adinuicem sunt, quod fieri non potest . Demonstratio itaque hæc est, quā Zeno obrectavit, veluti aliquid eorum, quæ posterius ostendenda sunt assumentem, à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare . Posidonius autem nusquam quidem in Elementaribus Institutionibus huiusmodi Demonstrationem ferri inquit, verum Zenonem suos Geometras veluti flagitiosa Demonstratione vtentes calumniari : esse autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam . Siquidem est etiā quædam prorsus vtrique Rectarum ad Angulos rectos . quæcumque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt, hocque præassumptum rectum Angulum definientes, tali enim inclinatione solum rectum Angulum constituimus . Sit autem fortasse hæc, quam creximus . siquidem ipse etiam Epicurus, omnesque alij Philosophi multa quidem eorum, quæ fieri possunt, multa autem impossibilis quoque materiae, ad consequentis contemplationem supponere concedunt.

Toti-

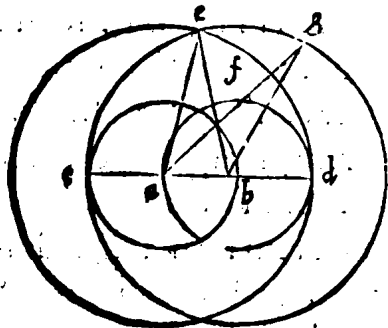
Posidonii
corra Z.
nonem re-
quirit.

Epicurus

Totidem de æquilatèro Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Acquicrus. Sit igitur

Finis Digressionis

Linea recta $a b$, super qua oportet Acquicrus constituere, & describantur Circuli, ut in Æquilatèro. & producat ex utraq; parte Linea $a b$, ad $c d$ Signa. $c b$ igitur, ipsi $a d$ æqualis est. Centro itaque b , Interuallo autè $c b$, Circulus c describatur. Rursusque Centro quidem a , Interuallo vero $d a$, Circulus d designetur, & à Signo e , in quo Circuli se invicem intersecant ad $a b$ Signa rectæ Lineæ $e a$, $e b$



Reliquorū Triangulorum cōstitutio.

protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi $a d$, $e b$ verò ipsi $b c$ æqualis est, æqualis autem est $a d$ ipsi $b c$, $e a$ quoque ipsi $c b$ æqualis erit. Verum maiores etiam sunt ipsa $a b$. Acquicrus igitur est Triangulum $a b e$, quod fecisse oportuit. At porro iussu sit Scalènū constituere Triangulum super data Recta $a b$. & describantur Circuli Centris, & Interuallis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f , & protendatur recta Linea $a f$, producatque ad g Signum, protendatur autem recta Linea $g b$. Quoniam igitur a Centrum est, $a f$ ipsi $a d$ æqualis est. Maior igitur est $a g$, ipsa $a d$, hoc est ipsa $g b$. Centrum autè est & ipsum b , æqualis ergo est $g b$, ipsi $c b$. Maior est igitur $g b$, ipsa $b a$. At $g a$ maior est, ipsa $g b$. Tres igitur $g b$, $b a$, $a g$ inæquales sunt. Scalènū ergo Triangulum est, Triangula itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem divulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Acquilatèrum quidem vnde quacunque equale existens, vñico modo constituitur.

Documētum.

Acquicrus autem in duobus tantum Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data. n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus; vel ambabus maior. Scalènum verò vñdicque inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autè quæ sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplabimur quod Problematū alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis sunt. Vocantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata; illa autem, quæ multipliciter, se-

Problematū vniuersalis Diuissio. Amphinomus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ū verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiusmodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dissecere. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius quàm duplum esset, vtrputa triplum, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tripla (multiplex .n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quod multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantē operationem proponitur. quod namque in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædam Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiusmodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiæ Recti, hoc .n. superuacaneū est, frustra que adiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiā quàm Problema vocatur, illud quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinē, Scientiamque parientē Terminū reducat. Veluti si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem vtroque æqualium Laterū habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulū vtriusque eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Basim

Problema
multiplici-
ter dicitur.

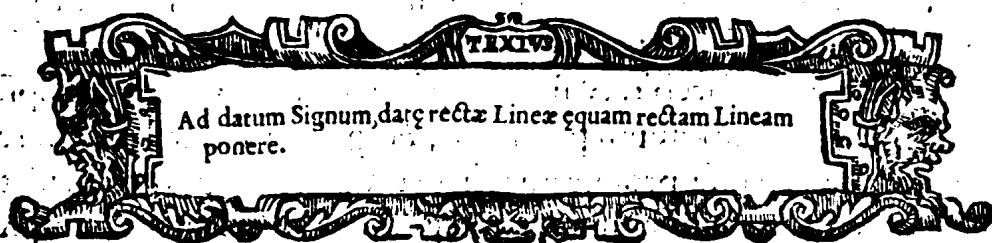
Problema
Geometricum.

Excedens
Problema
quid.

Impossibile
Problema
quid. Maius
Problema
quid. Deficiens
Problema
quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplū habet: vel quod secundum quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam. fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quod ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat. quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cōstruitur. tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum.

Hoc proponitur i Propositione 10. quarti Elementi. Quale dē esse pfectū Problema quod & propriè problema dicitur. Primum problema primi Elementi. cæteris problematibus præstat.



Propositio secunda. Problema secundum.

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcumque igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesque mutantia eundem Demonstrationis seruānt modū, hæc Casum habere dicuntur: quæcumque verò iuxta vnā tantū Positionem, vnāque Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt. simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantū modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione. quæritur siquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, vbi-cunque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quod omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in sublimiori, omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theorematibus, vnum subijci Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est: præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamque pertinet: siquidem omne, quod inquisitionis gratiā propositum no-

Cōm. 6.

Casus in Constructione est.

Decumētum

Dub.

In præcedenti Prob.

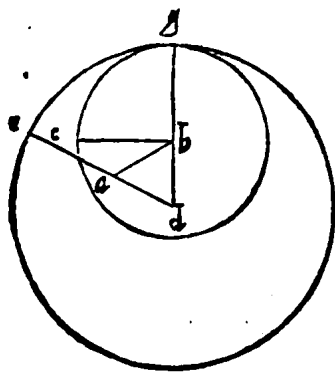
bis

**In 12. Propositione.
Solutio.**

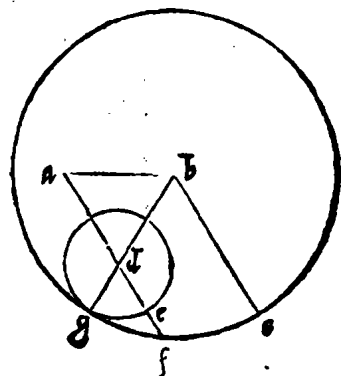
**Varii huius
Prob. Ca-
sus.**

bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cum eam, quæ datæ est æqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nō fecit quòd data, finita est? prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminavit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt si ipsa producat, in extrà posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà positum, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea a b, Signumquæ datum c, quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea c a, quod sit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Intervallo autem a b, Circulus b e describatur. Rursusquæ Centro quidem d, Intervallo verò d e, Circulus e f designetur. Quoniam itaque a, Centrum est, b a, ipsi a c æqualis est. & propterea æqualis est d e, ipsi d f. quarum d c, ipsi d a æqualis est. Triangulum enim d a c, æquilaterum positum fuit. reliqua igitur a e, ipsi c f æqualis est. Erat autem a c, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Latrum protensiones, Circulorumquæ descriptiones, adhuc multò plures.

res. Sumatur enim quemadmodum in hoc Elemento Signum a, rectaque Linea b c, protendatur autem b a. Triangulum itaque equi-

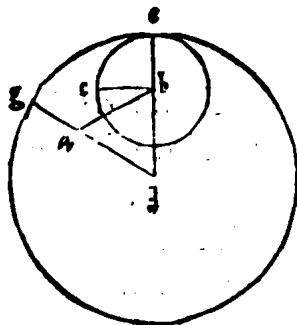


laterum in ipsa non
constituatur superius
habēs verticem (quo-
niam locus non est)
sed inferius, & sit a d b.
Aut ergo æqualis est
a d, ipsi b c : aut maior:
aut minor . Si igitur æ-
qualis , quod iussu
erat factum est . + Si
autem minor , Centro



quidem b , intervallo verò bc , Circulus designetur, & producantur ipsæ ad , db vsque ad e g Signa, & Centro quidem d , intervallo autem dg , Circulus describatur ge . Quoniam igitur æqualis est dg , ipsi de , ex Centro enim sunt. sed & ad , ipsi db æqualis est. æquilaterum enim est adb Triangulum. reliqua igitur ae , reliquæ bg æqualis est. At bg etiam æqualis est ipsi bc , à Centro enim & illæ exeunt. ae igitur ipsi bc æqualis est, quod faciendū erat. Si verò maior est ad , ipsa bc , (hoc enim reliquum est) Centro quidem b , intervallo autem bc , Circulus designetur ec . Secat igitur ipsam db , Circulus ec . Rursus centro quidem d , intervallo autem de , Circulus describatur eg . Quoniā igitur d Signum Centrum est Circuli ge , æqualis est gd , ipsi de . Erat autem & da æqualis ipsi db . reliqua igitur ag æqualis est ipsi bc . Verūm bc , ipsi bc æqualis est. ambæ enim ex Centro sunt. ag igitur ipsi bc æqualis est. & est posita ad Signum a , quod erat faciendum. Multis autem alijs etiā Casibus existentibus, satis est hos quoque in præsentia descripsisse. ex his etenim possibile est ijs, qui magis curiosi sunt, in reliquis etiam se exercere. Olim autem quidam Constructionem huiusce Problematis, & varietatem auferentes, ita dixerunt. Sit a datum Signum, bc autem data Recta, & Centro quidem a , Intervallo verò tanto quanta est ipsa bc , Circulus designetur de , & protendatur quædam recta Linea à Signo a ad Circumferentiam, quæ sit ad . Hæc igitur ipsi bc æqualis est. tanta enim erat quæ ex

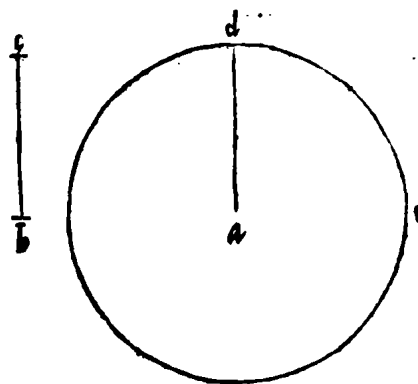
† Si aut minor,
Cétro quidé b, in
teruallo veró b c,
Circulus descri-
batur, & produca-
tur a d, d b vsq; ad
Signa g f, & Cétro
quidé d, inter-
uallo aut d g, Cir-
culus designetur.
Quoniá itaq; æ-
qualis est d g, ipsi
d e, ex Centro.n.
sunt. sed & a d,
ipsi d b æqualis é
æquilaterú.n. est.
Tota igitur a e, to-
ti b g est æqualis.
Verúm b g æqua-
lis est ipsi b c, ex
Cétro enim. ipsi
ergo a e, ipsi b c, æ-
qualis est, quod fe-
cisse oportuit.



**Quorúda
praua de-
môstratio**

R Cen-

Centro, quanta est ipsa bc . & factum est id, quod iussu erat, Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cum .n. dicat Centro a , interuallo autem bc , describi circulum cd , æqualem iam accipit quodammodo ipsi bc , ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non [†] approbabitur.



[†] consilia
bimus.

Propo 3.
Problema
tertium.

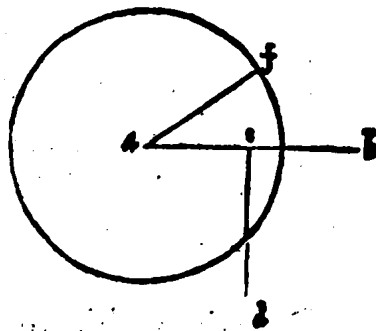
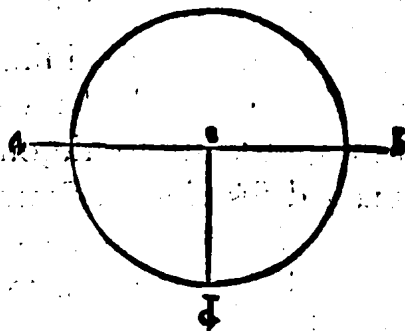
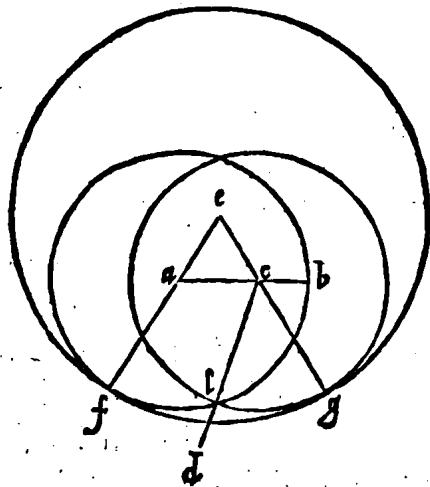
TEXTVS
Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori equalē
minori abscindere.

Cóm. 9.

Varij huius
Problema
tis Casus.

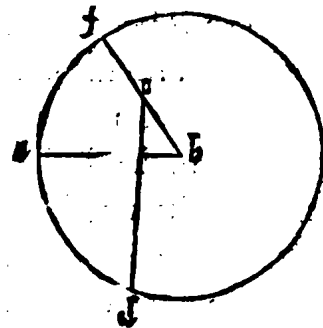
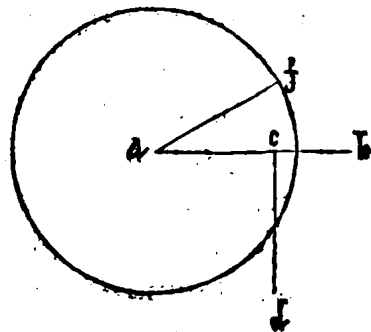
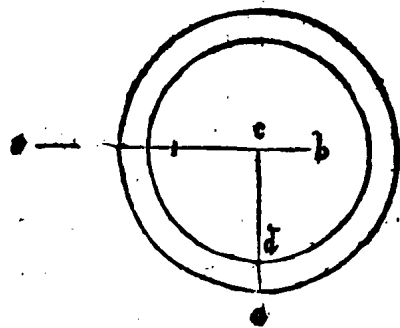
Tertium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocque dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio. communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel è conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales: hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales $a b$, & $c d$, maior autē $c d$, secetquē ipsam $a b$ sui ipsius Extremo c , & Centro quidem a , Intervallo verò $a b$, Circulus describatur $b f$, & constituatur Triangulum æquilaterum super $a c$, quod sit $a e c$, & producantur $e a$, $e c$. & rursus Centro quidem e , Intervallo autem $e f$, designetur Circulus $g f$. rursusque Centro quidem c , Intervallo verò $c g$, Circulus $g l$. Quoniam igitur $e f$ equalis est ipsi $e g$ (Centrum enim est e) quarū $e a$, ipsi $e c$ æqualis est, reliqua $a f$, reliquæ $c g$ æqualis erit. Verūm $a f$ etiam, ipsi $a b$ est æqualis. a enim Centrum est. & $c g$ igitur, ipsi $a b$ æqualis erit, & hæc equalis est ipsi $c l$. centrum enim est Signum c . & $a b$ igitur ipsi $c l$ æqualis est. Aequalis igitur ipsi $a b$ ablata est ipsa $c l$. Verūm sit $c d$ minor ipsa $a b$, secetquē ipsam $a b$, iuxta c suum Extremum. Aut itaq; in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primū in medio, $c d$ igitur aut dimidiū est ipsius $a b$, & est æqualis $a c$, ipsi $c d$: aut medietate minor, & Centro quidem c , Intervallo verò $c d$, Circulum designans ab ipsa $a b$ ipsi $c d$ æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a ipsi $c d$ æqualem ponens, describensque Circulum Centro a , Intervallo autem $a f$, ab ipsa $a b$, ipsi $a f$, hoc est ipsi $c d$ æqualem abscindes. Si autem $c d$ ipsam $a b$ non per mediū dispescit, erit $c d$ aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque $c d$ medietas est, vel minor medietate ipsius $a b$, Centro vtens Signo c , Intervallo autem $c d$, abscindes ab ipsa $a b$, ipsi $c d$ æqualem, iussuque factum est. Si verò



R a ipsa

ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Intervallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producaturs usq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Linæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere, vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur. nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cū ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elementorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens. & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori pōnere, & eodem Extremo Centro vtentem, & posita Intervallo Circulum describere, qui a maiori, minori æqualem abscindet, siue se inuicem intersecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.



Propō 4.
Theore--
ma primū

Si duo Triangula duo Lateralia aequalia Lateralibus alteri alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateralibus comprehensum: & Basim. Basi æqualē habebunt, & Triangula Triangulo æquū erūt, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt æquales. sub quibus æqualia Lateralia subiunguntur.

Cóm. 8. Hoc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās : Secundum verò , ac Tertium æqualem aliam aliā rectam Lineam comparare proponentia . horumque illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiebat . Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma , in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit . quomodo namq; qui prius Triangula non constituit , ortumque ipsorum non comparauit de ijs , quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquā Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma , hoc etiam prorsus habebunt . non ne igitur facile penitus est + ipsi occurrere , quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint . non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis , in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est . addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter , transitusque à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit . Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & equalium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices. nam alteram quidem, omnino nō existentem producit : alteram verò, ab Inequali per ablationem acquirit . hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula , quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent : Basim quoq; Basi, & Arcam Arcæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent . tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur : duo verò, quæ dantur . Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur ad Angulum æqualitas: queruntur autem tria, Basis ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primū in quantitate est Symptoma.

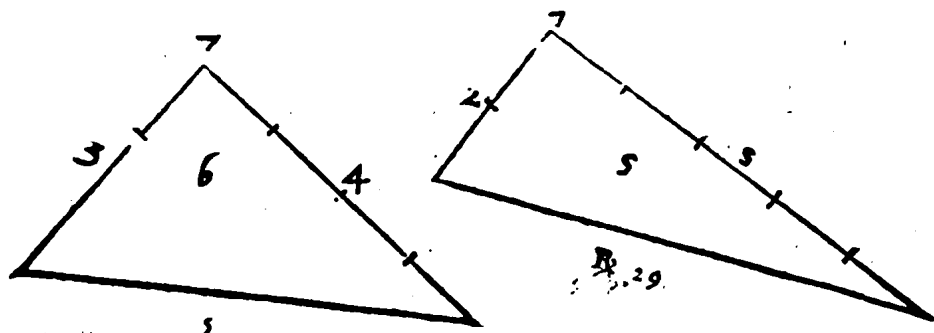
+ Ipsi occurrere? neq; n. omnino sci- mus an Triangulū cōstitutum sit.

Vide 16. Propōne- tertii Elementorū.

Datum huius Theorematis. Queritur huius Theorematis.

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Daris addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in cōm. propōnis 37. & in cōm. propōnis 47.



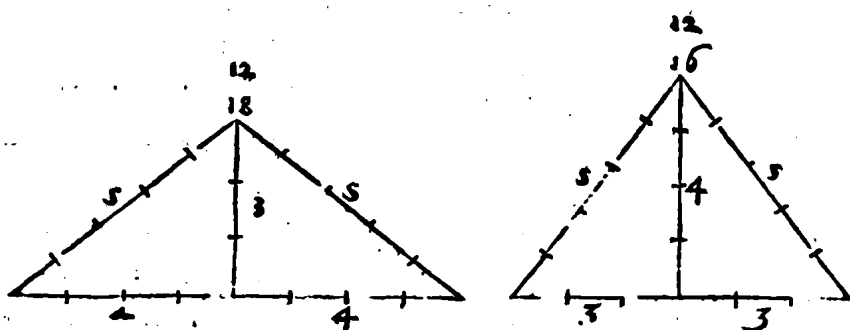
Pulchrū.

Documē-
tum.
Basis Triā-
guli quid.
Duplex ē
Trianguli
Basis.

Quō Triā-
guli Triā-
gulo æqua-
le sit.
Area Triā-
guli quid.
Ambitus
Trianguli
quid.

geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cum maiorem agrum sumpssissent, iusti existimati fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtraque simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & ubicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniā ab re hoc addit. si quidē de datorū quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquēdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod ē regione ante oculos iacet: duobus autem iam preceptis necessariò reliquum Basim esse supponendū est. Quapropter hīc quoque Elementorum institutor cum duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cum ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Arcam autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanē Ambitum etiam, Lineam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam . Diuersum igitur est vtrunque , & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areae debet esse æqualis . Accidit autem in quibusdam Triangulis Arcis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse . Duo-



bus enim Acquiruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex . horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit . Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroq; Triangulo à Vertice ducens, hancq; cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans : Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse . & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrū sumpserunt . Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alijs rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint . nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit : æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt . Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendendum Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit : cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit : cum verò intra, minor . nam ibi quidem alterum continet, hinc verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra
côfidera-
tio. Vide
et in lib. 4.
in côm. p.
pônis 37.
& 47.

Quo re-
cta Linea
alii rectæ
Lineæ æ-
qualis di-
catur.

Quo re-
ctilineus
Angul^o re-
ctilineo
Angulo di-
catur æqua-
lis.

stroidibus,

Quo Late
radicatur
Angulos
subtendere.

Documē-
ti finis.
† præassu-
matur. Ad
ipsius aut
Demonē
illud

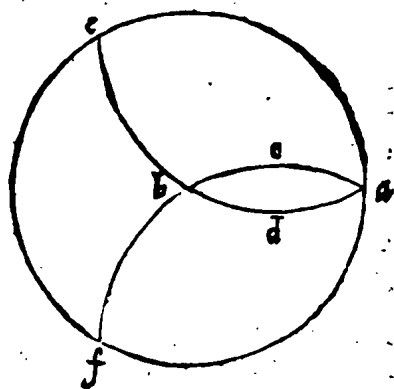
Demon-
strat quod
duæ rectæ
Lineæ spa-
tiū non cō-
prehēdūt.

Documē-
tum.

stroidibus, atque in vtrinq̃e conuexis. quoniam fieri potest vt & æquales sint, & Latera sibi inuicem non congruant. Rectus .n. cui-
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest, vt rectis Lineis
Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum
est, quod Angulos subtendere Latera dicuntur, quæ è regione iacent.
omnis enim Triangularis Angulus à duobus quidem Trianguli La-
teribus continetur, à reliquo verò subtenditur. Propterea Geometra
quoque cū dixisset Angulos æquales esse, adiecit [sub quibus equa-
lia Latera subtendunt] ne diuersum non esse intelligamus qualem-
cunque Angulum suscepisse, huncquæ cuicunque reliquorum Trian-
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos
equalia Latera subtendunt. equalium etenim Laterum alterum qui-
dem, alterum equalium Angulorum subtendit: reliquum verò, reli-
quum. Ad præsentis itaq̃ Theorematis declarationem totidē † cō-
siderentur. Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit. Si enim, inquit, Ba-
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt: si
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit
igitur quod hoc fieri nō possit. Sint

duæ Rectæ Spatium comprēhēden-
tes a c b, a d b, & producantur in in-
finitum. & Centro quidem b, inter-
uallo autem a b, Circulus a e f desi-
gnetur. Quoniā itaque Linea a c b f,
Dimetiens est, medietas Circunfe-
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-
tas Circunferentiæ Circuli est ipsa a e.
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f

Circunferentiæ, quod minimē fieri potest. Duæ igitur rectæ Lineæ
nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoq̃ in-
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad om-
ne Signum, rectam Lineam ducere] eò quod vna recta Linea sem-
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ. nam plures qui-
dem Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-
tibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-
tis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniungun-
tur. Fieri autem potest vt & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-
cūferentiæ



Conferentia data Signa coniungentes describantur. causa verò est,
 quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum
 autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudi-
 nis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ce-
 terorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque
 inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem ma-
 ximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quòd
 autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cōmunibus de-
 pendet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniens est, ab ipsa-
 que Suppositionum euidencia egressa, cuiuslibet manifestum est. nam cum
 quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, si-
 bi inuicem congruunt. Cum verò Anguli, qui ab æqualibus Lateri-
 bus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt.
 Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis, in-
 ferre etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæc, Basis
 quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangu-
 lum toti Triangulo, omniaque omnibus æqualia erunt. Aequalitas
 igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstra-
 tionis causa esse apparuit. duo enim hic sunt Pronuntiata totam pro-
 positi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum
 quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt.
 & hoc simpliciter verum est, nullaque indiget limitatione, quo Ele-
 mentorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisque Angulis vti-
 tur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt.
 Alterum verò, quòd ea, quæ æqualia data sunt, sibi inuicem congruunt.
 Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia
 sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, &
 Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à si-
 milibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem
 dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt
 tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit.
 Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus,
 & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcque sibimetipsis conueniunt.
 Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusque
 omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt.
 Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd o-
 mnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitio-
 nis æqualium vndeque Triangulorum. Verū enim vero de + to-
 ta Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib.
secundo.
Cōm. 10.

Finis Do-
cumēti.

Præsentis
Theore-
matis De-
mōstratio

Ostentum
Pronūti-
um.

Conuer-
sum octa-
ui Pronū-
tiati.
Nota q
specie hic
specialissi-
mā intelli-
git.

+ Simplic.

Digressio

S Astro-

Distinctio
Problemata
& Theorematum
secundum
Carpum.
Prima dif-
ferentia.
Secunda dif-
ferentia.

Tertia dif-
ferentia.

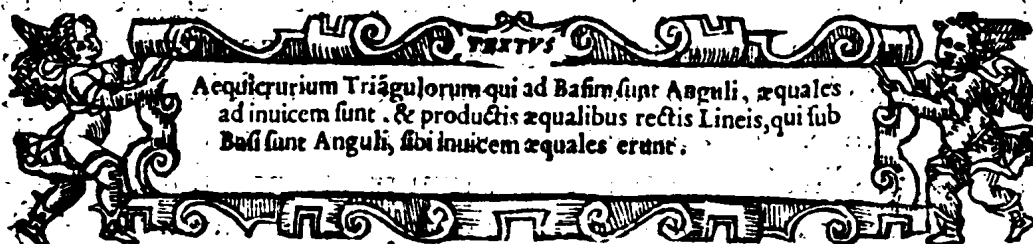
Propria
opinio.

Astrologica tractatione de Problematicis, atque Theorematibus sermonem suscitauit siquidem opportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac denique horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematicis inueniri quærentur . Nec non Problematicis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquæ artificiosa intelligentia indigentem . hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt equilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematibus verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiquæ scientiam iudicio indigentem . vt neque veritatem excedere, neque à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoque est, Theorematum primum existens . Præterea in Problematicis quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problematica inuestigantur . in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsque nostrum (inquit ipse) nemo communem horum inuentionis methodum tradere possit . Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius utique esset . His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoque institutione Problematica Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorum institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartum est in ordine . non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si est nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problematica ea sunt, hoc autem Theorema . omnino enim cõmunibus in hoc utitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæque ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem . veruntamen tali etiam existente primi Theorematibus Demonstratione, iure Problematica præcessere, quoniam vniuersaliter primarium illa sortita sunt locum . & forsan ordine quidem Problematica Theorematibus præcedunt, & potissimum apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt : dignitate verò Theorematibus Problematicis præcellunt . & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cõiungit, problematicè agere : quatenus verò primæ sciẽtiæ coheret, Theorematibus à Problematicis ad Theorematibus, à Secundis ad Prima, & ab ipsis, quæ ad Artes magis spectant,

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Geminò obrectare tanquam Theorema Problemate prius esse dicenū. etenim Carpus ipse Problematibus ipsum Præcedere iuxta ordinem assignauit: Geminus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipsum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cū quidē in Theorematibus Simplicissimum sit, atq; principalissimum (ab ipsis enim solis, vt ita dicā, primis notionibus suapte natura ostenditur) quoddam verò demonstret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duosq; Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò post Problemata primum collocatum est, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta sunt, omninoq; Data ipsa construuntur.

Defendit
Geminū.



Æquicrurum Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales ad inuicem sunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, sibi inuicem æquales erunt.

Propō 5.
Theore--
ma secun--
dum.

Theorematum alia quidem Simplicia sunt, alia verò Composita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppositiones, & iuxta Conclusiones indiuisibilia sunt, vnum habētia Datum, & vnū Quæsitum. exempli gratia, si hoc modo Elementorum institutor dixisset, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet. Composita verò, quæ ex pluribus constant, aut Suppositiones compositas habentia, aut Cōclusiones Suppositione Simplici existente, aut etiam vtrasque. Et horū alia quidem sunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quæcunq; Composita existentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè possunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & consequens, verū fieri non potest vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq; fiant. non enim si Triangula Latera sola æqualia habuerint, vel solum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Alitudine, eandem habent rationem, quam Bases.] possibile

Cōm. 9.
Theore--
matum di
uisio.

S 2 enim

Prima p-
positio se-
xti.

Theore-
ma.

† Vnam
quasq. ip-
dem Com-
plexum par-
te nō vni-
uersaliter.

† Sed eorū
tāntū, quē
ad modū

† quæ.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quæ sub eadē sunt Al-
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogramisquē
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquē omnibus
inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quæ concluduntur,
Quod Bases æquales, Quod Triangula æqualia, Quod reliqui An-
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-
tendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &
Parallelogramorum Theoremate sub eadem Altitudine existentium.
Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūque
Dimetiētes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā
diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt:
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus
quod Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogramamquē diuidit,
† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,
quod atrem ex omnibus, constat vniuersaliter facimus. Si autem di-
camus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bi-
fariam secant. Segmentorumquē omnium Angulos æquales fa-
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quæ à Dimetiēte fiunt.
Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolu-
tionumquē gratia machinati sunt. multa .n. cū incompressa qui-
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Commoditates
ad Resolutionē, quæ tendit ad principia præbent. His itaque prius
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum
cū vnum sit partitus est, & seorsum utraq; Data, & Quæsitā ap-
posuit, quippe qui Aequicrurium dixit, qui ad Basim sunt Anguli, æ-
quales sunt, rursusquē deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,
qui sub Basī sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-
tum, & iuxta Quæsitum. & utrūque eorum, quæ componuntur
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in utro-
que. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Trian-
gulum: si autem qui sub Basī, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elementorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primum quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquam enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematum Constructione, aut Demonstratione utetur. Cum igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interficere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc usus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarum tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum autem est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium istis, quæ dicenda sunt præparare, responsionumque subsidia præmoliri. ut non solum eorum, quæ vera sunt Demonstrationes ex istis, quæ prius sunt demonstrata, verum etiam Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem, ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentum. nam qui in illis etiam sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitulis præuidere, & ante eorum tractationem (quod sane præter propositum est) alijs primò ipsorum solutiones præparare, is utique certissimam viam in modum disputationum viam prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluimus, istis, quæ nunc ostenduntur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendacem, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluimus, precedentibus perspicuum erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextum non conuertit, quoniam neque etiam præcipuam hoc affert vtilitatem, verum per accidens ad totam scientiam nobis confert. Siquis autem à nobis petat, nos non producentes etiam æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodammodo Constructionem transponentes, & eas quæ extra sunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit. n. Aequicrus abc , accipiaturnque in Linea ab quodcunque Signum, sitque illud d , & ab ipsa a c , ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit ae , & protrahatur rectæ Lineæ bc , dc , de . Quoniam itaque ab , ipsi ac : & ad , ipsi

Vide inferius in præfenti cōm.

Dubitatio

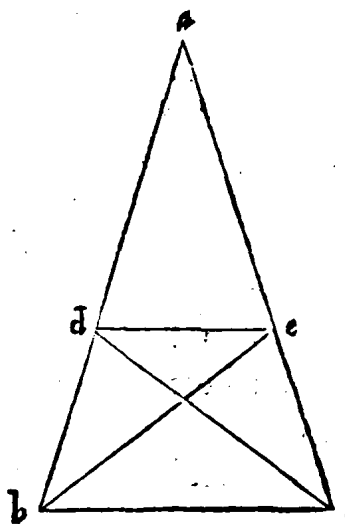
Solutio.

Notandum
† ex hoc quoque eius qui in Geometria est ordinis ad Rhetoricam emolumentum.

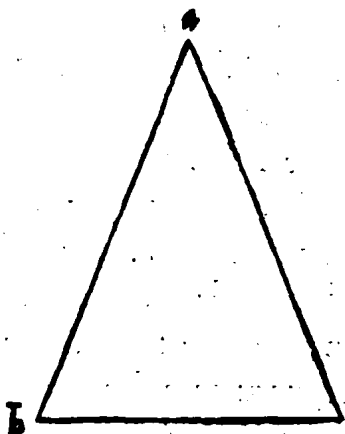
Ecce causa, quæ superius promissit. Quidam huius Theorematis causus.

a c

a e æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāobrem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c: & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, à quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri æqualia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtēdunt æquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidē d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit. Acquiritur igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā re-
 † nulla ad ditione indigens, Demonstratio Pappi.



monstrat, + quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit Acquirus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b æquales sunt, duæ vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē .n. est) & omnia igitur, omnibus æqualia sunt. Basis quidē b c, Basi c b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his .n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Acquiritur igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quod Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,



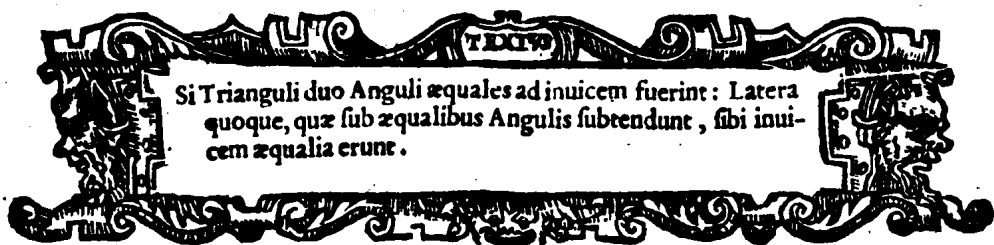
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstremus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quod vtrique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt: moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (è quorum numero Gemīnus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnā similibus partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circumferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc .n. Gemīnus Theoremate vtens, ostendit quod tres solæ Lineæ & non plures similibus partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quæadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similibus partium Lineam incidentium. illis enim primū inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor.

Laudat Gemīnū.

Theorema Gemīni.

In 10. Propositione.



Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subtendunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propō 6. Theorema 3.

Præsens Theorema duo hæc Theoremata in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio verò

Cōm. 10.

Cōuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hîc est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium equalitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamque Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem infirmus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus equalia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatæ, sed quedam indeterminatæ fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quod multæ falsæ Conuersiones fiunt, & nō sunt propriæ Conuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quod omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmuniū est, alterum verò particulariū. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Meneghmi, Amphinomi que familiares Mathematicos non latere. Ipsorum aut, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cum .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cum autē è contrario Suppositionem quidem Sympto-

† accipientes Conclusionem vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem infirmus. & hoc modo.

Duplex Conuersio Geometrica, propria, atque impropria. † Et non vnū vni, Sed vnum multis cōuertēs, iuxta Suppositionū Notandū,

Quid præcedēs, & quod Conuersum Theorema.

ma fecerint : Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuerfum tale hoc nuncupant, vt, Omne Aequicus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Precedens est. subiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicus. hoc Conuerfum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere : alias verò in ea, quæ ips, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ips, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebat corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principiis sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principiis quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidencia fidem per se facienti emanarunt : aut ab ips, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principiis illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quam Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtēdentia

Genus hic
pro subie
cto.

Epilogus.

Deductio
ad impos
sibile quid
apud Geo
metras.

Documen
tum.

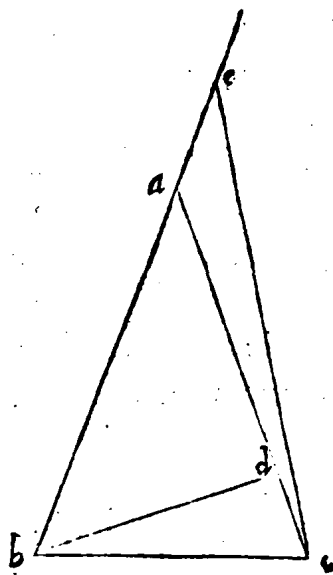
Porphyr.

T æqualia

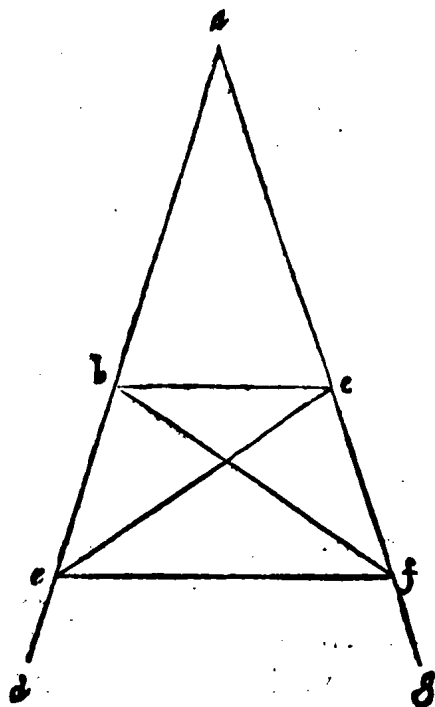
Epilogus.

In principio huius
comentarii.Quidam huius
Theorematis
casus.

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est; verum hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium Latera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur sufficiant. Vtitur autem (quod iam diximus) Elementorum institutor Conuersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquam Quæsitum adiecit; Deductione autem ad impossibile, in Constructione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes, quod non oportet ipsi $a b$ ab ipsa $a c$ æqualem auferentem, ad Signum c , facere ablationem, sed ad Signum a , hanc quoque ponentes Suppositionem in idem impossibile incidemus. Sit .n. $a b$ æqualis ipsi $a d$, & producat $b a$, ponaturque æqualis $a e$, ipsi $d c$. Tota igitur $b e$, toti $a c$ æqualis est. Connectatur ipsa $e c$. Quoniam itaque $a c$ æqualis est ipsi $b e$, communis autem $b c$, duæ duabus æquales sunt, & Angulus, qui ad Signum b , Angulo $a c b$ æqualis est. Sic .n. positum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. Quamobrem Triangulum quoque $e b c$, Triangulo $a b c$ æquale est, Totum parti, quod minime fieri potest, Verum quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur ut reliquum etiam Conuersionis ostendamus. nam Elementorum quidem institutor ad quinti Theorematis partem, totum sextum conuertit. Operæpretium est autem reliquam quoque Conuersionem adijcere. hæc autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuiusdam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse: ostendit verò Triangulum esse Aequicrus, Sit igitur $a c b$ Triangulum, & producantur $a b$, $a c$ ad Signa $d g$, sintque Anguli, qui sub Basi sunt, æquales. Dico quod Triangulum $a b c$, Aequicrus est. Sumatur .n. in Linea ad Signum c , ipsique $b e$ æqualis $c f$. & connectantur Lineæ $e c$, $b f$, $e f$. Quoniam igitur $b e$, ipsi $c f$ æqualis est, communis autem $b c$, duæ duabus æquales sunt. & Angulus $e b c$, Angulo $f c b$ æqualis est. sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. & Basis igitur $e c$, Basi $f b$ æqualis est, Angulusque

Demō re-
liqui con-
uersionis
membri.

usque bce , Angulo cfb : & Angulus cbf , Angulo bce . sub ipsis enim æqualia Lateralia subtendunt. erat autem totus bce Angulus toti $fc b$ Angulo æqualis, ex quibus Angulus $fb c$, Angulo $ec b$ æqualis est. & reliquus igitur $ec f$, reliquo $fc e$ æqualis est. est autem be , ipsi cf : & bf , ipsi ce æqualis, æqualesque continent Angulos. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam bef , Angulo cfe æqualis est. Quamobrem Latus quoque ac , Lateri af æquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus be , ipsi



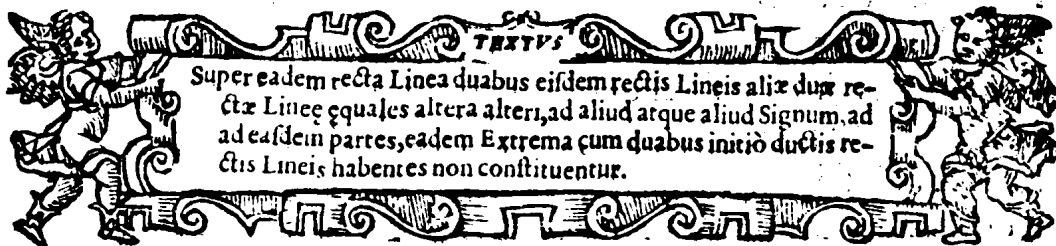
cf æqualis est. sic enim ablatae fuerunt. reliqua igitur ab , reliquæ ac æqualis est. Aequicus ergo est Triangulum abc . Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicus est : tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habuerit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicus erit. Qua de causa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non conuertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqualibus existentibus Triangulum Aequicus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi confert, cum sequentibus etiam Theorematis hoc confirmetur, ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus existentibus, Aequicus & Triangulum ostendi? si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit : Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Lateralia ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quod Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequicus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

Propo 13. matum Demonstrationem . nam paulò pòst apparebit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent : quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propo 7.
Theorema 4.



Cóm. 11.

Aristote.
in 1. po. st
tex. 31.

† nam sine
affirmone
neque

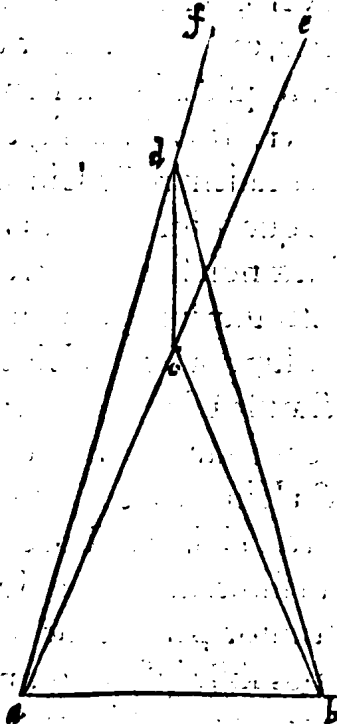
Prima hu-
ius Theo-
rematis cõ-
ditio.

Secunda.

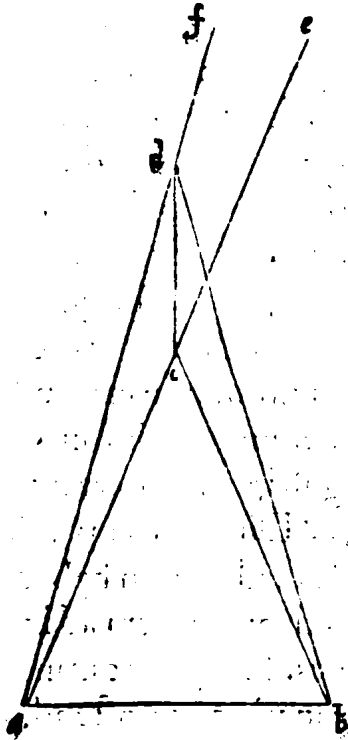
Tertia.

PRÆSENS Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter
ijs, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per nega-
tionem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium
ipsis est. ut plurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmetico-
rum Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut
inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientiis
maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negatione quæ nihil in-
digens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si de-
bet ostendi † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est,
neque Ratiocinatio quædam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ,
plurima quidem affirmantia ostendunt, rarò verò negantibus vtun-
tur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce
Theorematis Propositio, omnibusque additionibus vincita, quibus
adeò certa, atque indubitata facta est, ut ab ijs, qui calumniari conan-
tur, coargui, cõuincique minimè possit. nam primò quidem particula
illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus
alteram alteri æquales ostendamus, Propositione quæ vtentes circun-
ueniamus. Secundò vna recta Linea existẽte, nõ inquit super ipsam
duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest)
sed alteram alteri, quid .n. mirũ est vtrasque vtriusque æquales sumptis-
se eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: al-
teram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossi-
bile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æqua-
les fecisset, hasce illis in eodẽ Signo, quod subiectas rectas Lineas iux-
ta verticem coniungit, coaptasset, hasque constituisset? omnino .n.
æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum con-
gruẽt.

gruent. Quartò adiecit particulam [ad easdem partes] quòd enim si Quarta.
vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuissimus, ita vt recta illa Linea còmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem partes,]. Quintò subdidit [eadē Extrema cum duabus initiò ductis Quinta.
rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ipsæ quæ constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Latere, alterique Dimetiendi. Verum æquales eadem non habebunt Extrema. neque. n. Parallelæ, neque Dimetientes eadem ad inuicē Extrema habebunt. ipsæ autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratio cinatio certa ostenditur. Fortasse autem quidam præter hos quoque omnes scientiam gignentis Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiā suppositis, fieri Instantia.
potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit. Sit. n. a b recta Linea, & super hac duabus a c, c b, duæ æquales a d, d b, sintque hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d sint, eademque Extrema cum Respon.
ipsis, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b. & sit a c quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi b d. Aduersus itaque hoc modo instantes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his. n. constructis manifestum, quòd Triangulū quidem a c d Aequicrus est, equali existente (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c: Anguli verò, qui sub Basis, æquales, Angelus scilicet e c d, Angulo f d c. Angelus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est Angu-



Angulus $b e d$, Angulo $b d c$. Sed quoniam rursus Linea $d b$ æqua-



lis est Lineæ $b c$, Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus $b e d$, Angulo $b d c$. Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minime fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quod, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicē æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematū Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximā affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quod $a c$, $a d$ æqualibus existentibus, Anguli quoque $e c d$, $f d c$ æquales erunt. Consimiliter autē in alijs quoque Theorematibus ad dubiorum solutiones maximē nobis cōferre apparebit.

Alia Instantia,

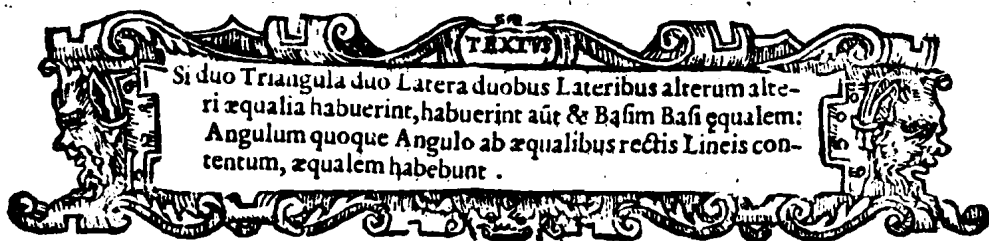
Responsio.

† quæque
ipsis æqua
les sunt.

Si quis autem dicat quod sint super recta Linea $a b$, rectæ Lineæ $b d$, $b c$ æquales rectis Lineis $a c$, $a d$, quarum $b c$ quidem æqualis sit ipsi $a c$: $b d$ verò, ipsi $a d$, ad aliud atque aliud Signū, a scilicet, atque b , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis $a c$, $a d$ habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quod oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea $a b$ constituere, hisque æquales super eadem recta Linea $a b$ constitui? hoc modo enim Elementorum quoque institutor in Propositione dicit. Ipse autem $a c$, & $a d$ rectæ Lineæ non sunt super recta Linea $a b$, sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super $a b$ recta Linea consistunt, ut $a c$, $c b$, & $a d$, $d b$: aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæque ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea $a b$ constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa $a b$ recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quod autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quod impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeque esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octauī

Theo-

rematis esse, ad illius namque Demonstrationem confert, & neque Elementum simpliciter est, neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit utilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius usum reperiemus.



Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, habuerint autem & Basim Basim æqualem: Angulum quoque Angulo ab æqualibus rectis Lineis contentum, æqualem habebunt.

Propō 8.
Theore--
ma. 5.

Octauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Cōm. 12. Conuersionem sumptum. non .n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verum aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæditorum, quæ in illo sunt contexens, vñ quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere, nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basim æqualem esse, in illo quidem vñ Quæditorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæditorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autem causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positum est, Questio & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quod septimo quidem octauum indigebat, nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quod tale sit, Responso. à septimo sit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniā verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cum per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cōmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodū octauū) ab alio Theoremate, euidentiora .n. ad redargutionē sunt ea, quæ cōmunibus notionibus oppugnantia sunt, his quæ Theorematis contradicunt. hæc siquidē per

Philonis
Demon-
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit. Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus abc , & def , duoque Latera duobus Lateribus equalia, & Basim bc , Basi ef equalem

habentibus, Basis Basi congruens, Triangulumque abc , & Triangulum def positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum sit: ad alteram verò utcunque ipsius ef rectæ Lineæ partem, ita ut oppositi ipsorum vertices sint, viceque ipsius abc , sit hoc modo positum ipsum efg . & sit ipsi quidem de , æqualis eg : ipsi autem df , ipsa fg . Ipsa itaque fg aut in directū posita erit Lineæ df , aut non in directum. & si nō

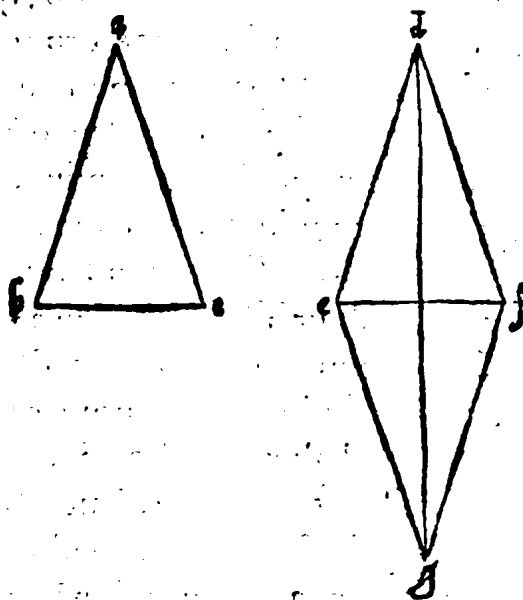
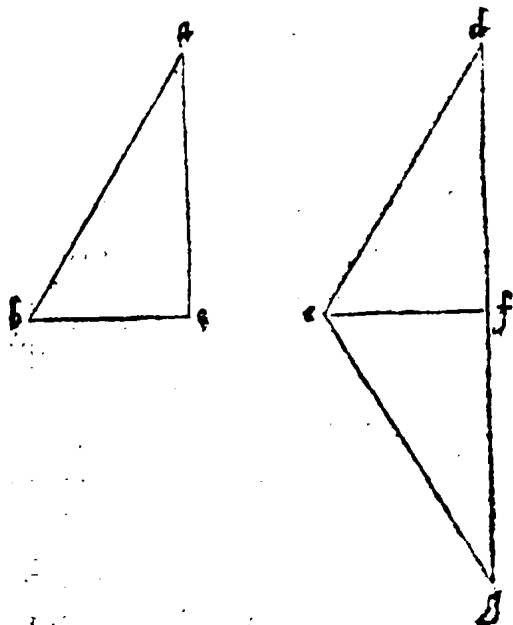
Casus De
monstra-
tionis Phi-
lonis.

Primus.

Secundus,

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primum in directū posita. Quoniam igitur equalis est de ipsi eg , vnaque est Linea ipsa dfg , Triangulū deg Acquiētus est, & Angulus, qui ad Signum d , Angulo, qui ad Signum g æqualis est. Si verò non indirectum iacet, intus faciat Angulum, cōnectaturque dg . Quoniam igitur de , eg æquales sunt, Basisque dg , Angulus etiam edg Angulo egd æqualis est. Rursus quoniam æqualis est df , ipsi fg , Basisque dg , Angulus quoque fdg , Angulo fgd æqualis est. Erat autē

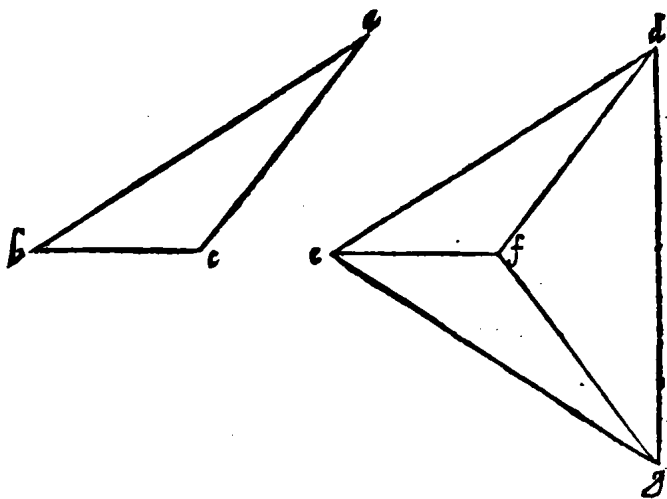
& Angulus edg æqualis Angulo egd . Totus igitur edf , toti fgd equalis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta exter-
nam partem faciat Angulum ad ipsam df , ipsa fg , & connectatur
extra recta Linea dg .

Quoniam igitur de ,
 eg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Anguli
 edg, dge æquales sūt.

Rursus quoniam df ,
 fg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Angulus
 fdg , Angulo fgd æ-
qualis est. Erāt autem
toti etiam edg, dge
Anguli ad inuicem æ-
quales. & reliqui igi-
tur edf, fge Anguli



inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet fg rectæ
Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-
mus, septimoque nusquam vsi fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) fru-
stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter
octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam
illo ostensum est, quoniam pacto penitus inutile septimum non ap-
paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ ij etiam, qui nos præces-
sere dixerunt) quòd septimum Theorema demonstratum, ijs, qui
Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque
defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt
vtentes ostendisse quòd tres consequenter Defectus æquali spatio ab
inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tan-
to temporis spatio distet à primo, quanto tertius à secundo. Exem-
pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, viginti que diebus
elapsis factus fuit: Tertium utique post secundum tanto tēporis spa-
tio minimè factum esse, verum aut maiori, aut minori. hoc autem sic
se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum
Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-
ferens obiter ostendisse, verum multa quoque alia Theoremata, atq;
Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulo-
rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū pro-
ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui
enim descripserunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,

Tertius.

Dubitatio

Solutio.

Tres defe-
ctus cōse-
quēter æ-
quali spa-
tio distan-
tes esse nō
possunt.

Vltima p-
positio li-
bri quarti
quō ad A-
stronomiā
conferat.

V Polo

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quinde-
cangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Ele-
mentorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præ-
ostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cum autem
simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theorema-
te ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi
locum præbuit, siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Ca-
sum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.

Dubitatio.

Solutio.

Documē-
tum.

Ad hanc igitur Quæstionem hæc dicta sint. Siquis autem dubitet qua
ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,
& Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales esse: Dice-
mus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque o-
mnibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igi-
tur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tãquam
consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum æ-
qualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Basiumque
æqualitas efficere. neque enim Basibus inæqualibus existentibus
isdem Anguli manent comprehenduntur Lateribus æqualibus
suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur,
& dum crescit illa, Angulus quoque vnà crescit. neque isdem Basi-
bus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angu-
lus manet, verum dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò
augentur, imminuitur. Contrariam. n. passionē Anguli, Lateraque illos
cõprehendentia patiuntur. etenim si in eadē Basi Latera in inferiore
partē descēdere intelligas, ipsa quidē diminuis, Angulum aut ab ipsis
cõprehensum auges, maiorēque ipsorum ab inuicē distantiam efficis. Si
aut in altū ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quē con-
tinent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis
remoto à Basi factō. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadē exi-
stēs, & Latera æqualia existētia, ipsius Anguli æqualitatē determināt.

Propō 9.
Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cōm. 13.

Problematibus Theoremata admiscet, Theorematisq; Proble-
mata contexit, & vtrisque totā Elementarem institutionem cōficit,
tum quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa subiecta
ipsa

ipsa considerans. Cum itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo equalitati Laterum consequentem equalitatem Angulorum, & e contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quod Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quod Angulus hic quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicumque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites virum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis coram, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomides quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippie, Nicomidisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes nos, qui instituuntur contemplatu difficiles cum sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circumferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab hisdem Lineis prisci omnem Circumferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iure igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circumferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixture constituuntur explicatæ, enumeratque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quæcunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profecto est, quod etiam in præsentia proponitur Problema. Datum Angulum

Circa hoc
Vide Vi-
tellionē i
18. Propo-
sitione pri-
mi.

Nicomides
des proprie-
tatis Con-
choidū Li-
nearū fuit
inuentor.

In Pro-
positione
30. tertii
Elemen.

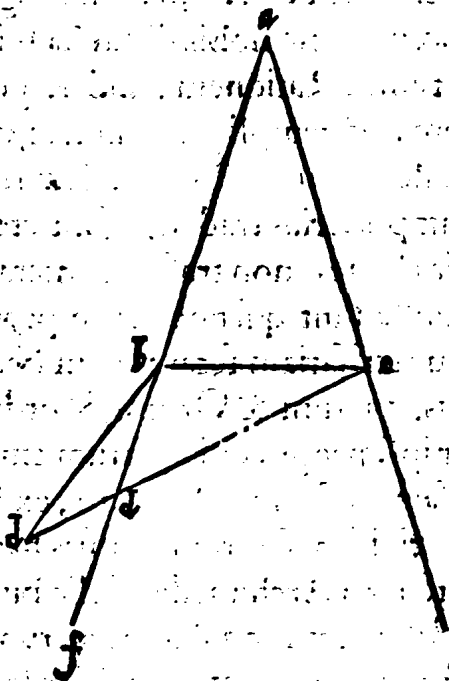
Hic tradit
causam p-
pter quā
Eucl. recti-
lineū An-
gulū solū,
& Circum-
ferentiam
in duas tā-
tū partes
æquales se-
cuit.

In lib. 2.
cap. 8.

Instantia.

Solutio.

gulum rectilincum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate: in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vtiur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram instant dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtranque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus bac , quoniam bifariam secare oportet, & in Linea ab , Signum b , & ipsi ba æqualis ca , & connectatur bc , constituturque in ipsa Triangulum æquilaterum bcd . hoc porro d Signum aut inter a, b, c rectas Lineas est, aut in ab , aut in ac , aut extra vtranque. Elementorum inæque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea ab , ita vt bcd Triangulum æquilaterum sit. Aequalis igitur est db , ipsi dc , & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet cbd , & Angulus bcd . Totus igitur bce maior est Angulo cbd . Rursus quoniam ab , ipsi ca æqualis est, Triangulum abc æquicrus est, & Angulos, qui sub bc Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur bce , Angulo cbd æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea abd esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea ace . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniam igitur bd , ipsi cd æqualis est, Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, nempe bcd , & cbd . Maior igitur est Angulus bcd , Angulo cbf . multo igitur maior est bce , ipso cbf . verum æqualis etiam ipse est, sub Basi liquidem bc Aequicrusis abc sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra

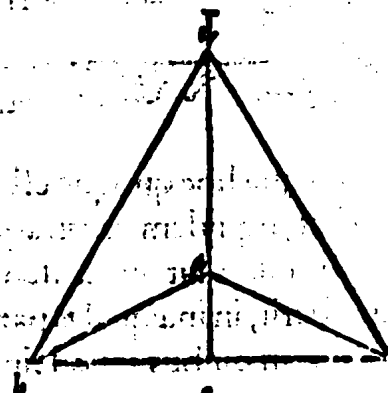
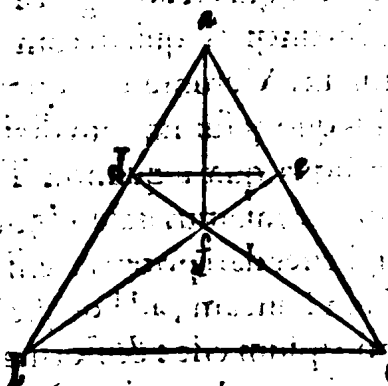


duas

duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostendimus quod neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quod Instantias redarguimus hoc videntes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quod plura scientiæ oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quod hanc Geometræ præstat utilitatem. Siquis autem dicat sub Basi $b c$ locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ $b a$, $a c$ constituere, necesse utique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis $b a$, $a c$ congruere, si ipsæ quoque Basi $b c$ æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi $b c$ minores: aut intra, si ipsæ $b a$, $a c$, ipsa $b c$ maiores fuerint. Congruant primum, sitque Aequilaterum ipsum $b a c$, & sumatur in Latere $a b$ Signū d , & à Latere $a c$ auferatur æqualis ipsi $a d$, quæ sit $a e$, connectanturque $d e$, $b e$, $c d$, $a f$. Quoniam itaque $a b$, ipsi $a c$: & $a d$, ipsi $a e$ æquales sunt, duæ $b a$, & $a c$, duabus $a a$, $a d$ æquales sunt, eundemque Angulum comprehendunt. Quamobrem & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus $d b e$, Angulo $e c d$ equalis est. Aequalis autem est & $d b$ ipsi $e c$: & $b e$, ipsi $c d$. Et omnia igitur omnibus equalia sunt. Quapropter Angulus $d e b$, Angulo $e d c$ æquus est. sub his. n. equalia Latera subtendunt. Et $d f$ igitur ipsi $e f$ (per sextum) æqualis est, Quoniam igitur $a e$, ipsi $a d$ equalis est, & $a f$ cōmunis, Basisque $d f$, Basi $e f$ equalis, Angulus $d a e$ in duas partes æquales dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra $b a$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, sint $b d$, $d c$, connectaturque $d a$ producaturs usque ad Signū e . Quoniam itaque $b d$, $d c$ æquales sunt, communis autem $d a$, Basesque $b a$, $a c$ æquales, Angulus quoque $b d a$ (per octavum) Angulo $e d a$ equalis est. Rursus quoniam $b d$, $d c$ æquales sunt, & $d a$ cōmunis, Angulosque æquales continent (ut ostensum est) Basis quoque $b e$, Basis (per

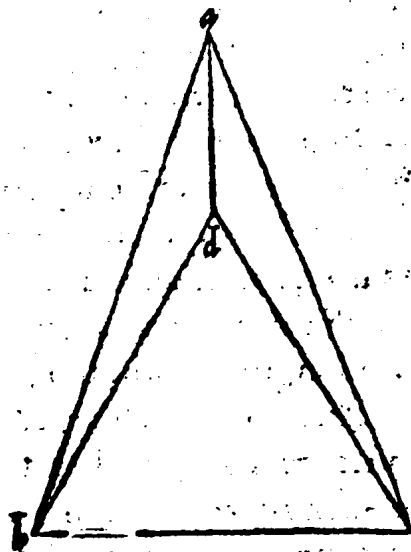
Idē superius in cō, 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Casus.



quar-

quantum) æqualis est. Quoniam igitur ab æqualis est ipsi ac , communisque ac , Angulus quoque bac , Angulo ca æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra ab , ac rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, ut ipsa bd , dc , connectatur rursus Linea ad . Quoniam itaque ba , ipsi ac æqualis est, communisque ipsa ad , Basis autem bd æqualis est Basis cd , et Angulus ergo bad Angulo cad (per octavum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū a , quomodocumque Acquilaterum constituitur. Veruntamen quoniam de his quoque summam diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcimus circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiā partem Recti dicimus. Præfens autem Angulus Formā tantum datus est.



Docum-
tum.

Propo 19.
Probl. 5.

Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

Problema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signū sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio. illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiantur, quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartilibus constet, aut ex imparibus finita, completaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest ut data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartilibus constat. Si autem non ex impartilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Gemînus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidẽ Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cum enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem commensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiã dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo infecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest ut bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadã Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono utens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergæus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita ab , quam bifariam secturi sumus, & Cẽ-

Solutio ex
Gemini sē
tentia.

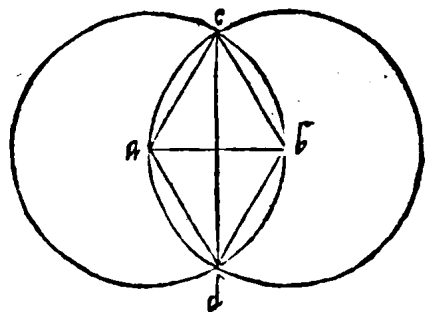
Vide Ari-
sto. in li-
bello de
Lineis ife-
cabilibus.

Confutat
hic Xeno-
cratis opi-
nio de Li-
neis ifeca-
bilibus. vi-
d. et Ari.
in libello
de Lineis
infecabili-
bus.

Apol'onii
Pergæi De-
monstratio

tro

tro quidem a , interuallo autem $a b$, Circulus describatur. Rursusque Cētro quidem b , interuallo verò $b a$, alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea $c d$. hæc bifariam secatur rectam Lineam $a b$. cōnectantur enim $d a$, $d b$, & $c a$, $c b$, quæ æquales sunt. nam vtraque ipsi $a b$ æqualis est.



Epilogus.

Melior est
Eucli. De
mō Demō
stratione
Apollonii

Communis autem $c d$, & $d a$, ipsi $d b$ per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo $a c d$, Angulo $b c d$ æqualis est. Quamobrem $a b$ (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatelo quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū est bifariam dissectū suscepisse, bifariam eum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multo igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.

Propō 11.
Probl. 6.

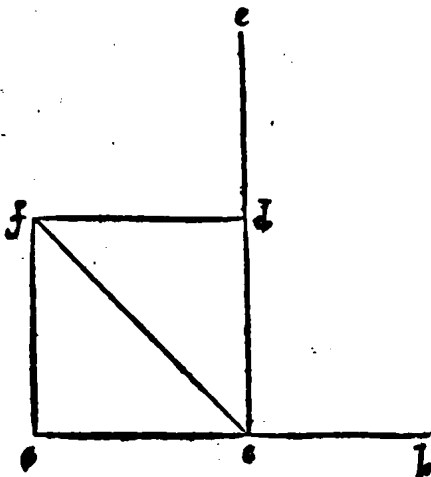


Com. 15.

Casus pro
blematis.

Siue ex vtraque parte finitam, siue ex vtraque infinitam, siue ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cōmodè Geometræ succedet. quavis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est, cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Tertio, vnaquæ Petitionum, prima scilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaquæ Definitione, propositum ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostendemus.

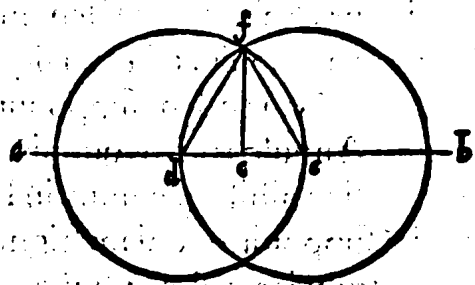
mus. Sit enim recta Linea $a b$, datumque in ea Signum a , & sumatur in recta Linea $a b$ quodcunque Signum, sitque illud c , & ab hoc (quemadmodum Elementū nos docuit) ipsi $a b$, recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa $c e$, & ab ipsa $c e$, ipsi $a c$ æqualis abscindatur $d e$, & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea $c f$, & à Signo d , ipsi $c e$ ad Angulos rectos excitata coincadat cum recta Linea $f c$ in Signo f , & à Signo f , ad Signum a connectatur $f a$. Dico quod Angulus, qui



ad Signum a , rectus est. cum .n. $d e$, ipsi $c a$ æqualis sit, cōmunis autem $c f$, Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum c , bifariam secutus fuit) & $d f$ igitur, ipsi $f a$ æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a , Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d , Rectus igitur est & qui ad Signum a . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineam ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apollonii
Demō.

Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea $a b$, datum verò in ea Signum e , sumatur autē in ipsa $a c$ quodcunque Signū, sitque illud d , et ab ipsa $c b$, æqualis ipsi $c d$ auferatur, quæ sit $c e$, & Centro quidē d , intervallo verò $d e$, Circulus describatur, rursusque Centro quidem e , intervallo autem $c d$,



Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f , ad Signum c . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. $f d$, $f e$ connexæ fuerint, æquales erunt, Aequales autem sunt & $d c$, $c e$, & cōmunis $f c$. Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma

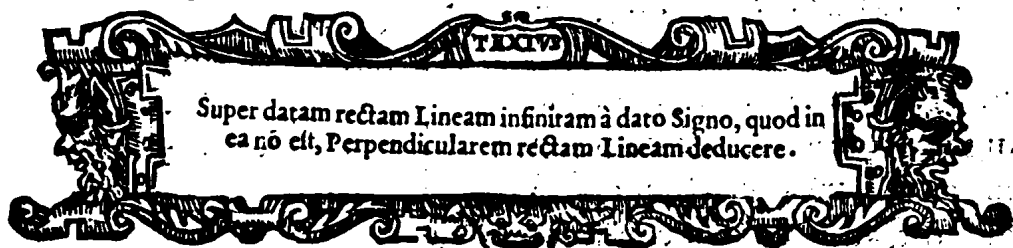
Comédæ
Euclidis
Demōne.

X
gis

Dānt De
mōnē, quē
fit per Se-
micircu-
los.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumque descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatrum designaret, propositumque ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisque institutionis ordine omnino decidit.

Propō 12.
Probl. 7.



Super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea nō est, Perpendicularem rectam Lineam deducere.

Cōm. 16.
Oenopi-
des primus
fuit huius
Problematis
indagator.

Duplex p
pendicula-
ris.

HOC Problema Oenopides primus indagavit, utile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodum (inquit ipse) & Gnomon. Duplex autem rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida. & cum quidē Signū, à quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cum verò Signū sublime, extraque subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida autem, ad Planū, Propterea necessariū ēt est illā non ad unā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quæ in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū .n. Perpendicularis deducta fuit. In præsentī igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpendicularē deducere proponit, ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaque ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus, in Perpendiculari autem, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si .n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, ut extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita ut protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaque haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, ut ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusquam loco ipsi relicto, in quo datæ rectæ Lineæ in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponendū sit. Hac igitur

de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data
fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione
dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Pla-
num quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propo-
situm fuit verum est. Quod itaque in sensibus quidem nulla Ma-
gnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristote-
les, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, assatim ostendunt.
neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum sim-
plicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem lo-
cus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impar-
tibilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si
enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multo
minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in
Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente.
simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligi-
tur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ip-
sum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infini-
tum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progredien-
te, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligen-
tiæque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quem-
admodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phan-
tasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eo
quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelli-
git verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit,
quod enim tanquam quod percurri non potest relinquit, hoc Infini-
tum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia
posuissimus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometri-
cas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omnia-
que huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Li-
nea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectu-
nibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque
sunt, non ad scientiam Infinito utitur, Infinitum siquidem omnino
scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens,
Finito solo ad Demonstrationē utitur, & non Infiniti gratia, sed Fini-
ti Infinitū assumit. quoniam si concesseris ipsi datū signū nec in directū
finitæ datæ rectæ Lineæ iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius
pars Signo subiiciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur
finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, contro-
uersiaque ipsa utatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phan-
tasia

Digressio

Aristo. 3.
phy. in c.
de infinito.Infinitum
in Phanta-
sia subsi-
stet.Pulcherri-
mum exē-
plum.Phantasia
habet vim
impartibi-
lem. idem
in 2. libro
cōm. 1.

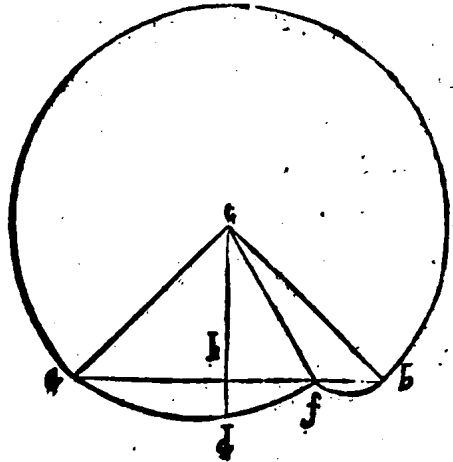
Finis Di-
gressiois

Instantiæ
huius Pro-
blematis.

Responsio.

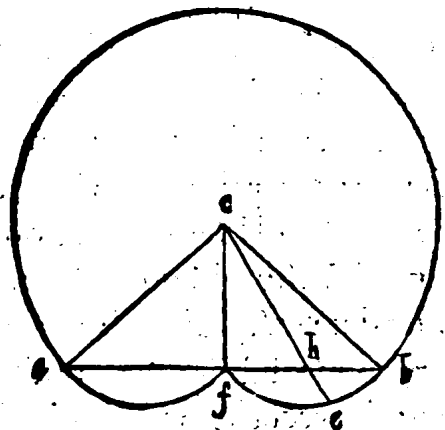
tasæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento utitur. De Infiniti itaque suppositione tot in præsentī sufficiēti. Post hæc autē veniamus ad Instantias, quæ aduersus huiusce Problematis Constru-

ctionem feruntur. Suscipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita existente a b, Signoque dato, a quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d, quæadmodum inquit Geometra. verum Circulus, qui secat rectam Lineam a b in Signis a b, secet etiam ipsam in Signo f, situmque subscriptum habeat, Aduersus itaque hunc sermonē dicemus quod impossibile dicit, secetur .n. recta Linea a b bifariam in Signo h, connectaturque c h, & producaturs usque ad Cir-



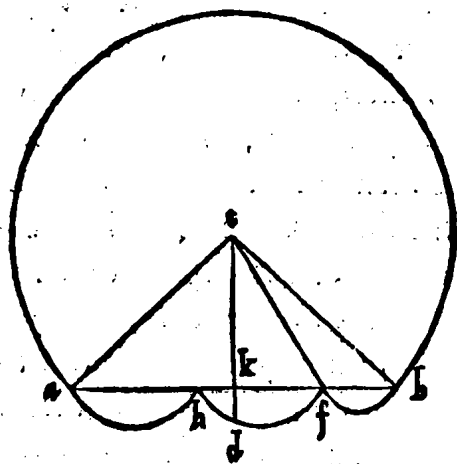
cunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam itaque ex Centro hæ sunt, & a h, ipsi h b equalis est, communis vero c h, omnia omnibus æqualia sunt. Ipsa igitur c h ad Signum h rectos efficit Angulos. Rursus quoniam c a, c b æquales sunt, Angulos ad Signa a b æquales faciunt. verum c a quoque, ipsi c f equalis est, quare obrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis est. Similiter Angulus c b f, Angulo c f b, Quoniam igitur Anguli qui ad a, & b Signa, æquales sunt, Angulus quoque c f a, Angulo c f b æqualis est, suntque deinceps, Recti igitur sunt. Est autem uterque etiam Angulorum, qui sunt ad Signū h, rectus. Ipsa igitur c h, ipsi c f æqualis est. At c f etiam æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt. & c h igitur, ipsi c d equalis est, quod fieri nō potest.

Nō secat igitur Circulus in alio Signo rectam Lineam a b. Siquis autē dicat quod qui describitur Circulus ipsam a b in Signo f bifariam secat, rursus idē impossibile ostēdemus. Describantur .n. omnia ut prius, & recta Linea f b bifariam secetur in Signo h. Quoniam igitur a f, f b æquales sunt, communis autē c f, Basisque c a, Basis c b æqualis, omnia

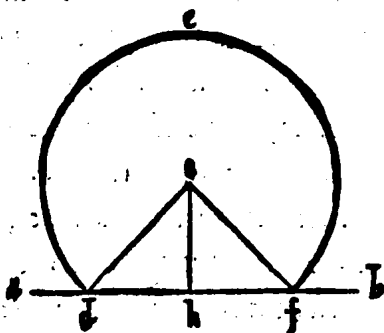


omni-

omnibus æqualia sunt; Quapropter Anguli, qui ad Signum f , recti sunt. Rursus quoniam æqualis est fh , ipsi hb , cõmunisque ch cõnexa, & Basis c f æqualis Basis c b , ex Centro. n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h , recti sunt, æquales. n. deincepsque sunt. Quoniã igitur uterque Angulorum cfh , chf rectus est, æqualis est c f , ipsi c h . Verum c f , ipsi c e æqualis est, ex Centro enim sunt, & ch igitur, ipsi c e inequalis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Tertiam Instantiam percurrere, Secet. n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b , & in Signis f, h . Nos itaq; secantes rectam Lineam ab bifariam in Signo k , & cõnectentes Lineas ca, cf, ck, cb id, quod fieri nõ potest ostẽdemus. cum enim ak, kb æquales sint, & communis ck , Basesque ca, cb æquales, & Anguli igitur, qui ad a, b Signa, æquales sunt, qui autem ad Signũ k , recti, Verum utraq; ipsi c f æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f , recti sunt. æquales sunt. n. deinceps existentes. ipsa igitur cf æqualis est ipsi ck . rectos. n. Angulos subtendunt. At cf æqualis est ipsi cd , ex Centro siquidem sunt, cd ergo, ipsi ck æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest ut in vno Signo, vel in duobus, vci i pluribus alijs præter Signa a, b Circulus, qui describitur rectam Lineam ab secet. Instantiæ itaque hæ sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instantijs sunt distinguendi. non. n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumque est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enũtiant. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita ab datum autẽ Signũ c . Dicit itaque aliquis quòd nõ est amplius locus in altera rectæ Lineæ parte, sed in illa tantum vbi Signum c



Quo differat Casus ab Instantia. & quo videat superius cõ. primo huius libri.

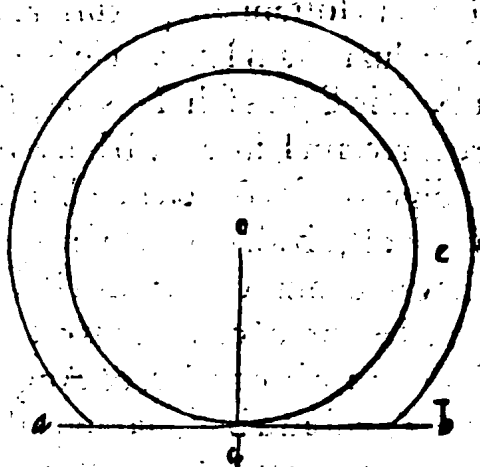


Casus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, concētemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autē c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpendicularis ergo est c h ad ipsam d f.

Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Toridem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si



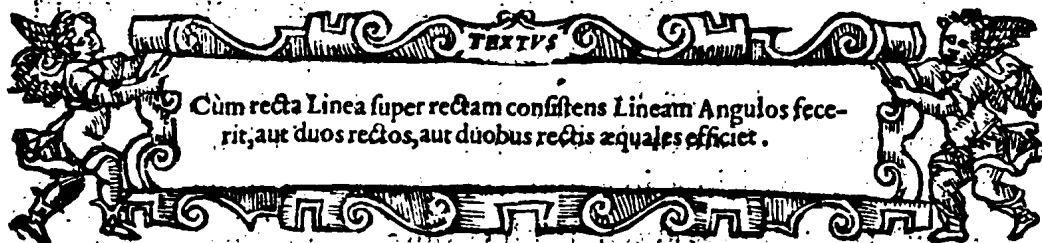
Digressio libet autem contemplationem

quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatē ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentē imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendētis, Infinitudineque iuxta generationem minimē repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesue à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusue, firmusque, atq; indecliuus ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinite, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentia à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatē progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

Vnum hic
pro Deo.

litatis, quæ viuis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;
adherēs.



Cum recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.

Propō 13.
Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Proble-
mata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis,
& ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere,
si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se ha-
bentes ad rectam Lineam efficeret quæ in ipsa consistit. Hoc igitur vni-
uersaliter ostēdit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea
cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius in-
decliuis, firmus, nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis equa-
les, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta
Linea distiterit, quantum enim ab vno Recto per declinationem in
alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet
autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentia
Geometra curam adhibuit, non enim simpliciter dixit quod omnis
recta Linea super rectam consistens Lineam, aut duos rectos, aut duo-
bus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit, quid enim si in recte
Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quan-
doque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest.
omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quem-
admodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum,
qui maxime Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tan-
quam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit.
Opus est itaq; rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc
ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid au-
tem sibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis
æquales]? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales effi-
cit, recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqua-
lium quoq; Angulorum comune est, alterum verò equalium tantum
proprium? Consueuimus autem cum quidem & proprium, & com-
mune

Cōm. 17.

Dubitatio

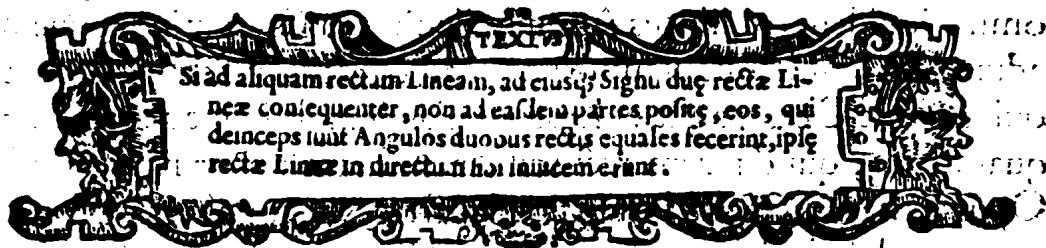
Solutio.

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere : cum verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explanationem . Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verum non solum de ipsis prædicatur : hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit . Solum igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat . in his enim solum verificatur, in æqualibus verò, minimè . Et hoc Elementorum quoque institutor duobus rectis ex aduerso diuidit . cum .n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales utrobique Angulos significandi vim habet . Possumus autem per hæc quoque conspiciere quod æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est . quanuis .n. Obtusi, Acuti quæ Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminumque suscipere dicitur, & uterque quidem seorsum à similitudine ad illū recedit : ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur . Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatem recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cum per se infinitus sit . Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaque vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētiū imaginem afferre videtur . nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitaque fertur intellectilibus congruit, quodāmodoque ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentis ipsa progrediuntur, seseque tantum multiplicant : quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateque manent, omnino à generabilibus separata sunt . Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt ,

Digressio
Idē superius in lib.
2. cō. 10.
& aliis in
locis .

Epilogus.

Propō. 4.
Theor. 7.

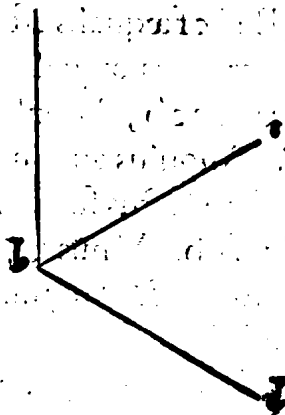


Cōm. 13. PRæsens Theorema præostēsi Conuersum est . semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt . Cum itaque illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quod una Recta est, quæ hos efficit ad iam dictam rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quaeritur, per Deductionemque ad impossibile ostenditur. hoc modo. n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamque orationis scientiam gignentis diligentiam aspicere. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineam, addit [ad eiusque Signum] quid. n. si duobus recte Lineæ Extremis existentibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusque rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusque Signum] cum utrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat ut quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulam [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbū [consequenter] tum ad easdem partes, tum verò ubique consideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quod rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, utrobique positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostendi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusque Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaque consequenter quidem ad inuicem sunt, nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quauis. n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaque ad easdem partes iacēt, in directum minime sunt, licet duos etiā Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad t. Lineam a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamque recti partem in se continere. Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.

Conuersa Theorematum per Deductionem ad impossibile ut plurimum debet ostendi, Problemata verò per præcipuam Demonstrationem, cuius causam vide inferius in cō. Propōis 19. Primò. Secundò.

Tertiò.



Vide Definitionem hanc apud Proclum in lib. de motu.

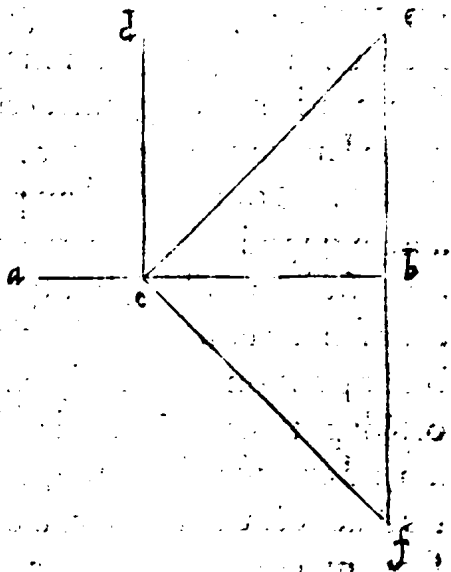
† Signum b sunt.

Y se.

esse, tot de Propositione sufficient. In Constructione autem vna Petitione utitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum producere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theoremate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quæ eidem æqualia ad inuicem quoque esse equalia dicit: & eo, quod si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse. Ad impossibilis autem collectionem, Pronuntiato, quod ait Totum sua parte esse maius, est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non potest. Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem tamen partes, Angulos, qui ad vnā illā rectam Lineam sunt, duobus rectis æquales efficere, ostendemus sic, quemadmodum & Porphyrius.

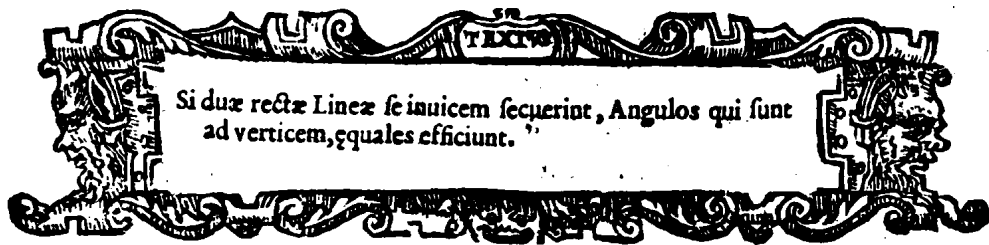
Porphyrii
Demō.

Sit quædam recta Linea ab , & quodcunque in ipsa Signum c , & ipsi ab exicitetur ad Angulos rectos recta Linea cd , seceturque bifariam Angulus $dc b$ per Lineam ce , & a Signo e ad Lineam ab ducatur perpendicularis eb , & producaturs ipsa eb , ponaturque ipsi $e b$ æqualis bf , & connectatur cf . Quoniam itaque eb , ipsi bf æqualis est, communis autem est bc , æqualesque continent Angulos (recti enim sunt) Basis igitur ec , Basis cf æqualis est. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Angulus ergo ecb , Angulo $fc b$ æqualis est.



Angulus autem ecb recti dimidium est. rectus siquidem $dc b$ bifariam sectus fuit per Lineam ce . dimidium ergo recti est & Angulus $fc b$. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus dce . Est autem & Angulus dce dimidium recti. ad rectam igitur Lineam cd , ad eiusque Signum c , duæ rectæ Lineæ consequenter posite sunt, ad easdem partes, ipsæ nempe ce , & cf Angulos duobus rectis æquales facientes, dimidium quidem recti ipsa ce , vnū verò & dimidium ipsa cf . Ne igitur ea, quæ fieri non possunt queramus, quoniam pacto scilicet ce , cf rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam cd duobus rectis æquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad utrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duobus

bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Propo 15.
Theor. 8.

Angulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertio decimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiariis, quorum vnum quidē est, Quæ eadem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verum enim uero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea ab , & quodcunq; in ipsa Signum c , & ad Signum c duæ rectæ Lineæ cd , ce non ad easdē partes sumantur facientes Angulos acd , bce æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ cd , ce . Cum enim recta Linea cd super rectam Lineam ab infederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe dca , $dc b$. Verum Angulus dca , Angulo bce æqualis est. Anguli igitur $dc b$, bce duobus rectis æquales sunt.

Cóm. 19.

Anguli deinceps qui sint.
Anguli ad verticem qui sint.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referre Eudemus. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersus huius Theorematis.

Demò Cōuersi præsentis Theorematis.

Y 2 Quo-

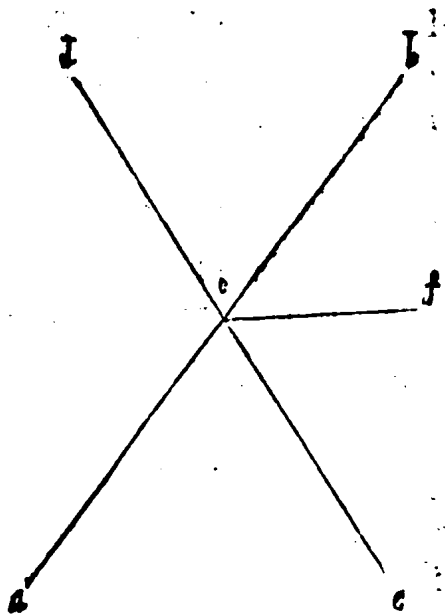
Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam bc , ad eiusque Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter cd , ce non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ cd , ce . Conuersum igitur præsentī Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum

Cur Euclides hoc prætermiserit

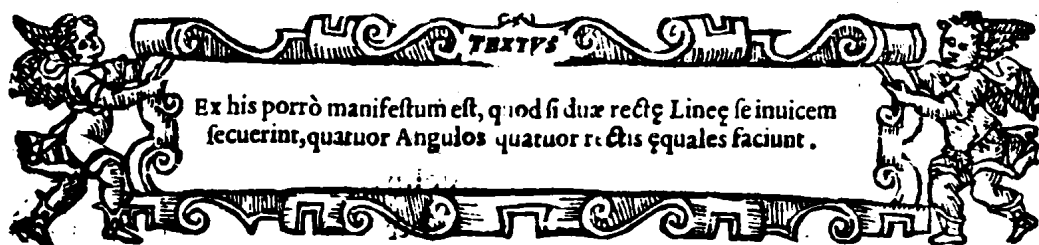
Alia eiusdem ostensio indirecta.

Documentum.

ostendimus. iisdem .n. suppositis, dico quod recta Linea cd , rectæ Lineæ ce in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi cd in directum recta Linea cf . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicem secant ab , & df , Angulos ad verticem æquales efficiunt. Anguli igitur acd , bce æquales sunt. Erant autem acd , bce quoq; Anguli æquales. Angulus ergo bce , Angulus bce æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam cd , ipsi ce in directum erit. Ipsæ ergo cd , ce rectæ Lineæ in directum ad inuicem sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cum itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partium similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidem, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessario æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales, si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticem existentes, æquales efficiunt: verum non etiā reliquos, vtrinque scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmenti



torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Corollarium.

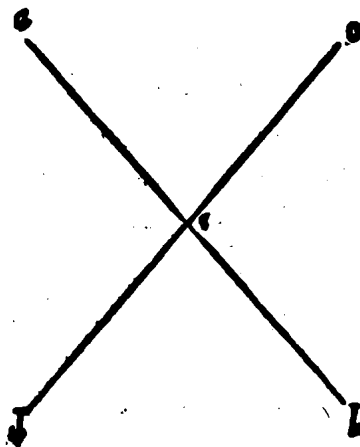
V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc autem duplex quidpiam significat. vocant. n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnà cum aliorum Demonstrationibus probantur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumēta quærentium existentia: & quæcunq; queruntur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; generationis solæ causa quærentur, neq; simplicis contēplationis. nam quod quidē Acquirurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contēplari oportet, existentiumq; rerum huiusmodi cognitio est. Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; n. Quæditorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verum de huiusmodi quidem Corollaris dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa verò non præcipue quærentur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nā quærebatur quidē si duabus rectis Lineis se inuicē secantibus, Anguli ad verticē æquales sunt. Dum aut hoc ostendebatur simul etiam demonstratū est, quod quatuor qui sūt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cum .n. dicebamus sint duæ rectę Lineę a b, c d se inuicē in Signo e secantes. quoniā igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps

Cōm. 20.

Duplex Corollarium. idem in cōm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides lib. 1. Corollariorū cōstruxit.



An-

Definitio
Corollari-
um.

Vide Var-
ronem in
lib. de lin-
gua latina

Corolla-
riorū Di-
uisio.
Primò.

Secundò.

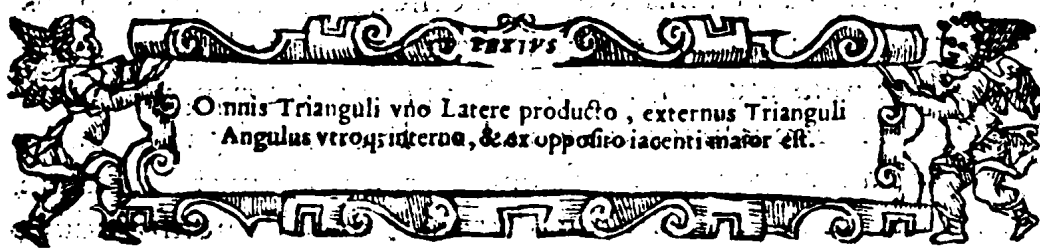
Tertiò.

Documen-
tum.

Admirabi-
le Pytha-
goricum
Theore-
ma.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa $b e$ super ipsam $c d$ stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa e Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improviso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilaui-
uimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposue-
re nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd utiq; vera Dei munera, veraq;ue lucra hæc sunt, non aut quæ illi videntur. hæc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, ferax-
que sciētiae vis præcipuis quæsitis adiicit, copiosas Theorematū opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicendum. Diuidēda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollario-
rum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præ-
sens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secū-
di Theorematis septimi libri Arithmeticonum Elementorum adiici-
tur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematis consequētia sunt, alia verò Theorema-
tibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostēensiones. nam alia quidē vnà cum vīs ostēdentibus, alia verò vnà cum Deductioni-
bus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directā ostēensione: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsentī hæc quoq; sufficiēt. Præsens aut Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æqua-
les Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theoremati ansam præ-
buit, quòd Tria hæc sola Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verum æquilaterum quidem Triangulum sexies as-
sumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, sex factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæque eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æ-
quilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos com-
plēt,

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocumq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quocumq;, omnes qui sunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectorum Linearum dupli numero fient. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicem secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterque in infinitum. semper enim rectorum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuantur: quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Propo 16.
Theor. 9

Q V i hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipue Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obrectandi ansam præbuere, non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicumq; autem hanc e medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometre familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaque fuit, apud tamen Elementorum institutorē perfecta, integraq; fuit per scripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorem reperies: nam ambobus quidem simul æqualis paulo post ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito sunt

Cóm. 21.

Philippi
Mathema
tici ob e
ctatio refe
rente He
rone.

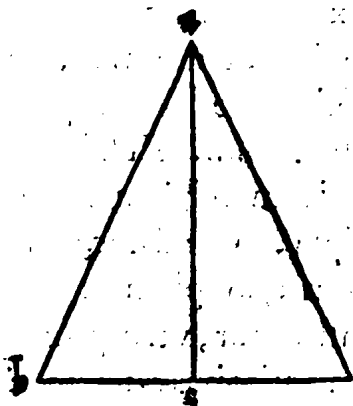
In 22. p
positione.

tant ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipse
 quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque
 omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit,
 vnumquæ ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus pro-
 duci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si vero
 Obtusangulum fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcir-
 co igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cõparauit, sed sibi
 oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus
 quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum
 igitur utroque internus maior est, nõ autem eo, qui deinceps sibi adhæ-
 ret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque se-
 quens coniungentes, Propositionem hæc modo proferunt. Omnis
 Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus utroque
 interno, ex oppositoque iacenti maior est: & duo quilibet internorum
 Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexio-
 nis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geomet-
 ra paulò post in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis
 Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus in-
 ternis, ex oppositoque existentibus est æqualis: & Trianguli tres in-
 terni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hic quoque igitur in simili-
 bus Quæsta contexere, Propositionemque compositam efficere æquū
 esse censent. & est manifestum, quod id quidē, quod demonstrandum
 proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam di-
 cta additione prolaturum fuerit, ipsum quoque erit Compositum (duo si
 quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnumquæ
 Latius productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum
 erit, actu autem Simplex. Omnino si quidem hoc etiam tanquam
 Datum simul accipiendum est. cum enim Angulum externum super-
 ponimus, Latius tanquam productum præsupponimus. Hæc de his. Assume-
 mus autem ex præsentem Theoremate, quod sic
 ri non potest ut ab eodē Signo ad can-
 dem rectam Lineam tres æquales rectæ
 Lineæ incident. Sint m . ab vno Signo
 tres rectæ Lineæ æquales $a b$, $a c$, $a d$ ad
 rectam Lineam $b d$ ductæ. Quoniam
 utraque $a b$, ipsi $a c$ æqualis est, qui ad Ba-
 sim sunt Anguli, æquales sunt. Angu-
 lus igitur $a b$ æqualis est Angulo $a c b$.

Quorundam
 opinio.

Eorū fun-
 damentū.
 III. 32. p-
 positione.

Documen-
 tum.
 Corollari-
 um tanq̃
 sumptio.

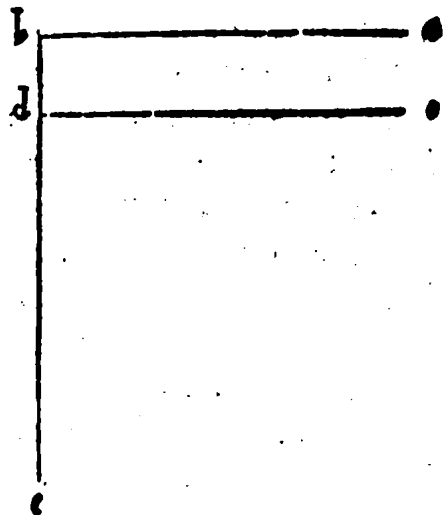


Rursus

Rurſus quoniā æqualis eſt $a b$, ipſi $a d$, Angulus $a b d$, Angulo $a d b$ æqualis eſt. Erat autem Angulo $a b c$, Angulus $a c b$ æqualis. Angulus ergo $a c b$, Angulo $a d b$ æqualis eſt, externus interno, & ex oppoſito iacenti, quod fieri non poteſt. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę æquales minimē ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonſtrabimus, quod ſi in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex oppoſito exiſtenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimē facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod eſt impoſſibile. Exē-

Aliud Co
rollarium

pli gratia, ſint $a b, c d$ rectę Lineę, in ipſasq; recta Linea $c b$ incidens Angulos $a b d, c d e$ æquales faciat, non coincident porrō rectę Lineę $a b, c d$. ſi enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus $c d e$ æqualis Angulo $a b d$. & cū externus ſit, interno, ex oppoſitoq; iacenti maior erit. neceſſe igitur eſt ſi coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, ſed omnino illū, qui eſt ad Signum d augeri. ſiue enim $a b$ immobili manente, $c d$



ad ipſam moueri excogitaueſis vt coincidant, maiorem efficies diſtā-
tiam in Angulo $c d e$. nam quantō magis $c d$ accedit ad ipſam $a b$, tā-
tō magis ab ipſa $d e$ recedit. ſiue etiam manente ipſa $c d$, excogitaue-
riſ $a b$ ad ipſam moueri, Angulum $a b d$, minorem efficies. ſimul .n.
ad ipſam $c d$ fertur, & ad ipſam $b d$. ſiue etiam vtraſque ad ſe inuicem
moueri feceris, ipſam quidē $a b$ ad ipſam $c d$ tendentē, Angulumq; $a b c$, contrahentem: ipſam verō $c d$ ab ipſa $d e$ recedentem propter
motum ad Lineam $a b$, Angulumq; $c d e$ creſcentem reperiſ. Ne-
ceſſariō igitur ſi Triangulum fuerit, & rectę Lineę $a b, c d$ coincide-
rint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex oppoſito iacē-
ti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo
manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus
magis diſtrahitur. Horum autem cauſa eſt rectarum Linearum mo-
tus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū,
altera verō ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocq; tibi cō-

† Altera
quidē ad
eas partes
in quibus
internū fa-
cit Angu-
lū redēte:
altera ve-
rō ab iis
partibus, i
quibus ex-
ternū fa-
cit Angu-
lū ſeſe mo-
uente.

Z ſiderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæditorum causas ante conspectum nobis afferunt.

Propo 17
Theo. 10.

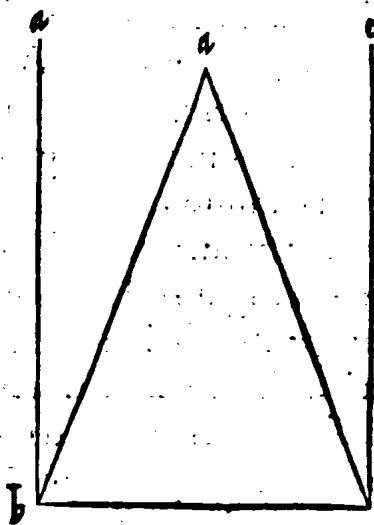
Omnia Trianguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

Côm. 22.

In Propo
sitione 32

Documē-
tum.

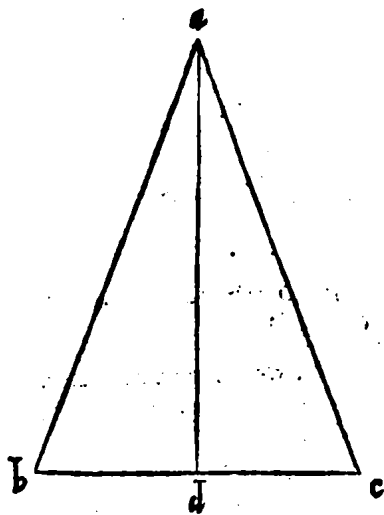
Nunc quidem indeterminatè ostenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quòtò minores, quòd scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres. n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet viam. præcedenti siquidem utitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur $a b$ rursus, & $c d$ rectæ Lineæ, ipsi $b d$ ad Angulos rectos. si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas $a b$, $c d$ ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti. n. sunt ante nutam. Consimiliter autem si etiam in Latere $a b$, rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui sunt ad Signa a , b , erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse Latius, necessarium non est, neque aliquem extrā constitutum esse Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verūm (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum



rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

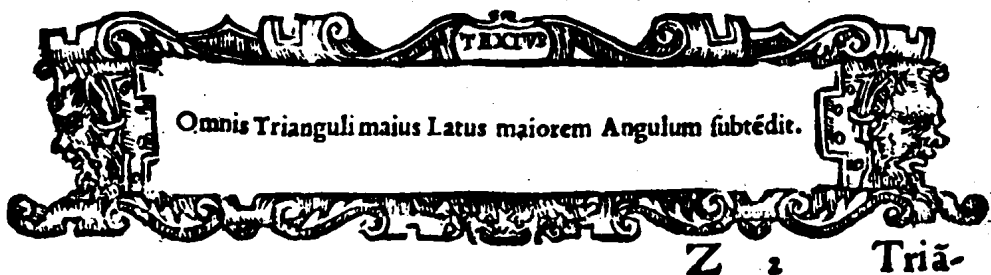
Casus huius Theorematis.

Sit Triangulum abc , sumaturque in Latere bc quodcunque Signum d , & connectatur $a d$. Quoniam itaque Trianguli abd Latus unum productum est, ipsum scilicet bd , Angulus externus adc , interno abd maior est. Rursus quoniam Trianguli adc Latus unum productum est, ipsum nempe cd , Angulus externus adb , Angulo interno acd maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa $a d$ rectam Lineam, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur abc , acb duobus ut sunt Rectis minores. Simili-



ter ostendemus, quod Anguli etiam bac , & bca duobus Rectis minores sunt, in $a c$ Latere Signum accipiendo, à Signoque b ad Signum acceptum connectendo. & rursus Angulos cab , acb minores duobus Rectis affirmabimus in $a b$ Latere Signum suscipiendo, à Signoque c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest ut per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad unam rectam Lineam duæ Perpendiculares minimè ducentur. sint .n. à Signo a ad rectam Lineam bc duæ Perpendiculares ab , ac . Anguli itaque abc , acb , recti sunt. At quoniam ipsum abc , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur abc , acb , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.

Corollarium e. n. g. Sumptio.



Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum subtrahit.

Propo 18
Theo. 13.

Cōm. 33.

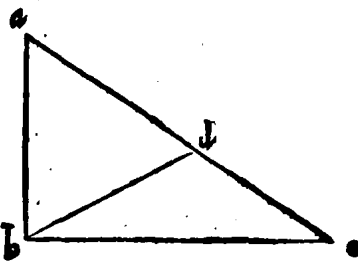
QUod quidem Laterum æqualitas in vnoquodq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūque æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplantur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contemplatum fuit.

Documē- Manifestum autem est, quod maius, minusque Latus proportionaliter sumemus, maximumque, medium, & minimū distinguemus, Angulosque similiter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quæadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quod Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatem constituantur. atque alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per misionem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque consequenter omnes. Verum enimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mistum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoque est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequēs existimare: quod autem maius, minusque Latus habet, huic sub maiori Latere maiorem Angulum esse. Quoniam autem

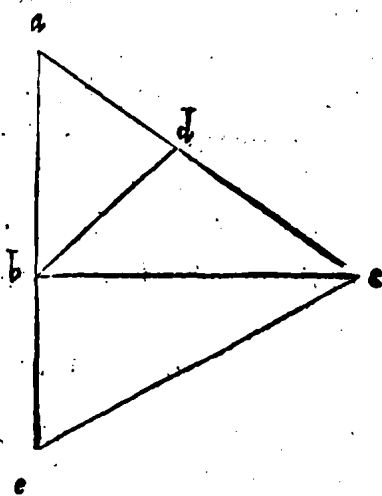
Finis Digressionis

tem

tem Geometra cū in Constructione Triangulū abc , Latusque ac maius Latere ab suscepisset, vt Angulo qui ad Signū c Angulū qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere ac , Lateri ab , æqualem rectam Lineam ad abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet ad Signum c ablationē fieri, age in hac quoque suppositione Propositū ostēdamus quemadmodum Porphyrius. sit .n. dc æqualis ipsi ab , & producat ab ad Signum e , ponaturque be æqualis ipsi da . tota igitur ac , toti a c æqualis est. connectatur ec . Quoniā itaque a e , ipsi a c æqualis est, Angulus quoque a ec , Angulo a ce , per quintum æqualis est. Angulus igitur a ec maior est Angulo a cb . Est autem Angulus et abc maior Angulo a ec . Trianguli siquidē cbe vnū Latus productum fuit, ipsum scilicet be , & sic Angulus abc externus cū sit, interno, ex opposito quæ iacēti maior est. Multo maior igitur est Angulus abc , Angulo a cb , quod erat ostendendū. Geometricę quidem præsentis Theorematis ostēssiones huiusmodi sunt. Manifestum est autē quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nā maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem euenit propter rectę Lineę in suis extremitatibus sitū. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorū quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem cōmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus abc , & sumatur in ipso ab Latere Signum d , & ipsi ad , æqualis auferatur ae , connectaturque de . Angulus igitur, qui ad a Signum est rectę Lineę de , bc subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasque eodem

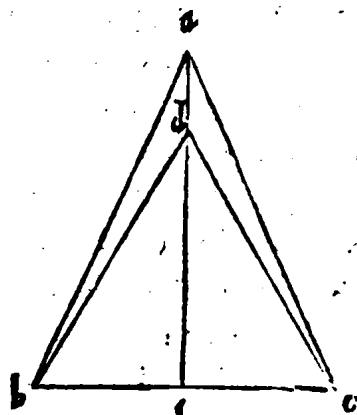
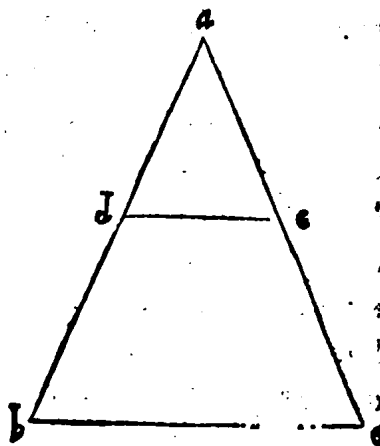


Porphyrii
Demō.



Documē-
tum.

eadem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus abc Aequicrus, sitque bc minor ipsis ba , & ac , constituaturque super bc Triangulum æquilaterum bcd , & connectatur ad , & producat ad Signum e . Quoniam itaque Trianguli abd , Angulus bde externus est, maior est Angulo bad . Similiter Angulus cde maior est Angulo cad . Totus ergo bde maior est toto bac , eademque recta Linea ambos subrendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verum in vno, eodemque Triangulo vna recta Linea vnum subrendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.



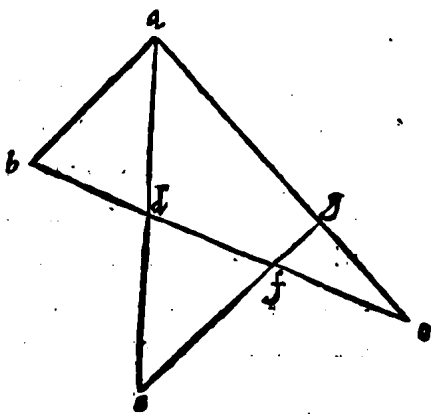
Propo 19
Theo. 12.

Omnia Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subrendit.

Cem. 24. Hoc præcedenti Theoremati cōuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hîc Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcessit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt. & maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. quæ maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verum si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quod maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremque minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autem potest ut sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptiunculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansque Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum abc , seceturque bifariam Angulus qui ad Signum a , per rectam Lineam ad ,

Sumptio.



& ipsa ad secet Basim bc in partes inæquales, sitque pars cd maior parte bd . Dico quod maius est Latus ac , Latere ab . Producat ad ad Signum e , & ponatur æqualis de , ipsi ad . & quoniam de , ipsa db maior est ponatur df æqualis ipsi bd , & connectatur ef , & producat ef usque ad Signum g . Quoniam itaque ad , ipsi de : & bd , ipsi df æquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosque æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur ba , Basi ef æqualis est, & omnia ergo omnibus equalia sunt. Quamobrem Angulus quoque dfe æqualis est Angulo dab . At hic ipsi dag inæqualis non est. Quapropter Latus etiam ag , Lateri eg æquum est, per sextum. Latus igitur ac , Latere ef maius est. Latus autem fe æquale est Lateri ab . maius est ergo Latus ac , Latere ab , quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quod sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum abc habens Angulum qui ad Signum b , maiorem Angulo qui ad Signum c . Dico quod Latus ac maius est Latere ab . Secetur bc bifariam in Signo d , & connectatur ad , & ducatur de æqualis ipsi ad , & connectatur be . Quoniam itaque bd , ipsi dc : & ad , ipsi de æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur be , Basi ac æqualis est, & omnia omni-

omnibus. Quamobrem Angulus etiam $d b e$, Angulo qui ad Signū c æqualis est, minor autem Angulo $a b d$. Secetur igitur bifariā Angulus quoque $a b e$ per rectam Lineam $b f$. Maior est igitur $e f$, ipsa $f a$. Quoniā itaq; Trianguli $a b e$, Angulus qui ad Signum b , bifariā sectus fuit per rectam Lineam $b f$, & maior est $e f$, ipsa $f a$, maius est (per præostensum) Latus $b e$, Latere $b a$. ipsa autē $b e$, ipsi $a c$ equalis ostensa fuit. Latus igitur $a c$ maius est Latere $a b$, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneque vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitis difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quàm præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Documē-
tum.

Causa p-
pter quā
Conuersa
Theore-
mata per
impossible
ostēdunt.

Propō 20
Theo. 13.



Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

Cōm. 25.
Epicureo-
rū impu-
gnatio.

Respōsio.

PRæsens Theorema impugnare quidem Epicurci consuevere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione; similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna censere, immanifestisque per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq; dicendum quòd præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Exēpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphaericis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Intervallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est: Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliqua esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quas cunctas Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minime producta describere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum abc , oportet itaque Latera ab , ac , Latere bc maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam ae . Quoniam itaque Trianguli abc , Angulus ace externus est, maior est Angulo bac . Verum Angulus bac Angulo eca æqualis positus fuit. Angulus igitur ace maior est Angulo eca . Quapropter Latus quoque ac , Latere ce maius est. Eadē sanē ratione Latus etiā ab maius est Latere bc . Trianguli enim ace , Angulus aeb externus est, maiorque Angulo eca , hoc est Angulo eab . Quapropter Latus quoque ab , Latere bc maius est. Latera ergo ab , ac toto Latere bc maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū abc . Si itaque æquilatrum est Triangulum abc proculdubio duo Latera reliqua sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliqua maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa bc maior, abscindaturque, alterutri illorum æqualis, quæ sit be , & connectatur ae . Quoniam igitur Trianguli aeb , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . eadem sanē ratione Angulus etiā aeb , Angulo eca maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto quæ est ad Signum a maiores sunt, quorū bca æqualis est ipsi bac , siquidem

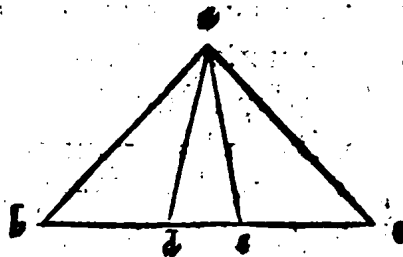
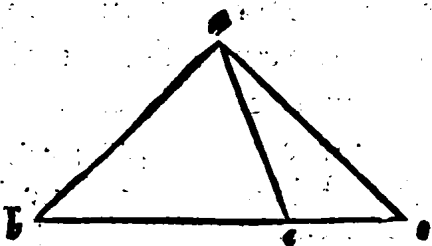
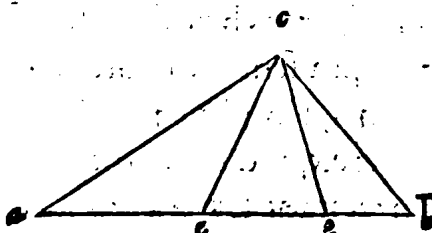
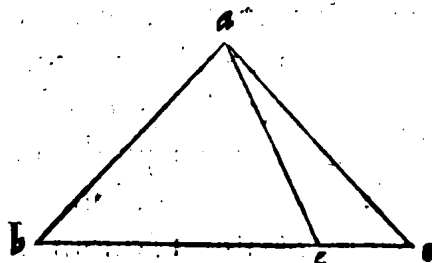
Porphyrii
& Heronis
Demonstrationes.



a dem

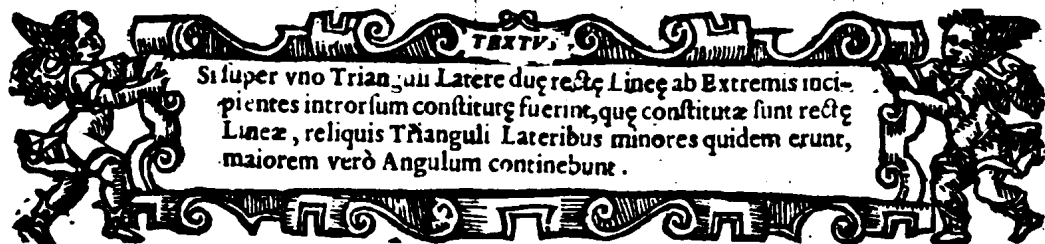
dem a b, etiam ipsi b e eguale est. reliquus igitur a e c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b e maiora sunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se namque utroque maius est. Si autem Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæreremus, ut in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum Angulis utentes. Sit rursus quodcunque Triangulum a b c. Dico quod Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e æqualis est, æquales subtendunt Angulos. Similiter porro & quoniam a c, ipsi c e æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturque ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoque b d a, Angulo b a d inæqualis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo c a c æqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & c a c æquales sunt. Rursus quoniam Trianguli a d c, Angulus b d a

Demō per
Deductio
nē ad im-
possibile.



exter-

externus est, Angulo eac est maior. maior est namq̃ ipso cad . Pari ratione & quoniam Trianguli abc , Angulus cca externus est, maior est Angulo bda . etenim Angulo bac maior est. Anguli ergo bda , cca duobus bda , cca maiores sunt. Erant autem æquales etiā ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur ab , ac neque æqualia sunt Lateri bc , neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



Si super vno Trianguli Latere duæ rectæ Lineæ ab Extremis incipientes introrsum constitutæ fuerint, quæ constitutæ sunt rectæ Lineæ, reliquis Trianguli Lateribus minores quidem erunt, maiorem verò Angulum continebunt.

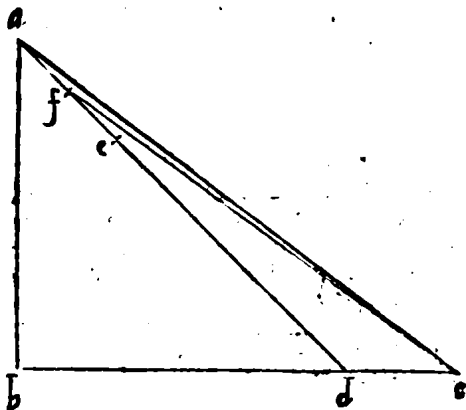
Propo 22
Theo. 24.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorē, euidens est: Theoremaque prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematis dependet, ex præstoso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis comprehensum Angulo ab externis comprehenso maiore, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilem, quę in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusque alias minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc. n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quòd necessariò Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superque vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituentur: simul verò (quòd iā diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto

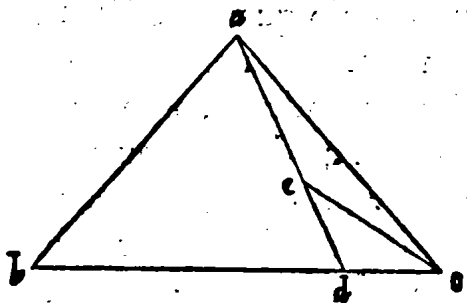
Cōm. 26.

Quoddā
admirabile
in Geometria.

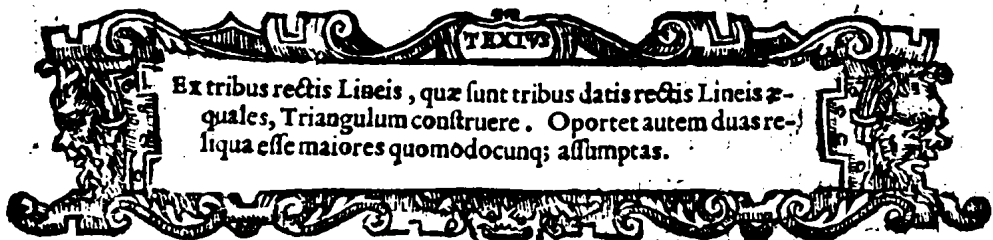
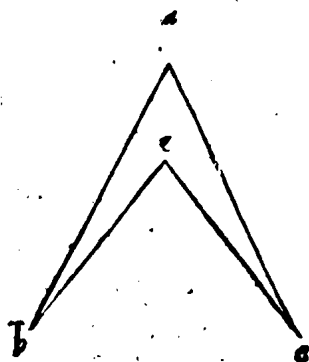
constituuntur Latere, externarum minores sunt : quæ verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum abc , Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere bc quodcunque Signum, sitque illud d , & connectatur ad . Maior est igitur ad , ipsa ab . Auferatur ab ipsa ad , æqualis ipsi ab , quæ sit de , & diuidatur e a bifariam in Signo f , & connectatur fc . Quoniam igitur afc , Triangulum est, ipsæ af , fc maiores sunt ipsa ac . Verum af æqualis est ipsi fe . Rectæ Lineæ igitur fe , fc , ipsa ac maiores sunt. Aequalis autem est de , ipsi ab . Rectæ Lineæ igitur fc , fd maiores sunt rectis Lineis ab , ac , & sunt intrâ.



Sit rursus Triangulum æquicrus abc Basim bc utroque æqualium Laterum maiorē habens, abscindaturque ab ipsa bc , æqualis ipsi ab , quæ sit bd , & cōnectatur ad , sumaturque in ipsa ad quodcunque Signum, sitque illud e , & connectatur ce . Quoniam itaq; ab , ipsi bd æqualis est, Angulus quoq; b ad, Angulo bda æqualis est. & quoniam Trianguli edc Angulus bda externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipsa nempe dec . Quamobrem Angulus quoq; b ad, Angulo dec maior est. Multo maior est igitur Angulus b ac, Angulo dec , & continetur bac quidem ab externis, dec verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ de , ec minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum. Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum cōprehēdētes. Cū aut hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quæ in Geometria admi-



admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum abc . nam à quatuor quidem Lateribus ba , ac , ce , eb continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b , alterum autem qui ad a , reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præsens Figura.



Propo-
sio 22.
Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliquæ sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primum cognouit, quòd fieri non potest vt ex iisdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construat: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quòd oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hæcque de causa adiecit, quòd vtrique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum construere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunq; assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæque per hanc solam additionem dissolui possunt. Præsens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodum & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus; ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulum construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliquæ sunt maiores, quomodocunq; assumptæ, Determinatum est, atque Possibile. fit enim hoc quoque. Quem-

Com. 27.

In 20. Propositione

De Problematis Determinatis, Indeterminatis, Possibilibus, & Impossibilibus vide superius in com. primo.

admo-

Instantiæ
huius Pro-
blematis.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoq; Problematum iuxta Possibile enuntiatum, atq; Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometrg. n. verba

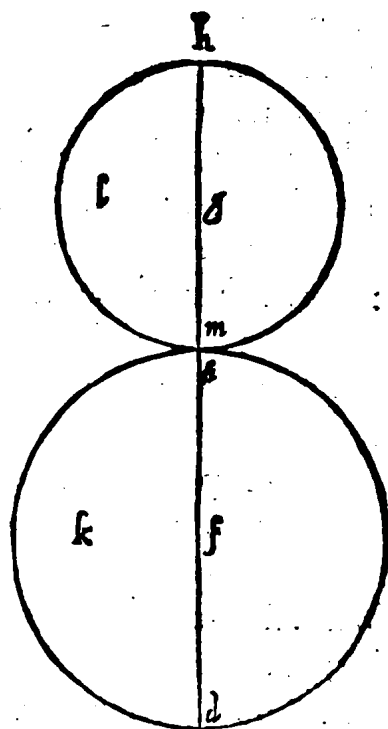
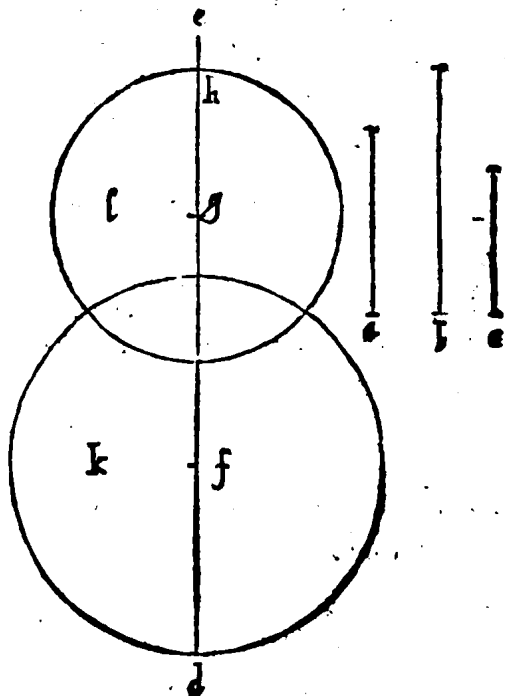
sequemur. Sint tres rectę Lineæ a, b, c, quarum duæ quomodolibet assumptæ reliqua sint maiores, Iussuq; facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidẽ parte finita, vtputã i Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursusq; Cẽtro quidẽ g, interuallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Circuli.

hoc siquidem Elementorũ institutor + sortitus est. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantũ se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem interfecare, aut tangere, aut distare ab inuicem.

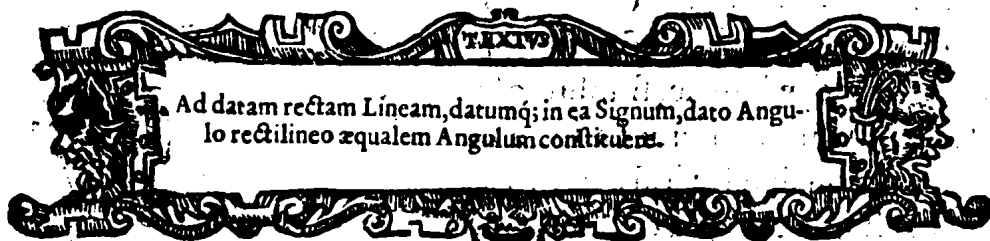
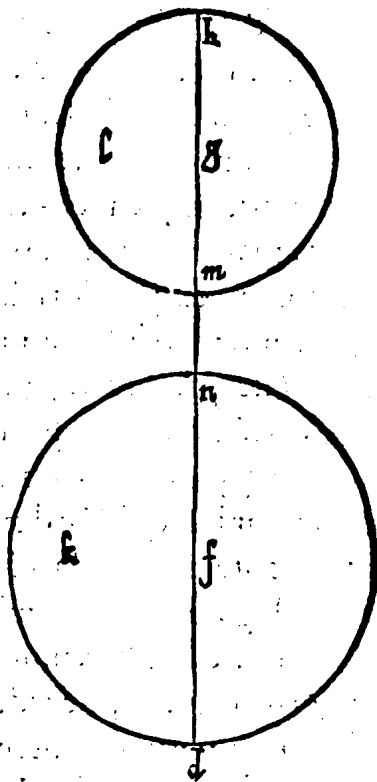
Responso.

Dico itaq; quòd necessariò se inuicem interfecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaq; f Signũ Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duæ igitur d f, g h, vni æquales sunt, nempe ipsi f g. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodũ etiam a vnã cum c, ipsa b est maior. illis siquidẽ sunt æquales.

Acquales igitur ipsi, ipsaq; maiores sunt, quod fieri



fieri non potest. Rursus si fieri potest distant ab inuicem Circuli, ut ipsi $k l$. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa $d f$, ipsi $f n$ æqualis est. & quoniam Signum g , Circuli l Centrum est, $h g$ æqualis est ipsi $g m$. Tota igitur $f g$ duabus $d f$, $h g$ est maior. ipsa enim $f g$ ipsas $d f$, $g h$ excedit, ipsa $n m$. Suppositum autem fuerat ipsas $d f$, $h g$, ipsa $f g$ maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a , c ipsa b . nam ipsa quidem $d f$, ipsi a : ipsa autem $f g$, ipsi b : ipsa verò $h g$, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos $k l$ se inuicem interfecare. Quamobrem recte Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocumque assumptas, non autem vni æquales, neque ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales : distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Propo 23
Prob. 9.

Problema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quam Euclidis inuētum lucrum est, ut ait Eudemus: Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumque in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessario Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest ut omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum. n. fuit quod duo tantum curuilinearum Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit: & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Rectis Tertius æqualis est.

Cóm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referēte Eude.

In cóm. 2.
huius lib.

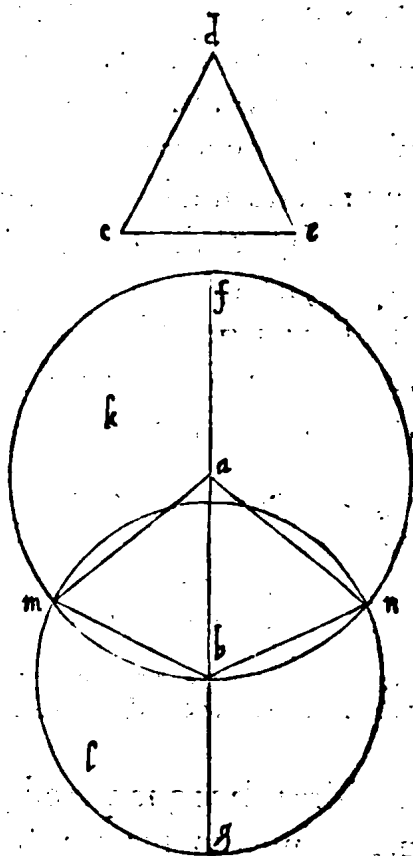
Fit

Nota, qd
Angul^{us} Fi-
gurę simi-
lis Securi,
species est
Anguli lu-
nularis, &
vocat^{ur} Pe-
lecoides
Angulus.

Alia ex-
quisitior hui^{us}
Problematis
Demo.

Fit aut^{em} huiusmodi Lunularis Figura, quę Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandam rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui constituitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut rectilineum, aut mistum. cum autem nullus mistus rectilineo æqualis esse possit, manifestum quod ipse quoque omnino rectilineus est. Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter vsus, ex tribusque rectis Lineis, quę tribus datis æquales sunt, Triangulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cōstitutionem exquisitiori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq; facere id, quod iussum est. Cōnectatur c e, & producat^{ur} a b ad vtrancq; partem vsq; ad Signa f g, & ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò e c, ipsa b g. & Centro quidem a, interuallo autē a f, Circulus k designetur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l describatur. Circuli igitur se inuicem interfecant, quemadmodum superius ostensum est. Secēt se in Signis m, n, à Signoquē n cōnectantur ad Centra rectę Lineę, similiterquē à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m & ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a, æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m, & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rursus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e inæqualis non est, ipsę etiā b m, & b n, ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duę igitur a b, a m duabus d e, d e inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est : Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est. Rursusquē duę n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, iussūq; dupliciter factum est. non .n. vnum tantum, sed duos constituimus : Angulos dato Angulo æquales ad vtrancque partem rectę Lineę a b,

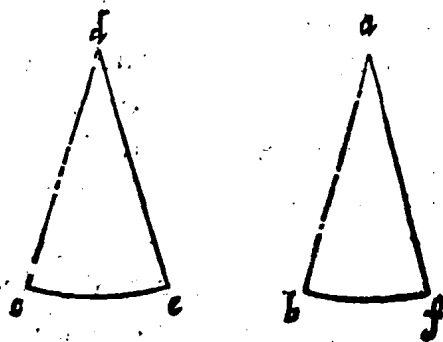
vt in



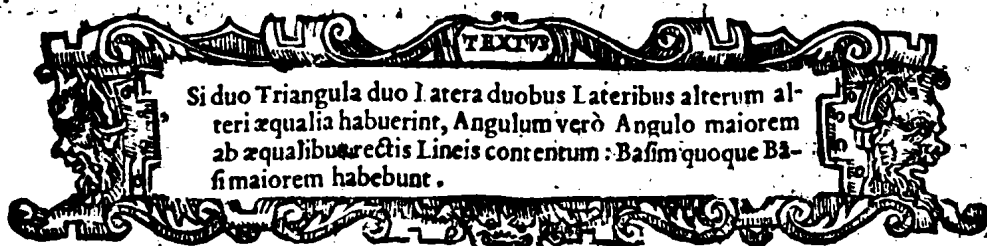
ut in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hæc quidem Constructioni Elementorum institutoris adijcimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ipsi indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum cde ,

Dánat A-
pollonii o-
stensioné.

& rectam Lineam ab , Cētro quidem d , interuallo autē cd , ce Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem a , interuallo verò ab , bf Circunferentiam designat. intercipiensque ce Circunferentiam æqualem ipsi bf , connectit rectam Lineam af , Angulosque a, c æqualibus Circunferentijs insistentes, æquales affirmat.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiā ab , ipsi cd æqualis est, ut Circuli quoque æquales sint. Huiuscemodi itaque ostensionē tanquam posterioribus utētem ab Elementari institutione alienam esse censemus. Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.



Si duo Triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basim maiorem habebunt.

Propo 24
Theo. 15.

Rursus ad Theoremata transiit, & similes de inequalitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo latera duobus lateribus alterum alteri equalia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in utroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in utroque, interdum autem inæqualem. & equalitati quidem illius consequentē esse demonstravit Basim æqualitatem, harumque æqualitati Angulorum Verticalium equalitatem esse consequentem similiter demonstravit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

Cōm. 29

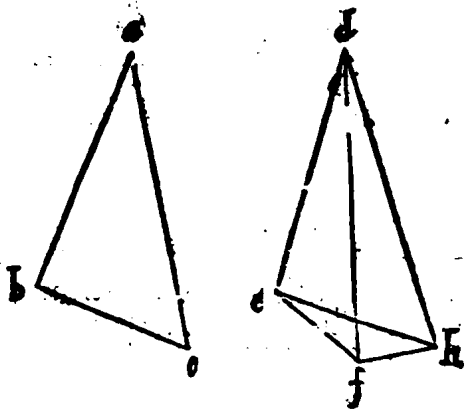
b pro-

Varii huius
Theore-
matis Ca-
sus.

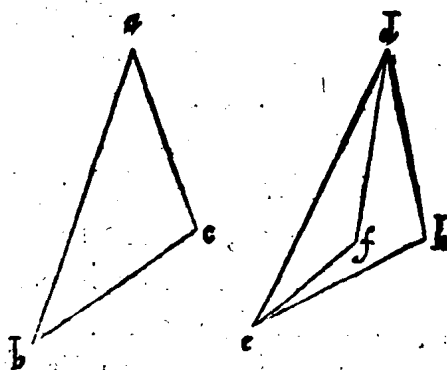
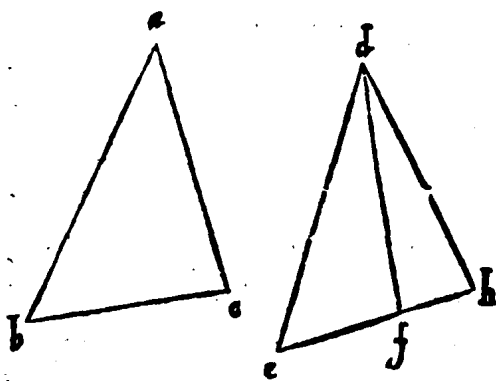
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc vero inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstravit, hoc vero eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati, nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit; hoc vero ē conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum. nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoque inæquales ostendit. Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū: duo verò circa inæquale, hoc utique, & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus; duo autem à Basibus, octauum porro, quodque deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus existētibz omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hæc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoque institutoria præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque de-

ficit ipsi adiciamus, accipiens enim duo Triangula abc, def , Latera ab, ac Lateribus de, df æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad a Signum existentem Angulo ad d Signum esistenti maiorem, & volens ostendere Basim bc , Basi ef maiorem, ad rectam Lineam cd , ad Signumque in ipsa, quod est d , Angulo qui ad a Signum est æ-

qualem constituit Angulum edh . maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d , connectiturque ipsi a, c , æqualem d, h . Recta itaque Linea eh ad Signum h producta aut supra rectam Lineam ef cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sancti institutor vtpote supra iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa recta



recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim ab, ac duabus de, dh æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur bc , Basi eh æqualis est. At ipsa eh maior est quàm ipsa ef , quapropter ipsa quoque bc maior est quàm ipsa ef . Verùm sit infra ipsam ef , posita. Connectentes itaque ipsam eh dicemus quòd cum ipsæ ab, ac ipsis de, dh æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque bc , ipsi eh æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum deh duæ rectæ Lineæ df, fe in Latere de sunt constitutæ, externis minores sunt. Aequalis autem est dh , ipsi df , ipsi namque ac æqualis est. Maior est igitur ipsa he quàm ipsa ef . Sed he æqualis est ipsi bc . Maior est ergo ipsa bc quàm ipsa ef . Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemadmodum in quarto Theoremate simul demonstravit quòd Aræ quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd præter Basium inæqualitatem, Aræ quoque inæquales sunt. Aduersus hanc utique dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in æqualibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Basibus æqualibus existentibus, Triangulorum etiam æqualitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arcarū inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparisonem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arcarum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem fermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-



Dubitatio

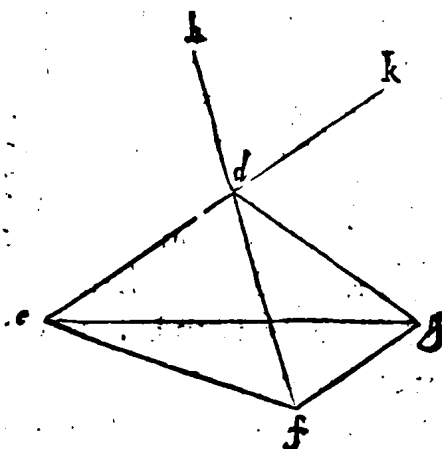
Solutio.

Digressio

Arcarum
pulchræ
paratio.

b a dun-

duntur : maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet : minoribus verò, maius. Sint enim quæ in Elemento cōstructa fuere, & producantur ipse e d, f d ad signa h k, & supponantur Anguli b a c, e d f esse duobus Rectis æquales. Quoniam igitur Angulus b a c, Angulo e d g æqualis est, Anguli e d g, e d f duobus Rectis æquales sunt. Sunt autem Anguli quoque e d g, k d g duobus Rectis æquales. Cōmunis autem ratur e d g. Reliquus igitur e d f, reliquo g d k æqualis est. Verum ipse e d f æqualis est ipsi h d k. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur g d k, Angulo h d k æqualis est. Et quoniam Trianguli g d f, Angulus g d h externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g, & f, æqualis est. At isti æquales sibi inuicem sunt. ipsa namque d g, ipsi d f æqualis est. Angulus ergo g d h, Anguli qui ad Signum g, & Anguli, qui ad Signum f, duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g, Angulo g d k, & sunt alternatim. Parallela igitur est d e, ipsi f g. Triangula ergo g d e, f d e super eadem Basi d e sunt, in eisdemque d e, g f Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verum, Triangulum g d e, Triangulo a b c est æquale, & Triangulum ergo d e f, Triangulo a b c inæquale non est. Et vides quod tribus indiguimus Theorematibus, quæ ad Parallelarum tractationem spectant, vno quidem dicenti quod omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus æqualis est : altero autem, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelæ rectæ Lineæ sunt : tertio verò, quod Triangula super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, æqualia sunt. Quæ Elementorum quoque institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verum sint Anguli b a c, e d f duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli b a c, e d f, hoc est Anguli e d g, e d f duobus rectis maiores sunt : Anguli autem e d g, g d k duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet e d g, Angulus e d f maior est Angulo g d k, hoc est Angulus k d h maior.

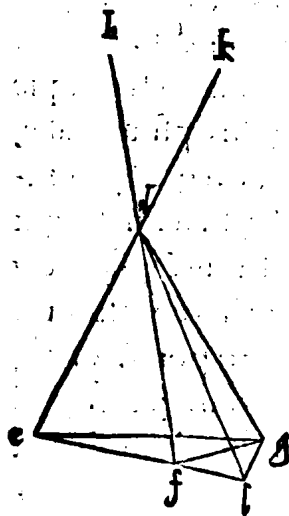
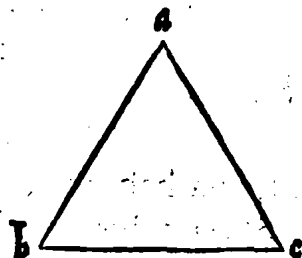
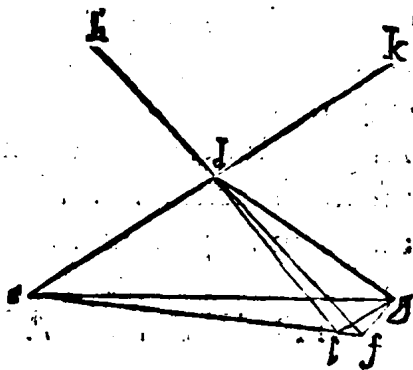


Propositi-
tio 32.

Propositi-
tio 27.

Propositi-
tio 37.

ior Angulo gdk . Angulus igitur gdh maior quam duplus est Anguli gdk , ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur gdk minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi gdk , æqualis dgl , & connectatur el , & dl . Parallela ergo est gl , ipsi de . Triangula igitur gde , lde æqualia sunt. At Triangulum lde minus est Triangulo fde . Triangulum igitur gde , Triangulo fde minus est. Aequale autem est Triangulum gde , Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo fde minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inæquales eadēque construantur. Quoniā itaq; Anguli edg , gdk duobus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato edg , totus gdh minor quam duplus est ipsius gdk . Sed duplus etiam ipse qui ad g Signum est. Angulus igitur gdk , Angulo qui ad Signum g , maior est. Ponatur Angulo gdk , æqualis dgl , & coincidat gl cum ipsa ef in Signo l , & connectatur dl . Parallela igitur est gl , ipsi de . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triangula gde , lde . Verū Triangulū quidem lde maius est Triangulo fde : Triangulum verò gde æquale est Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo dfe maius est. Ostensum est igitur Triangulum abc , Triangulo dfe & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a , & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus. omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui vero ad Signum d , Recti dimidium, nonne duo isti Anguli duobus Rectis æquales, essent? Quid autem si qui ad Signum a , vnus Rectus, & Recti dimidium



dium esset : qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertie, non in duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a, vnus Rectus, Recti quæ esset dimidium : qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non in duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior? Omnes itaque hæ Comparationes Parallelarum vsu nobis factæ sunt. Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

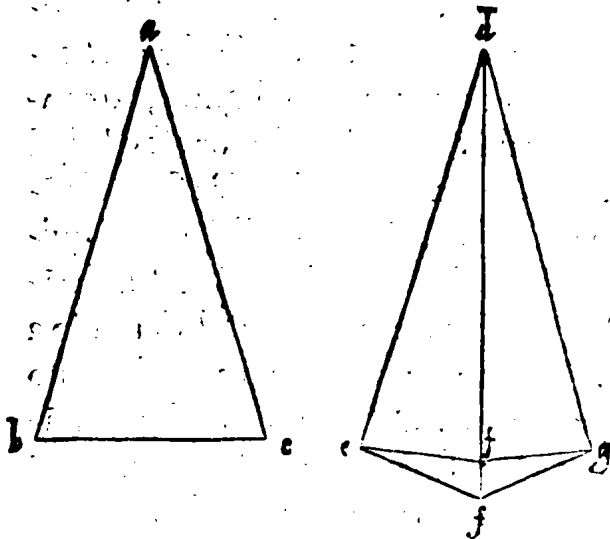
INCERTI AVTORIS SCHOLIUM

in vigesimum quartum Theorema Primi
Libri Elementorum Euclidis.

Scholium
in exēpla
ri quodā
veteri re-
pertum.



SI MEAM afferre sententiam operæpretium est, errauit Philosophus. nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quæ posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoque institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus. Sint duo Triangula æquicrura a b c, d e f, quæ habeant duo Latèra b a, a c duobus Latcribus e d, d f equalia, & Angulus qui ad Signū a, Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d. Si autē ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est, ipsi e f in directum sit. nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta l. linea incidat ipsa e g, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaque duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtrique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterum ipsi etiam d f e, est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e equalis



lis est . quæ enim eidem æqualia , & inter se sunt æqualia . Si autē hoc verum est , Trianguli dfg , externus Angulus interno , & ex opposito collocato æqualis erit , quod est impossibile . Fieri ergo minimè potest ut recta Linea e g , rectæ Lineæ e f in directum sit . Si verò hoc fieri nō potest , cō magis neque extrā incidet . Intrā igitur . Non ergo rectē dixit Philosophus . Veruntamen alia quoq; ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione . Cū enim ipsa d e , tum ipsi d f , tū ipsi d g æqualis sup-

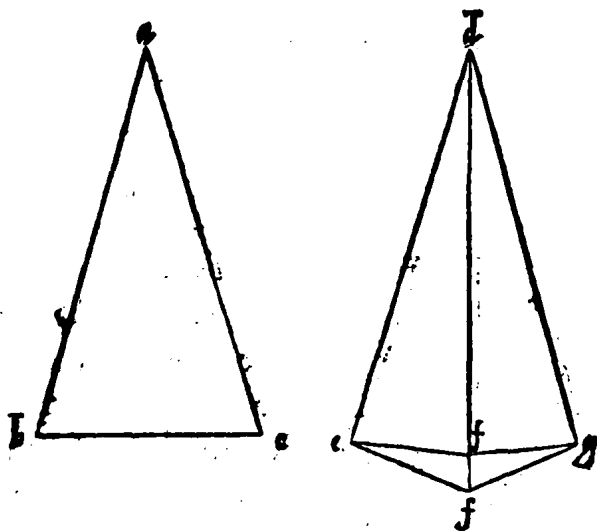
ponatur , ipsa quoque d f , ipsi d g erit æqualis .

Quapropter tria Triangula æquicrura sunt , vtpotā d e f , d f g , & d e g . æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt . & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli , æquales sibi inuicem erunt . hoc est qui ad Signum e , ei qui ad Signum g , &

adhuc ipsi d f e : & qui ad Signum g , ipsi d f g . Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt . Quamobrem & duo ipsorum , reliquis duobus æquales erunt . Sint duo qui ad e , & g Signa , duobus d f e , d f g æquales vtrique simul vtrisque . Anguli igitur d f e , d f g , duobus sunt Rectis æquales . siquidē recta Linea d f super rectā Lineā e g stetit . Quocirca Anguli quoque d e f , d g f duobus Rectis æquales sunt . Si autem hoc verum , septimū decimū Theorema destructum est .

At qui illud verum est , hoc ergo nequaquam fieri potest . Quæ ergo producitur recta Linea e g , super eadem recta Linea e f non cōnectetur . Si verò hoc fieri non potest , multò magis (vt dictum est) neque extrā incidet . quod enim in illa suppositione euenit absurdū , absurdo hoc maius est . Dicendum igitur pro Philosopho quòd eos , qui instituuntur alloquens , non satis scitè exposuit . Vel exercitationis gratia , animique excitationis eorum , qui ingenio præstant . vel fortasse etiam hallucinatus est . & nil mirum . Præterea aliter idem ostendemus . Cū enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint , hoc est ipse d f e , & ipse d f g : & adhuc qui ad Signum e , & qui ad g Signum . Cū verò recta Linea super rectā consistens Lineā Dein-

Defendit
Proclū ma
gis eū of
fendēdo.



ceps

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum dfe , dfg rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursus septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet, Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostēdit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigésimum quartū Theorema

Primi Lib. Elementorū

Euclidis.

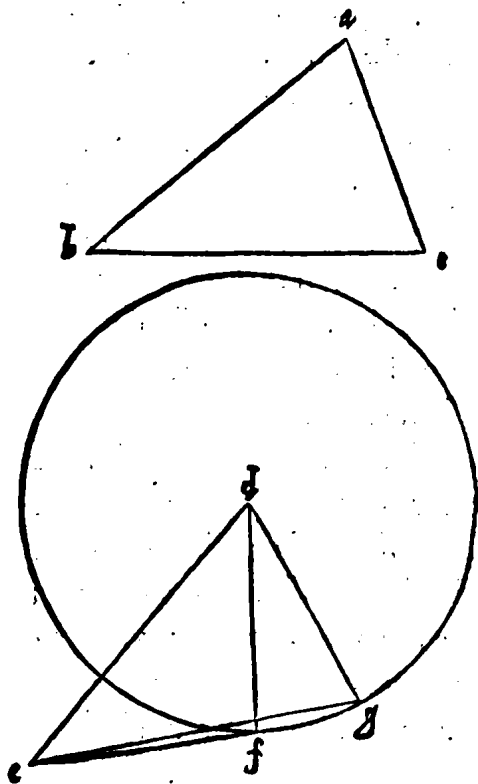


Scholium
Interpre-
tis.

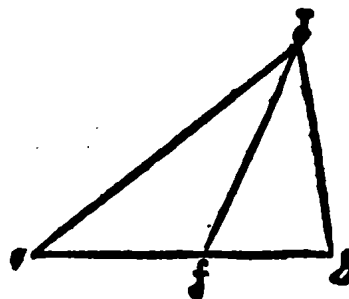
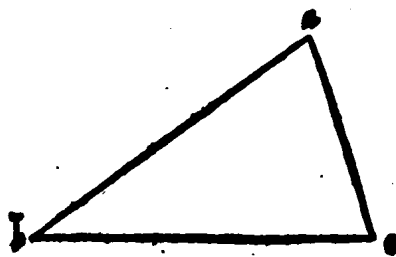
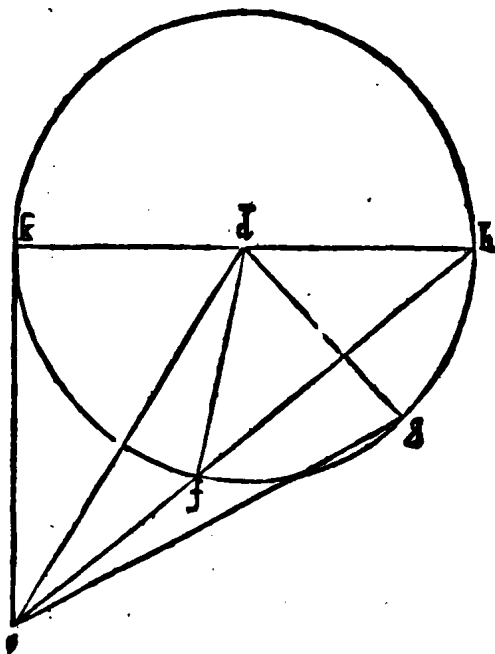
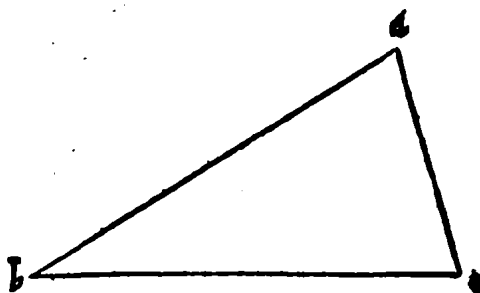


I ME A quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autē Philosophus. nam sciēdum est quòd ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor, proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnus Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erūt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessario supra subtendentem quæ vltimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ vltimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extra, vel super ipsa subtendente vltimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiauit. Cum autē indeterminatè aliquid affirmamus, i quibus fieri potest ipsum intelligimus, nō aut in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quòd aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quòd tantū virum deceptum ostēdat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quòd cum ait incertus Autor in æquicru-

quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, vt quæ vltimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula abc , dfe æquicrura ita, vt Latus quidem ab æquale sit Lateri bc , & Latus ac , vtroque minus: Latus verò df æquale Lateri fe , & Latus de , vtroque maius. & sit Latus ab æquale Lateri ed , & Latus ac , Lateri df . nec non Angulus bac , maior Angulo edf . Ponatur autem Angulus edg æqualis Angulo bac , & protrahatur ipsa dg , ponaturque æqualis ipsi ac , & connectatur ipsa eg . Dico quòd fieri potest vt ipsa eg , & supra ipsam ef , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d , interuallo autem Linea df , Circulus describatur, quem aut tangit Linea ef , aut secat. Tangat primum. Linea igitur dg in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa eg supra ipsam ef cadet. Secet autem ipsa ef Circulum vt habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea ef , quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa dg , ipsi df æqualis est, necessariò in Circuli Circumferentia cadit. Aut igitur inter fh Signa in Circumferentia cadit, aut in Signum h , aut vltra h Signum. At qui fieri non potest vt in Signum h , aut vltra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f , & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h , neque vltra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primum in Signum h , vt ipsa dh , & producat ipsa hd in directum vsque ad Signum k , & connectatur Linea kc , quæ tangat Circulum,

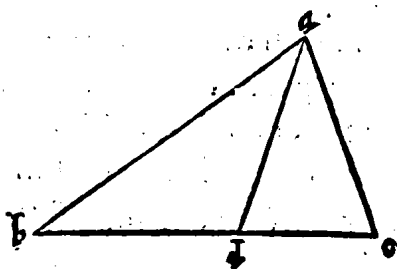


in Signo k. Quoniam igitur
 duæ k d, d e duabus e d, d h æ-
 quales sunt, Basis autem e h,
 Basi e k est maior, Angulus sa-
 nè e d h, Angulo e d k maior
 est. Verùm Angulus e d k ma-
 ior est Angulo e h d. Multò
 maior igitur est Angulus e d h,
 Angulo e h d. & Latus ergo
 e h, Latere e d maius est. Erat
 autem & æquale, Triangulum
 siquidem æquicrus supponeba-
 tur, quod fieri non potest. non
 cadet ergo in Signum h, recta
 Linea d g. Eodem sanè modo
 ostendemus quòd neque ultra
 ipsum ipsdem existentibus sup-
 positionibus cadere potest. Ne-
 cessariò igitur inter Signa f h in
 Circunferentia cadit, secantque
 se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Li-
 neæ. Ipsa ergo e g protracta
 magis remota quàm ipsa e h à
 Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum
 erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cade-
 re potest. Reliquum autem est ostēde-
 re quòd fieri potest, vt etiam super ipsa
 subtendente quæ vltimò protracta est
 recta Linea cadat. Sint itaque duo
 Triangula æquicrura a b c, d e f vt ca,
 quæ superius descripta sunt, & sit qui-
 dem vterq; Angulorum b a c, a c b re-
 liqui duplus, itemque duplus Anguli
 e d f. hoc enim fieri potest, constituatur
 aut ad d e recta Linea, ad Signūque in
 ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b
 a c, & ponatur cuius Linearū a c, d f æ-
 qualis ipsa d g, cōnectaturq; Linea e g.
 Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



Ita fg ipsi ef in directum est, ipsaque eg postremo protracta, super ipsa efg velis. nolis cadet. Primum igitur ostendendum quod in directum est ipsa gf , ipsi fe , vnaque est recta Linea ipsa efg : postea verò, quod super ipsa cadit recta Linea eg , postremo protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quedam, quæ talis est. Si Trianguli æquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basi Trianguli, quod initio erat, itemque alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquum est. Sit Triangulum abc æquicrus habens vtrunq; eorum, qui ad ac Basim sunt Angulorum reliqui duplum, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectam Lineam ad , & ducatur ipsa ad ad Latus bc . Dico quod æqualis est recta Linea ad vtrique rectarum Linearum ac, db .

Sumptio.

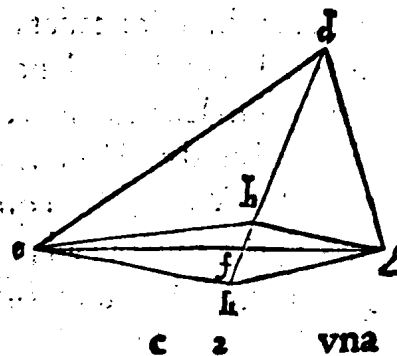
Demò Si
tionis.

Quoniam Angulus bac duplus est vtriusq; Angulorum bda, abd , Angulus bda , Angulo abd æqualis est. Acquale igitur est & Latus ad , Lateri db . Rursus quoniam Trianguli abd externus est Angulus adc , duobus internis, ex oppositoque iacentibus, ipsis nempe abd, bda est æqualis, qui ipsi bac æquales sunt. Angulus ergo adc , Angulo bac inæqualis non est. At ipse bac , ipsi acb est æqualis. æquicruris. n. Triangulum abc supponebatur.

Angulus igitur adc , Angulo acd æqualis est. & Latus ergo ad æquale est Lateri ac . Ostensum est aut ipsi etiam db æquale. Recta igitur Linea ad vtriusq; ac, db rectarum Linearum æqualis est, quod

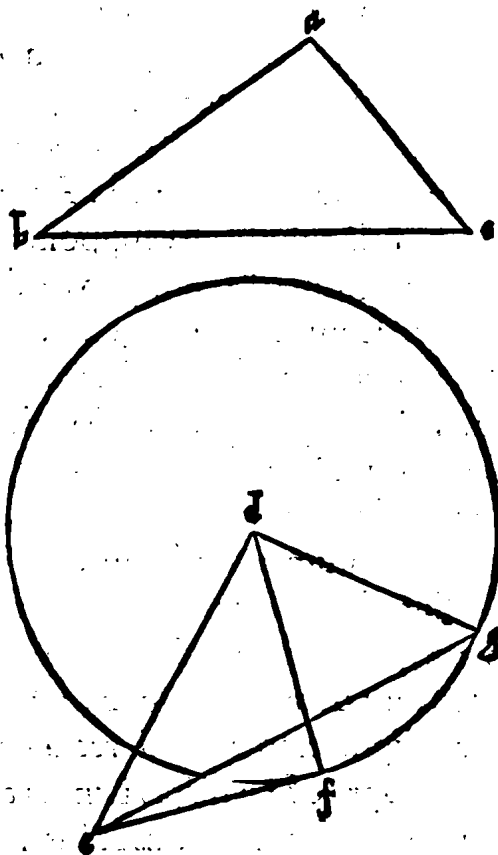
Propositi
Demò.

oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa gf in directum non est ipsi fe , sed sunt duæ Rectæ ipsæ ef, fg , ducatur à Signo e , ad g Signum recta Linea, quæ aut supra ef, fg rectas Lineas cadit, aut infra. nã super duabus rectis Lineis



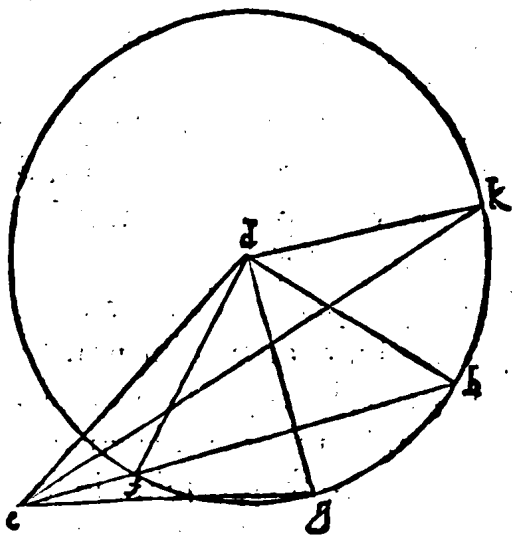
vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f. secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e : & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basì e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g equicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producaturs ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quòd est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cadet. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cum autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiuscemodi igitur Aequicruribus, quæ hoc modo se se habent recta quæ vltimò protracta est Linea, neq; suprà, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quòd aliter se se habentibus huiuscemodi Aequicruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdēte cadat. Sint ergo duo Triāgula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri equalia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstima-

Demò in
Scalenis.



tur itaq; ad rectam Lineam de , a d Signumque in ea d , Angulo bac æqualis Angulus edg , & ponatur cuius ipsarum ac , df æqualis ipsa $d g$, & connectatur $e g$. Dico quod fieri potest ut ipsa $e g$ & supra ipsam ef , & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d , interuallo autem df Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa ef , & tunc recta Linea $e g$ supra rectam Lineam ef cadet, ut in Acquiruribus ostensum est: aut secat ipsum. Secet, & producat in directū ipsa ef quousq; secet rursus Circulum in h Si

gno. Aut ergo ipsa $d g$ inter Signa fh in Circunferentiam incidit, & sic ipsa $e g$ infra ipsam ef cadet: aut in Signo h , & tunc ipsa $e g$ super ipsa ef in directum cadet, ut ipsa eh : aut ultra h Signū, ut ipsa dk , & sic ipsa $e k$, hoc est ipsa $e g$ supra ipsam ef cadet. In Scalenis ergo Triangulis quæ ultimo producta est recta Linea non solum supra subtendentem, verum etiam infra, itēque super ipsa cadere potest, quod erat demonstrandum.



Non erravit igitur Proclus maximus quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinavit, sed simpliciter enuntiavit. Assumemus autem ex his Triangulorū cum ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea, quæ sunt proportionē. quoniam enim Mathematica genera, & species Fine, & Infinito participant, siquidem ab ipsis etiā scaturiunt, alia quidem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per misionem utriusque subsistunt. & quæ quidem ex Fine orta sunt, terminum, & statum, & identitatem, & equalitatem, & similitudinem feruant: quæ autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, & varietatem, omnisque generis diuersitatem in se se ostendunt: quæ verò per misionem utriusque gignuntur, partim quidem Finis naturā propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter deteriore seriem indicant. Non immerito igitur propter hæc cum Trilateræ etiā Figuræ per illa principia constituentur, Finis quidem Ratio æquilatrum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantum,

Digressio

&

Triangulo
rū ad sua
principia
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inequalitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mistæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præsens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatera esse non possunt (hoc siquidē inequalitatē ostēdit, illa autē ab æqualitate vndique scitent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut non similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quam in æquicruribus. in scalenis .n. quæ postremo protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autē necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quam ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quam illorum Constructio est. Iurē igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quam in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quam æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanē diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inæqualitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurium siquidem duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quæ vndeque immoderatione, & inequalitate, omnifque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verum de his quidem hæc tenus.

Pulchra
Triangulo
rum iuxta
Pythagoreos
ad ea
quæ sunt
comparatio.

Finis
Scholii

Corollarium ex Scholio.

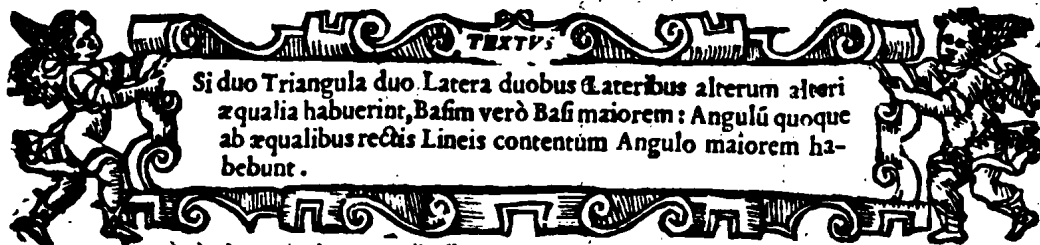
Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vnus duplex fuerit Angu-
li

li Verticalis alterius, necessariò quæ vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit : cū autem maior quā duplus, infra ipsam : cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVNTVR PROCLI

Commentarij

Propō 25
Theo. 16.

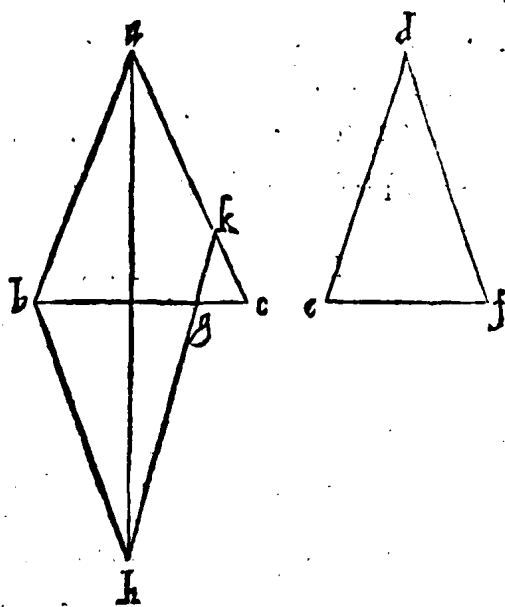
PRæfens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum : iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumquæ æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostētionibus : in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens : interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusquæ e conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verū ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere ips, qui discendi tenentur desiderio idimitemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula abc, def duo Latera ab, ac duobus Lateribus de, df æqualia habentia alterum alteri, Basimquæ bc , Basi ef maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi bc , Basi ef æqualis, quæ sit bg , & constituatur ad b Signum Angulo def , æqualis Angulus gbh , & ponatur bh ipsi de æqualis, & connectatur hg , & producaturs vsque ad k Signum, cōnectaturquæ ah . Quoniam itaque

Cóm. 30.

Demōstratio
Menelaus
Alexandri.

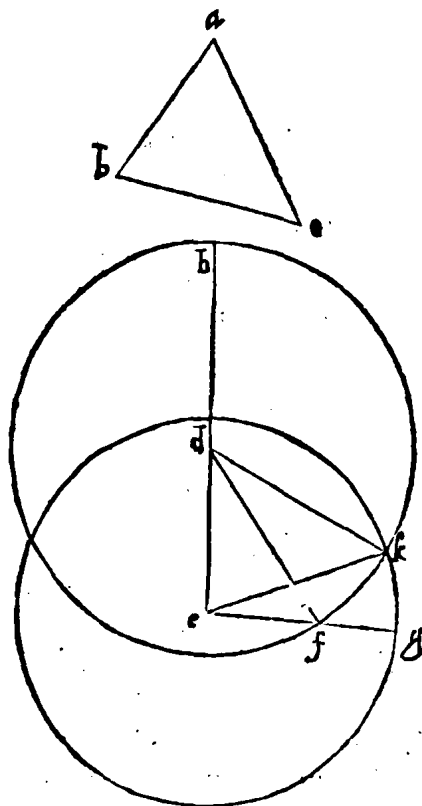
que

que bg æqualis est ipsi ef , bh autem ipsi ed , duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales continent. Ipsa igitur gh , ipsi df æqualis est, et Angulus bhg Angulo edf inæqualis non est. Et quoniam gh æqualis est ipsi df , ipsa autem df , ipsi ac , ipsa quoque gh , ipsi ac æqualis est. Maior est igitur hk , quàm ac , quamobrẽ multò maior quàm ak . Et Angulus ergo kah , Angulo kha maior est. Rursus quoniã æqualis est ipsi ab , ipsa bh , ipsi nanque de est æqualis,



Heronis
Mechani-
ci Demõ.

Angulus bha , Angulo bah æqualis est. Totus igitur bhk Angulus toto bac Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d , ostensus est. Angulus ergo bac , Angulo, qui est ad d Signum, est maior. Talis quidem Menelai Demõstratio est. Heron autem Mechanicus hoc modo non per impossibile idem ostendit. Sint duo Triägula abc , def , eedẽque sint suppositiones. & quoniam bc maior est quàm ipsa ef , producat ef , & ponatur ipsi bc , æqualis eg , similiterque protrahatur de , & ponatur ipsi df , æqualis dh . Circulus igitur, qui Cẽtro d , interualloque df describitur transibit etiam per Signum h . Describatur ut fk h . & quoniam ac , ab maiores sunt ipsa bc , hæ autem ipsi e h æquales sũt, & bc , ipsi ge , Circulus, qui Centro quidem e , interuallo autem eg describitur, secat ipsam eh . Secet ut ipse gk , & connectantur à communi Circulorum scẽtione ad Centra rectę



Lineæ kd , ke . Quoniam itaque d Signum. Centrũ est Circuli hk f ,
ipsa

ipsa $d k$, ipsi $d h$ æqualis est, hoc est ipsi $a c$. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli $g k$, ipsa $e k$ ipsi $e g$ æqualis est, hoc est ipsi $b c$. Quoniam igitur $d u x a b$, $a c$ duabus $d e$, $d k$ sunt æquales, & $b c$ Basis, $e k$ Basi, Angulus quoque $b a c$, Angulo $e d k$ est æqualis. Angulus ergo $b a c$, Angulo $f d e$ maior est.



Propo 26
Theo 17.

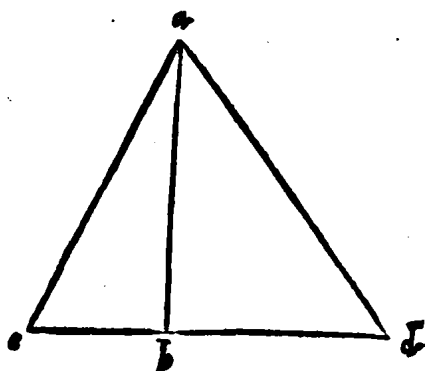
Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaque Angulos quidem æquales cum accepisset Euclides, Latera quoque Triangulorum non potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaque spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim æquales habeant. Sola verò Latera æqualia cum supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauum Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimque Basi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiolorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessario consequentem, nullaque Demonstratione egentem. Latera autem, atque Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contra vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiã vno Latere, vnoque Angulo plures. Verum vnum Angulum, vnumque Latus cum accepisset, Propositum minimè ostendit, reliquorum scilicet æqualitatem: fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumque Angulum æqualia existentia, quò ad reliqua prorsus inæqualia sint. Sit enim recta Linea $a b$ Perpendiculariter erecta super rectam Lineam $c d$, sit autem maior $b d$ quam $b c$, & connectan-

Côm. 31.
Pulcherri
ma cõpa-
rationis
Triangulo-
rũ Diuisio

d tur

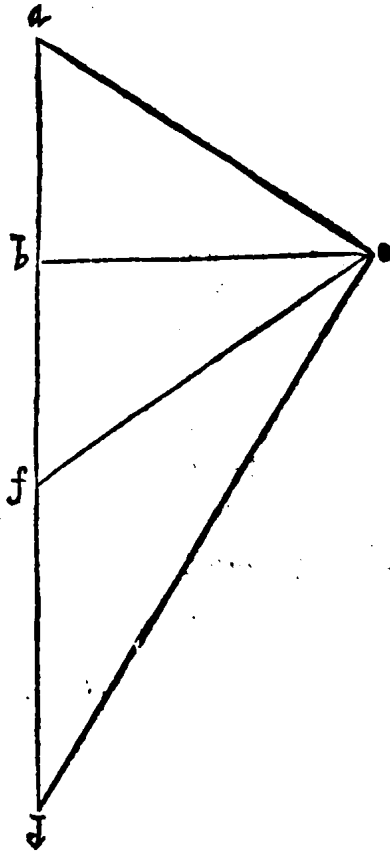
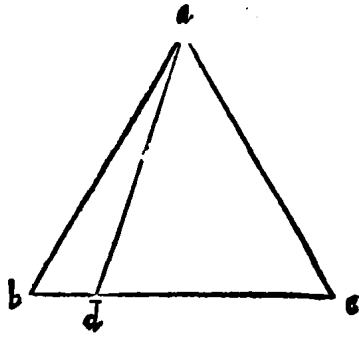
tur a c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præsens Theorema. Vnū verò Latus, & tres Angulos æquales iterum supponere superuacuum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū, duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstravit. Vnum autem Angulum, & tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantū equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inualidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quēadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verū aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsentī Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatere a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo

Trian-



† decētib.
bus.

Triangula duo Latera $a b$, ad duobus Lateribus $a c$, $a d$ æqualia habentia, vnūque Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verūm nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus $b d$, Lateri $d c$. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præfens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectangulum $a b c$, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latusq; $b c$ maius Latere $b a$, & producat $a b$, & cōstituatur ad rectam Lineam $b c$, ad Signumq; in ea c , Angulo $b a c$, æqualis Angulus $b c d$, & coincident $b d$, $c d$ productæ vsq; ad Signum d . Duo itaq; Triangula, sunt $a b c$, $b c d$ vnum Latus $b c$ commune habentia, duosq; Angulos duobus Angulis æquales $a b c$ quidē, ipsi $c b d$ (Recti. n. sunt) $b a c$ autem, ipsi $b c d$. sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum $b d c$ maius Triangulo $a b c$. causa autem est quoniam commune Latus $b c$ in Triangulo quidem $a b c$ vnum equaliū Angulorū subtēdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò $b c d$, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum $b c d$, Triangulo $a b c$ maius non est: constituatur. n. ad rectam Lineam $b c$, ad Signumq; in ipsa datum



d z c,

Porphy-
rius.
Eudemus
in Geome-
trici enar-
rationib⁹
ad Thale-
tem hoc
Theore-
ma refert

Epilogus
primæ se-
ctionis pri-
mi lib. E-
lemento-
rum Eucli-
dis.
Documē-
tum.

Palehra
confide-
ratio.

c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterū alteri æquales habentia, vnūque Latus cōmune equalibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autē æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoque diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præsens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisissorūque causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas re-
darguentes. & huc vsque finem habere Elemētorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Con-
stitutiones, æ Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Compa-
rationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ cir-
ca existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quan-
titatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem.
Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quod vnumquodque sibi
ipsi idem est, à se ipsoque discrepat, propter eam, quæ in ipso est mul-
titudinem: omniaque eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa.
etenim tum in vnoquoque Triangulorum, tum in pluribus vno Triā-
gulis æqualitas, inæqualitasque reperta fuit.

213

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



E TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipue quidem de Parallelogrammis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijis quoq; doctrinam afferens.

Continua
tio Libri.

diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium : & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipue quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrammorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipse quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

In cō. 18.
Libri 2.

Inferius i
Propōne
35.

Propō 33.

te.

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur : ex connexionem autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

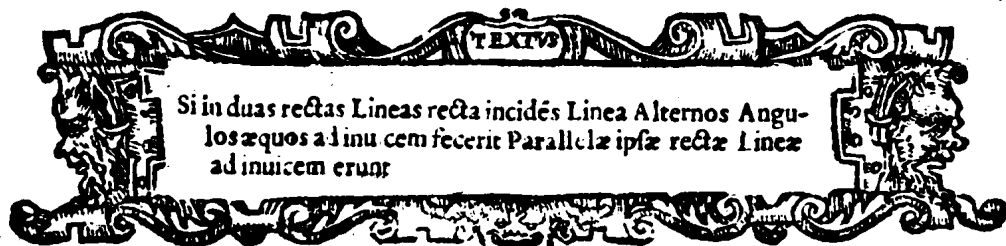
Tria, quæ
Parallelis
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed unumquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum unum quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse : alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales : reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueverunt, uniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apolloni
† Nicodemus.
Hippias.
Perseus.

SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propo 27
Theor. 18



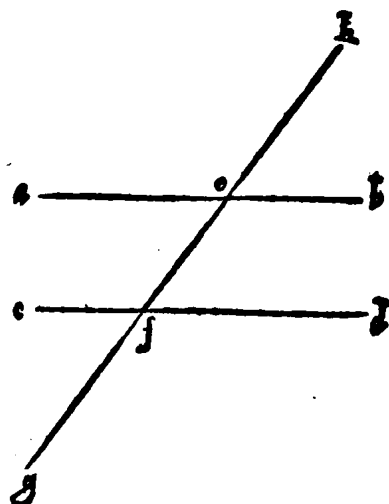
Côm. pri-
um.

IN præfenti quidem Theoremate tãquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematis, quæ in Plano considerantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim, obstat in modum literæ X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent
rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. In lib. 2.
in com. 7.

Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasquē incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò qd alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternim Angulos appellat. Notandū

Dico autē, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidētequē in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēquē Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alternos, commutatoque ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem.



Qui sint
Alterni
Anguli.

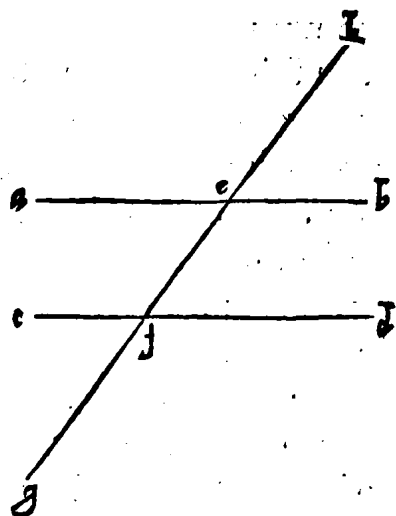
Documē-
tum.

Diuisio
Sympro-
matū Pa-
rallelarū
Linearū.

Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrā pones, vt ipsos b e f, & c f d, vel ipsos a e f, & c f c: aut ambos extrā, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrā, alterum verò extrā, vt ipsos h e b, & c f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & c f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrā pones,

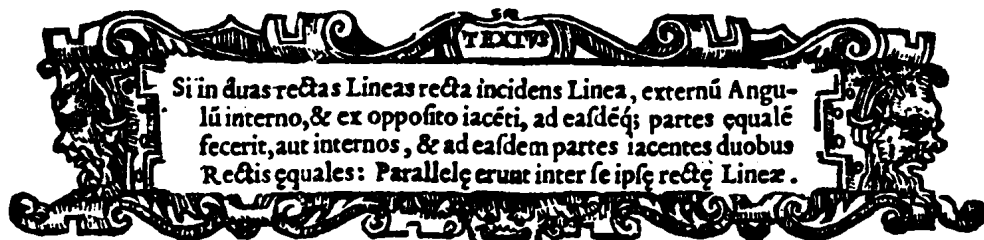
Anguli in
Parallelis
sex modis
sumuntur.

nes, ut ipsos $a e f$, & $e f d$; vel ipsos $c f e$, & $f e b$: aut vtruncq; extrà, ut ipsos $a e h$, & $d f g$, vel ipsos $h e b$ & $c f g$: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocquē rursus quadrupliciter. aut enim ipsos $a e h$, & $e f d$: aut ipsos $h e b$, & $e f c$: aut ipsos $g f c$, & $f e b$: aut ipsos $g f d$, & $f e a$ pones. & præter has alia Sumptio non est. Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequētia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdē sunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita ut h , qui extrà ambo sunt, & g , quorum vnus quidē extrà, alter verò intrà, prætermis si sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intrà sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrà, alter verò extrà, quos æquales esse dixit, vna sanē Sumptione relicta, quæ ambos extrà supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermis sas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extrà Anguli $h e b$, $d f g$, dico q̄ hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim $d f e$, Angulo $h e b$: & Angulus $b e f$, Angulo $d f g$ æqualis est. Si autem Anguli $b e f$, $e f d$ duobus rectis æquales sunt, Anguli etiā $d f g$, $h e b$ duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdē partes Anguli $a e h$, $e f d$, quorum alter quidem sit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus $a e h$, Angulo $b e f$ æqualis est, Anguli autē $b e f$ & $e f d$ duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque $a e h$, & $e f d$ duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, ut Anguli $a e h$, $d f g$, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli $a e h$, & $b e f$ ad inuicem æquales sunt, Angulus autem $d f g$, Angulo $b e f$ est æqualis, Angulus igitur $a e h$, Angulo $d f g$ inequalis non est. Si igitur quæ in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cōsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequuntur. præter hoc, quòd in quibus quidem hæc Geometra suscepit iuxta quidem duas



duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales: in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cum enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non imeritò quæ prætermittæ, ipsæ, quæ memoria dignæ factæ sunt sumptionibus è contrario se habent. Videtur autem Geometra hasce suppositiones elegisse, quæcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex his quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit: ex his verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuitasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

*Cur tres
sumptio-
nes Angu-
lorū Eucli
des præter-
miserit.*



Si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, externū Angulū interno, & ex opposito iacētī, ad easdēq; partes equalē fecerit, aut internos, & ad easdem partes iacentes duobus Rectis æquales: Parallele erunt inter se ipsæ rectæ Lineæ.

Propō 28
Theo. 19.

Præcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat: hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extra] & [intra] Angulos separat, altera verò ambos intra supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, triaque Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in præsentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Quenam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cóm. 2.

Dubitatio

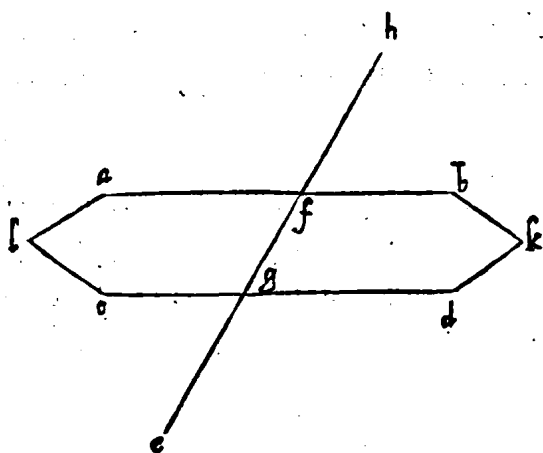
Hierapoli-
ta Aeneas
cōpendiū
Elemento-
rū scripsit.

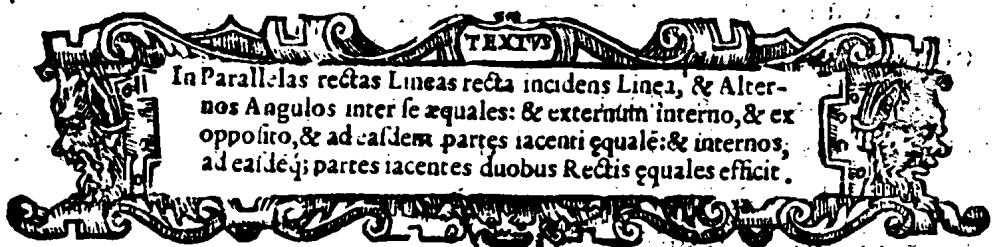
Solutio

e pro-

Prolemzi
Demōstra
tio i libro,
cui titulus
est Rectas
Lineas ab
angulis mi
noribus, q̄
duo Recti
productas
coincidere.

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam præcedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt; hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verum quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quod internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex his, quæ scripta sunt. Ptolemæus aut in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ $a b$, $c d$, secetquæ ipsas quædā recta Linea $e g h$, ita vt Angulos $b f g$, & $f g d$ duobus Rectis æquales efficiat, dico quod ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur $b f$, $g d$ rectæ Lineæ in Signo k . Quoniam itaq; recta Linea $e f$ sterit super rectam Lineā $a b$, Angulos $a f e$, $b f e$ duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam $f g$ super $c d$ sterit, duobus Rectis æquales efficit $c g f$, $d g f$ Angulos. Quatuor igitur, $b f e$, $a f e$, $c g f$, $d g f$ quatuor Rectis æquales sunt, quorū duo $b f g$, $f g d$ duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur $a f g$, $c g f$ hi quoq; duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ $f b$, $g d$ duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur $f a$, $g c$ dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq; $a f g$, $c g f$ æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincident itaque rectæ Lineæ $f a$, $g c$ in Signo l . Duæ igitur $l a f k$, $l c g k$ rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt.





In Parallelas rectas Lineas recta incidens Linea, & Alternos Angulos inter se æquales: & externum interno, & ex opposito, & ad easdem partes iacenti equalē: & internos, ad eandēq; partes iacentes duobus Rectis æquales efficit.

Proposi-
tio 9.
Theo. 20.

PRæsens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in utroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aut in illis Data sunt, ostendere proponit. & hæc etiam Conuersorum differētiā silētio prætereūda nō est, q̄ omne, quod cōuertitur, aut vnū vni cōuertitur, vt quīto sextū: aut pluribus vnū, vt p̄cedentibus quod in præsētia proponitur: aut plura vni, vt paulō post nobis manifestū erit. In præsenti autē Theoremate primum Elementorum institutor hac Petitionē vsus est, quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitū producuntur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ antē Theoremata sunt dicebamus, quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidentis esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est: Theorema enim illud, quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiae certum Signum non est, eò quod aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cū hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore vt Petitiō assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ a minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. ostenditque ipsum cū multa præassumpsisset eorū, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocque veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vnū autē hoc quoq; est eorum, quæ præostensa sunt, quod ait rectas, quæ a duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quod Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam
Conuerso-
rum diffe-
rentia.
In cō. 32.
Propōnis.

Quia Pe-
titiō.

In lib. 3. i
cap. 1. & i
com. 3.

In fine se-
cūdi lib. et
in cōm. 3.
libri tertii
Digressio.
Quæ Pro-
lemæus di-
cat in suo
Libello.

Secūda ps
Propōnis
28.
Conuersa
secūde par-
tis 28. Pro-
pōnis, &
tertia 29.
pars.

Flagitiosa
Prolemæ
rôcinatio.

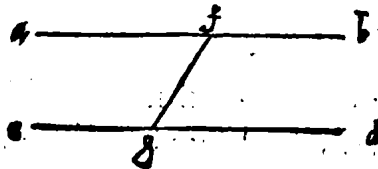
Demô ter-
tiz Partis
huius Theo-
rematis se-
cundû Pto-
lemæum.

Demô qui-
tæ Petrio-
nis secûdû
Prolemæum

Alia quin-
tæ Petrio-
nis secun-
dum Pro-
lemæum ac-
curatior
Demô.

ab vna recta Linea secantur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in

ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis maiores non efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiam

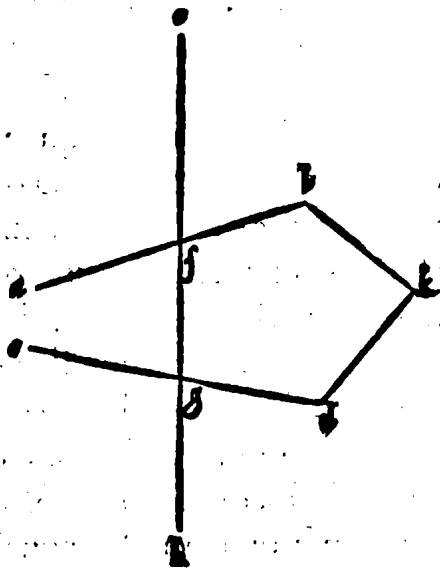


Rectis idem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quam f b, g d. Quãobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficit. Verum ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quod quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præ-

ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad utrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verum ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficit. lidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest.

Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

funt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectæ Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quod itaque non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidunt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Trianguli ergo g f k externus



interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hæc partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, capriosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quod recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtrisque partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuisio est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoque aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quod non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdem partes in vtrisque partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hæc suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum sup-

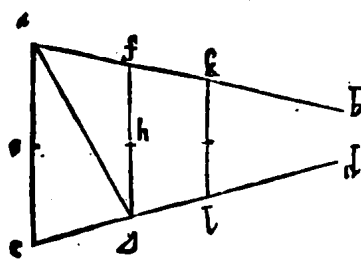
Aduersus
Ptolemæū

Primū fun-
damentū.

Secūdum
fundamē-
tum.

posi-

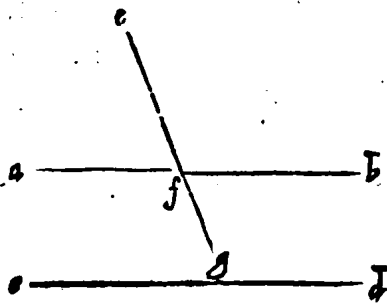
dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea ducatur : si verò possibile, connectatur . Quoniam itaque Anguli $f a c$, $g c a$ duobus Rectis sunt minores, manifestum est quòd Anguli etiā $ig a c$, $g c a$ multò magis duobus Rectis minores sunt. Lineę rectę igitur $a g$, $c g$ in Signo g coinciderunt ab Angulis productę, qui duobus sunt Rectis minores . Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quę à minoribus quàm duo Recti producuntur non coincidere . Verū enim uero quòd aliquę quidem rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de omnibus hoc quęrere sermo videatur . dicat enim aliquis indefinita duorum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantā diminutionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem perspicere quęrit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facientes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum productę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit . ostendit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiā productę sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas interiacens infinitum erit . finito siquidem existente, fieri potest vt distantia augeatur . Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt . Omni igitur finita Magnitudine maius interuallum rectę, quę in infinitum producuntur Lineę ab inuicem distabunt . Hoc sanè præsupposito, dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam recta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelę $a b$, $c d$, secetq; ipsam $a b$, recta Linea $e f g$. Dico quòd ipsam quoq; $c d$ secabit . cum enim duę rectę Lineę sint, quę ab vno Signo in infinitum producuntur, ipsę nempe $b f$, $f g$, omni Magnitudine maiorem habent distantiam . Quapropter hac quoq;, quę tanta est quantū est interuallū, quod inter Parallelas adia-



Aliquę rectę 11 ex à minoribus a duo Recti productę coincidunt. & a liquę non coincidunt. & hæc est p̄p̄ia Aut̄oris opinio . Pronuntiatū, quo vs^o est et Aristoteles. i. de cęlo tex. 35. Oitēsiso Aristo.

Sumptio.

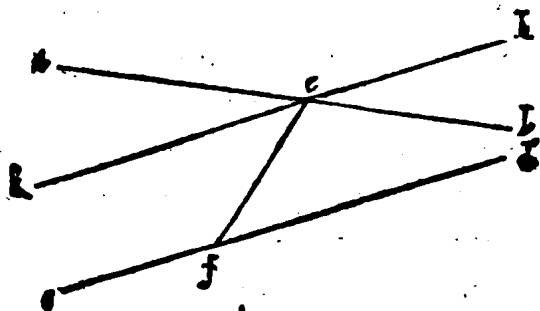
Demō Sūptionis.



cet.

Quirę Pe-
titiõis pul-
chra De-
mõ.

cet. Cũ igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa fg ipsam cd secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquã quoq; secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sine enim duæ rectę Lineę ab, cd , cadatq; in ipsas recta Linea ef Angulos bef, dfe duobus Rectis minores efficiēs. Dico quòd rectę Lineę hisce in partibus coincidēt, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cũ enim Anguli bef, dfe duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, $he b$ Angulus, & producat he ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas hk, cd , recta Linea ef cecidit, internosq; Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet hef, dfe , rectę Lineę hk, cd Parallelę sunt. & secant ipsam kh , ipsa ab . Secabit igitur & ipsam cd , per sumptionem, quæ p̄uõstensa est. Coincident ergo rectę Lineę ab, cd ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.



Propõ 30.
Theo. 21.

Quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę.

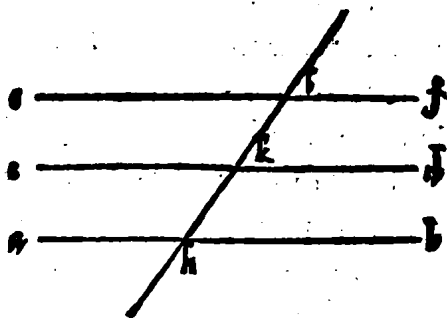
Cõm. 4.

Primũ p-
nuntiatiũ.
Propõ 21.
sexti Ele-
mentorũ.
Propõ 11.
quinti Ele-
mentorũ.

Documẽ-
tum.

CONFUEUIT Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versan-
tur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eun-
dem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoq; dicebat, Quę
eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusq; dicit, Quę
eidem similia, & inter se sunt similia, & Quę eidem Rationi cædem,
ad inuicem quoq; eędem sunt. Hoc modo igitur nunc quoq; demon-
strat quòd quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Paral-
lelę. Accidit autem nō in omnibus respectibus hoc verum esse. non
enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoq; dupla sunt: nec quę eius-
dem sesquialtera, ad inuicem quoq; sesquialtera sunt, sed in illis solis
locum habere videtur, quęcunq; vniuocẽ cõuertuntur, in equalitatę,
in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallele Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum equali equalis, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. + ipse nanque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæ similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallele. Fieri autem potest ut qui etiam situm iā permutauit, idem ostendat hñdem vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum vsus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, vtrunque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k equalem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur c d, e f, Parallelae sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelae, & inter se igitur Parallele sunt, dicemus quod a h, h b vnius Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum recte, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallele sunt. Exēpli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallele. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idemque redibimus.



In quibus respectu identitatis consequentia verificatur. tex. græcus sic habet + ipsa namque Parallelae si dici potest similitudo. Finis Documenti.

Casus huius Problemat.

Dubitatio

Sol.

Notandum.

f Per

Propo 31.
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam
Lineam ducere.

Cōm. 5.

Documē-
tum.

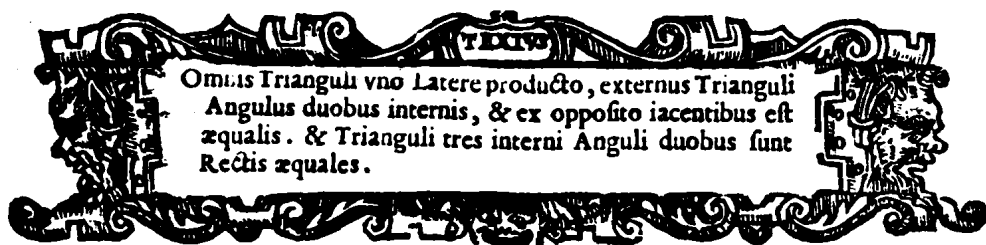
Cōmunita-
tes huius, &
duodecimi Proble-
matis.

In cō. 22.
lib. tertii.

Differētiæ
huius, &
duodeci-
mæ Propo-
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vñs enarrasse, & cognovisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectæ Lineæ Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est ut Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicavit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hic verò Parallelam. Verum illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallele erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum observare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectæque Lineæ distantiam, quantum enim datum Signum

Signum à data recta Linea distat, tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.

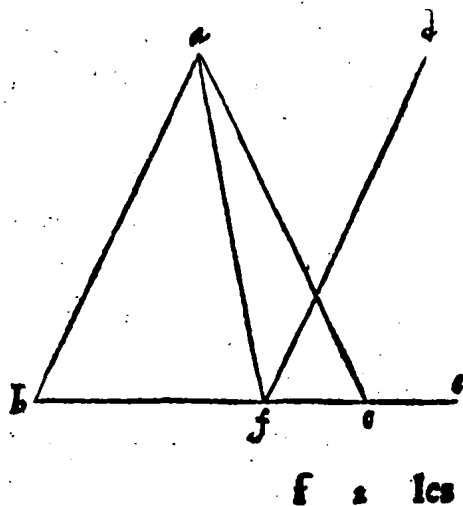


Propo. 32
Theo. 22.

Quantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quantum maior. ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est. nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quantum etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit. nec propterea superuacua illa esse dicemus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire. Veruntamen Elementorum quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quærentur ostendit. fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hocque reliquum probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur abc Triangulum, & producaturs Latrus bc usque ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa bc , quod sit f , & conectatur af , & per Signum f Parallela ducatur ipsi ab , ipsa fd . Quoniam itaque fd , ipsi ab Parallela est, in ipsasque incidit recta Linea af , & recta Linea bc , Anguli Alterni æqua

Respondet
tacite obi
ectioni.

Casus hui
us Theo.



les sunt, necnon externus interno. Totus igitur $\angle f c$ ipsis $\angle f a b$, $\angle a b f$ equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam $\angle f b$ æqualis est Angulis $\angle f a c$, $\angle a c f$. Duo igitur $\angle f b$, $\angle a f c$ tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe $\angle f b$, $\angle a f c$. Verum ipsi etiam $\angle a c f$, $\angle a c c$ duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur $\angle a c f$. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaque quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autem

Pythagorei inueniunt hoc Theo. referente Eudemo.

Pythagoreorum De monstratio

Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utique omne Triangulum internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit.

Sit Triangulum $a b c$, ducaturque

per Signum a ipsi $b c$ Parallela $d e$.

Quoniam igitur rectæ Lineæ $b c$, $d e$ Parallelae sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem $\angle d a b$ Angulo $\angle a b c$, Angulus autem $\angle e a c$ Angulo $\angle a c b$. Communis addatur Angulus $\angle b a c$. Anguli igitur $\angle d a b$, $\angle b a c$, $\angle e a c$ hoc est Anguli $\angle d a b$, $\angle b a c$ hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt.

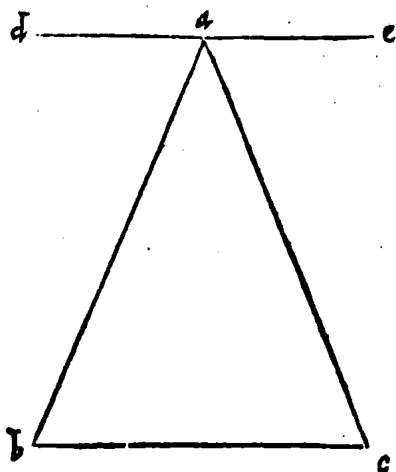
Tres ergo Trianguli Anguli duobus

sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur insuper tradere.

Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertium Conuersorum differentiam, quod superius perit. Conuersum præsentis.

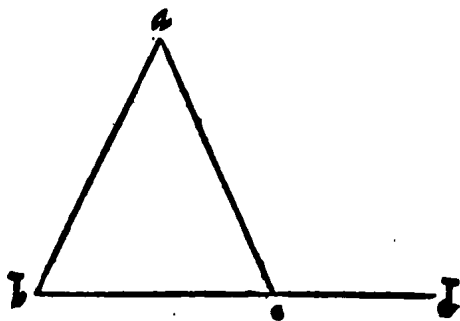
Conuersum. primæ partem, & eius demonstratio.

duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplex est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaque externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extra est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum $a b c$, externusque Angulus $\angle a c d$



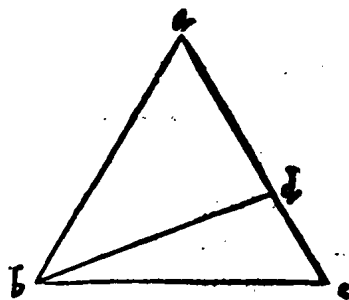
æqua-

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus bc productum est vsq; ad d Signum, vnaque recta Linea est ipsa bcd . Cum enim Angulus acd internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus acb . Anguli igitur acd , acb tribus Angulis Trianguli abc æquales sunt. At tres Anguli Trianguli abc duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur acd , acb duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad cuiusque Signum due recte Linee consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt: Recta Linea igitur bc rectæ Lineæ cd in directum est. Sit rursus quædã Figura rectilinea abc tres habens Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet a, b, c , dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa ac . Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusque abd, dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb, cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus qd Latus etiã ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulũ ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulũ $abcd$, & super Latere ab ,



in directum est. Sit rursus quædã Figura rectilinea abc tres habens Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet a, b, c , dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa ac . Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusque abd, dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb, cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus qd Latus etiã ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulũ ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æqua-

Cõuersũ
secundæ
partis, ei
q; Demõ-
stratio.



les rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulũ $abcd$, & super Latere ab ,

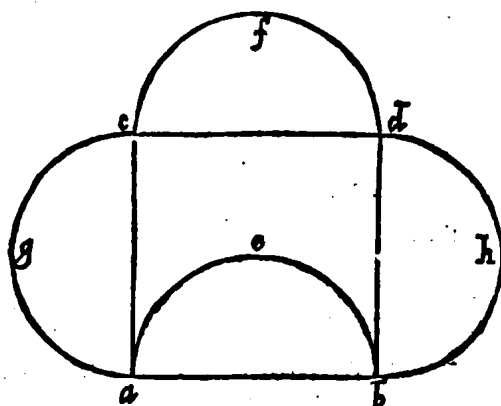


Figura ex
Circunferẽ-
tijs cõstru-
cta, quæ
hæt inter-
nos Angu-
los duobus
Rectis æ-
quales. sũt autem
& alię cur-
uilineę Fi-
gure, quæ
hoc pati-
untur.

gulos

In lib. 3.
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,
i qua sunt
quatuor
pulcherr
mę cōside
rationes.

Prima.

Plato i Ti
mæo.
† recta.

Secunda.

Semicirculus a e b intrā describatur ; super alijs autē Lateribus extrā, qui sint f, g, h. Figura igitur, quę à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hęc de Conuerfis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumq; consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resolvitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod † rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæq; autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resolvitur. Si Quadrilatera est in duo : Si quinq; Laterum, in tria : Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissolvitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita : omnis verò quinque Laterum, sex, hocq; consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summarim dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrā cōstituuntur Rectis quatuor æquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrā sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

tur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reli-
 qui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera
 fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum inter-
 ni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æqua-
 les sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex
 autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æqua-
 les sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem Tertia.
 illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem
 Triangulum vnumquench Angulum duarum Recti Tertiæ habet : æqui-
 crus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Re-
 cti dimidios habet, vt Semiquadrangulum : scalenum autem, nempe
 Semitriangulum, quod fit in æquilatelo Triangulo Perpendiculari
 ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem ha-
 bet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiæ, qui æquilate-
 ri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessariò tertiæ partis Recti.
 oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re
 adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam
 nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd inter-
 nos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod Quarta.
 ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de
 Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod
 ipsum considerans : Quemadmodum igitur omni Figuræ termina-
 tam esse per se, & primū inest, ita † rectilineæ licet non omni Figu-
 ræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta
 etiam communes notions huiusce Theorematis veritas nobis occur-
 rere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad An-
 gulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexe-
 rimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos im-
 minuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum
 adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod ab-
 stulerunt, necessariò tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt. Exéplū fa-
miliarissimū Arist.
† Triangulo
Iuxta etiā
cōes no-
tiones ve-
ritas p̄sen-
tis Theo-
rematis ap-
paret. simi-
le dixit in
cōm. 22.
lib. 3.



Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes
 easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelae sunt.

Propō 33
 Theo. 23.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogrā- Cōm. 7.
 morūque

Superius
cap. 1.

Diligētia
proponis.

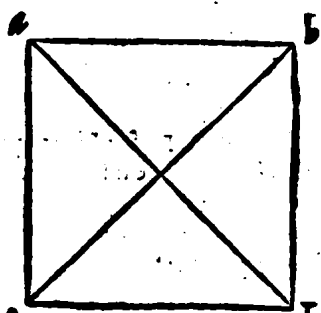
Primò.

Secundò.

† ad illa-
rū aut Pa-
rallēla po-
sitionē, ha-
rū equali-
tate.

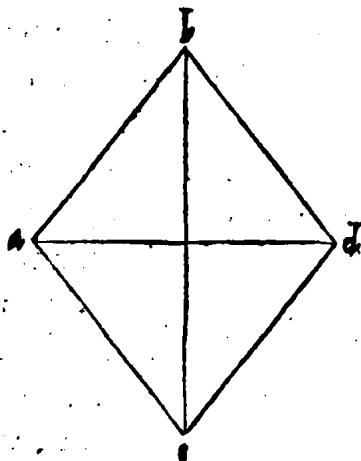
Tertiò.

eorumque considerationis esse dicebamus. æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogramorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogramum tum ex ijs, quæ initio ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ æquales coniungunt, æquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd nec hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autem positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, æquales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem æquales, quandoque quidē fieri potest, quandoque verò minime. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes æquales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui æqualia, & Parallela dictorum Spatorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-

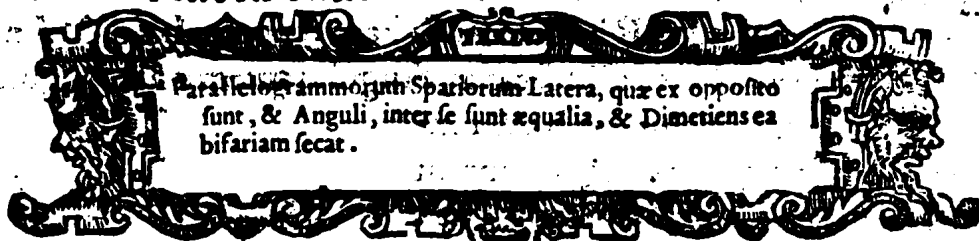


tem

tem Rhombus, vel Rhomboïdes, horum Dimentientes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim $a b$, ipsi $c d$ æqualis sit, communis autem $a c$, Angulusque $b a c$, Angulo $a c d$ inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censeret ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis $a c, b d$ suppositis, ipsas $a d$, & $b c$ coniungentes accipiamus, sed ipsas $a b$, & $c d$. hasce enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas vero, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo vero, & Rhomboïde nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogrammorum Spatiarum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

Propo. 34.
Theo. 24.

Cum ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrammum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hæc itaque tria per se Parallelogrammis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentium æqualitas, Spatiarumque per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quòd ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisque Area. Quatuor autem Parallelogrammis existentibus, quæ in

Com. 8.

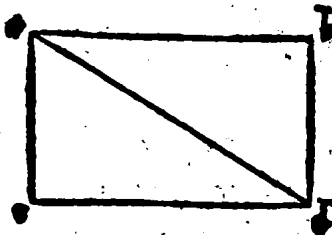
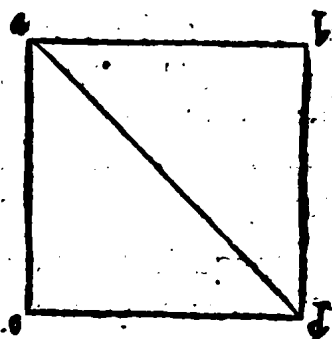
Tres huius Theore-
matis pas-
siones.

Documē-
tum.

§ Sup-

Differētia,
q̄i diuifio-
nib⁹ Paral-
lelogram-
mōrū ap-
paret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quod si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verum ipsas quoque Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidē non solum Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: In non æquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duataxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus $abcd$, & Dimetiens ad . Quoniam igitur ab , bd Latera ac , cd Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Angulique abd , acd æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiā bac , $cd b$ bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel Altera parte longius, vel Rhomboides. Si itaq; Angulus bac , & Angulus $cd b$ bifariam à Dimetiēte secatur, Angulus autem cad Angulo adb equalis est, Angulus etiā $b a d$ Angulo $a d b$ erit æqualis. Quamobrem Latus quoque ab Lateri bd æquum erit. Verum inæqualia sunt. Angulus igitur bac à Dimetiēte bifariam nō secatur. Similiter autē necq; Angulus $cd b$, qui ipsi æqualis est. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidē æquales sunt eò quod rectangulum est, Anguli autē à Dimetientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilaterum, Spatiōrum verò in partes æquales diuifio huic quoque inest quatenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem



Cōclusio.

Dime-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogrāmum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquā non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrasq; Diagoniorum partes, æqualia fiunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrāmorum quatuor existentium diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundū non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtruncq; horum dicimus, commemorabimus cū Quæsitum partiemur, quod vnam quidē habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem, quauis enim omne Theorema vniuersale quidē esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorū institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solum Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersè de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verū etiam Dimetientē vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersè ostendi dicimus, alia verò non vniuersè, aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autē quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne æquicrus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulū habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationē alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitorum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrāmis inest: hoc verò, Dimetientem Spatiū bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cōprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsis hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cū enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetientis

Epilogus
Documē-
ti.
Digressio
Pulcherri-
ma & vni-
uersali cō-
sideratio.
Theore-
matū alia
vniuersa-
lia, alia nō
vniuersa-
lia.

Duplex
vniuersa-
le. idē vide
apud Ari.
in primo
Posteriorū
text. 11.

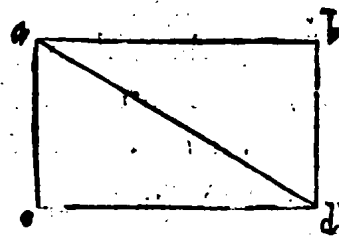
Propria
vniuersa-
lis Signifi-
catio.

Vide Ari.
primo Po
sterio tex.
12. & 13.

bisariam secat Ellipsum, Circulum, atq; Parallelogrammum, cōmune in his postea contēplati fuere. Hallucinatur aut (inquit Arist.) quidā non vniuersale tanquā vniuersale ostendens, eò quod commune in- nominatū est, cui primū Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Sonis, quibus omni- bus altera Ratio inest, non est dicere. quid præterea cōmune sit El- lipsi, & Circulo, & Parallelogramo, difficile est exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mi- sta. Qua propter vniuersè eum ostendere opinamur, qui demonstrat quod omne Parallelogrammum Dimetiens bisariam secat. eò quod commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiuscemodi vniuersale non est, propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogram- mū Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. ete- nim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur. sit enim talis $a b c d$, & Dimetiens $a d$.

Conuersū
primæ, &
secūde pas-
sionis huius
Theore-
matis.

Quoniam itaque $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$ Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis comprehenduntur Anguli æquales, Ba- sisque communis, omnia quoq; omnibus æqualia erunt. Angulus igitur $b a d$ An- gulo $a d c$, & Angulus $a d b$ Angulo $c a d$ æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidē



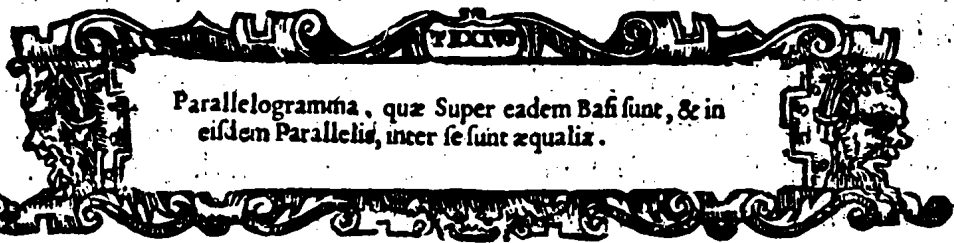
Finis Di-
gressiōis.
Documē-
tum.
Vnde ortū
sit hoc no-
mē Paral-
lelogrā-
mum.

ab ipsi $c d$, ipsa verò $a c$ ipsi $b d$. Quamobrem Parallelogrammum est Figura $a b c d$. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem ipsum quoq; Parallelogrammorum nomen Elementorum institutor composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate. Cum enim ostendisset quod rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallele sunt, perspicuum est quod Latera quidem, quæ ex opposito sunt tum ea, quæ coniungunt, tum ea, quæ coniunguntur Parallela esse pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iurè Paral- lelogrammum appellauit, quemadmodū & eam, quæ à rectis compre- henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quod Elementorum quidem institutor Parallelogrammum in Quadrilateris posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cum æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrammum dicendum sit. habet enim

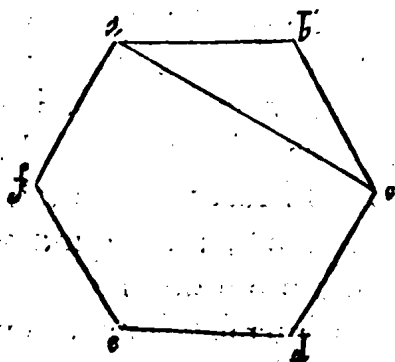
Quid sit p-
riè Paral-
lelogrā-
mum, &
quid sit
Parallelo-
grammū
apud Eu-
clidem.

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales. Exempli causa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. si enim Sexangulum $a b c d e f$ intlexeris, rectamque Lineam $a c$ coniunxeris, ipsam $a f$, ipsi $e d$ Parallelam ostendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quisque Sexanguli Angulus, cum æquiangulum fuerit. æquale præterea est Latus $a b$ Lateri $b c$, æquilaterum enim est positum. vterque igitur Angulorum $b a c$, $b e a$ tertia Recti pars est. Anguli ergo $f a c$, $a c d$ Recti sunt. Quapropter ipsa $a f$ ipsi $c d$ Parallela est. Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaque Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. † Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, patet. Est autem perspicuum in illo potissimum Theoremate, in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse. hoc enim in solis Quadrilateris verum est.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



QVemadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidque horum vnumquodque sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuscunque idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineæ, vel Superficies, situm,



† Præter quæ quoddam ex SEPTIMA Elementorum institutoris omne Parallelogrammum manifestum Quadrilaterum est.

Propo. 35.
Theo. 25.

Com. 9.

In Superiori comēto. & i. cō. 9. libri 3. Theorematū alia Localia, alia nō Localia.

Quis sit
Locus Ge-
ometricus.
Localium
Theore-
matum di-
uifio.
Linearum
aliq. Plan-
arum, ali-
q. Soli-
darum.

Præfens
Theore-
ma & Lo-
cale, & in
Lineis Lo-
cale, et Pla-
num est.
Theore-
ma Loca-
le, & i Li-
neis Loca-
le, & So-
lidum.
Qua & ca-
ufa Theo-
remata Lo-
calia Ideis
Chryfipp-
affimila-

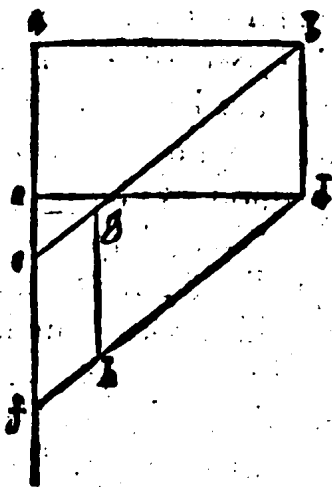
Caufa qua
Euclides i
hoc libro
Theore-
mata loca-
lia Planar-
um rectis Li-
neis tantum
tradar, in
tertio aut
ea etiam q.
i Circu-
ferentiis con-
ftitui, & ha-
bes hic di-
uifionem lo-
calium i Li-
neis Plano-
rum Theore-
matum, q.
alia in re-
ctis, alia in
Circumfe-
rentiis.

fitum, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum alia quidem sunt Planæ, alia verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, vt ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ fectione apparet, vt Cylindricæ Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vti- que eorum etiam, quæ in Lineis constituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præfens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelogrammorum, quæ super eadem Basi constituuntur. quæ sanè æqualia quoque inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale sit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inscribuntur, æqualia sunt. quod enim Hyperbole solida sit Linea, patet. Coni siquidem Linea est. Huiusmodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chrysippus assimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelligantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum institutor præfens adscripsit. & videtur cum ad modum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata varietate distinguat, iurè neque huiusmodi ipsorum ideam prætermis- sisse. Veruntamen cum in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contem- plari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentiis constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siqui- dem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt æquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circunferentia constitui fuerint eadem existentiæ Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si verò quod à Basi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fue- rit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportione respo- dent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè qua- rendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncu- patur.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cum Spatorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantum nancp Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq Longitudines augere possumus. quoniam pacto autem dum hoc fit Spatorum æqualitas maneat, non immerito forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema ē numero eorum esse, quæ huiuscemodi sunt. Stupet itaq vulgus statim cum Longitudo multiplicata Spatorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quod maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuendaue Spatia. quantum enim Angulos inæquales effecimus, tantum Spatium magis diminui- mus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum $a b c d$, & producatyr Latus $a c$ in infinitum, sitq hoc fortasse rectangulum, & in Basi $b d$ alterum cōstituatur, sitque illud $b e f d$. Quod itaque aucta sit Longitudo, constas. maius enim est Latus $b e$, Latere $a b$, cum Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verum hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius $b e f d$ Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quod $b e$ Latus accedit quodammodo ad Latus $b d$, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi $a b$, æqualis $b g$, Parallelaque per Signum g , ipsi $b d$ ducatur, quæ sit $g h$. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi $b d g h$ Longitudini Parallelogrammi $a b c d$ æqualis, Latitudoque eadem, Spatiū

Dubitatio
rudium.

Præfatio
Theore-
ma ē nū-
mero ad-
mirabili-
um i
Mathema-
ticis Theo-
rematum.
Quid sit
Locus ad-
mirabilis,
apud Ma-
thematicos,
&
apud Sto-
icos.
Respon-
sio ad dubi-
tationē ru-
dium.



Demōstrat
quod Lon-
gitudinis
accretione
opus ē ad
Spatorū
æqualitatē
seruandā.

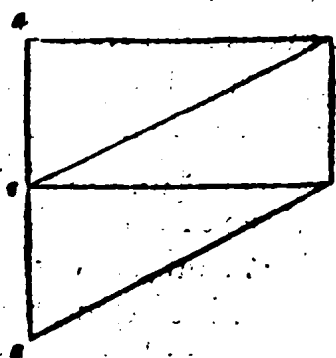
Terminus
accretiōis
Longitudi-
nis Paral-
logrammo-
rum equali-
ū, est loc⁹
ipse Paral-
lelarū Li-
nearum.
Pulchrū.

Iſopenime-
trorū Pa-
rallelogra-
morum
Quadrangulū quidē
maximū ē,
Rhomboides verò
minimū.
Ex hoc lo-
co, & ex
13. cō. lib.
3. habes qd
Procli ite-
tio erat rō-
rā Euclidis
Elemēta-
rē iſtitutio-
nē expo-
nere.
Documē-
tum.
Trapeziū
quid.

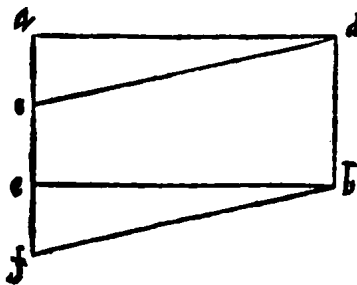
Reliq. duo
huius The-
orematis
Caſus.
† ex hoc lo-
co. id est
rōne loci.

Spatium tamen Spatio minus. ipſo nanq̃ue bcd minus eſt. Angulorum igitur inæqualitas Aream imminuit, Longitudinis autem accretio quantum illa abſtulit, tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem ſeruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipſe Parallelarum Linearum Locus eſt. nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis exiſtentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius eſſe oſtenditur: æqualiteris verò ambobus exiſtentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod eſt rectangulum maius eſſe oſtenditur eo, quod rectangulū non eſt. Angulorum nanq̃ue rectitudo, & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia. Vnde ſane Quadrangulum quidem iſis omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius eſſe videtur: Rhomboides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias oſtendemus. magis enim Suppoſitionibus ſecundi Libri conueniunt. Quò ad præſens autem Theorema ſciendū eſt quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera. in præſentia ſiquidem de Areis ſermo eſt: & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonſtratione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifeſtum etiam ſit, quòd non ab re in Suppoſitionibus hoc quoq̃ quid nam ſit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelogrammum. quod enim quæ ex oppoſito ſunt Latera, & Angulos non habet æqualia, e Parallelogrammorum excidit ordine. Elementorum itaque iſtitutor cū difficiliorem Caſum elegiſſet, Propoſitum demonſtrauit. Siquis autem dicat, ſint Parallelogramma $acbd$, & $bdec$ ſuper eadem Baſi db , ita vt Latus cd ſit Dimetiens Parallelogrammi, ab , oſtendemus quòd ex hoc Loco æqualia ſunt. Triangulum enim bcd , vtriuſque dimidium eſt. quoniam ipſius quidem ab , Dimetiens eſt Latus cd & ipſius verò de , Latus cb . Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam ſecant. Parallelogrā-
mum ergo ab æquale eſt Parallelogrāmo de . Rurſus ſiquis ſupponat Latus ac ipſius ab Parallelogrammi ſecari à Latere de , ſicq̃ue iacere Parallelogramma quæmodum ipſa adb , bdc , oſtendemus quòd hæc etiam æqualia ſunt.

cum



cum enim Latus $a e$ Lateri $c f$ æquale sit, vtruncq; enim cum ex opposito iaceat, æquale est Lateri $d b$. Auferatur communis $c e$ recta Linea. Aequalis est igitur $a c$, ipsi $e f$. Verum $a d$ etiã equalis est ipsi $e b$, & Angulus $c a d$ Angulo $f e b$. Parallela enim est $a d$, ipsi $e b$. & Basis igitur $e d$, Basi $f b$ æqualis est, totũque $a d c$ Triangulũ toti $e b f$ Triangulo est æquale. Cõmune adijciatur $c b$ Trapeziũ. Totũ igitur $a b$, toti $d f$ inæquale non est. Et vides quod isti tres soli sunt Casus. Latus enim $d c$ aut secat Latus $e b$, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus $a e$, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verũ esse ostensum est, † nisi quod duplex Trapeziorum differentia cum sit, & alia quidem neutrũ oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezis, quæ apud Geometram sunt, in præsentiquẽ descriptione altera est Species. ipsa enim $c e$, ipsi $d b$ est Parallela.



Causa cur tres soli sint Casus huius Theoremat.

†. Rursus quod Nota quod Proclus Trapezia, & Trapezoida cõmuni noie Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cõ. 18. lib. secũdi.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 36 Theo. 26.

Com. 10.

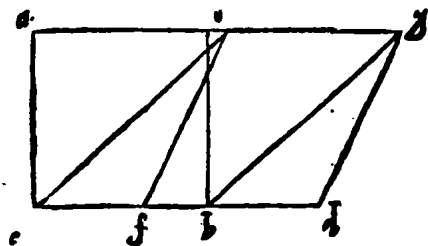
Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogrãma in eisdẽ supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neq; extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cum Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterum Elementorum quidem institutor cum Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autẽ impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cõmunem habebant partem. sint enim $a b$, $c d$ Parallelogramma, super æqualibus Basibus $e b$, $f d$ communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur $e c$, $b g$ rectæ Lineæ.

Cõmunitas, & differentia præsentis, & præcedentis Theore.

Quo Parallelogrãma in eisdẽ dicat esse Parallelis.

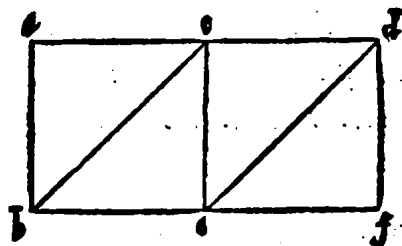
Relig duo Casus huius Theore.

neæ. Quoniam igitur ipsa ef , æqualis est ipsi bd , etenim Basis eb Basis fd æqualis erat, sed Latus cf Lateri dg est æquale, & Angulus cf e æqualis Angulo gd b, & c e igitur ipsi bg æqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammū ergo est ipsum cb , habetque eandē Basim cum utroque Parallelogrammorum ab , cd , & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur ab Parallelogrammo cd est æqua-



le. Si quis autem neque communem habentes partem, neque à se inuicem separatas Parallelogrammorum Bases supponat, verum quod solum reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, ut in Parallelogrammis ae , ed , dicemus quod Basis be , Basis ef , & Lateri cd est æqualis.

Quamobrem & recta linea cb , recta Lineæ de æqualis, & Parallela est. quæ enim æquales, & Parallelas coniungunt, æquales & ipsæ, Parallelæque sunt. Parallelogrammum igitur est ipsum bd , & est super eisdem Basibus,



& in eisdem Parallelis cum ipsis cb , de Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt cb , de Parallelogramma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habere partem, + aut tangere tantum se inuicem, aut à se inuicem distare. Fieri autem potest ut quauis se se tangant quemadmodum ipsæ be , ef , totum de Parallelogrammum extra Latus ce supponatur, vel ce Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus ce secans Latus ac , vel Latere ac producto vsque ad Signum h Latus ce cadens tanquam Dimetiens Parallelogrammi he , quando & df Latus idem fuerit cum recta Linea af , vel ce Latus secans Latus ah , vel ah Latere producto vsque ad k Signum Latus ce cadens extra Signum h , & Latus df secans Latus ah * vel congruens *

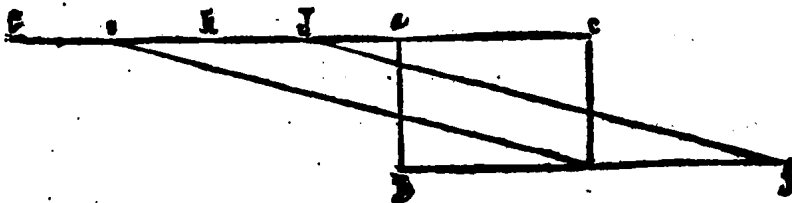
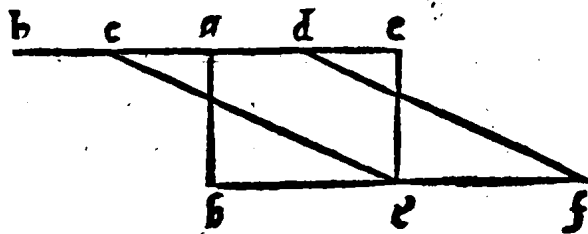
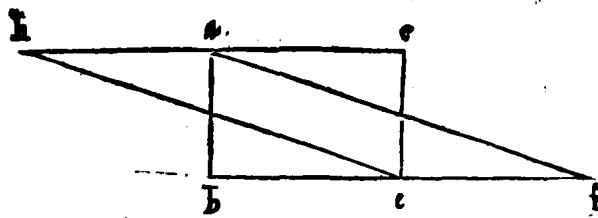
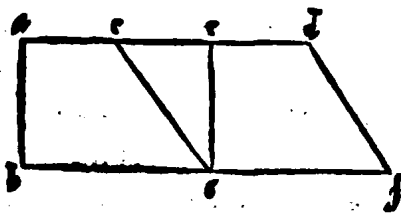
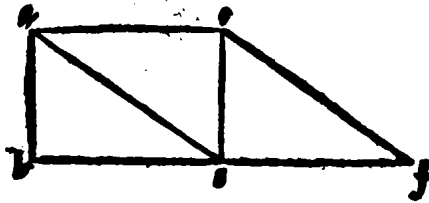
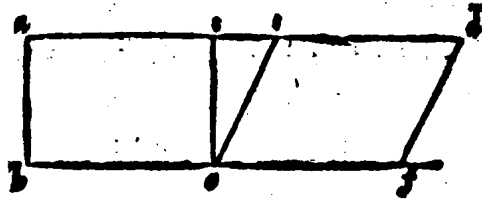
Diuisio
triū huius
Theo. Ca-
suū, & pri-
mò vltimi.

+ aut à se
inuicē sepa-
ratas esse,
aut tangere
tñ se inui-
cem.

*

*

*



FRANCISCVS BAROCIVS

A D

L E C T O R E M.



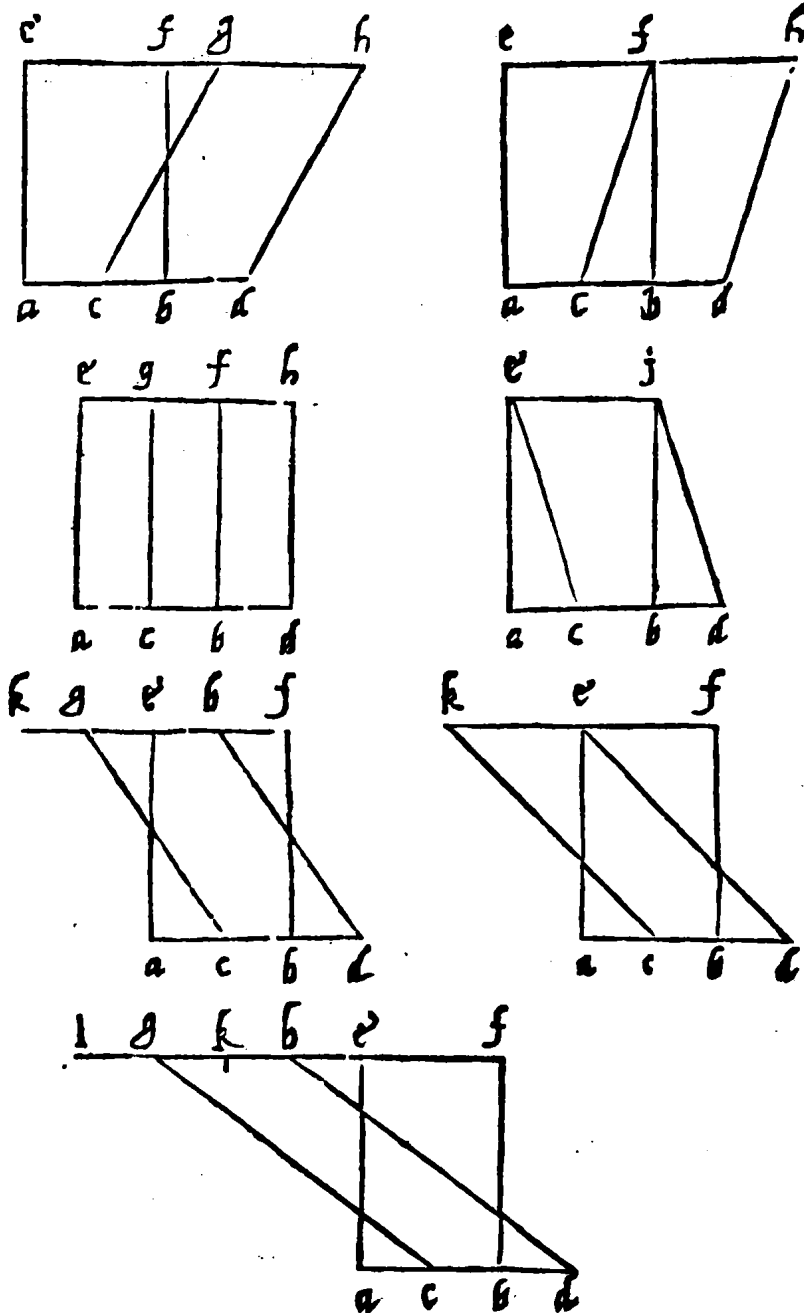
Scholiū



H I C tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primum communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quòd erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantum Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

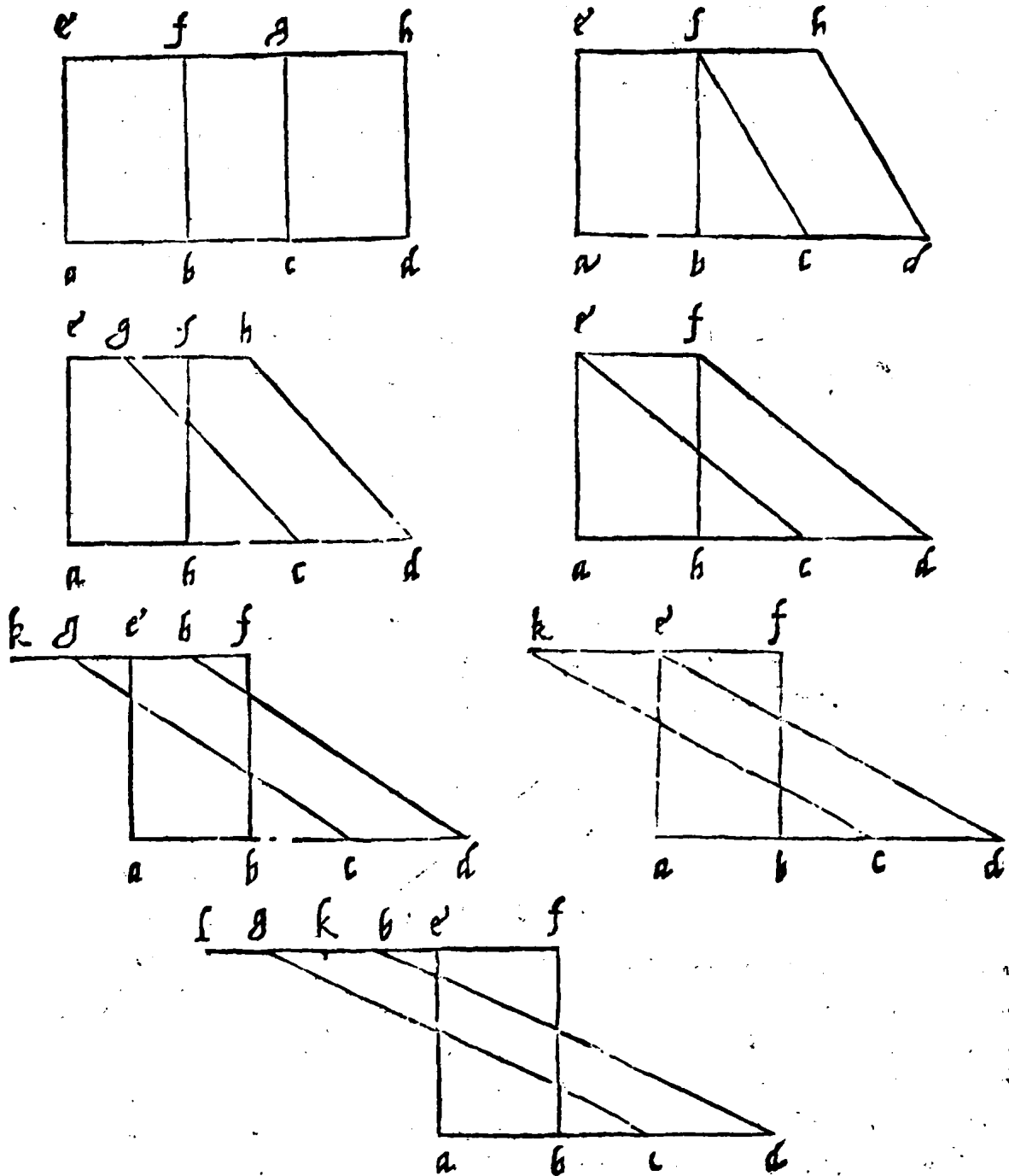
Diuisio
Casuum.

nam



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipse
 $a b c d$ Latera sanè hisce Basibus opposita, quæ sint $e f, g h$, aut ita à sese
 distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet $f g$: aut
 in vno tantum Signo, in quo coincidunt etiam Signa $f g$: nempe in
 Signo f coniuncta sunt, vt ipsa $e f, f h$: aut quandam habent partem
 communem, vt puta ipsam $g f$: aut sibi inuicem congruunt, & tunc
 Signa $g h$ coincidunt cum $e f$ Signis: aut Producto Latere $e f$, & po-
 sita Linea k æquali ipsi $e f$, Latus $g h$ communem habet partem &
 cum Latere $e f$, vt ipsam $e h$, & cum Linea $k e$, vtpote ipsam $g e$:
 aut

aut totū Latus gh cadit super tota Linea ke , tūgitque Latus e fin Signi e tantū, & tunc Signa gh coincidunt cū ipsis ke Signis: aut producta rursus Linea ke , & posita Linea lk æquali ipsi ke , Latus gh partē habet cōmunem & cū Linea ke , ipsam scilicet kh , & cū Linea lk , ut ipsā gk , & tunc Latus gh distat à Latere ef , ipso h e intervallo.

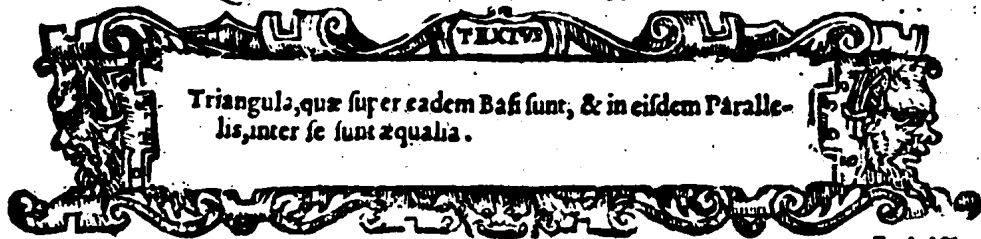


Si verò penitus à se se disiunctæ fuerint, ut ipsæ a, b, c, d , Latera porro e, f, g, h , quæ hisce Basibus e regione sunt, aut & ipsa à se se distant interval-

teruallo fg : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f , cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtpote ipsam gf : aut Latus gh cadit super Latere ef , coincidendo Signa gh cum ef Signis: aut producto Latere ef , & posita æquali ke Linea ipsi ef , Latus gh cōmuni fruitur partem quidem cum Latere ef , ipsa scilicet eh , tum verò cum Linea ke , nempe ipsa ge : aut Latus gh congruit Lateri ke , & Signa gh eadē sunt cum Signis ke , tangitq; Latus ef in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea ke , & posita æquali Linea lk ipsi ke , Latus gh communem sortitur partem ipsam quidem kh cum Linea ke , ipsam verò gk cum Linea lk , tuncq; Latus gh à Latere ef interuallo he distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitrōr. Talis quidem est Diuio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presenti commentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuum diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsitan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, vt autoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq; Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maxime conducunt. Verumenimvero de Diuisione quidē hæc sufficiāt. Demōstrationes autē presentis Theorematis iuxta singulas Casuum partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in commentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnā cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit
i. 11. Pro-
cli cōmen-
tario.

SEQVUNTUR PROCLI COMMENTARIA.



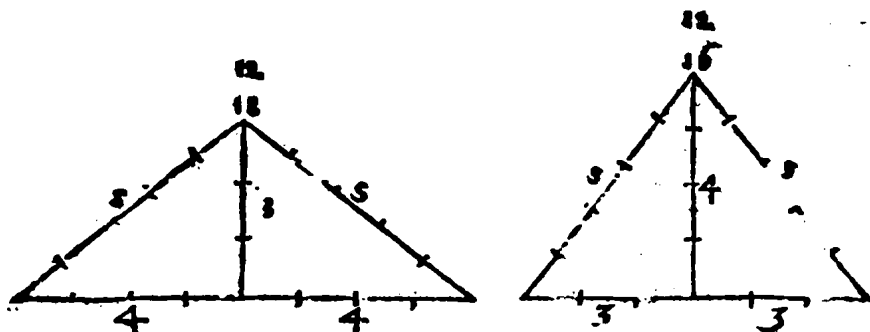
Propo 37
Theo. 27.

Initiū

Com. 11. * affirmant . æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur . Tale autē quid Chorographi perpesi sunt Vrbium magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Oñi verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui vñ cū ipsis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura q̃ sumpserunt cū peragrātes eam suscepissent possessionē, quę à maiori Ambitu continebatur : Arcam autem cū in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere,

Chorogra-
phorum hal-
lucinatio .

Idē in lib.
tertio in
com. 8.

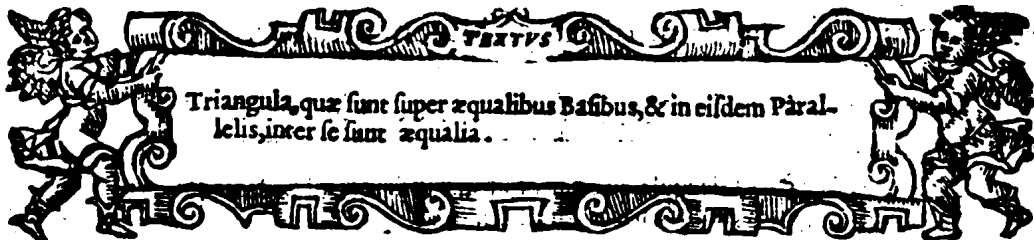


duobus enim æquicruris Triangulis propositis, quorum vñ quidē vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem : alterum autem, vtrunque quidē æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi graria cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt . nam hoc quidē Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum . At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint . vtrunq̃ siquidem duodecim est . si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidē Bases diuides, efficiesq̃ in altero quidē trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium : ipsam autem Perpendicularem è contrario, illic quidē quatuor, hñc verò trium . oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq̃ ei, quod à Basis dimidio sit esse æquale . Verum si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor : & si hoc quatuor, illa profectò trium erit . Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis . hoc autem iuxta vtrunq̃ idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris . Hæc quidē dicta sunt ad ostendendum quòd Spationum æqualitas non omni-

† æquale
Triangulo
Spatiū ha-
bebis.

omnino ex Ambubus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Quo Triangula i eisdem Parallelis esse dicantur.



Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 38
Theo. 48.

Præfens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportionem respondet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrā. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quod ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia plus quid addit, identitatem vtriusque rationum, quamvis inæquales

Com. 12.

Quid sit
Altitudo
Figurarū.

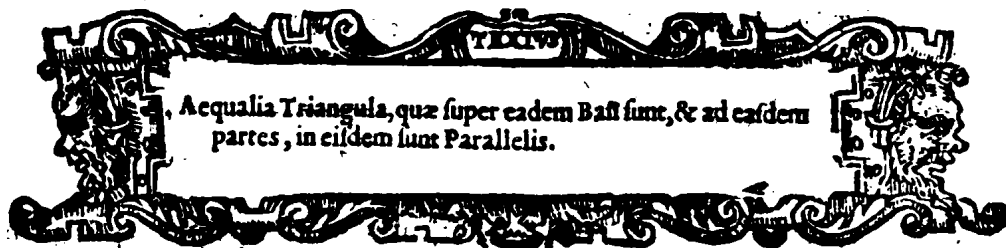
† oino qd
vel
pfectū qd.

i Bases

Casus huius
Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quod autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruente, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatæ ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est his etiam, qui paululum intelligere possunt. & quod iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere.

Propo. 39
Theo. 29.



Com. 13.

Causa propter quam
Conuerse
35. & 36.
Propo. nis
rū ad Eu-
clide, rū à
Proclo p-
termittit
fuit.

Geometri-
ca dilige-
tia.

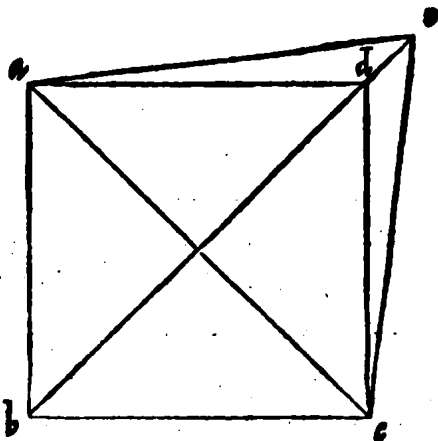
Quando quidem equalitatē ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuerse sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniā modus quidem Demonstratiōis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. cōtenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere his, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quod in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorū intra cadet productis his, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra, utcumque autem eeciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quod utique Totū suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quod autem iurē Elementorum institutor particulam illam addidit [& ad eandem partes] manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hæc partes, alterū verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altiudine sunt. Hanc igitur propterea adie-

cit

cit particulam . Cùm autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intrà, aut extrà, ipse quidem Euclides intrà eam duxit : nos verò extrà ducentes , eadem ostendemus .

Reliquus
absurdæ
suppositio-
nis Calus.

Sint enim $a b c$, $d b c$ Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisde sunt Parallelis, & quæ ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela . Connectatur $a d$ recta Linea . Si autem hæc Parallela non est, sit quæ extra hanc iacet, ipsa nempe $a e$, & producaturs ipsa $b d$ vsque ad e Signum, & connectatur ipsa $e c$. Aequale ē igitur Triangulū $a b c$ Triangulo $e b c$. Verūm Triangulum $a b c$ æquale est Triangulo $d b c$.

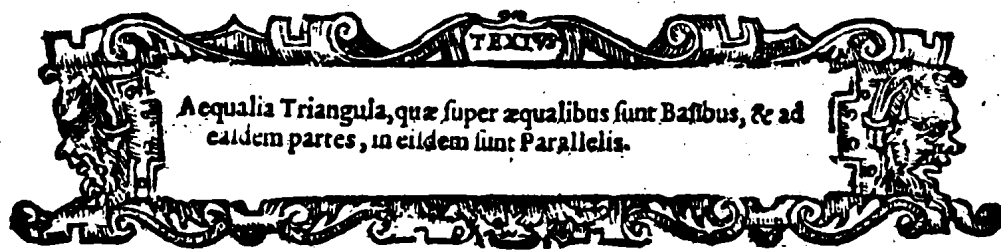


Triangulum ergo $e b c$ Triangulo $d b c$ est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest . non igitur extra ipsam $a d$, Parallela cadet. Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem . Ipsa ergo $a d$ ipsi $b c$ Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula , quæque ad easdem partes , & super eadem Basi sunt . Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars . Adnotatu autem dignum est quòd Triplex cū sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimū, & nonumdecimū diximus : aut totum ad partem, vt sextum , & quintum : aut pars ad partē, vt octauū, & quartū . non enim totū in altero Datū, Quæsitū in altero est : nec Quæsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hæc quoque Theoremata in Triangulis . erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cū partem insuper sumpserit eius, quæ in illis erat suppositionis . hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquā quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat . particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.

Notandū.

Triplex
Cōuersio-
nū diffé-
tia.

Propo. 40
Theo. 30.



Com. 14.

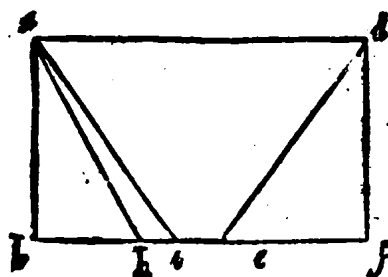
Tres pas-
siones, ex
quib⁹ decem
sunt Loca-
lia Theo.

Causã vi-
de i supe-
riori cõ.

Quia cau-
sa reliqua
quatuor o-
mnium Eu-
clidis The-
oremata.

Demõstra-
tio reliquo-
rum duorum.

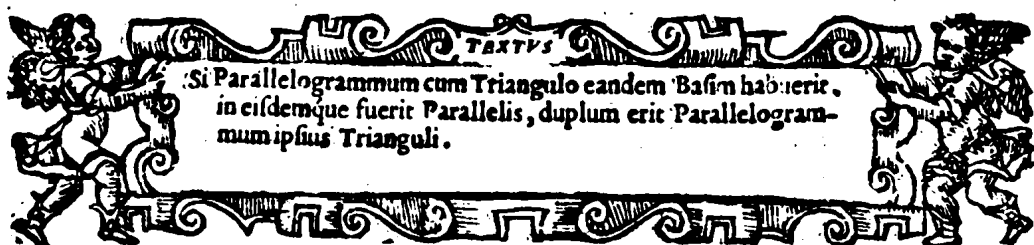
Est & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elemētorum institutore Deductionis ad impossibile prætermittitur est pars eodem modo demonstratur, & nō est opus eadē repetere. Cum autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quod duo semper contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemque Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theorematata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porro quæ in Triangulis sunt: aut & cum æqualia sumptis, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quod utique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quod duo ex his quatuor per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quæ in eisdem sunt Parallelis, necessariò super eadē Basi sunt. sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quod super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptas suppositiones consequitur. Quapropter cum decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cum eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quod si æqualia fuerint, in eisdemque Parallelis, aut super eisdem, aut super æqualibus Basibus erunt. nō sint enim, sed si fieri potest sint abc , def Triangula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsi scilicet bc , ef , &



fit

sit maior ipsa $b c$, & abscindatur $b h$, quæ sit æqualis ipsi $e f$, connectaturque ipsa $a h$. Quoniam itaque Triangula $a b h$, $d e f$ super æqualibus sunt Basibus ipsis $b h$, $e f$, in eisdemque Parallelis, equalia utique sunt. At ipsa quoque $a b c$, $d e f$ Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo $a b c$, $a b h$ æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum $a b c$, $d e f$ Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogrammis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suæ parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quæ prætermisssa sunt, quæque sit horum reticentiæ causa. Verum, transcamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Epilogua.

Propo. 41
Theo. 31.

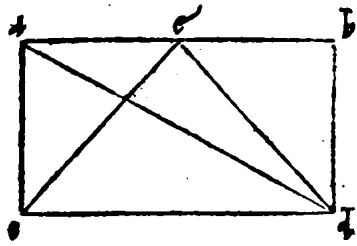
Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma seorsum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumpserimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quæ super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis. in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, cum sumpserimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum $a b c d$, & $e c d$ Triangulum, & ponatur Signum e inter a , & b Signa, connectaturque $a d$ recta Linea. Quoniam itaque

Com. 15.

Casus huius
Theorematis.

Paral-

Parallelogrammū Trianguli $ac d$ est
duplum, Triangulū autem $a d c$ æquale
est $e d c$ Triangulo, Parallelogrāmum
porrō ipsius $e c d$ Triāguli duplum est.



Demōstra
tio i Basi-
b^o equali-
bus.
† Paralle-
logramo-
rum.

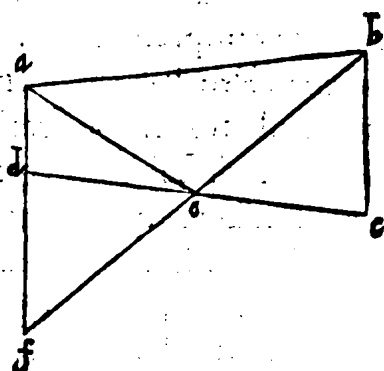
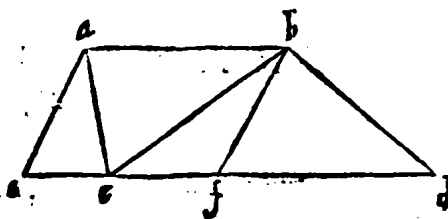
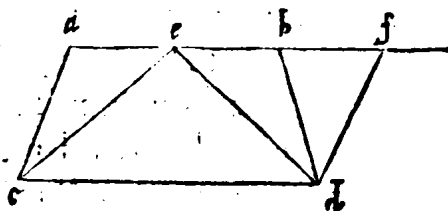
Cur Theo-
remata in
equalibus
Basis^o Eu-
clides præ-
termiserit.
Conuersa
hui^o Theo-
& nota cō-
uersionis
modum.
† Si autē.

Nota q^d
ex trib^o qⁱ
hoc etiam
Theo. sūt
passionib^o
quiqⁱ fieri
possunt
Theo. quo-
rū vna tm
possit Eu-
clides, reli-
qua aut p^r-
termisit, q^d
addidit
Proclus,
vna cū ob-
iectis ca-
usa.
† stiterit.
Digressio
Hic elicit^r
quoddam
aliud hui^o
Theo. cō-
uersū, iu-
xta alium
Cōuersio-
nis modū.

Quod igitur eadem existente Basi du-
plum esse Trianguli Parallelogrāmum
ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem
modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducenti-
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrāmum,
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verō
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-
tem. Iurē igitur hæc quoq^e Geometres omisit, eadem enim est De-
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-
tū Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-
stratio. Atqui Conuersa quoq^e hui^o Theoremati eodem modo De-
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-
grāmum duplum fuerit, eandemq^e Basim, aut æquales inuicem ha-
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis.
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademq^e ratio vi-
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verō
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemq^e ambo
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim
super inæqualibus, cū æquales sumpserimus, vniuersum Totū suæ
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia
hæc Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cū in simplicioribus
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verumenim-
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-
tionis causa nos Parallelogrāmū non accipiendo sed Trapeziū, cuius
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-
mum esset, cū Quadrilaterum porrō sit. Dico autem quod aut duplo
maius est, aut minus. cū enim duo Latera Parallela sint, omnino
vnum quidem est maius, alterum verō minus. quoniam æqualibus
existen-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplū Trianguli Quadrilaterum erit: Si vero minus, maius. Sit enim $a b c d$ Quadrilaterum, sitque minus Latus $a b$ Latere $c d$, & producat Latus $a b$ in infinitū, & Triangulū $e c d$ eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe $c d$, ducaturque per d Signum ipsi $a c$ Parallela, quæ sit $d f$. Duplum est igitur Trianguli $e c d$ ipsum $a c d f$ Parallelogrammum. Quare $a b c d$ Quadrilaterū minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim $a b$, ducaturque ipsi $a c$ Parallela $b f$. Parallelogrāmum igitur $a b f c$ duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum $a b c d$ maius quàm duplū est. His itaq; ostensis dicimus quòd Quadrilatero existente, cuius duo tantū Latera ex opposito iacētia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod sit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si vero ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod sit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum $a b c d$, sitque in ipso Latus $a d$ Lateri $c b$ Parallelum, & secetur bifariam Latus $d c$ ad e Signum, & cōnectantur $a e$, $e b$ rectæ Lineæ, & producat ipsa $b c$, coincidatque cum Latere $a d$ ad Signum f . Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus $f d e$ Angulo $b c e$ est æqualis, Latus etiā $f e$ Lateri $c b$ erit æquale, & Triangulum $d e f$ Triangulo $b c e$ æquale.

Com-



Per 33. Propōnē. Pulcherri ma Triāguli cum Trapezio sup eadē Basi, & in eisdē Pa—rallelis cōparatio. nota q̄ aut q̄ cadit etiā iter Paral lelogram mū, & Tra peziū sup eadē Basi, & iisdem Parallelis cōparatio & qua dicē dū in Co—mentariis nris. oia aut hęc ve ra sūt & i Basibus q̄qualib⁹, ho rūq; cōuer sa, si cōue niētib⁹ mo dis fiant.

Compara tio Trian guli cum Trapezio sup eadē basi nō in eisdē Pa—rallelis, sed cū qua dā alia cō ditiōe. & hoc est qđ Proclus o biter ostē dit.

* hic ad fi-
nē vsq; om-
nia foras-
se Procli
nō sūt, sed
ab aliquo
addita.

Commune apponatur Triangulum $a d e$. Totum igitur $a c f$ Triangulum duobus $a d e, b c e$ Triangulis est æquale. Verum Triangulum $a c f$ æquale est $a e b$ Triangulo. nam super æqualibus sunt Basibus, ipsis nempe $b c, e f$, in eisdemque Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur $a e b$ æquale est Triangulis $a d e, b c e$, & Quadrilaterum $a b c d$ duplum Trianguli $a e b$, quod erat ostendendū. Eodem sanè modo ostendemus quod si etiam à Latere $a b$ bifariam dissecto ad Latus $c d$ quædam rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Lateralum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium
primum.



O C rursus in loco Lector beneuole silentio prætereundum nō est, quod in omnibus ferè, quæ hucusq; vidimus exemplaribus maximā hîc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragessimæ secundæ Propositionis cōmentarius, vnā cū principio septimidecimi desideratur, præterquam quod legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum cōmentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsq; ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiūsmodi latine reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt; proptereaquæ habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse commentario censeo, primò quidem eò quod quū superius tum in octauo Cōmentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-
menta-

Prima ratio.

mentarios partis tertię primas tenet, nec secūde parti tertiā cōnexerit, neq; tertię propositū discusserit, quēadmodū fecit in principio quarti libri, vbi porro cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesime septimę Propositionis expositionē accederet, quę secundę partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secundā primę annexā ostēdit, quę q̄ in ea pertractāda erāt ab Elemētorū institutore declarauit, hęc planē hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimū Theoremate tertię partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quōd in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundę partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigimesimę Propositionis interpretationem se contulit: quod q̄ in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicē colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quę ab Euclide in tertia tractantur: quod non ab re factum existimo. cū enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartūdecimū, & quintūdecimū Cōmentarium hęc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter tum istarū partium continuationem, tum vltimę propositum tetigerit, neq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripartitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quōd præsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixior ea, quę in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo verò, quōniam digressionem in materia pulcherrima, difficilique aggressus est, quippe quę pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materię partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triangulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consulit, hic quoque exercitationis nostrę causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemq; alteri Trapezio super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriē Trapeziū à Posidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantū habet Latera Parallela. nam Trapezoidē, quę etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarū causa passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cū Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secūda ratio.

qd doceat Proclus in sua digressionē.

Responsio
ad tacitā
obiectionem.

Quæ de-
fuit in di-
gressione,
& in fine
cōmenta-
rii.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figura quadrilateræ simul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ in eisdem dicuntur esse Parallelis. Quare Proclus ipse prius quam Trapezium cum Triangulo, vel Parallelogrammo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declaravit de quo Trapezio sit ei sermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziū appellatur, postea incepit comparare Trapezium Triangulo super eadem Basi, & in eisdem Parallelis, quæ comparatione facta, antequam eadem super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo super eadem Basi, & non in eisdem Parallelis, sed cū alia conditione necnon super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum quadam alia conditione comparare. At finem versus comparationis, quæ super eadem Basi non in eisdem Parallelis cum conditione bipertitæ Lateris, quod est Basi oppositum sectionis sit, cōmentarius deliquium patitur, deestque primum quidem comparatio Trapezii ad Triangulum super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum hac conditione quod Triangulum solum in duabus sit Parallelis, quarum vna cadat super communi eorum Base, altera secet Trapezii Latus, quod est Basi eius oppositū in duas partes æquales: secundò verò Trapezii ad Triangulum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparatio: tertio autem, Comparatio Trapezii cum Parallelogrammo super eadem, vel super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezii cū Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam sui moris pulchrā in fine cōmentarii considerationē, aut documentū, deest procul dubio secundæ, atque tertiæ primi Elementorū libri partii continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum institutore pertractantur brevis commemoratio. Hæc sunt ea, quæ in presenti cōmentario iudicio meo desiderantur, ibi [in eisdemque Parallelis] quamvis aliquis Procli studiosus manū iniecerit, postremā quæ earū, quæ nunc extant in eo Dēmōnem perfecerit, ac demū ita cōmentariū epilogò concluderet, ut integrū videatur. Veruntamen possibile etiam est quæ cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, sinceraque sint, deliquium verò cōmentarii incipiat post illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum est] quodque verba illa [Hæc quidem &c.] quæ postremū sortita sunt locum, sint totius cōmentarii epilogus. Aut fortasse etiam fieri potest ut defectus in duobus sit locis, primum ibi [Quadrilaterū est] deinde ibi [sint demonstrata] ita ut verba illa [Hæc quidem &c.] sint epilogus digressionis, illa autem
t ad ea

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac denique totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hæc quidem] vsque ad illa [eundum nobis est] sint totius digressionis epilogus, secundaq; imperfectio sic se habeat [eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentis potissimum Propositione apparet tertiæ primi Elementorū partis Propositum, cōmunis nempe Triangulorum, Parallelogrammorumq; contemplatio, & similia. Verumenimvero utcumque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo ut mecum querere non desistant quousq; omnes Procli commentarij perfecti, integriq; reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim ut ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere commentarium reperiās, ea me addidisse existimes: partim etiam ut quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Dato Triangulo æquale Parallelogrammum construere
in dato Angulo rectilineo.

Propo. 43
Prob. 13

Commentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq; nostrum eam commentario illustrare, ut Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem aliā vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotasse quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, ut vnusquisq; discendi cupidus, cum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Alius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, ut de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quā itaque tres quidem sint huiusce trigessimisecondi Theore-

Scholium
secundum.

Quæ continetur i
17. cōmentario.

Quæ reperiantur in
17. cōmentario.

k 2 matis

Quæ de-
sint i 17.
Cōmen-
tario.

matris Casus nec plures, nec pauciores. Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbiq; summa cura, & diligētia vtilitati nōstrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in nōs demonstrare cōcepit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimē consuevit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemque perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiusmodi forsan essent [Verum Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetiēte consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodque porro Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus vbiq; antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, cūsi Problema quidem, quale Problema, vtrum Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediū: vtrum Determinatum, an Indeterminatū: vtrum Abundans, an Diminutum: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutum, vtrum Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrum Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrum Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrum Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrum Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrum Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrum Locale, an secus: & si Locale, vtrum in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrum in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrum in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrum in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi. Quod si in solidis, vtrum in sphericis, vel in conicis, vel cylindricis, vel spi

spiricis, vel aliis cuiusdam speciei: & si in Sphaericis, utputa in Helicibus, utrum sphaerarum æqualium, vel inæqualium: & si in conicis, utrum in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus: & si in cylindricis, utrum in Ellipsis, vel Helicibus: & si in spiricis, utrum in ijs, quæ fiunt à sectione Spiræ Continuae, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variae sunt: similiterque si est Locale in Superficiebus, utrum in planis, an in solidis: & si in planis quidē, utrum in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimque multilateris: & si in trilateris, utrum in æquiliteris, vel æquicruribus, vel scalenis: & si in æquicruribus, siue scalenis, utrum in rectangulis, obtusangulis, vel acutangulis: & si in quadrilateris, utrum in parallelogrammis, an secus: & si in parallelogrammis, utrum in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus: & si in non parallelogrammis, utrum in trapezijs, an trapezoideis: & si in trapezijs, utrum in æquicruribus, an in scalenis: & si in multilateris, utrum in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsque in infinitum: & si in quibuslibet istarum, utrum in æquilateris, & equiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, utrum in sphaericis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei: & si in sphaericis quidem, utrum in semisphaericis, vel semispherica maioribus, aut minoribus: si autem in spiricis, utrum in spiricis Spiræ Continuae, vel Diuiduæ, vel Implicitæ: si verò in conicis, utrum coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli: & si in aliquibus istarum, utrum in conicis Coni æquicruris, vel scaleni: si demum in cylindricis, utrum in ijs, quæ fiunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Partæ altera longioris: & si in qualibet istarum, utrum Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodque Consequens: necnon quod sit eius Conuersum, quique Conuersionis modus, utrum iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur: & utrum totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem: quot præterea Propositiones conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat: quis fuerit eius inuentor: utrum sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum: ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atque demonstretur, utrum per Demonstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nasci sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoque cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademque perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæque iandiu desideratum munus impertiar. Quod si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hætenus.

Sequatur Procli Commentaria.

Propo. 43
Theo. 320

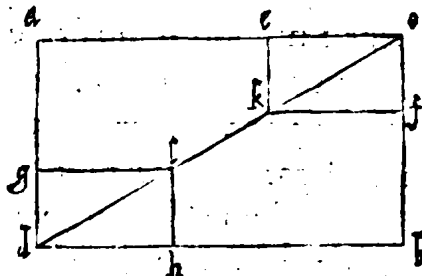
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem
cuiuscunque Parallelogrammi cōsistentium, inter se sunt
æqualia.

Principium huius commentarii desideratur:

Com. 19.

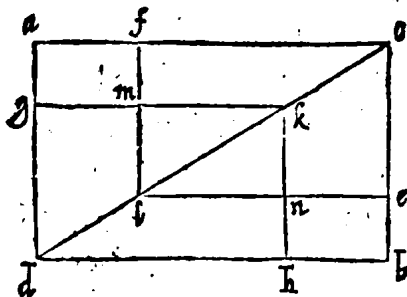
Reliq duo
huius The.
Casus.

vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnus Signum, quodque porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Si enim Parallelogrammum $a b$, quod habeat Parallelogramma $c k$, $d l$ circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam $k l$ recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum $a c d$ æquale Triangulo $b c d$, & Triangulum $c e k$, Triangulo $k e f$, necnon $d g l$ Triangulum $d h l$ Triangulo. Reliqua igitur $a g l k e$ quinque Laterum



Figura,

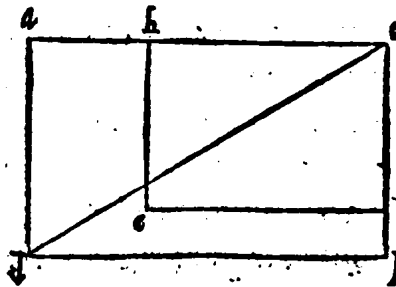
Figura, reliquę $b f k l h$ quinq; Laterū Figurę æqualis est. Hęc autē erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, neq; distarent ab se inuicē, sed inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmū $a b$, & Dimetiens $c d$, & Parallelogrāma circa ipsam, vnum quidē ipsum $e c f l$, alterū verò, a quo etiā hoc secetur, ipsum $d g k h$. Dico quod ipsa $f g$, $e h$ Cōplementa æqualia sunt. Cum enim totū $d g k$ Triāgulū toti $d h k$ Triāgulo æquale sit, est autē pars quoq; ipsius Triāgulum $k l m$ æquale Triāgulo $k l n$, Parallelogrāmū siquidē est & ipsum $l k$. Reliquū igitur $d l n h$ Trapeziū reliquo $d l m g$ Trapezio est æquale. Verūm $a d c$ Triangulum æquale est $b c d$ Triangulo, & Triangulum $f c l$ Triangulo $e c l$ in $e f$ Parallelogrammo, & $d g m l$ Trapeziū $d h n l$ Trapezio. Reliquum ergo $g f$ Quadrilaterum reliquo $e h$ Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantū, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrāma enim, quę circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam a sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum a re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoq; præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimatū nō fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognoscere-mus quid esset Parallelogrāmum, quęquē essent ea Parallelogrāma, quę toti Parallelogrāmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantūmodo cognitum vtique fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eādem Dimetientē sunt, quęcunq; partē totius Dimetientis pro sua etiā Dimetiente habent: quęcunq; verò nō, minimē. cum enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmū hoc toti Parallelogrāmo circa eādem Dimetiētē nō est. Exēpli gratia vt in $a b$ Parallelogrāmo $c d$ Dimetiens secat $e h$ Latus ipsius $c e$ Parallelogrāmi. Parallelogrāmū ergo $e c$ Parallelogrāmū $c d$ circa eādem Dimetiētē nō est.



Cur tres
soli sit hui
us Theo.
Casus.

Documē-
tum.
Vnde or-
tū sit hoc
nomē Cō-
plemēta.

Cur in De-
finitionib;
cōplemē-
ta Eucli-
des nō de-
finierit.
Quę Pa-
rallelogrā-
ma dicantur
esse cir-
ca eādem Di-
metientē.



Ad

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinetiam manifestum est, quod rectam Lineam finitam esse oportet. ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione presentis Problematis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, vti diximus. verum hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc constituit ipsum Spatium, quippe quæ neque deficit iuxta hanc extensionem, neque excedit, sed vno hoc vitur Latere, quod Aream comprehendit. Quia igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematibus utebatur: cum verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, considerationeque sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeque æqualitas indiget, quippe cum per sese inuentu difficilis sit.

Quo differat Applicatio a Constitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.



Propo 45. Probl. 13.

De Vobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebat, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

I resol-

Com: 19. Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problemate, & vltima Propo ne secundi libri. Superius i com. 6. Demò p- blematis.

Exemplum
in Figura
decē Late-
rum

Vide Ar-
chimedem
& Eutociū
in lib. de
Circuli di-
mensione.

Epilogus.

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussu est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidem Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quaeritur. Ex hoc autem (arbitror) Problemate prisci incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quaesierunt. Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale reperitur, quaestione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ possint Curvilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quòd omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem eorum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex ijs, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus: Ambitus verò, Basi æqualis est. Verum hæc quidem alibi. ad ea verò, quæ consequuntur camus.

Prop. 46
Probl. 14.

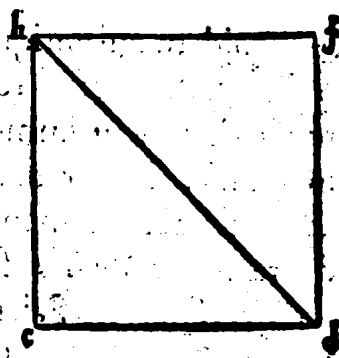
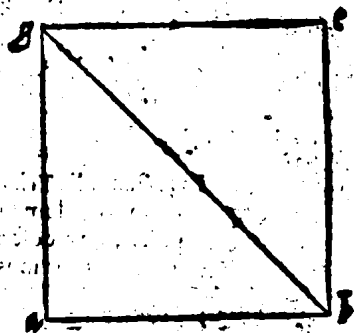
Com. 10.
Optima f
ctilineorū
equilaterū
triangulū,
et Quadra-
gulū sunt,
quibus opus
est ad consti-
tutionem
quatuor mū-
danarū Fi-
gurarum.
idē in lib.
2. cap. 9. et
lib. 17. &
9. & alijs
in locis.

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

Indiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est. nam Icosædnum quidē, & Octaëdnum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant: Cubus

Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis constituitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est autē qd rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim

æquales ipsæ a b, c d rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem a b describatur æ b c g Quadrangulum, ab ipsa verò c d, ipsum c d h f, & connectantur g b, h d rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ a b, c d æquales sunt, ipsæ etiam a g, h c sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis g b Basi h d æqualis, & Triangulum a b g Triangulo c d h, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo a c Quadrangulo e f inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa a f, e g, & ponantur ita vt in directum sit Latus a b Latere b c. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea f b rectæ Lineæ b g in directum est. Connectantur f c, a g, a f, e g rectæ Lineæ. Quoniam igitur a f Quadrangulum æquale est e g Quadrangulo, & a f b Triangulum c b g Triangulo est æquale. commune apponatur b c f



Cur Euclides vnū horū cōstituat, alterū describat.

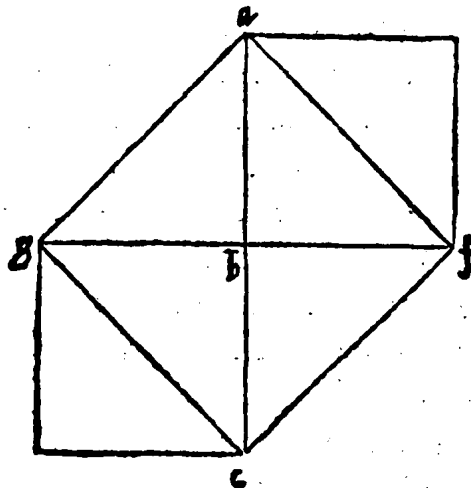
Quo ex Circulorū descriptio ne oriatur Triangulū æqlaterū.

Documē.

Demō cuiusdā vtilis simi The. qd̄ depēdet ex Definitione Quadranguli.

Demōstrati Theore. Conuersum, cuiusq; Demō.

Triangulum . Totum ergo
a c f Triangulum Toti c f g
Triangulo æquale est. Paral-
lela est igitur ipsa a g , ipsi f c.
Rursus quoniam, tū ipse a f g,
tum ipse c g b Angulus dimi-
dia recti pars est , ipsa a f,
ipsi c g est Parallela. Aequalis
igitur est recta Linea a f rectæ
Lineæ c g, Parallelogrami si-
quidē Latera ex opposito ia-
centia sunt . Quoniam itaq;
duo sunt Triangula a b f, b c g,



quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cū ipsæ a f, c g Pa-
rallæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet a f Lateri c g æquale,
Latus quoq; a b Lateri b c, & Latus b f Lateri b g erit æquale . Ostē-
sum est igitur quod Latera etiam, à quibus descripta sunt a f, c g Qua-
drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus .

Propo. 49
Theo. 33.

† rectū An-
gulus cōp-
hēndēdū.

Com. 21.

Præfens
Theo. ad
Pythago-
ræ referē,
qui ē sacri-
ficauit i i-
uentione .
vide Vi-
struuium.
Euclidis
commen-
datio.
Vide 31.
Propōne
Sexti.

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere re-
ctum Angulum subtendente describitur, æquale est Quadrā-
gulis, quæ describuntur à Lateribus † circa rectum An-
gulum iacentibus.

Si eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præfens Theo-
rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes cum cū
id inuenerit bouem immolasse. Ego verò miror quidem & eos, qui
primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autē admira-
tione prosequor Elementorum instructorem, non solum, quia per
evidentissimam Demonstrationē hoc cōiicit, verū etiā quia & quod
ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique
minimè possunt in sexto libro persuasit. nam in illo vniuersè osten-
dit quod in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-
gulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus
rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, simi-
literque describuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-
drangulo est simile, non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea
Quadrangula sunt. in Triangulis siquidem, aliisque multiangulis si-
militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscunque alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quam illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta + fit vniuersali ostenso, quod utique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaque ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quod hic vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarum similitudine docuit, neque omnino aliquid de Proportionibus ostendit. multa enim eorum, quæ hic magis particulatim, + in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositionem à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruris quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximiorē dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitate deficiente. in scalenis verò fieri potest ut Numeri suscipiatur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale illis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus sunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continet, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est illis, quæ ab illis sunt. hoc enim est viginti quinque, quæ autem ab illis sunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Traditæ autem sunt & viæ quedam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorā, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datū imparē Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & eum acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

ab

+ ostendit
Causa passionis tum huius, tum 31.
Theo. le-
xti Elem. ē
ipsa Angu-
li rectitudo,
quæ admodum He-
betudo, &
Acumen ex
cessus, dimi-
nutionisq;
causæ sūt.
Ex hoc lo-
co, & ex
cō. 9. huius
& 13. ter-
tiū habes
9 Procli
itatio erat
totā Eucli-
dis Elemē-
tarie institu-
tionē ex-
ponere.
Notandū.
+ nobis
Digressio.
Duplex re-
ctangulum
Triangulū.
Nō inueni-
quadrangulus Nu-
merus qua-
dranguli
Numeri
duplus quæ
abbat Cap-
itū 10.
Elemento-
rum.
De hoc
Triangulo
vide Plato-
nem in Rep.
Dux sunt
viginti quinque
nūm. Tri-
angula rectan-
gula Nu-
meros in-
tegrōs in
lateribus
habentia.
Via Pytha-
gorica.

Exemplum
viæ Pytha-
gonicæ.

Via Pla-
tonica.

Exemplū
viæ Pla-
tonicæ.

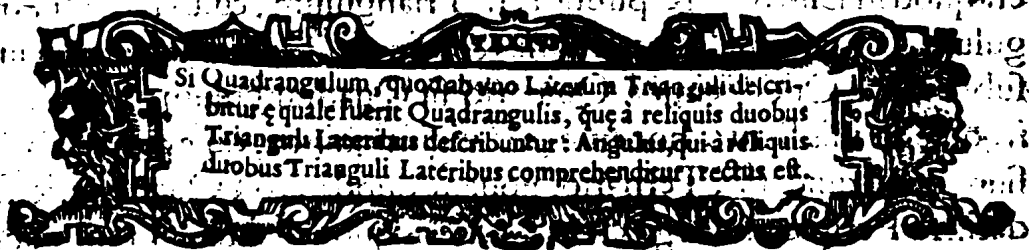
¶ qd̄ enim
a Quina-
rio fit, &
quale ē ei,
quod fit a
Ternario,
& ei, qd̄ a
Quaterna-
rio Com-
positis.
Fini di-
gressiois.
Repre-
dit Hero-
nis, & Pap-
pi secta-
tores.

Propo. 48
& vltima
primi Elē.
Theo. 34.

Cō. 12. &
vltimum.

Modus cō-
uersiois
huius The-

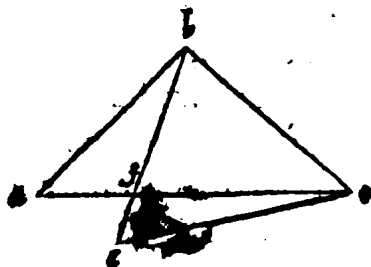
ab hocq̄ue Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huic quoq̄ Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit. Latus efficit. Exempli gratia cū Ternarium acceperit, ab ipsoq̄ue quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicq̄ rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumq̄ue est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertium verò quinq̄ Vnitatū habes. At Platonica, à Paribus adnotur. cū enim datū parē susceperit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncq̄ue eum biseriam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumperit, huiusq̄ue dimidium Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumq̄ue Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemq̄ue Triangulum factum habet, quod ab altera eorum via perficiebatur. quod enim ab hoc fit, si, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sunt. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed his, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicumq̄ etiam quid plus addiderunt, vt Hieronis, & Pappi famulantes, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæq̄ue ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuerunt. Nos itaq̄ ad ea, quæ sequuntur transibamus.



CONuertitur quidem hoc Theorema precedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fueris, quod à subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

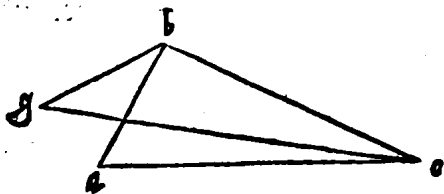
quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

Triangulo autem existente a b c, & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere a c, æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri b c à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quod ad alteras partes recta



I. Instancia
huius Theo-
rematis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitauit, dicemus quod sermo hic impossibile ait. neque enim intra Triangulum ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quam ipsa a b. nam si fieri potest cadat, ut ipsa b e. Quoniam itaque Angulus e b c rectus est, Angulus certe c f b acutus est. Quamobrem reliquus a f b obtusus erit. Maius est igitur Latus a b, Latere b f. Ponatur ergo ipsi a b æqualis, quæ sit b e, & connectatur e c. Quoniam igitur Angulus e b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere e c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus e b, b c describuntur. Verum ipsa e b ipsi b a, est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere e c, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus a b, b c describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere a c describitur. Aequale igitur est quod à Latere e c, ei, quod à Latere a c describitur Quadrangulo. Et ipsa e c ergo ipsi a c æqualis est. Erat autem, & ipsa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ a b. Duæ igitur b e, e c rectæ Lineæ, duabus b a, a c rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea b c constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atqui neque extra ad alteras ipsius a b rectæ Lineæ partes. Si enim fieri potest cadat, ut ipsa b g, & sit æqualis ipsi a b ipsa b g, & connectatur e g. quoniam itaque Angulus g b c rectus est, Quadrangulum, quod à Latere g c describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus b g, b c describuntur. Erat autem & quod à Latere a c, æquale ipsi, quæ à Lateribus a b, b c, æqualis verò est a b,



Nota qd
huius Theo-
rematis
instancia sol-
uit p. septi-
mā Propo-
sitiōe primi.
Quapp. h
ab re ab
Elemēto-
rū institu-
tore inter
sexta, & o-
ctauā iter-
iecta fuit.
vtilis. n. ē
ad instan-
tias destru-
endas, nec
non ad A-
stronomiā
vide cōm.
12. lib. 3.

ipsi

¶ Hæc
totius pri-
mi lib. Ele-
mentorū.

Nunc per-
spicuū est
¶ Procli
propositum
erat oēm
Euclidis e-
lementarē
institutio-
nē exponere,
sed certū
nō ē ipsū
eā exposuisse,
quia cū cōdōne
hoc pollicetur.

ipsi gb . Aequalis est igitur gc , ipsi ac . At ipsa quoque gb recta Linea rectæ Lineæ ba æqualis est, super vna bc recta Linea, quod fieri non potest. Neque ergo intra, neque extra cadet recta Linea, quæ ad Angulos rectos ipsi bc à Signo b excitatur. Super ipsa igitur ab cadet. Angulus ergo abc rectus est. Soluta est igitur Instantia. At primum quidem Librum hucusque Elementorum institutor compleuit, quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota nanque ad tota sapenumero Theorematum, & tota ad partes, & partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem excogitauit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Positiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem & Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium preterea, Particulariumque Theorematum, Elementarē institutionē patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorumque Problematum differentiā indicauit (quæ sanè omnia nos quoque ipsum consequentes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Propositum retulit, ad Elementarē utique institutionem eius, quæ de simplicioribus rectilineis Figuris est contemplationis, ac demum tum Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quæ ipsis per sese insunt considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi poterimus, Dijs gratiam habebimus. si autem aliæ curæ nos ab instituto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere censeo. quod difficile passim est, & ad rem ipsam pertinet, facileque diuidi potest sectantes. quoniam ea sanè, quæ hoc tempore afforuntur Commentaria multam, atque variam in se se confusionem continent, quippe quæ nullam causæ assignationem simul inferunt, neque iudicium Dialecticum, neque contemplationem Philosophicam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM.

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; paging declarat.



A

Litera.



ACIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 189. p.

Acumen, & Ob-

tusitas inæqualita-

ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-

perficierum pro-

prium.

68. m.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.

m. 110. f. & 119. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema

124. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-

neis, quæ intra Triangulum constituun-

tur.

187. f.

Aenigma Pythagoreorum.

49. m.

Æqualitas primū in Quantitate est Sym-

ptoma.

111. p.

Aliorum antiquorū opiniones de differen-

tia Theorematis, & Problematis. 45. m.

Altitudo Figurarum quid.

243. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus

bifariam secari possit.

155. p.

Ambitus Trianguli quid.

134. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &

Problemate.

45. p.

Anguli Sphærales qui.

71. m.

Anguli ex Linea recta, & Circumferentia

duo sunt.

73. p.

Anguli ex rectis Lineis tres fiunt.

73. m,

& 75. p.

Anguli consideratio vniuersalis.

74. p.

Anguli Deinceps qui fiunt.

171. p.

Anguli ad Verticem qui fiunt.

171. p.

Anguli Alterni qui fiunt.

115. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-

tur.

116. p.

Angulorū oīū pulcherrima cōsiderā.

74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt
consideratio. 74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt conside-
ratio. 74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superfi-
ci-bus sunt consideratio. 74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mistis
sunt consideratio. 74. m.

Angulorū Circulariū consideratio. 74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio. 74. m.

Angulorū mistorum consideratio. 74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species,
quas ait Socrates in Rep. ex Supposi-
tione apud Geometras accipi. 75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pul-
cherrima comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt
comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem,
& vitium comparatio. 76. f.

Angulorum Verticalium æqualitas unde
fiat. 154. f.

Angulorum Curvilineorum duo tantūm
rectilineis æquales sunt. 109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas
maximā habet vim ad augenda, dimi-
nuendaue Spatia. 139. m.

Angulos Oracula Nodos cur nuncu-
pent. 74. p.

Angulos quomodo diuerſe Diſſ. attribuāt
Pythagorei, & Philolaus, Aſinæuſq;
philosophus. 74. f.

Angulum omnem bifariam secare secun-
dum Elementarem institutionem est
impossibile. 155. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Li-
nea. 72. f.

Angulus Cissoïdes quid. 72. f.

Angulus ex hippopedis Lineis. 72. f.

Angulus triplex fit ex Circūſcrētiis. 72. f.

m Angu-

I N D E X.

- Angulus utrinque conuexus quis. 72. f.
 Angulus utrinque cauus, vel Syftoides
 quis. 73. p.
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.
 Angulus Cornicularis quis. 73. p.
 Angulus rectus non rectorum mensura est,
 ut inæqualium æqualitas. 77. m. 137.
 p. & 168. p.
 Angulus planus quid sit. 69. f.
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
 Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui
 sint. 75. p.
 Angulus aduëritius Trianguli quid. 95. m.
 Angulus quomodo Angulo equalis, &
 quomodo simpliciter dicatur. 110. p.
 Angulus rectilineus Angulo rectilino
 quomodo dicatur equalis. 115. f.
 Angulus rectus in tres partes equaliter fa-
 cile secari potest, Acutus autem non potest
 nisi per Lineas mixtas. 133. m.
 Angulus quadrupliciter dari potest. 138. m.
 Angulus Pelecoides, siue Angulus Figu-
 re Securi similis quid. 192. p.
 Anima aliquando motus principium est,
 aliquando ab alio motum recipit, secun-
 dum Platonem. 119. f.
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex
 mente Platonis, & ideo Arithmetica
 præcedit Musicam. & est pulcherrima
 ratio. 21. m.
 Anima ad mentem eandem habet rationem, quæ
 generatio ad celum. & ideo circulariter
 etiam uel ex Platonis sententia. 84. m.
 Animæ duplex actio. 62. f.
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.
 Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
 Apollonii demonstratio primi Pronun-
 tiari Euclidis. 111. m.
 Applicatio quid sit, & quomodo fiat. 164. m.
 Applicatio à Constitutione quomodo dif-
 ferat. 165. p.
 Apſis quid. 91. p.
 Archimedes, & Apollonius tanquam
 euidentibus utuntur principiis, his, quæ
 in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.
 Archimedes ostendit Circulum esse equa-
 lem cuidam Triangulo. 166. m.
 Area Trianguli quid. 144. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum dubitationis bimembris de Geo-
 metrica materia. 118. f.
 Argumentum destruens idem. 118. f.
 Argumentum ad idem. 119. p.
 Argumenta quatuor destruens secundum
 membrum dubitationis bimem-
 bris de Geometrica materia. 119. m.
 Argumenta quod phantasia ab impartu-
 bili ad partem procedat. 155. p.
 Argumenta contra Democriti opinionem
 de Figura. 80. p.
 Argumenta destruens opinionem Stoi-
 corum de Figura. 80. m.
 Argumentum secundo hypotheticorum
 modo, quod Finis, & Infinitum Mathe-
 maticarum scientiarum principia sint. 1. m.
 Argumentum quod Mathematica essen-
 tia media sit inter naturalem essentiam,
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
 Argumentum quod communia Mathe-
 matica Theoremata, considerationes, &
 principia ante multa subsistunt. 4. f.
 Argumentum quo confutatur Arist. opi-
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-
 tiæ. 7. p.
 Argumentum contra Arist. opinionem
 quomodo Anima constituat Mathe-
 maticas formas. 7. f.
 Argumentum contra eundem de eodem. 8. p.
 Argumentum aduersus eundem de eodem. 8. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum conclusionis de utroque for-
 matum Mathematicarum ab Anima. 9. p.
 Argumentum destruens idem. 9. p.
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
 Argumentum destruens secundum me-
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.
 Argumentum destruens idem. 9. m.
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de
 R. p. contra Mathematicarum utili-
 tatem. 17. p.
 Argumentum Zenonis contra demonstra-
 tionem sibi contrariam. 123. f.
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematica essentia. 7. p.
 Arist. opinio quomodo Anima constituat
 Mathematicas formas. 7. f.
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum
 corporis. 13. m.
 Arist. opinio de Plano. 67. p.
 Arithmetica certior est quam Geometria,
 & quam Musica. 14. f.
 Arithmetices tres sunt partes, Linearium, &
 Planorum, Solidorumque Numerorum
 consideratio. 21. p.
 Arithmetices, & Geometriæ principia dif-
 ferunt inuicem, & comunicant. 15. p.
 Artes omnes Arithmetica, & Artemetice-
 di, Artesque ponderandi indigent ex me-
 to Socratis in Philo. 14. f.

Artifi-

I N D E X.

**Artificioſum eſt, ad ſcientiamq̃ ſpectat ſo-
lutiones oppugnantium dicendis præ-
parare.** 141. m.
Aſtologiæ conſiderationes. 14. m.
**Aſtologiæ tres ſunt partes, Gnomonica,
Metheorſcopica, & Dioptrica.** 14. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 52. m.
**Axis quid ſit, & quomodo differat à Dia-
gonio, & Dimeticente,** 89. m.

B. Litera.

Baſis Trianguli quid. 114. f.
Baſis Trianguli duplex eſt. 114. f.
**Binarii intolerabilis audacia, de qua in
Theologumenis Arithmeticæ.** 38. f.
**Binarius quomodo medius ſit inter Vni-
tatem, & Numerum.** 92. m.
**Bonum, & ſuprema cauſa. de qua Plato,
& Proclus in 7. de Rep.** 18. m.

C. Litera.

C Alliclis reprehentio in Gorgia. 14. p.
**Calypſo, de qua Plutarchus in opusculo
de vitanda uſura.** 32. m.
Canonica q̃ nihil aliud ſit q̃ Muſica. 23. m.
Canonica quid conſideret. 23. f.
Carpi opinio de Angulo. 69. f.
Casus quid ſit. 121. m.
Casus in Conſtructione eſt. 127. f.
**Casus variũ ſecundi Problematis primi
Elementorum.** 128. m.
**Casus variũ tertii Problematis primi Ele-
mentorum.** 130. m.
**Casus variũ quintæ Propositionis primi
Elementorum.** 141. f.
**Casus ſextę Propositionis primi Elemento-
rum.** 146. p.
**Casus tres Demonſtrationis Propoſitio-
nis 8. primi Elementorum ſecundũ Phi-
lonem.** 132. m.
**Casus variũ Propositionis 9. primi Ele-
mentorum.** 157. p.
**Casus Propositionis 11. primi Elemento-
rum.** 160. f.
Casus ab Inſtantia q̃uo differat. 121. m.
& 155. f.
**Casus Propositionis 12. primi Elemento-
rum.** 165. f.
**Casus Propositionis 17. primi Elemento-
rum.** 179. p.
Casus Propoſ. 18. primi Elementorũ. 181. p.
**Casus tres Propositionis 14. primi Ele-
mentorum.** 194. f.

**Casus Propositionis 30. primi Elemento-
rum.** 225. p.
**Casus Propositionis 31. primi Elemento-
rum.** 227. m.
**Casus Propositionis 35. primi Elemento-
rum.** 240. f.
**Casus Propositionis 36. primi Elemento-
rum.** 241. f.
**Casus Propositionis 38. primi Elemento-
rum.** 250. p.
**Casus Propositionis 41. primi Elemento-
rum.** 253. f.
**Casus Propositionis 41. primi Elemento-
rum.** 262. f.
**Cauſa prima, per quam Figura circularis
apparuit.** 88. f.
**Cauſa, propter quam Philolaus quatuor
Diis triangularem Angulum, & tribus
quadrangularem attribuerit.** 99. m.
**Cauſa cur Perpendiculari Figurarum
metiamur altitudines.** 100. m.
**Cauſa, propter quam Euclides non fecit
conuerſionem ſecundæ partis quintæ
Propositionis primi Elementorum.** 141. f. & 147. f.
**Cauſa, propter quam Euclides rectilineũ
Angulum ſolum, & Circumferentiam
bifariam tantũ ſecuit.** 155. f.
**Cauſa, propter quam conuerſa Theore-
mata per Deductionem ad impoſſibile
vix plurimum oſtenduntur.** 184. m.
**Cauſa vera Symptomatis Propositionis
17. primi Elementorum.** 178. m.
**Cauſa Symptomatis octauędecimę Pro-
positionis primi Elementorum.** 181. f.
**Cauſa cur tres tantũ ſint Casus 35. Pro-
positionis primi Elementorum.** 241. p.
**Cauſa cur conuerſæ. 35. & 36. Propoſi-
tionis tũ ab Euclide, tum à Proclo præ-
termiſſæ ſint.** 250. m.
**Cauſa paſſionis tũ 47. Propositionis pri-
mi, tum 31. ſexti Elementorum, eſt An-
guli rectitudo.** 269. p.
Cauſæ quinque Figuram perficientes. 82.
f. & 83. p.
Centra Sphærarum quid faciant. 52. m.
**Centri Mathematici ad Centrum intelli-
gibile pulchra comparatio.** 88. m.
Centrum Circuli quid ſit. 84. p. & 87. p.
Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.
Centrum tres tantũ habet locos. 91. f.
**Ceritudo Mathematica ab Anima ipſa
emanat.** 7. m.
**Ceritudo eadem nõ eſt ab omnibus Ma-
thematicis requirenda, neque eiſdem**

Demōstrationibus Sciētię omnes vtuntur ex Arist. sententia.	20. p.	Cōitas Linearū, & Superficierū.	88. m.
Circularis Numeri contemplatio.	86. p.	Communitas secunda Linearum, & Superficierum.	68. f.
Circuli duplex consideratio.	82. m.	Communitates duodecimę, & 12. Propositionum primi Elementorum.	226. m.
Circuli pulchra in Numeris contemplatio.	85. p.	Communium Arithmetice, & Geometrice Theoremata distinctio.	35. m.
Circulorum quilibet Linea cārum est.	78. m.	Cōparatio Definitionis Figurę secundū Propositioni ad Definitionē Euclidis.	81. p.
f. cuius oppositum habetur.	78. m.	Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio super eadem Basi, & in eisdem Parallelis.	255. p.
Circulus quid sit.	84. p.	Comparatio pulcherrima Trianguli cum Trapezio super eadem Basi non in eisdem Parallelis, sed cum quadam alia conditione.	255. f.
Circulus est omnium Figurarum præstantissima.	84. p.	Cōplementorū non ē unde sit ortū.	263. f.
Circulus perfectionem quomodo rebus omnibus præbeat.	84. f.	Compositio in Mathematicis quid sit.	445. f.
Circulus verus, & vera circularis Natura quid sit.	88. p.	Conclusio trimembris in questione quodammodo Anima constituat Mathematicas formas.	9. p.
Circulus est prima omnium Figurarū.	89. p.	Conclusio Geometrica duplex est.	118. m.
Circulus, monadicus esse dicitur.	91. p.	Conclusiones primi Problematis Euclidis.	128. p.
& 92. p.		Conclusionis officium.	157. f.
Circulus quomodo fiat Ellipsis.	98. p.	Conditioes, quę requiruntur ad optimam Elementarem institutionem.	48. p.
Circumferentia quid sit.	84. p.	Cōditiones sex definitionis Circuli.	89. m.
Circumferentia omnis per Lineas mixtas in tres partes æquales secatur.	155. f.	Conditioes Parallelarum rectorum Linearum.	100. m.
Circumferentiam cur Euclides bifariam tantum secuit.	155. f.	Conditioes quartę Propositionis primi Elementorum.	13. p.
Cissoides Angulus quid sit.	72. f.	Conditioes quinque 7. Propositionis primi Elementorum.	149. f. & 145. p.
Cissoidum Linearum denominatio.	72. f.	Conditioes tres Propositionis 14. primi Elementorum.	169. m.
Cœlogonium Triangulum quid.	94. f.	Confirmatio tertii membri trimembris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima.	9. m.
Cogitatio est instrumentum iudicans Mathematicas.	6. m.	Confirmatio dicti Pythagoreorum, & Philolai de Triangulo.	95. f.
Cogitatio media est inter intelligentiam, & opinionem.	6. f.	Cōfuratio opinionis Carpi, & Apollonis, & Plutarchi de Angulo.	70. p.
Cogitationis intelligentiæ iuxta suam finem Mathematicas scientias constituerunt.	21. f.	Confutatio opinionis Eudemi de Angulo.	70. p.
Cogitatio quomodo Mathematicas producat, omnesque scientias.	26. f. & 27. p.	Confutatio opinionis Euclidis de Angulo.	70. m.
Cognitio Mathematica obscurior est prima sciētia, euidētior autē opinio.	6. f.	Confutatio Definitionis Anguli, quam trudit Euclides.	73. m.
Cognitionum proportio secundum Platonem.	6. p.	Confutatio opinionis Democriti de Angulo.	79. f.
Commendatio Mathematicarum ex 7. de Rep.	12. f.	Confutatio opinionis Antiquorum de Figura.	80. p.
Commendatio Mathematicarum ex Plotino.	12. f.	Confutatio opinionis Stoicorum de Figura.	80. p.
Communia eorum, quę sunt, Mathematicę essentię principia Finis, & Infinitum.	2. m. & 7. m.		
Communia Mathematica Theoremata, considerationes, & principia antemultra subsistunt.	4. f.		
Communia Arithmetice, & Geometrice Theoremata, & utrique propria quę sunt.	55. p.		
Cōmunitas Propositionū 35, & 36. primi Elementorum.	241. f.		

I N D E X.

- Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis insecabilibus . 159. f.
 Confutatio primi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . 9. p.
 Confutatio secundi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima . 9. m.
 Coni ortus . 68. p.
 Conicæ sectiones, quæ, & quot. 64. m.
 Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt mista Corpora 68. f.
 Coniunctio Mathematicarū non est Proportio, ut censuit Eratosthenes. 25. m.
 Coniunctio prima Mathematicarū. 25. f.
 Coniunctio secunda Mathematicarū. 25. f.
 Coniunctio tertia Mathematicarum. 26. p.
 Conoides Superficies quæ dicantur. 68. f.
 Conoides rectangulum quid. 68. f.
 Conoides obusangulum quid. 68. f.
 Consideratio pulchra in Triangulis, & in his, quæ sunt. 213. f.
 Consideratio pulcherrima de vli 235. p.
 Constructio quando deficiat. 217. p.
 Constructio primi Problematis Euclidis . 219. m.
 Constructionis officium. 215. f.
 Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere, Vesta, & Rheæ . p. 99. p.
 Cōtemplatio duorum Circulorum æquilaterum Triangulum comprehendentium. 222. p.
 Continuatio libri secundi Autoris cum primo. 228. p.
 Continuatio libri tertii Autoris cum secundo. 202. p.
 Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. 223. p.
 Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt. 168. f.
 Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile ut plurimū debent ostēdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem. 159. p., & 184. m.
 Conuersa quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 171. f.
 Conuersa quadragesimæ primæ Propositionis primi Elementorum. 254. m.
 Conuersæ trigessimæ secundæ Propositionis primi Elementorum. 218. f.
 Conuersio apud Geometras quid. 147. f.
 Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria. 144. m.
 Conuersio triplex est. 231. f.
 Conuersiones falsæ quæ sint. 144. f.
 Conuersionis modus, qua conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. 270. f.
 Cōuersum octauæ Pronuntiati primi Elementorum nō est verum nisi in similibus specie specialissima. 237. f.
 Conuersum primæ, & secundæ passionis 34. Propositionis primi Elementorum. 236. m.
 Conuersum quoddam aliud quadragesimæ primæ Propositionis iuxta alium Conuersionis modum. 254. f.
 Cornicularis Acuto semper inæqualis est. 133. m.
 Corollarium quid sit. 121. m.
 Corollarium quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 173. p.
 Corollarium duplex est. 121. m., & 173. p.
 Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens. 176. f.
 Corollarium aliud ex 16. Propositione primi Elementorum. 177. p.
 Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorum. 179. f.
 Corollarium ex Scholio Francisci Barocii. 206. f.
 Corona apud Geometras quid. 91. m.
 Cur Plato in Timæo Animam ex Mathematicis formis constituat. 9. f.
 Cur Plato multas experientias, & Artes, quæ veræ scientiæ non sunt, scientias appellauerit. 17. f.
 Cur proceres Farsæcos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auertat in Theæteto. 16. p.
 Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finem versari. 21. f.
 Cur tertia Geometriæ species non sit, q̄ de Punctis, & Lineis tantum agat. 23. p.
 Cur Plato adamantinam Polorum substantiam dicat. 32. m.
 Cur Pythagorei Polum sigillum Rheg vocabant. 52. f.
 Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
 Cur Plato naturales Rationes per Planæ manifestari iubeat. 33. f.
 Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. 34. f.
 Cur Pythagorei Lineam dyadicam appellabant. 97. f.
 Cur Euclides duas tantum Lineæ species tradiderit. 65. p.
 Cur Pythagorei Ternario Superficiem

assimilauerint. 66. p.
 Cur Euclides Planam tantum definiuerit
 Superficiem. 69. p.
 Cur Euclides Semicirculum in primo li-
 bro definiat, & non in tertio, vbi pro-
 prius est locus. 91. p., & 92. p.
 Cur Euclides duplicem Triangulorū di-
 uisionem tradat. 94. f.
 Cur Euclides prætermiserit conuersam
 15. Propositionis primi Elemento-
 rum. 172. p.
 Cur Euclides Propositionem 19. primi
 Elementorum per Demonstrationē di-
 rectam non demonstrauit. 184. m.
 Cur Euclides tres Angulorū in Paralle-
 llis sumptiones prætermiserit. 227. m.
 Cur non sit conuertenda 30. Propositio
 primi Elementorum. 225. f.
 Cur familiarissimum Arist. exemplum sit
 hoc. Omne Triangulum habet tres
 Angulos æquales duobus rectis. 231. f.
 Cur Theorema in Basibus æqualibus de
 Parallelogrammo simul, & Triangulo
 Euclides prætermiserit. 254. p.
 Cur tres soli sint 41. Propositionis primi
 Elementorum Casus. 261. m.
 Cur in Definitionibus Complementa Eu-
 clides non definiuerit. 263. f.
 Cur Euclides duorum tantum Rectilineo-
 rum ortum tradat. 266. f.
 Cur Euclides Triangulum æquilaterum
 per Constitutionem producat, Qua-
 drangulū autē per Descriptionē. 267. p.
 Cur vniuersē 47. Propositio primi Ele-
 mentorum ostendenda non sit. 269. m.

D. Litera.

Data tria sunt in Propositione 44. pri-
 mi Elementorum. 264. f.
 Datus oī quatuor modis dari pōt. 227. f.
 Datum primi Theorematis primi Elemē-
 torum. 223. f.
 De Petitione, & Pronuntiato caput vni-
 cum. 202. p.
 Deductio ad impossibile quid apud Geo-
 metras. 245. p.
 Defectus tres consequenter æquali Spatio
 distantes esse non possunt. 251. f.
 Defensio Gemini. 229. p.
 Definitio Problematis, & Theorematis
 secundum Posidonium. 47. p.
 Definitio rectę Lineę secundū Platonē 63. p.
 Definitio rectę Lineę secundum Archi-
 medem. 61. m.

Definitio Centri Circuli. 87. p.
 Definitio Poli Circuli. 87. m.
 Definitio Centri ab Oraculis tradita. 88. m.
 Definitio perfecta Anguli Plani. 71. f.
 Definitio perfecta Anguli Solidi. 71. f.
 Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius
 Anguli. 71. f.
 Definitio Parallelarum Linearum secun-
 dum Posidonium. 100. m.
 Definitio eorum, quę consequenter, vel
 deinceps esse dicuntur. 169. f.
 Definitio Corollarii. 121. m., & 124. p.
 Definitiones varię ipsius rectę Lineę. 63. m.
 Definitiones varię Superficie. 65. f.
 Definitiones varię Plani. 67. m.
 Definitionis Mathematicę Circuli consi-
 deratio. 86. m.
 Democriti opinio de Figura. 79. f.
 Demonstratio Mathematica quod Circu-
 lus bifariam à Dimetiente secatur. 89. f.
 Demonstratio quartę Petitionis Eucli-
 dis. 108. m.
 Demonstratio Geometrica duplex ē. 118. p.
 Demonstratio primi Problematis Eucli-
 dis. 119. f.
 Demonstratio contra Zenonem. 123. m.
 Demō alia, quā dānat Zeno. 124. p.
 Demonstratio praua Quorundā secundi
 Problematis primi Elementorū. 129. f.
 Demonstratio vltimi Pronuntiati primi
 Elementorum. 133. f.
 Demonstratio quartę Propositionis primi
 Elementorum. 137. p.
 Demonstratio quintę Propositionis à
 Pappo tradita. 143. f.
 Demonstratio conuersionis secundę par-
 tis 5. Propositionis primi Elementorū,
 quę ab Euclide prætermissa est. 146. f.
 Demonstratio octauę Propositionis pri-
 mi Elementorum secundum Philo-
 nem. 152. p.
 Demonstratio Apollonii Pergę in Pro-
 positionem 10. primi Elementorum
 Euclidis. 160. p.
 Demonstratio Propositionis 10. primi
 Elementorum ab Euclide tradita me-
 lior est ea, quam tradidit Apollo-
 nius. 160. m.
 Demonstratio Apollonii in 11. Proposi-
 tionem primi Elementorum. 161. f.
 Demonstratio Euclidis in Propositionem
 11. primi Elementorum melior est De-
 monstratione Apollonii. 161. f.
 Demonstratio vndecimę Propositionis pri-
 mi Elementorū, quę sit per Semicirculū

I N D E X.

- non approbatur. 152. p.
- Demonstratio Porphyrii, quæ confirmat quandā particulam quartædecimæ Propositionis primi Elementorū. 170. m.
- Demonstratio conuersæ 15. Propositionis primi Elementorum. 171. f.
- Demonstratio alia eiusdē indirecta. 172. m.
- Demonstratio octauædecimæ Propositionis primi Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.
- Demonstratio directæ Propositionis 19. primi Elementorum. 184. p.
- Demonstratio Propositionis 17. primi Elementorū ab Autore tradita, quæ est exquistor Demonstratio Euclidis. 192. p.
- Demonstratio Apollonii in 19. Propositionem primi Elementorum, quæ datur ab Autore. 193. p.
- Demonstratio cuiusdam pulchræ Sumptionis. 203. p.
- Demonstratio vigesimæquintæ Propositionis primi Elementorum secundum Menelaum Alexandrinum. 207. f.
- Demonstratio vigesimæquintæ Propositionis primi Elementorum secundum Heronē Mechanicum. 208. m.
- Demonstratio vigesimæoctauæ Propositionis primi Elementorum secundum Ptolemæum. 218. p.
- Demonstratio tertie partis 19. Propositionis primi Elementorū secundū Ptolemæum. 220. p.
- Demonstratio, quam habet Arist. primo de Celo text. trigesimoquinto. 223. m.
- Demonstratio Sumptionis, per quam demonstratur quinta Petitio primi Elementorum. 223. f.
- Demonstratio pulchra 3. Petitionis primi Elementorū ab Autore tradita. 214. p.
- Demonstratio trigesimæsecundæ Propositionis primi Elementorum secundum Pythagoreos. 228. m.
- Demonstratio Autoris, quod longitudinis accretione opus sit ad Spatorum æqualitatem seruandam. 239. f.
- Demonstratio trigesimænonæ Propositionis primi Elementorum in reliquo absurde Suppositionis Casu. 251. p.
- Demonstratio duorum Theorematum ex his quatuor, quæ Elementorum institutor omisit. 252. f.
- Demonstratio quadragesimæ primæ Propositionis primi Elementorū in Basibus etiam æqualibus. 254. p.
- Demonstratio Propositionis 45. primi Elementorum. 265. f.
- Demonstrationes quorundā Pronuntiatorū à Pappo additorū. 113. f. & 114. p.
- Demonstrationes vigesimæ Propositionis primi Elementorum à Porphyrio, & Herone traditæ. 185. p. & 185. m.
- Demonstrationes quintæ Petitionis secundum Ptolemæum. 220. m.
- Demonstrationes conuersarū trigesimæsecundæ Propositionis primi Elementorum. 229. p.
- Demonstrationes duorum utilissimorum Theorematum. 257. m.
- Demonstrationis officium. 116. f.
- Demonstrationis Geometricæ perfectio. 118. p.
- Destitutio Argumenti Platonicoꝝ contra Mathematicarum utilitatem. 18. m.
- Destitutio Argumentorum, quæ non flecti possent in Autorem circa opinionem suam de Angulo. 71. m.
- Destrucciones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72. p.
- Determinatio quando deficiat. 117. m.
- Determinatio Dali est. 117. m.
- Determinatio primi Problematis Euclidis. 119. m.
- Determinationis officium. 116. f.
- Deus vnum esse dicitur. 66. m.
- Deus Triadicus quid. 89. f.
- Diagonius quid sit. 89. m.
- Dialectica est purissima Philosophiæ pars. 25. p.
- Dial. & cā, quæ Metaphysica est cur Platō Mathematicarum fastigium in 7. de Rep. appellauerit. 24. f. & 25. f.
- Differentia secunda Linearum, & Superficierum. 69. p.
- Differentia inter Dimetientem, Diagonium, & Axem. 89. m.
- Differentia quædam Cōuersionū. 219. p.
- Differentia, quæ in Parallelogrammorum diuisionibus apparet. 234. p.
- Differentia Propositionum 35. & 36. primi Elementorum. 241. f.
- Differentiæ tres Problematis, & Theorematis secundum Carpum. 238. p.
- Differentiæ duodecimæ, & trigesimæ primæ Propositionū primi Elementorū. 226. f.
- Difficile est Elementa construere. 42. f.
- Digressio contra Arist. quod Anima non sit tanquam tabula rasa. 9. m.
- Digressio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21. p.
- Digressio contra Stoicos, & Aristotelē de Terminorū corporis substantia. 32. p.

- Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine. 61. p.
- Digressio de Terminis, et Terminato, 66 m.
- Digressio de Anguli Quod quid esse. 69. f.
- Digressio de Circuli perfectione. 84. f.
- Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circumferentia in Exemplaribus. 87. m.
- Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristoteli in corporis Terminis, & corpore. 96. f.
- Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus. 98. f.
- Digressio de Anguli consideratione in intellectibus. 73. f.
- Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli. 75. m.
- Digressio de Figuræ consideratione. 78. m.
- Digressio de causis Figurarum perficientibus. 82. f.
- Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt. 91. f.
- Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensibilibus consideratione. 93. f.
- Digressio de Triangulorum in iis, quæ sunt consideratione. 95. p.
- Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt. 96. m.
- Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt. 98. f.
- Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus. 107. m.
- Digressio de consideratione Trianguli æquilateri. 121. f.
- Digressio contra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, & Theorematis. 138. p.
- Digressio de Infiniti in Mathematicis subsistentia. 163. p.
- Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt. 166. m.
- Digressio passionis Propositionis tertie decime in iis, quæ sunt. 168. p.
- Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum. 180. m.
- Digressio de cõparatione Arcuum Triangulorum vigesime quartæ Propositionis primi Elementorum. 195. f.
- Digressio contra Ptolemæum de quinque Petitionis demonstrationibus. 229. f.
- Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis. 230. p.
- Digressio de Vniuersali. 235. p.
- Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atque Trapezis. 25. f.
- Digressio Francisci Barocci de Triangulorum ad principia totius Mathematicæ essentia relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione. 205. m.
- Dii Polorum Sphæræ quid faciant. 52. f.
- Dii Axium Sphæræ quid faciant. 53. p.
- Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum. 232. p.
- Diligentia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum. 250. f.
- Dimetiens Circuli quid. 89. p.
- Dimetiens in Circulo tantum proprie dicitur, & Diagonus in Figuris, quæ habent Angulos. 89. m.
- Dioptrica quid consideret. 24. f.
- Distantia nauigiorum in mari ostendit per 16. Propositionem primi Elementorum. 212. m.
- Distributio opinionum de Angulo. 71. f.
- Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet. 4. p.
- Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima. & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia. 5. m.
- Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur. 5. f.
- Diuisio Scientiarum, & Artium secundum Platonem. 17. f.
- Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ. 20. f.
- Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini. 22. p.
- Diuisio ipsius Vniuersalis. 25. f.
- Diuisio Lineæ secundum Gemini. 61. f. 110. f.
- Diuisio Cognitionum secundum Platonem. 1. f. & 5. f.
- Diuisio eorum, quæ sub cognitionem cadunt iuxta Platonis sententiam. 2. p.
- Diuisio primi libri Elementorum. 49. f.
- Diuisio Lineæ secundum Platonem, & Aristotelem. 60. p.
- Diuisio Angulorum. 72. m.
- Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur. 91. p.
- Diuisio Planarum Figurarum. 92. p.

Diui-

Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Euclidem. 96. f.
Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Posidonium. 97. p.
Diuisio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiatori cōmunitate, & differentia. 105. f.
Diuisio Autorum, qui contra Geometriā instarunt, & opinionum eorū. 114. m.
Diuisio vniuersalis Problematum. 115. f.
Diuisio Theorematum. 119. m.
Diuisio Mathematicarum probationū ex mente Autoris, & Porphyrii. 145. f.
Diuisio triplex Corollariorum. 174. m.
Diuisio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem. 209. p.
Diuisio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215. m.
Diuisio Theorematum Localium. 238. p.
Diuisio Casuum 36. Propositionis primi Elementorum. 242. f, & 244. f.
Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione. 108. f.
Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur consecrauerit. 99. m.
Dux rectæ Linæ nullum Spatium comprehendere possunt: & hæc est causa quod non Parallela in infinitum ex altera parte producant, necnō aliarū rerū est causa. 91. m, 91. m, 100. p, & 111. m.
Dux Circumferentiæ duo Signa coniungere possunt, sed dux rectæ Linæ nequaquam. 116. f.
Dubitatio bimembris de Geometrica materia. 28. f.
Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51. p.
Dubitatio an Circumferentia indigeat recta Linæ ad constitutionem. 61. f.
Dubitatio quomodo omnis Superficies Extrema sint Linæ, cum neque infinitæ, neque omnis finitæ Extrema sint. 66. f.
Dubitatio nunquid Signum solum impartibile sit. 54. p.
Dubitatio quomodo impartibilia in Phasassa inspiciantur, quæ cuncta partibiliter recipit. 55. p.
Dubitatio quomodo Linæ extremitates Signa dicta sint, cum neque infinita Linæ, neque omnis finita extremitates habeant. 59. f.
Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Arist. diuisionem Linearum. 60. f.
Dubitatio de infinitis Dimetientibus, qua

& 108. Grammaticus vsus fuit. in lib. contra Proclum. 90. p.
Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82. m.
Dubitatio de Quadranguli nomine. 98. p.
Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106. f.
Dubitatio de data recta Linæ in secunda Propositione primi Elementorū. 127. f.
Dubitatio familiarū Philonis de 8. Propositione primi Elementorum. 153. m.
Dubitatio cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non posuit, quot in 4. 154. p.
Dubitatio Quorundam, vtrum Linæ cōster ex impartilibilibus. 159. p.
Dubitatio cur Euclides secundam partem quintæ Propositionis primi Elementorum demonstrauit cum ea nusquam vtaf. 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.
Dubitatio cur Euclides adiecerit in 13. Propositione primi Elementorum particulas [duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167. f.
Dubō cur Euclides nō adiecit in Propositione 14. primi Elementorū inæqualitatem Arearū, vt in 4 æqualitatē. 195. m.
Dubitatio de partitione Propositionum 17. tū 18. primi Elementorū. 217. p.
Dubitatio aduersus Propositionem 30. primi Elementorum. 225. f.
Dubitatio rudium in 35. Propositionem primi Elementorum. 239. p.
Dubitatio cur Euclides cum Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis utebatur: cum autem Triangula Parallelogrammis, Problematibus. 265. p.
Duo rerum omnium principia secundum Platonem. 2. f.
Duodenarius est Iouis imperium. 99. m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere.
 41. p.
Elementare quid. 42. p.
Elementaris institutio vnde dicta sit, & cur qui eam tradidit (Suchiota) hoc est Elementorum institutor vocetur. 41. f, 42, & 43.
Elementorum rationes Triangulares aut esse Timæus. 95. m.
Elementum quid. 42. p.
Elementum duplex ex Menæchmi sententia, 42. m.

I N D E X.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet.	141. m.
Epicureorum impugnatio vigesimæ Pro- positionis primi Elementorum.	184. f.
Epicurus, omnesq; alij Philosophi multa supponunt, quæ fieri nõ possunt.	124. f.
Epigramma Persei.	64. m.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli li- bro dicta sunt.	28. p.
Epilogus primæ partis primi Elemento- rum.	212. m.
Epilogus totius primi lib. Elemēto.	272. p.
Epinomides Dialogus, qui Platoni ascri- bitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia.	24. f.
Eratoſthenis carmen.	64. m.
Error Theodori Mathematici.	68. p.
Error Apollonis ex Arist. Gemini, & Auctoris sententia.	105. p. & 112. p.
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Au- toris sententia.	105. m.
Euclides finem suæ Elementaris institutio- nis statuit quinq; Platoniarum Figu- rarum constitutionem.	39. f.
Euclides quædam cur prætermittat.	43. f.
Euclides non ab re in vno quoq; suorum librorum exponit principia.	44. m.
Euclides ipsemet suas Propositiones de- monstravit ex Auctoris sententia.	120. p. 128. m. & 152. p.
Euclidis opera.	39. f. & 40.
Euclidis Elementaris institutio omnes ha- bet conditiones, quæ ad optimam Ele- mentorum institutionem requiruntur.	
ideo omnes aliorum institutiones ex- cellit.	43. m.
Euclidis Elemētaris institutio partim ha- bet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem al- ternatim utitur, quandoq; verò alteris abundat.	47. m.
Euclidis opinio de Plano.	67. p.
Euclidis opinio de Angulo.	69. f.
Eudemis opinio de Angulo.	69. f.
Exemplum pulcherrimum actionis Ani- mæ.	81. p.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati.	126. p.
Exemplum pulcherrimū quomodo phā- tasia Infinitum cognoscat.	165. m.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Lo- calis in Lineis Solidis.	238. p.
Exemplum Demonstrationis Propositio- nis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum.	266. p.

Expositio verborū Platonis in 7. de Rep. vbi Scientiæ nomen ab ipsa Mathema- tica abstulit.	17. f.
Expositio quādo deficiat.	126. f. & 127. m.
Expositio Dati est.	127. m.
Expositio quadrupliciter fit.	128. f.
Expositio primi Problematis Eucli- dis.	129. m.
Expositionis officium.	126. m.
Ex quibus Animam constituat opifex se- cundum Timæum.	21. p.
Extrema Lineæ quæ sint.	58. m.
Extrema Superficie quæ sint.	66. m.
Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ.	11. f.

F. Litera.

Figura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone.	67. f.
Figura quid sit.	78. m.
Figura multipliciter dicitur.	78. m.
Figura in Deis qualis sit.	80. f.
Figura qualis sit in Naturis.	80. f.
Figura qualis sit in Animis.	80. f.
Figura quæ à Geometra consideret.	81. m.
Figura Finem, & Infinitū in propriis for- mis quomodo ostendat.	81. p.
Figura ab Euclide definita qualis sit.	82. p.
Figura à Posidonio definita qualis sit.	82. p.
Figura quomodo Diis attribuat.	83. f.
Figura Lunularis quid.	91. m.
Figura, quæ Corona dicitur quid.	91. m.
& 93. p.	
Figura utrinq; conuexa quid.	91. m.
Figura rectilinea quid.	92. p.
Figura trilatera quid.	92. p.
Figura quadrilatera quid.	92. p.
Figura multilatera quid.	92. p.
Figura dupliciter mista dicitur.	93. f.
Figura ex circumferentiis constructa, quæ habet internos Angulos duobus rectis æquales.	229. f.
Figuræ, Modulationes, & Motus, quibus Atheniēsis hospes eos institui vult, qui virtutem ab ineunte ætate sunt conse- cuturi.	14. p.
Figuræ sex species.	78. f. & 79. f.
Figuræ biformes quæ sint.	90. p.
Figurarum omnium consideratio.	79. f.
Finis Mathematicarum quid.	26. p.
Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio.	230. p.
Formarum immaterialium ordo.	51. p.
Fundamenta Auctoris aduersus Ptolemæ- um.	225. m.

Fusus Platonis quid.

32. f.

G. Litera.

Gelonis Syracusii Regis dictum.

17. m.

Gelonis corona.

37. m.

Gemini laus.

141. p.

Geminus tradit ortus Spiricarum, & Choidū, & Hederę similiū Linearū.

65. p.

Geodęsice tot sunt partes, quot Geometrie.

21. p.

Geodęsice subiecta, & cōsiderationes.

22. m.

Geometrie processus à compositionibus ad simpliciora.

49. f.

Geometrie nō possunt reddere causam triplicis rectilinei Anguli diuisionis.

75. m.

Geometria precedit Astronomiam, quia motu status prior est.

21. f.

Geometria totius Mathematicę pars est.

28. p.

Geometria vniuersale illud considerat, quod in imaginabilibus distributum est.

31. f.

Geometria cuiusmodi Scientia sit.

32. m.

Geometria quę consideret.

33. m.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi.

34. m.

Geometria certior est quā Sphęrica, siue Astronomia, & quā Mechanica, &

quā Perspectiua, & Specularia.

34. f.

Geometria proximā se se Geographiam, Mechanicam, & Perspectiuam, aliasq; Sci-

37. p.

Geometria ortū habuit ab agrorū cōmensio-

37. f.

Geometria, quę ab initio fuit qđ sit.

78. p.

Geometria quaritur quatuor ea, quę quęri solent.

125. f.

Geometria quaritur ipsum Quid est dupliciter.

125. f.

Geometria quō queratur ipsum Si est.

126. p.

Geometria quomodo queratur ipsum Quar-

126. p.

Geometria quomodo, & quando queratur ipsum Propter quid est.

126. m.

Geometrie dux sunt species, Planorum cōsideratio, & Stereometria.

122. f.

Geometrie principale officium.

23. p.

Geometrie subiecta sub cogitationem cadunt ex mente Platonis.

33. m.

Geometrie subiecta, accidentia, & principia quę sint.

34. p.

Geometrie, & Arithmetice principia differunt inuicem, & communicant.

35. p.

Geometrie laudes.

37. m.

Geometrie ortus, & Inuentores.

37. f., 38., & 39.

Geometrie propositum.

41. p.

Geometrie primum propositum.

41. p.

Geometrie secundum propositum.

41. m.

Geometrie totum propositum.

41. f.

Geometrie de quibus sit sermo.

125. f., 127. f.

Geometrica materia qđ.

28. p., 31. f., & 32. p.

Geometrice formę in cogitatione positę sunt, nolę a sensilibus separant, & a sensu ad mentem excitant.

29. m.

Geometrieorum sermonum ordo.

44. p.

45., 46., & 47.

Gaemonica quid consideret.

34. m.

H. Litera.

Hallucinatio quorundā ex Arist. sententia, qui non Vniuersale tanquā Vniuersale ostendebāt.

137. p.

Hallucinatio Chorographorum.

148. p.

Helicis Planę generatio.

103. m.

Helicium, Cylindrica sola est similiū patrum, non tamen simplex.

60. f.

Helix in Sphęra quid.

64. f., & 64. p.

Helix in Cono quid.

260. f., & 64. p.

Helix Cylindrica quid.

61. p.

Hieronymi sola Pronuntiata posuit.

133. m.

Hieronis Syracusii Regis dictum.

37. p.

Hieronis navis.

137. p.

Hippocratis Chūs fuit primus inuentor Inductionis Mathematicę.

122. f.

Homericę vñneria.

127. m.

I. Litera.

Identitatem in quibus ostendat Euclides.

124. f.

In quibus respectibus consequentia identitatis verificetur.

225. p.

In Rebus immaterialibus simpliciora cō-

30. p.

In Rebus materialibus compositiora prę-

30. m.

In demonstrabilia à demonstrabilibus natura differunt, & eorum Sciencie di-

113. p.

Inductio Mathematica quid sit.

122. f.

Inductionis Mathematicę cū Inductione logica similitudo.

124. f.

Infinitum in phantasia subsistit.

162. m.

Inscriptio Elementorum Euclidis.

41. p.

Instantia Mathematica quid sit.

121. f.

Instantia quorundā aduersus quintę Petitionem primi Elementorum.

222. p.

Intantia videntur Theorematis primi Elementorum. 278. p.
Intantia septimae Propositionis primi Elementorum. 149. m, 150. m.
Intantia Propositionis 12. primi Elementorum. 164. p.
Intantia Propositionis 12. primi Elementorum. 190. p.
In intellectu materia, qua Significabile dicitur, veritas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.
In uento Interualli Tyranniae voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq; generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
Iuuenes ad Casuū, Sumptionumq; varietatem libenter currunt, 113. p.

L. Litera.

Latera quomodo dicantur Angulos subterdere. 136. p.
Laterum aequalitas in Triangulis inferat aequalitatem Angulorum ab eis subterforum, & e contrario. 180. p.
Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 18. & 19. Propositionibus, tum in Acuturibus, tum in Scalenis Triangulis. 188. p.
Linea quid sit. 56. p.
Linea longe primum, & Simplicissimum est Interuallum. 56. p.
Linea cum finita est, cum infinita. 59. m.
Linea tripliciter Geometra utitur. 59. m.
Linea recta cuius sit Nota. 61. m.
Linea Incomposita quid. 61. f.
Linea Composita quid. 61. f.
Linea refracta quid. 61. f.
Linea Figuram efficiens quid. 61. f.
Linea, quae in infinitum Figuram non facit quid. 61. f.
Linea conchas similis, vel Conchoides quid. 61. f.
Linea indefinita quid. 64. p.
Linea Plana quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Solida quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Cissoidea quid. 64. p.
Linea Helix quid. 64. p.
Linea recta quid sit. 60. p.
Linea recta Lineae rectae quomodo dicatur aequalis. 135. f.
Linea recta non rectarum mensura est. 137. p.
Lineae variae definitiones. 136. f.
Lineae notio iuxta Apollonium. 136. p.
Lineae pulcherrimus sensus. 138. m.

Lineae partium similium tres solae sunt. 64. f, & 69. p.
Lineae per confusionem mixtae sunt. 67. f.
Loci, ex quibus habet quod Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem, 155. f, 140. m, & 169. p.
Locus, ex quo habetur quod Euclides suas Propositiones demonstrauit. 110. p.
Locus Geometricus quid sit. 138. p.
Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid sit. 139. m.
Locus, ubi quaedam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendum commentariū. 156. p.
Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor. 173. f.
Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

Materia duplex ex sententia Arist. & Autoris. 30. p, & 31. p.
Materia intelligibilis quae. 41. f.
Materia Problematis, & Theore. 46. m.
Mathematica essentia media est inter essentiam Naturalem, & Metaphysicā. 1. p.
Mathematica Scientia propter se est expetenda. 86. p.
Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animaeq; oculum ad Vniuersorum cognitionem preparat, 11. p, & 16. p.
Mathematica Scientia propter viam contemplantem est expetenda. 16. m.
Mathematicae essentiae medietas. 1. p.
Mathematicae res cogitationi subiectae sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas. 6. m.
Mathematicae per se soli aliquid boni est, ideo non est spernenda etiam ad humanos usus non prodest. 15. f.
Mathematicae Scientiae partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiva, Geodesia, Canonica, siue Musica, & Supputatrix. 31. p.
Mathematicae disciplinae praecipue remissionem ostendunt ex mente Platonis. 16. f.
Mathematices nomen unde sit ortum. 16. f, & 17. p.
Mathematices nomen a Pythagoreis quomodo sit repertum. 16. m.

Mathematici clari. 38. p.
Mathesis omnis, reminiscētia est ex Platonis semētia, & Pythagoreorū. 16. f.
Mathematices quatuor sunt partes, instrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 24. f.
Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 1. m.
Medietas Mathematicę Scientię. 10. m.
Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. f.
Menæchmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64. m.
Mens vltima, & passibilis, & quę recipit species quę sit. 10. m., & 106. f.
Mercurialia, & Mineralia munera. 17. m., & 33. m.
Metheoroscopica quid consideret. 14. f.
Methodi tres Mathematicę, quę à Platone traduntur. 121. p.
Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicina, & alię. 22. m.
Miraculorum Effectricis tres sunt partes, vna, quę spiritibus; altera, quę ponderibus; tertia, quę nervis, Spatisque vitur. 24. p.
Mista Līnea quę sit. 61. m.
Mistio, in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sententia. 67. f.
Mistio dupliciter sit. 67. f., & 91. f.
Modulationes, & motus, & Figurę virtuti conuenientes, quibus Atheniensia hospes eos institui vult, qui ab incunte adolescētia virtutē cōsecuturi sūt. 14. p.
Motus, ut Suppositio principiū est. 44. m.
Motus ab inæqualitate emanat, Quies autē ab æqualitate. 24. p., & 28. f.
Munus Problematis duplex secundum Menæchmum. 45. f.
Munus Problematis quid. 115. m.
Munus Theorematis quid. 115. m.
Mularum sermo in 8. de Rep. 4. m. 13. f., & 85. f.

N. Litera.

Naturę ad Animam pulchra comparatio. 80. f.
Negatiuę orationes principis conueniunt ex Platonis sententia. 54. f.
Neutrum Theorema quid. 41. m.
Nicomedes fuit inuentor proprietatis

Conchoidum Linearum. 155. m.
Nomina hæc μακρότατα, ὑπερβόλα, ἱσχυροί, quid significant apud antiquos, quid apud iuniores Mathematicos. 154. p.
Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sententia. 105. m., & 109. p.
Non omnis Līnea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest. 107. f.
Notanda quinque in 10. 11., & 12. definitionibus Euclidis. 76. p., & f.
Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensurę fertilitatis, sterilitatisque apparent secundum Platonem. 4. m.
Numeri in opinione subsistunt. 55. f.
Numerorum cognitio apud Phœnicas coepit. 38. p.
Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius ex M. Tullii sententia. 13. f.
Numerus præcedit Continuū, & Binarię Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis. 58. p.
Numerus quadrāgulus Numeri quadrāguli duplus inueniri nō potest. 169. m.

O. Litera.

Objectio quorundam quod quinta Euclidis Petitio in Partitionibus connumeranda sit. 110. m.
Obrusāguli Coni sectio quid. 65. f., & 100. f.
Onopides fuit primus inuentor Propositionis 11. primi Elementorum referente Eudemo. 191. f.
Omnia quęcumque in Plana tractatione describimus, in vno, eodemque Plano excoGITamus. 69. m. 127. f., & 215. p.
Opinio Autoris de Centris, Polīs, Axibus, & Sphæris. 53. p.
Opinio triplex de Angulo. 69. f.
Opinio Autoris de Angulo. 70. f.
Opinio Autoris de Figura. 80. p.
Opinio alia Autoris. 80. m.
Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 118. f.
Opinio quorundam de Propositione 16. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 176. p.
Opinio Autoris quod aliquę rectę Lineę à minoribus quā duo recti productę coincidunt, & aliquę non coincidunt. 122. p.
Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma-

thematicarum finis est. 18. m. & 16. p.
Optimus Geometrici studii finis, & doni
Mercurialis opus. 18. m. 16. p. & 12. m.
Opus Mathematices à nomine sit manife-
stum. 27. m.
Opus Mathematices simile est operi
Dei. 17. m.
Oraculi dictum de Vnitate. 17. m.
Orphei carmen. 28. f.

P. Litera.

Parallele lineę quę sint. 99. f.
Parallela Lineę alię etiam sunt præter
rectas. 100. m.
Parallela Lineę non dicuntur omnes,
quę non coincidunt, sed omnes, quę nõ
coincidendo in infinitum possunt pro-
trahi. 100. m.
Parallelogramma quomodo æqualia esse
dicantur. 140. m.
Parallelogramma quomodo in eisdem di-
cantur esse Parallela. 141. f.
Parallelogrammi nomē unde sit ortū. 136. p.
Parallelogrammorum proprietas quid
sit. 97. f. 233. m. 134. f. & 136. m.
Parallelogrammorum Isoperimetrorum
Quadrangulum quidem maximū est,
Rhomboides verò minimum. 140. p.
Parallelogrammum proprię quid sit. 136. f.
Parallelogrammum apud Euclidem quid
sit. 137. m.
Parte altera longior Figura quid. 96. f.
Partes, quę partibus præcipuis Problema-
rum, & Theorematum annexę sunt,
quot, & quę sint. 110. p.
Particularum [quod fecisse oportuit &
[quod demonstrasse oportuit] pul-
chra consideratio. 120. p.
Passio Propositionis 1. primi Elemento-
rum unde scaturiat. 171. f.
Passiones tres, ex quibus decem fiunt Lo-
calia Theoremata. 151. p.
Passiones tres, ex quibus fiunt quinque Lo-
calia Theoremata, quorum vnum tan-
tum non ab re posuit Euclides, reliqua
autem prætermisit, quę addit Autor
eum reticentię causa. 154. m.
Perpendiculari Figurarum metimur alti-
tudines. 76. m. & 100. m.
Perpendicularis terminat Spatiõrum altitu-
dines, & Linearum distantias. 100. m.
Perpendicularis pulchra consideratio, &
ad ea, quę sunt comparatio. 76. m.
Perpendicularis duplex est. 163. p.

Petseus fuit inuentor Linearum Spirita-
rum. 64. m.
Perspectiua quid consideret. 23. f.
Perspectiue totius tres sunt partes, Per-
spectiua nomine generis, Specularia,
& Sciographica. 23. f.
Petitio à Pronuntiatio ita differt ex men-
te Gemini, & Autoris, vt Problema à
Theoremate. 102. p. & 104. p.
Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota
sunt in Petitionibus connumeratę ex sen-
tentiã Gemini, & Autoris 104. f. & 108. p.
Petitio 5. primi Elementorum non est in-
demonstrabilis. 104. f. 108. p. & 119. p.
Petitiones Theorematũ Elementa sũt. 42. f.
Petitiones tres, quę verę Petitiones sunt
iuxta omnium sententiam. 106. p.
Petitionibus quidem in Constructione,
Pronuntiatis verò in Demonstratione
vrimur. 119. f.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia ex sententiã Gemini, & Au-
toris. 101. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta Archimedis, & sequen-
cium opinionem. 164. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta opinionem rñm Scio-
corum, tum Speusippi, & Amphino-
mi. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta aliorũ sententias. 164. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta opinionem Aristot.
44. m. & 104. m. & 111. f.
Phantasia media est inter sensum, & men-
tem ex sententiã Arist.
30. f.
Phantasia ex impartibili ad partibile
procedit. 55. p.
Phantasię duplex via. 55. m. & 163. m.
Phantasiam cur Aristoteles mentem pas-
sibilem vocauerit. 30. m.
Philippi Mathematici obretractio in Pro-
positione 16. primi Elementorum refe-
rente Herone. 179. m.
Ppilolaus Diis quatuor Triangularem
Angulum cur consecrauerit. 95. f.
Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem
Angulum cur consecrauerit, & qui-
bus. 98. f.
Planum quomodo in Geometria intelli-
gendum sit. 69. m.
Platonis opinio quomodo subsistat Ma-
thematica essentia. 7. p.
Platonis opinio quomodo Anima consti-

I N D E X.

- var* Mathematicas formas. 7.f.
 Platonis sententia de Mathematicarū vtilitate, & dignitate, & si scientiæ sunt. 18.p
 Platonis opinio de Plano. 67.p.
 Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.
 Polus Circuli quid sit. 87.m.
 Ponderum motionis quidē inæquilibriū, Status verò, æquilibrium est causa ex Timæi sententia. 14.p.
 Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
 Primæ, principalissimæq; rectilineæ Figure, Triangulū, & Parallelogramū. 48.m.
 Primum Problema primi Elementorū ceteris Problematibus præstat. 127.p.
 Principia Mathematicæ scientiæ tum vnū, & Multitudo; tum Finis, & Infinitum. 11.m.
 Principium secundæ partis primi Elementorum. 114.f.
 Principium tertiæ partis primi Elementorum. 137.f.
 Problema à Theoremate quomodo differat. 102.m, & 115.m.
 Problema omne in Theorema reduci potest. 119.p.
 Problema Ordinatū quid. 123.f.
 Problema medium quid. 126.p.
 Problema Inordinatū quid. 126.p.
 Problema multipliciter dicitur. 126.m.
 Problema Mathematicum quid. 126.m.
 Problema Excedens quid sit. 126.m.
 Problema Impossibile qd sit. 126.f, et 189f.
 Problema Maius quid sit. 125.f.
 Problema Deficiens, vel Minus quid sit. 126.f.
 Problema Determinatum, vel Indeterminatum quid. 126.f, & 189.f.
 Problema perfectū cuiusmodi debuisse, quod & propriè Problema dicit. 127.p.
 Problematibus omnibus, quæ in Plano aliquid faciunt, vnum subici Planum existimandum est. 69.m, 127.f, & 125.p.
 Problematibus partes quæ, & quot sunt. 126.m.
 Problematum alia simpliciter, alia multipliciter, alia infinitis modis sunt. 125.f.
 Problematum alia sunt sine Casu, alia multos habent Casus. 127.m.
 Productio in infinitum non omnibus inest Lineis. 170.f.
 Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque regressus. 11.m.
 Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda sint ex mente Arist. 105.p.
 Pronuntiata communis sunt generis, ex mente Autoris. 105.f, & 111.m.
 Pronuntiata quædam, quæ à Pappo addita sunt. 113.f.
 Pronuntiatorum duplex, proprietas, ex Autoris sententia, vbi notanda est contradictio cum superioribus, simulque soluenda. 112.f.
 Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppositio quomodo differant secūdū Arist. 44.m.
 Pronuntiatum vltimum primi libri Euclidis non est collocandum inter Pronuntiata ex sententia quorundam Mathematicorum, & Gemini, & Autoris. 104.f, & 105.f.
 Pronuntiatum 7. & 10. rescatur ex mente Autoris. 113.m.
 Pronuntiatum quoddā, quo vsus est Arist. primo de celo tex. 35. 123.m.
 Proportio cuncta in Mundo colligatur ex mente Timæi. 13.p.
 Propositio prima, Problema primū primi Euclidis Elementorum. 115.p.
 Propositio primi Problematibus Euclidis qualis sit. 119.p.
 Propositio secunda, Problema secundum primi Elementorum. 127.m.
 Propositio tertia, Problema tertium primi Elementorum. 130.m.
 Propositio quarta, Theorema primum primi Elementorum. 132.f.
 Propositio 5. Theorema 2. primi Elementorum. 139.m.
 Propositio 6. Theorema 3. primi Elementorum. 141.m.
 Propositio 7. Theorema 4. primi Elementorum. 143.p.
 Propositio 8. Theorema 3. primi Elementorum. 151.p.
 Propositio vltima libri quarti Elementorum quomodo ad Astronomiam conducat. 153.f.
 Propositio 9. Problema 4. primi Elementorum. 154.f.
 Propositio 10. Problema 5. primi Elementorum. 158.f.
 Propositio 11. Problema 6. primi Elementorum. 160.m.
 Propositio 12. Problema 7. primi Elementorum. 162.p.
 Propositio 13. Theorema 6. primi Elementorum. 167.p.
 Propositio 14. Theorema 7. primi Elementorum. 168.f.
 Propositio 15. Theorema 8. primi Elementorum. 171.p.

I N D E X

Propositio 16. Theorema 9 primi Elementorum.	175.m	Propositio 41. Problema 11. primi Elementorum,	259.m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.	178.p	Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum.	262.m
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.	179.f	Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.	264.p
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.	182.f	Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.	265.f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.	184.f	Propositio 45. primi Elementorum vniuersalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon vltima secundi Elementorum.	265.f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.	187.p	Propositio 46. Problema 14. primi Elementorum.	266.f
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.	189.p	Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum.	268.m
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.	191.f	Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit.	268.m
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.	193.m	Propositio 31. sexti Elementorum vniuersalior est Propositione 47. primi Elementorum.	268.m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.	207.p	Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum.	270.f
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.	209.p	Propositiones tum Geometricorum, tum Arithmeticorum Theorematum vtriusque affirmationes sunt.	248.p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.	214.f	Propositionis officium quid,	216.m
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.	217.m	Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.	263.p
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.	219.p	Propositum Geometriæ duplex,	41.p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.	224.m	Propositum primi libri Elementorum.	48.p
Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum.	226.p	Propositum primæ partis primi libri Elementorum.	48.f
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.	227.p	Propositum secundæ partis eiusdem.	48.f
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.	232.f	Propositum tertiæ partis eiusdem.	48.f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.	233.m	Propositum secundæ partis primi Elementorum.	213.p
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.	237.m	Pulchra de rectæ Lineæ passione in iis, quæ sunt contemplatio,	63.m
Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum.	239.p	Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.	15.m
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.	241.m	Pythagorei inuenerunt Propositionē 32. primi Elementorum referēte Eudemo.	228.p
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.	247.f	Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis veteris Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum regunt disciplinam.	13.p
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.	249.p	Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.	98.f
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.	250.p		
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.	252.p		
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.	253.m		

Q. Litera.

QVa de causa Timæus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit.

Qua

Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
Qua de causa duarum rerum rectilinearum Figurarum mentionem Euclides fecerit. 92.m
Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilauerit. 138.m
Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantum tradat. 138.f
Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor Elementorum institutor omiserit. 152.m
Quadrangulum terrestris Elementi est proxima causa. 43.m. 98.f. & 267.p
Quadrangulum quicquid Laterum quid. 95.p
Quadrangulum quid sit. 96.f
Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f
Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f
Quadrilaterarum Figurarum septem sunt species. 97.m
Quadrupertita Elementorum exornatio quid sit. 95.f
Quæ sint communia Mathematicarum Essentialium Theoremata. 13.f
Quæ sint communes Mathematicæ considerationes. 4.p
Quæ scientia cognoscat communia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
Quæ sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p
Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
Quæ dicenda sit scia secundum Platonem. 17.f
Quæ a Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quisquam iudicare possit. 19.p
Quæ Demonstrationes a Mathematico, & quæ a Rhetorico, & quæ a Naturali philosopho exigenda sint ex Aristotele & Platonis sententia. 19.f. & 110.m
Quæ, & quot sint totius Mathematicæ scientiæ species, vel partes secundum Pythagoreum. 20.f
Quæ sit Geometria materia. 28.p
Quæ sint Quæstiones Geometricæ, & quæ non Geometricæ. 34.p
Quæ scientia alia scientia certior sit ex mente Aristotele. 34.f
Quæ a principis emanant, in Problemata, Theoremataque diuiduntur. 45.p
Quæ sit propriæ naturæ, & operationes

in inferioribus rebus horum quatuor Deorum, hæpe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
Quæ desiderantur in 11. & 12. Procli commentariis libri quarti. 247.m
Quæ desint in digressionem Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 255.m
Quæ contineretur in 17. commentario libri quarti si integrum esset, quæque in eo reperiantur. 259.f
Quæ desint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m
Quales sint Mathematicæ rationes. 10.m
Quantitas quandoque communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera tantum: Magnitudo verò pro continua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p. & 133.p.
Questio non Geometricum duplex est. 34.m
Questum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f
Questio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
Questio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
Questio ubi Termini Terminatis præcellant, & ubi Terminata Terminis. 50.p
Questio de ordine octauæ Propositionis primi Elementorum. 452.m
Quid sit ex æquali inferri solitari signa. 63.p
Quid doceat Proclus in digressionem commentarii 15. quarti libri. 257.f
Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident totum. 86.m
Quis fuerit inventor Geometrarum, & Spirituum sectionum. 64.m
Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m. & 88.p
Quod opus, & quæ vires Mathematicæ scientiæ sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 3.f
Quomodo intellectiva genera Fine, & Infinito participant. 1.f
Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
Quomodo Naturalia, seu materialia genera Fine, & Infinito fruuntur. 3.f
Quomodo communia Mathematica Theoremata, & considerationes, atque principia subsistant, & a qua considerentur scientia. 4.f
Quomodo differat Animæ cognitio à co-

- gnitione mentis. 9.m
- Quomodo res Mathematicę in Anima
sint intelligendę. 10.p
- Quomodo Plato in Timęo ortum, atque
creationem Animę ex formis compleat
Mathematicis. 10.p
- Quomodo cogitatio omnem Mathema-
ticarum Scientiarum varietatem con-
stituat. 10.m, & 11.m
- Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-
ciunt in Mathematicis sint. 15.m
- Quomodo differat Ars à Scientia secun-
dum Platonem, & Aristotelem. 18.p
- Quomodo quispiā eruditus, de aliquo sen-
tentiā afferre possit ex mente Ari- 19.p
- Quomodo erret Mathematicus demon-
strando. 20.p
- Quomodo Quotum, & Quantum à Ma-
thematico considerentur. 21.p
- Quomodo Mathematicis Ars militaris, &
Ars historiā scribēdi dicantur. 22.m
- Quomodo Dialectica Mathematicarum
scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarū
coniunctio ex Platonis sententiā. 24.f
- Quomodo rerum opifex rectas Lineas
terminet secundum naturam circum-
iens, ut ait Plato. 61.f
- Quomodo Centrum, à Centro ad Circū-
ferentiam Lineę, & Circumferentia ipsa
cum intellectilibus communicent. 87.f
- Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
- Quomodo inueniatur ille, qui verē est Cir-
culus, & vera Circularis natura. 88.p
- Quomodo recta Linea ex duobus simpli-
cibus motibus generetur. 61.m
- Quomodo itidem Circumferentia ex duo-
bus simplicibus oriatur motibus. 61.f
- Quomodo ex cōmūnibus principiis pro-
priae fiant Conclusiones. 104.m, 105.
f, & 113.m.
- Quomodo Parallelogrāma dicantur, esse
circa eandem Dimetientem. 163.f
- Quomodo ex Circulorum descriptione
oriatur Triangulum equilaterum. 119.
m, & 167.p
- Quorundam duplex obiectio cōtra Ma-
thematices vtilitatem, eiusque solutio.
14.f, & 15.p
- Quorundam Platoniorum cōtra Ma-
thematicarum vtilitatē obiectio, eiusque
solutio. 17.p
- Quorum, & Quantum principalia Ma-
thematices subiecta. 10.f
- R. Litera.
- R**arissimus est vsus 7. Propositionis
primi Elementorū apud Euclidē. 151.p
- Ratio Figurę duplex est. 31.p
- Ratio quidem, quę à Fine provenit rectū
efficit Angulum, quę autē ab Infinito,
Obtusum, atque Acutum. 75.f
- Recta Linea simplicior est Circulari. 61.f
- Rectāguli Coni sectio quid. 63.f, & 100.f
- Rectilinea omnis Figura in Triangula re-
soluitur. 230.p, & 265.f
- Rectilineę Figurę quibus Diis peculiare
sint. 93.f
- Rectilineę Figurę Elementarem exorna-
runt regionem. 84.f, & 93.f
- Rectilineorum omnium constitutionis
principium est Triangulum ex Plato-
nis, & Autoris sententiā. 230.p
- Rectitudo quarum rerum Nota sit, atque
imago. 76.p, & 93.f
- Rectitudo equalitati cognata est. 109.f
- Rectitudo Planę Basis ex Triangulis cō-
stituta est, ut ait Plato in Timęo. 230.m
- Rectitudo Angulorum, & Laterum equa-
litas omnem habent vim ad augenda
Spatia. 140.p
- Rectitudo equalitatis causa est, Hebetudo
autē, & Acumen, inequalitatis. 169.p
- Recto existente Angulo Propositionis
44. primi Elementorum Spatium, quod
applicatur, Quadrangulum, aut Par-
tealteral longius est: acuto verō, siue
obtusum, Rhombus, aut Rhomboi-
des. 164.f
- Rectum, & Circulare, & Mixtum à Lineis
incohantia ad Solida vsque perue-
niunt. 60.m, & 61.p
- Reliquis Absurdę Suppositionis Casus
Propositionis 39. primi Elemento-
rum. 251.p
- Reprehensio Heronis, & Pappi. 270.f
- Res, quę non reddit rationem, non est sciē-
tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p
- Resolutio in Mathematicis quid. 145.f
- Respectus Parallelarū ad sese, vel (ut Pro-
clus ait) Parallelitas ipsa, quid sit. 124.p
- Responsio ad obiectiōem Platoniorum
contra Mathematicarū vtilitatē. 17.m
- Responsio tacite obiectiōis quomodo
Formę immateriales, alię quidem Finis,
alię verō Infinitati vicinę dicuntur,
cum ex Fine, Infinitoq; ortę sint. 51.p
- Responsio Gemini ad quorundā obiectiō-
nem quod quinta Petitio Euclidis in
Petitionibus connumeranda sit. 110.m
- Responsio Autoris, & Gemini cōtra Ari-
stotelis, & Amphinomi opiniōē, quod

I N D E X.

Geometria non querat ipsum Propter
quid. 116.p
Responsio Posidonii contra Argumentum
Zenonis. 121.f
Responsio alia Posidonii contra Zeno-
nem. 124.f
Responsio tacite obiectionis cur tria Pro-
blemata primo Theoremati Euclides
preposuerit. 133.p
Responsio ad Questionem de ordine octauæ
Propositionis primi Elementorū. 151.m
Responsio ad instantias duodecimæ Pro-
positionis primi Elementorum. 154.m
Responsio ad impugnationem Epicureo-
rum in 10. Propositionem primi Ele-
mentorum. 184.f
Responsio ad instantias vigesimæ secundæ
Propositionis primi Elementorū. 190.f
Responsio tacite obiectionis quod 16, &
17. Propositiones primi Elementorum
superuacaneæ non sint. 227.m
Responsio ad dubitationem rudium in 35.
Propositionem primi Elementorū. 239.m
Responsio ad tacitam obiectionem quod
non valeat dicere, Triangula nullum
habent Latus Parallelum, ergo non
possunt esse in eisdem Parallelis. quod
tamen verū est de Trapezoides. 258.p
Responsio ad instantiam vltimi Theore-
matis primi Elementorum. 271.p
Responsiones contra Zenonem. 123.p
Responsiones ad instantias septimæ Propositio-
nis primi Elementorū. 149.m, & 150.m
Responsiones aduersus instantiam quorū-
dam in quintam Petitionem. 222.f
Rhomboides quid sit. 96.f
Rhombus quid sit. 96.f
Rhombus videtur dimotum esse Qua-
drangulum, & Rhomboides dimotum
Parte altera longius. 97.f

S. Litera.

Scholium Francisci Barocii in 41. 42, &
43. Propositiones primi Elementorum,
vbi Procli Commentaria mutilata
sunt. 256.m
Scholium incerti Autoris contra exposi-
tionem Procli in 14. Propositionem
primi Elementorum. 198.p
Scholium Francisci Barocii aduersum in-
certum Autorem in defensionem Pro-
cli. 200.p
Scholium Francisci Barocii in 36. Propo-
sitionem primi Elementorum. 144.p

Scientia nulla, sua demonstrat principia. 44.p
Scientia duplex est. 115.m
Scientiæ omnes à prima philosophia, sua
assumunt principia. 5.m, & f, & 44.p
Scientia, & Artes subiecta differre fa-
ciunt. 19.f
Sciographica scia, siue Sciographia quid
consideret. 23.f
Segmenta quid. 93.p
Semicircularis Angulus Acuto nunquā
æqualis est, vt etiam Cornicularis, &
ideo fit transitus à maiori ad minus non
per æquale. 133.m
Semicirculi pulchra consideratio. 91.f
Semicirculi ad ea, quæ sunt cōparatio. 91.f
Semicirculus quid sit. 90.m, & 93.p
Semicirculus solus ex omnibus Figuris
Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
Semicirculus cum Circulo dupliciter
communicat. 91.f
Semicirculus biformis dicitur. 91.p, & 93.p
Semicirculus quomodo medius sit inter
Circulum, & rectilineas Figuras. 92.m
Sensus ex violentis passionibus fiunt, ex
mente Platonis. 30.f
Sententiæ eadem sæpe ad homines per-
ueniūt iuxta quasdam ordinatas ipsius
orbis conuolutiones. 37.f
Signi definitio secundum Pythagoreos,
eiusque expositio. 55.m
Signum quid sit. 49.f
Signū dupliciter considerat. 54.p, & 57.m
Signum solum in Geometria est impar-
tile. 54.m
Signum, Vnius affert imaginem iuxta
Platonis sententiā. 60.m
Signum Positione tantum dari potest, re-
liqua autem, quæ dantur in Geometria
cum Positione, cum Ratione, cum Ma-
gnitudine, cū Forma dari possunt. 177.f
Similitudo pulcherrima Triangulorum
ad Elementa. 95.m
Simplex Linea quæ. 61.m
Singulorum Elementaris institutionis Eu-
clidis librorum Proposita, ad Mundum
referenda sunt, vt volunt quidam. 41.f
Solutio dubitationis bimembris de Geo-
metrica materia. 29.f
Solutio dubitationis de rerum impar-
tibilium partitione. 51.p
Solutio dubitationis nunquid Signum
solum impartibile sit. 54.p
Solutio dubitationis quomodo impar-
tibia in phantasia inspiciant, quæ euncta
partibiliter suscipit. 55.p

Solutio dubitationis quō Lineę extremi-
tates Signa dicta sint, cum neque infi-
nita Linea, neq̃ omnis finita extremi-
tates habeat. 59.f
Solutio dubitationis Xenocratis contra
Arist. & Platonis Linearum divisio-
nem. 61.p
Solutio dubitationis utrū Circunferentia
idigeat recta Linea ad cōstitutionē, 61.p
Solutio dubitationis quomodo omnis
Superficiē Extrema sint Lineę, cum
neq̃ infinitę, neq̃ omnis finitę Extrema
reperiantur. 66.f
Solutio tacitę obiectionis quomodo Li-
neę Angulum continere dicantur, cum
Angulus diuinę vnionis Nota sit, quę
omnia in se comprehendit. 74.f
Solutio dubitationis contra Euclidis de-
finitionem Figurę. 82.m
Solutio dubitationis de infinitis Dimeri-
entibus Circuli. 90.p
Solutio dubitationis de Quadranguli
nomine. 98.m
Solutio dubitationis de motu Geome-
trico. 106.f
Solutio dubitationis de data recta Linea
in Propositione 2. primi Elemento-
rum. 128.p
Solutio dubitationis cur Euclides demo-
strauit secundam partem quintę Pro-
positionis primi Elementorum cum ea
nusquam vsurus sit. 141.p, & 147.m
Solutio dubitationis Philonis Familiaris
de 8. primi Elementorum Propositio-
ne. 153.m, & 171.f
Solutio dubitationis cur tot consequentia
in 8. Propositione primi Elementorum
Euclides non addiderit, quot in 4. 154.p
Solutio ex sententia Gemini, dubitationis
quorundam utrū Linea ex impari-
bilibus constet. 159.p
Solutio dubitationis cur Euclides adiece-
rit in Propositione 11. primi Elemen-
torum particulam [aut duos rectos, aut
duobus rectis æquales] 167.f
Solutio dubitationis cur Euclides non a-
diecit in 14. Propositione primi Ele-
mentorū inæqualitatem Arearum,
quemadmodum in 4. equalitatē. 195.m
Solutio dubitationis de partitione vige-
simę septimę, & vigesimę octauę Pro-
positionis primi Elementorum. 217.f
Solutio dubitationis, quę instat Proposi-
tioni 30. primi Elementorum. 225.f
Solutio cur Euclides cum quidam Trian-

gula Triangulis æqualia ostendebat,
Theorematis vtebat: cum verò Tri-
angula Parallelogrammis, Proble-
matibus. 265.m
Specularia quid consideret. 23.f
Specus Platonis ex 7. de Rep. 12.p
Speusippi opinio de Theoremate, & Pro-
blemate. 45.p
Sphæroides oblongum quid, 68.f
Sphæroides Larum quid. 68.f
Spira triplex est. 68.m
Spira continua quid, 68.f
Spira Implicita quid. 68.f
Spira Diuidua quid. 68.f
Spirę ortus. 68.m
Spiricę sectiones quę, & quot, 64.m
Spiricę sectiones tres sunt. 68.f
Stoicorum, & quorundam aliorum opi-
niones de Pronuntiatio, Petitione, &
Suppositione. 45.p, & 111.f
Stoicorum opinio de substantia Termini-
norum corporis. 52.p, & 114.m
Stoicorum opinio de Figura. 80.p
Sumptio quid sit. 120.f
Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro-
positio primi Elementorum demon-
stratione directā. 183.p
Sumptio quædam pulchra. 203.p
Sumptio quædam, per quam demonstrat
quinta Petitio primi Elementorū. 223.f
Superficiē pulchra notio, & sensus. 65.f
Superficies per temperationem mistę
sunt. 68.p
Superficies mistę duplici modo sunt. 68.f
Superficies partium similium duę sunt
tantum. 69.p
Superficies quid sit. 63.m
Superficies Plana quid sit. 67.p
Supputatrix tot sunt partes, quot Ari-
thmetices. 23.p
Supputatrix subiecta, & consideratio-
nes. 23.p
Symptoma prædicatum quid. 46.m
Symptomata Parallelarum Linearum
sex sunt. 215.m

T. Litera.

Terminata materialia præcellunt Ter-
minis materialibus. 50.m
Termini immateriales præcellunt Termi-
natis immaterialibus. 50.p
Termini quatuor, quibus Mathematicus
diudicandus est. 19.p
Terminus primus, quo Mathematicus iur-

I N D E X.

- dicandus est. 19.p
Terminus secundus. 19.f
Terminus tertius. 20.p
Terminus quartus. 20.m
Terminus quid sit. 77.f
Terminus ad quas Magnitudines sit referendus. 78.p
Terminus ab Extremo quō differat. 78.p
Terminus Accretionis Longitudinis Parallelogrammorum est Locus ipse Parallelarum Linearum. 240.p
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius Triadicus totam generalium exornationem continent. 99.m
Thales Milesius primus demonstravit Circulum à Dimetiente bifariā secari. 89.f
Thales Milesius primū ab Aegypto in Græciam Geometriam transtulit. 38.p
Thales fuit primus inuentor quinque primi Elementorum Propositionis. 143.p
Thales fuit primus inuentor Propositionis 15. primi Elementorū, Euclides verō eam primò demonstrauit. 171.m
Thales fuit inuentor 26. Propositionis primi Elementorū referēte Eudemo. 212.m
Theorema triplex, Elementum, Elementare, & Neutrum. 41.p
Theorema vtilissimum ad intelligendum locum Platonis, in Timæo de constitutione Elementorum. 41.m
Theorema pulcherrimum, & vtile Geomētrici. 64.f
Theorema Simplex quid sit. 139.m
Theorema Compositum quid. 139.f
Theorema Complexum quid. 139.f
Theorema Incomplexum quid. 139.f
Theorema Vniuersale quid sit. 140.m, & 235.p.
Theorema particulare quid. 140.m, & 235.f
Theorema secundum primi Elementorum cuiusmodi sit. 140.f
Theorema præcedens, & Theorema Conuersum quid. 144.f
Theoremata Euclidia, cur Elementa vocentur. 41.f
Theoremata composita triplexia sunt. 140.p
Theoremata quæ Localia sunt, & quæ non Localia. 237.f
Theorematis omnibus, quæ in Plano aliquid contemplantur vnū subitici Planū intelligēdū est. 69.m, 117.f, & 215.p
Theorematis Gemini Conuersum. 147.p
Theorematis partes quæ, et quot sit. 126.m
Theorematurū alia sunt sine Casu, alia multos habent Casus. 127.m
Tehurgia quid. 79.m
Timæus ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. 53.f
Timæus Elementa rectilincis Figuris constituit. 84.f
Trapezia, & Trapezoidea Euclides communi nomine Trapezia vocauit. 97.f
241.m, & 257.f.
Trapezium non ab re Euclides in primo libro definiuit. 240.m
Trapezium à Trapezoide quō differat ex sententia Posidonii, & Autoris. 97.m
Tres, qui euehuntur secundum Platonem in Phedro. 22.m
Tres sunt Mathematicarum coniunctiones. 25.m
Tres partes sunt maximè necessariæ, quæ debent semper esse tum in Problemate, tum in Theoremate, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. 116.f
Tres sunt Passiones 34. Propositionis primi Elementorum. 233.f
Tria sunt, quæ pulchritudinem efficiunt ex Aristotelis sententia. 15.m
Tria in vna quaque scientia requiruntur, Subiectum, Accidens, & Principium. 33.f
Tria sunt, quæ circa existentiam tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus versant, Essentia, Idem, & Alterum. 212.m
Tria sunt, quæ Parallelis per se insunt. 114.p
Tria sunt, quæ per se Parallelogrammis insunt. 233.f
Triangula, quorū duo Latera vnus, duobus Lateribus alterius equalia sunt, & Angulus vnus ab illis equis Lateribus comprehensus Angulo alterius ab equis Lateribus comprehenso equalis, & tamen non sunt equalia nec Triangula, nec Bases eorum, nec reliqui Anguli. 134.p, & 248.p
Triangula quandoque habent Areas equalia, & Ambitus inæquales, quandoque autē e contrario. 135.p, 195.f, & 248.p
Triangula duo dupliciter æquicrura esse possunt. 201.p
Triangula quomodo in eisdem dicantur esse Parallelis. 249.p
Trianguli æquilateri constitutio. 103.m, 115.p, & 119.f
Triangulorum duplex diuisio. 54.p
Triangulorum septem sunt species. 96.p
Triangulorum reliquorum super data recta Linea constitutio. 125.p
Triangulorū ad sua principia relatio. 106.p
Triangulorum ad ea, quæ sunt comparatio

iuxta Pythagoreorum sententiam. 206.f
 Triangulum æquilaterum trium Elemē-
 torum est proxima causa. 48.m
 Triangulum totius Elementorū exorna-
 tionis primaria est causa. 74.f, & 266.f
 Triangulum est prima rectilinearum Fi-
 gurarum. 48.p, & 89.p
 Triangulum quadrilaterum qd sit. 94.f
 Triangulum simpliciter generationis, ge-
 nerabiliumq formationis principium
 dicunt esse Pythagorei. 95.p
 Triangulum æquilaterum omnium Tri-
 angulorum est optimum, assimilaturq
 Circulo. 122.p, & 266.f
 Triangulum æquilaterū vnico modo con-
 stituitur, æquicus autem duobus, Sca-
 lenum verò tribus. 125.f
 Triangulum Triangulo quomodo sit æ-
 quale. 134.f
 Triangulum æquilaterum, & Quadran-
 gulum optima Rectilinearum omniū
 sunt. 98.m, & 122.p, & 266.f
 Triangulū rectangulū duplex est. 269.m
 Triangulum Rectangulum Platonis, de
 quo loquitur in libro de Rep. 269.f
 Triplices debent esse Mathematicæ De-
 monstraciones. 20.f

V, Litera.

Veritas Propositionis 32. primi Elemē-
 torum apparet etiam iuxta cōmunes
 notiones. 231.f
 Via inueniendæ multitudinis Triangu-
 lorum, in quæ quodcunq Rectilineum
 resoluitur. 230.m
 Viqbus pcedit sciētia Mathematica. 11.p
 Viæ duæ sunt, quibus inueniunt Trian-
 gula rectangula Numeros integros in
 Lateribus habentia. 269.f
 Vires Mathematicę sciētę duplices. 11.p
 Vna recta Līnea duo Signa coniunger
 potest, sed duæ nunquam. 136
 Vndenam tota inceperit Geometria, &
 quousq progrediatur, & quæ sit ipsius
 utilitas. 36.p
 Vnitas dupliciter consideratur. 54.p
 Vnitas sola in Arithmetica impartibilis
 est. 54.m

Vnitas, & Numerus in opinione substi-
 stunt. 55.f
 Vnitas Puncto simplicior est. 56.p
 Vnirates duæ, quæ apud rerum opificem
 sunt. 62.f
 Vniuersale in multis distributum duplex
 est. 30.p
 Vniuersale quidem affirmans scientiis ma-
 xime cōuenit, negationeq non indiget:
 vniuersale verò negans affirmatione
 indiget si demonstrari debet, ex mente
 Arist. 148.p
 Vniuersale duplex est ex sententia Auto-
 ris, & Arist. 235.m
 Vniuersales formæ triplices sunt. 30.p
 Vniuersalis propria Significatio ex co-
 rundem sententia. 235.f
 Vnius causa, quæ rerum omnium est pro-
 ductrix secundum Platonem. 2.f
 Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m.
 81.m, & 266.f
 Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem
 mens vocatur. 85.m
 Utilitas, quam affert Mathematica ad to-
 tam philosophiam. 12.f
 Utilitas, quam affert ad Theologiam. 12.f
 Utilitas Mathematicę ad Naturalem phi-
 losophiam. 13.p
 Utilitas Mathematicę ad Politicā. 13.m
 Utilitas Mathematicę ad Moralem phi-
 losophiam. 14.p
 Utilitas Mathematicę sciētę ad ceteras
 scientias, & Artes. 14.m
 Utilitas Astrologię ad Medicinam ex
 sententia Hippocratis. 22.f

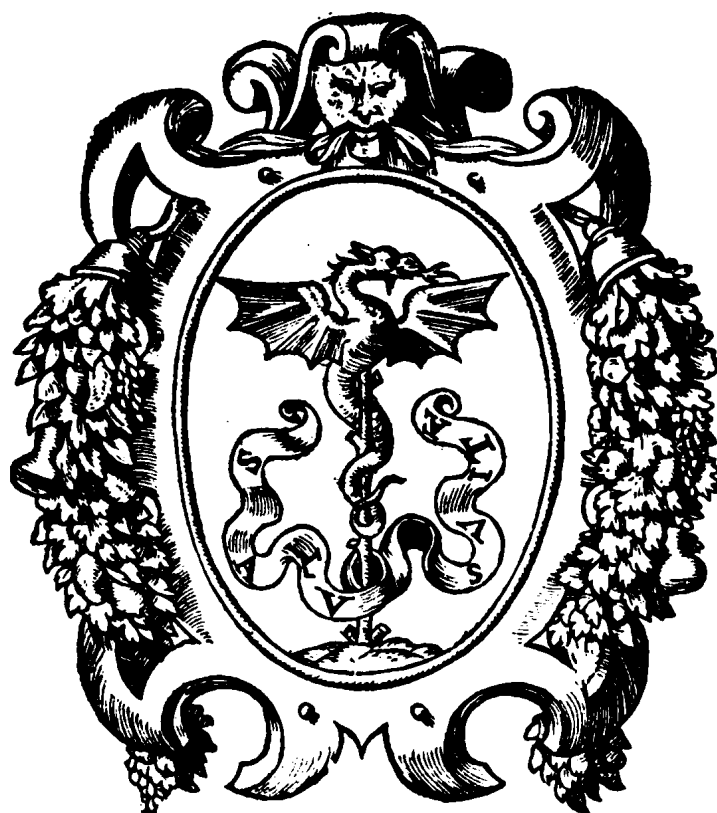
X. Litera.

Xenocratis confutatio de Līnēis inse-
 cabilibus. 159.f
 Xenocratis dubitatio contra diuisionem
 Linearum. Arist. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

Zenodoti opinio de differentia Proble-
 matis, & Theorematis. 47.p
 Zenonis infestus accessus, & eius funda-
 damenta. 222.f





P A T A V I I,

Excudebat Gratosus Perchacinus.

1 5 6 0.