



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

VINCENTII CARDINI FLORENTINI

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET

INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QUAM DE
Proclo capere possit vilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesein,
Esse Geometres non modò, discere viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus volvere saepe tuis.
Omnem summam tractat, vel Dogmata Plato
Qua scripsit Magnus, qua vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Crede mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-
mine eius, & Cognomine.

Familia nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriū? Nil aliud quam quod puro.
Ab errore procul ut sunt dicit omnia;
Et candidis verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quod Virum
Vnus successit Philosophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

Antiquam cano Termilen,
Illustremq; Virum, qui sapientia
Clavam iam mage redactit.
Tu capris faueas Iuppiter innoca
Musa principum mea.
Naturalis amans maximus extitit;
Diuina & Sophia simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis qua Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Ascreumq; poliuerit.
Sed quid quod Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnus,
Qui se consimilem prabeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,

Non quod nomine sis nomen
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Anum, qui Draco erat gradu:
Quem mirè quoque Mulsiber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coniuge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris.
Lapsum suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice calico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit qua Deus est tela Gigantibus
E' calo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deū.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc restitit artibus.
Quare semina proicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modo.
Matris nomine mania
Struxit, dicier hæc sigenitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cum tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Ut sædos tegetet, curvibus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proano totus inhereat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircai, Iliada, cuncti abeant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quod capiat Lupus
Tanquam senus oues (nam Patera Dens
Hinc dictus colitur sanus)

*At latere magis quod Lycius Proclus,
Iactas ignominum Polo
Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monstro similis, Leo
Cantatur ingiter pectoreq; oreq;
Tum Capra inguine, & horridus
Extremò Coluber, laus Ephyra Ducis.
Te te Semideo Proclo
Effer, qui melius sidera tangere
Possit, Numinibus frui,
Et secum pariter quosque reducere.*

I N E V N D E M A B
Interprete recognitum.

Quam nunc tibi Procle debet orbis,
Tantum & tu studiis, Barocioque.
Nam quantum infinuas scientiæ, ille
Tantum ponere diligentiz vltro
Conatur, valeant recens ut omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te ut ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba; ut sicariis manus dedisse
Iam visus fueris malis, & inde
Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM
Precatio bona ab Procli restitutionem.

Francisce ut dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, salus, honor undique; sint tui labore
Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquit,
Vnde Mathematicus certe valet esse, non haberi
Solum per se quisque breui bonus: O tibi sit auctor
Alte boni bene tanti iterumq; iterumq; dico, & oro
Diiq; Deiq; omnes faueant simul, astra, cuncta, q̃ sunt.

*Phœnix Phœnicem venonas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Minerva munera qui suo decori
Restituis, parcis sudoribus, æspicisq; nullos
Sæptus quod bene sit his oïbus, et bene vsq; in ævum*

A D E V N D E M, D E
eius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque
Κίρκου ecce triuisti,
Gaude enim amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miscens
Et pares, resonasque,
Quod nunc ἐπεὶ recludunt.
Hoc tam nemo venustè
Munus ἀλλήλων, atque
ἐμῶν: tam κατὰ κείνην
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extras
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς πατρίταις
Annis sic tener altus.
Felix perpetuo sis.
Μουσῶν tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multum te vique rogamus.

*Διεύθυνεν πρὸς αὐτὸν Ἑλληνας
τὸν ἐπίσημον.*

Ελληνισα, ἐλόγιμός τ' εἶ,
ἀλλ' εὐχόμενος ἐπὶ, καὶ μάλλον
βαρύνω. εἰ μὲν γὰρ χεῖρ κτυπεῖ
ὡς πῶρ, αἰείδω φωνηέταις
νῦν μετὰ κύκλων, εἰς δ' ὁπ' ὅσος γὰρ
ὅς μὲ συνεκείσθαι σοῦ μοῖν ἐπαίνων.
ῥάμβαναι πῶς βούλησιν, καὶ τοῦ
ἔμμεν τῶς ἡγῶν ὦν σύμμεν.
αἰμῖμα τὸς πίνδαρος οὐδέ τις
ἐμὲ γὰρ, οὐδέ τις ὅστις ὁ μάρσος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHÆ AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



AMOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisq; causis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dijsq; genitum cum philosophi, poetæq; finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuersorū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisca uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cęlis, elementis, mistisq; constat: quæ quidem omnia iuxta suarum, quæ in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Diī vocantur, vt Cęlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigio quodam, diuinoq; semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & sine perfectionis suę frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principiū rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū prisce autoritatis philosophi, diuinique viri cum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendæ pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, & summā

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cum ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suipsius Amore, ne ab eo corrūpatur. Cum ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quā humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ proprię cuiusque rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectio, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est. quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atque disperdit. Amor autem cōiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iurē autor omnium dicitur, & seruator. Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuique satis, superque perspicuum est, eum scientiarū quoque autorem, & custodem esse, nam (si Aristoteli credendum est) eedem sententię, eedemque scientiæ sepe numero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atque euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura edite, tum ab hominibus excogitate, repertęque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluuiā, quibus iā deperierant, atque deciderant: eodemque modo iterū florescent, atque peribunt. Quę quidem res cum ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalionē eos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, ædificia, & cuiuscunque generis animantia (præter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) perire, verū etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis ijs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malitia, atque versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidē aurea ætate cum rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciēdi de-

sede-

ludio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demum totam Mundi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cōtemplari, necnō modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, ut sciētig iterum omnes, paruo quasi quodā à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summū suę perfectiōnis euexerint. Pōst verò cū propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctæ prouinciæ deuastatæ fuerant, multa præclara priscorum Autorum opera omnibus in scientiis radicitus interierunt: multa excæcata, atque euerfa in lucem exierunt. Quæ nimirum, vel saltem quæ in illis continebātur doctrinæ, ne penitus ab humano auellerentur genere, ut vix vmbra quædam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosque inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tum hæc instaurandi. nemo enim Artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi eum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiusmodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanè ad Deum suum opificem reuertitur, cū per hæc inferiora ipsius pulchritudinem cōtempletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quàm opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cū sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quæ aliàs florere, nunc abolitas propè, atque deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Nonne ea, quæ prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erāt, hoc nostro seculo tanquam enigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cū persæpe inuestigarem, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quæ à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientiis nobis relicta fuere. multæ enim, & variæ præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cōmemorantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hæc cū multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensē insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quàm exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideravi, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileæ quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, ut nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nan-

Procli Diadochi
ò ω

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cum diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium vtilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit ut cum essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium gratis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cum in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque vtilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq̃ue eos instaurandi desiderio, Amoreq̃ue ardebam. Quapropter ut eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, ut appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis ut transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreq̃ue erga me quodam impulsu maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabrij Garzoni medicam facultatem publicè in Bononiensi Gymnasio profizientis, qui etiam quæ maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum vtilitatis attulit. Deinde cum illhinc discesissem, Patavium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo è græca lingua in latinam conuerti, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq̃ue Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam ut amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum vtilitati, qui sermonem græcum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iam pridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumq̃ue vidissem, pluresq̃ue ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Metu descendat iudicis aures,
Et patris, & nostras, nonumq̃, prematur in annum.
Membris intus positus delere licebit
Quod non edideris, nescit vox missa reuerſi.*

sed communi potius vtilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum

Vene-

Venetijs in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patavij
ex bibliotheca Io. Vincentij Pinelli Genuensis viri tā genere, quā animo,
& moribus nobilissimi . Ex quibus sanē omnibus, quæ hucusque vidi
exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimū, lucidissimūq; volumē,
à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primū renouatæ Phœnicis
instar exoritur . De cuius ortu felicissimo primū Deo summo rerum
opifici, deinde Amori non solū scientiarum, verū etiam rerū omnium
autori, seruatoriq; immortales habendæ sunt gratiæ . Vides igitur,
dignissime Patriarcha tum præsentē meā lucubrationem, tum omnia,
quæ in rerum natura orta sunt, oriunturq; quotidie, Amoris gratia
oriri, & fieri . Cū itaq; opus hoc Amore factum à me sit, operæpretium
est, vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat . Maximum
autem munus Amoris mihi videtur Amicitia . Amicitia inquam ea, quæ
vera Amicitia est . cū enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundū : alter,
quo vtile : tertius, quo verè bonum, honestumq; diligimus, quorum
etiam vnusquisq; duplex est, siquidem aut simplex, aut mutuus, cumq;
Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tū nascatur, & nihil aliud quā
inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quæ-
dam exoriens est, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem
esse . vnā quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : ter-
tiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum . Hæc autem
sola perfectā, vera inuiolabilis, atq; indissolubilis est, cū ceteræ omnes
vndiq; claudicent, *κλειστοφιλία* sint, & violari facilè, dissoluiq; possint . Hæc
porrò & in rationalibus tantū animis, & rarò reperitur, quæ à philoso-
phis varijs fuit modis definita . Alij namq; tum ad eius finem, tum ad su-
biectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum
eam definierunt : modò, honestam perpetuæ voluntatis cōmunionem .
Alij verò, beneuolentiā mutuat, non latentem, propter bonum sim-
pliciter, atq; honestum comparatam . Alij præterea, summam omnium
diuinarum, humanarumq; rerum cum beneuolentiā, & charitate con-
sensionem . Alij demū, aliter . Hæc scilicet ea est Amicitia, quæ maximū
Amoris munus esse mihi videtur . Vtinam aut tale munus Amoris à præ-
senti meo, Amorisq; opere mihi daretur . O felix opus Amoris, & mu-
nus, quod vna interiecta morte duæ vitæ sequuntur . O diuinum lucrum,
diuinamq; Amicitia, quādo vnus animus duo occupat corpora, vnaq;
vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam,
alterq; alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit . Diuinam
inquam, propterea quòd excepta sapientia (vt rectè ait Cic.) nihil me-
lius homini, nihil iucundius vera, perfectaq; Amicitia Deus immorta-
lis vnquam dedit . in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-

* * clare

id. Arist. 7.
64.
clare positum est, ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quam virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est à vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissimè semper observandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, fidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfectæ coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfectæ, neque villo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verum enimvero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, ut non sine munere quoque amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non graueris. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Mineræque munus, ut sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò ut Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige. Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

LECTOREM.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primæ rerum omnium causæ providentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam operæpretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primum itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si Suidæ credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiam (ut refert Spartianus) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἔργα καὶ ἡμέραι*, in Theologiam Orphei, aliæque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis aditum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te commonitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileæ dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpfi, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quanuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adijciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpres. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio, cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensa, obscurissima, falsaq; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos cōma-
 quant, atque euerunt. Silentio autem prætereundum non est te in hac mea Procli con-
 uersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc
 latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas
 dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de
 hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scien-
 tiarum passim (ut fieri potuit) legitima, sinceraque uertere uolui. Ambitus præterea
 orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutauit, ac ea usus sum figu-
 ra, quam Ὑπερὸν πρὸς τὸν Græci uocant. Ambiguitates insuper euitauit, atque effugi tum
 generatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq;
 dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendæ scientia, ut legenti tibi
 notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis
 causa non abstinui, quæ exempli gratia huiusmodi sunt, Identitas, Simplicitas, Imma-
 terialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbijs, ut,
 Vniiformiter, Multiiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ
 uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus
 proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quæ quidem nomina adeò diuul-
 gata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facillè percipi possint: similiterque
 à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores pleriq; græcè usi sint, nonnulli
 iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, &
 Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cum tamen Rectangu-
 lum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangu-
 lum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum
 uertunt, quid ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non
 est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξαγώνον Quin-
 quangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, &
 Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoq; sumus quibusdam
 græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut,
 Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdron, Octaëdron, Icosaëdron, Sphæ-
 ra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuo-
 le in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, una cum multis alijs, quæ breui-
 tatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi co-
 gnita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam
 uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere,
 diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis.
 Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam sortita est essen-
 tiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocatur, & non solum communi nomi-
 ne mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque spherica.
 Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem
 nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quidem, iuxta
 multitudinem, essentialesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò,
 iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudine,
 quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut
 in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonicæ rationes, διαπνο-
 σάων nempe, διαπέντε, διαπασών, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper
 iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una,
 integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam
 sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum
 una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuer-
 sumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se in-
 uicem interfecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim
 qui in cælis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ
 duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custodi-
 tur ordine. Cum ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam
 Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonici manifestum est, & (ut Peripatetico
 ntar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quod Anima

2. d. 1. 14. 3.

P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se praesumpsit. Praeterea cum Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & a se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod a se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasque circuitiones, non immerito Sphaericam quoque ipsam praesumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematicas partes, operapretium esse existimo quemlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoque praestare ceteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfecte cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hasce scias praeceteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui temporis curriculo cupis euadere, praesens Procli doctissimum, lucidissimumque Volumen legas, atque perlegas.

num. 7. se ipsa me
ues

Praeter ea, quae communiter de tota translatione nostra diximus, pauca adhuc quaedam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primò quidem quod ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperiens, uerba ipsum consequentia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quae uidimus exemplaribus decerpimus. Secundò uerò, quòd dum tertius liber imprimebatur duo postremò exemplaria ad manus nostras peruenierunt, in quibus nonnulla denno in primo, secundoque libro, qui iam impressi erant, uaria esse còperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus. quae hoc ordine subsequuntur.

- Pag. 25. Lin. 3. { Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur,
uiresque &c.
- Pag. 29. Lin. 22. { Geometriae formas appellat, separari autem nos
a sensibilibus per huiusmodi formas, excita-
ri; a sensu ad mentem concedit &c.
- Pag. 76. Lin. 13. { Verò, Hebetudo, atque Acumen. haec enim Ma-
gis, &c.

QUONIAM autem in libris imprimendis uel si Argus Lynceis oculis praeditus maxima diligentia impressoribus praesent, fieri non posset, quin errores aliquot obrepant: idcirco ea, quae errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut a quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea
Respicens	respiciens	3	21
Anti.	autoritate	16	25 In scholijs
Memnone	Menone	26	28 & in scho. Lin. 11. & 13.
Decurrit	decurrit	32	14
Quaeque	quique	37	22
Excucurrit	excurrit	49	26
Menechmos	Menzchmios	64	14
Dixit	dixit	77	11
Corniculari	Lunulari	109	16
Cornicularis	Lunularis		
Cornicularis	Lunularis	109	18
Ab re	non ab re	134	17
Propter	praeter	135	2
Ad Basim	sub Basi	147	27
Internus	externus	176	10
Anguli	Trianguli	180	35
Ipsi	Ipsis	189	18
Igitur	autem	199	25
Infiniti	Finiti	206	23
Alternim	Alternatim	215	12
Puzostensa	Praestensa	224	19
Problematis	Theorematis	225	17 in scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21
Habebant	habebant	241	30
		244	31
Summantur	sumantur	250	32
Constitutio	& Constitutio	265	7
Rectangulis	Rectilineis	266	26

Ceterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperiēs, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Gal- lum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scījs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maxime spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiosorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vllō meo discrimine eum pati in tenebris vltius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc
in volumine mentio facta est.

Deorum.

A Mor.	Mercurius.
Apollo.	Neptunus.
Bacchus.	Oracula.
Ceres.	Pluto.
Caelius.	Rhea.
Diana.	Saturnus.
Iuno.	Venus.
Iuppiter.	Vesta.
Mars.	Vulcanus.

Virorum Illustrium.

Gelon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Atheniensis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

Aeneas Hieropalita.
Ameristus Stesichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergæus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asineus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistius Platonius.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.

Dinostratus Meneghmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Gous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neoclides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus.
Ptolemæus.
Pyrrhonij philosophi.
Pythagoras.
Quintilianus.
Simmias.
Simplicius.
Spartianus.
Speusippus.
Stoici.
Suidas.
Thales Mileſius.
Thegetetus Athenienſis.
Theodorus Cyrenęus.
Theodorus Mathematicus.
Theodorus Gaza.
Theudius Magnes.
Varro.
Victruuius.
Vitellio.
Xenocrates.
Zeno Sidonius.
Zenodorus.
Zenodotus Andronis diſcipulus.

E L E N C H V S L I B R O R V M,
 qui in eodem hoc volumine
 citati ſunt,

Aſtrologica tractatio Carpi Mechanici.
 Bacchæ Philolai.
 Ciuilis, vel de Regno Platonis.
 Commentaria Procli in Timęum Platonis.
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis.
 Commentaria Eutocii Aſcalonię in libros
 Conicorum Apollonii.
 Commentaria Eutocii in Archimedem.
 Cōmentaria Simplicii in lib. Phyſic. Ariſt.
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta.
 Compendium Elementorum Aeneę Hierapolitę.
 Critias Platonis.
 Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl.
 Elementa Muſicalia eiufdem.
 Elementa Hippocratis Chii.
 Elementa Leontis.
 Elementa Hermotimi.
 Elementa Theudii.
 Epinomides falſo Platoni aſcriptus.
 Εἴρη, καὶ ἡμεῖς Heſiodi.
 Gorgias Platonis.

Liber Archimedis de Circuli dimenſione.
 Liber Archimedis Aequiponderantium.
 Libri Archimedis de Sphęra, & Cylindro.
 Liber Ariſtotelis de Lineis inſecabilibus.
 Liber Ariſt. de Diuinatione per ſomnum.
 Liber Ariſt. de Senſu, & Senſili.
 Libri Ariſt. Reſolutorii.
 Libri Metaphyſicorum Ariſt. XIII.
 Libri Ariſt. Moralium Nicomachiorum.
 Libri Ariſt. de Partibus animalium.
 Libri Ariſt. Phyſicorum.
 Libri Ariſt. de Anima.
 Libri Ariſt. de Cęlo.
 Liber Eudemi de Angulo.
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemi.
 Liber Euclidis Mendaciorum, ſiue Falla-
 ciarum.
 Liber Euclidis de Diuiſionibus.
 Libri Corollariorum Euclidis.
 Libri Platonis de Rep.
 Libri Platonis de Legibus.
 Liber Hippocratis Chii de Lochs.
 Liber Procli de motu.
 Liber M. Varronis de lingua latina.
 Liber Ptolemę, cui titulus eſt, A minoribus
 quā duo recti pductas coincidere.
 Liber Apollonii de Cochlea.
 Liber Apollonii Conicorum.
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii.
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura
 Lunulę.
 Liber Io. Grammatici contra Proclum.
 Libri Theurgię.
 Libri Geometrici Amyclę Heracleotę.
 Libri Geometrici Menęchmi.
 Libri Geometrici Dīnoſtrati.
 Libri Geometricarum enarrationū Gemini
 Libri Vitellionis.
 Meno Platonis.
 Miſcellanea Porphyrii.
 Odyſſea Homeri.
 Opusculum Plutarchi de vitanda uſura.
 Parmenides Platonis.
 Perſpectiua Euclidis.
 Phędo Platonis.
 Phędrus Platonis.
 Philebus Platonis.
 Quęſtiones Philippi Mendaci.
 Riſuales Platonis.
 Sophiſta Platonis.
 Specularia Euclidis.
 Sympoſium Platonis.
 Theætetus Platonis.
 Theologumena Arithmetica.
 Theogonia Heſiodi.
 Theologia Orphi.
 Timęus Platonis.
 Vita Periclis à Plutarcho tradita.

F I N I S.

PROCLI DIADOCHI LYCII
COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Essentiæ medietate
Cap. I.



MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, à simplici quæ essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & incompuestas, & indiuisibiles substantias: & partibiles, atque in multiplicibus compositionibus, varijsque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea vtitur, & quæ ab alijs principijs alia præparat, inferiorem ipsi dat ordinem, eo ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfecte constituta natura. Quapropter (vt arbitror) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectilem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnus formæ ratione se coniciat, resque ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partilibus autem, postremamque naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nacta est: Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partilibusque superioribus, cogitationem: hæc enim mento quidē, supremaque scientia inferior est, opinione autem perfe-

A ctior,

Cóclusio
vniuersa-
lis.

Cóclusio-
nis pbatio

Platonis
Repu. &
alijs i lo-
cis cogni-
tionū di-
uisio.

Eorū, quę
sub cogi-
tationē ca-
dunt diui-
sio.

etior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisq; impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quę diuisa sunt, ad mentemq; refert. Quemadmodum igitur ipse inter se distant cognitiones, ita sanē & quę sub cognitionem cadunt, natura distincta sunt. & quę intelligi quidem possunt vnus formę existentis omnia superant. Sensilia verò, superantur penitus à primis essentis. Mathematica autem, & omnino quęcunq; sub cogitationem cadunt, medium sortita sunt ordinem. cum ea quidem, quę intelliguntur diuisione vincant, sensilibus verò, cum materię sint expertia præcellant: & ab illis quidem simplici quadam vi superentur, his autem certa quadam ratione præsent: & apertiores quidem quàm sensilia intelligentis essentis notiones habeant, ipsius verò imagines sint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quę sunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in vestibulis quidem primarum formarum sint collocata, illarumq; in vnum coactam, & impartibilem, & fecundam existentiam patefaciant, nondum verò partitionem, & compositionem rationum, conuenientem quę imaginibus substantiam superent, nec varias, & cogitandi vim habentes animę notiones transcurrant, & ipsis simplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohæreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præsentia huiusmodi esse intelligatur. Medium utiq; complens inter impartibiles prorsus essentias, & eas, quę circa materiam partibiles fiunt.

† progr.
diēdi.
Epilogus.

Communia eorum, quę sunt, Mathematicęquę Essentię
principia, Finis, & Infinitum. Cap. II.

De hisce
duob; re-
rū princi-
is, & Vni-
causa vide
Platonē i
Philebo.

Quo intel-
lectilia ge-
nera his
principiis
participēt

PRincipia autem totius Mathematicę Essentię considerantes, ad ipsa regredimur principia, quę per ea omnia, quę sunt permeant, & omnia à seipsis gignunt, Finem inquam, & Infinitum. ex his nanq; duobus primis post illam Vnius causam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendi potest, cum alia omnia, tū Mathematicarum disciplinarum natura constituta est. illis quidem collectim omnia, & separatim producentibus: his verò conuenienti in mensura progredientibus, ac decenti ordine progressum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem postremis subsistentibus. nam intellectilia quidē genera sua quadā simplici vi primū Fine, Infinitoq; participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idēitatē, firmāq; ac stabilem

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nāciscuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectibus, occultisque principiis: verum etiā ex ijs, quæ ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibētur verò ab ea, quæ Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totiusque pariculae actu finitæ existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quæ aut verbis explicari, aut ratione comprehendere non posset (quibus sanè ea, quæ in Geometria tractantur, ab ijs, quæ in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimè possent, neque omnes eorum, quæ sunt rationes in seipsis cōplecterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, & [†] eam quæ ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quęcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scientiæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principiis opus est. Postrema verò, quęque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifestè videntur. Infinito quidem quò ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verum quòd eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quæ & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

Quo Mathematica genera ex his orta sunt principijs.

Arguit se cūdo hypothetico rū modo quòd Finis, & Infinitū Mathematica rū Essentia rū principia sunt.

† eum qui are ipsum est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principiis fruantur. Epilogus.

Quenam sint communia Mathematicarum Essentiarum
Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodē sanè

A 2 modo

Diuina sci-
entia.

Cōmunes
Mathema-
ticę confi-
deratiōes.

Socrates i
8. de Rep.
idē inferi
i cap. 8. &
i com. 13.
libri 1.

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintque tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiusmodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemque Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisque oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodque horum naturam quādam habet cōmunem, sui que simpliciorem præbet cognitionem. Atqui pulchritudo quoque, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atque dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemque modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunque iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorū, quæ potentis illis subiiciuntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cūctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque Numeris obfirmavit, in quibus sanè mensurę quoque vbertatis, huicque contrarię sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-
nis pro-
batio.

Oportet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neque postremò, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateque, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoque ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur, dicat enim Geometra quòd quatuor Magnitudinibus proportionalibus existētib, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc proprijs principijs, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quòd quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alternatim

*Alexander Pappolomini
huc accipit*

sim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris: compositarumquē Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem: non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multę communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeò quæ omnibus communia sunt quantitatibus contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quę sunt vnā, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quę scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Thegeto Socrates iocosa serijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quę in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subiiciuntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatę primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

Cōmunia
hec neq; à
narali Sci
ētia, neq; à
Mathema
tica cogno
scunt, sed à
Diuina.

Diuina Sci
ētia oīum
Scientiarū
capacissi
ma, quam
Ari. domi
nā Sciētia
rū vocat i
prio post.
tex. 23.
Socrates
in Thea
teto.

Epilogus.
Pria Phi
losophia,
quā Plato
Dialecticā
vocat i se
ptimo de
Rep.

Quod sit instrumentum iudicans Ma thematicas. Cap. V.

Posthec autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ips, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distribuit.

Diuisio
Platonis i
septimo d
Rep. & ali
is i locis.

buit . nam eorum, quę sunt, alia quidem intellectilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta . & sensilium alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quę sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam : ipsę autem, quę cogitationi subiecta sunt, cogitationem : sensilibus verò, fidem : cōiecturalibus autem, coniectandi vim . & eandem rationē coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam . vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicue imaginem referentibus inspiciuntur . quippe quę postremā quodāmodo in aquis sortita sunt sedem , & simulacrorum verē facta sunt simulacra . similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quę à primis, & simplicibus, & impartibilibus formis in multitudinē, diuisionem quę sunt delapsę . Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus : intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit . Si igitur Mathematicę res neque impartibilem, ab omni quę diuisione , ac varietate separatam substantiam sortitę sunt, neque eam, quę sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacumque ratione diuisibilem, cuilibet manifestum est, quod iuxta suam essentiam cogitationi quidē subiectę sunt : cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis præest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis . Vnde sanè & Socrates obscuriorem quidem harū cognitionem prima scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinione positus est . nam id quidem ultra intelligentiam obtinent, ut quod euolutum est, & progrediendi vim habet contēplentur : ea verò, quę in ipsis reperitur rationum stabilitate, quę etiam confutari non potest, opinionem superant . & quod quidem ex suppositione ortum trahāt, id sortitę sunt, iuxta primę scientię diminutionē : quod verò in ips formis constitutę sint, quę sine materia existūt, iuxta perfectiorem sensilium cognitionem . Instrumentum itaque aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Platonis, statuimus . quippe quę opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur .

*Supponitur cognitio
nū appor-
tio secundū
Platonē.*

Mathematicę res cogitationi subiectę sūt, & Cogitatio est instrumentū iudicās ipas.

Socrates i septimo d' Rep.

Idē superius cap. primo.

Epilogus.

Quę nam sit Mathematicorum generum , ac formarum
essentia, & quomodo subsistat Cap. VI.

Quęstio . SEquitur autem , ut consideremus quę nam dicenda sit Mathematicarum

ticarum formarum, generumque essentia, & vtrum à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in communem vnam rationem : an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremo in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis : hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui à sensilibus hæc educi est impossibile. multò enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educuntur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ipsæ autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit : vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas : vbi semper stabiles Laterū rationes : vbi Angulorum rectitudines : non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmixta sunt, nullumque in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nā modo igitur immobilibus rationibus ex ipsis, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmam quæ attribuemus essentiā : quidquid enim ab ipsis, quæ mouentur ortum ducit essentia, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adiciemus : quicquid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verum si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quedam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astibulamur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta : si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiae expertem, tantamquæ gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris : quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est metitur : quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, quæ est Aristotelis.
 Secunda opinio, quæ est Platonis.
 Primæ opinionis confutatio.
 Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Conclusio
 argumēti.
 Alia quaestio.
 Prima opinio, quæ est Platonis.
 Secunda opinio, quæ est Aristotelis.
 eiusque confutatio.
 Primum argumentum.

Côclusio
primi ar-
gumenti.

Secundum
argumen.

Côclusio
secundi ar-
gumenti.

Tertiū ar-
gumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur, anima Mathematicas gignit formas, necq; à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius vtrique animæ partus, ac fœtus, permanentes, æternasque patefaciunt formas. Secundò, si inferius, & a sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstraciones, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusque formis? causas enim vbique demonstrati- bus esse proprias ad eius, quod quæritur venationē dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quod demonstratiōis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi subiiciuntur essentia, potius quàm sensiliū essentia cognatiōis demon- strationibus, magisque affinis ostendatur? nam neque si quis (vt dici solet) demonstrarit Aequicrus duobus Rectis æquales habere Angu- los, & Acquilaterum, & Scalenum, is quodāmodo scit: sed qui om- ne Triangulum, & simpliciter demonstravit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstratiōem, quàm particulare, itemque demonstratiōes ex magis vniuersalibus cōstant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstratiōes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, vt quæ demonstrandi vim ha- bent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, at- que scrutentur, non autem ea contemplantur, quæ à cogitatione com- prehenduntur, quæque perfectiora sunt his, quæ à sensu, opinioneque cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quod animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæque magis esse dicuntur, manifestioraque à natura acci- pit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines po- sterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, aufe- rens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quo- modo animā imbecilliolem, inferioremq; materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem ea- rum, quæ præcipuè sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitationē factæ sunt. Quonā pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisque essentiae primò est particeps, & hinc co- gnitione,

gnitione, totaque vita repletur, obscuriores recipit formas ipsas, quæ ab
ultima eorum, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima reci-
piuntur sede? Verum enimvero huic quidẽ occurrere opinioni, quæ se-
pe à plerisque exagitata, ac conuicta fuit, superuacaneum fuerit. Quòd
si neque per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, ne-
que per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque
prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est utique animam aut
à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem
à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectilium erunt formarum
imagines? quomodo inter impartibilem, partibilemque naturam fue-
rint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quo-
modo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum
exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, æ
mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in
ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam
aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet
materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus forma-
rum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à
mente hæc producere, ipsamque formarum plenitudinem esse,
quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad
Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque va-
cua ipsa anima, imò semper scripta, seseque suapte natura describens,
cum à mente quoque describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iux-
ta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoque illius, &
adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo co-
gnoscat, anima quoque cuncta animando, & si illa per exempla, & ani-
ma per imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod
nimium Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis
constituit formis, eamque diuidit per numeros, & connectit propor-
tionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum princi-
pia in ipsa defigit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa
existentes ciet intelligenter. Cunctæ igitur res Mathematicæ primum
in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur:
& ante apparentes Figuras, Figure, animales: & ante ea, quæ cõcin-
nata sunt, harmonice Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mo-
uentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vber-
tas ipsa est anima, & iste ornatus alius est, qui se ipsum producit, &
à proprio producitur principio, & vita seipsum explet, ab opificeque
sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promit ra-

Cõclusio
trimëbris
ex iis, quæ
dicta sũt.

Primum
mëbrum.
Scũdum.
Tertium.
primi mē-
bri cõfir-
matio.
Primum
Secundũ.
Tertium
argumẽ.
Secundi
mëbri cõ-
firmatio.
Primum ar.
Secundũ.
Tertii mē-
bri cõfir-
matio.
Cõclusio.

Digressio
cõtra Ari-

Cognitio
animæ dif-
fert à co-
gnitione
mentis.

Plato i Ti-
meo ani-
mã ex om-
ni? Mathe-
maticis
formis cõ-
stituit.

+ vitales

Arifm. d. 22

B tiones,

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque for-
 mis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum
 multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimensione sunt idea
 corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia ap-
 parentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum
 exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius or-
 tum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūque
 causas in ipsa collocavit. nam omnium quidem Numerorum linea-
 rium, & planorum, & solidorum septem termini principia compre-
 henderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū + es-
 sentiam in ipsa præextiterunt. Figurarum autem principia, secun-
 dum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus,
 qui ceteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit.
 omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusque circularis
 principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū
 rerum sunt rationes, animas complentes, quas utique rationes pro-
 mouens, prouoluenisque cogitatio, omnem Mathematicarum scien-
 tiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem
 semper, aliaque post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes ex-
 plicans. cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infi-
 nitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitque
 Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, &
 quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

VErūm post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnā ip-
 sarum scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus,
 & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quo-
 usq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicæ
 scientiæ cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. neq;
 sanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm,
 & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuius-
 modi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidē cogni-
 tiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas corū, quæ
 ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus à re-
 cordatione quidem sumit initium, in intimas verò definit rationes, &
 excitatur quidē à posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū
 essentiam: nec immobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec mo-
 tu locali

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non vtpotē ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, vt sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducētes, diuersasquē cōtēplationis semitas gignētes: alteras verò multos transiūs proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cū enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quō ad comprehēsiōnem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamquē partibiles sortita sint ordinem, iure sanē (vt arbitror) cognoscēdi quoq; vires totius ipsorum sciētiæ duplices esse innatę sunt. & vnę quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemquē cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secūda, à principijsquē multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quæ rerū sensiliū absolutiōnes sunt, naturęquē iungitur, & multa vnā cū naturali sciētia demonstrat. quemadmodū porrò ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumquē rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se liminibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit considerationē, aliasquē multas sciētiās, quæ sensilibus implexę sunt, per eaq; operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quæ in progressibus feruntur cognitiones, suaq; genera, & formas perficit, illisq; assimilat essētijs: necnō de Dijs ipsis veritatē, & de ijs, quæ sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Vię, quib;
pcedit sci
entia Ma
thematica

Duplices
Mathema
ticę sci
vires.

Principia
Mathema
ticę scie
tię vni &
Multitu
do, tō Fi
nis, & In
finitum.

Progres
sus sciētię
Mathema
ticę, atq;
regress^o.

Extremę
cōsidera
tiōes Ma
thematicę
sciētię.

Epilog^o.

De vtilitate Mathematicę sciētię Cap. VIII.

POSTea verò sciētię huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsquē ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuer-

Qua d' ca
usa Timę
Mathema
ticam co
gnitiōē
erudiendi
viam ap
pellarit.

† Circum
actionē.
Quid di-
cat Socra-
tes vide i
septimo d
Repu.

Despecu
Platonis
vide Pro-
clū in se-
ptimo de
Rep.

Socrates
in Phæd.

† Prælu-
dium.

Plotinus.

Dialekti-
cas. i. Me-
taphysi-
cas.
Vtilitas,
quā affert
Mathe-
matica ad
Philoso-
phiam.
Ad Theo-
logiam.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad vir-
tutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfe-
ctam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque
oculum ad eam, quæ hinc fit, + euectionem præparat. Ideo & in Re-
publica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs
excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recrea-
ri, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem,
& à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id,
quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, &
vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque
retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam.
nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque,
ac stabilitas conremplationis nos ipsis coniungit intellectilibus, per-
fecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper
diuina pulchritudine collucentibus, semperque mutuum ordinem
seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tra-
dit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum,
nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem eue-
ctionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitatio-
nibus medijs formis pulchritudinum vtenti. Musico verò, qui tertiam
sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibi-
les harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri qui-
dem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei
autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelli-
gentis cognitionis + reminiscencia est, & ad id, quod verè est, verita-
temque ipsam excitatio. nam hoc quoque propter imperfectio-
nem proprii principij opus est. naturalis enim virtus, & ocu-
lum imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso,
& eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi,
inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, vt cum natura assuescat
incorporea, cumque his tanquam figuris vtentem, ad Dialecticas ra-
tiones, prorsusque ad omnium eorum, quæ sunt considerationem du-
cere oportet. Ceterum quod ad Philosophiam Mathematica præcipuam
affert vtilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis
quoque mentionem faciamus, & quod Theologiæ quidem intelligentes
apprehensiones præparat. quęcunque enim imperfectis scrutatu dif-
ficilia, arduaque ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Ma-
thematices rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagi-
nes ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum si-
gnifi-

gnificationes in Numeris indicant, intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum regit disciplinam. talis enim est & vniuersus facer, diuinusque sermo, & Philolai in Bacchis, totusque modus enarrationis Pythagore de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maximè confert, quippe quum rationum ordinem, quo Vniuersum fabricatum est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mundo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicem oppugnant, & conuenientia, consentientiaque ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaque elementa conmensurabilitate vndequaque, & equalitate comprehensa ostenderit, per quæ totum quoque celum confectum est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, itemque proprios vnicuique eorum, quæ sunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq; ostendens, de omnium natura contemplationem Mathematicis nominibus patefacit, elementorumque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem petuariæ elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum temporalium dimetientem, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimilantes inquam, & dissimilitudinis autores fecundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & concinnos vite ministros, inconcinnitatēque præbentes, atque omnino fertilitatem, ac sterilitatem afferentes? Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Repu. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ad deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indissolubilis perseverantiæ, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ à ratione remotæ, affectibusque deditæ sunt. quod enim ad totam Mathematicā disciplinam spectat huiusce Numeri, qui Geometricus appellatur scientiā tradere, & non ad vnā quādam, vtputa Arithmeticam, vel Geometriam, omnino manifestum est. per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mundo sunt colligauit. vide hoc in Timæo.

Quæ de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. Ad Politicam.

Musæi 8. de Repub.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero. de quo dicendum in comentiis nostris.

Ad mo-
ralem. **tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus mora-**
lem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordi-
nem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras preterea
virtuti convenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, a quibus
sanè Atheniensis etià hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem
virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū insuper
rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Fi-
guris, aliter autem in Musicis consonantijs, vitiorumque demū exces-
sus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ornatique effici-
mur. Et ideo Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinatę, intēpe-
ratęque vitę accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā æqualita-
tem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam in-
teruallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū-
tamen quanta cæteris quoque scientijs, atque artibus à Mathematica
scientia prodeat utilitas didicerimus utique considerantes quòd con-
templantibus quidem, ut Rhetoricę, atque huiusmodi omnibus, quę-
cunque in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: nec-
non id, quòd ex primis, & medijs, atque ultimis ad eius similitudinem
compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatarum
proposuit, quippè quę measuras etiam in ipsa existentes proposuit.
Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobiles
que formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Phi-
lebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderan-
di indigent, vel omnibus, vel aliquibus. hæ autem omnes in Ma-
thematicę scientię sermonibus continentur, & iuxta illos termi-
nantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varie-
tas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur
totius Mathematicę scientię ad Philosophiam ipsam, cætera-
que scientias, & artes, per hæc, quę iam dicta sunt cognita erit au-
dientibus.

Atheni-
sis hospes
in 2. de
legibus.

Socrates
in Gorg.

Socrates
in nono de
Rep.
Ad ceteras
scias,
& artes
utilitas
Mathema-
ticę sciz.

Socrates
in Phileb.

Epilog.

1. Mathematicę
scientię

Quorundam obiectio contra Mathematicę utilitatem, ipsiusque solutio. Cap. VIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum proclives sunt pro-
pter illos, qui Geometriam subvertere volunt, huiusce scientię di-
gnitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque
auferentes tanquam quę de ijs verba non faciat. Alij verò, utilio-
res sensilium experientias affirmantes ijs, quę in ipsa vniuersę
spectan-

Prima o-
pinio.

Secunda
opinio.

Prima opinio.

spectantur, verbi gratia Geodæsiam, hoc est terræ distributricem,
 Geometria: & vulgarem Arithmetica, Arithmetica, quæ in Theo-
 rematibus est posita: nauticamque Astrologiam, ea, quæ vniuersè
 docet. non enim ditescimus, dicunt ipsi, diuitias cognoscendo, sed
 illis vtendo, neque felices sumus felicitatem cognoscendo, sed felici-
 ter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones,
 non eas, quidem Mathematicas scientias, quæ in cognitione, sed eas,
 quæ in exercitatione versantur, prodesse fatebimur. nam ratio-
 num quidem ignari, in rerum autem particularium experientia
 exercitati, ipsi, qui in contemplatione sola versati sunt, ad vsus hu-
 manos omni ex parte sunt præstantiores. Aduersus itaque eos,
 qui hæc dicunt, responsum daturi sumus, Mathematicarum disci-
 plinarum pulchritudinem quidem ab ipsis ostendentes, à quibus Ari-
 stoteles quoque nobis persuadere conatus est. tria enim hæc potissi-
 mum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordi-
 nem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. Si-
 quidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione,
 & deformitate, & inconuenientia, & indeterminacione iam in com-
 posito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam,
 inordinateque se se mouente, & rationi dissonante, & terminum illinc
 non suscipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipsa in con-
 trariis quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque
 existit. Hæc autem in Mathematica scientia maxime inspicimus, or-
 dinem quidem, in posteriorum semper, magisque variorum ex pri-
 mis, atque simplicioribus ostensione, semper enim sequentia præce-
 dentibus annexa sunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa
 verò, consequentium primas Suppositiones: conuenientiam verò, in
 consonantia adinuicem eorum, quæ demonstrantur, ad mentemque
 omnium relatione, cōmunis siquidem mensura totius scientiæ mens
 est, à qua principia quoque accipit, & ad quam discentes conuertit: de-
 terminationem autem, in manētibus semper, immobilibusque ratio-
 nibus, non enim interdum quæ sub ipsius cognitionē cadunt aliter se
 habent quæadmodum opinabilia, atque sensilia, sed eadem semper se se
 offerunt, intelligentibusque formis determinata sunt. Si itaque pulchri-
 tudinis parandę vim habentia, hæc præcipue sunt, Mathematicę au-
 tem res per hæc exprimuntur, perspicuum quidem est, quòd in his
 etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque esse nō debet,
 mente quidem scientiam desuper illustrante, hac autem ad mentem
 properante, nosque à sensu ad illam transferre festinante. Eius au-
 tem

Fundamē-
 tū secundā
 opinionis.

Responso
 ad primā
 opinionē.

Tria sunt,
 quæ pulchri-
 tudinē ef-
 ficiunt ex
 sententia
 Arist. 13.
 metaph.
 i cap. 3.

Quo tria
 hæc i Ma-
 themati-
 cis sunt.

Cōclusio.

Responso
 ad secundā
 opinionē.

tem

Socrates
in Thea-
reto.
Vide etiā
finē Me-
nonis.
Mathema-
tica scien-
tia pp se
expeten-
da est.

Idēi supe-
riori capi-
te.

Mathema-
tica scien-
tia ppter
vitā cōtē-
plantē est
expetēda.
Fūdamē-
tū sūptū
ab Arist.
Arist. *in*

Cōclusio.

Idem ait
Arist. in
prio Me-
taph. cap.
primo.

† Sic

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; neces-
sitati studentes iudicare equum ducemus. sic enim ipsam quoq; contē-
plantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis
separat, hæcquē minimē respicere, nec cognoscere appetit. Quod san-
tē Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus
affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auer-
tit; ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitatio-
nem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathema-
ticam igitur scientiam, ex ipsaq; contemplationem propter se ex-
petendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si au-
tem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet,
ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim
nos deducit, animæque oculum ad vniuersorum cognitionem præ-
parat, impedimenta, quæ à sensibus proveniunt abstergens, atque
auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non
ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem;
vel inutilem dicimus; ita sanē Mathematicæ quoque finem ad men-
tem, vniuersamque sapientiam referre oportet. Propterea quæ in
ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem
studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur
expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eo quod nullum cum sit
quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum
incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia
omnes in ipsa libenter versantur, voluntque omnibus alijs dimissis in
ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi
labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum co-
gnitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimē degu-
starunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia
ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ,
& quæcunq; cum materia operantur huiusmodi vsum cōsiderant)
sed contrā eius immaterialitatem, ipsique soli quid boni esse admirā-
dum. cum enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessas-
sent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt,
& non imerito. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortuique con-
iuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quæ ani-
mam ab ortu seiungunt, idque, quod est, in memoriam redigunt.† lu-
rē igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter seipsa honorabilia
sunt, sensuique cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredi-
mur. omnis nanque ortus, vitæque animæ, quæ in se ipsam conuer-
tur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint.

Epilogus.

Alia quorundam Platoniorum contra Mathematicarum
utilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap.

X.

FORsan autem nonnulli ex nostra familia insurgentes, Platonemque rationum testem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum disciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipsum omnino Philosophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem a choro scientiarum excludere, ipsamque sanquam principia sua ignorantem redarguere, & cui principium quidem sit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex ipsa, quae non nouit. His addent etiam quocumque alia ibi a Socrate opprobria contra hanc conspersionem obiecta fuisse. Aduersus igitur amicos viros nos verba facientes, ipsis in memoriam redigemus, quod ipse etiam Plato animae purgatricem, sursumque ductricem Mathematicam esse perspicue asseuerat, quippe quae caliginem auferat ab intelligenti cognitionis lumine, quod potius conseruandum est, quam infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quaeque non solum Mercurialium, sed Minervalium quoque munerum est particeps: & quod ipsam ubique scientiam vocat, quodque exercetibus maxime felicitatis causam. Verum quid sibi velit verbis, quibus in libris de Republica scientiae cognomen a b ipsa abstulit, breuiter dicam. ad doctos enim praesens erit mihi sermo. Scientiam Plato plerisque quidem in locis, omnem (ut ita dicam) vniuersalium appellat cognitionem, ipsam sensui singularia cognoscenti in diuisione opponens, seu talis cognoscendi modus arte, seu experientia fiat. & hoc (ut arbitror) sensu in Ciuili, atque in Sophista scientiae uti nomine videtur, ipsam quoque praecellentem Sophisticam scientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam esse dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quae experientiae sunt, non autem verae scientiae. Hanc autem rursus vniuersalium cognitionem diuidens in eam, quae causas, & eam, quae sine causa cognoscit, alteram quidem scientiam existimat appellandam, reliquam vero, experientiam. & sic artibus quidem alicui

Argumentum ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Responso ad Platonicos.

Homerus in Odiss.

Explicat Platonis sententiam.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophista. Socrates in Gorgia.

Plato is diuisio.

C

bi

bi scientiæ nomen attribuit: experientis autem nequaquam. res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem, quoniam pacto scientia esset? & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, scientia quædam est. Rursus itaque hanc quoque scientiam, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnā quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à scientia separat; Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, sciētiā appellat. Hanc denique scientiam, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnā quidem suppositionis expertem esse vult: alteram verò ex suppositione scaturire. & illam quidem, quæ suppositionis est expertis, vniuersorum cognoscendorum vim habere: ad bonum vsque; supremamque omnium causam scandere: finemque scandendi bonum illud sibi cōficere: hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè † ad principium, sed ad finem tendere. & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est scientia deficere. vna enim verè scientia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt scientis, alijs quidem propinrioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quod Mathematicam à sciētiarum numero Plato expellit, sed quod eam ab vnica scientia, quæ supremam tenet sedem, secundam asserit: nec quod dicit ipsam sua ignorare principia, sed quod cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare. animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit: aliquando aut, à generibus, quæ intelligentiæ subijciuntur motum ipsum recipere. quadrantque hæc inter se. is enim, quæ ab alio mouentur quædam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam. Eodem sane modo & Mathematica à prima quidem scientia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta: est attamen scientia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subijciuntur. Hæc itaque omnia de Platonis sententiā, pro Mathematicis dicta sint.

Quæ

Quo differat ars à sciētiā, ostēdit Aristot. sexto Moraliū cap. 3. & 4.

De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclū in 7. de Rep. † in principio, sed in fine esse.

De ratione Argumenti.

Circa hoc vide Platonem in Timæo.

Epilogus.

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

QUæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit eruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conveniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē specie differentibus insunt, ut omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē prædicamentum, cōmune autem specie in singulis differt, ut in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio. non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quod si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. + Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilincis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt convenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quædam propriam proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, ut puta triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figure. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, utpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, convincique minime possint, non autem probabiles, nec verisimiles refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem, qui vis scientia, arteque præditus convenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, ut de his pertractantem: cum verò, qui de intellectilibus, stabiliisque essentia differit, rationes, quæ nec convinci, nec moveri quidem possunt. Confestim namque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, utpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moveantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in 1. de partib. animalium, & in prio Ethic. c. 3

Termini, quibus Mathematicus iudicandus est. Primus terminus.

+ Illudque, cui id contingit, idē est in omnibus, Triangulum nempe, Triangulæ ratio

Secundus terminus.

Arist. primo Ethic. cap. 3.

Plato in Timæo.

Metaph. 8.

C 2 & alia

Idē vide
apud Ari
sto. secun
do Meta.
tex. 16.

Tertius
terminus.

Quo er-
ret Mathe
matico d.
mōstrādo.

Quartus
terminus.

Triplices
debēt esse
Mathema
ticae demō
strationes

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiore. Neque omnino Mathematicam, cæterasque scientias ipsdem vti demonstrationibus æquum censuimus. earum enim Subiecta haud exigua ipsis præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrèt, vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circumferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū q̃ Aequicrus. non spectat enim ad Mathematicum hæc determinare. Quarto deniq; loco dicimus, quòd cum Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspicendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoque Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaptat rationes. Verum de his quidem hætenus.

Prolo. vide in
Alma xno

Quæ, & quot sint totius Mathematicæ sciētiæ species iuxta
Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio
Mathema
ticarū Sci
entiarū ex
mente Py
thagoræ.

Quotum,
& Quātū
pripalia
Mathema
ticae Su
biecta.

DE partibus autem Mathematices posthæc determinandum, quæ, & quot numero sint. nam post totum ipsius, atq; integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium vtranque duplicem ponentes. Quorum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut stare

stare, aut moueri. & Arithmetica quidem quod per se est Quotum contemplari, Musicam verò quod ad aliud, Geometriam autē Quantum quatenus immobile est, & Sphericam quod per se mouetur. Considerare præterea hasce scientias Quotum, & Quantum non magnitudinem absolute, neque multitudinem, sed quod iuxta vtruncq; est definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpẽdere, ne eã, quæ vtrobiq; est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit. Cum autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quotum, quod in sensibilibus ipsis est, necq; Quantum illud, quod circa corpora excogitatur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cõtemplatio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identitatemq; vnã cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad animam complendam rerum opifex suscepit, ex hisq; generibus ipsam constituit, quemadmodum Timæus nos docuit, dicendum quod iuxta quidem ipsius diuersitatem, rationumq; diuisionē, ac multitudinem consistens cogitatio, seseq; intelligens esse & vnum, & multa, Numeros profectò sibi proponit, producitq; horumq; cognitionem Arithmetica: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cõmunicationē, colligationemq; Musicam sibi cõparat, ideo etiã Arithmetica Musicam antiquitate præcellit, cum porro anima quoq; ipsa ab opifice prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rursusq; iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens, Geometriam ex se se deprompsit, vnamque essentialē Figuram, & Figurarum omnium opifica principia: iuxta verò motum, Sphericam mouetur namq; ipsa quoq; per Circulos, consistit autē semper eodem modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulare. & propterea hinc quoq; Geometria Sphericam, vt motum status præcedit. Quoniam autē cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditam formarū conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hasce genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineq; infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omnium siquidem principia, pariterq; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipsa cogitatione collocavit. cum enim tota ad seipsam similitum partium sit, & vna, atq; indiuisibilis, rursusq; diuisibilis, formarumq; ornatum educens, Finis, atq; Infinitatis essentialis ex ipsis intellectilibus est particeps. verum intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, rationesq; varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentiæ hasce constituere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitæ

Quo Quotum
& Quantum a
Mathematico
consideretur.

eo q; a sensibilibus
Digressio.

Ex quibus Ani
mã constituit op
ifex ex Timæi
sententia.

Quo cogitatio
Mathematicas
producat scias.

Anima prius ē
diuisa, postea
collecta ex mē
te Platonis in
Timæo. & ideo
Arithmetica p
æcedit Musicam.

Geometria præ
cedit Astrono
miã, quia motu
prior est status

Cur dicant Py
thagorei Ma
thematicam cir
ca finitum ver
sari.

Cogitatiois in
telligentiæ iuxta
suum Finē Ma
thematicas sci
entias constituerūt

Infini-

Epilogus.

Infinitem . mentis siquidem imaginem afferunt , non autem vitæ .
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia , & quatuor sciētiarum diuisio .

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex
mente Gemîni. Cap. XIII.

Alia Mathema-
ticarum Diui-
sio, ex Gemini
sententia .

Mathematicæ
sciētie partes .
Arithmetica .
Geometria .
Mechanica .
Astrologia .
Perspectiua .
Geodæsia .
Canonica, siue
Regularis .
Supputatrix .

Excluditur Ars
militaris à Ma-
thematicis sciē-
tiis, & aliæ .

Hippocrates
in lib. de locis .

Quomodo Ma-
thematicis Ars
militaris vtiat .

Geometriæ duæ
sūt species. Pla-
norum considera-
tio, & Stereo-
metria .

Rursus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathema-
ticam censent, sicuti & Gemînus . & vnam quidem eius partem in
intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt,
hæcque attingere . Intellectilia vtrique appellantes quascunque in-
spectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans for-
mis . Atq; eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè
primas, præcipuasque ponunt partes, Arithmeticam, & Geometriam:
eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Me-
chanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiam, Canonicam,
atq; Supputatricem . Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad
instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci (*ὑπομετρίαν*)
vocant, vnam aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non
censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem
arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæ-
sia, vt in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spa-
tijs . Quemadmodum porrò eo magis neque historiam scribendi, ne-
que medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet se-
penumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur
Theorematis . Rerum quidem gestarum scriptores, vel Clima-
tum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel
Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res
in arte sua huiuscemodi vñs dilucidando . nam vtilitatem, quæ in
Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit,
ac ferè omnes quicunq; aliquid de opportunis temporibus, locisque
dixere . Eadem sane ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis ope-
ram accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematis,
nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem vo-
lens, quæ numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra,
suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā
Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli,
vbi plurimam apparere cupit . Cum autem hæ sint totius Mathema-
ticæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtem-
plationem, & Solidorum dimensionem, quæ Stereometria vocatur .
siquidem

liquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio, quoniam neque Figura [†] ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Plana, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se compareret, aut diuidat. Iridem Arithmetices distributio est in Numerorum linearium, & planorum, & solidorum contemplationem. Species nanque Numeri per se se considerat ab Vnitate prodeuntes, & planorum ortus Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad tertiã vsq; accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similes in diuisione sunt, quippe quæ non de intellectibus Numeris, vel Figuris, sed de sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cylindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tanquam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectibus id assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Numerorum inspicit passionēs; sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde nomen quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (puluis) quasdam, & (Quantitas) appellans. & nullum quidem concedit esse minimum, vt tacit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad aliquid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi promensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque communis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque Canonica à Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua quidem radijs visorij tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hisce constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earum apparentiarum, quæ aliter quàm sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub visum cadunt alios atq; alios situs, & distantias, vt Parallelarum coincidentię, vel Quadrangulorum tanquam Circulorum aspectionis: & in vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur refractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur: necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est umbrarum designatrix appellatur, quæ ostendit quid fieri possit vt ea, quæ in imaginibus apparēt, haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudinesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cōcinentiarum considerat rationes, Regularum sectiones reperiens, sensusque vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti

Pulchrum.
† in his

Principale Geo-
metricę officium.

Tres Arithme-
ticę partes, li-
nearium, & pla-
norum, & soli-
dorum Num-
erorum conside-
ratio.

Geodæsia, &
Supputatrix eo-
dem modo di-
uisuntur, quo
Arithmetica, &
Geometria.

Quæ Geodæsia
& Supputatrix
considerent.

Canonicā intel-
lige esse Musi-
cam.

Tres totius Per-
spectiue partes

Perspectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid
consideret, de
qua Plato in 7.
de Repu.

aures

Mechanicę par-
tes.

Instrumento-
rum effectrix.

Miraculorum
effectrix, quæ
triplex est.

Timæus.

Æquilibrantiū
& centropōn-
derantiū co-
gnitio.

Sphærarum ef-
fectrix.

Astrologiæ cō-
siderationes, &
partes.

Gnomonica.

Metheorosco-
pica.

Dioptrica.
Epilogus.

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porro, quas hucusq; enume-
rauimus accedit ea, quæ Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quædam
existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materia-
quæ coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quæ
(*ὀργανωτομένη*) vocatur, eorum inquam, quæ gerendis sunt bellis ido-
nea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-
ra, mariquæ obsidentibus resistentia. & miraculorum effectrix, quæ
(*θαυματοποιός*) dicitur, quippe quæ alia quidem spiritibus maximo
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inequili-
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus
etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisque animatas conuolu-
tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquili-
brantiū omnino, & eorum, quæ centropōderantia vocantur cogni-
tio: nec non (*σφαίραις*) hoc est Sphærarum effectrix ad cælestium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiā fabricatus
est: ac deniq; omnis, quæ materiam mouendi vim habet. Reliqua aut
Astrologia est, quæ de mundanis edisserit motibus, de corporum cæ-
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquæ
distantijs, ac de omnibus, quæ huiuscemodi sunt, multa quidem à
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-
municans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quæ in horarū di-
mensione positi Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica,
quæ eleuationum differentias, siderumquæ reperit distantias, necnon
multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars
est Dioptrica, quæ sanè quinq; Solis, & Lunę, cæterarumquæ stellarū
distantias huiuscemodi Dioptriciis dignoscit instrumentis. Talia de
partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memorięquæ prodi-
ta suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarū scientiarum vertex sit, & quæ
sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIII.

Plato in 7. de
Repub.

Vide Epinomi-
dem, qui Plato-
ni ascribitur.

ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Pla-
to Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fa-
stigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipsarum
coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-
suit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione
superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-
nemq;

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sane modo Dialectica quoque purissima Philosophiae pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientijs varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sane adiuta, & perfecta Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, voluntaturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immerito igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiæque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendat: compositiones insuper, quæ ex principijs producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia confurgunt, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, nõ vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidẽ proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciori quodam modo in seipsam cõplectitur: & cõmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc rjs, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentijs suis

Cõiunctio
Mathematicarum, nõ
est, proportio, vt
voluit Eratosthenes

Secunda
Mathematicarum
cõiunctio. Plato in
Repub.

D. reducit

Tertia Ma-
themati-
carum cō-
iunctio.

† pgressi,
Finis opti-
mus, Mēs-
† ipsem
optimum.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nullique reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumque varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudinēque, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum[†] cogitationem: Finis autem est tum sursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis[†] longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in
Memnone

Socrates in
Memnone.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumque disciplinarum vnde nam diceremus scientijs his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellationē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cum perspexissēt quidē, q̄ omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscencia est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaque veluti quæ in opinione posita est cognitio, verum excitatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumque perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscenciæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscenciam esse facilimè cōprobabit. Vnde porro Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quàm animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quàm cogitans animæ pars: hæc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultè: Promit autem vnāquancq; cum impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fluctunt.

etunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipsos fit conuersio-
nis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est expers
cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus
obnoxium, eius, quæ nullis affectibus leditur actionis est impedimen-
tum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in
ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus:
& actu scientes esse: & essentialē cognitionem depromere. Dum
autem vincti, captiuique sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo
modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc
itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in anima rationū
reminiscētia est. Mathematicaque (hoc est disciplinatiua scientia, vt
sic exponā) propter hanc ea cognitio potissimū nuncupatur, quæ
nobis ad earū rationū reminiscētiā maximè confert. Et opus igitur,
atque officium huiusce scientiæ, quale porro sit à nomine fit manife-
stum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intel-
ligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū
essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab
ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate pro-
ueniunt: ad Dei planè similitudinem huius scientiæ præsidis, qui in-
telligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, &
animas ad mentem erigit, ac veluti profundo exuscitat sopore, & in-
quisitione ad seipsas cōuertit, & absterricatione quadam perficit, pu-
regue mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanè nos quo-
que præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplatio-
nem perscribemus.

Opus Ma-
themati-
ces à noie
fit mani-
festum.

Opus Ma-
themati-
ces, simile
est operi
Dei.

P R I M I L I B R I F I N I S.

D. Procli

P R O C L I D I A D O C H I
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.



LIBER SECVNDVS.



Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &
quænam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus
eorû, quæ
in prio li-
bro dicta
sunt.



OMMVNIA quidem, ad omnemque Ma-
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-
monibus perspeximus, & à Platone non dissen-
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-
sentem pertinent tractatum colligentes. Posthæc
autem consequens est, ut de ipsa quoque Geome-
tria, dequæ proposita Elementorum institutione

disseramus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post
Arithmetica secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-
gnosci potest, ab Arithmetice rationibus determinatur) à veteribus
dictum fuit, nec lōgo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-
teriam considerarem, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam
cognoscentis, utilitasque ab ipsa proueniens, nec non illud, quod à
discentibus comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,
de quibus Geometra differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-
ctum inspectionem assuefactionem esse, ad mentisque actionem
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus
vñquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non
pro-

Dubitatio
bimēbris.

Primū mē-
brum.

Primū ar-
gumentū.

Secundum
argumētū

+

profundam superficiem, vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq; basium figuras omnes, de quibus Geometria docet? Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cum sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniq; sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnà cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumq; sint progressa? Quòd si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæq; puræ, & à sensilibus separatæ: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoq; interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnà cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumq; secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumq; & figurarum accretiones, atque decrectiones, vtputa triangularium, vel quadrangularium? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam qd Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereq; à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūq; plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereq; tale, quod existētiā quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisq; dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterq; consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisq; gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat, varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoq; multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt cenſeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemq; subsistunt.

Tertiū argumentum

Secundum membrum

Primū argumentum.
Secundum argumentū
Tertiū argumentū.Quantum argumentū ab autoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiā Arist. 2. phisico. & 3. de aia
Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices
vniuersa-
les formæ
sunt.

Duplex
materia
ex sentē-
tia Arist.
i 7. meta.
35. & 39.
Duplex
vniuersa-
le, quod in
multis est

Arist. 3. de
aia, tex.
20.

Plato in
Timæo.
Phantasia
media est
inter sen-
sū & mē-
tem.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuer-
salibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quæque
in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam ma-
teriam considerabimus. Ipsiusque participantia duplicia ponentes,
vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia si-
quidem duplex est : vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt :
altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco
& Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, du-
plex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia
participent : alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasiæ
multitudinibus subsistat. Phantasia namque propter motum forman-
tem, atque eò quod cum corpore, & in corpore subsistit : partibiles
semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea
cognoscitur, talē sortitū est existentia. Vnde sanè & mentē passibilē
eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā mo-
do non impassibilis est, nec materiæ expers? Sin autem cum passio-
ne agit, quopacto adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassi-
bilis quidem menti, intelligentique naturæ competit : passibile ve-
rò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè
primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens,
simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & pas-
sibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognitionem. Nam
primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes sunt :
intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis,
quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omnique impressione, ac
passione aliunde adueniente immunes. Vltimè verò, per instrumen-
ta sese exercent, & passiones potius sunt, cognitiones extrinsecus ad-
mittentes, vnaque cum subiectis sese commouentes. Tales enim (in-
quit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phan-
tasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem
à sese, promittque id, quod sub cognitionem cadit : eò autem quod extra
corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & inter-
uallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et
ideo quicquid nouerit, impressio quædam est, & forma intelligentiæ.
Circulum quæ vnà cum suo cognoscit intervallo, ab externa quidē ma-
teria immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam ha-
bentem. Atque idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemad-
modum neque in sensilibus. Simul namque apparet distantia, maiusque,
& minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur
insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquencq; etiam ipsorum, circulum perficit, omnesq; sibi inuicem similes, vna ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes: In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phantasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum imaginatus fueris, in vnoquidem omnes subiecto immateriali, & in vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, interualloq; impartibilem superat essentiam: differunt verò magnitudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex ergo vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexq; circularis, atque triangularis, omninoq; figuræ, ratio. Altera quidem in intellectibili, altera verò in sensibili materia. Præit autem, hisq; antiquior est, quæ in cogitatione residet ratio, quæq; in ipsa consedit natura. Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnus in ipsis existentis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cælo sunt circuli, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distributionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: & partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in incorporeis causis, quemadmodum & e contrario impartibilia, impartibiliter: magnitudinisq; expertia, cum magnitudine in corporeis. Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & simplex est, ab interualloq; immunis: & magnitudo in super ipsa, expertis magnitudinis ibi: figuraq; nulla figura expressa. Nam rationes absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figuratus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma tantum, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, magnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus: ab immaterialiumq; puritate longè deficiens. Geometriam itaq; cum de circulo quicquam loquitur, atq; diametro, deque passionibus, atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: diuisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus docere, differereq; dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò de pluribus suos habet sermones, de vnoquoq; proponēs, deque omnibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis verò,

Duplex est
circularis,
& triangu-
laris ratio.

Geometria
vniuersale
illud confi-
derat, qd
in imagina-
bilibus di-
tributū ē.

ro, qui in Geometria est circulus) verum vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium vero demonstrationes facere. Cum enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contracte perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem a sensilibus separationem, imaginabilem vero materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decurrit, cum cogitatio ipsa ad exteriora inspiciat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus utatur, a seseque ad exteriora moueatur. Quod si vnquam cum interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atque vniiformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentielles, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porro Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, a quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eum transitum, qui a phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibilique mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est. Per quam cuncta sine interuallo cernet, & sine parte circulum, ac dimerientem, & quæ in circulo sunt multiangula, omniaque in omnibus, & vnumquodque seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcirco igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper utimur, huiuscemodique ex hac distantis. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenta, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verum quæcunque etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producuntur. Et quod promit quidem, cogitatio est: a quo autem

Idè vide
superius i
lib. I. c. I.

Optimus
finis Geo-
metrici
studij, &
doni Mer-
curialis
opus.
De Caly-
psone vi-
de Plutar.
in opusc.
de vitanda
usura.

pro-

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materia, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quâ plurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subiiciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum, causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præextiterunt cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, accomponuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timæo, & in 7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.

Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumque Positionum, ac Motuum cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediens, ad Solida autem vsq; descendens, multiformesque ipsorum differentias inueniens. Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad horum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præiudiciis sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vñs utens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definiētiis, & orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Vt & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demonstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidentibus, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque, n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque passionis sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Triplex unaquæque scientia requirit subiectum, Accidentis, & Principium.

E qui-

quidem cōmunia sunt omnibus (licet singulae proprie ipsis in subiecta sibi vtantur materia) genus verò , & per se accidens diuersum .

Geometrie subiecta.

Geometrie accidentia.

Geometrie principia.

Geometrie igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Circuli, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates, Applicationes, Excessus, Defectus, huiusmodi omnia . Peritiones vero, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat : illud, à quocunque signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere . Et illud, si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæque his cōsequētia sunt. Vnde etiā non omnē Problema, nec Quæsitum omnē Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt principijs . Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit : conuincetur vtique vt Geometra . Quæcunque autem non ex his, haud Geometrica quidem, verum à Geometrica contemplatione sunt aliena . Et hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum illud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autē à Geometrie principijs : Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs, sed peruersē, vt si quis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geometria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus dignoscere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redarguere possumus prout errant, hanc habet promissionem. Alia namque Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimum distant ? Certior namque alia, quam alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à simplicioribus emanat suppositionibus, quam ea, quæ magis varijs vtitur principijs : quæque dicit propter quid ; quam ea, quæ tantum rem ita se habere cognoscit : & quæ circa intellectilia versatur, quam ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hæc certitudinis definitiones, Arithmetica quidem, Geometria certior est : eius siquidem principia simplicitate sua excellunt. Nam Vnitas quidē, positionis est expers : Punctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positionē suscepit, Geometriæ principium est : Vnitas verò, Arithmeticæ. Geometria autē certior, quam Spherica : & Arithmetica, quam Musica. Hæc namque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorematum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quam Mechanica, Perspectiua, ac Specularia : quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt .

Quæ sint quæta Geometrica.

Quæ sint quæta non Geometrica.

Duplex est quæta non Geometricum.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi

Aristo. 1. post. 1. 42.

Arithmetica certior est quam Geometria.

Geometria certior quam Spherica, & Arithmetica, quam Musica.

Geometria certior quam Mechanica, Perspectiua, & Specularia

Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum principijs

cipis differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem
 inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conue-
 niunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theore-
 matum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria.
 Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit
 Arithmetica: Geometriae verò minimè. Sunt enim in ipsa rationes
 etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum
 gnomones secundum minus terminari, Arithmeticae proprium: in
 Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriae verò pe-
 culiaria sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam
 habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in conti-
 nuis reperitur. Quæ circa eas proportioncs, quæ exprimi nō possunt:
 vbi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non
 potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus
 habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in
 extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus au-
 tem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria
 transferuntur in Arithmetica: alia autem contrà ab Arithmetica
 in Geometria: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à to-
 ta Mathematica sciētia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem,
 & rationū conuersiones, et cōpositiones, ac diuisiones, hoc modo am-
 babus cōmunia sunt. Quæ verò cōmensurabilia sunt, Arithmetica
 quidem primū inspiciat: postea verò Geometria, illam imitans.
 Vnde etiam huiuscemodi cōmensurabilia, hæc esse determinat, quæ-
 cunq; rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum:
 vtpotè quòd commensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi
 nanque numerus, ibidem etiam cōmensurabile: & vbi cōmensura-
 bile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria
 quidem primū inspiciat: iuxta proportionem autem ab ipsa acci-
 piens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab
 effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trā-
 simus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspi-
 cimus, veluti cū omne multiangulum à nobis in triangula resolu-
 tur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cū qua-
 drangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in nu-
 meris autem hoc non habentes, vno defficiente alterum alterius du-
 plū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri,
 ille, qui fit à septenario duplus est, vno defficiente. At hæc quidem
 in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithme-
 tices, &
 Geome-
 triæ prin-
 cipia diffe-
 runt inui-
 cem, & cō-
 municant.

Quæ sint
 cōia Arith-
 meticae, &
 Geome-
 triæ theo-
 remata, &
 quæ vtriq;
 propria.

Cōmuniū
 theorema-
 rum distin-
 ctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theoremata, à quibus cōmunibus deriuentur principijs : propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam : hæc verò, ad aliam afferre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius vtilitas.

Cap. III.

ALtius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspicimus. Intelligemus sanè per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi : & cunctis suas accōmodare animaduersiones : & omnium formas in se continere : & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verè sunt circūspicere : & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dñs quidem conuenientes figuræ sint : quæ verò primis essentijs : quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes : & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit : ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionis : necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. E quibus sanè imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialēque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectuū generum : exemplaria verò sensiliū : suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentiam. Per hæcque veluti per media ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricè verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerumpublicarum tradit ornatus : & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendique vi : materiā verò attingens, multas à se se promit.

mit scientias : vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim instrumenta, ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit. Et montium circuitus, locorumque situs cognitos fecit. Mensuras demum edocuit : alias quidem earum, quę in terra : aliās verò earum, quę sunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinasque construxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certā ciuitatibus reddidit. Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia. Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur, cum nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat. Cùm .n. omnes vnā Syracusij nauē illā protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit. Stupefactus autē ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse, cū corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cōmistarum materiarum pondus comperisset. Hęc quidem Antiquorū plurimi memoriæ prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes : & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometriæ omnino cognitionem, vtilitatemque ostendentes.

Hierō Sy-
racusius.

Gelonis
corona.

Quis sit Geometriæ ortus, quęque fuerint ipsius
inuentores Cap. III.

ORTUS autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est. Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones. Nec nostris quidem temporibus primū, vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verū in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse. At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quòd à plerisque memoriæ proditum est, apud Aegyptios Geometriam primū inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit. Hęc siquidē illis necessaria fuit, propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quā aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium. Siquidem quod

Aristo. 1.
de celo
tex. 22. &
1. meteo.
cap. 3.

Geome-
tria ortum
habuit ab
agrorum
emensione
apud Aeg-
yptios
primū.

in

Apud Phē-
nicias nu-
merorū i-
cepit co-
gnitio.
Mathema-
tici clari.
Thales Mi-
lesius pri-
mus, ab
Aegypto i
Græciam
Geome-
triam trā-
stulit.
Ameristus
Hippias
Pythago-
ras.

Anaxago-
ras.
Oenopi-
des.

Hippocra-
tes.
Theodo-
rus.
Plato

Leoda-
mas
Architas
Theætetus

Neoclides
Leon.

Eudoxus.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet
transitus. Quemadmodum ergo apud Phēnicias propter mercaturas,
atque cōmercia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sa-
nē apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
est causam. Cum itaque Thales primū Aegyptum petiisset, hanc
cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit,
multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidē
vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ame-
ristus Stesichori Poetę frater, tanquam qui Geometrię studium teti-
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentio-
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem
Pythagoras eā Philosophiā, quę circa ipsam Geometriā versatur, in
liberalis doctrinę figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans:
immaterialiterque, & intellectiliter theoremata perscrutans. Qui sa-
nē eorum etiam, quę explicari in Geometria non possunt tractatio-
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò
secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quę ad Geometriam per-
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora ali-
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens
Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusque
Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus namque eorum, qui
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cum
his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Ma-
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter
ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse sese
manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-
quētia: & vbiq; excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas
Tarentinus, & Theætetus Atheniensis: à quibus theoremata aucta
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quę
superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa
quoque construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter
vsum eorum, quę in ipsis ostenduntur: & determinationem inuene-
rit, quando scilicet quod quęritur problema possibile sit, & quando
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,
sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,
quę

de se p. 2. f. 1. inuenisse
Eudoxus.

quæ vniuersalia appellantur locupletiore reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sum-
 pserāt initium, in huberiores diffudit multitudinem, resolutionibus
 etiam in ipsis vsus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis fa-
 miliaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone
 autem versatus, eiusque frater Dinostratus perfectiorem adhuc totā
 fecerunt Geometriam, Theudius autem Magnes, tum in Mathema-
 ticiis disciplinis, tum etiā in reliqua Philosophia præcellere visus est.
 Elementa nanque construxit egregie, multaue particularium, ma-
 gis vniuersalia fecit, Cyzicius præterea Atheniensis iisdem tempo-
 ribus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum
 autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem
 in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus au-
 tem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegeto prius edita fuerant
 huberiora fecit, cōpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos
 conscripsit. Philippus autē Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque
 in Mathematicis disciplinis incēsus, & quæstiones iuxta Platonis in-
 stitutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque
 Platonicæ Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias
 perscribere, hucusque scientiæ huius perfectionem producant. Non
 multo autē his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & mul-
 ta quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit
 eorum, quæ à Thegeto reperta fuerant. Ea præterea, quæ a priori-
 bus molliore brachio ostensa fuerāt, ad eas redegit demonstrationes,
 quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autē iste vir primi Pto-
 lemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris
 Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo
 interrogatum esse: ne aliqua ad Geometriam capeffendam Elemen-
 tari institutione breuior via, respondisse nullam esse viā regiā, quæ ad
 Geometriā ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, anti-
 quior verò Eratosthenes, & Archimede (hi .n. vno, eodemq; tēpore
 vixerunt, vt tradit Eratosthenes) Secta autē Platonici, huicque phi-
 losophiæ familiaris est. Vnde sanè totius quoque Elemētorū institutio-
 nis finē statuit, earū, quæ Platonice appellantur figurarū cōstitutionē.

Amyclas
Menæch-
mus.
Dipos-
tratus.
Theudius.

Cyzicius

Hermoti-
mus.

Philippus
Mendæus.

Euclides.

Primus
Ptolem.
Archime-
des.

Eratosthe-
nes.

Platonice
figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina.

Cap. V.

Sunt itaque multa quoque aliā huiusce viri Mathematica volumi-
 na,

Euclidis
opera

Perspecti-
ua.
Specula-
ria,
Musica.
Liber de
diuisioni-
bus.
Geometri-
ca Eleme-
ta.

Liber Men-
daci-
orum,
sive Falla-
ciarum.

na, admirandę diligentię, peritequę cuiusdam considerationis plena. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad Musicam capessendam conducunt Elementares institutiones. Itemquę de Diuisionibus liber. Pręcipuę verò circa Geometricam Elementorum institutionem cum quispiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę poterat dicere, sed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autę omnis generis syllogismorū modos, alios quidę à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamquę accommodatos. Pręter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Definientem verò, in essentialibus rationibus: Demonstrantem autem, in his, quę à principiis ad quęsita fiunt progressionibus: Resoluentem verò, in his, quę fiunt à quęsitis ad principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species, tum earum, quę simpliciores, tum etiam earum, quę compositiones sunt, in hac tractatione commodę est intueri. Et quę quidem tota totis conuerti possunt: quę verò, tota partibus, & contrā: quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, dispositionem, atque ordinem pręcedentium, & sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumquę mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanquę quę veritati adherent, quęquę parientibus sciētiam principis sunt consequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principiis fluit errorem, rudioresquę decipiunt, horum quoque perspicacis prudentię Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediuntur, ab omni quę deceptione permanere immunes. Atque hoc sane volumen, per quod hanc infert nobis preparationē (*παρασκευαστική*) hoc est Mendaciorū, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendaciorum comparauit, experientięquę ipsi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiquę vim habet. Elementaris verò ipsius peritę Geometricarum rerum contemplationis institutio, inuincibilem, perfectamquę habet enarrationem.

Quod

Quod nam sit Geometrię Propositum.

Cap. VI.

QUod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ sunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometræ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscētem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maxime cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā euentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituere, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p-
positum.Primum
Geometre
PropositūQuorūdā
opinio.Secundum
Geometre
PropositūArchime-
des.Apollo-
nius.Geome-
træ totum
Propositū

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen,
& cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est
Elementorū institutor vocetur.

Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioscos) hoc est Elementaris institutionis,
ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,
F quā

Inscriptio.

Triplex
Theore-
ma.

Elementū
quid.

Elementa
re quid.

Theore-
ma.

Quid sit
Theorema
quod neq;
Elementū
est, neque
Elementa-
re.

Duplex E-
lementum
ex Menæ-
chmi sen-
tentia.

Petitiones
Theorema-
tū Elemē-
ta sunt.

Cur Eucli-
dis Theore-
mata Ele-
menta vo-
centur.

Difficile ē
Elementa
cōstruere.

quam habet rationem, vt sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia vero Ele-
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicis-
sima, & indiuisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnis-
quæ dictio, atque oratio ex his constituta est: ita sanè totius quoque
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-
torumquæ accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendūt,
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contempla-
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum quic-
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-
mentarium vim. Rursus autem Elementum (vt ait Menæch-
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-
firmatur Elementum est. vt Primum apud Euclidem Secundi,
Quinti quæ, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterum
alterius Elementa esse dicuntur. Mutuò enim confirmantur.
Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &
è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptioniquæ huiusmodi
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in
quod cū sit magis simplex, compositum dissoluitur. Ita autem
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verū ea, quæ
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-
do in Arithmetiis quoque, in Astronomicisquæ Elementares in-
stitutiones multi conscripsere. Difficile autem hoc est, eligere
quidem, commodequæ in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modum per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruentes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositum continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum nanque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis comprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionem. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset. Ipsius enim vtilitas quidem, ad primariarum Figurarum contemplationem maximè confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionem, ille, qui sit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à communibus notionibus habet initium cognitionis perceptio. Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ sit ex primis, principalibusque Theorematibus ad Quæsitam migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ipsidem vsus cognita fiunt, vt Scaleni, Aequicrurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longè aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuerfis
modis mul-
ti Elemen-
ta tradid-
runt.

Condones
quæ requi-
runtur ad
optimam E-
lementorū
institutio-
nem.

Euclidis
Elemēta-
ris institu-
tio oēs iā
dictas ha-
bet condi-
tiones. Et
ideo om-
nes aliorū
instituti-
ones excel-
lit.
Cur quæ-
dā ab Eu-
clide præ-
termittantur

Apollonius.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo,

Cap. VIII.

Vniuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

F 2 nunc

Prima phi-
loſophia.

Nulla ſcīa
ſua demō-
ſtrat prin-
cipia.

Morus, vt
ſuppoſitio
principiū ē.

Euclides.

Quo diffe-
rant inter
ſe Pronun-
tiatū, Peti-
tio, & Sup-
poſitio ex
ſententia
Ari. 1. po-
ſte. tex. 25

nunc edocebimus. Quoniam hanc ſcientiam (Geometriam inquā)
ex ſuppoſitione conſtare dicimus, ex definitisquē principijs reliqua;
quæ ſequuntur demonſtrare (vna enim tantum abſque ſuppoſitione
eſt, reliquæ verò omnes ab illa ſua aſſumunt principia) neceſſe eſt
vtique Geometricam Elementorum institutionem conſtruentem
ſeorſum quidem ſcientiæ tradere principia, ſeorſum verò, quæ ex
principijs fluunt cōcluſiones: dequē principijs nullam reddere ratio-
nem, quæ autem principia conſequuntur, rationibus confirmare.
Nulla nanque ſcientia ſua demonſtrat principia, neque de ipsis ver-
ba facit: verum circa ipſa per ſe ſibi facit fidem, magisque ſunt ei
euidencia, quàm quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per ſe, hæc
verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philoſo-
phus à definito rationes propagat principio, motum eſſe ſupponens.
Ita Medicus, cæterarumquē ſcientiarum, atque Artium vniuſcuiuſque
peritus. Quod ſiquis principia, & quæ de principijs ſcatent, in idem
permisceat, is totam perturbat cognitionem, eaquē conglutinat, quæ
nullo pacto inuicem conueniunt. Principium ſiquidem, & quod ab
ipſo emanat, natura ab inuicem diſtincta ſunt. Primum itaque (vt di-
xi) principia, ab eis, quæ principijs conſequentia ſunt, diſtinguenda
erant. Quod ſanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) ſuorum li-
brorum facit, qui ante etiam omnem tractationem cōmunia ſcientiæ
huius exponit principia. Deinde ipſa quoque communia principia
in Suppoſitiones, Petitiones, Pronuntiataquē diuidit. Differunt nan-
que hæc omnia inuicem, nec idem eſt Pronuntiatum, & Petitio, &
Suppoſitio (vt alicubi diuinus Ariſtoteles aſſerit) ſed cum quidem,
& addiſcenti cognitum, & per ſe ſe credibile fuerit quod in principij
aſſumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum eſt: vt, quæ eidem equa-
lia, ad inuicem quoque equalia eſſe. Cum verò audiens dicente ali-
quo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per ſe ſe fidem fa-
ciat, verū tamen ponit, conceditquē id aſſumentī, tale ſuppoſitio
eſt. Nam quod Circulus ſit eiufmodi Figura, non quidem iuxta com-
munem notionem nulla præcedente doctrina præſumpſimus: verū
audiendo, abſque demonſtratione concedimus. Cum autem rurfus
nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiſcente conſeſſum,
aſſumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: ſicut, om-
nēs rectos angulos equalēs eſſe. Hoc autem hi manifeſtum faciunt,
qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per ſe ſe concedi
potest, pertractare ſtuduerunt. Ac iuxta quidem Ariſtotelis doctri-
nam hoc modo diſtinguntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppo-
ſitio.

Pronuntiatum
Suppoſitio
Petitio
Axiomata hæc à Stoicis videntur

sitio. Sæpenumero autem omnia quoque hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt. Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata: iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur. Rursus autem, quæ ex principiis scaturiunt, in Problemata, Theoremataque diuiduntur. Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones, Ablationes, vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia: Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia. Quæadmodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes: eodem sanè modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpserunt. Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt, quemadmodum Speusippi, Amphinomiique Sectatores, arbitrati scientiis contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quam Problematum. Præsertim cum de æternis verba faciant. Ortus enim in æternis non est. Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit: ortum, affectionemque eius, quod prius non erat enuntiando, ut puta Acquilateris Trianguli constitutionem, vel Quadranguli data recta linea descriptionem, vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem. Melius itaque (inquiunt) est, dicere quod omnia huiusmodi sunt. Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes. Quapropter cuncta etiam Theorematicæ, non autem Problematicæ suscipi dicemus. Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant: Quemadmodum qui Menæchmum secuti sunt Mathematici. Munus autem Problematis esse duplex, aliquando quidem quæsitum comparare, aliquando verò cum determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus. Et rectè quidem utrique dicunt. Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt. Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata, cuiusmodi Mechanicæ. Sensilia namque ea sunt, ortumque habentia, & cuiuscunque generis mutationem. Et qui Menæchmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt. Siquidem nec Theorematum inuentiones, absque in materiam accessu esse vlllo modo possunt; materiam inquam intellectilem. In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informant, non immeritè utrique generationibus assimilari dicuntur. Cogitationis namque nostre motum, rationumque in ipsa existentium productionem: Figurarum,

Stoicorū
opinio.

Quæ à pri-
cipiis ema-
nāt in Pro-
blemata,
Theorema-
taq; diui-
duntur.

Speusippi,
& Amphi-
nomi opi-
nio.

Eorū fun-
damētum.

Menæch-
mi opinio.

Munus p-
blematis
duplex se-
cundū Me-
næchmum

Duarū su-
periorum
opinionū
cōciliatio.

Intelli-
bilis ma-
teria.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- quæ mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometri- ca, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Pro- fus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta au- tem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsitæ Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnum- quodque eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumque opposi- tum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipe- re symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, ut puta Triangulum, vel Qua- drangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, ut puta Aequalitatem, vel Sectionem, vel Posi- tionem, vel aliquid aliud huiusmodi. Cum igitur ita quispiam pro- posuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Proble- ma dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere: Rursusque super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, ut & non æquilaterum constitutur. Cum autem Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiam proposuerit, Theorema cum proponere dicen- dum. Fieri enim non potest, ut non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa si quis Problematicè for- mans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geo- metriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamque ma- teriam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponen- dum est. Ut datam rectam Lineam terminatam, bifariam, vel in par- tes æquales secare. nam fieri potest, ut in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispe- scere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrangulum descri-

Aliorū o-
pinio, in
quo diffe-
rat theore-
ma à Pro-
blemate.

Materia
Problema-
tis, & theo-
rematis,
quid.
Prædicatū
symptoma
quid.

Symptoma

descri-

describi. Atque omnia quaecunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodori, qui Oenopidis quidem doctrinae fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quaerit quid sit symptoma, quod de ea, quae in ipso est materia praedicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quaeritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quaeritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cōtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, ut omne Triangulum duo habet Lateralia reliqua maiora, omnisque Aequicruris aequales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quaerentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere. Differere enim (dicebant ipsi) absolute quidem, atque indefinite quaerere sit ne ab hocce Signo huicce rectae Lineae rectam Lineam ad Angulos rectos erigere, & quae nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterum quòd quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quae iam diximus manifestum est. Quòd autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quae demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] ut haec quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (uti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia, nam ut ostendamus quòd id, quod iussum erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quaesiti naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem, ipsisque alternatim utentem, ut in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quòd differat Theorema à Problemate iuxta Zenodori opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonii sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata hęc, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primi libri Propositum.
Cap. VIII.

Posthac autem cum primi libri Propositum determinauerimus,
diui-

Primi libri
Propositum.

Maximè
primæ, &
principalis
simæ Recti-
lineorū Fi-
guræ Triā-
gulum, &
Parallelo-
grāmum.

Triangulū
æquilaterū
trium Ele-
mentorum
est proxima
causa,
Quadrangu-
lum verò,
vnius.

Prima pars
primi libri
eiusque pro-
positum.

Secunda, &
eius propo-
situm.
Tertia, &
eius propo-
situm.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitio-
nibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineo-
rum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque
ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior
sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, a sensilibusque ad
intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens
est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intel-
lectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, &
vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod
autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero
crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, princi-
palissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquam,
& Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elemento-
rum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atque Scalenum,
& quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, &
Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitu-
tæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadran-
guli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò
ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium
Elementorum est causa, ignis scilicet, Aeris, & Aquæ: Quadrangu-
lum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum
toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elemento-
rum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam,
quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum re-
ctæ inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Diuisio Cap. X.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima qui-
dem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta An-
gulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit
adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum namque
vnum accipiens, interdum quidem a Lateribus Angulos considerat,
interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inæqua-
litatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit.
Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Pa-
rallelarum proprietates, Parallelogrāmorumque generationes de-
scribens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Ter-
tia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorumque cōmunicationem
ostēdit,

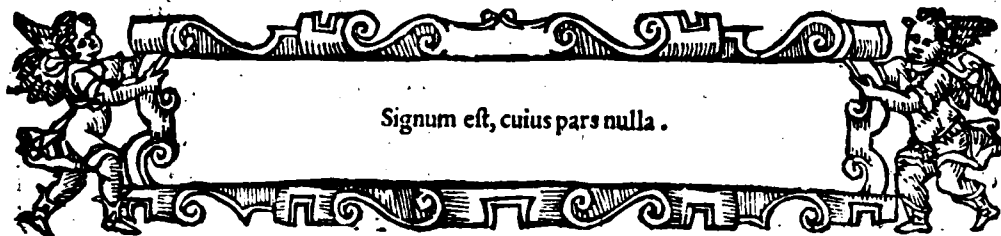
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt compa-
rationibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus
Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit:
& per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā
pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac deniq; de ijs, quæ
in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis,
quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad
ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis fit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

INCIPIENTES autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus
eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Ca-
sus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesser-
unt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, &
ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem ha-
bent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam,
horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imi-
tantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu, Figura, & Gra-
dus: non autem Figura, & tres Oboli.] ostendentibus quòd vtiq;
oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theore-
ma Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in
sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus exple-
re vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit euectionem negligere.

Pythago-
reorum
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositionibus ad simpliciora fit
transitum Geometra excurrat à Corpore quidem, quod trinis di-
mensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie autē
ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimen-
sione immune, sepe numero dictum fuit, & omnino manifestum est.
Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cōment.
primum.

Geome-
tra pgre-
ditur à cō-
positiori-
bus ad sim-
pliciora.

G sim-

Q^uo vbi nā
Termini
Termina-
tis præcel-
lāt, & vbi
Termina-
ta, Termi-
nis.

In imma-
terialibus
rebus sim-
pliciora præ-
cellunt cō-
positiori-
bus.

Termini
imateria-
les præcel-
lunt Ter-
minatis i-
materiali-
bus.

Ratio.
In mate-
rialibus re-
bus cōpo-
sitoria sim-
pliciorib.
præcellūt.

Termina-
ta materia-
lia præ-
cellūt Ter-
minis ma-
terialibus.
Ratio.

Cōfirma-
tio eorum
quæ dicta
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur; in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum vtrunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspicitur. Dico itaque quod ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorem, compositionum subsistentia. Proptereaquæ & in Mente, & in Ornatibus tū me-
dij, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proxime corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt; & quam ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis primarij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudo: & impartibile, eo, quod vndeque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemque habent ascititiam, compositiones sortita sunt rationes prius quam simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæque in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur rationes: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndeque terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitque ipsi adueniens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsistentibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quod in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū constituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntque deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamque simplicitatem, atque puritatem non amplius Termini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem horum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnicam obscurans dimensionem, vndique sit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulque distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaquæ simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quoniam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existentibus, in materia alia quidem præcipue, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum sortitæ sint locum: & formarum aliarum quidem magis vniformes sunt, aliarum verò, magis multiplicantur: & aliarum quidem aggregatas suas habent potentias, aliarum verò in Interuallum tendentes: & aliarum quidem Fini vicinæ sunt, aliarum autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verūtamen aliæ quidem ab vno, aliarum verò ab altero ortæ sunt, eiusquæ magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latenter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusquæ omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinite naturæ magis est particeps. Quapropter eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaquæ omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quæ verò inter hæc media sunt, secundū Extremorū distantiā, aut ex eorū sunt numero, quæ Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Si quidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cum ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cum autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantum omnia existens. Vtque paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatem in principijs superiore tenent locum, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cōpositionibus factæ rationibus. Materia namque, harū clarius potest fieri particeps, ad hasquæ potius quam ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic
Duplicem
materiam

Dubitatio

Solutio.
Formarū
imateria-
lium ordo

Respondet
tacitæ o-
bjectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quam Plani. huiusque magis, quam formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quam Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vnde quaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini

Digressio

Stoicorū
opinio, ip-
siusq; op-
pugnatio.

Cætra qd
faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in ro.
de Rep.

Pythago-
rei qua de
causa Po-
lum Rheg
Sigillū ap-
pellabāt.
Cur cen-
trū Iouis
carcerem.

Dii Polo-
rum.

signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est huiuscemodi Terminos (Corporum inquā) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiuscemodi naturas in ipsis, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso fiunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarū Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseque constabiliunt. Axes autē ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quin etiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopactò perspicue non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atq; incessabilis motus præbitrices. Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiae vim, & æternam, & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūsilire. Aliæ autem magis reconditæ, abstrusæque orationes Opificem quoq; Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoque diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheg Sigillum appellandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitā largitur, inexplicabilē, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidē manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dī, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quique

Axes

Axes fortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cētra quidem Sphærarum omniū, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes. Sphærę autem ipsę Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verum hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodque isti, quatenus primarum, & maxime principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso fortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs; quæ terminantur imperfectè subsistunt inspicientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt; verum impartibiliter, atque vniformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Signi rationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timæus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit. Quilibet namque Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen. siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē,

hoc

Dii Axiū.

Propria opinio.

Quorūdā duplex opinio, prima Stoicorum, secūda Aristoteli. Quō isti Termini subsistant.

Timæus.

Quilibet circulorū Linea tantum est. Pla. in Timæo, vide et. à Aristoteli in tertio de Cœlo.

Dupliciter
vnitas cō
sideratur.

Duplici-
ter Signū
cōsiderat.

Dubitatio
Solutio.

Solum Si-
gnū i Geo-
metria par-
tiū expers
est, & sola
vnitas in
Arithme-
tica.

Finis Di-
gressiōis
Cur Eucli-
des à par-
tium nega-
tione Si-
gnū de-
finiat.
Parmeni-
des.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam . & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam . & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur , propriam absomit impartibilitatem . Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix , alia verò vt substrata Numeris materia : & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium : ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam . Nunquid ergo Signum solum impartibile sit ? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris ? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vtcūq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias : particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principiis contemplationem producenti , & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere : hancque intueri simplicitatem , quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt ? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmetica. Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in presenti tamen scientia perfecta est. Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia . & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur . At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit . & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum , hic verò , simplex quò ad rationem . & vterque rectè quò ad propriam scientiam . Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus , neque imperfectam ipsam esse posuerimus . Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est . hoc siquidem ipsi tantum deest , quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me , Signum est . meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc . Et ita conuenit Geometra dicente, audire. Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem. Negatiuæ nanque orationes principiis conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit . Omne siquidem principium diuersa ab eis , quæ scatent à principio constat essentia : & horum negationes illius nobis patefaciunt

eiunt proprietatem. Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiusmodi doctrina perspicuum fit. Fortē autē quispiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quā sanē ambiguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantum est, neque impartibilis: Verūm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum. Nā si partibilis esset tantum, non utique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus praeexistentes obscurantibus. Si quidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus continetur Figuris: verūm per secundas priores delentur, Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō esset inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + consatam, conspersamque promere Formam cuiuslibet eorum, quae sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium: desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum, Quod si huiusmodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa. & iuxta illam, Signum praecipue essentiam habere dicendum. Lineae nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter, Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint. Quod itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quam Magnitudines sint, & quod Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est. At cum dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quod utique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, utputa Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures: Figuraque carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantasia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omni que Interuallo, ac loco immunis. Ha-

Dubitatio

Solutio.

Fundamentum.
Primum argumentum.

Secundum argumentum.

Conclusio.

+
Conuoluta promere &c.Phantasia duplex vis.
Definitio Signi secundum Pythagoreos, & eius expositio.

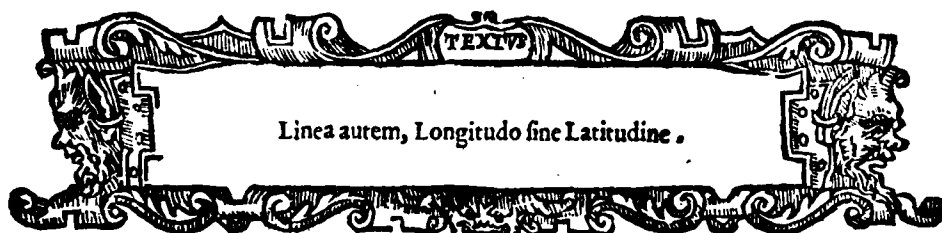
Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt.

Intellectilis materia.

bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasie gremijs apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitatis adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio
secunda.



Linea autem, Longitudo sine Latitudine.

Côm. se-
cundum.

Aliz Li-
near defi-
nitiones.

Digressio

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adiiciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficie, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principiū sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à ceteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cum ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existētiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Ceterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionē correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam; Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancquē seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adque sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancquē Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum tãquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportionem respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primum, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quòd vnico distat Interuallo, Dyadicaquē propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hæc utique Totalitatē imitatur, ordinemquē illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrecte, & vnico distat Interuallo: Binarijquē materiam. Superficies autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamquē formam, atque speciem suscepit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primum: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tripliciter distet, per Quaternariumquē Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnà cum Quaternaria proprietate, hoc est genitrice, atq; feminea. At hæc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secundam existentem, iuxtaquē primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immerito Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterum quòd & Signū

Arist. primo de cælo tex. 2.

Exemplum.

Signū duplex.

Oraculū.

H post

Cur Py-
thagorei
Lineā Dia-
dicam ap-
peliabāt.
Parmeni-
des.

† hoc nāq;
Finis Di-
gressio-
nis
Notio Li-
neæ iuxta
Apollo-
nium.

Pulcherri-
mus Lineæ
sensus.

post Vnitatem, & Linea post Binarium, Superficiesque post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primum negatione auferens, deinde Totum. Quod si Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasque ante Signum erit. siquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. † nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apolloniū quoque sectatores dicentes, quod Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantum, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crassitiemque subiungimus: sed vnicam dūtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanē, cum etiam campos metimur, Superficiem cernimus. cum autem Puteos, Solidum. omnes .n. distantias simul colligentes, tantum esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensum autem ipsius Lineæ habuerimus utique, si diuisiones locorū lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quæ super Terram est. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quæ vnā cū Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio
tertia.

Lineæ autem Extrema, sunt Signa.

Cōm. 3.

Intolera-
bilis Bina-
rii audacia

Digressio

OMne cōpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumque imagines in Mathematicis principijs palam se se offerunt. Cū .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifestè videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quæ propter proprium progressum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamque intolerabilem audaciam sub Terminū, Finemque redigit, cū ab illa coerceatur: ita sanē Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cū .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarij naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in sensibilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præexistit quidem partiū expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longè prima cum Intervallo seipsam consti-

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequaque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cum .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineæ occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hic verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret utique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quæ ipsis participant, iuxta causam præcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Præterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematibus .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraque parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cum sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem neque infinitæ, neque cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus. .n. quandam circumferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figuræ perficiendæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se coeunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperiēs utique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis
Notandum

Prima propositio primi Elementorum.
Vigesima secunda propositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra consideratur.
Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere.

Definitio
quarta.



Cōm. 4.
Diuisio Li-
nearum secun-
dum Plat.
& Arist.

Pla. in Par-
menide.

Arist. 1. de
cœlot. 5.

Dubitatio
Xenocra-
tis.

Apollo-
nius in li-
bro de Co-
chlea.

PLato quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasquæ ponens species, Rectam utiq; & Circularem, reliquas omnes per mixtionem ex his constituit, quæcunq; Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunq; per Solidorum sectiones producuntur curvarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, asserre imaginē. hoc nanque nullam habet partē, quemadmodū ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autē post Vnū, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitū, & Mistum, per hæc Linearū, & Angulorum, & Figurarū species in rerū natura producuntur. & Fini quidē Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionē respondent: Infinitati verò, Rectū iuxta hæc omnia. cunctis. n. propriē cōpetit, si in vnoquoq; spectetur. Mistum autē, quod in his omnibus est, Mistū illic existenti. Lineæ nanque mistæ sunt, ut circunvolutæ, implexæquæ Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræquæ Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apſides: Solidæ verò, ut Coni, atq; Cylindri, cæteræquæ id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mistæ. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantūmodo simplices Lineas, verū quandā quoque tertiā dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrū describitur, quando, dū recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiē, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit. n. Helix, hoc est implexa, circunvolutaquæ Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundū partium similitudinē adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quæ quidē passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cōpetit. Planæ namq; Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnō eius, quæ circa Conū, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola autē

autē

autem Cylindrica eodem fanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Lineæ tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurremus dicentes, similium quidē partium esse huiusmodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoque docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoque Generationem manifestare. Oritur. n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteque Geminus cum ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens produceretur, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla. n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est. eius. n. quæ hoc modo mouetur Extrema cum æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cum inæqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita sit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse. in hac. n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant. & Recta quidem Circumferentiā secundum excogitationem non infert, Circumferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circumferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim rectæ Lineæ terminatæ vtrius quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

Solutio.

Digressio

Pla. in Ti
meo.

Timæus.

Linea re-
cta cuius
sit Nota.
Circunfe-
rentia cuius
Nota sit.Duæ, quæ
i Deo sūt
Vnitates.Finis Di-
gessionisPonderat
definitio-
nem Eucli-
dis.

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum procul-
dubio describet, eius autē Centrum, manens rectæ Lineæ Extremum
erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens
fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat,
Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur:
De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini
proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā
Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplici-
bus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim
producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reli-
qua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne
mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū,
quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Ani-
ma quoque Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassum-
psit, ut omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, om-
nemquē Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Cir-
culari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in mul-
titudinem ipsa produciens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nō
solum Anima, verūetiam ille, qui Animam produxit, hasquē poten-
tias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cum enim
omnium eorum, quæ sunt, principiū, Media, finesquē præassumpsis-
set, rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Pla-
to. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad sesequē re-
uersus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē
est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immacu-
latæ, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusquē assistentis proui-
dentia. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit
actionis, quæquē ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē ter-
minum omnibus dominatur. Cum itaque duo hæc principia Rectum
scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso preposuisset,
duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agen-
tem, intelligentiumquē essentiarum effectricem: alteram verò iuxta
Rectum, sensilibusquē ortum præbentem. Quoniam autem Anima
medium inter intelligentia, sensiliaquē sortitur locum, quatenus qui-
dem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus ve-
rò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū For-
marum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineæ
definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per
quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Si-
gna

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distātia, tanta est rectę, quę ab ipsi terminatur Lineę magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circunferentia, vel etiam in alia quadā Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineę spatium, ipforum distantiā superat; omnisq; Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cōmunem quo q; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiā inquit; eos autem, qui non per rectā, à necessario plurimum aberrare. Plato autē rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quę in directum posita sunt pati necesse est; quę verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariū est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solē dicunt deliquiū pati, cū ipse, & Luna, nosterq; oculus in vna fuerint recta Linea. tunc. n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectę Lineę passio ostenderit vtiq; quod in his etiā, quę sunt, iuxta processus, qui à causis emanāt, Media quidem Extremorū distantiā, adinuicemq; cōmunicationem, diuidendi vim habent. quēadmodum sanē iuxta regressus, quę etiā ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineā, minimā earū, quę Terminos habent eosdem. Cū. n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hac de causa eosdē Terminos habentium minima est. si. n. quędā fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquę omnes rectę Lineę definitiones, in easdē recidunt sententias. Exēpli gratia, quod in suis constituta est extremitatibus. & quod nō est pars quidē ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q; omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quod extremis manentibus, ipsa quoque manet. quod demū cū vna, quę sit sibi specie similis Figurā non perficit. hæc. n. omnia rectę Lineę proprietatem exprimunt, quā habet ex eo quod simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremū progressum. hæc etiam de rectę Lineę definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineā Geminus, primū quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cōpositam, refractam, Angulumq; efficientē; reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositā, in eam, quę Figuram efficit, & eam, quę in infinitum producit. Figurā facere dicens, Circularem, Clypeiūq; Lineam, quęq; Hæderę similis est: non facere autē Rectanguli, Obtusanguliq; Coni sectionem, Conchæ

Definitio
rectę Li-
neę secun-
dum Pla.

Pulchra ē
rectę Li-
neę passio
ne in iis,
quę sunt,
cōtemplatio
Defō re-
ctę Lineę
secundum
Archime.

Multę re-
ctę Lineę
defōnes.

Alia Li-
neę diui-
sio secūdu
Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incōpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoïdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtpote Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Istas autē sectiones alias quidē à Menghmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Bratostho-
nis Penta-
metrum:

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epi-
grāma.
Conicę se-
ctiones
Spiricę se-
ctiones

Tres Lineas in quinque sectionibus spiricas cum inuenisset

Perseus, harum causa Dīs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atque Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equinque similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidem spatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circunferentiæ ipsæ. Multifariē igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helices: aliæ verò dissimiliū partium, quemadmodū ceteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vna verò mista circa Solidum. Idque euidenter Gemīnus demonstrat, cum insuper demonstrasset, quòd si ad similium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum, Hæderę

Tres solæ
sunt Lineę
partium si-
milium

Theore-
ma Gemi-
ni.

Hedereque similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesque cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsenti esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasque duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsenti definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicet Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasque, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, qui de simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ortū Spiricarū, et Cōchoīdū, & Hædereque similiū Linearum.

Cur Euclides duas tantū Linearę spēs tradiderit



Superficies aut est, quę Longitudinem, & Latitudinē tantū habet.

Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quę duplici distat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quocirca Geometra quoq; particulā [tantū] duobus Interuallis adiecit, vtpote tertio Interuallo in superficie non existente. hæcque negationi Crassitudinis æquipollet, vñ hīc quoq; Superficie ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquivalente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentia compareretur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuallis: Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idem declarantes. Superficie autē cognitionem nos habere dicunt, cū agros dimetimur, eorumque extremitates, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

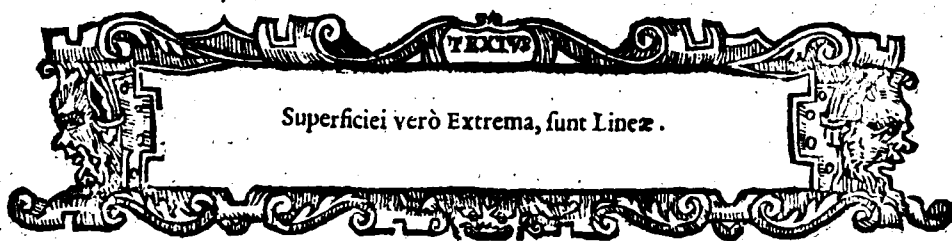
Aliæ Superficie definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 2.

Qua de cā
Pythago-
rei Tern-
ario Sup-
ficiem assi-
milari di-
cebant.

re, umbras inspicientes. cum .n. ipsæ sine Crassitudine sint, eò quòd interiorē Terræ partem penetrare non possunt, Latitudinem tantum, atque Longitudinem habent. Pythagorei autē Ternario ipsam assimilari dicebant. Quoniā sanè omnibus, quæ in ipsa reperiuntur Figuris Ternarius longè prima est causa. Circulus .n. qui Orbicularium principiū est, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq; Circunferentia. Triangulū autem cum omnium Rectilineorū principatum teneat, vnde quaque manifestum est, quòd Ternario clauditur, & iuxta illum Formam suscepit.

Definitio
sexta.



Cóm. 6.
Digressio

Vñ hic,
pro Deo.

Dubitatio

Solutio.

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū est, quòd omne proximum quolibet eorū, quæ sunt simplicius, Terminū cuiuslibet, & Finem affert. Anima nanque Naturæ operationē perficit, atque determinat: & Natura, Corporū Motionem: & ante hæc Mens, Animæ conuolutiones metitur: ipsiusque Mentis vitam, Vñ . illud .n. mēsurā omniū est. Quēadmodum sanè in his quoque Solidū quidem à Superficie, Superficiēs autē à Linea, Lineaque à Signo terminatur. illud siquidem, Terminus omniū est. In Formis igitur immaterialibus, rationibusque impartibilibus Linea vniformis existēs, in Superficii progressu variū motum terminat, ac coercet, ipsiusque proximè vnit infinitatē. In imaginibus autē cum Terminato Terminans aduenerit, hoc pacto Terminū ipsi præbet. Siquis autē hīc quoque quærat quonam pacto omnis Superficii Extrema sint Lineæ, cum non omnis etiam finitæ Extrema sint. Sphæræ nanq; Superficiēs, terminata quidem est, non autē à Lineis, sed à se se. Dicemus quòd accipiendo Superficiē quatenus duplici distat Interuallo, à Lineis ipsam terminari iuxta Longitudinē, Latitudinēque reperiemus. Quòd si Sphæricā inspexerimus, ipsam vtique accipimus vt eam, quæ iā Figuram suscepit, & aliam habuit qualitatem, & finem principio coniunxit, ex duobusque Extremis Vñum fecit. & hoc potentia duntaxat vñum existens, non autem actu.

Plana



Definitio septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planū Superficiē ponere speciem, verūm vt idē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Intervallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Itidē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidem Superficiē faciunt, eius verò speciem, Planum, quēadmodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineæ similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancquē similiter ait duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficiē. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesquē rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutant, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cum Linea, itemquē Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantūm, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionē mista sunt. neque etiā si vtcunque secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaquē sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionē esse

Cóm. 7.

Plato in 7 de Rep.

Aristo. in pluribus locis.

Aliorum multæ Superficiē definitiones

In côm. 4. Parmenides.

Documentum. Geminus.

Mistionis modus diuersus est in Lineis, & in Superficiebus.

Lineæ per Cōfusionem mistæ sunt.

Error The-
odori Ma-
thematici.

Supficies
per Tēpe-
rationem
mista sūt.
Coniort⁹

Pulchrū.

Commu-
ne Lineis,
& Superfi-
ciebus.

Admirabi-
le Superfi-
cierū pro-
prium.
Spirę ort⁹

Tres sunt
Spirę.

1 Spira cō-
tinua.

2 Spira im-
plicita.

3 Spira di-
uidua.

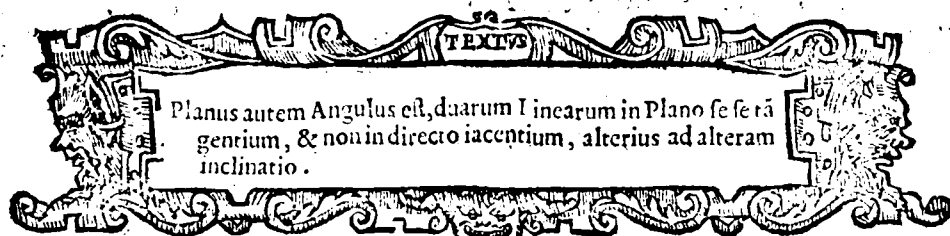
Tres sunt
Spirę Se-
ctiones

Duplici-
ter hūt mi-
sta Super-
ficies.

Quatuor
corpora, q̄
mistas hūt
Supficies,
à trib⁹ Co-
nicis Line-
is produ-
cuntur. Et
eorū Sup

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficie-
bus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē;
sed potius per quandam Temperationē. Circulū .n. in subiecto Pla-
no intelligentes, & Signum sublime, à Signoque ad Circuli Circun-
ferentiam rectam Lineam producentes, ipsamq; rotantes, Conicā
utique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusq; ipsam secan-
tes resolvemus in simplicia, à vertice .n. ad Basim sectionē ducen-
tes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea,
Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit, neque .n. nos
ad Elementorū simplicem remittit naturā, Superficies autē si secen-
tur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Mo-
dus igitur Mistionis (ut dictum fuit) in Lineis, atque in Superficie-
bus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simpli-
ces, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præceden-
te doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis
artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus
quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæ-
ricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem
cōstituuntur, scientia ipsa, eiusq; ratio inuestigat varietatē. Hoc autē
admirabile in ipsis est, quod scilicet à circulari quoque Linea, Super-
ficiē Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricę quoq;
contingere dicimus Superficiē. per Circuli .n. reuolutionē hæc in-
telligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū
non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut .n.
in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.
Quod si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua:
si autē intra Circūferentiā, Implicita: si verò extra, Diuidua. Tresq;e
sunt Spiricę sectiones, iuxta hæc tres differentias. Verū tamen om-
nis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producit, Circularisq; mo-
tus. Fiunt autē Superficies mistæ tum à simplicibus (ut diximus) Li-
neis, dū huiusmodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cū ergo tres
sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant
Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Re-
ctangulum Conoides fit: ab Ellipsi verò, quæ Spheroidea nominan-
tur. si circa maiore quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū: si verò
circa minore, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoi-
des. Sciendum autē est, quod interdum quidē ex Lineis in superfi-
cierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Coni-
cis .n. Spiricisque Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas
Lineas.

Lineas . Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quod Lineæ quidem partiū similium tres sunt (vt superius dictū fuit) Superficies verò duæ tantum . Plana, atque Sphærica . non autē Cylindrica quoque , siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficieī partes congruere possunt . Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnā Geometra elegisset (Planā inquam) hanc vtique definiuit, in hacque vtpote subiecta, Figuras, harumque passiones contēplabitur . copiosior nanque in hac ei est sermo, quā in alijs Superficiebus . rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt. Quomodo . n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non īmerito igitur hæc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat . hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit . & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectū, & ante oculos constitutum : cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines .



ANgulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficieī esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur . Diuiditur . n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidū.

ficies Conoides appellantur.
1. Rectangulū Conoides.

2. Obtusangulū Conoides.

3. Oblongū Sphæroides.

4. Latum Sphæroides.

Secūda cōmunitas linearū, & Superficierū Scda diuisio Linearū, & Superficierum.

In cōm. 4. Duæ tantū similiū partiū Superficies sunt.

Cur Geometra Planā tantum definiuerit Superficieē Quō Planū intelligendū sit ī Geometria.

Definitio octaua.

Cōm. 8. Digressio Triplex Angulo opinio.

1 opinio, q̄ est Euclidis.

2 opinio, q̄ Eudemii.

3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūq; fundamentū.

Tertię o-
pinionis
cōfutatio.

In tertio
Elem. pro-
pone 16.
Secundę
opinionis
cōfutatio.
Primū ar-
gumentū.

Secūdum
argumētū

Primę opi-
nionis cō-
futatio.

Argumen-
tū in con-
trarium.

Propria o-
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem ge-
neris Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent :
Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus
sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad
Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē ha-
bent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur
aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri po-
test. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Quali-
tas solum est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto
in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Ma-
gnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoq; diuisibilitas:
verūm similiter vtrisq; per se se accidunt. Quod si ea, quibus hæc per
se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū
est vtiq; quod Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis si-
quidem Magis, & Minus proprię sunt passiones, non autē Aequale,
& Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inęquales dicere, & hūc
quidem maiorem, illū verò minorem : sed dissimiles, aliumq; ma-
gis Angulum, aliū minus. Verūm quod hæc aliena sint à Mathe-
maticarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem
Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis An-
gulus est, ille verò minus. Tertiō si Angulus Inclinatio est, ac deniq;
eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existen-
te Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si
nihil aliud est quā ipse Linearum, vel Planorum respectus, quī fieri
potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli
verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Trian-
gulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Trian-
gularium Linearum inspicies Inclinationem : duos verò distinctos
Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli : alterum
verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtruncq; à iam
dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat.
Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem,
aut eorum, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates
sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quę ad Aliquid. Opor-
tet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci.
Talibus planē Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum In-
clinationē dicente, Apollonio verò Superficie, vel Solidi in vno Si-
gno sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem
vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem no-
strum

strum sequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vñ quoddam spectarunt. Non est autē Angulus duntaxat huiusmodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationē habēs. Adest autē ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quā æqualia) hoc quidē ab alio, illud verò ab alio habēs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vñ aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem. Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt: necque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatæ collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hæc perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficiei, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cū hæc quoque ipsius cōpleant essentiam) verū nihil aliud esse, quā Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea: ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Vt Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solū, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cū autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quā Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractionis quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cū in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autē, & quicumque ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enarrant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicumque Angulum esse dicunt

primū

Destruit
argumēta
quæ in ip-
sum refle-
cti possēt.

Anguli
Planī per-
fecta defi-
nitio.
Anguli So-
lidi perfe-
cta defō.
Vniuersa-
lis, & pfe-
cta Angu-
li defō.

Opinionū
distributio
Eudemi sū-
dametum
in lib. suo
d' Angulo

Euclides.

Plutarchi,
& Apollo
nii aliud
fundamē-
tum.

Fūdamēti
destructio
Primū ar-
gumentū.
Secūdam
argumētū

Carpiali-
ud funda-
mentum.

Fūdamēti
destructio
Finis Di-
gressionis
Angulorū
diuīſio.

Anguli
Sphærales

Angulus
ex Clypei
Linea.
Linearum
Cissoïdum
denotatio.
Angulus
Cissoïdes.
Angulus
ex Hippo-
pedis Li-
neis
Tres ex
Circūferē-
tiis Angu-
li sunt.
Angulus
vtrinque
cōuexus

primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam. oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cum Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest, vt primum accipiat. omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile. Præter hoc etiam si vtunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus. Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum, vel Superficierum; hancquē vnico distanrem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum. non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam. Hoc autem omnium absurdissimum est, aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distat Interuallo, præter Lineam. verum de his quidem satis, superquē. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum. Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis. in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, & in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis constituuntur. facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialē in duas dissecans partes, ad Superficierum secantium verticem. suntquē in Sphærica Superficie huiusmodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypeiquē Linea Angulus comprehenditur: sed harum vna quidem mista est, altera verò simplex. Quod si Clypeum Circulus fecerit, erit Angulus à Circunferentia, & Ellipsi comprehensus. Cum autem Cissoïdes, hoc est Hæderæ similes Lineæ, ad vnum coeuntēs Signum, sicut Hæderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtiq; lineis talis comprehenditur Angulus. Itidem cum Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circunferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus. due nanque Circunferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt. ipsosquē triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circunferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtracq; Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui cōmune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autē, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talē, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & se se tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autē hæc definitio primū quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoides cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoidem vocamus, non autē eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hæc coeunt Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliā. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duo erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quocumq; alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterā Inclinationis ipsum efficit Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus
vtriusq; ca-
uus, vel Sy-
stroides.

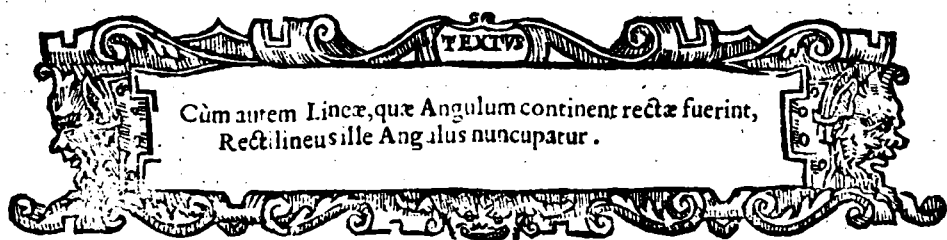
Angulus
Lunularis
Duo sunt
Anguli ex
Linea re-
cta, & cir-
cūferētia.
Angulus
Semicircu-
laris.

Angulus
Cornicu-
laris.

Tres ex re-
ctis Lineis
fiunt Angu-
li, de quib-
us inferius
in cō. 10.

Ponderat
Euclidis d-
finitionē.
Confutat
Euclidis d-
finitionem
triplici fū-
damēto.
Primū fun-
damentū.
Secundum
fundamē-
tum.

Tertiū fun-
damētum.



Cum autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint,
Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defo 9.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ
K in

Cōm. 9.
Digressio

Vniuersa-
lis Anguli
cōsidera-
tio .

Oracula .

Pulcherri-
ma Angu-
lorū oīum
cōsidera-
tio .

Angulorū
qui in Sup-
ficiebus .

Angulorū
qui in Soli-
dis .

Angulorū
qui in sim-
plicibus Su-
ficiebus .

Angulorū
qui in mi-
stis Super-
ficiebus .

Angulorū
Circula-
rium .

Angulorū
Rectili-
neorum .

Angulorū
Mittorū .

Pythago-
rei .

Philolaus

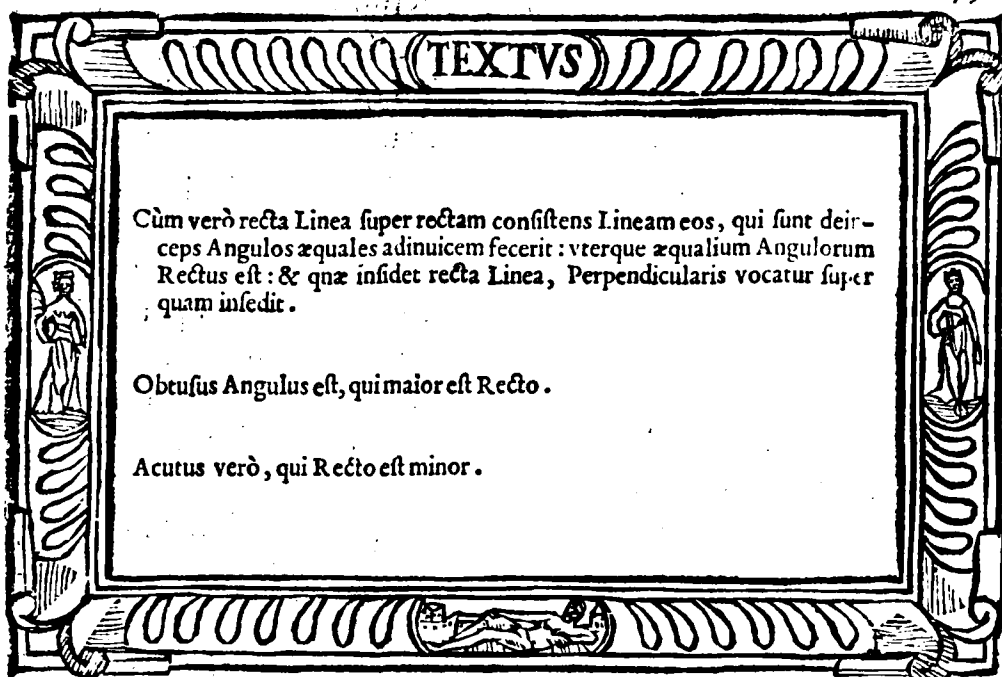
Asinæus
Philoso-
phus .

Vide idē
superius
cap. 9 .

Solutio ta-
citę obie-
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuisa in vnū, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantem colligentis cōmunitatē.
copula .n. is quoque plurium Linearū, Superficierum quē fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per
ipsum constituitur Figuræ cōprehenfor. Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniu-
ctionum, per quas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-
munitatem, & vndequaq; partilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant. Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
mas ipsarum, imistasquē affingunt: alij verò eas, quæ infinitatē pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur. & alij quidem intel-
ligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum: alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.
Qui igitur ex Circunferentijs fiunt Anguli causas imitatur, quæ intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-
gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsident, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cōmuni-
tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiū est igitur adhæc
respicendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud
Pythagoreos nanque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inuenimus,
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsquē alios consecrauit.
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuersas,
quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Asinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta
Laterā: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,
progressionem, atq; potentiā: hos autem, vniuersorum coniunctionē,
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditātes. At hæc
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineę
hīc Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est. nam quod in his Vnū, &
impartibile reperitur, aduentitiū est: in ipsis autē Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cūm



Defo 10.

Defo 11.

Defo 12.

Hæ sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (in quâ) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per equalitatem, & identitatem, similitudinemque definito: his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminate constitutis. At multi quidem Geometre huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .s. esse Angulos. Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum. n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decretionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem a se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidem à Fine prouenit Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudinemque præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decretionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Cōm. 10.
Socrates i
Repub.

Digressio

Pythago-
rici Geo-
metre red-
dunt cam
cur tres
sint recti-
linei An-
guli.
Finis.
InfinitumRō, quæ à
Fine pro-
uenit re-
ctū efficit
Angulū.
Rō, q̄ ab
Infinito p-
uenit Ob-
tusum, &
Acutū p-
ducit An-
gulum.

Rectili-
neorū An
gulorum
pulcherri
ma ad De
os compa
ratio.

Rectili-
neorū An
gulorū ad
ea, q̄ sunt
cōparatio
Pulchrum

Perpēdicu
laris pul
chra cōfi
deratio, et
cōparatio
Perpēdicu
lari Figu
rarū meri
mur altitu
dines Hu
ius at cau
sā vide in
ferius i cō
mēto 19.
Rectili-
neorū An
gulorū ad
virtutē, &
vitiū cōpa
ratio.
Epilogus.

Finis Di
greesionis
Primū no
tādum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cum vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dñs: Obtusos verò, atque Acutos Dñs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansę prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causæ assimilatur. Quin etiam in ijs quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurę igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quàm ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando .cuiusdam .n. conuenientię, coniunctionisque naturæ, vel (vt Græci dicunt) Sympathię distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē. Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, imaculatæ potentiae, & indeclinabilis, huiusmodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilincos Angulos, cum ipsi per se se indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acuti que Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verum non omnis absolute, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis itidem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt,

& non

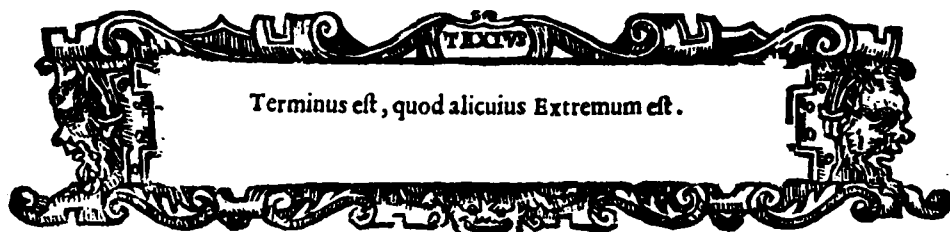
& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilineorum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineum esse. Hoc ita quæ primū adnotamus, Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stantē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad altetrurā inclinatæ partem, erant inumerę: & non vnica tantum, quēadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit [Angulos æquales adinuicem] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti. cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad altetrurā partē, æqualitatis ambobus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutē adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hīc quoque Autoris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo, quod scilicet de ijs sermonem habet, qui in vno Plano consistunt Angulis. Quāobrem neque etiam cuiuslibet Perpendicularis hæc definitio est: sed eius, quæ in vno est, eodemque Plano. Illam verò, quæ Solida appellatur, non est præsentis tēporis definire. Quēadmodum igitur Planū definiuit Angulum: ita etiā huiuscemodi Perpendicularē. quoniam solida Perpendicularis non ad vnicā tantum rectam Lineam, rectos facere debet Angulos: verū ad omnes, quæ eam tangunt, & in subiecto sunt Plano. hoc siquidem illi est proprium.

Secūdum.

Rectus angulus non Rectorū mēsurā ē quēadmodū, & inæqualium æqualitas. Tertium.

Quartū.

Quintum



Terminus est, quod alicuius Extremum est.

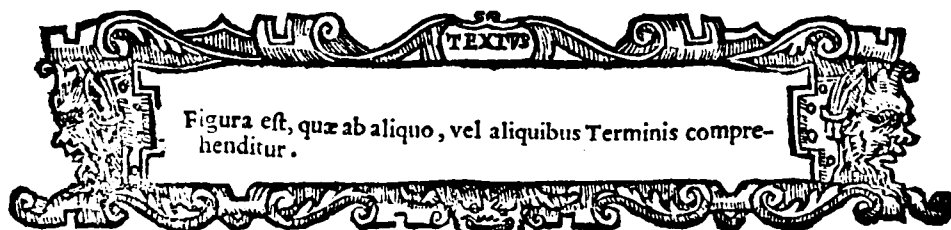
Defō 13.

TErminus non ad omnes magnitudines referēdus est, Lineę nanq̃ com. 11.
Termi-

Geome-
tria, q̄ ab
initio fuit

Circulus
est quod-
dā Planū
spatiū. Cō-
trariū vi-
de superi-
or. in cōm. 1.

Defō 14.



Cōm. 12.
Figura
multiplici-
ter dicitur
Prima spe-
cies Figu-
ræ.

Secūda.

Tertia.

Quarta.

Terminus est, & Extremum : verūm ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora . nunc .n. Terminum vocat Ambitū , qui vnūquodque Spatium terminat , atque distinguit . huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit . non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atq̄ excludit à circūiacentibus . Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebātur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosq̄ seruabant, ex qua in præsentis quoq̄ scientiæ cognitionem peruenere . Cū itaq̄ externum Ambitum, Terminū Euclides vocasset, nō immeritō ipsum, Extremum quoq̄ Spatorum definiuit . per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur . Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē , Terminum , atq̄ Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium : in cæterisq̄ similiter .

QVoniam Figura multipliciter dicitur, diuersasq̄ in species diuiditur, operæpretium est primūm eius differentias inspicere : postea de illa Figura, quæ in hac proponitur definitione differere . Est itaq̄ Figura quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterātur, vel alias varias affectiones patiuntur . Est etiam Figura, quæ ab Arte vtpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente . Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresq̄ Figure, Naturę opificia . alię quidē in ijs, quę sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes : alię verò in cœlis, quæ ipsorū potentias, & motus distinguunt . per se se nanq̄ & adinuicē cœlestia corpora plurimā, admirabilēq̄ exhibent Figurarū varietatē : & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes : & suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, imaterialesq̄ Figurarū describunt potentias . Sunt autē rursus præter has quoque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Animarum

marum Figuræ, quæ cum vita quidem plenæ, per se sequæ mobiles sint, ijs, quæ ab alio mouentur præexistunt: cum verò immaterialiter, & sine vlla dimensione subsistant, ijs, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialēque Animarum explicauit Figuram. Quinetiā Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partibilibus essentijs præstant: vndique verò imparibili, Mentisquæ luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquæ firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatae, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vnicijs suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoque exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiusmodi nanque characteres ignotas Deorum patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidē cordi similia, alia autem sphaerica, alia verò alijs expressa Figuris: & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis: & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasquæ demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognitionē. Cum itaque Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfectæ supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriā naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenustate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquæ subsistunt. Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquæ generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquæ sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Figuras

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figuræ spēs oīum pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oīum cōsideratio.

Democriti opinio, & eius cō

futatio, vi
de ēt Ari.
in lib. de
sēlu & sē
fili, & i li.
de diuin.
tione per
fomū.

Primū ar-
gumētum
Secūdū ar-
gumētum
Opinio, p
pria.

Prima opi
nio, quæ ē
Antiquo-
rū, & eius
cōfutatio.

Secūda o-
pinio, q̄ est
Stoicorū,

& eius cō
futatio, vi
de ēt. Ari.

primū, &
13. Meta.
& 2. Phy.

19.
Primū ar-
gumētū.

Secūdū ar-
gumētum
Propria o
pinio.

Qualis in
Deis Figu-
ra sit.

Qualis in
Naturis.

Qualis in
Animis.

Pulchra
Naturæ ad
Aiam cō-
paratio.

guras, producere (motus siquidem cū imperfecti sint , principalem
vtique, primariamque habere non possent effectuum causam : neque
ex motibus contrarijs eadē sæpe fierent Figuræ . ex additione nanq̄,
& detractiōe, eadem quandoque fiet Forma) verūm hæc alijs in ge-
neratione seruire censebimus , perfectionemque ipsis ab alijs primi-
genijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ mate-
riæ expertes sunt Figuræ subsistere non possunt , illæ verò tantūm,
quæ in materia sunt, subsistunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque
(vt alij aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt verò secundum
excogitationē duntaxat, & abstractionem . vbi .n. certitudo, & pul-
chritudo, & ordo Figurarum in ijs, quæ per abstractionem subsistunt,
incolumis seruari potest : eiusmodi .n. cū sint , cuiusmodi sensiles,
quā longē ab inconuincibili, puraque deficiunt certitudine . Cū
autem suscipiant certitudinem, & ordinem, & perfectionem, vndenā
hæc accipient : aut .n. à Sensilibus (verūm in illis non erant) aut ab
Intellectilibus (verūm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo, quod
non est , omnium est absurdissimum . non .n. imperfectas quidem
Natura produxit Figuras, perfectas verò nullo modo subsistentes re-
liquit . nec fas est Animam nostram certiores, & perfectiores, ma-
gisque ordinatas producere Figuras, quā Mens, ipsique Dñ . Sunt
ergo ante sensiles Figuras, per se se mobiles, & intelligentes, & Diui-
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à sensilibus, pro-
ferimus verò internas Rationes, quæ aliarum Imagines sunt . & his
sensiles quidem Figuras per exempla, Intelligentes verò, atque Diui-
nas, per Imagines cognoscimus . emergentes .n. se sequē propa-
nantes quæ in nobis sunt Rationes, Deorum formas ostendunt , vni-
formesque vniuersorum Terminos . per quos inexplicabiliter in se se
euncta conuertunt, in se sequē continent . In Deis igitur cum egregia
vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi, & cuncta infe-
riora constituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem
eorum, quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò, intelligē-
tisque perceptionis expertes sunt. In Animis verò particularibus, im-
materialis quidem intellectio est, & per se se agens cognitio: fecunda
autem, efficaxque causa, non est . Quemadmodum igitur Natura ef-
ficiendo Sensilibus præest Figuris, eodem modo Anima iuxta cogni-
tricem sui partem agendo, promit in Phantasia tanquam in speculo
Figurarum Rationes . Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensque
imagines earū, quæ intus existunt Rationum , per hæc quippe ima-
gines præbet, Animæ intus conuersionem, ad se sequē ab ipsis spectris
actionē

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiuscemodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se sequè obiectis inserere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Interuallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem cadunt quoduis in vniionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur: impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit. omnia enim cum ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vnā cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectilem, vel sensilem, aliunde Terminum sortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suiipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidē terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositū adiicit. cum .n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicē progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiā Anguli Ratio) vnū quidē Terminum, Formaque simplicē infert ips, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherri-
mum exē-
plum.

Applicat
dictis exē-
plum.

Epilogus.

Vnū hic p
Deo, vt et
superius i
cōm. 6.
Finis Di-
gressions
Geome-
tra eā cō-
tēplāi Fi-
gurā, quæ
in Phanta-
sia est.
Ponderat
Euclidis
Defōnem

Quo Figu-
ra, Finem,
et Infinitū
in proprijs
Formis o-
stendat

L circa

Qualis sit
Figura, q̄
ab Eucl.
definitur.

Cefo Po-
sidonii.

Cóparat
Posidonii
Defonem
Definitio-
ni Euclid.

Duplex
Circuli cō-
sideratio.
vide et su-
perius in
cóm. 1. &
in cō. 11.
Dubitō con-
tra Eucli-
dis defini-
tionem.
Argumen-
tum.
Solutio.

Digressio.
Causę Fi-
gura perti-
nentes.
Figure Ra-
tionis tri-
plex cā-
primā.

Secūda cā-
q̄ est priā
Totalitas.

Euclidesi
lib. de Di-
uisionibus

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatieque annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram; Rationem Figuræ à Quantitate separans; ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur. Terminusque, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod signatum est, quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quabtitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis obtrektaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Terminio, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quod genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cum vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem. & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione completitur. Verum vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusue causis perficitur? Dico sanè, quod primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisque Misto. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Misto producit species: Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misti. Secundò autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porro ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuersas ipsarum dissectur species. Circulus namque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras, Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat utiq; donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quèadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sane ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrà rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriè manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnà cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verũ qua de causa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secunda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes effecimus, siquidem longè prius in principiis præextitit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiusmodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus produciuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

Tertia cã,
quæ est æ
cumulata
Multitu-
do.

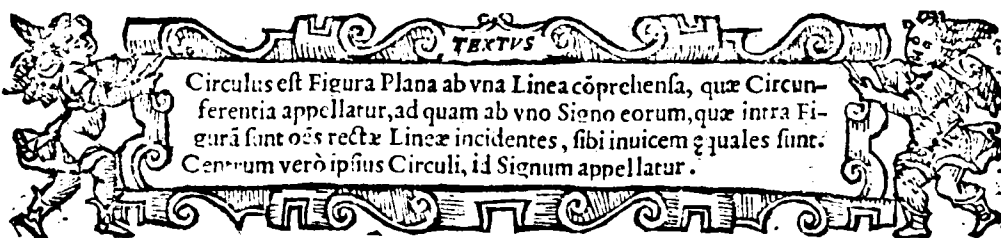
Quarta cã
q̃ ē Nume-
rus Ternā-
rius.

Numerus
est i Arith-
metica, Fi-
gura autē
in Geome-
tria.
Quita cã,
q̃ est secū-
da Totali-
tas

Quo Figu-
ra Diis at-
tribuitur.

Defo 15.

Defo 16.



Circulus est Figura Plana ab vna Linea cōprehensa, quæ Circunferentia appellatur, ad quam ab vno Signo eorum, quæ intra Figurā sunt oēs rectæ Lineæ incidentes, sibi inuicem æquales sunt. Centrum verò ipsius Circuli, id Signum appellatur.

Cōm. 13.
Circulus
ē oīum Fi-
gurarū p-
fctissīma.

Socrates
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio.

Circulus
pfectionē
reb⁹ oībus
prebet.
Deis.

Prima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciore loco existit : ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquē, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionē respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuinioris esse nature Circulum reperiēs. si .n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur : instabilemquē mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione : omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequē participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētisquē varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ : hoc verò, simplex, & intelligēs : per se mobile, & per se agens : in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porrò Timæus quoq; cū vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamē quòd Circulus quidē vbiq; respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operepretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & vsq; ad inferiora desinentē, omniaquē perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dñs itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in seipsis maneat, à beatitudinequē sua non discedant, summas quidē ipsorū

vnio-

yñiones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, mul-
 titudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabili-
 ter collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essen-
 tijs hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cog-
 nitione repleantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se seqūe
 intellectiōnes perficiant. omnis siquidē Mens intellectu sibi propo-
 nit, hocque tanquam Centrū est Menti: Mens autē ipsa, circa ipsum
 se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actio-
 nibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad
 Mentē conuertēdi, circa Mentē circumsiliēdi, redeundique iuxta pro-
 prias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus. n.
 intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstabūt,
 Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis nanq; Anima iuxta
 quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum
 suscepit: iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam
 circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē
 ad Mentē, similitudinē, equationē, vniuersorum in Extremis com-
 prehensionē, reuolutiones, quæ in determinatis sunt mēsuris, sem-
 piternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine ca-
 reant, cuncta id genus. Iis verò, quæ sub concauo orbis Lunæ sunt
 Elemētis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilatio-
 nē: id, quod in generabilibus est ingenitum; id, quod manet, in ijs,
 quæ moventur; & id, quod in partibilibus Terminatum existit, om-
 nia. n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas ser-
 uatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si gene-
 ratio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo,
 totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plā-
 tis, eam, quæ in generationibus reperitur similitudinē affert. ex se-
 minibus siquidem hæc, ex hisque semina fiunt. & generatio ex ijs al-
 ternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad per-
 fectum, & contrā: vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. Iis ve-
 rò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeter-
 minatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exor-
 nat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam
 determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, ve-
 rum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsi-
 stunt (vt ostendit Musarum sermo) & omnia mala licet ex Deis in
 Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq;
 (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque
 ordo.

Mentium
essentijs.

Animis,

Vnum hic
pro Mētē.

Cœlestib;
corporib;.

Quatuor
Elemētis.

Animalibus
& Plātis.

Iis, q̄ præter
naturam
fiūt.

Musæ i 8.
de Repu.
Socrat. in
Repub.

Epilogus.

Circuli
pulchra in
Numeris
cōtēplatioNumeri
Circularis
cōtēplatioQuinarius
et senarius
mediū in
ter oēs nu
meros pos
sident locū.
Pisus Di
gressionis
Mathema
ticę Circu
li defōnis
cōtēplatio,
& cō
ditiones.
Prima cō
ditio.
Secūda cō
ditio.

Tertia.

Quarta.

Quinta.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dijs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē . Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis expers, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circunvoluitur . Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ipsis, quæ fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur . cum .n. multiplicantur , in se se desinunt . Progressionis igitur imago est multiplicatio , siquidem in multitudinem extēditur : Regressionis verò, exitus in eadem specie . Horum autē vtrunque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas . Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes . Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne femininum, & par, fecundasque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verum hæc quidem hucusque terminata sint . Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndeque existens contemplabimur . Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanè finitus est, & ab vno Terminò vndeque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Terminò consociatus . Itemque Planū , quia cum Figuræ vel in Superficiebus , vel in solidis spectentur Corporibus , Circulus planarū Figurarū prima est , simplicitate quidē solidis præstans , Vnitatis verò ad planas rationē habens . Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quod Vni est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit . Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes , quoniam earum etiam Figurarum , quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas . Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes, ad ipsamque incidentes, æquales sunt : verum duæ tantum . Necnon Planum, quod à Cissoide intereluditur Linea, vnam habet continentem , non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint. Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnus haud sunt Centra)

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita. n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū *Sexta,* hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet nancq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum, siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; *Defo Cētri.* adiecit, quòd hoc Signum, quod vtrique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiuscemodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum. verum ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est. omnes. n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterq; in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidq; tota Circularis Figura, hucusq; determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui fiunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem, Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaq; Circunferentia: ita sanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verum vnà quidem omnia sunt, permanens, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quòd illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia. at illic cuncta in Vno sunt. Quòd si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperiēs. Quòd si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quòd si regressum, similiter. Cum itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Quid sit
Polus Cir-
culi, & ei
defo.

Epilogus,

Digressio.
Centri, &
distantiarū
à Centro,
& Circū-
ferētiæ in
Exēplari-
bus cōtē-
platio.

Quo hæc
cū illis cō-
municēt.

Quo dif-
ferant.

Pulchrum

Quo inue-
niatur ille
qui verè ē

Circulus,
& vera
Circularis
natura.

Idē supe-
rius in pri-
cipio huius
cōmenti.

Cētri Ma-
thematici
ad cētrum
intelligi-
bile pul-
chra com-
paratio

Defō Cē-
tri ab Ora-
culis tradi-
ta.

Prima cā,
p quā Fi-
gura Cir-
cularis ap-
paruit.

Orphei
carmen

Triadicus
Deus,

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā fit partitio ē cōspectu remoueris, eū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem: nec non sui maximē impartibile, maximēq; singulare firmiter collocantem: prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quae in ipso est infinitatem: ad vnum verō sese ex sese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui naturę, occultatricemque in ipso vnus vim se se excitantem. Quod porro vnum cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur. quod nanq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquā Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum. tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atq; desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumque progressuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemque ipsis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Centrum est, à quo omnes vsq; ad Circunferentiam æquales sunt; Et ad quod.

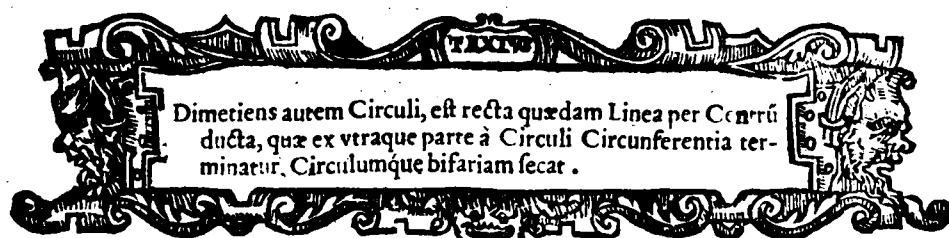
Verum quod quidem sit distantiae Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quod verō Circunferentiae medium, per particulam [ad quod]. hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque susceperit, supremum utiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis causæ assimilatur: Lineę autem ab hoc excurrentes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerō, quę infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur. Cum enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudque tanquā Centrum suæ habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur. Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-

nis

nis etiam rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumquē maximē arcani imposuere. ex hisquē manifestum est, quod prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectibus causas.

Prima Figurarū circulus, & prima Rectilinearū Triangulū. Epilogus.



Defō 17.

QVòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicuē Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogrāmorū, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verūm in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, propriē Dimetientem. Hæc itaq; genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanē Dimetiens quoq; hæc tantum vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, necq; huius terminum transcendit: sed vtrinq; ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoq; Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperquē eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, equum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Cóm. 14.

Quo differant Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum propriè dicit.

Thales.

Demonstratio.

M extra

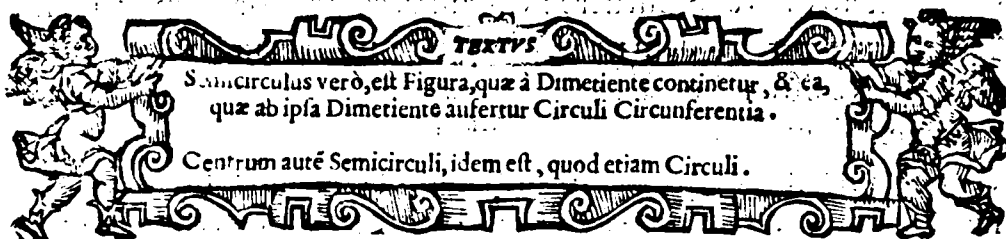
extra : utcumque autem se habeat, eueniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori . siquidem omnes à Centro ad Circumferentiam, sunt æquales . Ea igitur, quæ ad exteriorē tendit Circumferentiam, ei, quæ ad interiorē, æqualis erit . at hoc fieri non potest . congruunt ergo, & proinde æquales sunt . quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat . Verum si vnus existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt , infinitè verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eueniet utique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem . Nos autem dicimus quòd secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum . & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum vnus Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes infinitè erunt, & si in infinitum sumptè fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè fiunt , finitorum duplicia sunt . semper siquidem sumptè Dimetientes , finitè numero sunt . quomodo namque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit , & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperque partes, quæ oriuntur determinet ?

Dubitatio
Hac uti
obiectio-
ne lo. gra.
in lib. cō-
tra Proc.
Vide et Si-
pliciu 13.
digressio-
ne contra
Gra. in 3.
philisco.
Solutio.

An/lo. i. c.

Defo. 18.

Defo. 19.



Cōm. 15.

Figure bi-
formes.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo Signis discrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamque ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quòd à duobus Terminis continetur, hisque semper differentibus, Recta scilicet, atque Circumferentia : & quòd Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens . siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circumferentiaque continentur, non tamen hæc Semicirculi sunt . eò quòd Circuli diuisio, per Centrum facta non est . Cunctæ ergo huiusmodi Figuræ, bifor-

biformes sunt ; quemadmodum Circulus Monadicus erat , & ex dissimilibus constant . quælibet .n. Figura , quæ à duobus Terminis comprehenditur , vel à duabus continetur Circunferentijs , quemadmodum Lunularis : vel à Recta , & Circunferentia , vt iam dictæ Figuræ : vel à duabus mistis Lineis , veluti si duæ Ellipfes seinuicem interfecent (Figuram siquidem claudent , quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista , & Circunferentia , sicuti quando Circulus fecat Ellipsim : vel à mista , & recta , vtpote Ellipsis dimidium . Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis , verum simplicibus , hisquæ per appositionem seinuicem tangentibus . Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras , iure optimo post Circulum , ad Biformem venit Figuram . nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt . Recta verò , atque Circunferentia , duo possunt comprehendere spatia . & duæ Circunferentiæ similiter , vel Angulos facientes , vt in Lunulari Figura : vel deangularem etiam Figuram perficientes , veluti si concentricos intelligas Circulos . quod enim medium inter vtrosque intercipitur spatium , à duabus Circunferentijs comprehenditur : vna quidem interiori , altera verò exteriori , nullusquæ fit Angulus . non enim seinuicem interfecant , quemadmodum in Lunulari , & in vtrinque conuexa Figura . Cæterum quod idem Semicirculi Centrum sit , quod etiam Circuli , manifestum est . Dimeiciens enim Centrum in se se habens , Semicirculum complet , ab hocquæ omnes ductæ ad Semicircunferentiam , sunt æquales . hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ . Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ . Vnum , & idem igitur est Semicirculi , Circuliquæ Centrum . Et est adnotandum quod ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet , ex omnibus inquam planis Figuris . Quamobrem colliges quidem , quod Centrum tres habet locos . aut enim intra Figuram , vt in Circulo : aut in Ambitu , vt in Semicirculo : aut extra , vt in quibusdam Conicis Lineis . Semicirculus itaque idem , quod Circulus habet Centrum . Quid igitur hoc indicat , quarumue rerum affert imaginem , nisi omnes Figuras , quæ à primis non prorsus discessere , sed ipsis quodammodo participant , posse ipsis concentricas esse , eisdemquæ causis participare ? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat , tum iuxta Dimecientem , tum iuxta Circunferentiam . Proinde Centrum quoque est ipsis commune . Et forsan assimilatur vtique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadicus
Circulus.
Figuræ , q
à duobus
Terminis
cōprehēdi
tur diuīso

Cur Eucli
des Semi-
circulū in
hoc 1. lib.
definiat , et
non in 3.
vbi definit
et segmen-
ta . ibi .n.
locus est
proprius.
Figura Lu-
nularis

Corona

Vtrinque
cōuexa Fi-
gura .

Notandum

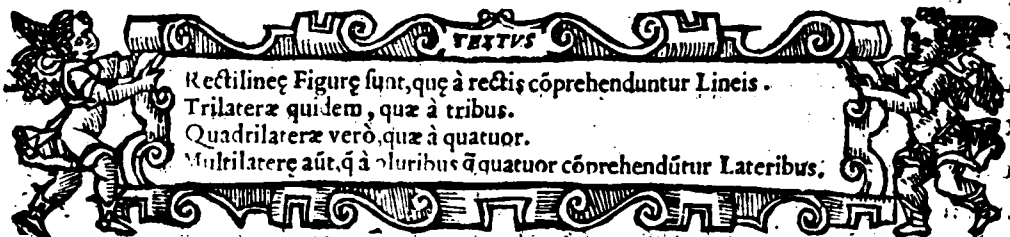
Centrum
tres habet
locos .

Digressio

Duplici-
ter Semi-
circul^o cū
Circulo
cōicat .
Pulchra se-
micirculi
cōsidera-
tio .

cipia coordinationibus, quæ illis principiis participant : & per cognitionem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamquæ ipsarum causam reducuntur.

Defo 20.
Defo 21.
Defo 22.
Defo 23.



Rectilineæ Figuræ sunt, quæ à rectis cōprehenduntur Lineis.
Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Quadrilateræ verò, quæ à quatuor.
Multilateræ aut. q. à pluribus q. quatuor cōprehenduntur Lateribus.

Cōm. 16.

Idēi supē
riori cō.

Quomo-
do Bina-
rii medi-
fi iter vni-
tatem, &
Numerū.
Quo Sē-
micircul-
medius sit
iter Cir-
culū, & Fi-
guras re-
ctilineas.

Duplici d
causa dua-
rum tan-
tūm recti-
linearū Fi-
gurarum
Euclides
mentionē
fecit.
Prima cau-
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemquæ Semicirculum, rectilinearum Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur, propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quā si multiplicetur: Numerus verò contrā, plus si multiplicetur, quā si componatur. Binarius autē siue in se se multiplicetur, siue componatur, equale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est: ita etiā Semicirculus iuxta quidē Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circūferentiā, cum Circulo. Progrediuntur autē rectilineæ Figuræ ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit. Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsquæ cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoq. sunt: verū habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cum autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissēmus, cōmuni denominatione contenti fuimur. Trilaterarū verò, Quadrilaterarumquæ duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterq. itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cum de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro docturus sit, non imerito ad hæc vsque propriam statuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendū, quod planarum Figurarum aliæ quidem à simplicibus continentur Lineis, aliæ verò à mistis, aliæ autē ab vtrisque. Et earū, quæ à simplicibus cōprehenduntur, aliæ quidē à similibus specie, vt rectilineæ: aliæ verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apfides, quæ Semicirculus minores sunt, necnon earum, quæ à similibus specie continentur, aliæ quidē à Circulari cōprehenduntur Linea; aliæ verò à recta. Earum autē, quæ à Circulari Linea cōprehenduntur, aliæ quidē ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipse. A duabus verò, aliæ quidē deangulares, vt Corona, quæ à concentricis Circulis terminatur; aliæ verò Angulosæ, vt Lunula. A pluribus autē quàm duabus, processus in infinitū. à tribus nanque, & quatuor, deincepsquē Circunferentijs quædā continentur Figuræ, si. n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum intercipiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsquē similiter. Earū autē, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidē à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autē à pluribus cōprehenduntur. neque. n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multò magis ab vna. Quapropter omne quidē spatium, quod ab vno Terminò, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare. Mistūquē dupliciter, aut quoniā mistæ ipsū cōprehendunt Lineæ, quæadmodum illud, quod à Cissoide Linea intercipitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiā Apfidē: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est, siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficietur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quod autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quodquē genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisquē, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiare sunt Dñs, qui feracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hæc præcipue fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationequē subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum
Figurarū
diuio.

Rectili-
neæ.
Semicir-
culi, &
Segmēta,
& Apfi-
des.

Circulus.
Corona.
Lunula,

A duabus
rectis Li-
neis spa-
tiū nō cō-
prehēdit,
idē i supe-
riori com.
& inferius
i 10. pro-
nuntiato.
Figura du-
pliciter
Mista di-
citur,
Duplici-
ter fit Mi-
stio. idem
superius i
com. 7.
Digressio.

Vide supe-
riōrē cō. 10.
Genera-
tionē hic
intelligit
Elemēta-
rē regio-
nem. vide
etiam in
com. 13.

Tri-

Defo 24

25.

26.

27.

28.

29.

(TEXTVS)

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

equicrus autem, quod duo tantum æqualia habet Latera.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Cóm. 17.

Duplex
Triangulo-
rum diuisio.

Diuisio
Triangulo-
rum à Late-
ribus.

Diuisio
Triangu-
lorum ab
Angulis

Cur Eucli-
des dupli-
cè Triangu-
lorum tra-
dat Diui-
sionem.
Triangulū
Quadrila-
terū, quod
Acidoides

Triangulorum diuisio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autē ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilincis conveniunt. Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, est utique in non rectilincis quoque Figuris. Inquit igitur quod Triangulorum alia Aequalatera sunt, alia Acquirura, alia Scalena. aut .n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quod Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quæadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod utiq; omnes habet Acutos. non .n. hîc quoq; satis est vnicum habere Acutū. cuncta siquidē Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulū duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuisionē fecisse: quod scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt .n. Triangula Quadrilatera, quæ (*εισθαλά*) hoc est cuspidis similia à Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (*μυλόμετρα*) hoc est cauum Angulum habentia. intellige .n. vnum ex Trilateris, superque

perquē vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis cōprehenditur Lineis, tresquē habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos verò, qui ab his, atq; internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit. n. fortasse & Quadrilaterum. Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quàm quatuor Latera. & ideo nō est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumquē formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici nanq; distant Interuallo, & vndequaq; partibiliū, variequē permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumquē materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoq; à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemquē præbent. Iurē igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dñs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cœlo, vel à quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus verò humidam, & calidam generationem regit. Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumquē existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem. propterea iuxta quoq; vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentia ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur. nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli quē Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Cōgoniū appellatur.

Quadrangulū quinquilaterū. Digressio. Pythagorei.

Timæus.

Attēde similitudinem pulcherrimā, & nota quæ sit Aduentitius Angulus, quē Trianguli tres Anguli Lineis Triangularibus præbent. Philolaus quatuor Dñs Trianguli arcus Anguli consecrauit. Quadripartita Elementorum exornatio Saturnus. Mars. Pluto. Bacchus. Nota quæ sint horum Deorum inferioribus operationes. Nota quæ sint horum

Deorū p-
prie natu-
ræ.
Cōfirmat
Pythago-
reorū, &
Timei di-
ctam alia
ratione.
Finis Di-
gressio-
nis Docu-
men-
tum.
Septē Tri-
angulorū
sunt spēs.

Digressio
Aequilate-
rum Triā-
gulū Diui-
nis assimi-
latur Ais.
Aequicrus
meliorib⁹
generibus

Scalenum
Vitis par-
tibilibus.

Obtusangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ipso-
rum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuisiones ipsis in infini-
tū fieri præparat. simpliciter verò Triangularis Ratio Intervallo di-
stantem, & vndequaque partibilē materialium corporum constituit
essentiam. Tot quidē de Triangulis erant à nobis inspicienda. Ex
hisce autē diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulo-
rum species esse septē numero, nec plures, neque pauciores. nam
æquilaterum quidē vnum est, cūm Acutangulum tantū sit: reli-
quorum autē vtrunque est triplex. Aequicrus nanque aut Rectan-
gulū est, aut Obtusangulū, aut Acutangulum: Scalenumque simili-
ter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem triplici-
ter, Aequilatera verò vnico modo se habēt, septē omnes Triangulo-
rum species dicantur. Rursus autē iuxta Laterum quoque diuisionem,
Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionē intelligas: nam Aequi-
laterum quidē æqualitate prorsus, simplicitateque præstans, Diuinis
cognatū est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æquali-
tas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicrus autem
melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior
pars quidē mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materia-
lemque imoderationem attingunt: Aequicrurium nanque duo quidē
Latera æqualia sunt, Basis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis
partibilibus, quæ vndequaque claudicāt, se sequē præparant, cūm ad
generationē tendant, refertæque materia sint.

Defō 30.

31.

32.

33.

34.

Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquila-
tera est, atque rectangula.

Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.

Rhomboides verò, quæ ex opposito latera, & Angulos habens inuicem æqua-
les, neque æquilatera est, neque rectangula.

Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

Quadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet. & alias quidem ipsarum, Parallelogrāma dicere: alias verò, non Parallelogramma. Parallelogrammorum autem, alia quidem & rectangula, & æquilatera, vt Quadrangula: alia verò, horum neutrum, vt Rhomboidea: alia autem, rectangula quidem, sed non æquilatera, vt altera parte longiora: alia verò è contrario, æquilatera quidem, at non rectangula, vt Rhombos. Aut .n. utrūque habere oportet, æqualitatem scilicet Laterum, Angulorumque rectitudinem: aut neutrum: aut alterū, hocque dupliciter. Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāmum. Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantum habent Parallela Latera, non tamen & reliqua: alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela. & illa quidem vocantur Trapezia, hæc verò, Trapezoidea. Trapeziorum autem, alia quidem, Latera, à quibus huiusmodi Parallela Latera coniunguntur, habent æqualia: alia verò, inæqualia. & vocantur illa quidem, Acquicrura Trapezia: hæc verò, Scalena Trapezia. Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis. Nam vna quidem, Quadrangulum est: altera verò, parte altera longior: tertia, Rhombus: quarta, Rhomboides: quinta, Acquicrus Trapezium: sexta, Scalenum Trapezium: septima, Trapezoides. Verū Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilineorū Quadrilaterorum diuisionem, quippe qui septē horum quoque posuit species, quēadmodum etiam Triangulorū. Euclides verò in Parallelogrāma quidem, & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit, quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit, neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit. Trapezia autē, Trapezoideaque omnia, cōmuni nomine appellauit, Trapezia ipsa describens, ad eorū quatuor differentiam, in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas. hæc autē est ex opposito Latera, & Angulos æquales habere. Quadrangulum namque, & Altera parte longius, ipseque Rhombus ex opposito Latera, & Angulos habent æquales. Ipse autem in Rhomboide tantum hoc addidit, ne solis ipsum negationibus definiat, cum neque æquilaterū ipsum dixisset, neque rectangulū. in quibus .n. proprijs caremus orationibus, cōmunibus vti necessarium est. Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus. Videtur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum, & Rhomboides motum parte altera longius. Quocirca iuxta quidem Latera, hæc ab illis non differunt: verū iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates, & Acumina. cum illa rectangula sint. si .n. Quadrangulū,

Cōm. 18.
Diuisio
Quadrila-
terarū Fi-
gurarū se-
cundū Po-
sidonium.

Septē sūt
spēs Qua-
drilatera-
rum Figu-
rarum.

Euclidis
Diuisio.

Parallelo-
gramorū
pprietas.

In Propo-
sitione 34
primi.
Documē-
tum.

N gulū,

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperi; alios vero dilatari, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moueri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutatum videbitur. Quemadmodum porro si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ipsæ etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterum indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatium & iuxta Latera, & iuxta Angulos Terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Utroque igitur modo præstans, iure commune obrinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae asserre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas vero firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dñ ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentiae sunt autores, merito Quadranguli Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terræ constituat, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo dicimus ab his vero omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, fecundasque suscipiat potentias, non iniuriâ hisce Dñs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

† optimū.

Digressio

Pulchra

Pythago-

reorū con-

sideratio.

Motus ab

inæqualita-

te emanat

Quies autē

ab æquali-

tate, idē in

1. lib. c. 13

Philolaus

trib⁹ Deis

Quadrā-

gularē an-

gulū cōse-

crauit.

Quadrā-

gulū pxi-

mū Terræ

est Elemē-

tū. Idē su

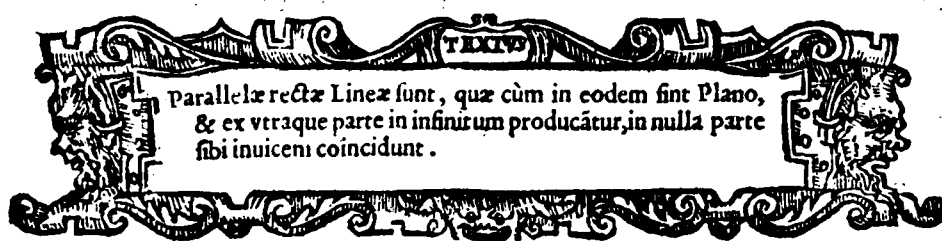
gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rhea ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terrestrigitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porro Virtutum quoque vnamquaque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisque Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autem non latere quod Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communitatem, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusque Triadicus fecundorum quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda duximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiores apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectuum, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca.
9. vide et
Platonem
in Timæo.
Vide iter-
pretem in
Theogo-
nia Hesio-
di.
Quorūdā
cōreplatio

Notandum
pulcherri-
mum.

Cōclusio.

Duodena-
rius est Io-
uis impe-
rium.
Dodeca-
goni An-
gulū Ioui
Philolaus
cōsecrauit
cuius cām
vide etiā
apud Pla-
in 10. de
Rep. & in
Epinomi-
de. et apud
Proclū in
Thimæo,
& apud
Plutar. in
op. de Pla-
ciris.
Epilogus.
Defō 35.



QUæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtracque parte producuntur non coincidere, sed in infinitum produci. & non Parallele. n. si aliquatenus producuntur, non coin-

Cōm. 19.
In ppōne
27. & 28.

N 2 cidet

Due recte
 Linee nul-
 lum spatium
 comprehen-
 dere possunt.
 Idem in cō. 15.
 & 16. &
 hæc est cā-
 cur nō Pa-
 rallele ex
 vna parte
 in infinitum
 produci pos-
 sint.
 Cōdōnes
 Parallela-
 rum rectarū
 Linearū.
 Posidonii
 Parallela-
 rum defō.
 Perpen-
 diculares
 termināt
 Spatiōrū
 altitudi-
 nes, & Li-
 nearū di-
 stantias :
 ideo ppen-
 diculari
 Figurarū
 metimur
 altitudi-
 nes, vt di-
 ctū est su-
 perius in
 cōm. 10.
 Notandū.
 Diuisio Li-
 nearū se-
 cundū Ge-
 minum.

cident . in infinitum autem produci, & non coincidere, Parallelas ex-
 primit . neque etiam hoc absolute, verum ex vtraque parte in infini-
 tum produci, & non coincidere . nam fieri potest vt non Parallelae
 etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera vero
 minime . annuentes enim in hacce parte, plurimum ab inuicem in
 altera distant . Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ
 nullum spatium comprehendere possunt . quod si ex vtraque parte
 annuant, hoc non accidet . Quin etiam rectas Lineas in eodem esse
 Plano, recte insuper acceptum fuit . si enim altera quidem in subie-
 cto esset Plano, altera vero in sublimi, iuxta omnem positionem sibi
 inuicem non coincident . non tamen proinde Parallele sunt . Vnum
 igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, &
 neutra in parte sibi inuicem coincident . his enim existentibus Paral-
 lelae rectæ Lineæ erunt . & hoc modo Euclides quidem Parallelas
 definit rectas Lineas . Posidonius autem hæc Parallelae sunt (inquit)
 quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano : sed æquales ha-
 bent omnes Perpendiculares, quæ à Signis alterius ad alteram ducun-
 tur . Quæcunque vero maiores semper, atque minores fecerint Per-
 pendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt . Per-
 pendicularis siquidem Spatiōrum altitudines, Linearumque distan-
 tias terminare potest . Quocirca æqualibus quidem Perpendiculari-
 bus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantia :
 maioribus vero, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior,
 & minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Per-
 pendiculares minores . Sciendum autem est, quod ipsum non coin-
 cidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas . Concentricorum nan-
 que Circulorum Circunferentiæ non coincidunt : sed opus est etiam
 ipsas in infinitum produci . Hoc autem non solis Rectis, verum etiam
 alijs inest Lineis . possibile enim est intelligere Helices circa rectas
 Lineas ordine describi, quæ si vnā cum rectis Lineis in infinitum
 producantur, nunquam coincidunt . Hæc itaque Geminus ex his re-
 ctè diuisit, à principio dicens, quod Linearum quidem aliæ sunt ter-
 minatæ, Figuramque continent, vt Circulus, ipsiusque Ellipsis Li-
 nea, necnon Cissoïdes, & aliæ quàm plurimæ : aliæ vero indetermi-
 natæ, quæ in infinitum etiam producantur, vt Recta, Rectangulique
 Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoïdes ipsa . Rursus
 autem earum, quæ in infinitum producantur, aliæ quidem nullam
 comprehendunt Figuram, vt Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones :
 aliæ vero coeuntes, Figuramque facientes, in infinitum postea pro-
 ducun-

ducuntur. Harum autem alia quidem non coincidunt amplius, quæ utcumque productæ fuerint non coincidunt: alia verò coincidentes sunt, quæ scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, alia quidem in vno sunt inuicem Plano: alia verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoque Plano existentium, alia quidem æquali semper interuallo distant ab inuicem: alia verò interuallum semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoides ad Rectam Lineam. hæc siquidem cum imminuatur semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper distant interuallo, quæ sunt rectæ Lineæ, Spatium, quod inter eas positum est nunquam imminuentes.

in vno Plano, Parallelæ sunt.

Tot etiam ab elegantissimi Gemini

studio ad propositorum explanationem decerpimus.



FINIS SECVNDI LIBRI.

Admirabile in Geometria Theorema. de quo est inferius in côm. 3. & 3. quarti. Hic quædã quæ non sunt parui momenti animaduertemus in cômmentariis nostris.

Procli

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.



De Petitione, & Pronuntiato

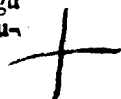
Cap. Vnicum.

Cōtinua-
tio Libri.In cap. 8.
superioris
Libri.Cōmuni-
tas Peti-
tionū, &
Pronūtia-
torum ex
sententia
authoris, et
Gemini.
Eorū dif-
ferentia.Speusip-
pus.

VVM Geometriæ principia trifariè diuisa, sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntiatæ, quæ nam inter hæc sit differentia in superioribus tradidimus. De Petitione autem peculiariter, & Pronuntiato accuratius differere in præsentia propositum nobis sit, quandoquidem & de his præcipue nunc sermonem habeamus. Suppositiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis exposuimus. Commune igitur est, tam Pronuntiatæ, quam Petitionibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tanquam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt autem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus distincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id, quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus: in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem sanè modo & in Pronuntiatæ quidem hæc accipiuntur, quæcunque per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunque factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione. Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstructaque sumptio, Petitiones, à Pronuntiatæ distinguunt, quemadmodum etiam demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sumptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia, simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quod per se se fidem faciunt, his, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter siquidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitionem

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quam obiectorum visus: alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. Exempli gratia, hoc quidem, à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cum enim indeclivi Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, eò quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnus reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. varijs nanque motibus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicet .n. Geometrica Mens quòd cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnus reuolutionis Helicē descripsi. cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descriperim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggreddentium habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæditorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidencia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verū Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verū hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Iam autem alij quidem omnia ista Petitiones

Exēplum.

Helicis
Planę ge-
neratio.Æquilate-
ri Triangu-
li cōstitutio.

vocal-

Archimedes, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in lib. Aequiponderantium.

Aliorum opinio, de qua videtur in superiori libro cap. 8. Ut Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiato differt. Idem in principio capitulis.

Aliorum opinio de differentia Petitionum, & Pronuntiatorum.

Aristotelis opinio de differentia Petitionis, & Pronuntiatorum quod videtur in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25. Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus connumerari debent.

Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatum illud, quod ultimum in

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia. Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauiâ ab æqualibus Longitudinibus equè ponderare, quanuis hoc, Pronuntiatum potius quispiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, curicta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (ut videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transiere. differt tamen ut Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiato. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factum facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quod Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, quæ tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus vtitur quod commune est suæ accommodans materiæ. Aristoteles verò (ut prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tanquam principium tamen suscipi: Pronuntiatum verò, per sese indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiato distinguit, manifestum est, quod illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatum illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere, quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatum adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationē quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius, recte enim Geminus animaduertendo adnotavit, quod alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. ut Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam velut ambiguum demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quod rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait. [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quod non prorsus quicumque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Geminus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstratione egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneæ. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitatem metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Æquales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtraque & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. ut Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiatas enumeratur. Quæ sint Petitiones, & quæ Pronuntiata ex Aristotelis sententia. Reprehendit Apollonius iuxta Aristotelem et Geminus sententiam. Reprehendit Euclides iuxta Geminum, et iuxta propriam sententiam, quippe quæ quarta, & quinta Petitione, male in Petitionibus enumeratur. In Propositione 17 primi Elementorum. Hoc inferius ostenditur in comment. 2. Iuxta Geminus sententiam excludit a Pronuntiatas. vltimum Pronuntiatum. Epilogus. Pronuntiatorum, et Petitionum diuisio, per quam 2. opinio definitur Petitionis & Pronuntiatorum, consuetatur.

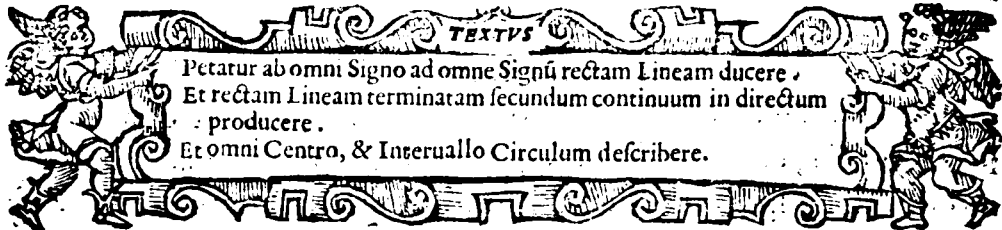
scientiis, aliæ verò cōmunes omnibus, nam illam quidē, quæ petit di-
videre Numerū in partes minimas, peculiarē Arithmetices Petitionē
esse dixeris: quæ verò omnem rectā Lineam finitā in directū produ-
cere, Geometriæ: quæ autē Quantitatem in infinitum augere, amba-
bus cōmunem. Numerus nanq̃, & Magnitudo possunt hoc pati.

PETITIONES.

Quantitas
hic cōiter
p̃ genere
accipitur:

Petitio 1.
Secūda.

Tertia.



Cōm. 1.

Dubitatio

Solutio

Mens vlti-
ma, & pas-
sibilis, & q̃
recipit spe-
cies, idē in
superiori
lib. cap. 1.

TResiste tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare no-
bis imperant, in Petitionibus ex Geminī sententia necessariō collo-
candæ sunt. nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectā
Lineam ducere, eam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi
fluxum esse ait, & Rectam indecliuem, atq̃ inflexibilem fluxum. Si
igitur Signum indecliui, breuissimoquē motu moueri intellexerimus,
in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilquē va-
rium intelleximus. Si autem eum Recta ipsa Signo terminetur, simi-
liter ipsius Extremum breuissimo, indecliuiquē motu moueri intelle-
xerimus, secunda Petitio à facili, simplici quē apprehensione compa-
rata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem,
secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod ma-
net, secundum reliquū, tertia porro facta erit. nam Centrum quidē,
est Signum id, quod manet: Interuallum verò, recta Linea. quanta
.n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distan-
tia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus
adhibemus, imobilibus existentibus, quō autē impartibilia mouemus
(hec .n. minimē fieri posse) eum rogabimus non pasim molestū esse,
si memoria tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere. quod vtriq̃
Rationes eorū, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describūt Cogita-
tionis imagines, quarū Cogitatio ipsa rationē habet. Tabella .n. non
scripta, huiuscemodi Mens est, vltima, atq̃ passibilis. At nulla apud
nos oratio hec. Mēs .n. illa, quæ recipit species, aliunde per motū ipsas
recipit. & motum quidē non corporeum, sed imaginariū intelliga-
mus. impartibilia quē corporeis moueri motibus minimē cōcedamus,
verūm imaginarios pati decursus. Etenim Mens impartibilis exi-
stens mouetur, non tamen secundum locum. & Phantasia iuxta eius

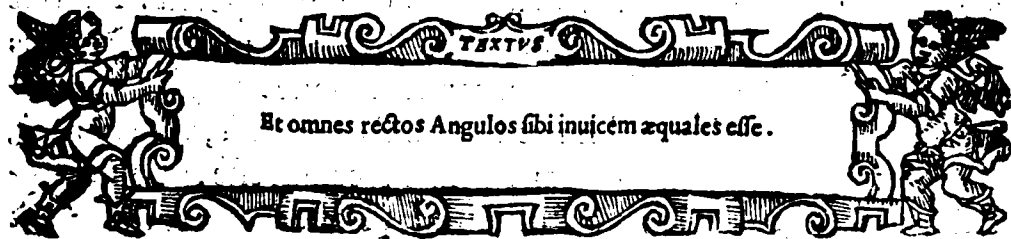
Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Interuallo carentibus fiunt deferimus . A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quærimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi + mouetur, & à loco comprehenditur . locus enim eorum quidem, quæ cum dimensione sunt, dimensionem habet & ipse: impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur: alius etiam motus corporum, & alius eorum, quæ in Phantasia excogitantur: necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetque hæc distinguendo, rerum essentias non confundere, neque perturbare . Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea, quæ sunt, in suis causis cōtinentur impartilibus existentibus, ab ipsisque terminantur: & quod etiam prius quā constituentur, vndeque ab ipsis comprehensa sunt . nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia, quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur: sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare cōtāntur. Tertia aut, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi . n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum produciens, Circularem imitatur regressum. Scire aut oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis . neque . n. Circulari, neque Cissoïdi, neque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neque illis, quæ nullam faciunt Figuram. neque . n. vnus reuolutionis Helix in infinitū produciuntur . nam inter duo Signa constituitur . neque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt . At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est . non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digressio.

Finis Digressionis Documentum .



Petitio 4.

O 2

Præ-

Cóm. 2.

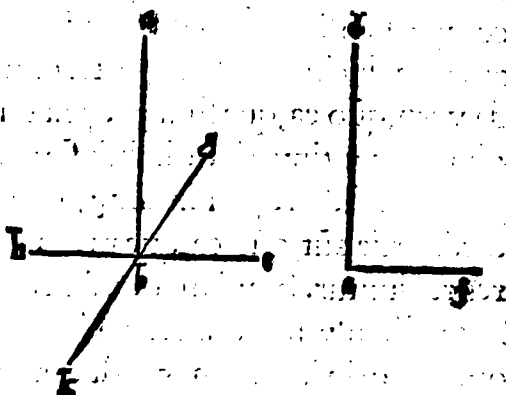
Excludit
quarta Pe-
titio à Pe-
titionū nu-
mero, tū
iuxta Ge-
mini, tum
iuxta Ari-
sententiā.
idē supe-
rius cō. 1.
hui⁹ libri.

Demōstra-
tio quartę
Petitionis

In 10. de-
finitione.

Pappi do-
cumentū.

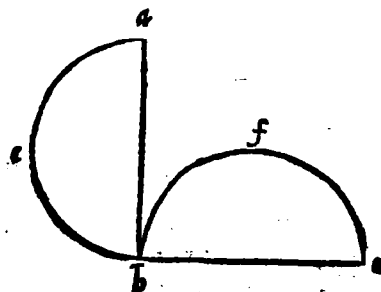
PRæfens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-
monstratione à nobis cōceditur, Petitio quidē non est ex Gemini
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se
accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verū neq; etiam
iuxta Aristotelis diuisionē Petitio est. Petitio enim ex sententia illius
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse
dicimus, ipsiusque demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta
Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum
æqualitas. Cum .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad An-
gulum, qui vtrobiq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretio-
nem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam
stetit vtrobiq; Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-
guli vnus a b c, alter d e f. Dico quod æquales sunt. si .n.
non sunt æquales, alter ipso-
rum sit maior, vtpote qui ad Signū
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā
a b adaptetur, Linea e f intra
cadea. Cadat vt Linea b g, &
producatur Linea b c vsq; ad
Signum h. Quoniā igitur An-
gulus a b c rectus est, Angulus
quoque a b h rectus erit, & sibi
inuicem erunt æquales. habemus .n. in Definitionibus quod
rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est. Angulus er-
go a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque
ad k. Quoniam igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur
a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-
ctē nos animaduertit quod huius Petitionis conuersa, vera non est,
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verū si re-
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Posse autem curvilineum
quoq;



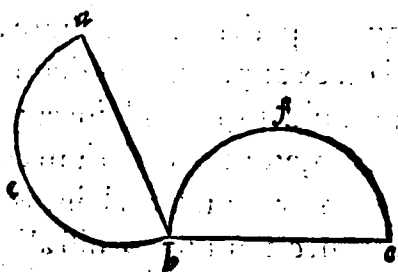
quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quòd huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectilíneorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum constituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus est, siquidem neque rectilineus. Intel-

In 10. definitione.

ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æquales $a b$, & $b c$, Angulum, qui ad b Signum est, rectum facientes, in ipsisque Semicirculi, Centro, & Intervallo descripti $a e b$, & $b f c$. Quoniā itaque Semicirculi æquales sunt, sibi inuicem cōgruent, & Angulus $e b a$ æqualis est Angulo $f b c$. Cōmunis apponatur reliquus, nempe $e b c$.



Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet $e b f$, Cornicularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus, vel Acutus sit Angulus $a b c$, æqualis ipsi Cornicularis Angulus ostendetur (hoc enim est genus illud curvilinearum Angulorum, quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animaduertendum est, quòd in Recto quidem, atque in Obtuso medium Angulum, qui à Linea $e b$, & $b c$ Circunferentia continetur addere oportet: in Acuto verò, auferre. recta enim Linea $c b$, Circunferentiam $b e$ secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares descriptiones. Hæc itaque descripta sint. quæ quidem ostendunt & quòd omnes Recti sibi inuicem æquales sunt, & quòd non omnino Recto æqualis, Rectus & ipse est. nam si neque rectilineus est, quoniam pacto rectum quis ipsum diceret? Manifestum autē est ex hac quoque Petitione, quòd Anguli Rectitudo æqualitati cognata est,



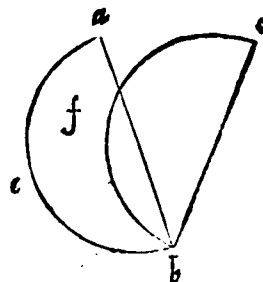
Documētum.

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati: etenim Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis (vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo: Acumen verò, atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt feriei, veluti & dissimilitudo: ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

Idē vide in 2. libro cōm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .



Petitio 1.

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores .

Cōm. 3.
Ptolemæ
in Lib. cui
titulus est,
à minori-
bus duobus
rectis pro-
ductas coi-
cidere.
In 17. pro-
pone pri-
mi Elem.
Quorūdā
obiectio.
Gemini re-
sponso
Aristo. 1.
Ethi. cap.
3. idē ēt iu-
perius i 1.
lib. c. 11.
Simmias i
Phēdone
Platonis,
de quo vi-
de ēt Plu-
in vita Pe-
riclis.

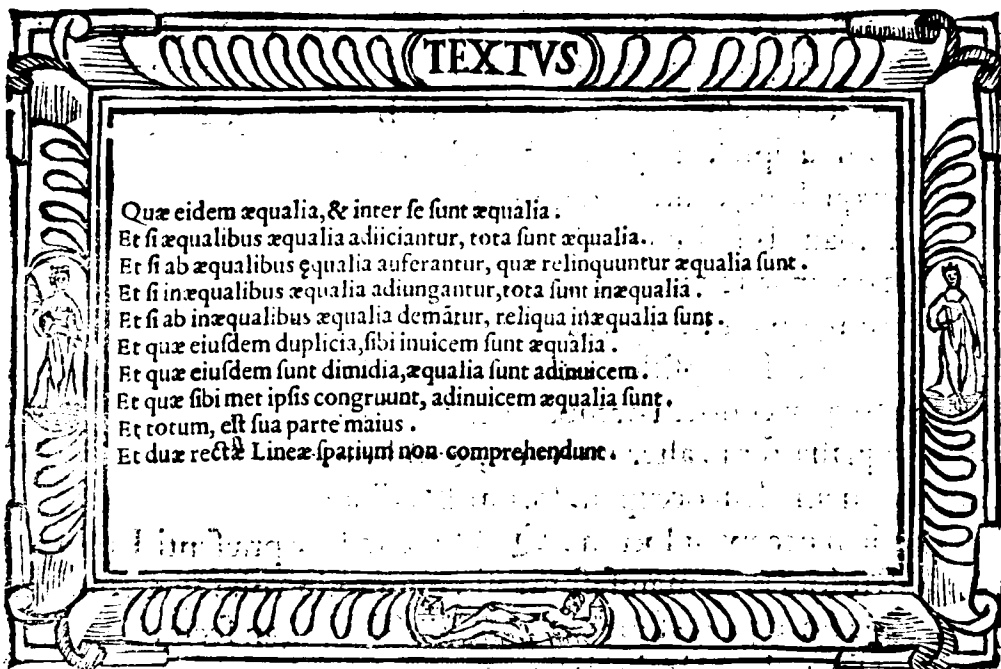
Idē in fine
secundi li-
bri.

Hanc penitus ē numero Petitionum delere oportet . Theorema n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro solvere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorū diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet . Ad quos Geminus rectē respondit, dicens, quod ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeffendas . simile . n. est, inquit etiā Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quod in rectis Lineis hoc verum est . nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis observatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis sit Lineis, antequam . n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam afferunt . Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitantes

tes valde mordaces essent, quomodo nō eō magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verū quod quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quod à Peritionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusque rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturus est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verū per demonstrationem manifesta fit.

Excludit
oīno Peri-
tio hæc ē
numero
Peritionū.

PRONUNTIATA.



Primū p-
nuntiātū

2
3
4
5
6
7
8
9
10

Hæc sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicantur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediate propriæ sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiatricem Orationē, Pronuntiatum appellare consueverunt: cumque dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratius autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseque propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsique Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & commu-

Cōm. 4.

Idē in 2. li
bro cap. 8.

Aristo. &
Geometra-
rū opinio:
idē in lib.
2. cap. 8.

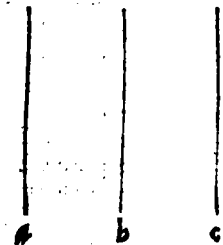
nis

Dānatur
Apolloni
qui Pronū
tiata de--
mōstrauit
idē supe-
rius i. c. 1.
huius lib.
In demō-
strabilia ā
demōstra-
bilibus na-
tura diffe-
rūt. & eo-
rū sciē di-
uerse sunt
idē Arist.
1. post. 1.
5. & 6.

Apollonii
demō.

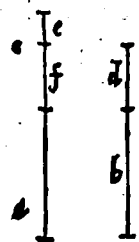
Pria Pro-
nūtiatorū
pprietas.
Secunda
Pronūtia-
torum p-
prietas

nis notiō. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram lau-
demus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur. nam hic quidem &
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est. Hæc autem na-
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est. earū
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-
pter euidētiā in nostram cognitionem cadunt: & earum, quæ de-
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-
ceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur. Quod autem
primi Pronuntiatī demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam
magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-
spexerit. Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico
quod etiam a ipsi c æquale est. Cum enim
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē
b. & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē
& ipsum occupat locum. & a igitur eundē oc-
cupat locum, quem c. equalia igitur sunt. In his
itaque duo præassumpsisse oportet. vnum qui-
dem, quod quæ eundem occupāt locum, sibi in-
uicem æqualia sunt: alterum verò, quod quæ
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-
cem eundem occupant locum. Quod autem hæc præsentī Pronun-
tiato obscuriora sint, manifestum est. quomodo enim quæ eundem
expleant locum æqualia sunt? secundum Totum, an secundum par-
tem? vel secundum Rationis figurationem? Propterea non omni-
no admittendum est, ad locum transire, qui r̄s, quæ in loco sunt igno-
rior nobis est. difficilis enim, atq; ambigua est essentia ipsius inueni-
tio. Ne igitur proluxa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquā
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cum per se nota & credi-
bilia sint. qui enim r̄s, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est: Sed minuit euidētiā,
quam in indoctis p̄notionibus habemus. hoc autem de Pronuntia-
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium. &
quod omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,
& non solum in Magnitudinibus vnumquodq; horum verificari di-
citur, verum etiam in Numeris, & Moribus, & Temporibus. hocque
necessarium est. Aequale enim, atq; Inæquale: & Totum, atq; pars



&

& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam evidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quoad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi metipsis cōgruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiā alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium nō comprehendere, cum Pronuntiata communis sint generis, vt diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cum ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia, propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quedam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiñcantur, totorum excessus, adiñctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a , b , adiñciaturque ipsis inæqualia c , d , sit autem c maius d , ipso c , reliquum verò sit f . Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d , a ipsi b & d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a & c igitur ipsum b & d ipso c tantum superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c , d , adiunganturque ipsis æqualia a , b , & sit excessus ipsius c ad d , ipsum e , reliquum verò f . Quoniam



Quo ex
comunib⁹
principiis
pprie fiat
conclusiones. idem
superius.
cap. primo.
Heron tria
tm Pronū
tiata pos
uit.
Resecat
sextum, &
7. & 10.
Pronūti
atum.
Pronūti
ta comu
nis sūt ge
neris. idē
superius.
cap. 1.

Quædam
alia Pro
nuntiata
quæ à Pap
po addun
tur.

Demon
stratio pri
mi Pronū
tiati à Pap
po adiecti

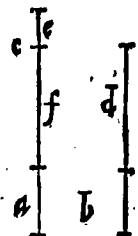
Demōstra
tio secūdi.

P niam

Reliqua
ex defini-
tionib⁹ ma-
nifesta fi-
unt.

Eorū, qui
cōtra Geo-
metriam i-
stant diui-
sio.
† Termini-
nos.
Stoici,
quorū opi-
nionē vi-
de in lib.
secundo
com. i.
Pyrrhonii
Philoso-
phi,
Epicurei.
Zeno Si-
donius.
Liber Po-
sidonii ad-
uersus Ze-
nonem.
† Verum
enimvero,
qui de pri-
ncipiis di-
uersi inter
se afferūt
sermones,
moderate
a nobis ex-
iis, q^{ue} p^{re}-
cedūt, abso-
luti sunt.
In comē-
sequenti.
Propositū
Auctoris i
sequētib⁹.

niam igitur a æquale est ipsi b, & f ipsi d, a f ipsi b d
erit æquale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso c tantum
excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque,
iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito
in pluribus exemplaribus prætermittuntur. Quotcunq;
autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta
fuere, illasq; consequuntur. Verbi gratia, quod om-
nes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-
gruunt. quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemo-
di habent naturam. Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem
autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diui-
duntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quod Infinitum in
Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem
vtrunque. nam omne continuum diuidi, augeriq; in infinitum po-
test. Verum enimvero quoniam de his quoque summam diximus,
reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus. hucusq;
enim principia se extendunt. Eorum autem, qui aduersus Geome-
triam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt,
quippe qui + partes nullam habere subsistentiam ostendere conati
sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem
quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena
regione, fecundaq; Philosophia demolientium, quemadmodum
Pyrrhonorum Philosophorum; aliorum verò Geometrica tantum
principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem
cū principijs iam permisissent, non posse inquirunt ea, quæ princi-
pia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis con-
cedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit. hunc .n. contra-
dicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicu-
reus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scri-
psit librum, imbecilem totam ipsius opinionem ostendens. + Ve-
rum enimvero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt mo-
dice a nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se
coniunctæ sunt. Zenonis autē infestum accessum paulò post conside-
rabimus. Nunc verò cū Theoremātū, Problematumq; sermonē
& de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis
sunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum,
quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchrio-
ra quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes,
infinitamq; ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea ve-
rò,



ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratę rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumquę varietati incumbentes, ad quæ vt plurimum iuuenes currentes videmus.

Iuuenes
ad Casuū,
Sumptio-
nūq; va-
rietatē li-
bēter cur-
runt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.



Proposi-
tio prima
Problema
primum.

QVum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quę ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quę principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumquę inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quę quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struerequę proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Propositiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaquę huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quę Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusquę conuincere emittuntur: de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de his omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam querit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cum quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiusmodi Lineę definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtpote quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. s.
Sciētia du-
plex.

Differen-
tia Proble-
matum, et
Theore-
matū. idē
in primo
cap. huius
Libri.
Munus
Proble-
matis.
Munus
Theore-
matis.
De quib⁹
Geome-
trię sit ser-
mo.
Geome-
tria qrit
quatuor
ea, quę q-
ri solent.
Geome-
tria qrit ip-
sū. Quid
est, dupli-
citer.

P 2 ipsum

Quo Geo-
metria q̄-
rat ipsum
Si est.
Quomo-
do, Qua-
le quid ē.
Respō det
Procl. cō-
tra Amphi-
nomi, &
Ari. sentē-
tiā, ex sen-
tētiā Ge-
mini.
Argumē-
tum.

Quo, &
q̄do pro-
pter quid
Geome-
tria q̄rat.

Epilogus.

Problema
tum, atq;
Theore-
matū par-
tes.

Proposi-
tionis of-
ficiū.

Expositio
nis offici-
um.

Constru-
ctionis of-
ficiū.

Demōstra-
tionis of-
ficiū.

Cōclusio
nis officiū

Tres par-
tes sūt ma-
ximē ne-
cessarię, q̄
semp esse
debent tū
in Proble-
matib⁹, tū
in Theore-
matibus;
Proposi-

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile: & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum [quale quid est] cum enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [quale est] ibi quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquisitionem in Geometria. quomodo enim Geometræ non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum manifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuo & ipsum [propter quid] manifestum fit. Verum de Quæsitis quidē hæc sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet, Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē, Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, scorsum Quæsitum quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quæ Dato desunt ad Quæsti venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cōcessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt: maximè autem necessariae, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum præcognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, harumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum.

Piccolomini

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematibus nō est, + Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cū in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio ut plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit: verū aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, ut in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat utrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quod opus est hoc comparare. Et fit quidem hīc etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subiicitur, quemadmodum in alijs Problematibus, ut quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hīc enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatū est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cū igitur utrunq; Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cū autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quod huiusmodi Aequicrus inuenire oportet: tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem tacetur, eò quod Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoq; huiusmodi Problemata reperies, & maxime in Arithmeticis, & in decimo libro, ut duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantū datur, Linea autem, & alia, omnibus. cū enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quod scilicet rectilinea, ne ipsdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cū verò, quod duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cū autē dicimus, quod si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoq; proportionales erunt, eadem ratio

tio Dēmōstratio, & conclusio. Propositio decima Quarti Elementorum. Quando constructio deficiat. † Dēmōne

Præpositio post. tex. i.

Quæ Determinatio, & Expositio deficiat & quando non. Expositio, atq; Determinatio Dati est.

Propositio 29 Decimi Elementi. Documentum.

Quadrup-
pliciter
Datū acci-
pitur. &
ideo Ex-
pō quoq;
quadrupli-
citer fit.
Demonstra-
tio Geo-
metrica
duplex ē.
Perfectio
Demonis.

Cōclusio
Geometri-
ca duplex
est.

ratio in quatuor Magnitudinibus data est. Cū verò in dato Signo datae rectae Lineae æquam rectam Lineam ponere oportet, tunc Signum Positione datum est. Vnde etiam cū Positio varia esse possit, Constructio quoq; varietatem suscipit. datum est enim Signum, vel extra Rectam, vel in Recta & in extremitate Rectae, vel inter ipsius Extrema. Cū igitur quadrupliciter Datum accipiatur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit. At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit. Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem. hæc .n. Demonstrationis perfectio est: quandoq; verò ex certis Notis arguentem. Et oportet non latere. vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent, non vbiq; autem demonstrantibus methodis perficiuntur. quando .n. eò quòd extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur, quomodo à causa est demonstratio hæc? quomodo enim Medium certum signum non est? etenim nondum externo existente Angulo, cū interni existant, duobus rectis æquales sunt. est siquidem Triangulum, Latere etiam non producto. Quando autem per descriptionem Circulorum, quod constitutū est. Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit. similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus. Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consuevere. cū enim vt in Dato ostēderint, vt vniuersaliter quoque concludunt, à particulari conclusionem ad vniuersalem recurrentes. nam cū subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant. Ad vniuersale igitur trāscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur. transcendunt autem ratione optima, siquidem positus non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur. non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem, sed quatenus rectilineus tantum. Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria: Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune. sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus. si igitur Rectitudinē in demonstratione acciperem, in omnem Rectiliner speciem transcēdere minimē possem. Si autem Rectitudinem quidē ipsius non subiungo,

• iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædiximus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Problema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri ortum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē, & Quæsito constat. nam data quidē est recta Linea terminata, quæritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum constitueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à rectis comprehenditur Lineis; neque non terminata, Angulus enim fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Signum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data recta Linea terminata, hæcce. & vides quod ipsum Datum solum ait Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Determinatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. & quodammodo Determinatio attentionis est causa. attentiores enim ad Demonstrationem nos efficit, Quæsitum pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Datum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Constructio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, interuallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro quidem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Lineæ Extrema, Lineæ rectæ continuentur. & vides quod in Constructione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Signum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Constructionibus, Pronuntiata verò, Demonstrationibus vtilitatem afferunt. Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum, quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est, recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū, quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmunem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ æqualis est. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ omnes à Centro ad Circumferentiam æquales esse dicebat. Vtraque igitur, eidem æqualis est. Quæ autē eidem æqualia, & inter se sunt æqualia,

Primi Euclidis Problematis propositio.

Nota quod omne Problema in Theorema reduci potest.

Primi Euclid. prob. Expositio. Determinatio.

Constructio.

In constructione Petitionibus, in demonstratione aut pronuntiatis Geometre vtunt.

Demō.

Prima cō-
clusio pri-
mi probl.
Elemē.
Secunda
cōclusio

Particula
rū Quod
fecisse, &
Quod de
mōstrasse
oportuit
pulchra
cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio
quid.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quę Expositio- nem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quę nunc proposita est datam feceris, eadem Constru- ctiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomodocunque maiore, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Proble- maticā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemque enuntiat. Omni- no itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolu- tam quidē Mentem, rursusque ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit osten- disse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & per- spicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quę quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittun- tur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum. n. perspi- cax contemplatio, non paruum exercitationem, Geometricorumque sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quę his annexa sunt breuiter disse- ramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quidque Inductio. Sumptionem itaque de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero prædicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstrationē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cum enim vel in Constructione, vel in De- monstratione aliquid sumimus eorum, quę ostensa non sunt, sed ra- tione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū in- quisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis exi- stit, cum illa absque Demonstratione ad aliorum fidem faciendā perse- sumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-
lutio-

lutionibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientijs omnibus fit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumpcio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, cum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum cum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum cum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quod igitur æquilatrum quidem

Cratistus.

Methodi tres, quæ à Plat. traduntur.

Casus yd.

Corollarium quid.

Vide Varronē i lib. de lingua Latina. Instantia quid.

Inductio quid. Nota inductiois Geometricæ, cum inductio ne Logica similitudinem. Hippocrates primus fuit inductiois Geometricæ inuentor. Digressio.

Q Triā-

ipſo a b . Hoc autem non conſtituto, neque etiam reliqua conſtituē-
tur . Nunquid igitur (ait Zeno) principijs etiam datis reliqua mini-
mè conſequuntur, niſi hoc quoque præacceptum eſſet, neq; Circun-
ferentiarum, neque reſtarum Linearum communia eſſe Segmenta?
Aduerſus hæc porro dicendum, primū quidē quòd hoc quodam-
modo in principijs præacceptum fuit, duarum nēpe Reſtarum non
eſſe cōmune Segmentum . etenim Reſtæ definitio hoc. comprehe-
debat, ſiquidem Reſta eſt, quæ ex æquo inter ſua collocata eſt Signa.
hoc .n. æquale eſſe Signorum interuallum ipſi Reſtæ, eam, quæ ipſa
Signa coniungit, vñ a, breuiſſimamque efficit, ita vt ſi quis ipſam ſe-
cundum partem alteri adaptet, ſecundum reliquam quoque partē ipſi
congruat . cū .n. in extremitatibus ſuis ſit conſtituta, eò quòd bre-
uiſſima eſt totam in totam cadere neceſſe erit . Deinde quòd etiam
in Petitionibus hoc manifeſtè acceptum fuit . illa .n. Petitiō, quæ ait
[& reſtam Lineam terminatam in directum producere] perſpicuè
oſtendit, quòd ea, quæ producitur, vna eſſe debet, vnoque motu pro-
duci . Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonſtrationē huius
accipere, ſit ſi fieri poteſt a b, ipſius
a c, & ipſius a d cōmune Segmen-
tum. & Centro quidem b, interual-
lo autem b d, Circulus deſcribatur
a c d. Quoniā igitur reſta Linea a b c
per Centrum eſt ducta, Semicirculus
eſt ipſe a c c. & quoniā reſta Linea
a b d per Centrum eſt protracta, Se-
micirculus eſt ipſe a e d. Aequales
igitur ſibi inuicem ſunt Semicirculi
a c c, a e d, quòd fieri non poteſt.
Aduerſus autem hanc Demonſtra-
tionem dicet forſan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipſam
Circulum bifariam ſecare demonſtratum eſt, quoniam nos præacce-
pitur duarum Circunferentiarum non eſſe cōmune Segmentum .
ſic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel
ſi non congrueret, aut extrā, aut intrā cadere . Nihil autem obſtat (ait
ille) non totam toti congruere, verū ſecundum aliquam partem.
donec autem non demonſtretur Dimetientem bifariam Circulū di-
ſpeſcere, neque etiam propoſitum oſtendetur . His etiam Poſidonius
reſtè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irriſit tanquā conſcium
quòd licet ſecundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

Reſpoſio
cōtra Ze-
nonem.

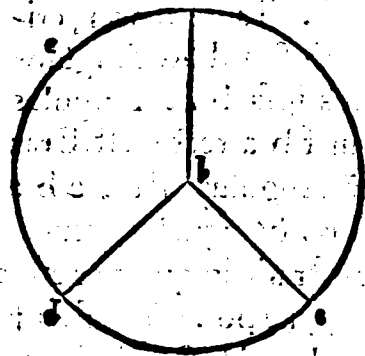
Alia Re-
ſponſio.

Secūda Pe-
titiō.

Demōſtra-
tio contra
Zenonē.

Argumen-
tum Zeno-
nis cōtra
Demōnē.

Poſidonii
Reſpoſio.



stratio tamen bene succedit, nam iuxta illam partem, in qua non cōgruunt, altera quidem intrā; altera verò extrā erit, eademque absurda sequentur, Recta à Centro ad externam Circunferentiam protrācta, æquales .n. erunt quæ à Centro sunt, tum maior, quæ ad Circunferentiam externam; tum minor, quæ ad internam. Aut igitur tota toti congruet, æqualesque sunt; aut secundum partē congruens, secundum reliquam vicissim variat; aut nulla ipsius pars, nulli alterius parti congruit, & si hoc fuerit, vel extrā cadit, vel intrā. hæc autem omnia consimiliter redarguuntur. Verum de his hæc sufficiant. Zeno autem aliam Demonstrationē adscribit huiusmodi, cui etiā ob-

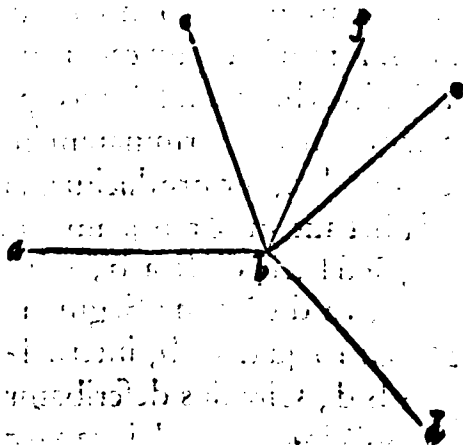
Alia De-
mōstratio
quam dā-
nat Zeno.

trectare conatur. Sit .n. duarum Rectarum $a c$, $a d$, cōmune Segmentum ipsa $a b$. & excitetur ipsi $a c$ ad Angulos rectos ipsa $b c$. Angulus igitur $e b c$ rectus est. Si itaque Angulus etiam $e b d$ rectus est, æquales erunt, quod fieri nō potest. Si autem non, erigatur ipsi $a d$ ad Angulos rectos ipsa $b f$. Angulus igitur $f b a$ rectus est. Erat autē Angulus etiam $e b a$ rectus. & æquales igitur adinuicem sunt, quod fieri non potest. Demonstratio itaque hæc est, quā Zeno obtrectauit, veluti aliquid eorum, quæ posterius ostendenda sunt assumentem. à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare. Posidonius autem nusquam quidem in Elementaribus Institutionibus huiusmodi Demonstrationem ferri inquit, verum Zenonem suos Geometras veluti flagitiosa Demonstratione vtentes calumniari; esse autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam. Siquidem est etiā quædam prorsus utrique Rectarum ad Angulos rectos, quæcunque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt, hocque præassumpsimus rectum Angulum definientes, tali enim inclinatione solum rectum Angulum constituimus. Sit autem fortasse hæc, quam creximus. Siquidem ipse etiam Epicurus, omnesque alij Philosophi multa quidem eorum, quæ fieri possunt, multa autem impossibilis quoque materiæ, ad consequentis contemplationem supponere concedunt,

Posidonii
cōtra Z.
nonem re-
sponso.

Epicurus.

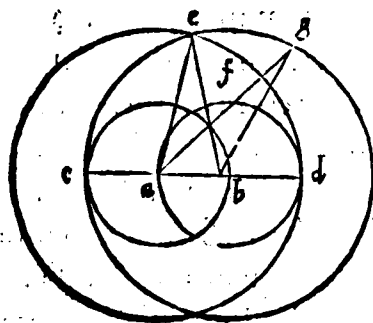
Toti-



Totidem de æquilatèro Triangulo dicta sint. Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Acquicrus. Sit igitur

Finis Di-
gressionis

Linea recta $a b$, super qua oportet Acquicrus constituere. & describantur Circuli, ut in Aequilatero. & producat ex utraq; parte Linea $a b$, ad $c d$ Signa. $c b$ igitur, ipsi $a d$ æqualis est. Centro itaque b , Interuallo autē $c b$, Circulus c describatur. Rursusque Centro quidem a , Interuallo verò $d a$, Circulus d designetur, & à Signo c , in quo Circuli se invicē intersecant ad $a b$ Signa rectæ Lineæ $e a$, $e b$



Reliquorū
Triangulo-
rum cōsti-
tutio.

protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi $a d$, $e b$ verò ipsi $b c$ æqualis est, æqualis autem est $a d$ ipsi $b c$, $e a$ quoque ipsi $e b$ æqualis erit. Verum maiores etiam sunt ipsa $a b$. Acquicrus igitur est Triangulum $a b e$, quod fecisse oportuit. At portò iussu sit Scalenum constituere Triangulum super data Recta $a b$. & describantur Circuli Centris, & Interuallis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f , & protendatur recta Linea $a f$, producatque ad g Signum, protendatur autem recta Linea $g b$. Quoniam igitur a Centrum est, $a f$ ipsi $a d$ æqualis est. Maior igitur est $a g$, ipsa $a d$, hoc est ipsa $g b$. Centrum autē est & ipsum b , æqualis ergo est $g b$, ipsi $c b$. Maior est igitur $g b$, ipsa $b a$. At $g a$ maior est, ipsa $g b$. Tres igitur $g b$, $b a$, $a g$ inæquales sunt. Scalenum ergo Triangulum est. Tria itaque Triangula sunt constituta. At hæc quidem divulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quod Aequilaterum quidem vnde quac; æquale existens, vnico modo constituitur, Acquicrus autem in duobus tantum Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vndic; inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor. & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autē quæ sunt exposita sufficiant. Vniuersaliter verò contemplabimur quod Problematū alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis sunt. Vocantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, se-

Documē-
tum.

Problema
tū vniuer-
salis Diui-
sio.
Amphino-
mus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis fit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ū verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiusmodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dissecare. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori fit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius quàm duplū esset, vtpote triplū, ad maiusque ei, quod à minori fit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tripla (multiplex .n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quod multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantē operationem proponitur. quod namque in his fit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædā Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiusmodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc .n. superuacaneū est, frustra que adiiicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest. Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiā quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinē, Scientiam quæ parientē Terminū reducatur. Veluti si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem vtroque æqualium Laterū habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulū vtriusque eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Basim

Problema
multipli-
citer dicitur.

Problema
Geometri-
cum.

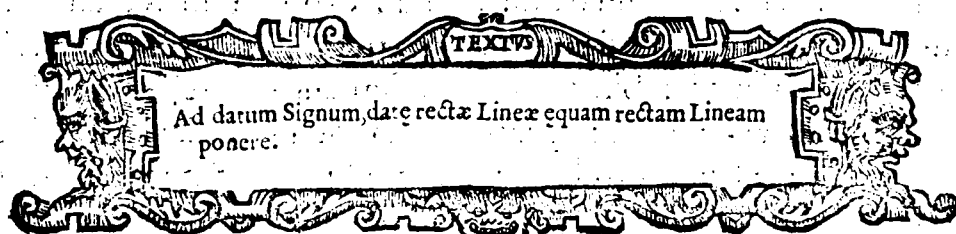
Excedens
Problema
quid.

Impossi-
bile Proble-
ma quid.
Maius Pro-
blema quid.
Deficiens
Problema
quid.

sim

sim sunt Angulorum eius; qui ad verticem est duplū habet; vel quod secundum quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam: fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quod ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt. Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiuocationem. Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat: quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cōstruitur. tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum.

Hoc, pponitur i Pro-
pōre 10.
quarti Ele-
mēt.
Quale dēt
esse pfectū
Problema
quod &
ppriè pro-
blema dici-
tur.
Primū pro-
blema pri-
mi Elem-
ceteris p-
blematis
præstat.



Propositio
secunda.
Problema
secundum,

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus. Quæcuncq; igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesque mutantia eundem Demonstrationis seruant modū, hæc Casum habere dicuntur: quæcunque verò iuxta vnā tantum Positionem, vnāque Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt, simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet. Secundum itaq; Problema multos habet Casus. Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantum modo dari potest: recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione. quæritur siquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, ubi-
cunque hoc positum fuerit. Manifestum est autem, quod omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in subli-
miori: omnibus .n. Planorum Problematis, atque Theorematis, vnum subiecti Planum existimandum est. Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infinita data est: præsens namque Datum ad finitam, ad infinitamque pertinet. siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum no-
bis

Cōm. 6.

Casus in
Constru-
ctione est.

Documē-
tum

Dub.

In præce-
denti Prob.

In 12. Pro-
positione.
Solutio.

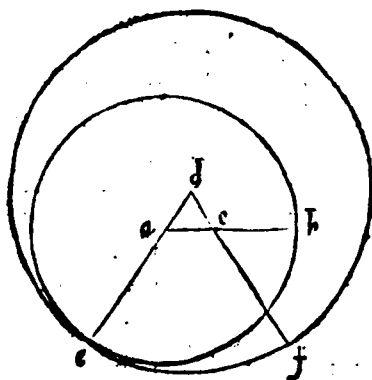
Varii huius
Prob. Ca-
sus.

bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cum eam, quæ datæ est æqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nō fecit quòd data, finita est? prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & vtranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminavit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita vt ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita vt si ipsa producat, in extra posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extra positum, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sit enim data recta Linea

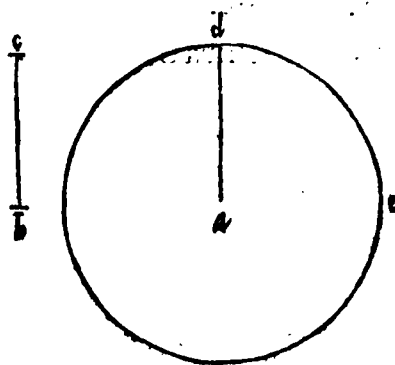
a b, Signumquæ datum c, quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea c a, quod sit d c a. & producantur d c, d a. & Centro quidem a, Intervallo autem a b, Circulus b e describatur. Rursusque Centro quidem d, Intervallo verò d c, Circulus e f designetur. Quoniam itaque a, Centrum est, b a, ipsi a c æqualis est. & propterea æqualis est d c, ipsi

d f. quarum d c, ipsi d a æqualis est. Triangulum enim d a c, æquilaterum positum fuit. reliqua igitur a c, ipsi c f æqualis est. Erat autem a c, ipsi a b æqualis, vt ostensum est, & c f igitur ipsi a b æqualis est. Ad datum ergo Signum c, æqualis c f, ipsi a b posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Latorum protensiones, Circulorumque descriptiones, adhuc multò plu-

res.

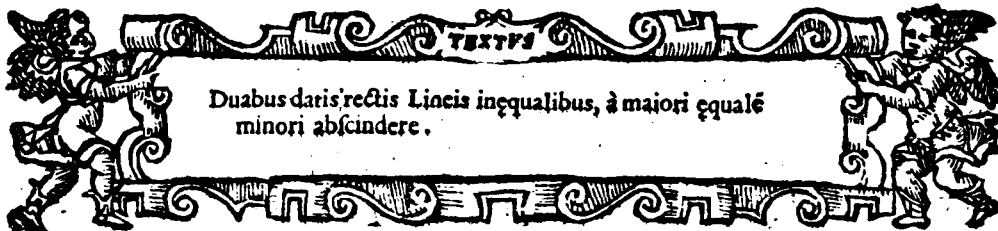


Centro, quanta est ipsa bc . & factum est id, quod iussu erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cum .n. dicat Centro a , interuallo autem bc , describi circulum ed , æqualem iam accipit quodammodo ipsi bc , ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema interualli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat: hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò interuallum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non + approbabitur.



¶ concilia
bimus.

Propo 3.
Problema
tertium.



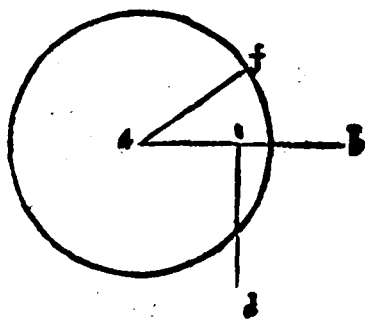
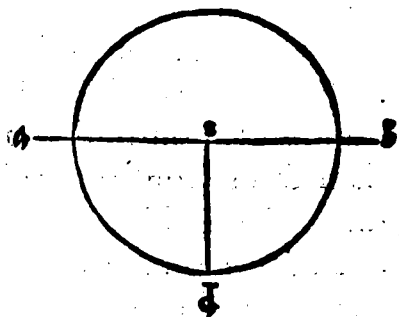
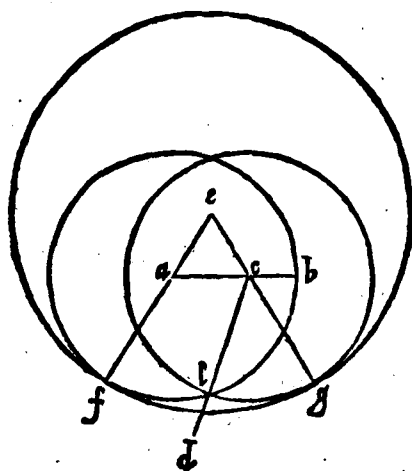
Duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori equalē
minori abscindere.

Cóm. 7.

Varū hui⁹
Problema
tis Casus.

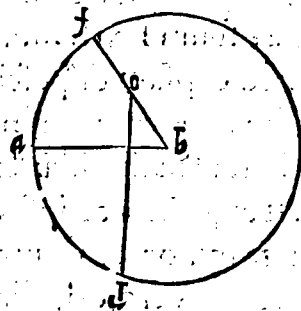
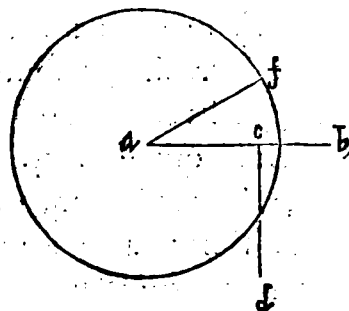
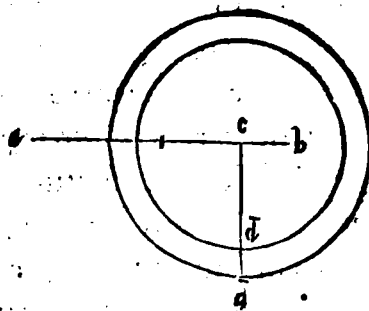
TERTIUM Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram fecat, hocque dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio. communi .n. Extremo Centro vsus, interuallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes. quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram fecat, vel maior fecat minorem: vel e conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem. Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales $a b$, & $c d$, maior autē $c d$, secetquē ipsam $a b$ sui ipsius Extremo c , & Centro quidem a , Intervallo verò $a b$, Circulus describatur $b f$, & constituatur Triangulum æquilaterum super $a c$, quod sit $a e c$, & producantur $e a$, $e c$. & rursus Centro quidem e , Intervallo autem $e f$, designetur Circulus $g f$, rursusque Centro quidem c , Intervallo verò $c g$, Circulus $g l$. Quoniam igitur $e f$ equalis est ipsi $e g$ (Centrum enim est e) quarū $e a$, ipsi $e c$ æqualis est, reliqua $a f$, reliquæ $c g$ æqualis erit. Verūm $a f$ etiam, ipsi $a b$ est æqualis. a enim Centrum est. & $c g$ igitur, ipsi $a b$ æqualis erit, & hæc equalis est ipsi $c l$. centrum enim est Signum c . & $a b$ igitur ipsi $c l$ æqualis est. Aequalis igitur ipsi $a b$ ablata est ipsa $c l$. Verūm sit $c d$ minor ipsa $a b$, secetquē ipsam $a b$, iuxta c suum Extremum. Aut itaque in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primū in medio, $c d$ igitur aut dimidiū est ipsius $a b$, & est æqualis $a c$, ipsi $c d$: aut medietate minor, & Centro quidem c , Intervallo verò $c d$, Circulum designans ab ipsa $a b$ ipsi $c d$ æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, a si ipsi $c d$ æqualem ponens, describensque Circulum Centro a , Intervallo autem $a f$, ab ipsa $a b$, ipsi $a f$, hoc est ipsi $c d$ æqualem abscindes. Si autem $c d$ ipsam $a b$ non per mediū dispescit, erit $c d$ aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque $c d$ medietas est, vel minor medietate ipsius $a b$, Centro vtens Signo c , Intervallo autem $c d$, abscindes ab ipsa $a b$, ipsi $c d$ æqualem, iussumque factum est. Si verò



R a ipsa

ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem intersecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Intervallo verò b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producatuſq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Linæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta ſuripſius Extremum ipsam b f ſecat, poſſibile eſt ab ipsa c d, ipſi b f æqualem facere. vtrunque enim oſtenſum eſt. Fieri igitur poteſt, vt ipſi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abſcindatur. nam a b, & b f ſibi inuicem æquales ſunt. Nos itaque cū ex diuiſione Caſus accepſſemus, ipſorum varietatem oſtendere conati ſumus. Admirabilis autem eſt Elementorum inſtitutoris Demonſtratio, omnibus illa iam dictis Conſtructionibus congruens. & poſſibile eſt in omni poſitione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremo Centro vtentem, & poſita Intervallo Circulum deſcribere, qui a maiori, minori æqualem abſcindet, ſive ſe inuicem interſecent, ſive altera alteram, ſive quodam alio poſitionis modo ſe ſe habeant.



Propo 4.
Theorema
ma primū

Si duo Triangula duo Lateralibus duobus Lateralibus alteri alteri æqualia habuerint, habuerint vero & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateralibus comprehensum: & Basi æqualē habebunt, & Triangulū Triangulo æquū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt æquales, sub quibus æqualia Lateralia ſubtendunt.

Cóm. 8. Hoc primum Theorema in Elementorum institutione aſſumpſimus, quæ autem hoc præceſſerunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās; Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam alij rectam Lineam comparare proponentia. horumque illud quidem à non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiēbat. Quum itaq; æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo namq; qui prius Triangula non constituit, ortumque ipsorum non comparauit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus? Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractauit, nec machinatus est, æqualium inquam Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt, non ne igitur facile penitus est + ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint. non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet vtrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est, addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semi-circularis similiter, transitusque à Maiori ad Minus non omnino per Aequale fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & æqualium Rectarum ortus tradidit, hosque duplices. nam alteram quidem, omnino nō existentem producit: alteram verò, ab Inequali per ablationem acquirit. hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent; Basim quoque Basim, & Aream Areæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent: tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur: duo verò, quæ dantur. Data est itaq; duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continetur ad Angulum æqualitas: queruntur autem tria, Basim ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat vt duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primū in quātitate est Symptoma.

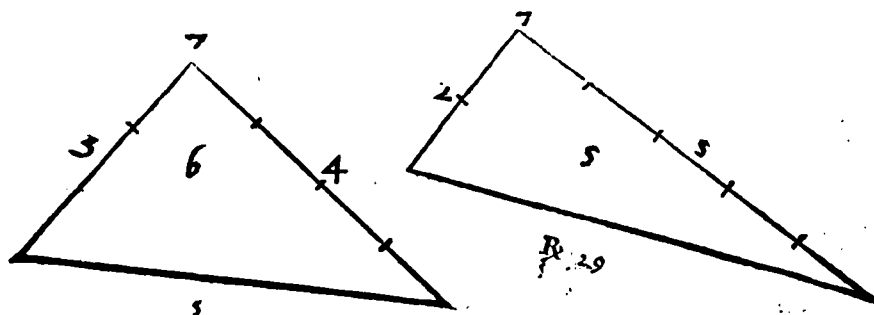
+ Ipsi occurrere? neq; n. omnino scimus an Triangulum constitui sit.

Vide 16. Propōne tertii Elementorū.

Datum huius Theorematis. Quæsitum huius Theorematis.

rent æqualia, Theoremaque verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in *Datis* addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in côm. propônis 37. & in côm. propônis 47.



Pulchrû.

Documētum.

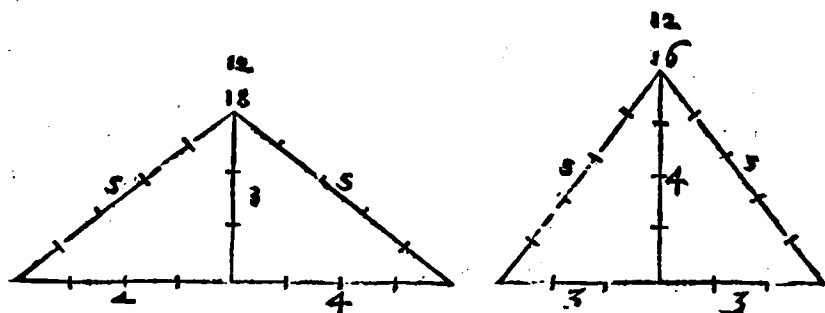
Basis Trianguli quid. Duplex ē Trianguli Basis.

Quo Triangulū Triangulo æquale sit. Area Trianguli quid. Ambitus Trianguli quid.

geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque, & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cum maiorem agrum sumpserint, iusti existimati fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtraque simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere. & vbiunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniā ab re hoc addit. si quidē de datorum quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquēdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod ē regione ante oculos iacet: duobus autem iam præacceptis necessariò reliquum Basim esse supponendū est. Quapropter hinc quoque Elementorum institutor cum duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellauit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cum ipsorum Area æqualis fuerit. nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Areas etiam inæquales esse. Arcam autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Lineam

neam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam . Diuersum igitur est vtrunque , & oportet equidem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areae debet esse æqualis . Accidit autem in quibusdam Triangulis Arcis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse . Duo-



bus enim Aequicruribus Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex . horum sanè qui Geometriæ quidē ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit . Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hancque cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans . Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatia inæqualia esse . & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrum sumpserunt . Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alij rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint . nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit : æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt . Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendentium Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit : cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit : cum verò intra, minor . nam ibi quidem alterum continet, hic verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra
cōsidera-
tio. Vide
et in lib. 4.
in cōm. p.
pōnis 37.
& 38.

Quo re-
cta Linea
alii rectæ
Lineæ æ-
qualis di-
catur.

Quo re-
ctilineus
Angulus re-
ctilineo
Angulo di-
catur æqua-
lis.

stroidibus,

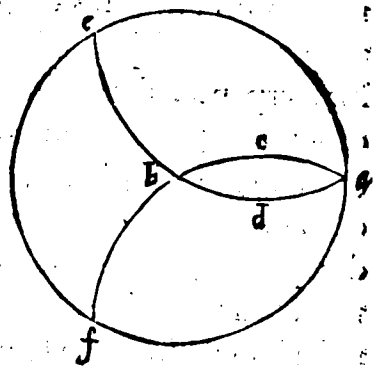
Quo Late
ra dicatur
Angulos
subtendere.

Documē-
ti finis.
† præassu-
matur. Ad
ipsius aut
Demonē-
illud

Demon-
strat quod
duæ rectæ
Lineæ spa-
tium non cō-
prehēdūt.

Documē-
tum.

stroidibus, atque in vtrunque conuexis. quoniam fieri potest vt & æquales sint, & Latera sibi inuicem non congruant. Rectus .n. cui-
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest, vt rectis Lineis
Circunferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum
est, quod Angulos subtendere Latera dicuntur, quæ e regione iacent.
omnis enim Triangularis Angulus a duobus quidem Trianguli La-
teribus continetur, a reliquo verò subtenditur. Propterea Geometra
quoque cum dixisset Angulos æquales esse, adiecit [sub quibus æqua-
lia Latera subtendunt] ne diuersum non esse intelligamus qualem-
cunque Angulum suscepisse, huncque cuicunque reliquorum Trian-
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos
æqualia Latera subtendunt. æqualium etenim Laterum alterum qui-
dem, alterum æqualium Angulorum subtendit: reliquum verò, reli-
quum. Ad præsentis itaque Theorematis declarationem totidē † cō-
siderentur. Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit. Si enim, inquit, Ba-
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt: si
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit
igitur quod hoc fieri nō possit? Sint
duæ, Rectæ Spatium comprehēden-
tes a c b, a d b, & producantur in in-
finitum. & Centro quidem b, inter-
uallo autem a b, Circulus a e f desi-
gnetur, Quoniā itaque Linea a c b f,
Dimetiens est, medietas Circunfe-
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-
tas Circunferentiæ Circuli est ipsa a e.
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f
Circunferentiæ, quod minimē fieri potest. Duæ igitur rectæ Lineæ
nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoque in-
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad om-
ne Signum, rectam Lineam ducere] eò quod vna recta Linea sem-
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ. nam plures qui-
dem Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-
tibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-
tis duabus quidem Circunferentijs, vna verò recta Linea coniungun-
tur. Fieri autem potest vt & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-
cūferentiæ



cunferentiæ data Signa coniungentes describantur. causa verò est, quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudinis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ceterorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem maximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quod autem tota præsentis Theorematis Demonstratio à cõmunibus dependet notionibus, ac veluti sponte naturæ proueniens est, ab ipsa quæ Suppositionum euidencia egressa, cuilibet manifestum est. nam cum quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia sint, sibi inuicem congruunt. Cum verò Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur æquales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt. Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis, inferre etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem hæ, Basis quoque congruet Basi. Si verò Tria Tribus, totum etiam Triangulum toti Triangulo, omniaque omnibus æqualia erunt. Aequalitas igitur in ijs, quæ eiusdem sunt speciei considerata, totius Demonstrationis causa esse apparuit. duo enim hîc sunt Pronuntiata totam propositi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum quidem dicens quòd ea, quæ congruunt sibi inuicem, æqualia sunt. & hoc simpliciter verum est, nullaque indiget limitatione, quo Elementorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisque Angulis vritur. hæc enim inquit æqualia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt. Alterum verò, quòd ea, quæ equalia data sunt, sibi inuicem congruunt. Hoc autem non in omnibus verum est, sed in ijs, quæ specie similia sunt. Specie autem similia hæc dico, vt recta Linea rectæ Lineæ, & Circunferentia Circunferentiæ Circuli eiusdem, & Anguli, qui à similibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem dico quòd quæ æqualia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit. Hæc hisce æqualia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus, & Anguli ab ipsis comprehensi, hæcque sibimetipsis conueniunt. Si autem hæc sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusque omnia conueniunt. Si verò hæc conueniunt, æqualia quoque sunt. Si igitur hæc hisce æqualia data sunt, simul etiam ostenditur quòd omnia omnibus sunt æqualia. & is primus apparet modus cognitionis æqualium vnde quaque Triangulorum. Verū enim vero de tota Demonstratione hæc satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idē in lib.
secundo.
Cõm. 10.

Finis Do-
cumēti.

Præsentis
Theore-
matis De-
mōstratio

Octauum
Pronūcia-
tum.

Conuer-
sum octa-
ui Pronū-
ciati.
Nota 9
speciē hic
specialissi-
mā intelli-
git.

† Simplic.

Digressio.

S Astro

Distinctio
Problemata
& Theorematum
secundum
Carpum.
Prima dif-
ferentia.
Secunda dif-
ferentia.

Tertia dif-
ferentia.

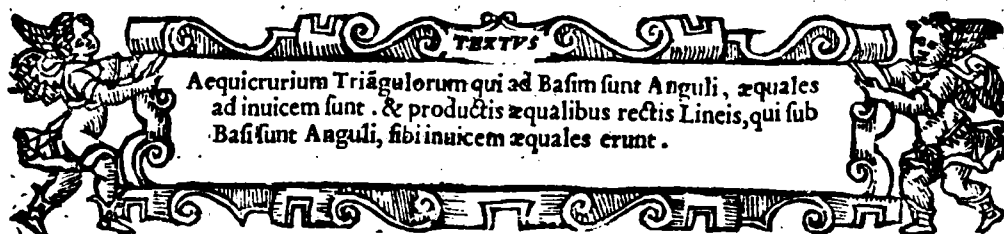
Propria
opinio.

Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematibus sermonem suscitauit siquidem opportunè accidit (inquit) in præsentia silentio non prætereatur, ac denique horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematibus præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quærentur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquæ artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt equilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficile, & maxima quadam accurata vi, gignentiquæ scientiam iudicio indigentem. vt neque veritatem excedere, neque à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoque est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problemata inuestigantur. in Theorematibus verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsque nostrum (inquit ipse) nemo communem horum inuentionis methodum tradere possit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius utique esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoque institutione Problemata Theorematibus præcedunt, ab hisque Elementorum institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quartum est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si èt nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim cõmunibus in hoc utitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæquæ ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iurè Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariū illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematibus præcedunt, & potissimum apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theorematia Problematibus præcellūt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cõiungit, problematice agere: quatenus verò primæ sciẽtiæ coheret, Theorematice à Problematibus ad Theorematia, à Secundis ad Prima, & ab istis, quæ ad Artes magis spectant:

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemîno obrectare tanquam Theorema Problemate prius esse dicenii. etenim Carpus ipse Problematibus ipsum Præcedere iuxta ordinem assignauit: Gemînus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipsum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cūm quidē in Theorematibus Simplicissimum sit, atq; principalissimum (ab ipsis enim solis, vt ita dicā, primis notionibus suapte natura ostenditur) quoddam verò demōstret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duosq;ue Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò post Problemata primum collocatum est, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta sunt, omniinoq;ue Data ipsa construuntur.

Defendit
Geminū.



Æquicurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales ad inuicem sunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basim sunt Anguli, sibi inuicem æquales erunt.

Propō 5.
Theorema secundum.

Theorematum alia quidem Simplicia sunt, alia verò Composita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppositiones, & iuxta Conclusiones indiuisibilia sunt, vnum habētia Datum, & vnū Quæsitum. exempli gratia, si hoc modo Elementorum institutor dixisset, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet. Composita verò, quæ ex pluribus constant, aut Suppositiones compositas habentia, aut Cōclusiones Suppositione Simplici existente, aut etiam vtrasque. Et horū alia quidem sunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quæcunq; Composita existentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè possunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & consequens, verūm fieri non potest vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq;ue fiant. non enim si Triangula Latera sola æqualia habuerint, vel solum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Bases.] possibile

Cóm. 9.
Theorematum diuisionis.

Prima p-
positio se-
xti.

Theore-
ma.

† Vnam-
quāq; qui-
dem Com-
plexi par-
te nō vni-
uersaliter.

† Sed eorū
cātum, quē

† quæ.

enim est diuidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Al-
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisquē
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquē omnibus
inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quę concluduntur,
Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui An-
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-
tendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &
Parallelogrāmorū Theoremate sub eadem Altitudine existentium.
Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūquē
Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā
diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt:
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus
quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaquē diuidit,
† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,
quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem di-
camus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bi-
fariam secant. Segmentorumquē omnium Angulos æquales fa-
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt.
Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolu-
tionumquē gratia machinati sunt. multa .n. cū incompressa qui-
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Cōmoditates
ad Resolutionē, quę tendit ad principia præbent. His itaque prius
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum
cū vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsitā ap-
posuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æ-
quales sunt. rursusquē deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,
qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-
tum, & iuxta Quæsitum. & vtrunque eorum, quę componuntur
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtro-
que. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Trian-
gulum: si autem qui sub Basi, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,
&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elementorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquā enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematū Constructione, aut Demonstratione vteretur. Cum igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interficere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quod quamuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarū tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum autē est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium ijs, quæ dicenda sunt præparare, responsionūque subsidia præmoliri. vt non solum eorū, quæ vera sunt Demonstrationes ex ijs, quæ prius sunt demonstrata, verū etiā Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem † ex hoc quoque in Geometria ordine, ad Rhetoricam emolumentū. nam qui in illis etiā sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanē præter propositū est) alijs primò ipsorū solutiones præparare, is vtique certissimam mirū in modum disputationum viā prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, ijs, quæ nunc ostenduntur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendacij, quod in illis est redargutionem præparat. Quod autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, precedentibus perspicuū erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextū non conuertit, quoniam neque etiā præcipuam hoc affert vtilitatē, verū per accidens ad totā scientiā nobis confert. Siquis autē a nobis petat, nos non producentes etiā æquales rectas Lineas, Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodāmodo Constructionē transponentes, & eas quæ extra sunt constructiones intra ipsam Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit. n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodcunque Signum, sitque illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit a e, & protrahatur rectæ Lineæ b c, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

Vide inferius in præfati com.

Dubitatio

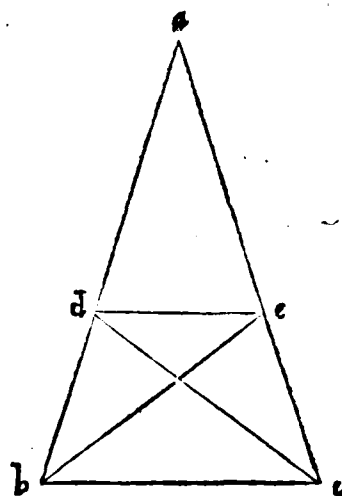
Solutio.

Notandum
† ex hoc quoque eiu^s qui i Geometria est est ordinis ad Rhetoricā emolumentum.

Ecce causa, quā superius permittit. Quidā huius Theorematis casus.

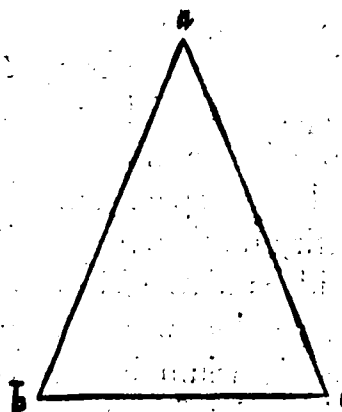
a c

a e æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāob rem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c: & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, a quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d c, e c b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri æqualia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtendunt æquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidē d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit. Acquicrurum igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā rectis Lineis non productis. Adhuc autē breuius hoc Pappus ipse demonstrat, † quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit



† nulla additione indigens, Demonstratio Pappi.

Acquicrus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b æquales sunt, duæ vtique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē .n. est) & omnia igitur, omnibus æqualia sunt. Basis quidē b c, Basi c b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his .n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Acquicrurum igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quod Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,



&

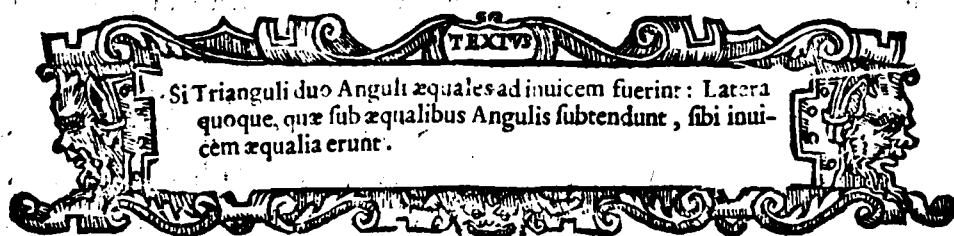
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstramus. Thaleti itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quod vtique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt; moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (e quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnam similibus partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circumferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc. n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quod tres solæ Lineæ & non plures similibus partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptoma hoc competit, quæadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad similibus partium Lineam incidentium. illis enim primū inest, æquales Angulos subtendere.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor.

Laudat Geminus.

Theorema Geminus.

In 20. Propositione.



Propo 6. Theorema 3.

Præsens Theorema duo hæc Theoremata in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipuè, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio verò

Com. 10. Conuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio inferitur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hîc est: Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse: Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamquē Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamquē ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem infirmus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt: alterum autē, in æqualibus Basibus equalia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit: illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus: illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata: altera autem, varia, in multumquē Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quedam indeterminatę fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quòd multę falsę Conuersiones fiunt, & nō sunt proprię Cōuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quòd omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoq; consequitur. Et hæc quidē Meneghmi, Amphinomique familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum aut, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cū .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cū autē è contrario Suppositionem quidem Symptoma

† accipientes Conclusionem vnamquē ex Suppositionibus, conclusio, nē faciūt, vnā Suppositionū, velēt plures. & hoc modo.

Duplex Cōuersio Geometrica, ppria, atq; imppria. † Et non vnū vni, Sed vnum multis cōuertēs, iuxta Suppositionū Notadū.

Quid pcedēs, & qd Conuersum Theorema.

ma fecerint: Conclusionem verò genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ipsæ, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ipsæ, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebat corroboret. Omnino enim sciendum est, quod omnes Mathematicæ probationes, vel à principiis sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principiis quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidentiā fidem per se facienti emanarunt: aut ab ipsæ, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principiis illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quam Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratiocinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratiocinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtendentia

Genus hic
pro subie-
cto.

Epilogus.

Deductio
ad impos-
sibile quid
apud Geo-
metras.

Documen-
tum.

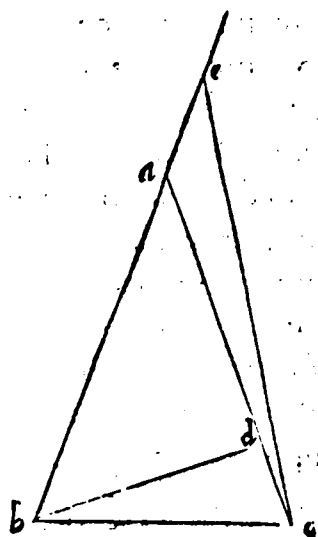
Porphyrius

T æqualia

Epilogus.

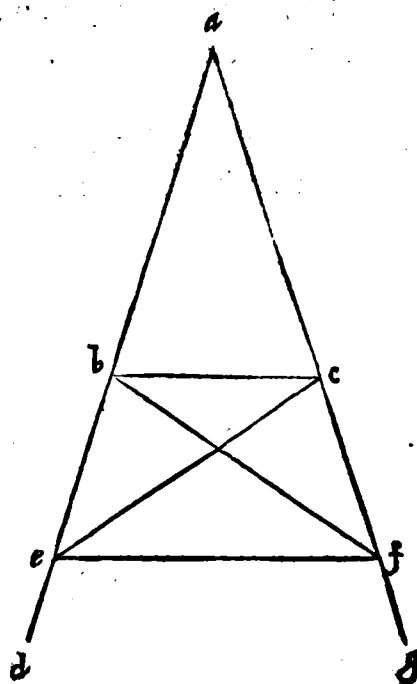
Inprinci-
pio huius
cōmenti.Quidā hu-
ius Theo-
matis ca-
sus.Demō re-
liqui con-
uersionis
membri.

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est : verum hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium La-
tera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem
de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur
sufficiant. Vritur aut (quod iā diximus) Elementorū institutor Con-
uersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti
Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquā
Quæsitum adiecit : Deductione autem ad impossibile, in Constru-
ctione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes,
quod nō oportet ipsi a b ab ipsa a c æqua-
lem auferentem, ad Signū c, facere abla-
tionē, sed ad Signum a, hanc quoque po-
nentes Suppositionem in idem impossi-
bile incidemus. Sit .n. a b æqualis ipsi a d,
& producat b a, ponaturque æqualis
a c, ipsi d c. Tota igitur b e, toti a c æqua-
lis est. Connectatur ipsa e c. Quoniā itaque
a c æqualis est ipsi b e, cōmunis autē b c,
duæ duabus æquales sunt, & Angulus,
qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis
est. Sic .n. positum fuit, & omnia igitur
omnibus (per quartum Theorema) æ-
qualia sunt. Quamobrem Triangulum
quoque e b c, Triangulo a b c æquale est,
Totum parti, quod minimè fieri potest.



Verum quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum
etiam Conuersionis ostendamus, nam Elementorum quidem insti-
tutor ad quinti Theorematis partē, totum sextum conuertit. Ope-
ræpretium est autem reliquam quoque Conuersionem adijcere. hæc
autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuius-
dam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse : ostendit
verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, &
producantur a b, a c ad Signa d g, sintque Anguli, qui sub Basi sunt,
æquales, Dico quod Triangulum a b c, Aequicrus est. Sumatur .n.
in Linea ad Signum c, ipsique b e æqualis c f. & connectantur Lineæ
e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipsi c f æqualis est, cōmunis autē b c,
duæ duabus æquales sunt, & Angulus e b c, Angulo f c b æqualis est.
sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theo-
rema) æqualia sunt. & Basis igitur e c, Basi f b æqualis est, Angu-
lusque

iusque $b e c$, Angulo $c f b$: & Angulus $c b f$, Angulo $b c e$. sub ipsis enim æqualia Latera subtendunt. erat autem totus $e b c$ Angulus toti $f c b$ Angulo æqualis, ex quibus Angulus $f b c$, Angulo $e c b$ æqualis est. & reliquus igitur $e b f$, reliquo $f c e$ æqualis est. est autem $b e$, ipsi $c f$: & $b f$, ipsi $c e$ æqualis, æqualesque continent Angulos. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam $b e f$, Angulo $c f e$ æqualis est. Quamobrem Latus quoque $a e$, Lateri $a f$ æquum est (per sextum, ostensum .n. est) ex quibus $b e$, ipsi



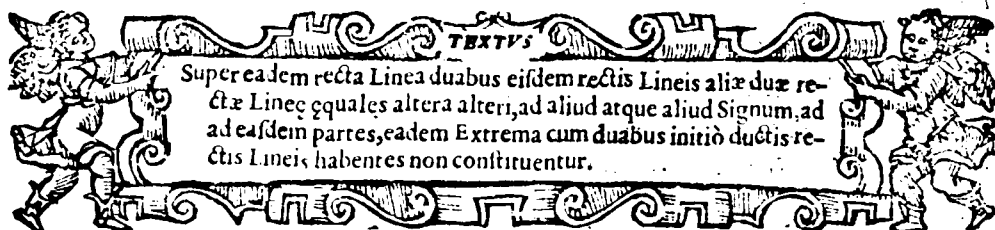
$c f$ æqualis est. sic enim ablatae fuere. reliqua igitur $a b$, reliquæ $a c$ æqualis est. Aequicrus ergo est Triangulum $a b c$. Tum igitur si duos, qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est: tum si Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habuerit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicrus erit. Qua de causa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non convertit. An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum solutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqualibus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi confert, cum sequentibus etiam Theorematibus hoc confirmetur, ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus existentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi: si .n. omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duobus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis, & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quod Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequicrus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

Dubitatio

Solutio.

Propo 13.

matum Demonstrationem . nam paulò pòst apparēbit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent: quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propo 7.
Theorema 4.

Cóm. 11.

Aristote.
in 1. po. st
tex. 31.† nam sine
affirmōne
nequePrima huius
Theorematis
cōditio.

Secunda.

Tertia.

PRæfens Theorema rarum quid passum est, quod haud frequenter ijs, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per negationem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium ipsis est. ut plurimum .n. tum Geometricorum, tum Arithmeticorū Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientiis maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negationeque nihil indigens: vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si debet ostendi † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est, neq; Ratiocinatio quædam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ, plurima quidem affirmantia ostendunt, rarò verò negantibus vtuntur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce Theorematis Propositio, omnibusque additionibus vineta, quibus adeò certa, atque indubitata facta est, ut ab ijs, qui calumniari conantur, coargui, cōvincique minimè possit. nam primò quidem particula illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus alteram alteri æquales ostendamus, Propositioneque vtentes circūueniamus. Secundò vna recta Linea existēte, nō inquit super ipsam duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest) sed alteram alteri. quid .n. mirū est vtrasque vtriusque æquales sumpsisse eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit: alteram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossibile. Terriò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æquales fecisset, hæc illis in eodē Signo, quod subiectas rectas Lineas iuxta verticem coniungit, coaptasset, hasque constituisset? omnino .n. æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum congruēt.

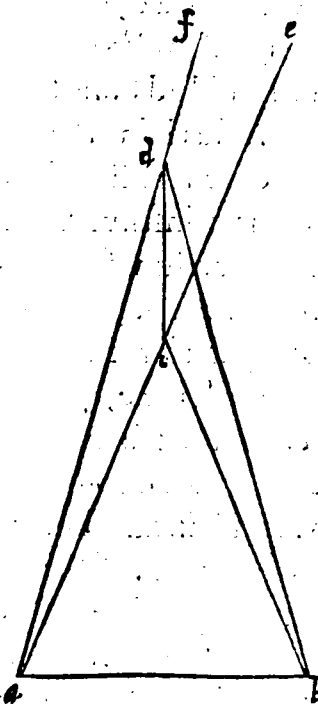
gruent. Quarto adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si Quarta.
vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras vero ad alteram posuissimus, ita vt recta illa Linea cōmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem partes,].

Quinto subdidit [eadē Extrema cum duabus initio ductis rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem Quinta.
recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ipsæ, quæ constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initio ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteri quæ Dimetienti. Verum æquales eadem non habebunt Extrema. neque .n. Parallelae, neque Dimetientes eadem ad inuicē Extrema habebunt. ipsæ autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur.

Fortasse autem quidam præter hos quoque omnes scientiam gignentes Terminos instare ausi essent dicentes, quod his etiā suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit.

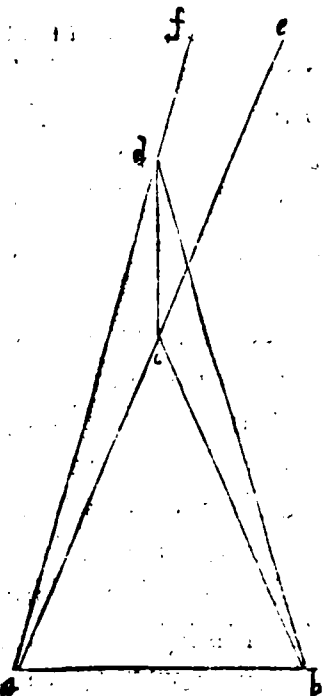
Sit .n. ab recta Linea, & super hac duabus ac , cb , duæ æquales ad , db , sint quæ hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d sint, eadem quæ Extrema cum ipsis, quæ initio ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b . & sit ac quidem æqualis ipsi ad : bc verò, ipsi bd . Aduersus itaque hoc modo instantes occurremus, connectendo quidem Lineam dc , producendo verò Lineas ac , & ad ad Signa e f . his .n. constructis manifestum, quod Triangulū quidem acd Acutius est, equali existente (vt asserit eorum oratio) ad , ipsi ac : Anguli verò, qui sub Basis, æquales, Angulus scilicet ecd , Angulo fdc .

Angulus igitur fdc , maior est Angulo bdc . multò maior igitur est Angu-



Responso.

Angulus bcd , Angulo bdc .



Sed quoniam rursus Linea db æqualis est Lineæ bc , Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus bcd , Angulo bdc . Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minimè fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicè æquales esse, quanvis ad sequentium Theorematum Demonstrationes utile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximè affert utilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd a, c, d æqualibus existentibus, Anguli quoque ecd, fdc æquales erunt. Consimiliter autè in alijs quoque Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cōferre apparebit.

Alla Instantia.

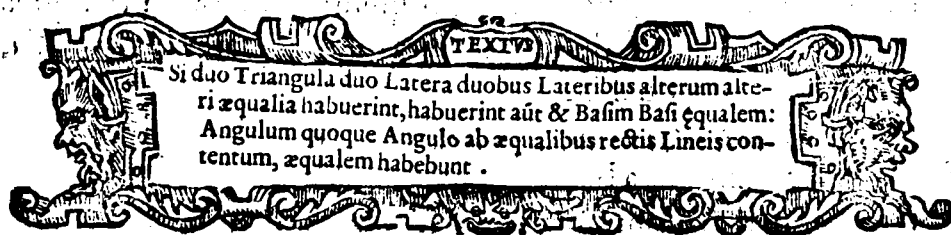
Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea ab , rectæ Lineæ bd , bc æquales rectis Lineis ac, ad , quarum bc quidem æqualis sit ipsi ac : bd verò, ipsi ad , ad aliud atque aliud Signum, a scilicet, atque b , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis a, c, d habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea ab constituere, hisque æquales super eadem recta Linea ab constitui? hoc modo enim Elementorum quoque institutor in Propositione dicit. Ipse autem a, c , & a, d rectæ Lineæ non sunt super recta Linea ab , sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super ab recta Linea consistunt, ut a, c, cb , & a, d, db : aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæque ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea ab constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa ab recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficiant. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeque esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptio præassumpta octavi

Responsio.

† quæque ipsis æquales sunt.

Theo-

rematis esse. ad illius namque Demonstrationem confert, & neque Elementum simpliciter est; neque Elementare. non .n. ad plura suam extendit utilitatem. Rarissimum igitur apud Geometram ipsius usum reperiemus.



Propo 8.
Theore--
ma. 5.

Octauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum. non .n. totam illius Suppositionem, Conclusionem: totamque Conclusionem, Suppositionem facit. Verum aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæditorum, quæ in illo sunt contexens, vnū quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere. nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est: hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæditorum erat, in hoc autem Datum est: hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc. Sola igitur Datorum, Quæditorumque immutatio Conuersionem efficit. Siquis autem causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positum est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat. nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo fit cognitum. Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat. Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit. Quoniā verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo: & quoniam cum per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cōmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodū octauū) ab alio Theoremate. euidentiōra .n. ad redargutionē sunt ea, quæ cōmunibus notionibus oppugnantia sunt, ijs quæ Theorematibus contradicunt. hæc siquidē per

Cōm. 12.

Questio

Responso.

Philonis
Demon-
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demonstratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam demonstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit. Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octauū se demonstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis existentibus abc , & def , duoque Latera duobus Lateribus equalia, & Basim bc , Basi ef equalē habentibus, Basis Basi congruens, Triangulumque abc , & Triangulum def positum in eodem quidem Plano, ne Basis declinatio duorum sit: ad alteram verò utcunque ipsius ef rectæ Lineæ partem, ita ut oppositi ipsorum vertices sint, viceque ipsius abc , sit hoc modo positum ipsum efg . & sit ipsi quidem de , æqualis eg ; ipsi autem df , ipsa fg . Ipsa itaque fg aut in directū posita erit Lineæ df , aut non in directum. & si nō

Casus De
monstra-
tionis Phi-
lonis.

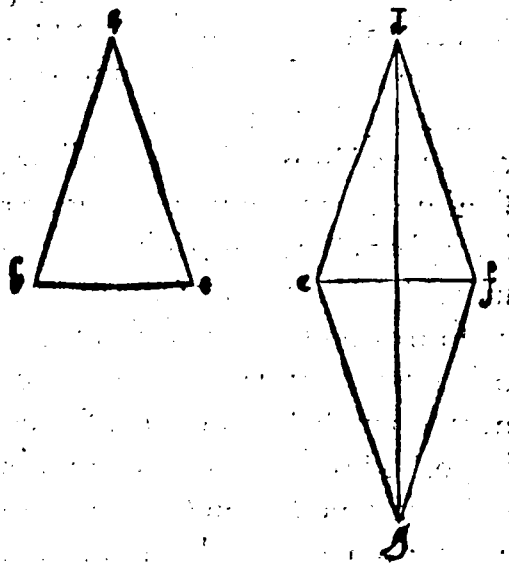
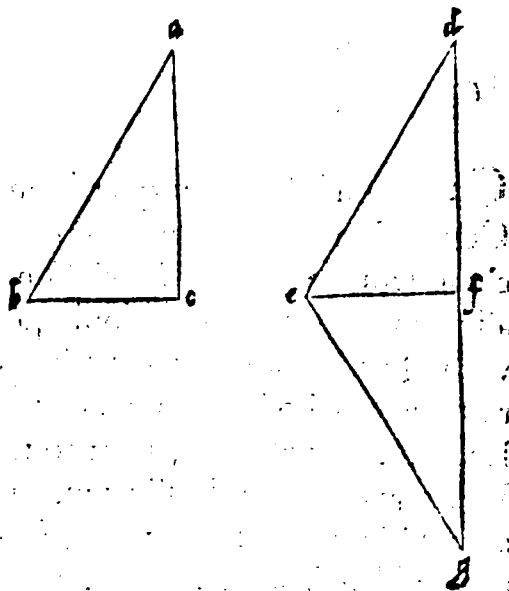
Primus.

Secundus.

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut iuxta externam. Sit primum in directū posita. Quoniam igitur equalis est de ipsi eg , vnaque est Linea ipsa dfe , Triangulū dfe

Æquicrus est, & Angulus, qui ad Signum d , Angulo, qui ad Signum g æqualis est. Si verò non indirectum iaceret, intus faciat Angulum, cōnectaturque dg . Quoniam igitur ed , eg æquales sunt, Basisque dg , Angulus etiam edg Angulo egd æqualis est. Rursus quoniam æqualis est df , ipsi fg , Basisque dg , Angulus quoque fdg , Angulo fgd æqualis est. Erat autē & Angulus edg æqualis Angulo egd . Totus igitur edf , toti fgd

equalis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertiò autem iuxta exte^r Tertius.
nam partem faciat Angulum ad ipsam df , ipsa fg , & connectatur
extra recta Linea dg .

Quoniam igitur de ,
 eg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Anguli
 edg , dge æquales sūt.

Rursus quoniam df ,
 fg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Angulus

fdg , Angulo fgd æ-
qualis est. Erāt autem
toti etiam edg , dge

Anguli ad inuicem æ-
quales. & reliqui igitur
 edf , fgc Anguli

inter se æquales erunt. & sic Propositum iuxta quamlibet fg rectæ
Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-

mus, septimòque nusquam vti fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) fru-
stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si. n. propter

octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam
illo ostensum est; quoniam pacto penitus inutile septimum non ap-
paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ. n. etiam, qui nos præcef-

fere dixerunt) quòd septimum Theorema demonstratum, is, qui
Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque

defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc. n. aiunt
vntes ostendisse quòd tres consequenter Defectus æquali spatio ab

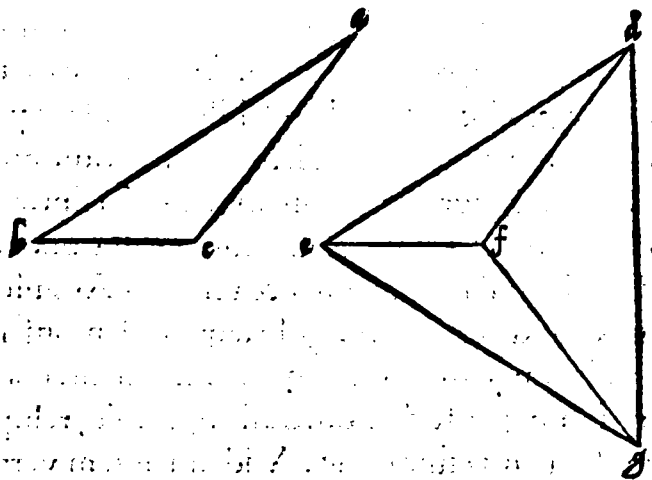
inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita vt secundus tan-
to temporis spatio distet à primò, quanto tertius à secundo. Exem-

pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, viginti que diebus
elapsis factus fuit; Tertium vtique post secundum tanto tēporis spa-

tio minimè factum esse, verum aut maiori, aut minori. hoc autem sic
se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum
Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-

ferens obiter ostendisse, verum multa quoque alia Theoremata, atq;
Problemata. vltimum. n. in quarto, per quod quindecim Angulo-
rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū pro-

ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui
enim descripserunt in Circulo per Polos, transiente Quindecangulū,
V Polo-



Dubitatio

Solutio

Tres defe-
ctus cōse-
quēter æ-
quali spa-
tio distan-
tes esse nō
possunt.

Vltima p-
positio li-
bri quarti
quò ad A-
stronomiā
conferat.

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quinde-
 tangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Viderur igitur Ele-
 mentorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa præ-
 ostendere, ad illam quoque scientiam nos præparans. Cum autem
 simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theorema-
 te ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi
 locum præbuit. siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Ca-
 suum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.
 Ad hanc igitur Quæstionem hæc dicta sint. Siquis autem dubitet qua
 ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,
 & Triangula (inquam) & reliquos Angulos, æquales esse: Dicer-
 mus quòd verticali Angulo æquale demonstrato, omnia quoque om-
 nibus æqualia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igitur
 solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tãquam
 consequentia sumpsisse. Viderur autem verticalium Angulorum æ-
 qualitatem, Laterum illos Angulos cõprehendentium, Basiumque
 æqualitas efficere. neque enim Basibus inæqualibus existentibus
 isdem Anguli manent comprehendentibus Lateribus æqualibus
 suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur,
 & dum crescit illa, Angulus quoque vna crescit. neque isdem Basi-
 bus existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angu-
 lus manet, verum dum quidem imminuantur, augetur: dum verò
 augentur, imminuitur. Contrariam. n. passionē Anguli, Lateraque illos
 cõprehendentia patiuntur. etenim si in eadē Basi Latera in inferiorē
 partē descendere intelligas, ipsa quidē diminuis, Angulum aut ab ipsis
 cõprehensum auges, maioreque ipsorum ab inuicē distantiam efficis. Si
 aut in aliu ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quē con-
 tinent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis
 remoto à Basi facto. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadē exi-
 stēs, & Latera æqualia existētia, ipsius Anguli æqualitatē determināt.

Propō. 9.
 Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bifariam secare.

Cōm. 13.

Problematibus Theoremata admiscet, Theorematisque Proble-
 mata contexir, & vtrisque totā Elementarem institutionem cōficir,
 sum quidem Subiecta comparās, tū verò Symptomata circa subiecta
 ipsa

ipsa considerans. Cum itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo equalitati Laterum consequentem equalitatem Angulorum, & e contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quod Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quod Angulus hic quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicunque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites vtrum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis eorum, quæ posterius tradenda sunt vtentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mistæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare: nam Nicomædes quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippie, Nicomædisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mistis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes nrs, qui instituuntur contemplatu difficiles cum sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circumferentiam bifariam secante. ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab iisdem Lineis prisca omne Circumferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iurè igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circumferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixtione constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quacunque mistis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profecto est, quod etiam in præsentia proponitur Problema

Circa hoc
Vide Vi-
tellionē i
28. Propo-
sitione pri-
mi.

Nicomæ-
des appie-
tatis Con-
choidū Li-
nearū fuit
inuentor.

In Pro-
positione
30. tertii
Elemen.

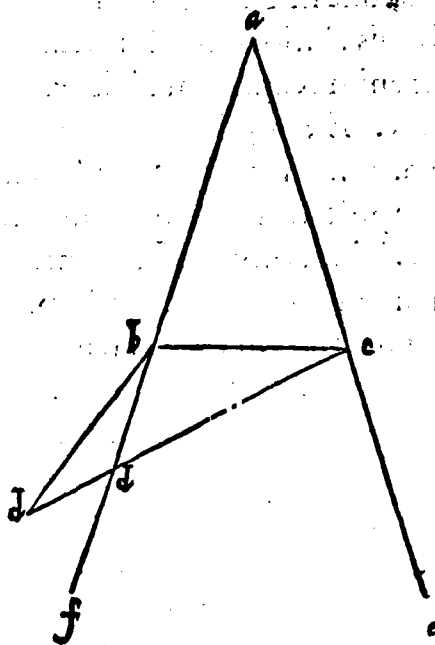
Hic tradit
causam p-
pter quā
Eucl. recti-
lineū An-
gulū solū,
& Circun-
ferentiam
indu. & tā-
tū partes
æquales se-
cut.

In lib. 2.
cap. 8.

Instantia.

Solutio.

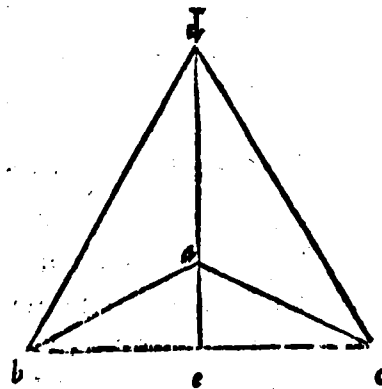
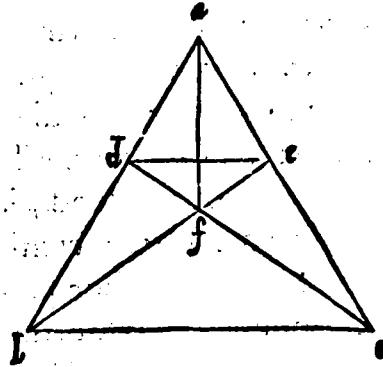
gulum rectilineum bifariam secare] in hoc enim in Construtione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate : in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate vtitur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram instent dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus bac , quem bifariam secare oportet. & in Linea ab , Signum b , & ipsi ba æqualis ca , & connectatur bc , constituanturque in ipsa Triangulum æquilaterum bcd . hoc porro d Signum aut inter ab , ac rectas Lineas est, aut in ab , aut in ac , aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea ab , ita vt bcd Triangulum æquilaterum sit. Aequalis igitur est db , ipsi dc , & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet cbd , & Angulus bcd . Totus igitur bce maior est Angulo cbd . Rursus quoniam ab , ipsi ca æqualis est, Triangulum abc æquicrus est, & Angulos, qui sub bc Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur bce , Angulo cbd æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea abd esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea ace . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniã igitur bd , ipsi cd æqualis est, Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, nempe bcd , & cbd . Maior igitur est Angulus bcd , Angulo cbf . multo igitur maior est bce , ipso cbf . verum æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidem bc Aequicruris abc sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra duas



duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quod neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quod Instantias redarguimus hoc videntes, Aequicrures (inquam). Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicebamus, quod plura scientie oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quod hanc Geometræ præstat vilitatem. Siquis autem dicat sub Basi $b c$ locum non esse: opus esse verò Aequilaterum ad easdem partes, in quibus sunt Lineæ $b a, a c$ constituere, necesse utique erit Lineas, quæ constituuntur aut ipsis $b a, a c$ congruere, si ipsæ quoque Basi $b c$ æquales: aut extra ipsas cadere, si ipsæ Basi $b c$ minores: aut intra, si ipsæ $b a, a c$, ipsa $b c$ maiores fuerint. Congruant primùm, sitque Aequilaterum ipsum $b a c$, & sumatur in Latere $a b$ Signū d , & à Latere $a c$ auferatur æqualis ipsi $a d$, quæ sit $a e$, connectanturque $d e, b e, c d, a f$. Quoniam itaque $a b$, ipsi $a c$: & $a d$, ipsi $a e$, æquales sunt, duæ $b a$, & $a e$, duabus $e a, a d$ æquales sunt, eundemque Angulum comprehendunt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus $d b e$, Angulo $e c d$ equalis est. Aequalis autem est & $d b$ ipsi $e c$: & $b e$, ipsi $c d$. Et omnia igitur omnibus equalia sunt. Quapropter Angulus $d e b$, Angulo $e d c$ æquus est. sub his. n. equalia Lateral subtendunt. Et $d f$ igitur ipsi $e f$ (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur $a e$, ipsi $a d$ equalis est, & $a f$ cōmunis, Basisque $d f$, Basi $e f$ equalis, Angulus $d a e$ in duas partes equalis dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra $b a, a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Lateral cadant, sint $b d, d c$, connectaque $d a$ producaturs vsq; ad Signū e . Quoniam itaque $b d, d c$ æquales sunt, communis autem $d a$, Basesque $b a, a c$ æquales, Angulus quoque $b d a$ (per octauum) Angulo $c d a$ equalis est. Rursus quoniam $b d, d c$ æquales sunt, & $d e$ cōmunis, Angulosque æquales continent (vt ostensum est) Basis quoque $b c$, Basi $e e$ (per

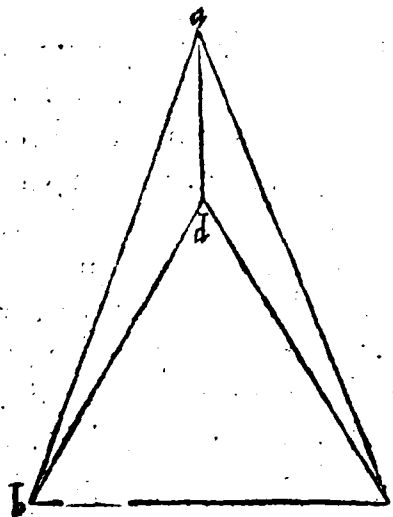
Idē superius in cō. 9. 10. & 11.

Varii huius Theorematis Casus.

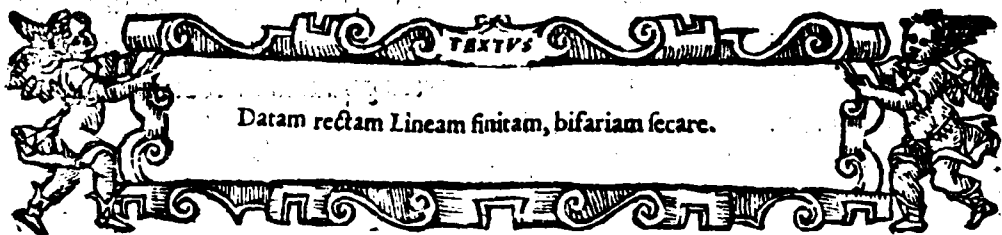


quar-

quartum) æqualis est. Quoniam igitur $a b$ æqualis est ipsi $a c$, communisque $a e$, Angulus quoque $b a e$, Angulo $c a e$ æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra $a b$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera ceciderint, ut ipsa $b d$, $d c$, connectatur rursus Linea $a d$. Quoniam itaque $b a$, ipsi $a c$ æqualis est, communisque ipsa $a d$, Basis autem $b d$ æqualis est Basis $c d$, et Angulus ergo $b a d$ Angulo $c a d$ (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū a , quomodocumque Acquilaterum constituitur. Veruntamen quoniam de his quoque summam diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcimus circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiam partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantum datus est.



Documē-
tum.



Propo 10.
Præul. 5.

Problema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signū sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio. illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiatur quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartibilibus constet, aut ex imparibus finita, còpletaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartibilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartibilibus constat. Si autem nò ex impartibilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminius ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidẽ Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quod ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cum enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem còmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiã dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo insecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadã Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo, per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergæus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariam secturi sumus, & Cẽtro

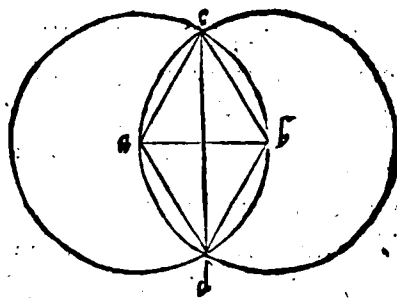
Solutio ex
Gemini sē
tentia.

Vide Ari-
sto. in li-
bello de
Lineis in-
secabilibus.

Confutat
hic Xeno-
cratis opi-
nio de Li-
neis in-
secabi-
libus. vi-
de et Ari-
sto. in li-
bello de
Lineis in-
secabili-
bus.

Apollonii
Pergæi De
mōstratio

tro quidem a , interuallo autem $a b$, Circulus describatur. Rursusque Cētro quidem b , interuallo verò $b a$, alius Circulus designetur, & connectatur ad communes Circulorum sectiones recta Linea $c d$. hæc bifariam secatur rectam Lineam $a b$. cōnectantur enim $d a$, $d b$, & $c a$, $c b$, quæ æquales sunt. nam vtraque ipsi $a b$ equalis est.



Epilogus.

Melior est
Eucl. De
mō Demō
stratione
Apollonii

Communis autem $c d$, & $d a$, ipsi $d b$ per eandem rationem æqualis est. Angulus ergo $a c d$, Angulo $b c d$ equalis est. Quamobrem $a b$ (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æquilatere quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angulum nēpe, qui ad c Signū est bifariam dissectū suscepisse, bifariam cum esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multo igitur melior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior sit, & ex principijs scaturiat.

Propō 11,
Probl. 6.



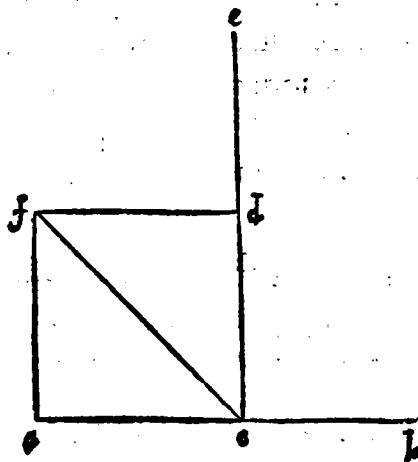
Datæ rectæ Lineæ à Signo in ea dato, rectam Lineam ad Angulos rectos erigere,

Com. 15.

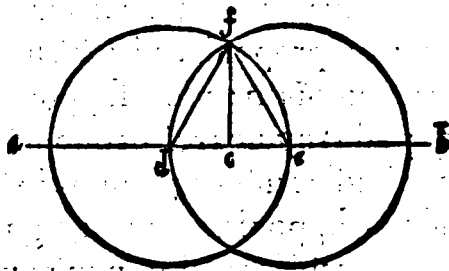
Sive ex vtraque parte finitam, sive ex vtraque infinitam, sive ex altera quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam accipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cōmodè Geometræ succedet. quavis enim in rectæ Lineæ extremitate datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus. Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione datum est, cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio, vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo vsus Theoremate, atque Tertio, vnaque Petitionum, prima scilicet, & octauo præter hæc Theoremate, decimaque Definitione, propositum ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostendimus.

Casus pro
blematis,

mus. Sit enim recta Linea ab , datumque in ea Signum a , & sumatur in recta Linea ab quodcunque Signum, sitque illud c , & ab hoc (quemadmodum Elementum nos docuit) ipsi ab , recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa ce , & ab ipsa ce , ipsi ac æqualis abscondatur dc , & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea cf , & à Signo d , ipsi ec ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea fc in Signo f , & à Signo f , ad Signum a connectatur fa . Dico quod Angulus, qui ad Signum a , rectus est. cum .n. dc , ipsi ca æqualis sit, communis autem cf , Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum c , bifariam sectus fuit) & d figitur, ipsi fa æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a , Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d , Rectus igitur est & qui ad Signum a . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum suscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius verò Lineam ad Angulos rectos excitat hoc modo.



Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea ab , datum verò in ea Signum c , sumatur autē in ipsa ac quodcunque Signū, sitque illud d , et ab ipsa cb , æqualis ipsi cd auferatur, quæ sit ce , & Centro quidē d , interuallo verò dc , Circulus describatur, rursusque Centro quidem c , interuallo autē cd , Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f , ad Signum c . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. fd , fe connexæ fuerint, æquales erunt. Aequales autem sunt & dc , ce , & communis fc . Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octauum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma



Apollonii
Demô.

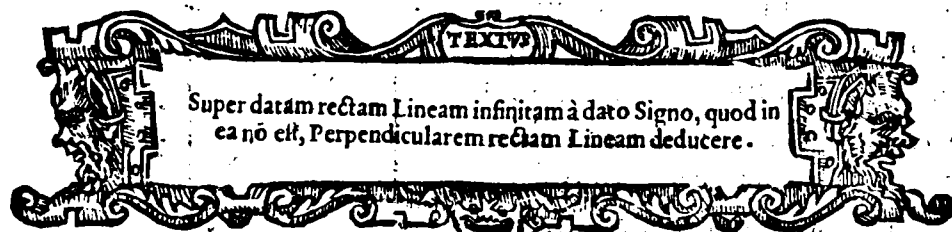
Comédæ
Euclidis
Demô.

X
gis

Dānat De
monē, quē
fit per Se-
micircu-
los.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumquē descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatærum designaret, propositumquē ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisquē institutionis ordine omnino decidit,

Propō 12.
Probl. 7.



Super datā rectā Lineā infinitā à dato Signo, quod in ea nō est, Perpendicularem rectā Lineā deducere.

Cōm. 16.
Oenopi-
des prim⁹
fuit huius
Problema-
tis indaga-
tor.

Duplex p
pendicula-
ris.

HOc Problema Oenopides primus indagavit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodū (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aut rursus Perpendicularis est, alia quidē plana: alia verò, solida. & cum quidē Signū, à quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur: cum verò Signū sublime, extraquē subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida aut, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quæ in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū .n. Perpendicularis deducta fuit. In præfenti igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpendicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodē supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpendiculari aut, datā rectā Lineā infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicūbriciet. si .n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, vt extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita vt protracta recta Linea in ipso incideret, Problemaquē haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, vt ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiatur, nusq; loco ipsi relicto, in quo datæ rectæ Lineæ in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponēdū sit. Hac igitur
de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quod itaque in sensibilibus quidem nulla Magnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt, neque enim quod Circulariter mouetur, neque ullum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque liquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multo minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente, simul enim intelligit Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediens, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente, quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eo quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelligit, verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit, quod enim tanquam quod percurrere non potest relinquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia posuissimus, quemadmodum sane reliquæ etiam omnes Geometricæ species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectionibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito utitur, Infinitum liquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationem utitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitum assumit, quoniam si concesseris ipsi datum signum nec in directum finitæ datæ rectæ Lineæ iacere, neque sic ab ipsa distare, ut nulla eius pars Signo subijciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Ut igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, controuersiaque ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phanta-

Digressio

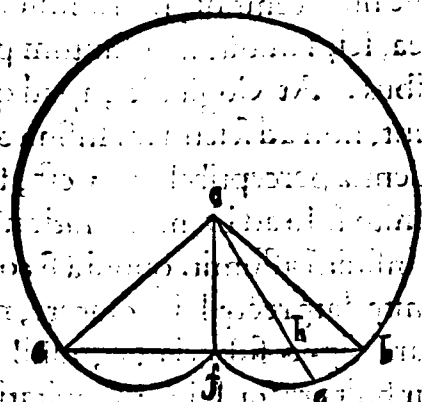
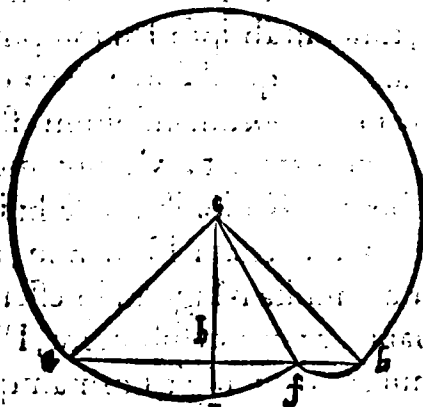
Aristo. 3.
phy. in 2.
de infinito.Infinitum
in Phanta
sia subsi
stet.Pulcherri
mum exē
plum.Phantasia
habet vim
impartibi
lem. idem
in 2. libro
cōm. 1.

Sinus, Di-
gressionis

Instantia
huius Pro-
blematis,

Respon-
sum

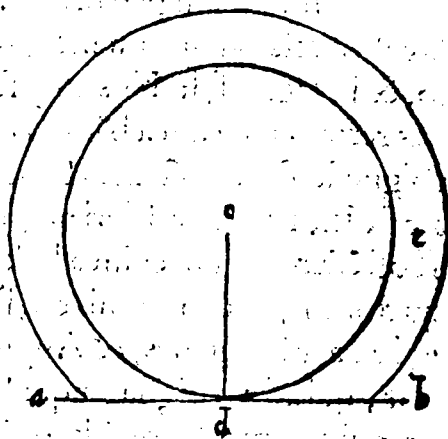
taſſæ Inſinitudine generationis Inſiniti tanquam fundamento virtutis.
De Inſiniti itaque ſuppoſitione tot in præſenti ſufficient. Poſt hæc autem
veniamus ad Inſtantias, quæ aduerſus huiusce Problematis Conſtru-
ctionem feruntur. Suſcipiatur .n. (dicunt) recta Linea inſinita exi-
ſtente a b, Signoque dato, a quo Perpendicularem ducere oportet c, in altera parte Signum d,
quæadmodum inquit Geome-
tra, verum Circulus, qui ſecat re-
ctam Lineam a b in Signis a b,
ſecet etiam ipſam in Signo f, ſi-
cutque ſubſcriptum habeat.
Aduerſus itaque hunc ſermonem
dicemus quod impoſſibile eſt.
ſecetur .n. recta Linea a b bifa-
riam in Signo h, cõnectanturque
c h, & producatuſque ad Cir-
cufcriptionem ad Signum d, cõnectanturque c a, c b, c f. Quoniam
itaque ex Centro hæc ſunt, & a h, ipſi h b æqualis eſt, cõmunis verò c h,
omnia omnibus æqualia ſunt. Ipſa igitur c h ad Signum h rectos effi-
cit Angulos. Rurſus quoniam c a, c b æquales ſunt, Angulos ad Si-
gna a b æquales faciunt. verum c a quoque, ipſi c f æqualis eſt, quam-
obrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis eſt. Similiter An-
gulus c b f, Angulo c f b. Quoniã igitur Anguli qui ad a, & b Signa
æquales ſunt, Angulus quoque c f a, Angulo c f b æqualis eſt, ſunt quo-
demque, Recti igitur ſunt. Eſt autem vterque etiam Angulorum
qui ſunt ad Signum h, rectus. Ipſa igitur c h, ipſi c f æqualis eſt. At c f
etiam æqualis eſt ipſi c d, ex Centro ſiquidem ſunt. & c h igitur, ipſi
c d æqualis eſt, quod fieri nō poteſt.
Nō ſecat igitur Circulus in alio Si-
gno rectam Lineam a b. Si quis autem
dicat quod qui deſcribitur Circulus
ipſam a b in Signo f bifaſariam ſecat,
rurſus idẽ impoſſibile eſt edẽmus.
Deſcribantur .n. omnia vt prius, &
recta Linea f b bifaſariam ſecetur in
Signo h. Quoniam igitur a f, f b æ-
quales ſunt, cõmunis autẽ c f, Ba-
ſiſque c a, Baſi c b æqualis, omnia



omni-

iacet.) Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem a, & intervallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesque ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, e f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi e f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpēdicularis ergo est c h ad ipsam d f.

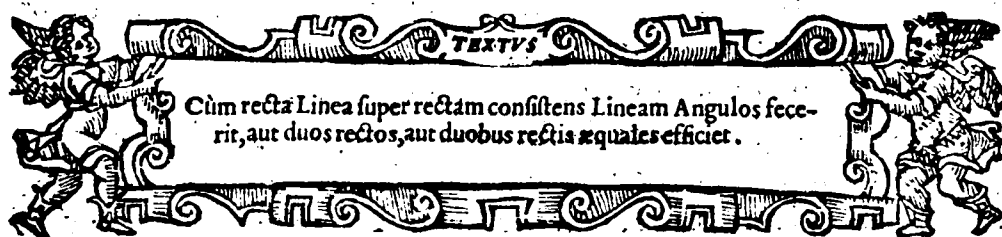
Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere vt Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, intervallo vero c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si



Digressio libet autem contemplationem quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, pureque, atque incontaminatè ascendentem, ad deterioraque inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendens, Infinitudineque iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitateque, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Unde sane Timæus quoque alterum Circulum sensibilem Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasque contorsiones, perturbationesque à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusque, firmusque, atque indeclinis assensibilis situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinite, indeterminateque mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamque est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem affert, procubio quæ etiam deducitur. Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Uno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

litatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est: terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participans, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;
adherēs.



Cum recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.

Propo 13.
Theor. 6.

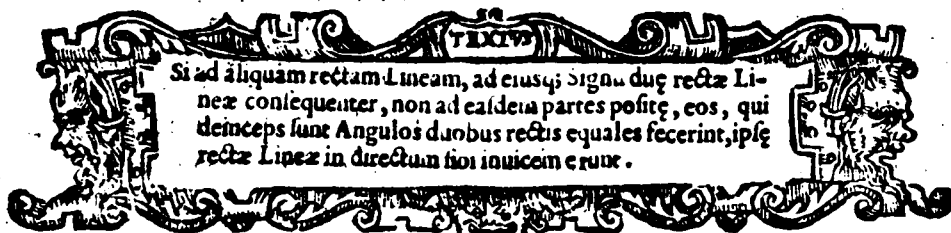
AD Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Proble- Cóm. 17.
mata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis,
& ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquū erat quærere,
si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se ha-
bentes ad rectam Lineam efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur uni-
versaliter ostēdit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea
cōsistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius in-
declivis, firmus, nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis equa-
les, si altera quidem in parte declinaverit, altera verò plus à subiecta
Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in
alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet
autem animadvertere quod in hac quoque Propositione diligentiae
Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quod omnis
recta Linea super rectam consistēs Lineam, aut duos rectos, aut duo-
bus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in recte
Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulū, accidit ne quan-
doque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest.
omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quem-
admodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur cum,
qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tan-
quam cum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit.
Opus est itaque rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc
ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid au- Dubitatio
tem sibi volens adiecit particulam † aut duos rectos, aut duobus rectis
æquales? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales effi-
cit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqua- Solutio.
lium quoque Angulorum cōmune est, alterum verò equalium tantum
proprium? Consuevimus autem cum quidem & proprium, & com-
mune

Digressio
Idē superius
in lib.
2. cō. 10.
& aliis in
locis.

Epilogus.

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cū verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explanationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verū non solum de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit. Solū igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solū verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoq; institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cū. n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtroque Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspici quod æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis. n. Obtusi, Acutique Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaque sit, à Recto tamē finē, terminumque suscipere dicitur, & vterque quidem seorsum à similitudine ad illū recedit: ambo verò iuxta vnicam vnionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatem recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cū per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaque vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitaque fertur intellectilibus congruit, quodāmodoque ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentijs ipsa progrediuntur, seseque tantum multiplicant: quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateque manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Propō 14.
Theor. 7.



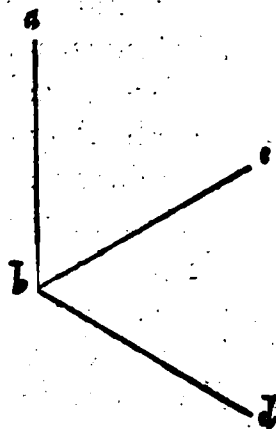
Cōm. 18.

PRæfens Theorema præostēsi Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cū itaq; illud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quod vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictâ rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quaeritur, per Deductionemque ad impossibile ostenditur. hoc modo. n. Conuersa Theoremata ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamque orationis scientiam gignentis diligentiam aspirare. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineam, addit [ad eiusque Signum] quid. n. si duobus recte Lineæ Extremis existētibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusque rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusque Signum] cum vtræque in eodem Signo iacere velit. Secundo verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulam [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbū [consequenter] tum ad easdem partes, tum vtrobiq; cōsideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quod rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobiq; positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostēdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusque Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaq; consequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis. n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacēt, in directum minimè sunt, licet duos etiā Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad † Lineam a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamque recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.

Conuersa Theore--
mata per Deductio-
nem ad im-
possibile
vt pluri-
mū debet
ostēdi, p-
blemata
verò p-
cipuā De-
monē, cu-
ius causā
vide infe-
rius in cō.
Propōis
19.
Primò.
Secundò.

Tertiò.



Vide Defi-
nitionem
hæc apud
Proclū in
lib. de mo-
tu.

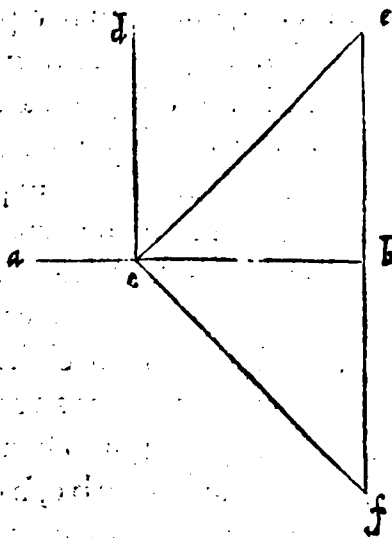
† Signum
b sunt.

Y se.

esse . tot de Propositione sufficient . In Constructione autem vna Pe-
titione vtitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum pro-
ducere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theo-
remate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quæ eidem æqualia
ad inuicem quoque esse æqualia dicit : & eo, quod si ab æqualibus
æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse . Ad impossibilis au-
tem collectionem, Pronuntiato, quod ait Totum sua parte esse maius,
est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non
potest . Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad
eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem
tamen partes, Angulos, qui ad vnam illā rectam Lineam sunt, duo-
bus rectis æquales efficere, ostendemus sic, quemadmodū & Porphy-

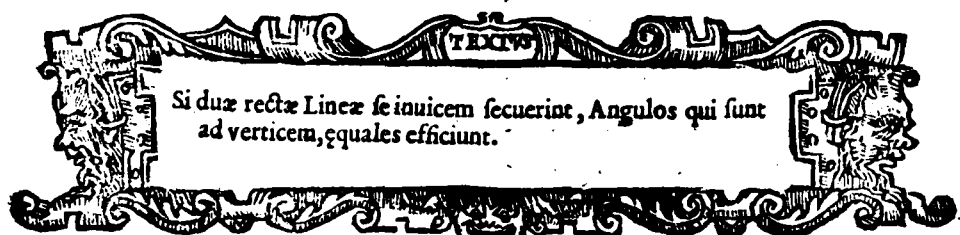
Porphyrii
Demō.

rius. Sit quædam recta Linea ab , &
quodcunque in ipsa Signum c , & ipsi
 a b excutetur ad Angulos rectos re-
cta Linea cd , seceturque bifaria An-
gulus dc per Lineam ce , & a Si-
gno e ad Lineam ab ducatur perpē-
dicularis eb , & producat ipsa eb ,
ponaturque ipsi eb æqualis bf , &
connectatur cf . Quoniam itaque eb ,
ipsi bf æqualis est, communis autem
est bc , æqualesque continent Angu-
los (recti enim sunt) Basis igitur
 ec , Basis cf æqualis est. & omnia igitur
omnibus æqualia sunt . Angu-
lus ergo ecb , Angulo $fc b$ æqualis



est . Angulus autem ecb recti dimidium est, rectus siquidem $dc b$
bifariam sectus fuit per Lineam ce . dimidium ergo recti est & An-
gulus $fc b$. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus $dc f$.
Est autem & Angulus $dc e$ dimidium recti . ad rectam igitur Lineā
 cd , ad eiusque Signum c , duæ rectæ Lineæ consequenter positæ sunt,
ad easdem partes, ipsæ nempe ce , & cf Angulos duobus rectis æqua-
les facientes, dimidium quidem recti ipsa ce , vnū verò & dimidium
ipsa cf . Ne igitur ea, quæ fieri non possunt queramus, quonam pacto
scilicet ce , & cf rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam dc
duobus rectis æquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit
Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad
vtrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duo-
bus

bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Propo 15.
Theor. 8.

ANGULOS, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuērint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertio decimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verum enimvero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea ab , & quodcunq; in ipsa Signum c , & ad Signum c duæ rectæ Lineæ cd , ce non ad easdē partes sumantur facientes Angulos acd , bce æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ cd , ce . Cum enim recta Linea cd super rectam Lineam ab infederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe dca , $dc b$. Verum Angulus dca , Angulo bce æqualis est. Anguli igitur dcb , bce duobus rectis æquales sunt.

Cóm. 19.

Anguli deinceps qui sunt.

Anguli ad verticem qui sunt.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referente Eudemo. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersum huius Theorematis.

Demò Conuersum præsentis Theorematis.

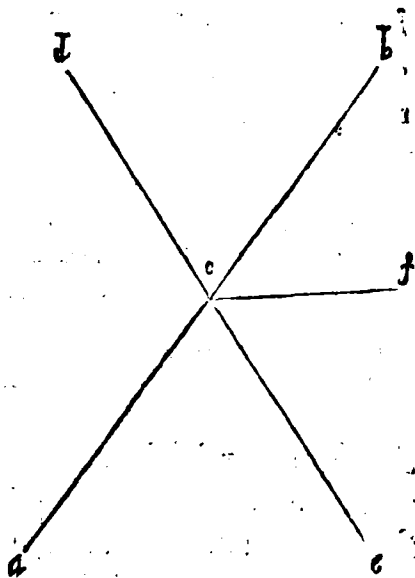
Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam bc , ad cuiusque Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter cd , ce non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ cd , ce . Conuersum igitur præsentī Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum

Cur Euclides hoc prætermiserit

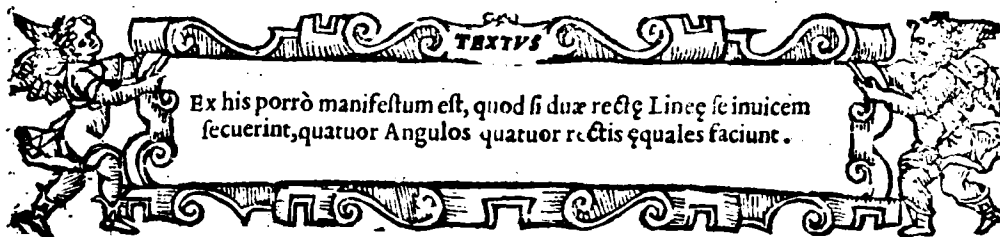
Alia eiusdem ostensio indirecta.

Documentum.

ostendimus. isdem .n. suppositis, dico quod recta Linea cd , rectæ Lineæ ce in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi cd in directum recta Linea cf . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant ab , & df , Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur acd , bce æquales sunt. Erant autem acd , bce quoq; Anguli æquales. Angulus ergo bce , Angulo bce æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam cd , ipsi ce in directum erit. Ipsæ ergo cd , ce rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cū itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem & Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinq; inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariō æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verō inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verū non etiā reliquos, vtrinque scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmenti



torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Corollarium.

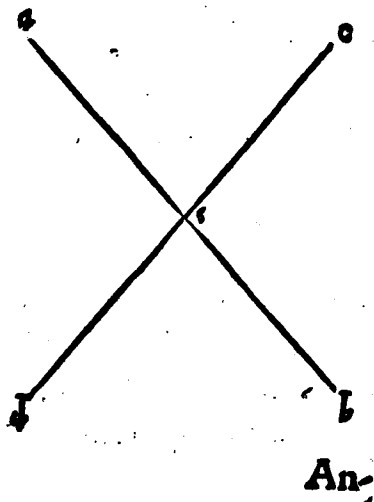
V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc autem duplex quidpiam significat. vocant. n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnâ cum aliorum Demonstrationibus probantur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumenta quærentium existentia: & quæcunque quærentur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; generationis solæ causa quærentur, neq; simplicis contēplationis. nam quod quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contēplari oportet, existentiumque rerum huiuscemodi cognitio est. Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunque id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæditorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunque etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verum de huiuscemodi quidem Corollaris dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa verò non præcipue quærentur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nā quærebatur quidē si duabus rectis Lineis se inuicē secantibus, Anguli ad verticē æquales sunt. Dum autē hoc ostendebatur simul etiam demonstratū est, quod quatuor qui sūt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cum .n. dicebamus sint duæ rectæ Lineæ a b, c d se inuicē in Signo e secantes. quoniā igitur ipsa a e super ipsam c d stetit, Deinceps

Cōm. 20.

Duplex Corollarium. idem in cōm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorum construxit.



Definitio
Corollarii.

Vide Var-
ronem in
lib. de lin-
gua latina

Corollari-
orum Di-
uisio.

Primò.

Secundò.

Tertiò.

Documen-
tum.

Admirabi-
le Pytha-
goricum
Theore-
ma.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa *b c* super ipsam *c d* stetit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæsito demonstrabamus, quòd Anguli, qui sunt circa *e* Signum, quatuor rectis æquales sunt. Corollarium igitur est Theorema, quod ex alius Problematis, vel Theorematis Demonstratione ex improviso emergit. nam veluti casu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam se se offerunt. Vnde hæc quoq; lucris assimilaui-
uimus. & fortasse Mathematicarum rerum periti hoc ipsis imposue-
re nomen, ostendentes Vulgo, quippe quod apparenti gaudet lucro, quòd utiq; vera Dei munera, veraq; lucra hæc sunt, non aut quæ illi videntur. hæc siquidem facultas illa, quæ in nobis est producit, ferax-
q; sciētiae vis præcipuis quæsitis adijcit, copiosas Theorematū opes manifestans. Corollariorum igitur proprietatem talem esse dicendum. Diuidēda autem ipsa sunt, primò quidem iuxta sciētias. Corollario-
rum .n. alia quidē Geometrica sunt, alia verò Arithmetica. nam præ-
sens quidē Corollarium, Geometricum est: quod autem in fine secū-
di Theorematis septimi libri Arithmeticonum Elementorum adijci-
tur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæsita. nam alia quidem Problematis consequētia sunt, alia verò Theorema-
tibus. hoc .n. Theorematis est: quod verò in secundo septimi libri est positum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta ostēsiōnes. nam alia quidē vnà cum vīs ostēdentibus, alia verò vnà cum Deductioni-
bus ad impossibile ostenduntur. præsens .n. directā ostēsiōne: quod autem in primo tertij Elementorum simul ostensum fuit, vnà cum Deductione ad impossibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi possunt, nobis autem in præsentī hæc quoq; sufficiēt. Præsens aut Corollarium, de quo sermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnum est in quatuor rectis æqua-
les Angulos distribuitur, illi etiā admirabili Theorematis ansam præ-
buit, quòd Tria hæc sola Multiangula totum, qui circa Signū vnum est locum replere posse ostendit, æquilaterum nempe Triangulum; & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quod est æquilaterum, atq; æquiangulum. Verū æquilaterum quidem Triangulum sexies as-
sumptum. sex siquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficient. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæq; eius parti æqualis est. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quisq; Quadrangularis Angulus, rectus est. Sex igitur æ-
quilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos com-
plēt,

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocumq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quotcunq;, omnes qui sunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numẽro fient. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicẽ secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis; tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterq; in infinitum. semper enim rectarum quidẽ Linearum multitudo duplicatur; Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idẽ semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus vtroq; interno, & ex opposito iacenti maior est.

Propo 16.
Theor. 9.

QV i hanc Propositionẽ cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipuẽ Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obtrectandi ansam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, externum etiam Angulum habet. Quicunq; autem hanc e medio tollere callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometre familiari existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos sub Acquirurium Basi existẽtes, æquales ostendere volens addidit, quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli, æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaq; fuit, apud tamen Elementorum institutorẽ perfecta, integraq; fuit per-scripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulũ qui extra ipsum constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorẽ reperies. nam ambobus quidem simul æqualis paulò post ostendetur, vtroq; autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito sunt

Cõm. 21.

Philippi
Mathema-
tici obr e-
ctatio refe-
rente He-
rone.

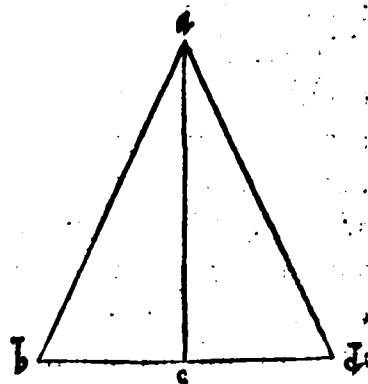
In 32. p-
positione.

sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit; vnumquæ ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusangulū fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cōparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur utroq; internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæret: Quidam autem duo hæc Theoremata præfens scilicet, atque sequens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis Trianguli vno Latere producto, externus Trianguli Angulus utroq; interno, ex oppositoque iacenti maior est: & duo quilibet interiorū Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexionis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geometra paulò post in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis Trianguli vno ex Lateribus producto externus Angulus duobus internis, ex oppositoque existentibus est æqualis: & Trianguli tres interni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hic quoque igitur in similibus Quæsitæ contexere, Propositionēque compositam efficere æquū esse censent. & est manifestū, quod id quidē, quod demonstrandum proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam dicta additione prolatum fuerit, ipsum quoque erit Compositum (duo si quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vñquæ Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum superponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hæc de his. Assumemus aut ex præfenti Theoremate, qd fieri non potest ut ab eodē Signo ad eandem rectam Lineam tres æquales rectæ Lineæ incidant. Sint. n. ab vno Signo tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam itaq; a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angulus igitur a b c æqualis est Angulo a c b.

Quorūda
opinio.

Eorū fun-
damentū.
In 32. p-
positione.

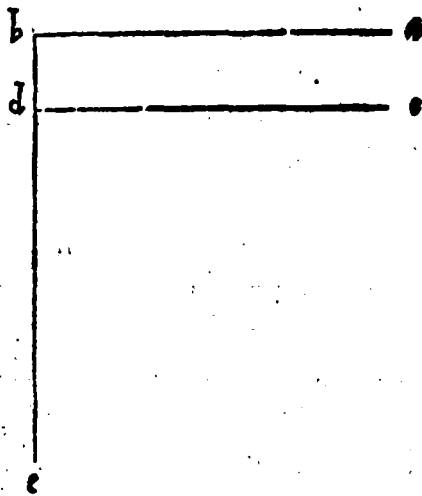
Documen-
tu 7.
Corolla-
rium tanq;
sumptio.



Rursus

Rursus quoniā equalis est $a b$, ipsi $a d$, Angulus $a b d$, Angulo $a d b$ æqualis est. Erat autem Angulo $a b c$, Angulus $a c b$ equalis. Angulus ergo $a c b$, Angulo $a d b$ æqualis est, externus interno, & ex opposito iacenti, quod fieri non potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę æquales minimē ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoq; demonstrabimus, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex opposito existenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimē facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod est impossibile. Exēpli gratia, sint $a b, c d$ rectę Lineę, in ipsasq; recta Linea $e b$ incidens Angulos $a b d, c d e$ æquales faciat, non coincident porro rectę Lineę $a b, c d$. si enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus $c d e$ æqualis Angulo $a b d$. & cū externus sit, interno, ex oppositoq; iacenti maior erit. necesse igitur est si coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, sed omnino illū, qui est ad Signum d augeri. siue enim $a b$ immobili manente, $c d$ ad ipsam moueri excogitaueris vt coincidant, maiorem efficies distātiā in Angulo $c d e$. nam quāto magis $c d$ accedit ad ipsam $a b$, tāto magis ab ipsa $d e$ recedit. siue etiam manente ipsa $c d$, excogitaueris $a b$ ad ipsam moueri, Angulum $a b d$, minorem efficies. simul. nā ad ipsam $c d$ fertur, & ad ipsam $b d$. siue etiam vtrasque ad se inuicem moueri feceris, ipsam quidē $a b$ ad ipsam $c d$ tendentē, Angulumq; $a b c$, contrahentem: ipsam verō $c d$ ab ipsa $d e$ recedentem propter motum ad Lineam $a b$, Angulumq; $c d e$ crescentem reperies. Necessariō igitur si Triangulum fuerit, & rectę Lineę $a b, c d$ coinciderint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex opposito iacenti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus magis distrahitur. Horum autem causa est rectarum Linearum motus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū, altera verō ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocq; tibi cō-

Aliud Co
rollarium

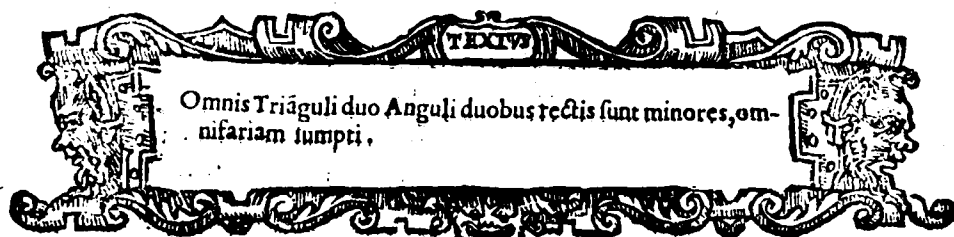


† Altera quidē ad eas partes in quibus internū facit Angulū tēdere: altera verō ab iis partibus, i quibus externū facit Angulū se se mouente.

Z siderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæstionum causas ante conspectum nobis afferunt.

Propo 17
Theo. 10.



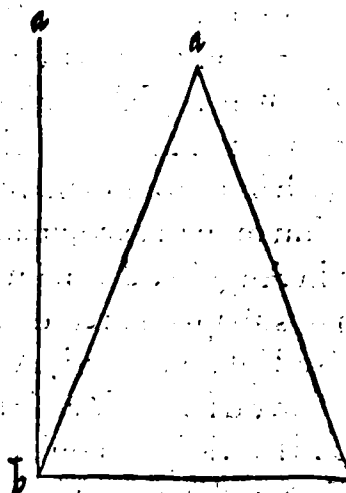
Cóm. 22.

In Propo
sitione 32

Documẽ-
tum.

Nunc quidem indeterminatè ostenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres. n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet viam. præcedenti siquidem utitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur $a b$ rursus, & $c d$ rectæ Lineæ, ipsi $b d$ ad.

Angulos rectos, si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas $a b$, $c d$ ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti. n. sunt ante nutum. Confirmiliter autem si etiam in Latere $a b$, rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem evenient iuxta rectarum Linearū nutū; & Anguli, qui sunt ad Signa a , b , erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc



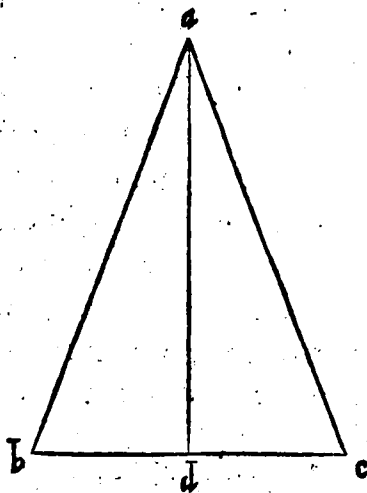
ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse Latet, necessarium non est, neque aliquem extrā constitutum esse Angulum, duos verò quoslibet interiorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verum (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum

rum

rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

Casus huius Theorematis.

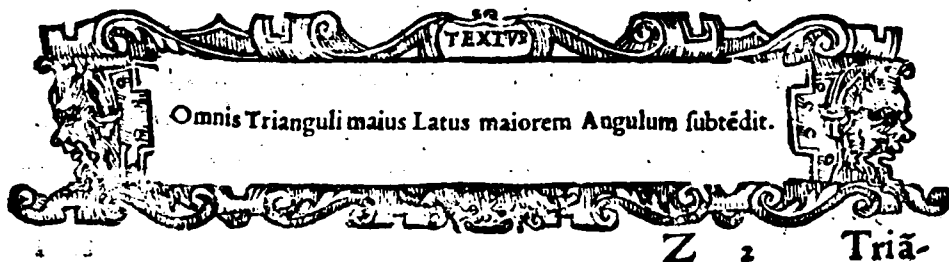
Sit Triangulum abc , sumaturque in Latere bc quodcumque Signum d , & connectatur ad . Quoniam itaque Trianguli abd Latus unum productum est, ipsum scilicet bd , Angulus externus adc , interno abd maior est. Rursus quoniam Trianguli adc Latus unum productum est, ipsum nempe cd , Angulus externus adb , Angulo interno acd maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa ad rectam Lineam, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur abc , acb duobus sunt Rectis minores. Simili-



ma nobis p...
er ispedio e il modo
d c c i.

ter ostendamus, quod Anguli etiam bac , & bca duobus Rectis minores sunt, in ac Latere Signum accipiendo, à Signoque b ad Signum acceptum connectendo. & rursus Angulos cab , abc minores duobus Rectis affirmabimus in ab Latere Signum suscipiendo, à Signoque c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est: Fieri igitur potest ut per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad unam rectam Lineam duæ Perpendiculares minimè ducentur. sint. n. à Signo a ad rectam Lineam bc duæ Perpendiculares ab , ac . Anguli itaque abc , acb , recti sunt. At quoniam ipsum abc , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur abc , acb , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.

Se. a. d. fuisse p...
ad. c. b. co. esse solam
te si proveniret li dei
Anguli. a. et. c. o. uer.
a. et. v. esse. minori.
Corolla. Si duæ recti Signo
rium tanq. r. n. alia line
Sumpjo. d. al. n. Anguli ad a. n.
lon



Propo 18
Theo. 11.

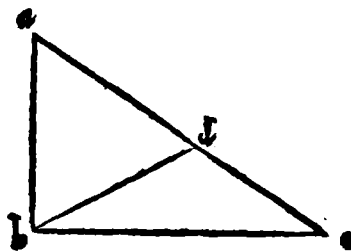
Cóm. 23. QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūque æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrarijs autem rebus eadem contemplatur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contēplatum fuit.

Documē- Manifestum autem est, quòd maius, minusque Latus proportionaliter sumemus, maximumque, medium, & minimū distinguemus, Angulosque similiter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quēadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatem constituuntur. atq; alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per misionem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque consequenter omnes. Verumenimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mistum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoque est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequēs existimare: quod autem maius, minusque Latus habet, huic sub maiori Latere maiore Angulum esse. Quoniam autem

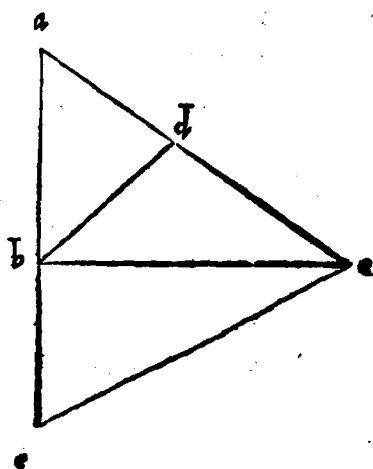
Finis Digressionis

tem

tem Geometra cum in Constructione Triangulū abc , Latusque ac maius Latere ab suscepisset, ut Angulo qui ad Signū c Angulū qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere $a c$, Lateri $a b$, æqualem rectam Lineam ad abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet $a d$ Signum c ablationē fieri, age in hac quoque suppositione Propositū ostēdamus quemadmodum Porphyrius. sit en . dc æqualis ipsi ab , & producat ab ad Signum c , ponaturque bc æqualis ipsi da . tota igitur ac , tota $a c$ æqualis est. connectatur ec . Quoniā itaque ae , ipsi ac æqualis est, Angulus quoque aec , Angulo ace , per quintum æqualis est. Angulus igitur aec maior est Angulo acb . Est autem Angulus et abc maior Angulo aec . Trianguli siquidē cbe vnū Latus productum fuit, ipsum scilicet be , & sic Angulus abc externus cum sit, interno, ex oppositoque iacēti maior est. Multo maior igitur est Angulus abc , Angulo acb , quod erat ostendendū. Geometricę quidem presentis Theorematis ostēensiones huiusmodi sunt. Manifestum est autē quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nā maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem euenit propter rectę Lineę in suis extremitatibus sitū. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorū quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem cōmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest ut idem Angulus à maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus abc , & sumatur in ipso ab Latere Signum d , & ipsi ad , æqualis auferatur ae , connectaturque de . Angulum igitur, qui ad a Signum est rectę Lineę de , bc subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasque eodem



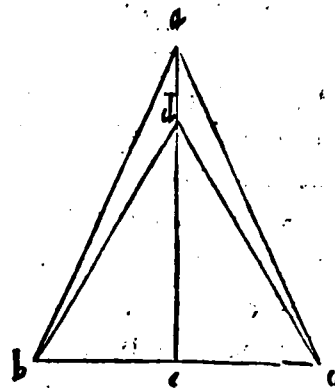
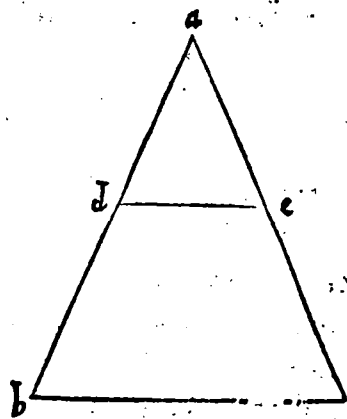
Porphyriū
Demō.



*propter demōstrationē
maior quā bellow d quod
li. c. d. e. m. l.
linea. b. d. e. sup.
Sua p. c. d. de b. a. p.
ad al. qu. a. b. f. n. d.
e. f. a. p. d. a. e. f. a. p.
u. g. u. a. l. e. a. d. a. c.*

Documē-
tum.

eodem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus a b c Aequicrus, sitque b c minor ipsis b a, & a c; constituaturque super b c Triangulum æquilaterum b c d, & connectatur a d, & producat ad Signum e. Quoniam itaque Trianguli a b d, Angulus b d e externus est, maior est Angulo b a d. Similiter Angulus c d e maior est Angulo c a d. Totus ergo b d e maior est toto b a c, eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verùm in vno, eodemque Triangulo, vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.



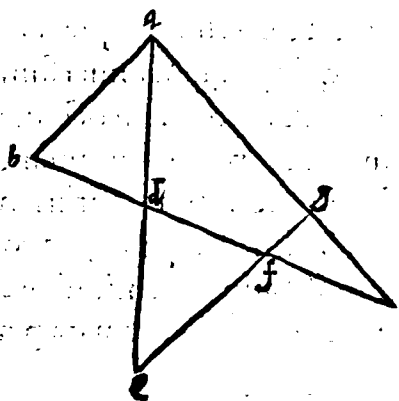
Propo 19
Theo. 12.

Omnia Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

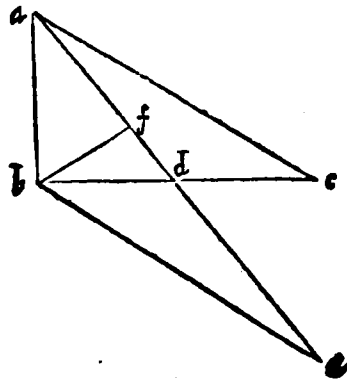
Côm. 24.

Hoc præcedenti Theoremati cōuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hic Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcesit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilineas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt. & maius

maius maiorem datum Angulum subtendit. si .n. quæ maiorem subtendit Angulum maior non est, aut æqualis est, aut minor. Verum si æqualis quidem est, Anguli etiam, quos subtendunt (per quintum) æquales sunt. Si autem minor, Angulus etiam, quem subtendit, minor est, per præcedens. ostensum .n. fuit, quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit, minoremquæ minus. At è contrario Anguli se habent. Latus igitur Latere maius est. Fieri autē potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus, quandam prius sumptionculam demonstrantes, quæ talis est. Si Trianguli Angulus bifariam sectus fuerit, secansquæ Angulū recta Linea ad Basim ducta, in partes inæquales ipsam diuidat: Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt, & maius quidem illud, quod cum maiori Basis segmento coincidit, minus verò quod cum minori. Sit Triangulum *a b c*, seceturquæ bifariam Angulus qui ad Signum *a*, per rectam Lineam *a d*, & ipsa *a d* secet Basim *b c* in partes inæquales, sitquæ pars *c d* maior parte *b d*. Dico quòd maius est Latus *a c*, Latere *a b*. Producat *a d* ad Signum *e*, & ponatur æqualis *d e*, ipsi *a d*. & quoniam *d c*, ipsa *d b* maior est ponatur *d f* æqualis ipsi *b d*, & connectatur *e f*, & producat *e f* vsq; ad Signum *g*. Quoniā itaq; *a d*, ipsi *d e*: & *b d*, ipsi *d f* æquales sunt, duæ sunt duabus æquales, Angulosquæ æquales comprehendunt, qui ad verticem sunt. Basis igitur *b a*, Basi *e f* æqualis est, & omnia ergo omnibus equalia sunt. Quamobrem Angulus quoque *d e f* æqualis est Angulo *d a b*. At hic ipsi *d a g* inæqualis non est. Quapropter Latus etiam *a g*, Lateri *e g* æquum est, per sextū. Latus igitur *a c*, Latere *e f* maius est. Latus aut *f e* æquale est Lateri *a b*. maius est ergo Latus *a c*, Latere *a b*, quod demonstrandum erat. Hoc præassumpto ostendemus, quòd sub maiori Angulo, maius Latus subtendit. Sit Triangulum *a b c* habens Angulum qui ad Signum *b*, maiorem Angulo qui ad Signum *c*. Dico quòd Latus *a c* maius est Latere *a b*. Secetur *b c* bifariam in Signo *d*, & connectatur *a d*, & ducatur *d e* æqualis ipsi *a d*, & connectatur *b e*. Quoniam itaque *b d*, ipsi *d c*: & *a d*, ipsi *d e* æquales sunt, duæ duabus sunt æquales, Angulosquæ æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Et Basis igitur *b c*, Basi *a c* æqualis est, & omnia



omnibus. Quamobrem Angulus etiam $d b e$, Angulo qui ad Signū c æqualis est, minor autem Angulo $a b d$. Secetur igitur bifariā Angulus quoque $a b e$ per rectam Lineam $b f$. Maior est igitur $e f$, ipsa $f a$. Quoniā itaq; Trianguli $a b e$, Angulus qui ad Signum b , bifariā sectus fuit per rectam Lineam $b f$, & maior est $e f$, ipsa $f a$, maius est



Documē-
tum.

Causa p-
pter quā
Conuersa
Theore-
mata per
ipossibile
ostēdunt.

Propō 20
Theo. 13.

Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

Cōm. 25.
Epicureo-
rū impu-
gnatio.

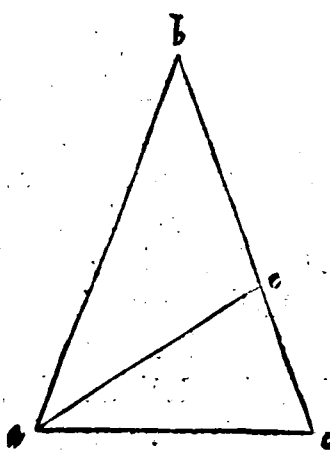
Respōsio.

PRæsens Theorema impugnare quidem Epicurei consuevere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna censere, immanifestisque per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq; dicendum quòd præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non autem & scientiam gignente ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

Exēpli

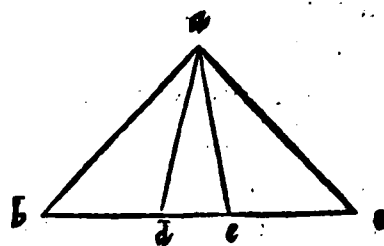
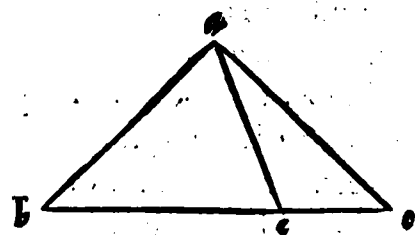
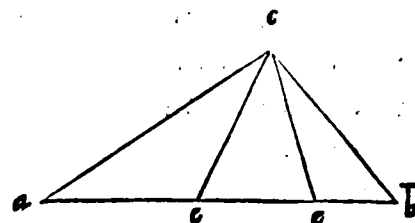
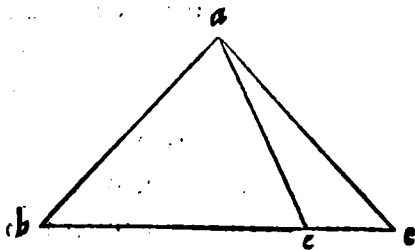
Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubitatum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quas cunctas Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minimè producta describere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum abc , oportet itaque Latera ab , ac Latere bc maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam ae . Quoniam itaque Trianguli abe , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . Verum Angulus bac Angulo eac æqualis positus fuit. Angulus igitur aec maior est Angulo eac . Quapropter Latus quoque ac , Latere ce maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā ab maius est Latere be . Trianguli enim aec , Angulus aeb externus est, maiorque Angulo cae , hoc est Angulo eab . Quapropter Latus quoque ab , Latere be maius est. Latera ergo ab , ac toto Latere bc maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū abc . Si itaque æquilaterum est Triangulum abc proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa bc maior, abscindaturque alterutri illorum æqualis, quæ sit be , & connectatur ae . Quoniam igitur Trianguli abe , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . eadem sanè ratione Angulus etiā aeb , Angulo cae maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū bac æqualis est ipsi bac , siquidem

Porphyrii
& Heronis
Demonstrationes.



a dem

dem a b, etiam ipsi b e æquale est. reliquus igitur a c reliquo c a e maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se namque utroque maius est. Si autem Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæremus, ut in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum

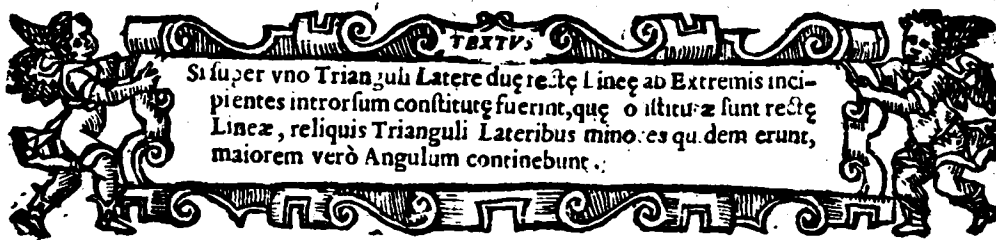


Demō per
Deductio
nē ad im-
possibile.

Angulis vtentes. Sit rursus quodcunque Triangulum a b c. Dico quod Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e æqualis est, æquales subtendunt Angulos. Similiter porro & quoniam a c, ipsi c e æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturque ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoque b d a, Angulo b a d inequalis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c æqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniam Trianguli a d c, Angulus b d a

exter-

externus est, Angulo eac est maior. maior est namq̃ ipso cad . Paritate & quoniam Trianguli abe , Angulus cea externus est, maior est Angulo bda . etenim Angulo bac maior est. Anguli ergo bda , cea duobus bda , cea maiores sunt. Erant autem æquales etiā ipsis, quod fieri non potest. Latera igitur ab , ac neque æqualia sunt Lateri bc , neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



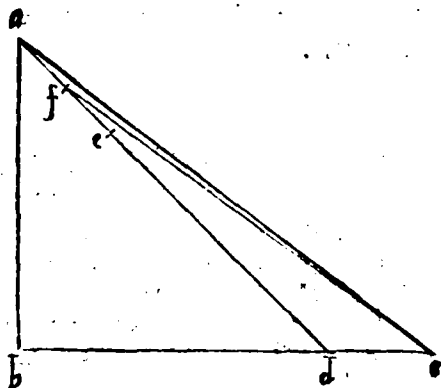
Propo. 22
Theo. 24.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quę apud Elementorum institutorē, euidens est: Theoremaquę prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex præostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quę introrsum constitutę sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandum autem Angulum ab ipsis cōprehensum Angulo ab externis comprehenso maiore, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoquę iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilium, quę in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusquę alias minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc .n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quòd necessariò Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectę quę introrsum constituuntur Lineę, superquę vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituantur: simul verò (quòd iā diximus) & vnum quid ex ijs, quę in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quę quidem super toto

Cōm. 26.

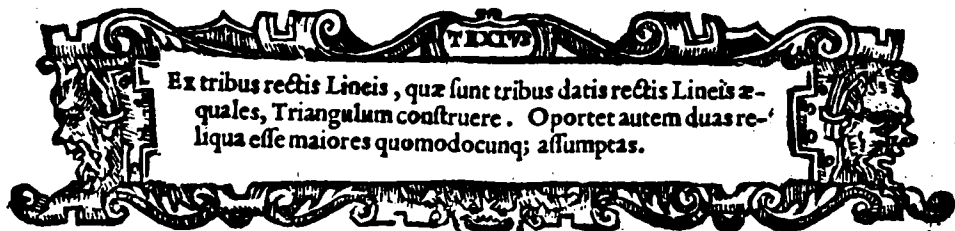
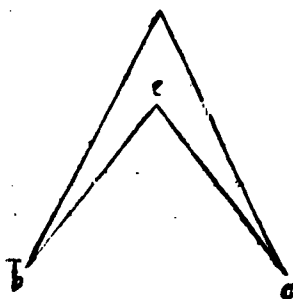
Quoddā
admirabile
in Geometria.

constituuntur Latere, externarum minores sunt : quæ verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum abc , Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere bc quodcunque Signum, sitque illud d , & connectatur $a d$. Maior est igitur $a d$, ipsa ab . Auferatur ab ipsa $a d$, æqualis ipsi ab , quæ sit de , & diuidatur $e a$ bifariam in Signo f , & connectatur fc . Quoniam igitur afc , Triangulum est, ipsæ af , fc maiores sunt ipsa ac . Verum af æqualis est ipsi fe . Rectæ Lineæ igitur fe , fc , ipsa ac maiores sunt. Aequalis autem est de , ipsi ab . Rectæ Lineæ igitur fc , fd maiores sunt rectis Lineis ab , ac , & sunt intra. Sit rursus Triangulum æquicrus



abc Basim bc utroque æqualium Latere maiorē habens, abscindaturque $a b$ ipsa bc , æqualis ipsi $a b$, quæ sit bd , & connectatur ad , sumaturque in ipsa ad quodcunque Signum, sitque illud e , & connectatur ce . Quoniam itaq; $a b$, ipsi bd æqualis est, Angulus quoq; $b a d$, Angulo $b d a$ æqualis est. & quoniam Trianguli edc Angulus $b d a$ externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe $d e c$. Quamobrem Angulus quoq; $b a d$, Angulo $d e c$ maior est. Multo maior est igitur Angulus $b a c$, Angulo $d e c$, & continetur $b a c$ quidem ab externis, $d e c$ verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Lineæ de , ec minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum cōprehendētes. Cū aut hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quæ in Geometria admi-

admirabilia sunt, Triangulum nempe Quadrilaterum reperire. Exempli gratia, Triangulum abc . nam à quatuor quidem Lateribus ba , ac , ce , eb continetur: tres verò Angulos habet vnum quidem qui ad b , alterum autem qui ad a , reliquum verò qui ad c Signum est. Quadrilaterum ergo Triangulum est præfens Figura.



Ex tribus rectis Lineis, quæ sunt tribus datis rectis Lineis æquales, Triangulum construere. Oportet autem duas reliqua esse maiores quomodocunq; assumptas.

Propositio 22.
Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus propositis rectis Lineis, quarum duæ reliqua sint maiores, Triangulum ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere. quippe qui hoc quidem primū cognouit, quod fieri non potest vt ex iisdem illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construat: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quod oportet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliqua maiores esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodocunq; assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacque de causa adiecit, quod vtrique necessarium est primis etiam rectis Lineis existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstruere: opus esse verò duas reliqua maiores esse, quomodocunq; assumantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt rectis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ aduersus Constructionem feruntur, quæque per hanc solam additionem dissolui possunt. Præfens ergo Problema ex Determinatis est, non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò determinata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construere, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addiderimus, quarum duæ reliqua sunt maiores, quomodocunq; assumptæ, Determinatum est, atque Possibile. fit enim hoc quoque. Quem-

Com. 27.

In 20. Propositione;

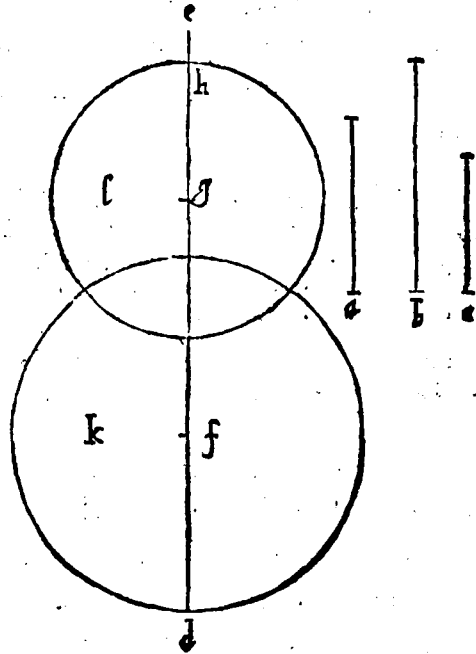
De Problematis Determinatis, Indeterminatis, Possibilibus, & Impossibilibus vide superius in com. primo.

admo-

Instantiæ
huius Pro-
blematis.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit diuisio, ita quoque Problematum iuxta Possibile enuntiatum, atque Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam inspicientes. Geometre. n. verba

sequemur. Sint tres rectę Lineę a, b, c, quarum duę quomodolibet assumptę reliquę sint maiores, iussuque facere opus sit. Ponatur quędam recta Linea d e ex altera quidē parte finita, utputā i Signo d: ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a, æqualis ipsa d f: ipsi autem b, ipsa f g: ipsi verò c, ipsa g h. & Centro quidem f, interuallo autem f d, Circulus k describatur. rursusque Centro quidē g, interuallo verò g h, Circulus l designetur. & secent se inuicem Cir-

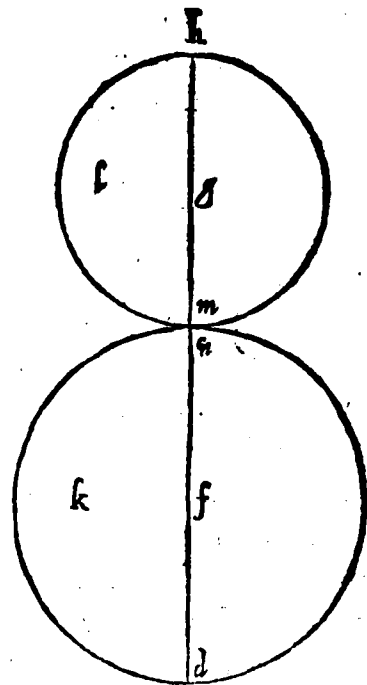


falsū sit.

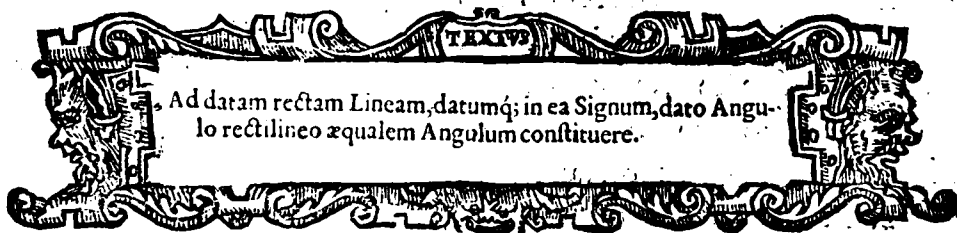
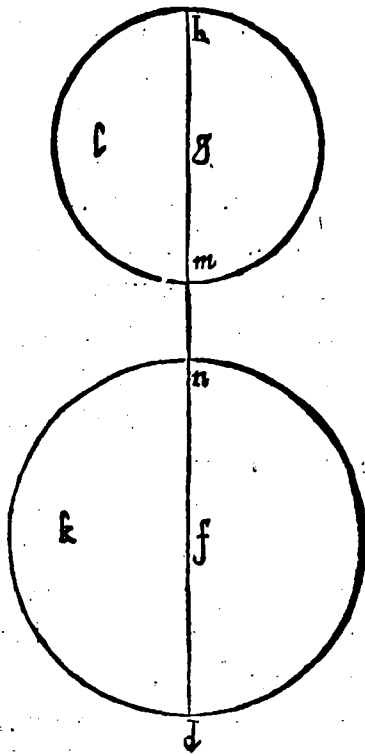
hoc siquidem Elementorū institutor + sortitus est. Vnde igitur hoc euenit dicat aliquis? fortasse enim vel tangunt tantum se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem interfecare, aut tangere, aut distare ab in-

Responso.

uicem. Dico itaque quod necessario se inuicem interfecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaque f Signū Centrum est Circuli k, ipsa d f æqualis est ipsi f n. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l, æqualis est ipsa h g, ipsi g m. Duę igitur d f, g h, vni æquales sunt, nempe ipsi f g. Positę autem sunt ipsa maiores, quemadmodū etiam a vnā cū c, ipsa b est maior. illis siquidē sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod fieri



fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h. excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a : ipsa autem f g, ipsi b : ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem interfecare. Quamobrem rectè Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocumq; assumptas, non autem vni æquales, neq; ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales : distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Propō 23
Prob. 9.

Problema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quàm Euclidis inuētum lucrum est, vt ait Eudemus : Anguli verò alij Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessario Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum .n. fuit quòd duo tantum curuilineorū Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit : & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Fit

Cōm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referēte Eude.

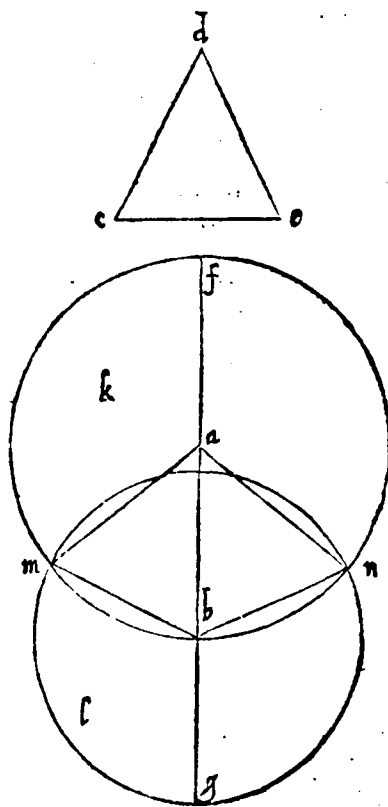
In cōm. 2.
huius lib.

Nota, 9
 Angul⁹ Fi-
 gurę simi-
 lis Securi,
 species est
 Anguli lu-
 nularis, &
 vocat⁹ Pe-
 lecoides
 Angulus.

Alia ex-
 citior hui⁹
 Problema-
 tis Demō.

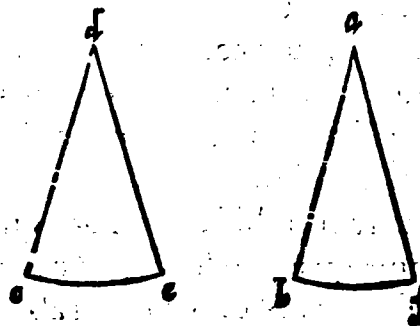
Fit autē huiusmodi Lunularis Figura, quæ Pelecoides vocatur, duo-
 bus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandā
 rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui consti-
 tituitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut
 rectilineum, aut mistum. cū autem nullus mistus rectilineo æqua-
 lis esse possit, manifestum quōd ipse quoque omnino rectilineus est.
 Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter
 vsus, ex tribusquē rectis Lineis, quæ tribus datis æquales sunt, Trian-
 gulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cō-
 stitutionem exquisitori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b,
 datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e.
 oportet itaq; facere id, quod iussum
 est. Cōnectatur c e, & producat⁹ a b
 ad vtranc; partem vsq; ad Signa f g,
 & ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa
 f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò
 e c, ipsa b g. & Centro quidem a, in-
 teruallo autē a f, Circulus k designe-
 tur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro
 quidem b, interuallo autem b g, Cir-
 culus l describatur. Circuli igitur se in
 uicem interfecant, quemadmodum
 superius ostensum est. Secēt se in Si-
 gnis m, n, à Signoquē n cōnectantur
 ad Centra rectæ Lineæ, similiterquē
 à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m
 & ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a,
 æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m,
 & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rur-
 sus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n
 æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e in-
 æqualis non est, ipsæ etiā b m, & b n,
 ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duæ igi-
 tur a b, a m duabus d e, d e inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est
 Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est.
 Rursusquē duæ n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi
 c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, iussūq;
 dupliciter factum est. non .n. vnum tantū, sed duos constituimus
 Angulos dato Angulo æquales ad vtranque partem rectę Lineę a b,

vt in

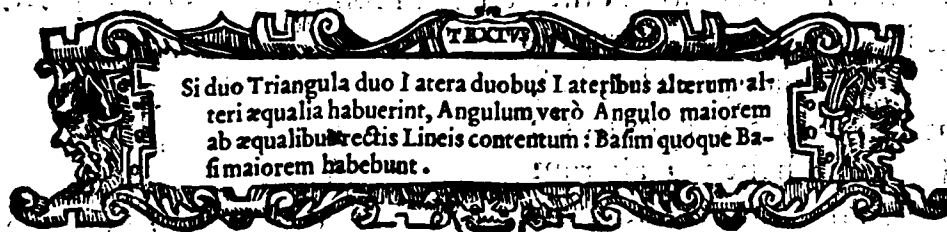


vt in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hęc quidem Constructioni Elementorum institutoris adiungimus. Apollonij autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quę ipsi indiget, quę in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum cde , & rectam Lineam ab , Centro quidem d , intervallo aut cd , ce Circunferentiam describit. Similiterque Centro quidem a , intervallo verò ab , bf Circunferentiam designat. intercipientisque ce Circunferentiam æqualem ipsi bf , connectit rectam Lineam af , Angulosque a, c æqualibus Circunferentijs insistentes, æquales affirmat.

Dānat A-
pollonii o-
stensionē.



Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etiā ab , ipsi cd æqualis est, vt Circuli quoque æquales sint. Huiusmodi itaque ostensionē tanquam posterioribus vtētem ab Elementari institutione alienam esse censemus. Illam autem Geometrę tanquam principia consequentem præponimus.



Propo 24
Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiit, & similes de inæqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in utroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in utroque, interdum autem inæqualem. & æqualitati quidem illius consequentē esse demonstravit Basium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorū Verticalium æqualitatem esse consequentem similiter demonstravit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

Cōm. 19

b pro-

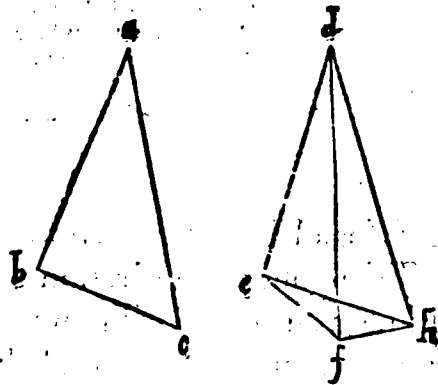
proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstravit, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati: nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit hoc verò ē conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum. nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoque inæquales ostendit. Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū: duo verò circa inæquale, hoc utique, & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus: duo autem à Basibus, octauum porro, quodque deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his in inæqualibus existētibz omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hæc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoque institutoris præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque deficit ipsi adiciamus. accipiens

Varij huius
Theore-
matis Ca-
sus.

enim duo Triangula abc, def .

Latera ab, ac Lateribus de, df æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad a Signum existentem Angulo ad d Signum esistenti maiorem, & volens ostendere Basim bc , Basim ef maiorem, ad rectam Lineam ed , ad Signumque in ipsa, quod est d , Angulo qui ad a Signum est æ-

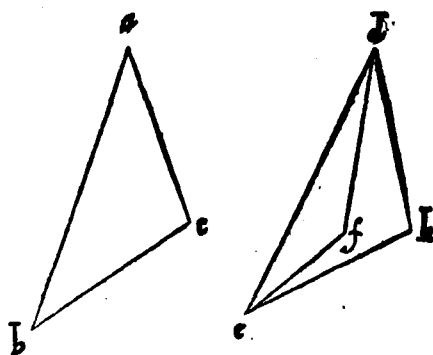
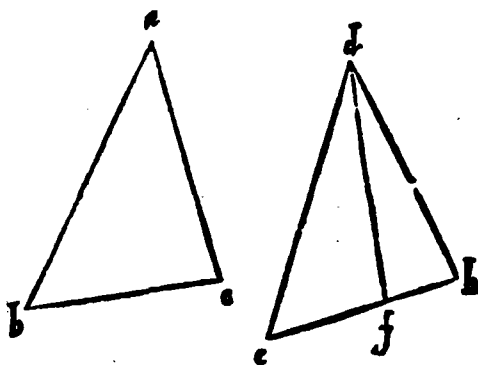
qualem constituit Angulum edh ; maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d , connectiturque ipsi a , æqualem d , h . Recta itaque Linea eh ad Signum h producta aut supra rectam Lineam ef cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sanè institutor utpote supra iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa recta



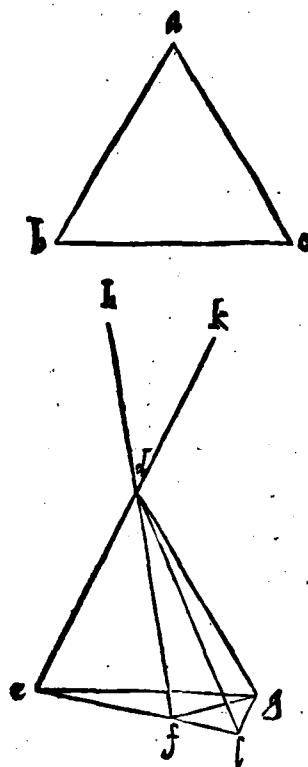
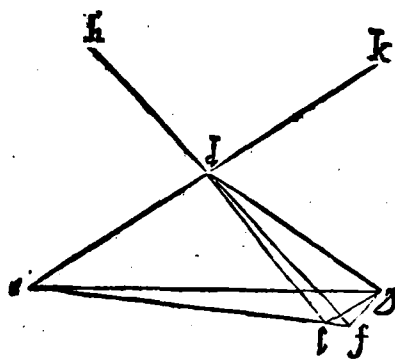
recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim $a b, a c$ duabus $d e, d h$ æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur $b c$, Basi $e h$ æqualis est. At ipsa $e h$ maior est quàm ipsa $e f$, quapropter ipsa quoque $b c$ maior est quàm ipsa $e f$. Verùm sit infra ipsam $e f$, posita. Connectentes itaque ipsam $e h$ dicemus quòd cum ipsæ $a b, a c$ ipsis $d e, d h$ æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque $b c$, ipsi $e h$ æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum $d e h$ duæ rectæ Lineæ $d f, f e$ in Latere $d e$ sunt constitutæ, externis minores sunt. Aequalis autem est $d h$, ipsi $d f$, ipsi namque $a c$ æqualis est. Maior est igitur ipsa $h e$ quàm ipsa $e f$. Sed $h e$ æqualis est ipsi $b c$. Maior est ergo ipsa $b c$ quàm ipsa $e f$. Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemad-

Dubitatio modum in quarto Theoremate simul demonstravit quòd Areæ quoque Triangulorum æquales sunt, in hoc etiam non adiecit quòd præter Basium inæqualitatem, Areæ quoque inæquales sunt? *Solutio.* Aduersus hanc vtiq; dubitationem dicatur quòd non est eadem ratio in equalibus Angulis, & Basibus: atque in inæqualibus. nam Angulis quidē, & Basibus equalibus existentibus, Triangulorum etiam equalitas sequitur: inæqualibus autem existentibus, necessarium non est Arcarū inæqualitatem consequi. sed tum æqualia, tum inæqualia Triangula esse possunt: maiusque illud, quod maiorem Angulum, Basimque maiorem habet, itemque minus. Propterea igitur Elementorum institutor Triangulorum comparisonem reliquit. Præterea autem, quia etiam horum contemplatio Parallelarum indiget tractatione. Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arcarum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem *Digressio* sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-

Arearum pulchra cōparatio.



ior Angulo gdk . Angulus igitur gdh maior quam duplus est Anguli gdk , ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur gdk minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi gdk , æqualis dgl , & connectatur el , & dl . Parallela ergo est gl , ipsi de . Triangula igitur gde , lde æqualia sunt. At Triangulum lde minus est Triangulo fde . Triangulum igitur gde , Triangulo fde minus est. Acquale autem est Triangulum gde , Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo fde minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inæquales eadēque construantur. Quoniā itaq; Anguli edg , gdk duobus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato edg , totus gdh minor quam duplus est ipsius gdk . Sed duplus etiam ipsius qui ad g Signum est. Angulus igitur gdk , Angulo qui ad Signum g , maior est. Ponatur Angulo gdk , æqualis dgl , & coincidat gl cum ipsa ef in Signo l , & connectatur dl . Parallela igitur est gl , ipsi de . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triangula gde , lde . Verūm Triangulū quidem lde maius est Triangulo fde : Triangulum verò gde æquale est Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo dfe maius est. Ostensum est igitur Triangulum abc , Triangulo dfe & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a , & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus. omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui verò ad Signum d , Recti dimidium, nonne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum a , vnus Rectus, & Recti dimidium



dium esset : qui verò ad Signum d , binæ vnius Recti Tertie , non ne duobus Rectis essent maiores ? Quid verò si qui ad Signum a , vnus Rectus, Recti & esset dimidium : qui autem ad Signum d , tertia Recti pars , non ne duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior ? Omnes itaq; hæ Comparationes Parallelarū vsu nobis factæ sunt . Necessariò igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur .

INCERTI AVTORIS SCHOLIUM

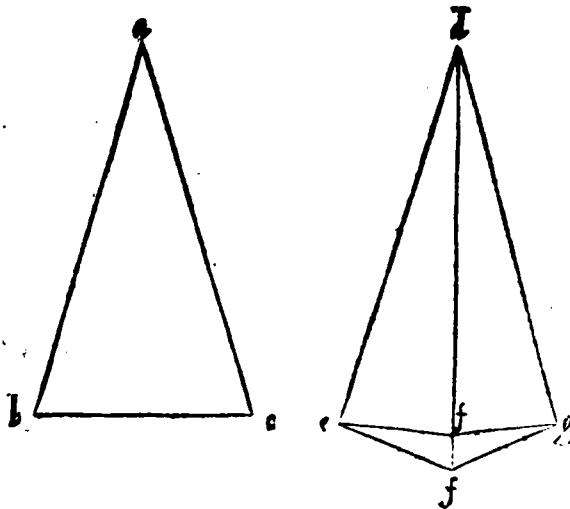
in vigesimum quartum Theorema Primi
Libri Elementorum Euclidis .

Scholium
in exēpla
ri quodā
veteri re-
pertum .



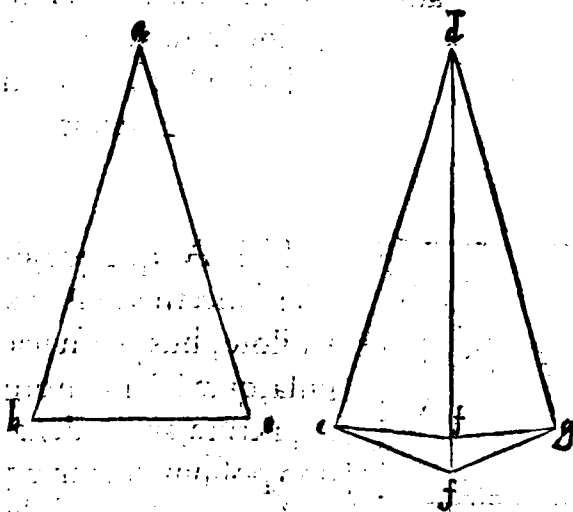
I ME AM afferre sentētiā operæpretium est, errauit Philosophus . nam fieri non potest vt super ipsa subtendente quæ posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessariò supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoq; institutor vsus fuit , quod autem dicimus , hoc modo ostendemus . Sint duo Triāgula æquicrura a b c,

d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f æqualia, & Angulus qui ad Signū a , Angulo qui ad Signū d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d . Si autē ipsam e g connectere volumus, fieri non potest vt ea, quæ connexa est , ipsi e f in directum sit . nā si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g , quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaq; duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis vtrique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterum ipsi etiam d f e est æqualis . & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e æqualis



lis est. quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autem hoc verum est, Trianguli dfg , externus Angulus interno, & ex opposito collocato æqualis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minimè potest ut recta Linea $e g$, rectæ Lineæ $e f$ in directum sit. Si verò hoc fieri nō potest, eò magis neque extra incidet. Intra igitur. Non ergo recte dixit Philosophus. Veruntamen alia quoque ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cum enim ipsa $d e$, tum ipsi $d f$, tum ipsi $d g$ æqualis sup-

ponatur, ipsa quoque $d f$, ipsi $d g$ erit æqualis. Quapropter tria Triangula æquicrura sunt, utputa $d e f$, $d f g$, & $d e g$. æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt. & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum e , ei qui ad Signum g , &



adhuc ipsi $d f e$: & qui ad Signum g , ipsi $d f g$. Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e , & g Signa, duobus $d f e$, $d f g$ æquales utriusque simul utrisque. Anguli igitur $d f e$, $d f g$, duobus sunt Rectis æquales. siquidē recta Linea $d f$ super rectā Lineā $e g$ steterit. Quocirca Anguli quoque $d e f$, $d g f$ duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimū decimū Theorema destructum est. At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producit recta Linea $e g$, super eadem rectā Lineā $e f$ non cōnectetur. Si verò hoc fieri non potest, multò magis (ut dictum est) neque extra incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdū, absurdum hoc maius est. Dicendum igitur pro Philosopho quod eos, qui instituantur alloquens, non satis scite exposuit. Vel exercitationis gratia, animique excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cum enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint, hoc est ipse $d f e$, & ipse $d f g$: & adhuc qui ad Signum e , & qui ad g Signum. Cum verò recta Linea super rectā consistens Lineā Deinceps

Defendit
Proclū ma
gis eū of
fendēdo.

ceps

ceps Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum dfe , $d fg$ rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursum septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostendit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigessimū quartū Theorema

Primi Lib. Elementorū

Euclidis.



Scholium
Interpre-
tis.



I ME A quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autē Philosophus. nam sciendum est quod ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. æquilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alte-

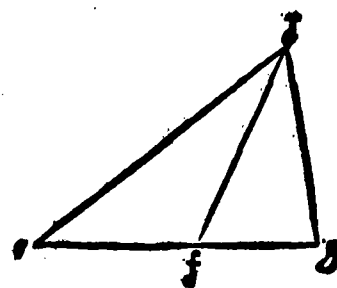
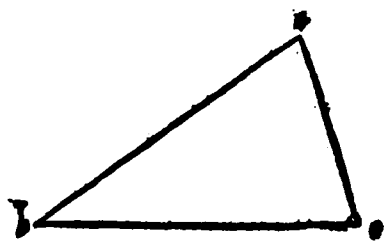
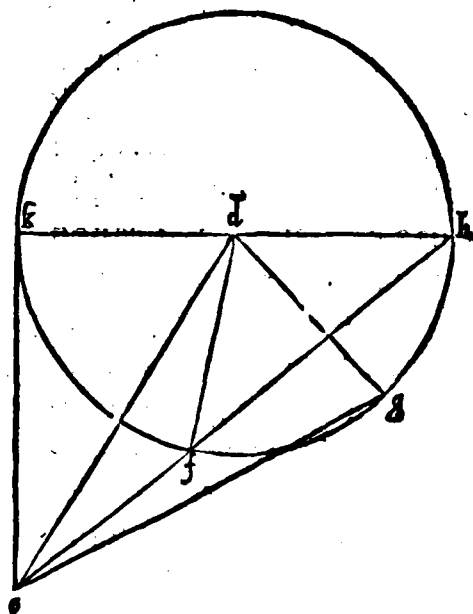
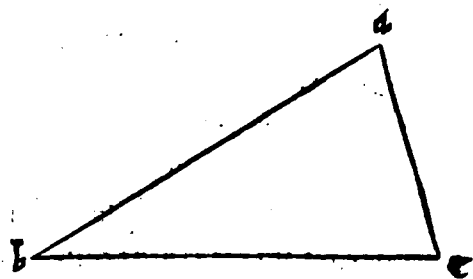
rius Lateribus alterum alteri sint. erunt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessario supra subtendentem quæ ultimò protracta est recta Linea incidet, ut incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, ut & Proclus ipsa suscepit, fieri potest ut quæ ultimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, ut apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel super ipsa subtendente ultimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiauit. Cum autē indeterminatè aliquid affirmamus, in quibus fieri potest ipsum intelligimus, nō aut in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quod aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quod tantū virum deceptum ostēdat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præfens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quod cum ait incertus Autor in æ-

quicru-

*Eucl. li. 1. p. 12. c. 1. et
p. 13. c. 1. et
p. 14. c. 1. et
p. 15. c. 1. et
p. 16. c. 1. et
p. 17. c. 1. et
p. 18. c. 1. et
p. 19. c. 1. et
p. 20. c. 1. et
p. 21. c. 1. et
p. 22. c. 1. et
p. 23. c. 1. et
p. 24. c. 1. et
p. 25. c. 1. et
p. 26. c. 1. et
p. 27. c. 1. et
p. 28. c. 1. et
p. 29. c. 1. et
p. 30. c. 1. et
p. 31. c. 1. et
p. 32. c. 1. et
p. 33. c. 1. et
p. 34. c. 1. et
p. 35. c. 1. et
p. 36. c. 1. et
p. 37. c. 1. et
p. 38. c. 1. et
p. 39. c. 1. et
p. 40. c. 1. et
p. 41. c. 1. et
p. 42. c. 1. et
p. 43. c. 1. et
p. 44. c. 1. et
p. 45. c. 1. et
p. 46. c. 1. et
p. 47. c. 1. et
p. 48. c. 1. et
p. 49. c. 1. et
p. 50. c. 1. et
p. 51. c. 1. et
p. 52. c. 1. et
p. 53. c. 1. et
p. 54. c. 1. et
p. 55. c. 1. et
p. 56. c. 1. et
p. 57. c. 1. et
p. 58. c. 1. et
p. 59. c. 1. et
p. 60. c. 1. et
p. 61. c. 1. et
p. 62. c. 1. et
p. 63. c. 1. et
p. 64. c. 1. et
p. 65. c. 1. et
p. 66. c. 1. et
p. 67. c. 1. et
p. 68. c. 1. et
p. 69. c. 1. et
p. 70. c. 1. et
p. 71. c. 1. et
p. 72. c. 1. et
p. 73. c. 1. et
p. 74. c. 1. et
p. 75. c. 1. et
p. 76. c. 1. et
p. 77. c. 1. et
p. 78. c. 1. et
p. 79. c. 1. et
p. 80. c. 1. et
p. 81. c. 1. et
p. 82. c. 1. et
p. 83. c. 1. et
p. 84. c. 1. et
p. 85. c. 1. et
p. 86. c. 1. et
p. 87. c. 1. et
p. 88. c. 1. et
p. 89. c. 1. et
p. 90. c. 1. et
p. 91. c. 1. et
p. 92. c. 1. et
p. 93. c. 1. et
p. 94. c. 1. et
p. 95. c. 1. et
p. 96. c. 1. et
p. 97. c. 1. et
p. 98. c. 1. et
p. 99. c. 1. et
p. 100. c. 1. et*

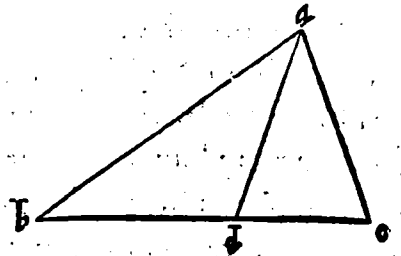
quicruribus Triangulis postremo productam rectam Lineam supra subtendentem necessario cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, vt quæ vltimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula abc , def æquicrura ita, vt Latus quidem ab æquale sit Lateri bc , & Latus ac , vtroque minus: Latus verò df æquale Lateri fe , & Latus de , vtroque maius. & sit Latus ab æquale Lateri ed , & Latus ac , Lateri df . nec non Angulus bac , maior Angulo edf : Ponatur autem Angulus edg æqualis Angulo bac , & protrahatur ipsa dg , ponaturque æqualis ipsi ac , & connectatur ipsa eg . Dico quod fieri potest vt ipsa eg , & supra ipsam ef , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d , interuallo autem Linea df , Circulus describatur, quem aut tangit Linea ef , aut secat. Tangat primum. Linea igitur dg in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota coniungens extra Circulum cadit, necessario ipsa eg supra ipsam ef cadet. Secet autem ipsa ef Circulum vt habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea ef , quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa dg , ipsi df æqualis est, necessario in Circuli Circumferentia cadit. Aut igitur inter fh Signa in Circumferentia cadit, aut in Signum h , aut vltra h Signum. At qui fieri non potest vt in Signum h , aut vltra h Signum ipsa cadat, necessarium igitur est inter f , & h Signa ipsam cadere. Quod autem neque in Signum h , neque vltra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primum in Signum h , vt ipsa dh , & producat ipsa hd in directum vsque ad Signum k , & connectatur Linea ke , que tangat Circulum,

in Signo k. Quoniam igitur
duæ k d, d e duabus e d, d h æ-
quales sunt, Basis autem e h,
Basi e k est maior, Angulus fa-
nè e d h, Angulo e d k maior
est. Verùm Angulus e d k ma-
ior est Angulo e h d. Multò
maior igitur est Angulus e d h,
Angulo e h d. & Latus ergo
e h, Latere e d maius est. Erat
autem & æquale, Triangulum
siquidem æquicrus supponeba-
tur, quod fieri non potest. non
cadet ergo in Signum h, recta
Linea d g. Eodem sanè modo
ostendemus quòd neque vltra
ipsum ñsdem existentibus sup-
positionibus cadere potest. Ne-
cessariò igitur inter Signa f h in
Circunferentia cadit, secantque
se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Li-
neæ. Ipsa ergo e g protracta
magis remota quàm ipsa e h à
Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum
erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cade-
re potest. Reliquum autem est ostēde-
re quòd fieri potest, vt etiam super ipsa
subtendente quæ vltimò protracta est
recta Linea cadat. Sint itaque duo
Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea,
quæ superius descripta sunt. & sit qui-
dem vterq; Angulorum b a c, a c b re-
liqui duplus, itemque duplus Anguli
e d f. hoc enim fieri potest, constituatur
aut ad d e recta Linea, ad Signūque in
ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b
a c, & ponatur cuius Linearū a c, d f æ-
qualis ipsa d g, cōnectaturq; Linea e g.
Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



sa fg ipsi ef in directū est, ipsaque eg postremo protracta, super ipsa ef velis nolis cadet. Primum igitur ostendendum quod in directū est ipsa gf, ipsi fe, vnaque est recta Linea ipsa efg: postea verò, quod super ipsa cadit recta Linea eg, postremo protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quēdā, quæ talis est. Si Trianguli æquicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basi Trianguli, quod initio erat, itemque alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquū est. Sumptio.

Sit Triangulū abc æquicrus habens vtruncq; eorum, qui ad ac Basim sunt Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectā Lineam ad, & ducatur ipsa ad ad Latus bc. Dico quod æqualis est recta Linea ad vtrique rectarum Linearum ac, db.

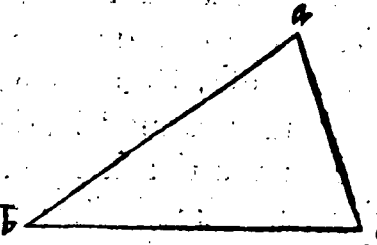


Demō Sū
ptionis.

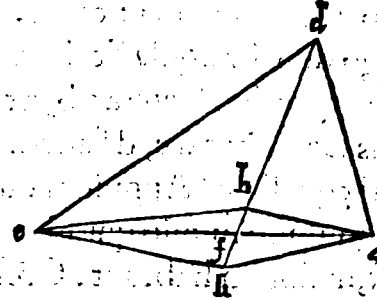
Quoniam Angulus bac duplus est vtriusq; Angulorum bad, abd, Angulus bad, Angulo abd æqualis est. Aequale igitur est & Latus ad, Lateri db. Rursus quoniam Trianguli abd externus est Angulus adc, duobus internis, ex oppositoque iacentibus, ipsis nempe abd, bad est æqualis, qui ipsi bac æquales sunt. Angulus ergo adc, Angulo bac inæqualis non est. At ipse bac, ipsi acb est æqualis. æquicruris. n. Triangulum abc supponebatur.

Propositio de p. 10. et. 4. f. 100
Propositio de p. 10. et. 4. f. 100

Angulus igitur adc, Angulo acd æqualis est. & Latus ergo ad æquale est Lateri ac. Ostensum est aut ipsi etiam db æquale. Recta igitur Linea ad vtrique ac, db rectarum Linearū æqualis est, quod



oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur quæ superius designata fuit descriptio. Si itaq; ipsa gf in directum non est ipsi fe, sed sunt duæ Rectæ ipsæ ef, fg, ducatur à Signo e, ad g Signū recta Linea, quæ aut supra ef, fg rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lineis

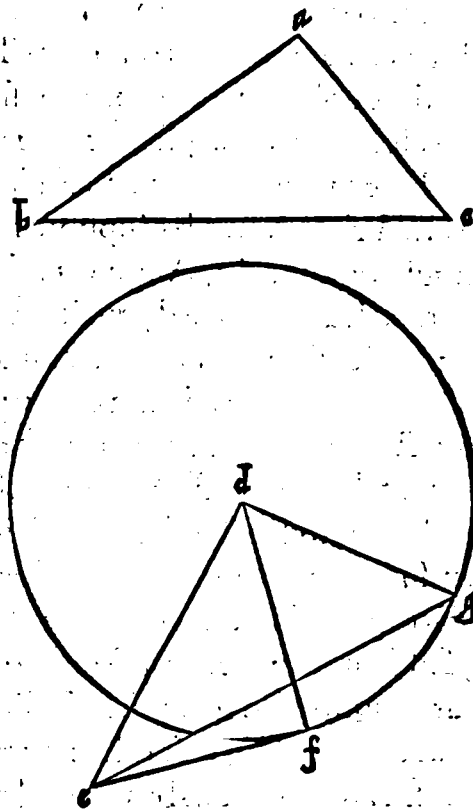


Propositū
Demō.

mo questo si
interum et
questo p. 10
et. 4. f. 100

una recta Linea cadere minime potest. Cadat primò supra. Secat igitur ipsam d f. secet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e: & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basi e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus est, habens vtrunque eorum, qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo supra recta Linea e g. Cadat infra, & producat ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porro ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq̃ supra. Super ipsis ergo necessario cader. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cum autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiuscemodi igitur Acquiruribus, quæ hoc modo se se habent recta quæ ultimò protracta est Linea, neq̃ supra, neq̃ infra, sed super ipsa subtendente omnino cader. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiuscemodi Acquiruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Acquiruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalēna fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdēte cadat. Sint ergo duo Triangula Scalēna a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstitua-

Demō in
 Scalēnis.



tur

Triangulo
rū ad sua
principia
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inequalitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: utriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mixtæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præsens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatēra esse nō possunt (hoc siquidē inequalitatē ostēdit, illa autē ab æqualitate vndicque scatent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut nō similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quā in æquicruribus. in scalenis. in quæ postremò protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest: in æquicruribus autē necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam, quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quā ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quā illorum Constructio est. Iurē igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quā in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quā æquicrura participant: æquicrura verò infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanē diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant: æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidē abundant, inæqualitatem verò, materialeque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurium siquidē duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inæqualis: Scalenum verò vitis partibilibus, quæ vndequeque immoderatione, & inequalitate, omnisque generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verū de his quidem hæcenus.

Pulchra
Triangulo
rum iuxta
Pythagoreos
ad ea
quæ sunt
comparatio.

Finis
Scholii

Corollarium ex Scholio.

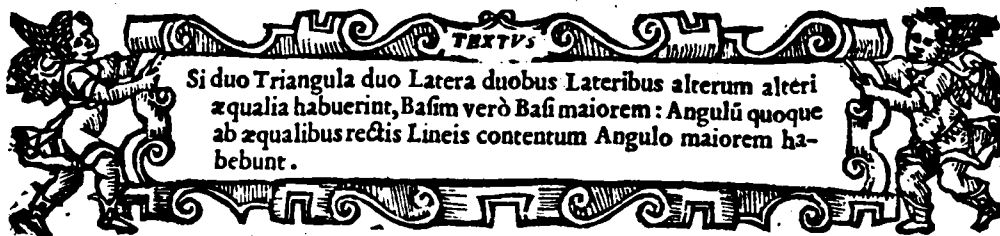
Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vnius duplus fuerit Angu-

li Verticalis alterius, necessariò quæ ultimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit : cū autem maior quā duplus, infra ipsam : cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habeat.

SEQVNTVR PROCLI

Commentarij

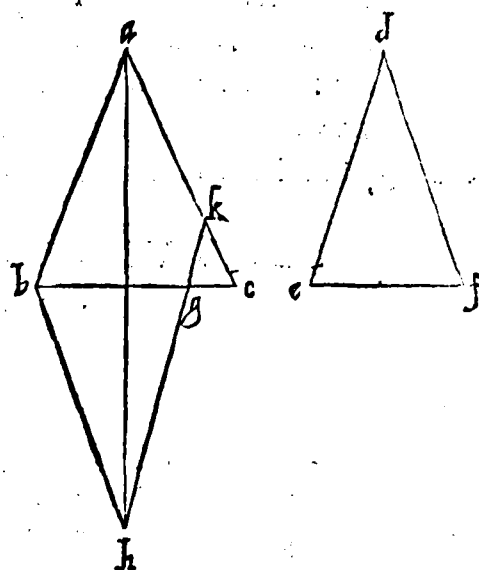
Propo 25
Theo. 16.

PResens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumquæ æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostensionibus : in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens : interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusquæ e conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verum ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere ipsi, qui discendi tenentur desiderio idimitemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quam Menclaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula abc , def duo Latera ab , ac duobus Lateribus de , df æqualia habentia alterum alteri, Basimquæ bc , Basi ef maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basi bc , Basi ef æqualis, quæ sit bg , & constituatur ad b Signum Angulo d ef , æqualis Angulus gbh , & ponatur bh ipsi de æqualis, & connectatur hg , & producaturs vsque ad k Signum, cōnectaturquæ ah . Quoniam itaque

Cóm. 30.

Démonstra
tio Mene
lai Alexā
drini.

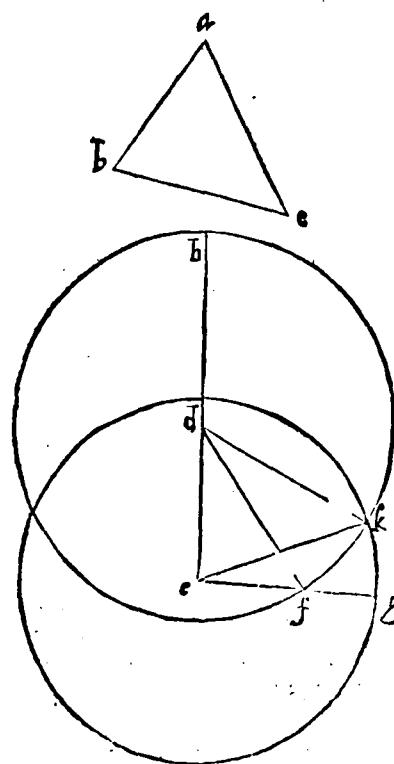
que bg æqualis est ipsi ef , bh autem ipsi cd , duæ duabus sunt æquales, Angulosque æquales continent. Ipsa igitur gh , ipsi df æqualis est, et Angulus bhg Angulo edf inæqualis non est. Et quoniam gh æqualis est ipsi df , ipsa autem df , ipsi ac , ipsa quoque gh , ipsi ac æqualis est. Maior est igitur hk , quam ac , quamobrem multò maior quam ak . Et Angulus ergo kah , Angulo kha maior est. Rursus quoniam æqualis est ipsi ab , ipsa bh , ipsi namque de est æqualis,



Angulus bha , Angulo bah æqualis est. Totus igitur bhk Angulus toto bac Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum d , ostensus est. Angulus ergo bac , Angulo, qui est ad d Signum, est maior. Talis quidem Menelai Demonstratio est. Heron autem Me-

Heronis
Mechanici
Demō.

chanicus hoc modo non per impossibile idem ostendit. Sint duo Triangula abc , def , egedque sint suppositiones. & quoniam bc maior est quam ipsa ef , producatur ef , & ponatur ipsi bc , æqualis eg , similiterque protrahatur de , & ponatur ipsi df , æqualis dh . Circulus igitur, qui Centro d , intervalloque df describitur transibit etiam per Signum h . Describatur ut fk . & quoniam ac , ab maiores sunt ipsa bc , hæ autem ipsi eh æquales sunt, & bc , ipsi ge , Circulus, qui Centro quidem e , intervallo autem eg describitur, secet ipsam eh . Secet ut ipse gk , & connectantur à communi Circulorum sectione ad Centra rectę Lineæ kd , ke . Quoniam itaque d Signum Centrū est Circuli hkf ,



ipsa

ipsa $d k$, ipsi $d h$ æqualis est, hoc est ipsi $a c$. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli $g k$, ipsa $e k$ ipsi $e g$ æqualis est, hoc est ipsi $b c$. Quoniam igitur duæ $a b$, $a c$ duabus $d e$, $d k$ sunt æquales, & $b c$ Basis, $e k$ Basi, Angulus quoque $b a c$, Angulo $e d k$ est æqualis. Angulus ergo $b a c$, Angulo $f d e$ maior est.



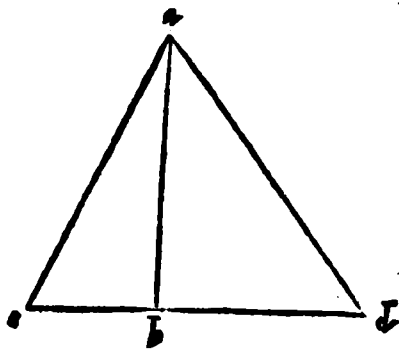
Propo 16
Theo 17.

Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaque Angulos quidē æquales cū accepisset Euclides, Latera quoque Triangulorum nō potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehensaque spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim æquales habeāt. Sola verò Latera æqualia cū supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauū Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimque Basi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spatiorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessariò consequentem, nullaque Demonstratione egentem. Latera autem, atque Angulos accipiens, vel vnum Latus vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latus, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contrā vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latus, & tres Angulos: vel plura etiā vno Latere, vnoque Angulo plures. Verū vnum Angulum, vnumque Latus cū accepisset, Propositum minimè ostendit, reliquorū scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latus, vnumque Angulum æqualia existentia, quò ad reliqua prorsus inæqualia sint. Sit enim recta Linea $a b$ Perpendiculariter erecta super rectam Lineam $c d$, sit autem maior $b d$ quàm $b c$, & connectan-

d tur

Cóm. 31.
Pulcherri
ma cōpa-
rationis
Triangulo-
rū Diuissio

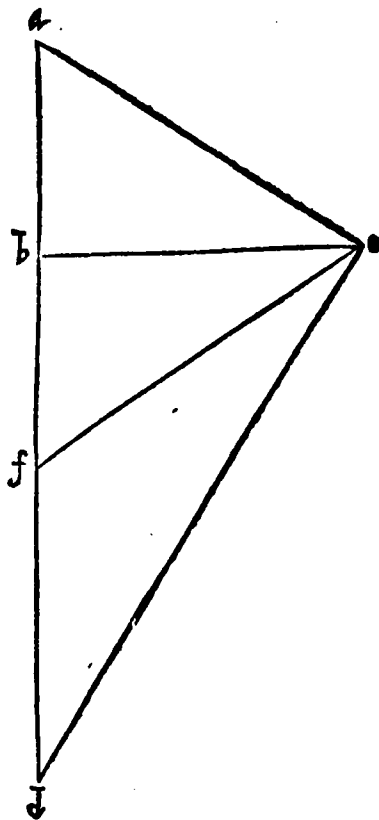
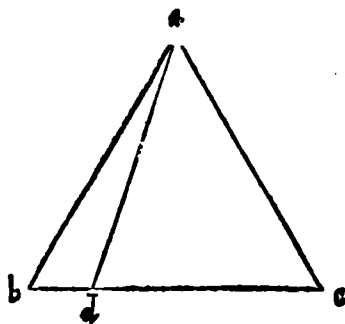
tura c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angulus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præsens Theorema. Vñ verò Latus, & tres Angulos equales iterum supponere superuacaneum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū,



† decētib.
bus.

duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstrauit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantum equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum + datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inuolidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quēadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verum aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsentī Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatelo a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo Trian-

Triangula duo Latera $a b$, ad duobus Lateribus $a c$, $a d$ æqualia habentia, vnūque Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verūm nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus $b d$, Lateri $d c$. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanè modo præfens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectangulum $a b c$, Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, Latusq; $b c$ maius Latere $b a$, & producat $a b$, & cōstituatur ad rectam Lineam $b c$, ad Signumque in ea c , Angulo $b a c$, æqualis Angulus $b c d$, & coincident $b d$, $c d$ productæ vsq; ad Signum d . Duo itaq; Triangula sunt $a b c$, $b c d$ vnum Latus $b c$ commune habentia, duosque Angulos duobus Angulis æquales $a b c$ quidē, ipsi $c b d$ (Recti. n. sunt) $b a c$ autem, ipsi $b c d$. sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum $b d c$ maius Triangulo $a b c$. causa autem est quoniam commune Latus $b c$ in Triangulo quidem $a b c$ vnum æqualiū Angulorū subtēdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò $b c d$, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut equis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum $b c d$, Triangulo $a b c$ maius non est: constituatur. n. ad rectam Lineam $b c$, ad Signumque in ipsa datum



d a c

Porphy-
rius.
Eudemus
i Geome-
tricis enar-
rationib⁹
ad Thale-
tem hoc
Theore-
ma refert

Epilogus
primæ se-
ctiōis pri-
mi lib. E-
lemento-
rum Eucli-
dis.
Documē-
tum.

Pulchra
confide-
ratio.

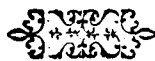
c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterū alteri æquales habentia, vnūque Latus cōmune æqualibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autē æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoque diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præsens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisissorūque causas dicere poterimus, tãquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas redarguentes. & huc vsque finem habere Elemētorum institutori primam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Constitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Comparationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ circa existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quantitatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnumquodque sibi ipsi idem est, à se ipsoque discrepat, propter eam, quæ in ipso est multitudinem: omniaque eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquoque Triangulorum, tum in pluribus vno Triangulis æqualitas, inæqualitasque reperta fuit.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



DE TRIANGVLORVM quidem Ortus, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipue quidem de Parallelogrammis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoque doctrinam afferens.

Continua
tio Libri.

diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipue quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnà autem cum his Trapezium quoque contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrammorum constitutione, vel æqualitate dicatur absque Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

In cō 18.
Libri 1.Inferius i
Propōne
35.

Propō 33.

te

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur: ex connexionem autem Parallelogrammum apparet, quod Lateraliter ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

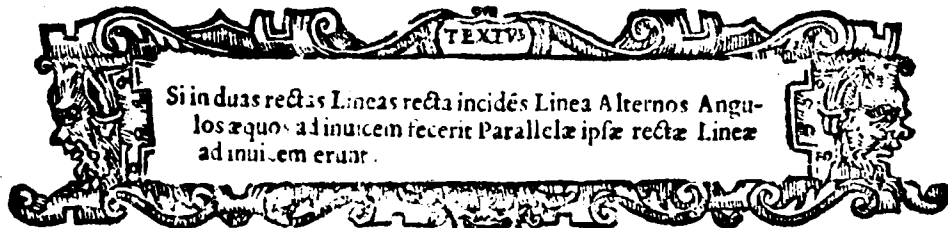
Tria, quæ
Parallelis
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed vnūquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnū quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueuerunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apolloni
† Nicodemus.
Hippias.
Perseus.

SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propo. 27
Theor. 18



Com. pri-
mum.

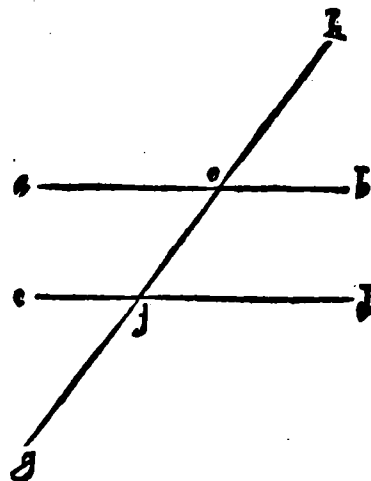
IN præfenti quidem Theoremate tãquam euidentis præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematis, quæ in Plano considerantur. Adijcitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim obstat in modum litteræ X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vtitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasq; incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò q̃ alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternū Angulos appellat. Dico autē, exempli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteq; in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēq; Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, vtpote Alter no commutatoūe ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem. Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrā pones, vt ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrā, vt ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrā, alterum verò extrā, vt ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrā ponas,

In lib. 2.
in cōm. 7.

Notandū

Qui sūt
Alterni
Anguli.



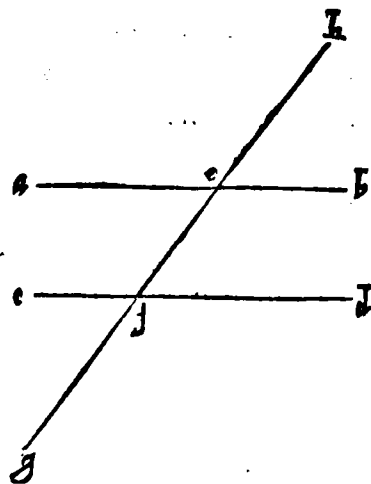
Documē-
tum.

Diuisio
Sympto-
marū Pa-
rallelarū
Linearū.

Anguli in
Parallelis
sex modis
sumuntur.

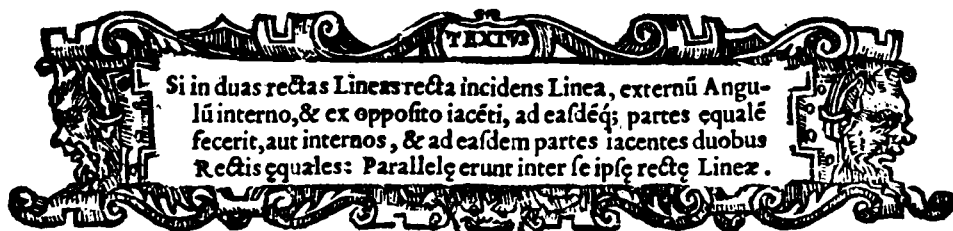
nes, ut ipsos $a e f$, & $e f d$, vel ipsos $c f e$, & $f e b$: aut vtruncq; extrà, vt ipsos $a e h$, & $d f g$, vel ipsos $h e b$ & $c f g$: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocquē rursus quadrupliciter. aut enim ipsos $a e h$, & $e f d$: aut ipsos $h e b$, & $e f c$: aut ipsos $g f c$, & $f e b$: aut ipsos $g f d$, & $f e a$ pones. & præter has alia Sumptio non est. Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit. & hæc quidem consequētia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt. Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdē sunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita vt ij, qui extrà ambo sunt, & ij, quorum vnus quidē extrà, alter verò intrà, prætermisī sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intrà sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrà, alter verò extrà, quos æquales esse dixit, vna sanē Sumptione relicta, quæ ambos extrà supponit. Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermisīas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extrà Anguli $h e b$, $d f g$, dico q̄ hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim $d f e$, Angulo $h e b$: & Angulus $b e f$, Angulo $d f g$ æqualis est. Si autem Anguli $b e f$, $e f d$ duobus rectis æquales sunt, Anguli etiā $d f g$, $h e b$ duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdē partes Anguli $a e h$, $e f d$, quorum alter quidem sit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt. si enim Angulus $a e h$, Angulo $b e f$ æqualis est, Anguli autē $b e f$ & $e f d$ duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque $a e h$, & $e f d$ duobus Rectis æquales sunt. Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, vt Anguli $a e h$, $d f g$, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt. si enim Anguli $a e h$, & $b e f$ ad inuicem æquales sunt, Angulus autem $d f g$, Angulo $b e f$ est æqualis, Angulus igitur $a e h$, Angulo $d f g$ inæqualis non est. Si igitur quę in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cōsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequentur. præter hoc, quòd in quibus quidem hæc Geometra suscepit iuxta quidem

duas



duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales: in his autem ē contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cū enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non īmeritò quæ prætermittæ, ijs, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus ē contrario se habent. Videtur autem Geometra hæc suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit: ex ijs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuittasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

Cur tres
sumptio-
nes Angu-
lorū Eucli
des præter-
miserit.



Propō 28
Theo. 19.

Præcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat: hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extra] & [intra] Angulos separat, altera verò ambos intra supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuisim capere, tria que Theoremata facere: aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapolita Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit: aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in presentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Quenam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cōm. 2.

Dubitatio

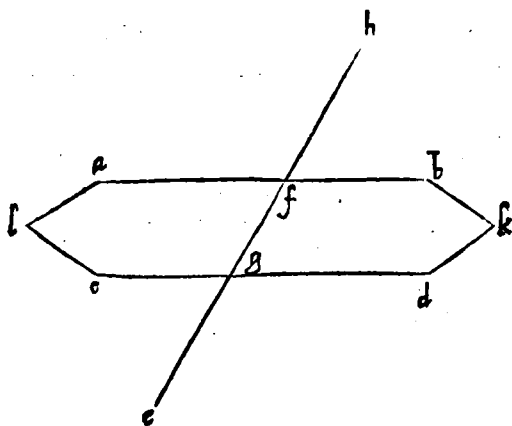
Hierapoli-
ta Aeneas
cōpendiū
Elemento-
rū scripsit.

Solutio.

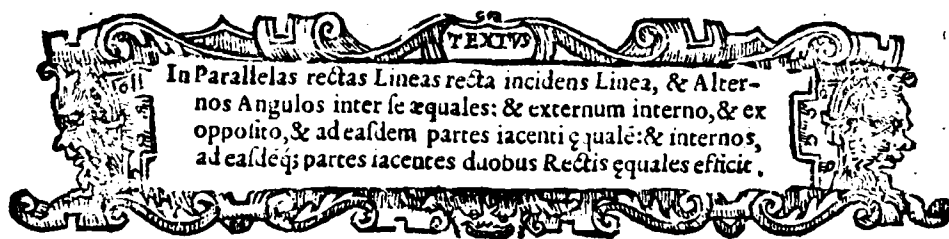
c pro-

*Ptolemæi
Dēmōstra-
tio i libro,
cui titulus
est Rectas
Lineas ab
angulis mi-
noribus, q̄
duo Recti
productas
coincidere.*

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad easdem, vel non ad easdem accipi partes? nam precedens quidem non ad easdem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad easdem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verum quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quod internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex his, quæ scripta sunt. Ptolemæus aut in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad easdem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nēpe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ a b, c d, fecerq̄ue ipsas quēdā recta Linea e g f h, ita vt Angulos b f g, & f g d duobus Rectis æquales efficiat, dico quod ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur b f, g d rectæ Lineæ in Signo k. Quoniam itaq̄ recta Linea e f sterit super rectam Lineā a b, Angulos a f e, b f e duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam f g super c d sterit, duobus Rectis æquales efficit c g f, d g f Angulos. Quatuor igitur, b f e, a f e, c g f, d g f quatuor Rectis æquales sunt, quorū duo b f g, f g d duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur a f g, c g f hi quoq̄ duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ f b, g d duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur f a, g c dum producuntur coincident. nam duobus Rectis Anguli quoq̄ a f g, c g f æquales sunt, aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincident itaque rectæ Lineæ f a, g c in Signo l. Duæ igitur l a f k, l e g k rectæ Lineæ Spatium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt.



In



Proposi-
tio 29.
Theo. 10.

PRæfens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in utroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aut in illis Data sunt, ostendere proponit. & hæc etiam Conuersorum differētiā silētio prætereūda nō est, q̄ omne, quod cōuertitur, aut vñ vñi cōuertitur, vt quīto sextū: aut pluribus vñ, vt p̄cedentibus quod in præsentia proponitur: aut plura vñ, vt paulò pōst nobis manifestū erit. In præsentī autē Theoremate primū Elementorum institutor hac Petitione vsus est, quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidēs Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitū producūtur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentiæ certum Signum non est, eò quod aliæ quoq; repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atq; plus, coincidentes verò nunquam, vt prius etiam dictum fuit. Olim itaq; quidam quoq; alii cū hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore vt Petitiō assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autē Ptolemæus quoq; ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ à minoribus quàm duo Recti producuntur, coincidere. ostenditq; ipsum cū multa præassumpsisset eorū, quæ ad hoc vsq; Theorema ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocq; veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Vñ autē hoc quoq; est eorum, quæ præostensa sunt, quod ait rectas, quæ à duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaq; quod Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam
Cōuerso-
rum diffe-
rentia.
In cō. 32.
Propōnis.

Quia Pe-
titiō.

In lib. 3. i
cap. 1. & i
cōm. 3.

In fine se-
cūdi lib. et
in cōm. 3.
libri tertii
Digressio.
Quæ Pro-
lemæus di-
cat in suo
Libello.

Secūda p̄
Propōnis
28.

Conuersa
secūde par-
tis 28. Pro-
pōnis, &
tertia 29.
pars.

Flagitiola
Ptolemæi
rôcinatio.

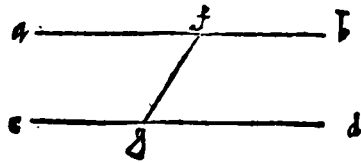
Demô ter-
tiz Partis
huius Theo-
rematis se-
cundû Pto-
lemæum.

Demô qui-
tæ Petitio
nis secundû
Ptolemæum

Alia quin-
tæ Petitio
nis secundû
Ptolemæum
curatior
Demô.

ab vna recta Linea secantur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in

ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis maiores non efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiã

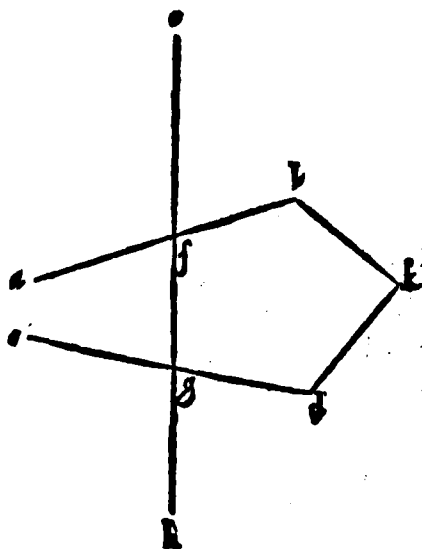


Rectis idem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quàm f b, g d. Quãobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficit. Verùm ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quod quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præ-
+ ostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad utrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verùm ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficit. Idem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest.

Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adhibere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas fit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

te' nego

sunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quod itaque non sunt non coincidentes rectę Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidūt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Triāguli ergo g f k externus



interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hæc partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, captiosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtriscq; partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuisio est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoque aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quòd non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdem partes in vtriscq; partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hæc suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum sup-

Aduersus
Ptolemæū

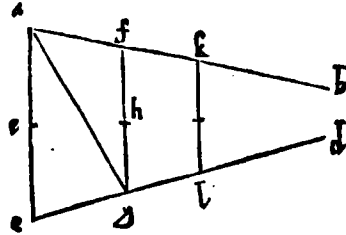
Primū fun-
damentū.

Secūdum
fundamē-
tum.

posi-

Quorū dā
initia ad
uersus qui
tā Petitiō
nem.

positionum fieri non potest: quandoquidem si quis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdē suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex his, quæ diximus ostensionis imbecilitas. Agē autem illos quoq; inspiciamus; qui dicunt fieri non posse ut quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincident. Cum enim accepissent duas rectas Lineas a b, c d, & incidentem in ipsas rectam Lineam a c, internosque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquirunt ut rectę Lineę a b, c d non coincidentes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa a c in Signo e, & abscindatur ab ipsa quidem a b, æqualis ipsi a e, quæ sit a f: ab ipsa verò c d, æqualis ipsi e c, ipsa c g. Manifestum itaq; est quòd rectę Lineę a f, c g non coincident in Signis f g. Si enim coincident, erunt duæ ipsi a c æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus f g, & diuidatur bifariam in h Signo, abscindanturque æquales. Neq; hæ igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam secando, à rectisque Lineis hisce dimidijs æquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quòd a b, c d rectę Lineę nusquam coincidunt. His itaq; talia dicentibus, dicendum nobis est quòd verum quidē dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neq; verū est ipsas nullo modo prorsus coincidere. non coincident enim ipsæ a b, c d rectę Lineę Angulo b a c, & Angulo d c a determinato, in Signis f, & g, nihil tamē impedit quin coincidant in Signis k, l, si ēt ipsę f k, g l ipsis f h, h g æquales fuerint. coincidentibus. n. ipsis a k, c l nō adhuc nūc manēt ipsi k f h, l g h Anguli, & quedā ipsius f g rectę Lineę pars extra ipsas a k, c l rectas Lineas reliquitur. & sic duæ rursus ipsæ scilicet f k, g l tanta Basi maiores sunt, quantā intercipiunt in interiori ipsius f g rectę Lineę parte. Præterea aut illud quoq; dicendū est indeterminate ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus q̃ duo Recti protrahuntur nō coincidere, quòd ea quoq; destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrum igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, præter quintam Petitionem primam quoque destruunt

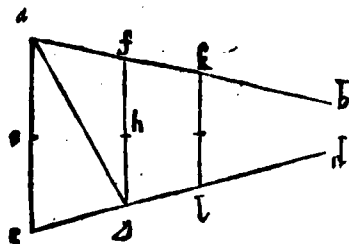


Responso
ad initian-
tiam.

Alia Re-
sponso.

dicen-

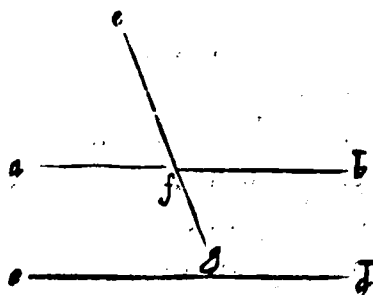
dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea
ducatur : si verò possibile, connecta-
tur. Quoniam itaque Anguli $f a c$,
 $g c a$ duobus Rectis sunt minores, ma-
nifestum est quòd Anguli etiā $ig a c$,
 $g c a$ multò magis duobus Rectis mi-
nores sunt. Lineę rectę igitur $a g$, $c g$
in Signo g coinciderunt ab Angulis
productę, qui duobus sunt Rectis mi-



niores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quę à mi-
noribus quàm duo Recti producantur non coincidere. Verū enim-
uero quòd aliquę quidem rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores
duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de om-
nibus hoc querere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duo-
rum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantā diminu-
tionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam
hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem
perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum
præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum
esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facien-
tes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum pro-
ductę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. osten-
dit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiã pro-
ductę sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas inter-
iacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distan-
tia augeatur. Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt. Omni
igitur finita Magnitudine maius interuallum rectę, quę in infinitum
producuntur Lineę ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito,
dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam re-
cta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelę $a b$,
 $c d$, secetq; ipsam $a b$, recta Linea
 $e f g$. Dico quòd ipsam quoq; $c d$
secabit. cū enim duę rectę Lineę
sint, quę ab vno Signo fin infinitū
producuntur, ipsę nempe $b f$, $f g$,
omni Magnitudine maiorem ha-
bent distantiam. Quapropter hac
quoq; quę tanta est quantū est in-
teruallū, quęd inter P arallelas adia-

Aliquę re-
ctę Lineę
à minori-
bus q̄ duo
Recti pro-
ductę coi-
cidūt, & a-
liquę non
coincidūt.
& hæc est
ppria Au-
toris opi-
nio.
Pronuntia-
tū, quo vs⁹
est et Ari-
stot. 1. de
cēlo tex.
35.
Oñesio
Aristo.

Sumptio.

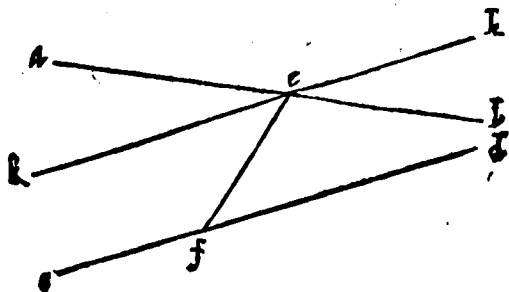


Demō sū-
prionis.

cet.

Quicq̃ Pe-
titiōis pul-
chra De-
mō.

cet. Cū igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa fg ipsam cd secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquā quoq̃ secabit. Hoc antè demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectę Lineę ab, cd , cadatq̃ in ipsas recta Linea ef Angulos bef, dfe duobus Rectis minores efficiēs. Dico quòd rectę Lineę hisce in partibus coincidēt, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cū enim Anguli bef, dfe duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, heb Angulus, & producat he ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas hk, cd , recta Linea ef cecidit, internosq̃ Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet hef, dfe , rectę Lineę hk, cd Parallele sunt. & secabit ipsam kh , ipsa ab . Secabit igitur & ipsam cd , per sumptionem, quæ præostensa est. Coincident ergo rectę Lineę ab, cd ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.



Propō 30.
Theo. 21.

Quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę.

Cóm. 4.

Primū p-
nuntiatiū.
Propō 21.
sexti Ele-
mentorū.
Propō 11.
quinti Ele-
mentorū.

Documē-
tum.

CONsuevit Geometra in Sermonibus ijs, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoq̃ dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusq̃ dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quę eidem Rationi eadem, ad inuicem quoq̃ eadem sunt. Hoc modo igitur nunc quoq̃ demonstrat quòd quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nō in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoq̃ dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoq̃ sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quęcunq̃ vniuocē cōuertuntur, in equalitate,

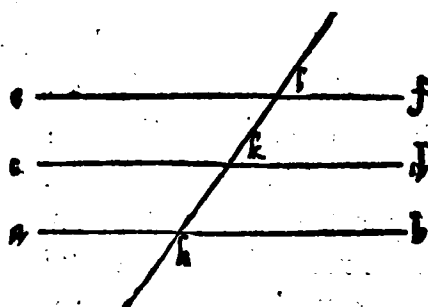
in

in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallela Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum æquali æquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. ipse namque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicitur igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæc similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallela. Fieri autem potest ut qui etiam situm iam permutauit, idem ostendat eisdem vijs, quibus Geometra ad Propositionem ostendendum usus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam c d, & ipsam e f Parallelam accepit, ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, utrumque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k æqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur c d, e f, Parallelae sunt. Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelae, & inter se igitur Parallelae sunt, dicemus quod a h, h b vnus Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum rectæ, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallelae sunt. Exempli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi e k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallelae. Si enim rursus alteram alicui Parallelam supposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idemque redibimus.

In quibus respectibus identitatis consequentia verificetur. *tox. græcus* sic habet ipsa namque Parallelas si dici potest similitudo. Finis Documenti.

Casus huius Problematæ.

Idem motis



Dubitatio

Sol.

Notandum.

f Per

Propo 31.
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam
Lineam ducere.

Cōm. 5.

Documē-
tum.

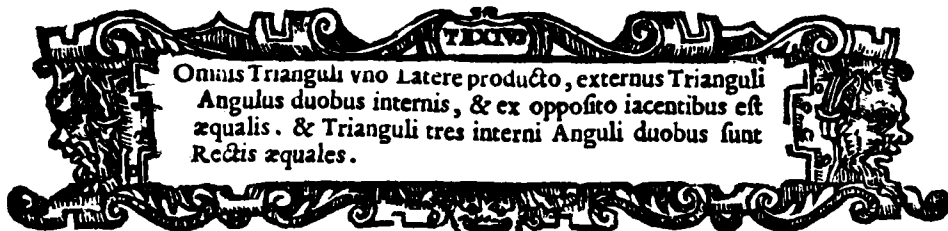
Cōmuni-
tes hui⁹ &
duodeci-
mi Proble-
matis.

In cō. 22.
lib. tertii.

Differēti-
ę huius, &
duodeci-
mę Prepo-
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis reddunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectę Lineę Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est vt Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicauit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hic verò Parallelam. Verum illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex ante demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallele erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod secet recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectęque Lineę distantiam. quantum enim datum Signū

Signum à data recta Linea distat, tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.

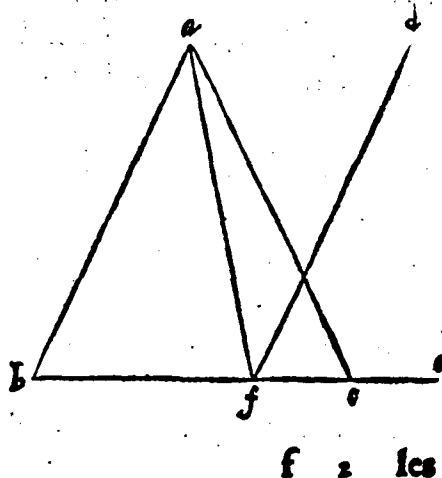


Propo. 32
Theo. 22.

Quantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quantum maior. ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est. nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quantum etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit. nec propterea superuacua illa esse dicemus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, è quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire. Veruntamen Elementorum quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quærentur ostendit. fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hocque reliquum probauit. nos verò è contratio faciemus. Sit igitur abc Triangulum, & producat bc usque ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa bc , quod sit f , & connectatur af , & per Signum f Parallela ducatur ipsi ab , ipsa fd . Quoniam itaque fd , ipsi ab Parallela est, in ipsasque incidit recta Linea af , & recta Linea bc , Anguli Alterni æqua

Respondet
tacite ob
jectioni.

Casus huius
Theo.



les sunt, necnon externus interno. Totus igitur $a f c$ ipsis $f a b, a b f$ equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam $a f b$ equalis est Angulis $f a c, a c f$. Duo igitur $a f b, a f c$ tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe $a f b, a f c$. Verum ipsi etiam $a c f, a c e$ duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur $a c f$. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus equalis est. Hoc itaque quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autem Peripateticus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utique omne Triangulum internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit.

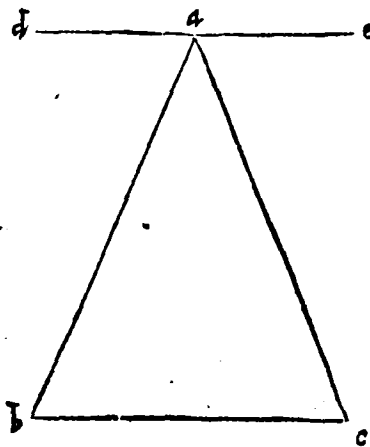
Pythagorei inueniunt hoc Theoremate Eudemus.

Pythagoreorum Demonstratio

Conuersa presentis Theorematis & habes hic tertium Conuersum differens mebrum, quod si perit in conuersum perit.

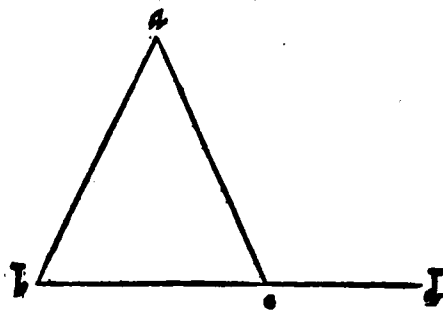
Conuersum. primum parit, & eius demo.

Sit Triangulum $a b c$, ducaturque per Signum a ipsi $b c$ Parallela $d e$. Quoniam igitur rectæ Lineæ $b c, d e$ Parallelæ sunt, Anguli etiam Alterni sunt æquales. Aequalis igitur est Angulus quidem $d a b$ Angulo $a b c$, Angulus autem $e a c$ Angulo $a c b$. Communis addatur Angulus $b a c$. Anguli igitur $d a b, b a c, c a e$ hoc est Anguli $d a b, b a c$ hoc est duo Recti tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur insuper tradere. duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum, & iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaque externum etiam internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateribus rectam, quæ extra est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres internos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figura Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum conuersum erit. Sit igitur Triangulum $a b c$, externusque Angulus $a c d$



æqua-

æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus bc productum est vsq; ad d Signum, vnaq; recta Linea est ipsa bcd . Cum enim Angulus acd internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus acb . Anguli igitur acd , acb tribus Angulis Trianguli abc æquales sunt. At tres Anguli Trianguli abc duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur acd , acb duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusq; Signum duæ rectæ Lineæ consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Recta Linea igitur bc rectæ Lineæ cd in directum est. Sit rursus quædā Figura rectilinea abc tres habēs Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet a, b, c , dico quòd Triangulum est, vnaq; recta Linea est ipsa ac . Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusq; abd , dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus q; Latus etiā ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū $abcd$, & super Latere ab ,

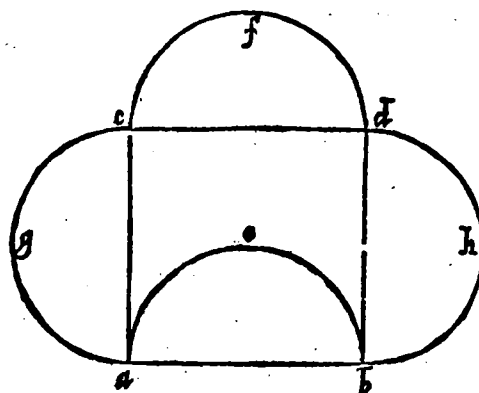


Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusq; abd , dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus q; Latus etiā ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū $abcd$, & super Latere ab ,

Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusq; abd , dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus q; Latus etiā ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū $abcd$, & super Latere ab ,

Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusq; abd , dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus q; Latus etiā ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū $abcd$, & super Latere ab ,

Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur vtriusq; abd , dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da . Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus q; Latus etiā ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulū ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namq; ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulū $abcd$, & super Latere ab ,



gulos

Cōuersū
secundæ
partis, et
q; Demō-
stratio.

morganolis

Figura ex
Circunferē-
tijs cōstru-
cta, quæ
hēt inter-
nos Angu-
los duobus
Rectis æ-
quales. sūt autem
& alię cur-
uilineę Fi-
gure, quæ
hoc pati-
untur.

In lib. 3.
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,
i qua sunt
quatuor
pulchecri
mę cōside
rationes.

Prima.

Plato i Ti
mæo.
† recta..

Secunda.

Semicirculus a e b intrā describatur : super alijs autē Lateribus extrā, qui sint f, g, h. Figura igitur, quę à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quę internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hęc de Conuerfis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoq; omnium Multiangulorum rectilineorum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumq; consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo : Si quinque Laterum, in tria : Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quę constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæterę quoq; differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quę composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita : omnis verò quinque Laterum, sex, hocq; consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summam dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrā cōstituuntur Rectis quatuor æquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrā sunt quatuor Rectis æquales fiunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodq; ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

tur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquencq; Angulum duarum Recti Tertiarum habet: æquicus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiarum, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessario tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primū inest, ita rectilineæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intellexerimus, videmus quòd quatenus annuunt, eatenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessario tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Pla.
in Timæo.

Quarta.

Exemplū fa-
miliarissimū Arist.
† TrianguloIuxta etiā
cōes no-
tiones ve-
ritas p̄sen-
tis Theo-
rematis ap-
paret. simi-
le dixit in
cōm. 12.
lib. 3.

RECTÆ LINEÆ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes
easdem coniungunt, ipsæ quoq; æquales, & Parallelae sunt.

Propo 33
Theo. 13.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogramorūque

Cōm. 8.

Superius i
cap. 1.

Diligētia
propōnis.

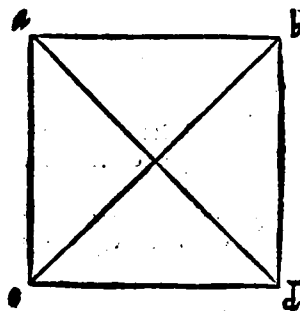
Primò.

Secundò.

† ad illa-
rū aut Pa-
rallēlā po-
sitiōē, ha-
rū equali-
tate.

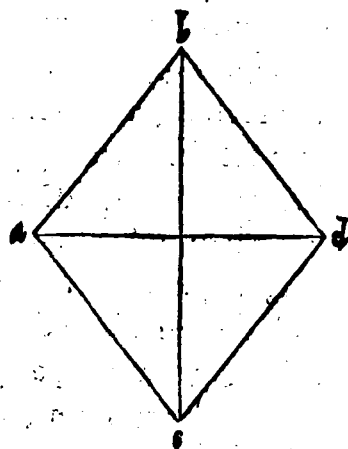
Tertiò.

morūq̄ue considerationis esse dicebamus. æqualium nanque; & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogrammorumq̄ue Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogrammum tum ex ijs, quæ initiò ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quòd non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ æquales coniungunt, æquales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocq̄ue Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò autem, quòd neq̄ hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt. partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autē positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur quòd & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, æquales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem æquales, quandoque quidē fieri potest, quandoq̄ verò minimè: nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumptis, vt a b c d, rectasq̄ue Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes æquales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui æqualia, & Parallela dictorum Spatiorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-

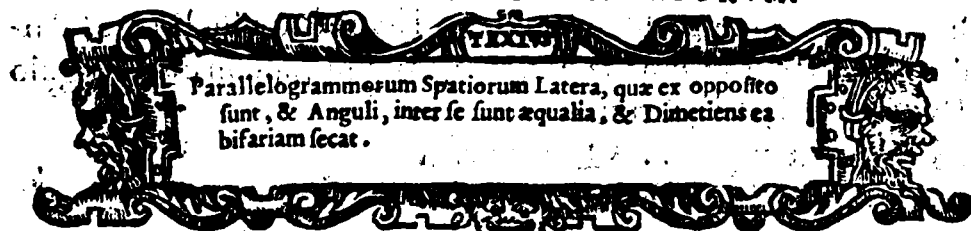


tem

tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim $a b$, ipsi $c d$ æqualis sit, communis autem $a c$, Angulusque $b a c$, Angulo $a c d$ inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censet ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis $a c$, $b d$ suppositis, ipsas $a d$, & $b c$ coniungentes accipiamus, sed ipsas $a b$, & $c d$. hæc enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas vero, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo vero, & Rhomboidē nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem:



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

Propo. 34.
Theo. 34.

Cum ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrammum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex opposito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Area ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Dimetiens transit. Hæc itaque tria per se Parallelogrammis insunt, Laterum, & Angulorum ex opposito iacentium æqualitas, Spatiorumque per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quod ab omnibus proprietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ipsisque Arcis. Quatuor autem Parallelogrammis existentibus, quæ in

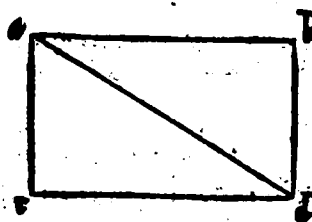
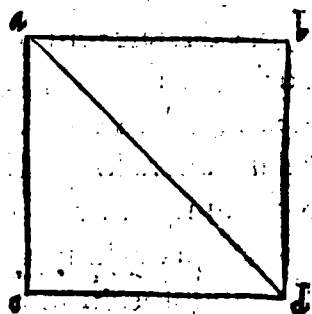
Com. 8.

Tres huius
Theore-
matis pas-
siones.

Documē-
tum.

Differētia,
q̄i diuisio-
nib⁹ Paral-
lelogram-
morum ap-
paret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Parte altera longiori, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatu dignum est, quod si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus, inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare, verum ipsas quoque Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse, in non rectangulis autem, inæquales, vt in precedenti Theoremate dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rursus in æquilateris quidem non solum Spatia à Dimetientibus bifariam secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non æquilateris autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo Angulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit enim Quadrangulum, vel Rhombus $a b c d$, & Dimetiens $a d$. Quoniam igitur $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$ Lateribus sunt æqualia (æquilatera enim sunt) Angulique $a b d$, $a c d$ æquales (ex opposito enim iacent) necnon Basis communis, omnia omnibus sunt æqualia. Quapropter Anguli etiā $b a c$, $c d b$ bifariam secti sunt. Rursus sit idem vel Altera parte longior, vel Rhomboides. Si itaque Angulus $b a c$, & Angulus $c d b$ bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem $c a d$ Angulo $a d b$ equalis est, Angulus etiā $b a d$ Angulo $a d b$ erit æqualis. Quamobrem Latus quoque $a b$ Lateri $b d$ æquum erit. Verum inæqualia sunt. Angulus igitur $b a c$ à Dimetiente bifariā nō secatur. Similiter autē nec Angulus $c d b$, qui ipsi æqualis est. Vt itaque paucis rem complectar, in Quadrangulo quidem & Dimetiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem, & Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Parallelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Dimetientes quidem æquales sunt eo quod rectangulum est, Anguli autē, à Dimetientibus bifariam non secantur eo quod non est æquilaterum, Spationum verò in partes æquales diuisio huic quoque inest quatenus Parallelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem Dime-



Cōclusio

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogrāmum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquā non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad utraq; Diagoniorum partes, æqualia sunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrāmorum quatuor existentium diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundū non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem utrunq; horum dicimus, commemorabimus cū Quæsitum partiemur, quod vnam quidē habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidē esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorū institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solum Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersē de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verū etiam Dimetientē vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersē ostendi dicimus, alia verò non vniuersē. aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autē quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne æquicrus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulū habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationē alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitorum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrāmis inest: hoc verò, Dimetientem Spatiū bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cōprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsibus hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cū enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetientē

Epilogus
Documē-
ti.
Digressio
Pulcherri-
ma & vni-
uersali cō-
sideratio.
Theore-
matū alia
vniuersa-
lia, alia nō
vniuersa-
lia.

Duplex
vniuersa-
le. idē vide
apud Ari.
in primo
Posterio-
rū tex. 11.

Propria
vniuersa-
lis Signifi-
catio.

Vide Ari.
primo Po
sterio tex.
12. & 13.

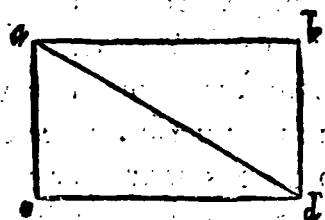
Conuersū
primæ &
secūde pas
sionis huius
Theore-
matis.

Finis Di-
gressiōis.
Documē-
tum.
Vnde ortū
fit hoc nō-
mē Paral-
lelogrā-
mum.

Quid sit p-
riē Paral-
lelogrā-
mum, &
quid sit
Parallelo-
grammū
apud Eu-
clidem.

bifariam secat Ellipsim, Circulum, atq; Parallelogrānum, cōmune in his postea contēplati fuere. Hallucinatur aut (inquit Arist.) quidē non vniuersale tanquā vniuersale ostendens, eò quod commune in- nominatū est, cui primum Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Scis, quibus omni- bus alterna Ratio inest, non est dicere. quid præterea cōmune sit El- lipsi, & Circulo, & Parallelogrāmo, difficile est exprimere. nam vna quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mi- sta. Qua propter vniuersē eum ostendere opinamur, qui demonstrat quod omne Parallelogrānum Dimeriens bifariam secat. eò quod commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc igitur in Parallelogrammis etiam huiusmodi vniuersale non est, propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogram- mū Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. eto- nim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur. sit enim talis $a b c d$, & Dimeriens $a d$.

Quoniam itaque $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$ Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis comprehenduntur Anguli æquales, Ba- sisque communis, omnia quoq; omnibus æqualia erunt. Angulus igitur $b a d$ An- gulo $a d c$, & Angulus $a d b$ Angulo $c a d$ æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidē

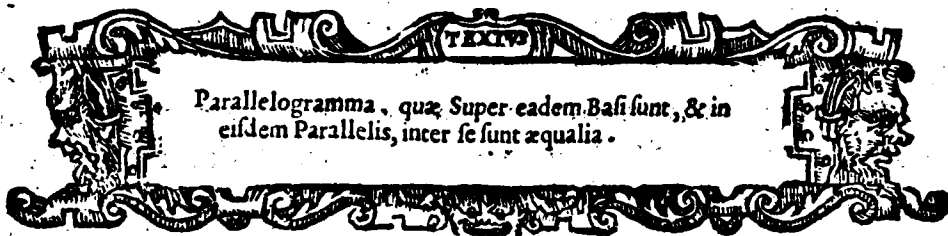


ab ipsi $c d$, ipsa verò $a c$ ipsi $b d$. Quamobrem Parallelogrammum est Figura $a b c d$. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem ipsum quoq; Parallelogrammorum nomen Elementorum institutor composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate. Cū enim ostendisset quod rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallele sunt, perspicuum est quod Latera quidem, quæ ex opposito sunt tum ea, quæ coniungunt, tum ea, quæ coniunguntur Parallela esse pronuntiauit: Figuram verò, quæ à Parallelis continetur iure Paral- lelogrānum appellauit, quemadmodū & eam, quæ à rectis compre- henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quod Elementorum quidem institutor Parallelogrānum in Quadrilateris posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cū æquilaterum, atque æquiangulum fuerit, Parallelogrānum dicendum sit: habet enim

enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela: nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales. Exempli causa Sexangulum, & Octangulum, & Decangulum. si enim Sexangulum a b c d e f intelegeris, rectamque Lineam a c coniunxeris, ipsam a f, ipsi c d Parallelam ostendes. Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus, & tertia Recti pars, & vnus quisque Sexanguli Angulus, cum æquiangulum fuerit. æquale præterea est Latus a b Lateri b c, æquilaterum enim est positum. vterque igitur Angulorum b a c, b c a tertia Recti pars est. Anguli ergo f a c, a c d Recti sunt. Quapropter ipsa a f ipsi c d Parallela est. Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis. Si itaq; Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit. + Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, patet. Fit autem perspicuū in illo potissimum Theoremate, in quo ait. Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse. hoc enim in solis Quadrilateris verum est.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



f Præter quā quod ex Sécetia Eleméto-rū istituto ris omne Parallelo grāmū ma nifestum Quādrila terum est.

Propo. 35. Theo. 25,

Com. 9.

Quemadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia, alia verò particularia esse dicebamus, & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita, quidque horum vnumquodq; sit ostendebamus, ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus, alia verò non Localia. Voco autem Localia quidem, quibuscunq; idem Symptoma in toto quodam loco accidit: Locum verò, Lineæ, vel Superficiel situm,

In Superiorem cométo, & i cō. 9. libri 3. Theorematū alia Localia, alia nō Localia.

Quis fit
Locus Ge-
ometricus.
Localium
Theore-
matum di-
uifio.
Linearum
aliq. Planæ,
aliq. Soli-
dæ.

Præfens
Theore-
ma & Lo-
cale, & in
Lineis Lo-
cale, et Pla-
num est.
Theore-
ma Loca-
le, & i Li-
neis Loca-
le, & So-
lidum.
Qua & ca-
ufa Theo-
remata Lo-
calia Ideis
Chryfippi
affimila-
uerit.

Caufa qua
Euclides i
hoc libro
Theore-
mata loca-
lia Planæ i
rectis Li-
neis tantum
tradat, in
tertio aut
ea etiam, q.
i Circūfe-
rentiis cōfi-
tuūt, & ha-
bes hic di-
uifione lo-
caliū i Li-
neis Plano-
rū Theore-
matum, q.
alia in re-
ctis, alia in
Circūfe-
rentiis.

fitum, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis constituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum aliæ quidem sunt Planæ, aliæ verò Solidæ, Planæ quidem quarum simplex est in Plano intelligentia, vt ipsius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ sectione apparet, vt Cylindricæ Helicis, Conicarumque Linearum, dicerem vti- que eorum etiam, quæ in Lineis constituuntur Localium Theorema- tum, alia quidem planum habere locum, alia verò solidum. Præfens igitur Theorema & Locale est, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus est Parallelo- grammorum, quæ super eadem Basi constituuntur. quæ sanè æqualia quoque inter se Elementorum institutor ostendit. Eorum autem Lo- calium Theorematum, quæ Solida vocantur tale fit exemplum. Pa- rallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole in- scribuntur, æqualia sunt. quod enim Hyperbole solida sit Linea, pa- tet. Coni siquidem Linea est. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chryfippus assimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehensio fit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum ea- dem manens, si infinita super eadem Basi Parallelogramma intelli- gantur, omnia sibi inuicem æqualia ostendit. Primum itaque Loca- le Theorema Elementorum institutor præfens adscripsit. & videtur cum admodum Elementi iuxta omnes diuisiones Theoremata va- rietate distinguat, iurò neque huiuscemodi ipsorum ideam prætermi- sisse. Veruntamen cum in præsentia quidem de Rectilineis sermo sit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contem- plari possunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentijs constituuntur Localium simul, & Planorum Theorematum docebit. tale siqui- dem in illis est quod ait, Qui in eodem Segmento sunt Anguli, inter se sunt æquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti sunt. nam si infiniti quidem Anguli in Circunferentia constituti fuerint eadem existente Basi, omnes ostenduntur esse æquales. Si ve- rò quod à Basi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fue- rit, recti omnes esse ostenduntur. & illa quidem proportionem respo- dent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ super eadem Basi, & in eisdem sunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè qua- rendorum talis est, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncu- patur.

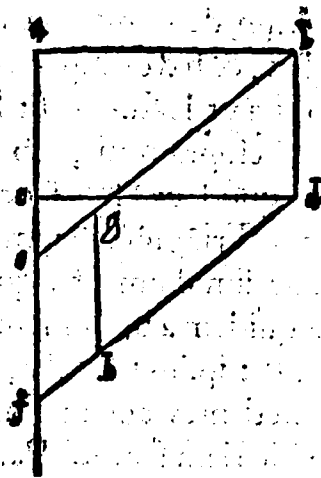
patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cum Spatorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat: quantum nancq; Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq; Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatorum æqualitas maneat, non immerito forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq; in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema e numero eorum esse, quæ huiusmodi sunt. Stupet itaq; vulgus statim cum Longitudo multiplicata Spatorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuendaue Spatia. quantum enim Angulos inæquales efficimus, tantum Spatium magis diminuimus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum $a b c d$, & producat^r Latus $a c$ in infinitum, sitq; hoc fortasse rectangulum, & in Basi $b d$ alterum cōstituatur, sitque illud $b e f d$. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus $b e$, Latere $a b$, cum Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verum hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius $b e f d$ Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit cò quòd $b e$ Latus accedit quodammodo ad Latus $b d$, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi $a b$, æqualis $b g$, Parallelaque per Signum g , ipsi $b d$ ducatur, quæ sit $g h$. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi $b d g h$ Longitudini Parallelogrammi $a b c d$ æqualis, Latitudoque eadem,

Spatiū

Dubitatio
rudium.

Præfatus
Theorema
est e numero
admirabilium
Mathematicis
Theorematum.
Quid sit
Locus ad-
mirabilis
apud Mathe-
maticos, &
apud Stoicos.
Responsio
ad dubita-
tionē rudium.

Demonstrat
quòd Lon-
gitudinis
accretione
opus est ad
Spatorū
æqualitatē
seruandā.

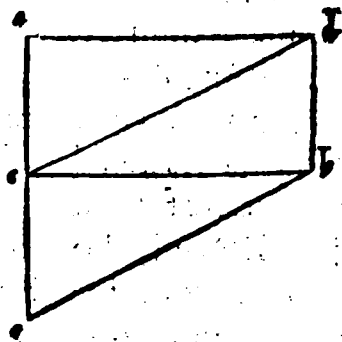


Terminus
accretionis
Longitudi-
nis Paral-
logrammo-
rum equali-
um, est loc-
us ipse Paral-
lelarum Li-
nearum.
Pulchrū.

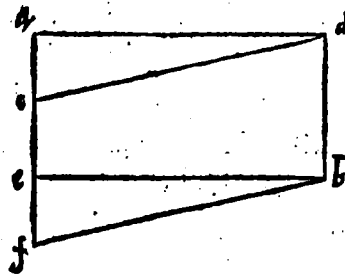
Isopeime-
trorum Pa-
rallelogra-
morum
Quadrang-
ulum quide-
m maximū ē,
Rhomboides
verò minimū.
Ex hoc lo-
co, & ex
13. cō. lib.
3. habes qd
Procli ite-
tio erat eo-
dē Euclidis
Elemēta-
re institutio-
ne expo-
nere. 2.
Documē-
tum.
Trapezium
quid.

Reliq duo
huius The-
oremat
Casus.
† ex hoc lo-
co id est
rōne loci.

Spatium tamen Spatio minus . ipso nanq̃ue b e f d minus est . An-
gulorum igitur inæqualitas Arcam imminuit, Longitudinis autem
accretio quantum illa abstulit, tantum adijciens, Spatiorum æquali-
tatem seruauit. Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Pa-
rallelarum Linearum Locus est. nam rectangulis quidem ambobus
Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus,
Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur: æquila-
teris verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum,
quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulū non
est. Angulorum nanq̃ue rectitudo, & Laterum æqualitas omnem
habet vim ad augenda Spatia. Vnde sanē Quadrangulum quidem
ips omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur: Rhō-
boides verò, cunctis minus. At hæc quidem alias ostendemus. mag-
is enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt. Quò ad præ-
sens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia di-
cens, Spatia dicit, & non Latera. in præsentia siquidem de Arcis ser-
mo est: & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonstra-
tione Trapeziorum mentionem fecit. ex quo manifestum etiam sit,
quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq̃ quid nam sit edocuit,
quòd nempe Quadrilaterum quidem genere, non autem Parallelo-
grammum. quod enim quæ ex opposito sunt Latera, & Angulos
non habet æqualia, ē Parallelogrammorum excidit ordine. Ele-
mentorum itaque institutor cū difficiliorem Casum elegisset, Pro-
positum demonstraui. Siquis autem dicat, sint Parallelogramma
a c b d, & b d c e super eadem Basi
d b, ita vt Latus c d sit Dimetiens
Parallelogrammi, a b, ostende-
mus quòd ex hoc Loco æqualia
sunt. Triangulum enim b c d, vtri-
usque dimidium est. quoniam ip-
sius quidem a b, Dimetiens est La-
tus c d: ipsius verò d e, Latus c b.
Dimetientes autem Parallelogrā-
ma bifariam secant. Parallelogrā-
mum ergo a b æquale est Parallelo-
grāmō d e. Rursus siquis supponat
Latus a c ipsius a b Parallelo-
grammi secari à Latere d e, sicq̃ue iacere Parallelogrammia quemad-
modum ipsa a d b e, b d c e, ostendemus quòd hæc etiam æqualia sunt.
cū



cum enim Latus a c Lateri c f æquale sit, vtruncq; enim cum ex opposito iaceat, æquale est Lateri d b. Auferatur communis c e recta Linea. Aequalis est igitur a c, ipsi e f. Verum a d etiā equalis est ipsi e b, & Angulus c a d Angulo f e b. Parallela enim est a d, ipsi e b. & Basis igitur e d, Basi f b æqualis est, totūque a d c Triangulū toti e b f Triangulo est æquale. Cōmune adijciatur c b Trapeziū. Totū igitur a b, toti d f inequale non est. Et vides quod isti tres soli sunt Casus. Latus enim d c aut secat Latus e b, vt Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, vt in penultima descriptione: aut secat Latus a c, vt in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verū esse ostensum est, + nisi quod duplex Trapeziorum differentia cum sit, & alia quidem neutrum oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia verò vnum vni, in Trapezijs, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species. ipsa enim c e, ipsi d b est Parallela.



Causa cur tres soli sint Casus huius Theorematis.

†. Rursus quod Nota quod Proclus Trapezia, & Trapezoida cōmuni noīe Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cō. 18. lib. secūdi.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propō. 36 Theo. 26.

Com. 10.

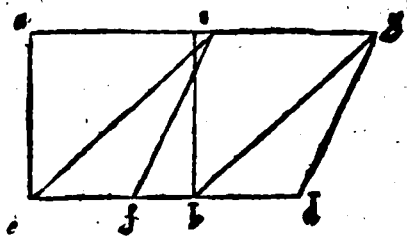
Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogramma in eisdem supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neque extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, cum Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterum Elementorum quidem institutor cum Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autē impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, vt quandam cōmunem habebant partem. sint enim a b, c d Parallelogramma, super æqualibus Basibus e b, f d communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur e c, b g rectæ Lineæ.

Cōmunitas, & differentia præsentis, & præcedētis Theore.

Quo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis.

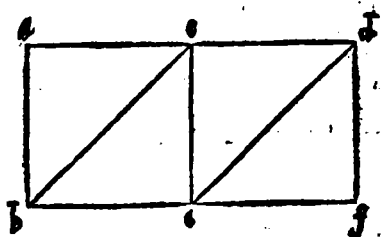
Reliq; duo Casus huius Theore.

neæ. Quoniam igitur ipsa ef , æqualis est ipsi bd , etenim Basis e b
Basi f d æqualis erat, sed Latus c f Lateri d g est æquale, & Angulus
 cf e æqualis Angulo g d b, & c e
igitur ipsi b g æqualis est. est autem
& Parallela ipsi. Parallelogrammū
ergo est ipsum c b, habetque eandē
Basim cum utroque Parallelogrā-
morum a b, c d, & in eisdem est Pa-
rallelis. Parallelogrammum igitur
 a b Parallelogrammo c d est equa-



le. Si quis autem neque communem habentes partem, neque à se in-
uicem separatas Parallelogrāmorū Bases supponat, verū quod
solum reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, vt in Paralle-
logrāmis a e, e d, dicemus quod Basis
 b e, Basi e f, & Lateri c d est æqualis.

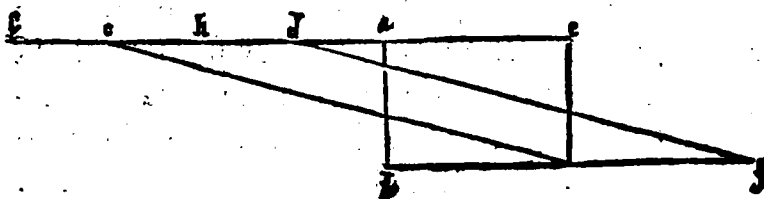
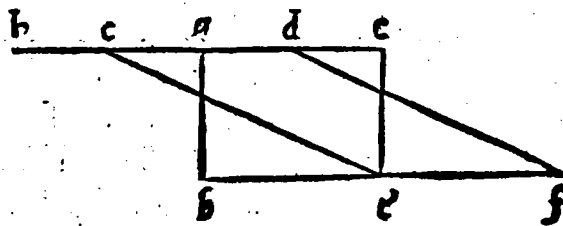
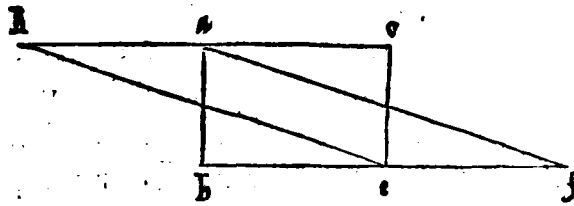
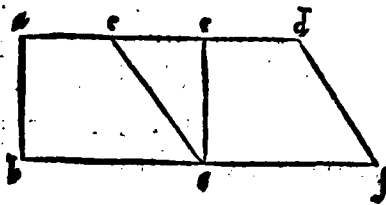
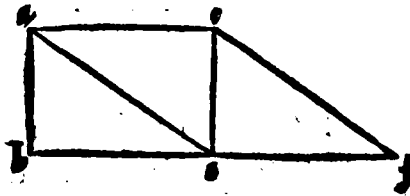
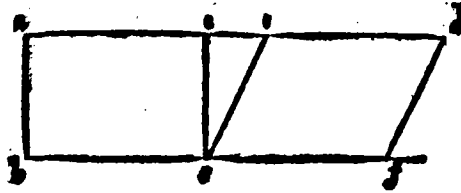
Quamobrem & recta linea c b, rectæ
Lineæ d e æqualis, & Parallela est.
quæ enim æquales, & Parallelas con-
iungunt, æquales & ipsæ, Parallele
sunt. Parallelogrāmum igitur est ip-
sum b d, & est super eisdem Basibus,



Diuisio
triū huius
Theo. Ca-
suū, & pri-
mò vltimi.

† aut à se
inuicē sepa-
ratis esse,
aut tangere
eū se inui-
cem.

& in eisdem Parallellis cum ipsis c b,
 d e Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt c b, d e Parallelogram-
ma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Con-
structiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habe-
re partem, † aut tangere tantum se inuicem, aut à se inuicem distare.
Fieri autem potest vt quauis se se tangant quemadmodum ipsæ b e,
 c f, totum d e Parallelogrāmum extra Latus c e supponatur, vel c e
Latus congruens ipsi a e rectæ Lineæ, vel Latus c e secans Latus a e,
vel Latere a e producto vsque ad Signum h Latus c e cadens tan-
quam Dimetiens Parallelogrammi h e, quando & d f Latus idem
fuerit cum recta Linea a f, vel c e Latus secans Latus a h, vel a h La-
tere producto vsque ad k Signum Latus c e cadens extra Signum h ,
& Latus d f secans Latus a h * vel congruens *



FRANCISCVS BAROCIVS

A D

LECTOREM.



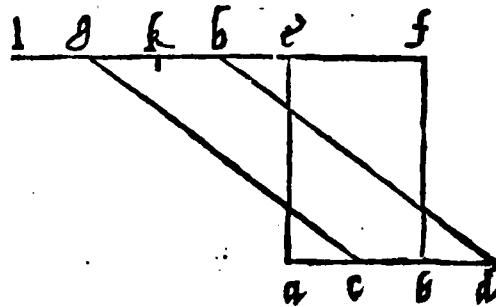
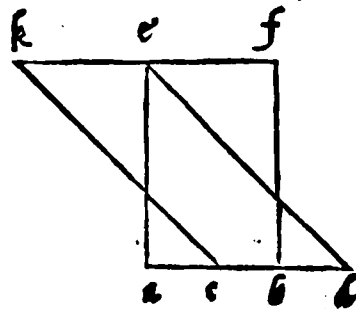
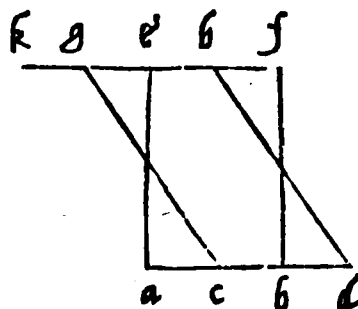
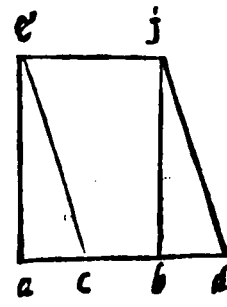
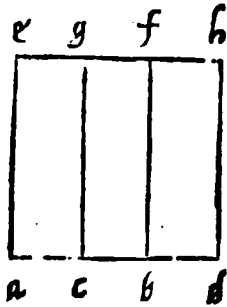
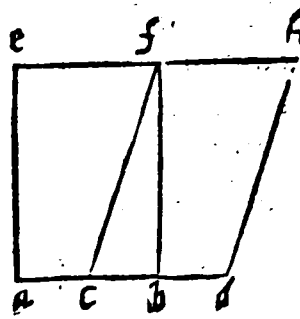
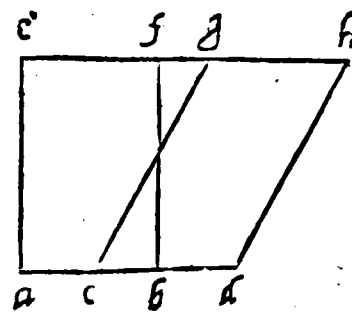
Scoliū



Diuisio
Casuum.

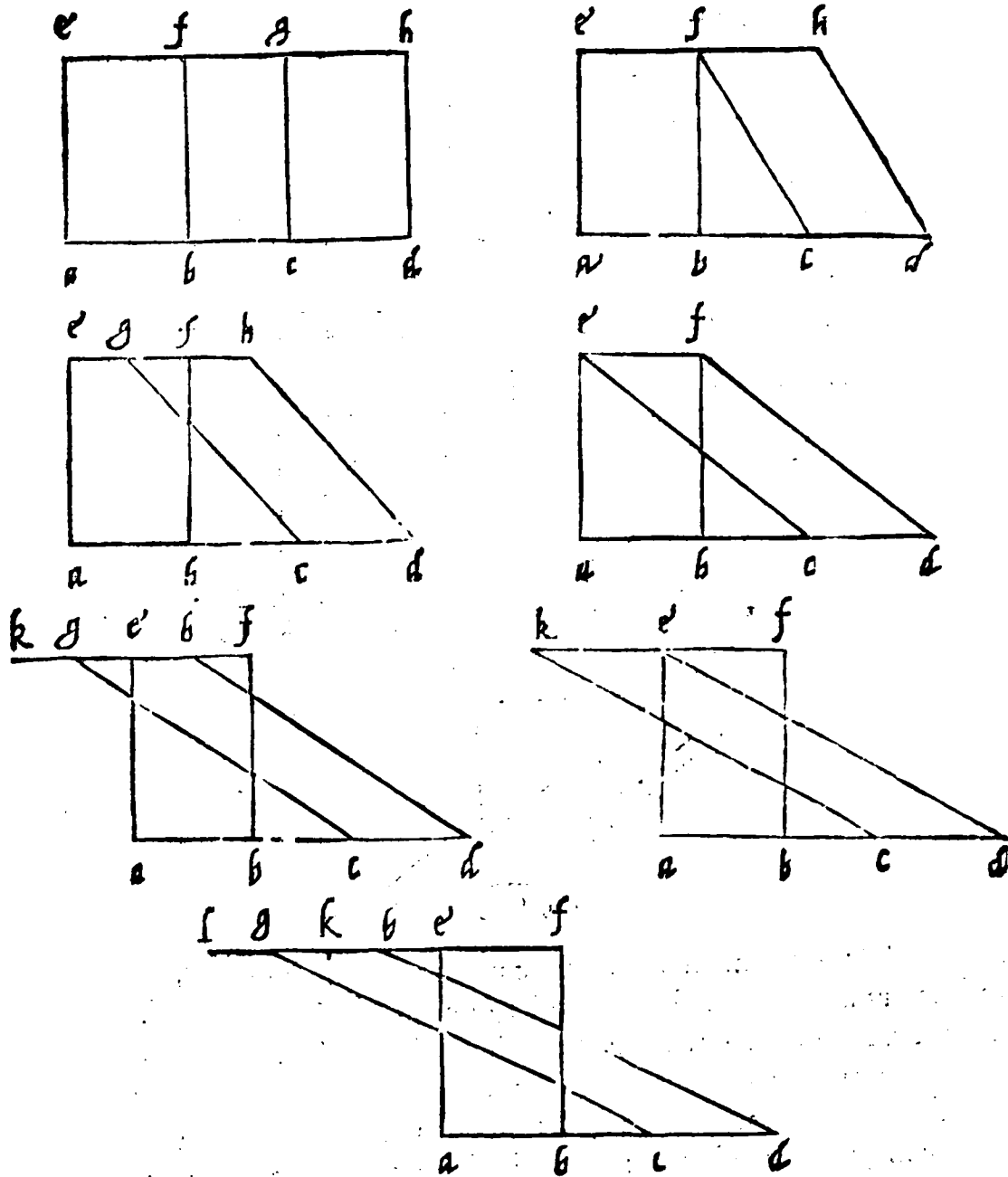
IC tibi animaduertendum est candide Lector, quòd præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc vsque tempus ad manus nostras peruenire. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cùm itaque Proclus noster primum communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cùm declarauerit, & ostenderit quòd Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantùm Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

nam



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipse
 a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quæ sint e f, g h, aut ita à sese
 distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet f g : aut
 in vno tantum Signo, in quo coincidunt etiam Signa f g : nempe in
 Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h : aut quandam habent partem
 communem, vt puta ipsam g f : aut sibi inuicem congruunt, & tunc
 Signa g h coincidunt cum e f Signis : aut Producto Latere e f, & po-
 sita Linea k æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem &
 cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vt pote ipsam g e :
 aut

aut totū Latus gh cadit super tota Linea ke , tãgitq̃ue Latus e fin Signo e tantum, & tunc Signa gh coincidunt cū ipsīs ke Signis: aut producta rursus Linea ke , & posita Linea lk æquali ipsi ke , Latus gh partē habet cōmunem & cū Linea ke , ipsam scilicet kh , & cū Linea lk , ut ipsā gk , & tunc Latus gh distat à Latere e f, ipso h e intervallo.

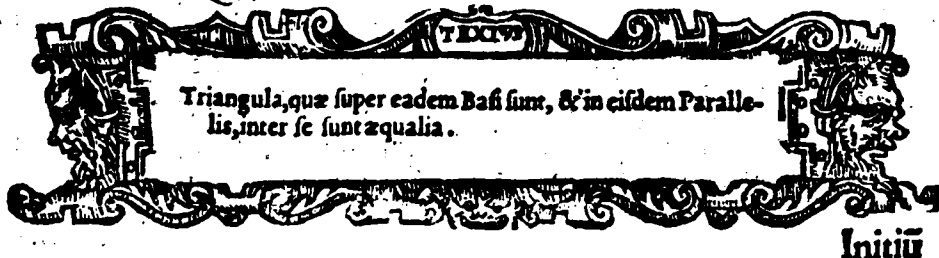


Si verò penitus à se se disjunctæ fuerint, ut ipsæ a, b, c, d , Latera porro e, f, g, h , quæ hisce Basibus e regione sunt, aut & ipsa à se se distant interval-

teruallo fg : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f , cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtruta ipsam gf : aut Latus gh cadit super Latere ef , coincidendo Signa gh cum ef Signis: aut productio Latere ef , & posita æquali k e Linea ipsi ef , Latus gh cōmuni fiuntur partem quidem cum Latere ef , ipsa scilicet eh , tum verò cum Linea ke , nempe ipsa ge : aut Latus gh congruit Lateri ke , & Signa gh eadē sunt cum Signis ke , tangit q̄ Latus ef in Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea ke , & posita æquali Linea lk ipsi ke , Latus gh communem sortitur partem ipsam quidem kh cum Linea ke , ipsam verò gk cum Linea lk , tuncq̄ue Latus gh à Latere ef interuallo he distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuisionis Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presenti cōmentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuisionis, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuum diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, vt auctoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentiq̄ue Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimvero de Diuisione quidē hæc sufficiat. Demōstrationes autē presentis Theorematis iuxta singulas Casuum partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam. aptior enim erit locus in cōmentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas peruenerit vnā cum sequentis vndecimi cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit
i. 11. Pro-
cli cōmen-
tario.

SEQVUNTUR PROCLI COMMENTARIA.

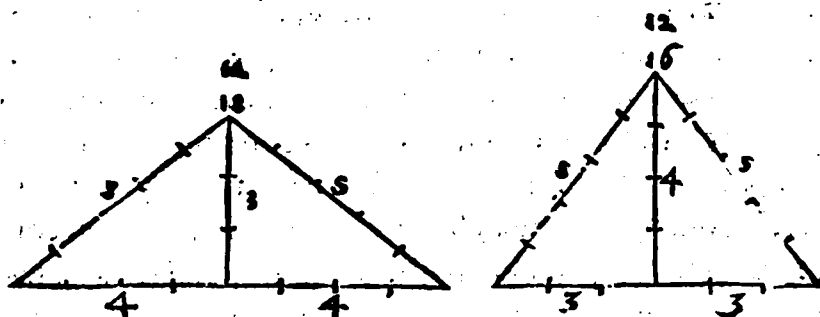


Propo. 39
Theo. 27.

Com. 11. * affirmant, æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia & inæqualibus, æqualia ostenduntur. Tale autē quid Chorographi perpeſſi sunt Vrbium magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Oſi verò quidam poſſeſſionum participes in diuiſione eos, qui vna cū ipſis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus exceſſu abuſi ſunt, plura q̄ ſumpſerunt cū peragrātes eam ſuſcepſiſſent poſſeſſionē, quę à ma-
 iori Ambitu continebatur: Arcam autem cū in quædam Spatia, quę minori fruebantur ambitu immutaſſent, optimi exiſtimati fuere.

Chorogra-
 phorū hal-
 lucinatio.

Idē in lib.
 tertio in
 com. 8.

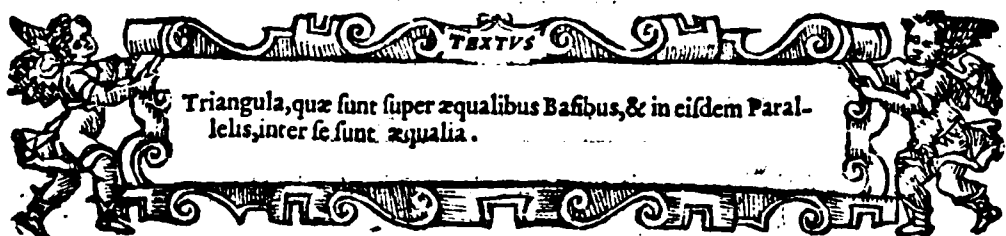


duobus enim æquicruris Triangulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensurarum. At Geometricus vir non ignorabit quòd Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtruncq̄ siquidem duodecim est. si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bifariam quidem Bases diuides, efficiesq̄ in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularem è contrario, illic quidem quatuor, hic verò trium. oportet siquidem quòd à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atq̄ ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verum si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis. hoc autem iuxta vtruncq̄ idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quòd Spatorum æqualitas non omni-

† æquale
 Triangulo
 Spatiū ha-
 bebis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallels dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Quo Triangula i eisdem Parallelis esse dicantur.



Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 38
Theo. 28.

Præsens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportionem responderet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrā. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia [†] plus quid addit, identitatem vtriusque rationum, quamuis inæquales

Com. 11.

Quid sit
Altitudo
Figurarū.

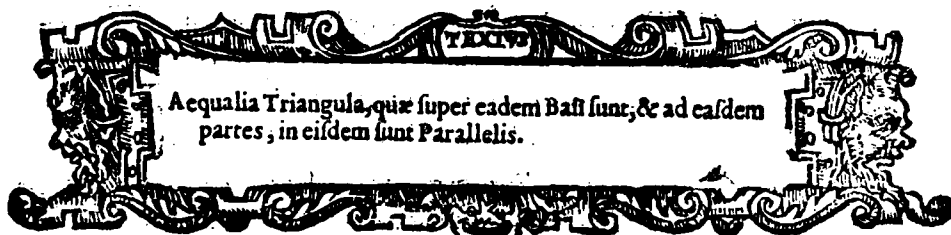
† alio qd
vel
pfectū qd.

i Bases

Casus huius
Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quòd autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruente, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatæ ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est his etiam, qui paululum intelligere possunt. & quòd iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere.

Propo. 39
Theo. 29.



Com. 23.

Causa propter quam
Conuerſe
35. & 36.
Propoſitis
rū ab Euclide,
rū a Proclo præ-
termiſſe
ſunt.

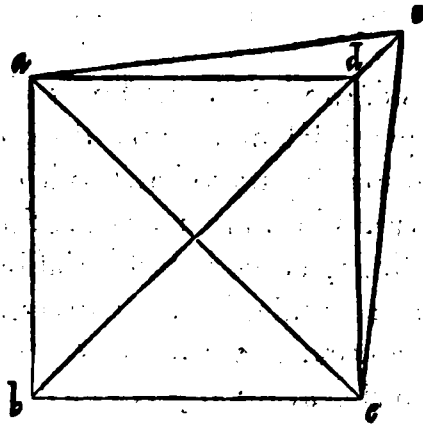
Geometri-
ca diligē-
tia.

Quando quidem æqualitatē ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuerſa sunt prætermiſimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna cenſuimus. Causa verò, quoniā modus quidem Demōstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. cōtenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere his, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicemus quòd in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorū intra cadet productis his, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra. utcumque autem ceciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quòd utique Totū suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quòd autem iure Elementorum institutor particulam illam addidit & ad easdem partes, manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula sumantur, vnum quidem ad hæc partes, alterū verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis. neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adiecit

cit particulam . Cum autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intra, aut extra, ipse quidem Euclides intra eam duxit; nos verò extra ducentes, eadem ostendemus.

Reliquus
absurda
suppositio
nis Causa.

Sint enim $a b c$, $d b c$ Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eis dē sunt Parallelis, & quæ ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur $a d$ recta Linea. Si autē hæc Parallela non est, sit quæ extra hanc iacet, ipsa nempe $a e$, & producaturs ipsa $b d$ vsque ad e Signum, & connectatur ipsa $e c$. Aequale ē igitur Triangulū $a b c$ Triangulo $e b c$. Verūm Triangulum $a b c$ æquale est Triangulo $d b c$.



Triangulum ergo $e b c$ Triangulo $d b c$ est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extra ipsam $a d$, Parallela cadet. Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo $a d$ ipsi $b c$ Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quæque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatu autem dignum est quòd Triplex cum sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimū, & nonumdecimū diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quæsitū in altero est: nec Quæsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hæc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quæsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cum partem insuper sumplerit eius, quæ in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quòd quidem nec Quæsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.

Notandū.

Triplex
Cōuersio-
nū differe-
tia.

i z Acqua

Propo. 48
Theo. 30.

Aequalia Triangula, quæ super æqualibus sunt Basibus, & ad eandem partes, in eisdem sunt Parallelis.

Com. 14.

Tres pas-
siones, ex
quib' decem
sunt Loca-
lia Theo.

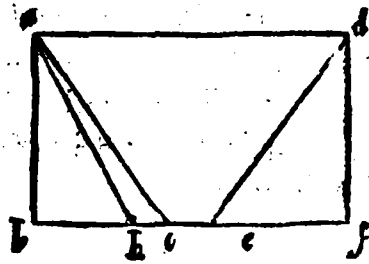
Causa vi-
dei supe-
riori co.

Quia & cum
si reliqua
quatuor o-
miserit Eu-
clidi Theo-
remata a

Demonstra-
tio reliquo-
rum duorum.

Est & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elementorum institutore Deductionis ad impossibile prætermittitur est pars eodem modo demonstratur, & non est opus eadem repetere. Cum autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quod duo semper contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemque Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porro quæ in Triangulis sunt: aut & cum æqualia sumptimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quod utique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quod duo ex his quatuor, per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quæ in eisdem sunt Parallelis, necessario super eadem Basi sunt, sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quod super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptis suppositiones consequitur. Quapropter cum decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidē Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cum eadem sit Demonstratio. ostendatur enim

in Triangulis quod si æqualia fuerint, in eisdemque Parallelis, aut super eisdem, aut super æqualibus Basibus erunt. non sint enim, sed si fieri potest sint abc , dce Triangula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsis scilicet bc , ce , &



sit

sit maior ipsa $b c$, & abscindatur $b h$, quæ sit æqualis ipsi $e f$, connectaturque ipsa $a h$. Quoniam itaque Triangula $a b h$, $d e f$ super æqualibus sunt Basibus ipsis $b h$, $e f$, in eisdemque Parallelis, æqualia utique sunt. At ipsa quoque $a b c$, $d e f$ Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo $a b c$, $a b h$ æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum $a b c$, $d e f$ Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogrammis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suę parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quę prætermisssa sunt, quæque sit horum reticentię causa. Verum transcamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Æpilogus.

Propo. 41
Theo. 31.

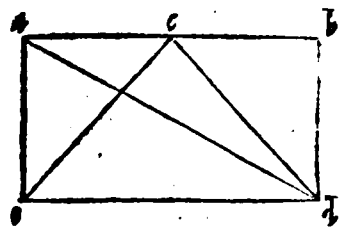
Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma seorsum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumpserimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparetratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quę super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis. in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, cum sumpserimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum $a b c d$, & $e c d$ Triangulum, & ponatur Signum e inter a , & b Signa, connectaturque $a d$ recta Linea. Quoniam itaque

Com. 15.

Casus huius
Theorematis.

Paral-

Parallelogrammū Trianguli $a c d$ est
duplum, Triangulū autem $a d c$ equale
est $e d c$ Triangulo, Parallelogrāmum
porrō ipsius $e c d$ Triāguli duplum est.



Demōstra-
tio i Basi-
b^o equali-
bus.
† Paralle-
logrāmum.

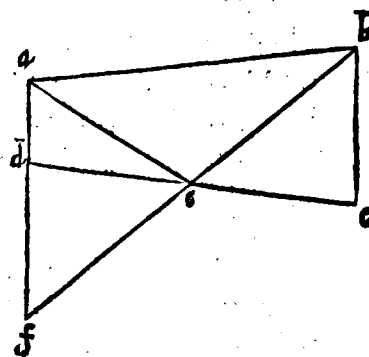
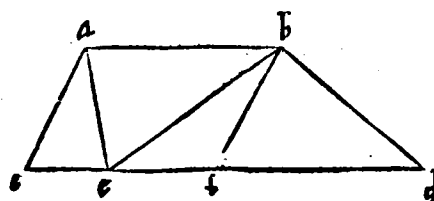
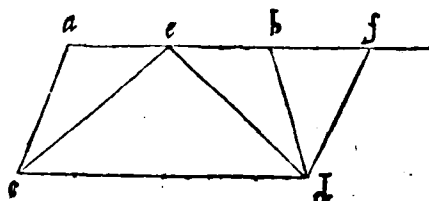
Cur Theo-
remata in
equalibus
Basis^o Eu-
clides præ-
termiserit.
Conuerſa
hui^o Theo-
& nota cō-
uersionis
modum.
† Si autē.

Nota q^o
ex tri^o qⁱ
hoc etiam
Theo. sūt
passionib^o
quib^o fieri
possunt
Theo. quo-
rū vnū tm
posuit Eu-
clides, reli-
qua aut p^o-
termisit, qⁱ
ad hūc
Proclus,
vnā cū ob-
iectis ca-
usa.
† stiterit.
Digressio
Hic elicit
quoddam
aliud hui^o
Theo. cō-
uersū, iux-
ta aliū
Cōu. rō-
nis modū.

Quod igitur eadem existente Basi du-
plum esse Trianguli Parallelogrāmum
ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem
modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducenti-
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrāmum,
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verò
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-
tem. Iurè igitur hæc quoq^{ue} Geometres omisit, eadem enim est De-
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-
tū Signo coniungentur, aut separatæ erunt ab inuicem. vtcunque
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-
stratio. Atqui Conuerſa quoq^{ue} huic Theoremati eodem modo De-
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-
grāmum duplum fuerit, eandemque Basim, aut æquales inuicem ha-
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Paralleliis.
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eandemque ratio vi-
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verò
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemq^{ue} ambo
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim
super inæqualibus, cū æquales sumpserimus, vniuersum Totū suæ
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia
hec Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cū in simplicioribus
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verumenim-
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-
tionis causa nos Parallelogrāmū non accipiendo sed Trapeziū, cuius
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-
mum esset, cū Quadrilaterum porrō sit. Dico autem quod aut duplo
maius est, aut minus. cū enim duo Latera Parallela sint, omnino
vnum quidem est maius, alterum verò minus. quoniam æqualibus
existen-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quàm duplū Trianguli Quadrilaterum erit: Si vero minus, maius. Sit enim $a b c d$ Quadrilaterum, sit quæ minus Latus $a b$ Latere $c d$, & producat Latus $a b$ in infinitū, & Triangulū $e c d$ eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe $c d$, ducatur quæ per d Signum ipsi $a c$ Parallela, quæ sit $d f$. Duplum est igitur Trianguli $e c d$ ipsum $a c d f$ Parallelogrammum. Quare $a b c d$ Quadrilaterū minus quàm duplum est. Rursus habeat Triangulum Basim $a b$, ducatur quæ ipsi $a c$ Parallela $b f$. Parallelogrammum igitur $a b f c$ duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum $a b c d$ maius quàm duplū est. His itaque ostensis dicimus quod Quadrilatero existente, cuius duo tantū Lateralia ex opposito iacētia sunt Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Lateralium bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod fit Trianguli aut maius quàm duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si vero ab altero eorum Lateralium, à quibus Parallela coniunguntur Lateralia bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum $a b c d$, sit quæ in ipso Latus $a d$ Latere $c b$ Parallelum, & secetur bifariam Latus $d c$ ad e Signum, & connectantur $a e$, $e b$ rectæ Lineæ, & producat ipsa $b e$, coincidat quæ cum Latere $a d$ ad Signum f . Quoniam itaque Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus $f d e$ Angulo $b c e$ est æqualis, Latus etiā $f e$ Latere $c b$ erit æquale, & Triangulum $d e f$ Triangulo $b c e$ æquale.

Com-



Per 33. Propositiō. Pulcherri-
ma Tri-
guli cum
Trapezio
sup eadē
Basi, & in
eisdē Pa-
rallelis cō-
paratio.
n a autē
cadit etiā
iter Paral-
lelogram-
mū, & Tra-
peziū sup
eadē Basi,
& iisdem
Parallelis
cōparatio
d qua dicē
dū in Cō-
mentariis
nris. oia
autē hec ve-
ra sūt & i
Basis quā-
libet ho-
rūq; cōuer-
sa, si cōue-
nientib; mo-
dis fiant.

Compara-
tio Trian-
guli cum
Trapezio
sup eadē
basi nō in
eisdē Pa-
rallelis,
sed cā qua-
dā alia cō-
ditiōe. &
hoc est qd
Proclus o-
biter ostē-
dit.

* hic ad finem
vique omnia
fortasse Procli
non sunt, sed
ab aliquo
addita.

Commune apponatur Triangulum $a d e$. Totum igitur $a c f$ Triangulum duobus $a d e, b c e$ Triangulis est æquale. Verum Triangulum $a c f$ æquale est $a e b$ Triangulo. nam super æqualibus sunt Basis, ipsis nempe $b c, e f$, in eisdemque Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur $a e b$ æquale est Triangulis $a d e, b c e$, & Quadrilaterum $a b c d$ duplum Trianguli $a e b$, quod erat ostendendum. Eodem sane modo ostendemus quod si etiam à Latere $a b$ bifariam dissecto ad Latus $c d$ quædam rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Lateralium, à quibus Parallela coniunguntur Lateralium bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium
primum.



O C rursus in loco Lector benevole silentio pretereundum non est, quod in omnibus fere, quæ hucusque vidimus exemplaribus maximam hinc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, una cum principio septimidecimi desideratur, præterquam quod legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintusdecimum cōmentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsque ad finem cōmentarii, ut videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (ut arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sane ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latine reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, propriæque habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarii finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse cōmentario censeo, primò quidem eò quod quæ superius tum in octauo Cōmentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-
menta-

Prima ratio.

mentarios partis tertię primas tenet, nec secūde parti tertiā cōnexerit, neq; tertię propositū discusserit, quēadmodū fecit in principio quartū libri, vbi porro cū in fine tertij primā partē epilogo terminauerit, ante q̄ ad vigesimęseptimę Propositionis expositionē accederet, quę secūdę partis principio fruitur, integrū interposuit Capitulū, in quo secūdā primę annexā ostēdit, quę q̄ in ea pertractāda erāt ab Elementorū institutore declarauit, hęc planē hoc in loco faciēda erāt, quippe cū in hoc potissimū Theoremate tertię partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quod in fine quartidecimi Cōmentarij nullum secundę partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigessimęquintę Propositionis interpretationem se contulit: quod q̄ in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicē colligauit, neq; mentionem vllam fecit eorum, quę ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cū enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Cōmentaria diuidere voluerit, non potuit intēr quartūdecimū, & quintūdecimū Cōmentarium hęc facere, ne Cōmentariorum peruerteret ordinem, & quodāmodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est vt in fine quintidecimi breuiter sum istarum partium continuationem, tum vltimę propositum tetigerit, neq; à Cōmentariorum serie diuertendo, nec quadripertitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quod pręsens, de quo loquimur Cōmentarius prolixiorē ea, quę in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo verō, quoniam digressionem in materia pulcherrima, diffi-

Secūda ra-
tio.

qd doce-
at Proclus
in sua di-
gessione.

ciliq; aggressus est, quippe quę pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materię partes explicandas. quum enim Euclides hucusq; Parallelogrāmum Parallelogrāmo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogrāmum Triāgulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparauerit, itidem Proclus noster, qui passim in Cōmentarijs suis vtilitati studentium consuluit, hīc quoque exercitationis nostrę causa Trapezium Triangulo, & Parallelogrāmo, itemq; alteri Trapezio super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemq; Parallelis comparare sibi proposuit. Trapeziū inquam illud, quod propriē Trapeziū à Posidonio, & à Proclo vocatur, quippe quod duo tantūm habet Latera Parallela. nam Trapezoidēa, quę etiam Trapezia Euclides cōmuni nomine nuncupauit nullam habēt Parallelarum causā passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cū Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

k tio

Responſio
ad ratiō-
obiectio-
nem.

Quæ de-
ſunt in di-
greſſione,
& in fine
cōmenta-
rii.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrilateræ ſimul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ in eisdem dicuntur eſſe Parallelis. Quare Proclus ipſe prius quàm Trapezij cum Triangulo, vel Parallelogramo, vel alio Trapezio comparationem efficeret, declarauit de quo Trapezio ſit ei ſermo, nempe de eo, quod proprio nomine Trapeziū appellatur, poſtea incepit comparare Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & in eisdem Parallelis, qua comparatione facta, antequam eadem ſuper æqualibus Baſibus, in eisdemque Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo ſuper eadem Baſi, & non in eisdem Parallelis, ſed cū alia conditione: necnon ſuper æqualibus Baſibus, non in eisdem Parallelis, ſed cum quadam alia conditione comparare. At finem verſus comparationis, quæ ſuper eadem Baſi non in eisdem Parallelis cum conditione bipertitæ Lateris, quod eſt Baſi oppoſitum ſectionis ſit, cōmentarius deliquium patitur, deestque primum quidem comparatio Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, non in eisdem Parallelis, ſed cum hac conditione quòd Triangulum ſolum in duabus ſit Parallelis, quarum vna cadat ſuper communi eorum Baſe, altera ſecet Trapezij Latus, quod eſt Baſi eius oppoſitū in duas partes æquales: ſecundò verò Trapezij ad Triangulum ſuper æqualibus Baſibus, in eisdemque Parallelis comparatio: tertio autem, Comparatio Trapezij cum Parallelogramo ſuper eadem, vel ſuper æqualibus Baſibus, & in eisdem Parallelis: quartò denique, eadem Trapezij cū Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam ſui moris pulchrā in fine cōmentarij conſiderationē, aut documentū, deest procul dubio ſecundæ, atque tertię primi Elementorū libri partium continuatio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum inſtitutore pertractantur brevis commemoratio. Hæc ſunt ea, quæ in præſenti cōmentario iudicio meo deſiderantur, ibi [in eisdemque Parallelis] quanuis aliquis Procli ſtudioſus manū iniecerit, poſtremāque earū, quæ nunc extant in eo. Demōnem perfecit, ac demū ita cōmentariū epilogo concluſerit, vt integrū videatur. Veruntamen poſſibile etiam eſt quod cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima, ſynceraque ſint, deliquium verò cōmentarij incipiat poſt illa verba [Trianguli duplum Quadrilaterum eſt] quodque verba illa [Hæc quidem &c.] quæ poſtremū ſortita ſunt locum, ſint totius cōmentarij epilodus. Aut fortasſe etiam fieri poteſt vt defectus in duobus ſit locis, primum ibi [Quadrilaterū eſt] deinde ibi [ſint demonſtrata] ita vt verba illa [Hæc quidem &c.] ſint epilodus digreſſionis, illa autem

[ad ea

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac deniq; totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hæc quidem] vsque ad illa [eundum nobis est] sint totius digressionis epilogus, secundaq; imperfectio sic se habeat [eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentī potissimū Propositione apparet tertiæ primī Elementorū partis Propositum, cōmunis nempe Triangulorum, Parallelogrammorumq; contemplatio] & similia. Verumenimvero utcunque se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo ut mecum querere non desistant quousq; omnes Procli commentarij perfecti, integrique reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim ut ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere commentarium reperias, ea me addidisse existimes: partim etiam ut quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere
in dato Angulo rectilineo.

Propo. 42
Prob. 17

Commentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq; nostrum eam commentario illustrare, ut Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotas se quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, ut vnusquisq; discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi commentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, ut de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quū itaque tres quidem sint huiusce trigessimisecondi Theore-

Scholium
secundum.

Quæ con-
tineatur i
17. cōmē-
tario.

Quæ repe-
riantur in
17. cōmē-
tio.

k 2 maris

Quæ de-
finit 17.
Cōmen-
tario.

matris Casus nec plures, nec pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui vbiq; summa cura, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimē consuevit, & quoniā defunt quædā verba ad sententiā, orationemque perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę defunt ad complendum sermonem, huiusmodi forsan essent [Verum Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimerientē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodque porro Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarii principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus vbiq; antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrum Ordinatū, vel Inordinatū, vel Mediū: vtrum Determinatū, an Indeterminatū: vtrum Abundans, an Diminutū: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutū, vtrum Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrum Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrum Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrum Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrum Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrum Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrum Locale, an secus: & si Locale, vtrum in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrum in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrum in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrum in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Gisseidibus: vel alijs huiusmodi: Quod si in solidis, vtrum in sphericis, vel in conicis, vel cylindricis, vel

spi

spiricis, vel alius cuiusdam speciei : & si in Sphæricis, vtrūta in Helicibus, vtrūta Sphærarum æqualium, vel inæqualium. & si in conicis, vtrūta in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus : & si in cylindricis, vtrūta in Ellipsis, vel Helicibus : & si in spiricis, vtrūta in ijs, quæ fiunt à sectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variæ sunt. similiterquæ si est Locale in Superficiebus, vtrūta in planis, an in solidis : & si in planis quidē, vtrūta in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimquæ multilateris : & si in trilateris, vtrūta in æquiliteris, vel æquicruribus, vel scalenis : & si in æquicruribus, siue scalenis, vtrūta in rectāgulis, obtusangulis, vel acutangulis : & si in quadrilateris, vtrūta in parallelogrammis, an secus : & si in parallelogrammis, vtrūta in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & si in non parallelogrammis, vtrūta in trapezijs, an trapezoideis : & si in trapezijs, vtrūta in æquicruribus, an in scalenis : & si in multilateris, vtrūta in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsquæ in infinitum : & si in quibuslibet istarum, vtrūta in æquilateris, & æquiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, vtrūta in sphæricis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei : & si in sphericis quidem, vtrūta in semisphæricis, vel semisphærica maioribus, aut minoribus : si autem in spiricis, vtrūta in spiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : si verò in conicis, vtrūta coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli : & si in aliquibus istarum, vtrūta in conicis Coni æquicruris, vel scaleni : si demū in cylindricis, vtrūta in ijs, quæ fiunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Parte altera longioris : & si in qualibet istarum, vtrūta Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodquæ Consequens : necnon quod sit eius Conuersum, quisquæ Conuersionis modus, vtrūta iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtrūta totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propositio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtrūta sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum : ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atquæ demonstretur, vtrūta per Demonstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nascita sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoque cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi retensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi præs oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademque perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Minervæque iandiu desideratum munus impertiar. Quòd si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hætenus.

Sequatur Procli Commentaria.

Propo. 43
Theo. 32.

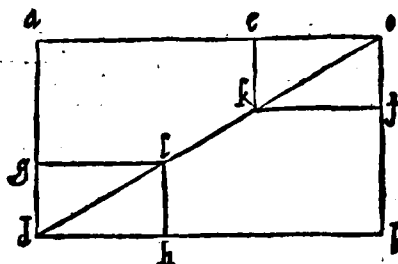
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem
cuiuscunque Parallelogrammi cōstituentium, inter se sunt
æqualia.

Principium huius commentarii desideratur.

Com. 17.

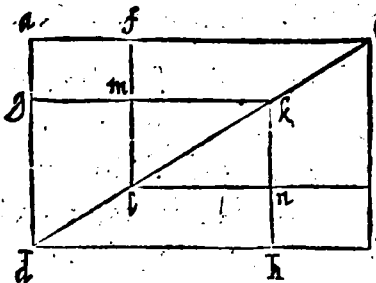
Reliq duo
huius The.
Casus.

* vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodque porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sit enim Parallelogrammum ab , quod habeat Parallelogramma ck , dl circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam kl recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum acd æquale Triangulo bcd , & Triangulum cek , Triangulo kcf , necnon dgl Triangulum dhl Triangulo. Reliqua igitur a g l k e quinque Laterum



Figura,

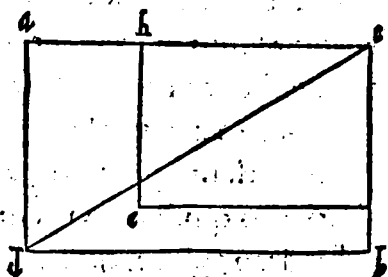
Figura, reliquę b f k l h quinq̃ Laterũ Figurę æqualis est. Hęc autē erant complementa. Si verò necq̃ coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, necq̃ distarent ab se inuicē, sed inuicem interfecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmũ a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrāma circa ipsam, vnum quidē ipsum e c f l, alterũ verò, à quo etiā hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cōplementa æqualia sunt. Cum enim totũ d g k Triangulũ toti d h k Triangulo æquale sit, est autē pars quocq̃ ipsius Triangulum k l m æquale Triangulo k l n, Parallelogrāmũ siquidē est & ipsum l k. Reliquũ igitur d l n h Trapeziũ reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verũ a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziũ d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantũ, nec plures, necq̃ pauciores. Parallelogrāma enim, quę circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam à sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum à re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hęc quoq̃ præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimarũ nō fuit. varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognoscere mus quid esset Parallelogrāmum, quęquē essent ea Parallelogrāma, quę toti Parallelogrāmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantũ modo cognitum vtiq̃ fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eādem Dimetientē sunt, quęcunq̃ partē totius Dimetientis pro sua etiā Dimetiente habent: quęcunq̃ verò nō, minimē. cūm enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmũ hoc toti Parallelogrāmo circa eādem Dimetientē nō est. Exēpli gratia vt in a b Parallelogrāmo c d Dimetiens secat e h Latus ipsius c e Parallelogrāmi. Parallelogrāmũ ergo e c Parallelogrāmo c d circa eādem Dimetientē nō est.



Cur tres
soli sit hui
us Theo.
Casus.

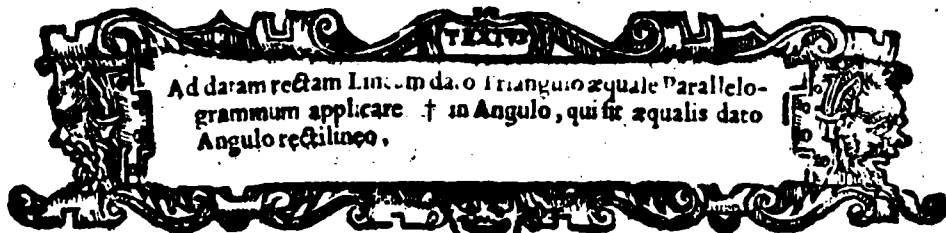
Documē-
tum
Vnde or-
tū sit hoc
nomē Cō-
plemēta.

Cur in Re
finitionib⁹
cōplemē-
ta Eucli-
des nō de-
finierit.
Quę Pa-
rallelogrā-
ma dicantur
esse cir-
ca eādem Di-
metientē.



Ad

Propo. 44.
Prob. 11.
in dato
Angulo re-
ctilineo.



Com. 18. **A**Ntiqua quidē sunt hæc aiunt Eudemi familiares, Pythagoricæ q̃ Musę inuenta, Applicatio utiq̃ Spatiorum, & Excessus, atq̃ Defectus. Ab his aut̃ & Iuniores cū nomina suscepissent, transtulerunt ipsa in eas etiā Lineas, quæ Conicæ appellātur, quippe qui nā quidē harum Parabolē, alteram autem Hyperbolē, Tertiā verō Ellipsim vocarunt. cū illi quidem priscæ autoritatis, diuiniquē viri in plana Spatiorum ad terminatā rectā Lineam descriptione quæ ab hisce indicantur nominibus perspicerent. quum enim proposita recta Linea datum Spatium toti rectę Lineæ coaptaueris, tunc Spatium illud applicari dicunt: quum verō Spatiū Longitudinem ipsa recta Linea maiorem feceris, tunc excedere: quum autem minorem, ita ut Spatio descripto aliqua extrā sit rectę Lineæ pars, tunc deficere. & hoc modo Euclides in sexto Libro tum Excessus, tum Defectus mentionem facit. in præsentia verō Applicatione indiguit, dato Triangulo ad datam rectam Lineam æquale Parallelogrammum applicare volens. ut non solū Parallelogrammi dato Triangulo æqualis constitutionem habeamus, verū etiam ad determinatā rectam Lineam applicationem. Exempli gratia Triangulo dato, quod Arcam duodecim pedum habeat: recta autem Linea proposita, cuius Longitudo quatuor pedum sit, æquale Triangulo Parallelogrammum ad rectam Lineam applicamus, si cū acceperimus totā quatuor pedum Longitudinem, inueniamus quot pedum Latitudinem esse oportet, ut Triangulo Parallelogrammum fiat æquale. Cū itaq̃ fortasse trium pedum Latitudinem inuenerimus, & Longitudinem cū Latitudine multiplicauerimus, hoc inquam facientes proposito Angulo recto existente, Spatium illud habebimus. Tale quidem est verbum hoc [Applicare] olim à Pythagoreis traditum. Tria autem sunt in præsentī Problemate Data, vnum, recta Linea, ad quam sic applicandum est, ut tota ipsius Spatiū Latus fiat: alterum, Triangulum, cui æquale debet esse quod applicatur: tertium, Angulus, cui æqualem Spatiū Angulum esse oportet: Et est rursus perspicuū, q̃ recto quidem existente Angulo, Spatium, quod applicatur, aut Quadrangulum, aut Parteralateralongius erit: acuto verō, siue obtuso,

Noia hæc
παρεβα-
λιν, ὡς παρ-
βαλιν, ἔλ-
λειψις
qd signifi-
cent apud
Antiquos,
quidque
apud iuni-
ores. circa
hoc vide
et Gemi-
nū i 6. lib.
Geometri-
carū enar-
rationū, et
Eutocium
i primum
conicorū
Apollonii.
In propo-
nibus 18.
& 29.
Quo Ap-
plicatio
fiat.

Tria sunt
Data i ho-
Proble.

Documen-
tum.

zuso, aut Rhombus, aut Rhomboides, Quinetiam manifestum est, quod rectam Lineam finitam esse oportet, ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione praesentis Problematum Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit æquale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, vti diximus. verum hæc quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa verò, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc cōstituit ipsum Spatium, quippe quæ neq; deficit iuxta hanc extensionem, neq; excedit, sed vno hoc vtitur Latere, quod Aream comprehendit. Quia igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebatur: cum verò Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) æqualitas eorum, quæ eiusdem sunt speciei sponte naturæ proueniens est, considerationeq; sola indiget: eorum autem, quæ dissimilis speciei sunt, propter eam, quæ iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeq; æqualitas indiget, quippe cum per sese inuentu difficilis sit.

Quo differat Applicatio a Constitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.



Propo 45.
Probl. 12.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem æqualium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebatur, hoc vniuersalius est. siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema æquale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (vt prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendæ Triangulorum multitudinis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

Com: 19.
Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problemate, & vltima Propo ne secundi libri. Superius com. 6. Demō problematis.

1 resol-

Exemplum
in Figura
decē Line
arum

Vide Archimeden
& Eutociū
in lib. de
Circuli di
mensione.

Epilogus.

resolverimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis verò ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iustum est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidem Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituerimus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quaeritur. Ex hoc autem (ut arbitror) Problemate profici incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quaerunt. Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale reperitur, quaestione dignum est, num rectilineæ quoque Figurae possint Curvilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex his, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus. Ambitus verò, Basi æqualis est. Verum hæc quidem alibi. ad eam verò, quæ consequuntur eamus.

Propo. 46
Probl. 14.

Com. 20.
Optima f
ctilineorū
equilaterū
triangulū,
et Quadra
gula sunt,
quibus opus
ad consti
tutionem
quorū mū
danarū Fi
gurarum.
Idē in lib.
2. cap. 9. et
cō. 17. &
9. & aliis
in locis.

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

Indiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est, nam Icosædrium quidē, & Octædrium, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant. Cubus

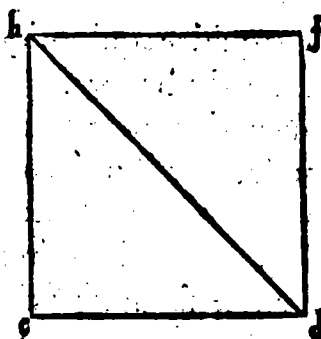
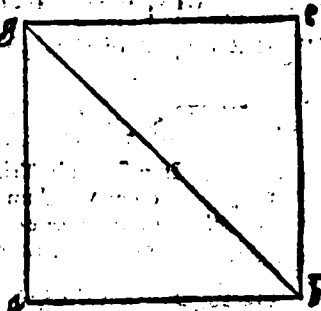
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq[ue] hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis construitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget. non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt, Ostendendum est aut[em] q[uo]d rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ $a b$, $c d$ rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem $a b$ describatur $a b e g$ Quadrangulum, ab ipsa verò $c d$ ipsum $c d h f$, & connectantur $g b$, $h d$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ $a b$, $c d$ æquales sunt, ipsæ etiam $a g$, $h c$ sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis $g b$ Basis $h d$ æqualis, & Triangulum $a b g$ Triangulo $c d h$, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo $a c$ Quadrangulo $e f$ inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa $a f$, $c g$, & ponantur ita vt in directum sit Latus $a b$ Lateri $b c$. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea $f b$ rectæ Lineæ $b g$ in directum est. Connectantur $f c$, $a g$, $a f$, $c g$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur $a f$ Quadrangulum æquale est $c g$ Quadrangulo, & $a f b$ Triangulum $c b g$ Triangulo est æquale. commune apponatur $b c f$

Cur Euclides vnum horū cōtinerat, alterū describat.

Quo ex Circulorū descriptione oriatur Triangulū æquilaterū.

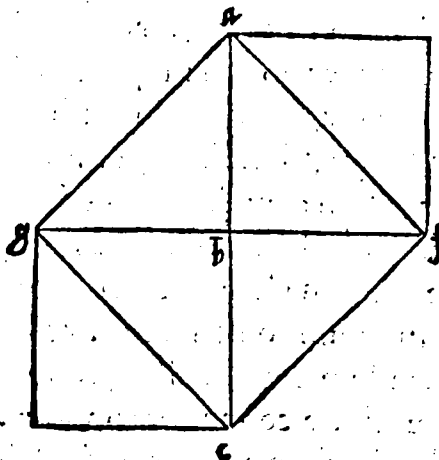
Documē.

Demō cuiusdā vtilis simi Theorē. quod dependet ex Definitione Quadranguli.



Demōstrati Theorē. Conuersum, cuiusq[ue] Demō.

Triangulum. Totum ergo
 $a c f$ Triangulum Toti $c f g$
 Triangulo æquale est. Paral-
 lela est igitur ipsa $a g$, ipsi $f c$.
 Rursus quoniam, tū ipse $a f g$,
 tum ipse $c g b$ Angulus dimi-
 dia recti pars est, ipsa $a f$,
 ipsi $c g$ est Parallela. Aequalis
 igitur est recta Linea $a f$ rectæ
 Lineæ $c g$, Parallelogrami si-
 quidē Latera ex opposito ia-
 centia sunt. Quoniam itaq;
 duo sunt Triangula $a b f$, $b c g$,
 quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cū ipsæ $a f$, $c g$ Pa-
 rallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet $a b$ Lateri $c g$ æquale,
 Latus quoq; $a b$ Lateri $b c$, & Latus $b f$ Lateri $b g$ erit æquale. Osta-
 sum est igitur quod Latera etiam, à quibus descripta sunt $a f$, $c g$ Qua-
 drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus.



Prop. 47
 Theo. 33.

† rectū An-
 gulum cōp-
 hēdentib⁹.

Com. 21.

Præfatus
 Theo. ad
 Pythago-
 rā referē,
 qui ē sacri-
 ficauit i i-
 uentione.
 vide Vi-
 struuium.
 Euclidis
 commen-
 dario.
 Vide 31.
 Propōnē
 Sexti.

In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere re-
 ctum Angulum subtendente describitur, æquale est Quadra-
 ngulis, quæ describuntur à Lateribus † circa rectum An-
 gulum iacentibus.

Sic eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præfens Theo-
 rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes cum cū
 id inuenerit bouem immolasse. Ego verò miror quidem & eos, qui
 primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autē admira-
 tione prosequor Elementorum institutorem, non solum, quia per
 euidentissimam Demonstrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod
 ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique
 minime possunt in sexto libro persuasit. nam in illo vniuersē osten-
 dit quod in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-
 gulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus
 rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, simi-
 literque describuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-
 drangulo est simile, non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea,
 Quadrangula sunt in Triangulis siquidem, alijsque multiangulis si-
 militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis sit, siue qualiscumq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quam illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta + fit vniuersali ostenso, quod vniue Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiciens, quod hic vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarum similitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportionibus ostendit. multa enim eorum, quæ hic magis particularim, + in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruris quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximior dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitatem deficientem. in scalenis verò fieri potest vt Numeri suscipiantur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ipsi, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus sunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quinarius autem eum subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ipsi, quæ ab illis sunt. hoc enim est viginti quinque, quæ autem ab illis sunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Tradite autem sunt & viæ quædam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorā, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datū imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cum acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

+ ostendit
Causa, passionis, rum
huius, tu 21.
Theo. sc.
xii Elem. ē
ipsa Angu-
li rectitudo,
quodmodū He-
betudo, &
Acumen ex
cessus, dimi-
nutionisq;
causæ sūt.
Ex hoc lo-
co, & ex
cō. 9. huius
& 13. tert-
tiū habes
q. Proeli
itētiæ erat
totā Eucli-
dis Elemē-
tarē institu-
tionē ex-
ponere.
Notandū.
+ nobis
Digressio.
Duplex re-
ctangulum
Triangulū.
Nō inuenit
quadrangulus
Numerus qua-
dranguli
Numeri
duplus qd
habet Cap-
itulum i 10.
Elemento-
rum.
De hoc
Triangulo
vide Plato-
nem in Rep.
Dux sunt
viæ, qb̄ inue-
niunt Tri-
angula rectā
gula Nu-
meros in-
tegrōs in
Lateribus
habentia.
Via Pytha-
gorica.

Exemplum
viæ Pytha-
gorica.

Via Pla-
tonica.

Exemplū
viæ Pla-
tonicæ.

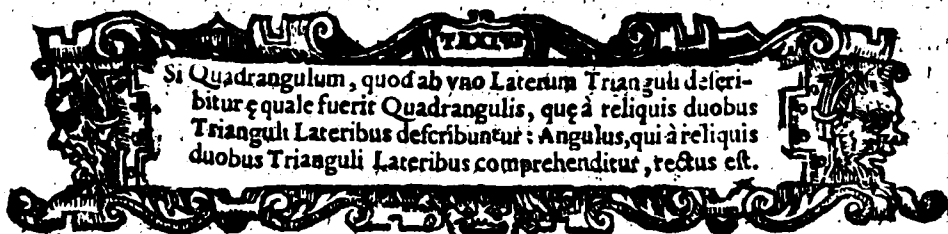
† qđ enim
à Quina-
rio fit, æ-
quale ē ei,
quod fit à
Ternario,
& ei, qđ à
Quaterna-
rio Com-
positis.
Finis dis-
gressiōis.
Reprehē-
dit Hero-
nis, & Pap-
pi secta-
tores.

Propo. 48
& vltima
primi Ele.
Theo. 34.

Co. 11. &
vltimum.

Modus cō-
uersionis
huius The-

ab hocquē Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huic quoq; Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit. Exempli gratia cū Ternarium acceperit, ab ipsoquē quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicq; rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumquē est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertiū verò quinq; Vnitatū habet. At Platonica, à Paribus adortur. cū enim datū parē suscepit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncquē cū bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumpserit, huiusquē dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumquē Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemquē Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. † quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sint. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ips, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicunq; etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæquē ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaq; ad ea, quæ sequuntur transeamus.

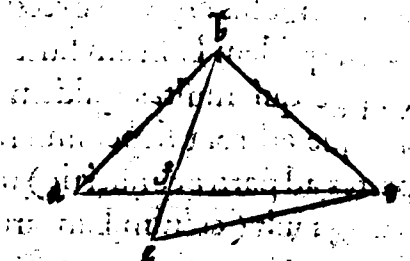


Si Quadrangulum, quod ab vno Laterum Trianguli describitur & quale fuerit Quadrangulis, quæ à reliquis duobus Trianguli Lateribus describuntur: Angulus, qui à reliquis duobus Trianguli Lateribus comprehenditur, rectus est.

CONuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod à subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, eis, quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

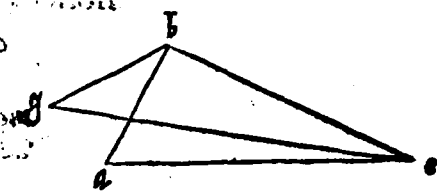
Triangulo autem existente abc , & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere ac , æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri bc à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quod ad alteras partes recta



Instantia
huius Theo-
rematis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitavit, dicemus quod sermo hinc impossibile ait. neque enim intra Triangulum ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quam ipsa ab : nam si fieri potest cadat, ut ipsa bc . Quoniam itaque Angulus ebc rectus est, Angulus certe cfb acutus est. Quamobrem reliquus afb obtusus erit. Maius est igitur Latius ab , Latere bf . Ponatur ergo ipsi ab æqualis, quæ sit be , & connectatur ec . Quoniam igitur Angulus ebc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere ec describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus eb , bc describuntur. Verum ipsa e b ipsi b a , est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere ec , æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere ac describitur. Aequale igitur est quod à Latere ec , ei, quod à Latere ac describitur Quadrangulo. Et ipsa e ergo ipsi a c æqualis est. Erat autem, & ipsa e b recta Linea, æqualis rectæ Lineæ ab . Duæ igitur be , ec rectæ Lineæ, duabus ba , ac rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea bc constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atqui neque extra ad alteras ipsius ab rectæ Lineæ partes.

Si enim fieri potest cadat, ut ipsa bg , & sit æqualis ipsi ab ipsa bg , & connectatur cg . quoniam itaque Angulus gbc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere gc describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus bg , bc describuntur. Erat autem & quod à Latere ac , æquale ijs, quæ à Lateribus ab , bc , æqualis verò est ab ,



Nota quod
huius The-
orematis
instantia sol-
uitur p. septi-
mæ Propo-
sitione primi.
Quapp. si
ab re. ab
Eleméto-
rū institu-
tore inter
secta, & o-
ctavā iter
secta fuit.
utilis. n. ē
ad instan-
tias destru-
endas, nec
non ad A-
stronomiā
vide cōm.
12. lib. 3.

ipsi

Epilogus
totius pri-
mi lib. Ele-
mentorū.

Hinc per-
spicuum est
Procli
propositum
erat omē
Euclidis e-
lementarē
institutiō-
nē exponere,
sed certū
nō ē ipsū
eā expō-
suisse, quia
cū cōdōne
hoc polli-
cetur.

ipsi gb . Aequalis est igitur gc , ipsi ac . At ipsa quoque gb recta Li-
nea rectae Lineae ba aequalis est, super una bc recta Linea, quod fieri
non potest. Neque ergo intra, neque extra cadet recta Linea, quae ad
Angulos rectos ipsi bc a Signo b excitatur. Super ipsa igitur ac ca-
det. Angulus ergo abc rectus est. Soluta est igitur Instantia. At pri-
mum quidem Librum hucusque Elementorum institutor complevit,
quippe qui multas quidem Conversionum species tradidit (tota
nanque ad tota saepenumero Theorematum, & tota ad partes, &
partes ad partes conuertit) multam vero Problematum varietatem
excogitavit (etenim Linearum, Angulorumque Sectiones, & Posi-
tiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem &
Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theorematum
Localia nobis satis superque in memoriā redegit, Vniuersalium pre-
terea, Particulariumque Theorematum, Elementarem institutiōnē
patefecit, & Indeterminatorum, Determinatorumque Problematum
differentiā indicauit (quae sanē omnia nos quoque ipsum consequen-
tes ordinatim explicauimus) totum denique Librum ad vnum Pro-
positum retulit, ad Elementarem vtiq; institutionem eius, quae de
simplicioribus rectilincis Figuris est contemplationis, ac demum tum
Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quae ipsis per sese insunt
considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi po-
terimus, Dijs gratiam habebimus, si autem aliae curae nos ab insti-
tuto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem
viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere conseo,
quod difficile passim est, & ad rem ipsam pertinet, facileque diui-
di potest sectantes, quoniam ea sanē, quae hoc tempore
afferuntur Commentaria multam, atque variam in
se se confusionem continent, quippe quae
nullam causae assignationem simul in-
ferunt, neque iudicium Diale-
cticum, neque contempla-
tionem Philosophi-
cam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIVM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; paging declarat.

A

Litera.



CIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 189. p.

Acumen, & Ob-

tusitas inæqualita-

ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-

perficierum pro-

prium.

68. m.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.

m. 110. f. & 219. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema

174. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-

neis, quæ intra Triangulum constituun-

tur. 187. f.

Aenigma Pythagoreorum. 49. m.

Aequalitas primū in Quantitate est Sym-

ptoma. 111. p.

Aliorum antiquorū opiniones de differen-

tia Theorematis, & Problematis. 45. m.

Altitudo Figurarum quid. 147. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus

bisariam secari possit. 155. p.

Ambitus Trianguli quid. 134. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &

Problemate. 45. p.

Anguli Sphærales qui. 71. m.

Anguli ex Linea recta, & Circunferentia

duo sunt. 73. p.

Anguli ex rectis Lineis tres sunt. 73. m,

& 75. p.

Anguli consideratio vniuersalis. 74. p.

Anguli Deinceps qui sint. 171. p.

Anguli ad Verticem qui sint. 171. p.

Anguli Alterni qui sint. 215. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-

tur. 216. p.

Angulorū oīū pulcherrima cōsiderō. 74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt
consideratio. 74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt confide-
ratio. 74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superfi-
ci-bus sunt consideratio. 74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mixtis
sunt consideratio. 74. m.

Angulorū Circulariū consideratio. 74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio. 74. m.

Angulorū mistorum consideratio. 74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species,
quas ait Socrates in Rep. ex Supposi-
tione apud Geometras accipi. 75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pul-
cherrima comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt
comparatio. 76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem,
& vitium comparatio. 76. f.

Angulorum Verticalium æqualitas vnde
fiat. 154. f.

Angulorum Curvilineorum duo tantum
rectilineis æquales sunt, 109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas
maximā habet vim ad augenda, dimi-
nuenda'ue Spatia. 219. m.

Angulos Oracula Nodos cur nuncu-
pent. 74. p.

Angulos quomodo diuersē Dis attribuit
Pythagorei, & Philolaus, Asinæusq;
philosophus. 74. f.

Angulum omnem bisariam secare secun-
dum Elementarem institutionem est
impossibile. 113. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Li-
nea. 72. f.

Angulus Cissoides quid. 72. f.

Angulus ex hippopedis Lineis. 72. f.

Angulus triplex sic ex Circūferētiis. 72. f.

m Angu-

- Angulus vtrinque conuexus quis. 72. f.
 Angulus vtrinque cauus, vel Syrioides
 quis. 73. p.
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.
 Angulus Cornicularis quis. 73. p.
 Angulus rectus nō rectorum mensura est,
 vt inæqualium æqualitas. 77. m. 137.
 p. & 168. p.
 Angulus planus quid sit. 69. f.
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
 Angulus rectus, Obusus, & Acutus qui
 sint. 75. p.
 Angulus aduēticius Trianguli quid. 95. m.
 Angulus quomodo Angulo æqualis, &
 quomodo similis dicatur. 110. p.
 Angulus rectilineus Angulo rectilineo
 quomodo dicatur æqualis. 115. f.
 Angulus rectus in tres partes æquales fa-
 cile secari potest, Acutus autem nō po-
 test nisi per Lineas mistas. 155. m.
 Angulus quadrupliciter dari pot. 158. m.
 Angulus Pelecoïdes, siue Angulus Figu-
 re Securi similis quid. 192. p.
 Anima aliquando motus principium est,
 aliquando ab alio motum recipi secū-
 dum Platonem. 18. f.
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex
 mente Platonis, & ideo Arithmetica
 præcedit Musicam. & est pulcherrima
 ratio. 21. m.
 Anima ad mentē eandē habet rationē, q̃
 generatio ad celum. & ideo circulariter
 etiā mouet ex Platonis sententia. 84. m.
 Animæ duplex actio. 62. f.
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.
 Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
 Apollonii demonstratio primi Pronun-
 tiari Euclidis. 112. m.
 Applicatio quid sit, & quō fiat. 164. m.
 Applicatio à Cōstitutione quomodo dif-
 ferat. 163. p.
 Apſis quid. 91. p.
 Archimedes, & Apollonius tanquam
 euidētibz vtuntur principiis, his, quę
 in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.
 Archimedes ostendit Circulum esse æqua-
 lem cuidam Triangulo. 166. m.
 Area Trianguli quid. 144. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum dubitationis bimembris de Geo-
 metrica materia. 28. f.
 Argumentum destruens idem. 28. f.
 Argumentum ad idem. 29. p.
 Argumenta quatuor destruētia secun-
 dum membrum dubitationis bimem-
 bris de Geometrica materia. 29. m.
 Argumenta quōd phantasia ab imparti-
 bili ad partibile procedat. 55. p.
 Argumenta contra Democriti opinionē
 de Figura. 80. p.
 Argumenta destruētia opinionem Sto-
 corum de Figura. 80. m.
 Argumentum secundo hypotheticorum
 modo, quōd Finis, & Infinitum Mathe-
 maticarū scientiarū principia sint. 3. m.
 Argumentum quod Mathematica essen-
 tia media sit inter naturalem essentiam,
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
 Argumentum quōd communia Mathe-
 matica Theoremata, cōsiderationes, &
 principia ante multa subsistant. 4. f.
 Argumentū quo confutatur Arist. opi-
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-
 tiæ. 7. p.
 Argumentum contra Arist. opinionem
 quomodo Anima constituat Mathe-
 maticas formas. 7. f.
 Argumentum contra eundē de eodē. 8. p.
 Argumentum aduersus eundē de eodē. 8. f.
 Argumentū destruens primum membrū
 trimembris conclusionis de actu for-
 marū Mathematicarū ab Anima. 9. p.
 Argumentum destruens idem. 9. p.
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
 Argumentum destruens secundum me-
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.
 Argumentum destruens idem. 9. m.
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de
 Repu. contra Mathematicarum vtili-
 tatem. 17. p.
 Argumentū Zenonis contra demonstra-
 tionem sibi contrariam. 123. f.
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematica essentia. 7. p.
 Arist. opinio quomodo Anima cōstituat
 Mathematicas formas. 7. f.
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum
 corporis. 33. m.
 Arist. opinio de Plano. 67. p.
 Arithmetica certior est quā Geometria,
 & quā Musica. 34. f.
 Arithmetices tres sunt partes, Linearū, &
 Planorum, Solidorumq̃ Numerorum
 consideratio. 23. p.
 Arithmetices, & Geometrię principia dif-
 ferunt inuicem, & cōmunicant. 35. p.
 Artes omnes Arithmetica, & Arte metiē-
 di, Arteq̃ ponderandi indigent ex mē-
 te Socratis in Philebo. 14. f.

Artifi-

Artificioſum eſt, ad ſcientiamq̃ ſpectat ſo-
lutiones oppugnantium dicendis præ-
parare. 141. m.
Aſtrogiaꝝ conſiderationes. 14. m.
Aſtrogiaꝝ tres ſunt partes, Gnomonica,
Metheorſcopica, & Dioptrica. 14. m.
Axes Sphærarum quid faciant. 52. m.
Axis quid ſit, & quomodo differat à Dia-
gonio, & Dimetiente. 89. m.

B. Litera.

BAſis Trianguli quid. 114. f.
Baſis Trianguli duplex eſt. 114. f.
Binarii intolerabilis audacia, de qua in
Theologumenis Arithmetica. 58. f.
Binarius quomodo medius ſit inter Vni-
tatem, & Numerum. 92. m.
Bonum, & ſuprema cauſa. de qua Plato,
& Proclus in 7. de Rep. 18. m.

C. Litera.

CAlliclis reprehensio in Gorgia. 14. p.
Calypſo, de qua Plutarchus in opusculo
de vitanda uſura. 32. m.
Canonica q̃ nihil aliud ſit q̃ Muſica. 23. m.
Canonica quid conſideret. 23. f.
Carpi opinio de Angulo. 69. f.
Caſus quid ſit. 121. m.
Caſus in Conſtructione eſt. 127. f.
Caſus variũ ſecundi Problematis primi
Elementorum. 128. m.
Caſus variũ tertii Problematis primi Ele-
mentorum. 130. m.
Caſus variũ quintæ Propositionis primi
Elementorum. 141. f.
Caſus ſextę Propositionis primi Elemen-
torum. 145. p.
Caſus tres Demonſtrationis Propoſitio-
nis 8. primi Elementorum ſecundũ Phi-
lonem. 152. m.
Caſus variũ Propositionis 9. primi Ele-
mentorum. 157. p.
Caſus Propositionis 11. primi Elemento-
rum. 160. f.
Caſus ab Instantia q̃ſo differat. 151. m.
& 155. f.
Caſus Propositionis 12. primi Elemento-
rum. 165. f.
Caſus Propositionis 17. primi Elemento-
rum. 179. p.
Caſus Propoſ. 18. primi Elementorũ. 181. p.
Caſus tres Propositionis 14. primi Ele-
mentorum. 194. f.

Caſus Propositionis 30. primi Elemento-
rum. 225. p.
Caſus Propositionis 32. primi Elemento-
rum. 227. m.
Caſus Propositionis 35. primi Elemento-
rum. 240. f.
Caſus Propositionis 36. primi Elemento-
rum. 241. f.
Caſus Propositionis 38. primi Elemento-
rum. 250. p.
Caſus Propositionis 41. primi Elemento-
rum. 253. f.
Caſus Propositionis 43. primi Elemento-
rum. 262. f.
Cauſa prima, per quam Figura circularis
apparuit. 88. f.
Cauſa, propter quam Philolaus quatuor
Diis triangularem Angulum, & tribus
quadrangularem attribuerit. 99. m.
Cauſa cur Perpendiculari Figurarum
metiamur altitudines. 100. m.
Cauſa, propter quam Euclides non fecit
conuerſionem ſecundæ partis quintæ
Propositionis primi Elementorum. 141. f. & 147. f.
Cauſa, propter quam Euclides rectilineũ
Angulum ſolum, & Circumferentiam
bifariam tantũ ſecuit. 155. f.
Cauſa, propter quam conuerſa Theore-
mata per Deductionem ad impoſſibile
vix plurimum oſtenduntur. 184. m.
Cauſa vera Symptomatis Propositionis
17. primi Elementorum. 178. m.
Cauſa Symptomatis octauędecimę Pro-
positionis primi Elementorum. 181. f.
Cauſa cur tres tantũ ſint Caſus 35. Pro-
positionis primi Elementorum. 241. p.
Cauſa cur conuerſæ. 35. & 36. Propoſi-
tionis cũ ab Euclide, tum à Proclo præ-
termiſſæ ſint. 250. m.
Cauſa paſſionis cũ 47. Propositionis pri-
mi, tum 31. ſexti Elementorum, eſt An-
guli rectitudo. 269. p.
Cauſæ quinque Figurarum perficiẽtes. 82.
f. & 83. p.
Centra Sphærarum quid faciant. 52. m.
Centri Mathematici ad Centrum intelli-
gibile pulchra comparatio. 88. m.
Centrum Circuli quid ſit. 84. p. & 87. p.
Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.
Centrum tres tantũ habet locos. 91. f.
Certitudo Mathematica ab Anima ipſa
emanat. 7. m.
Certitudo eadem nõ eſt ab omnibus Ma-
thematicis requirẽda, neque eĩſdem
m 2 De

I N D E X.

- Demōstrationibus Sciētię omnes vtun-
 tur ex Arist. sententia. 20. p.
 Circularis Numeri contemplatio. 86. p.
 Circuli duplex consideratio. 82. m.
 Circuli pulchra in Numeris contempla-
 tio. 86. p.
 Circulorum quilibet Linea tātū est 33.
 f. cuius oppositum habetur. 78. m.
 Circulus quid sit. 84. p.
 Circulus est omnium Figurarum præstā-
 tissima. 84. p.
 Circulus perfectionem quomodo rebus
 omnibus præbeat. 84. f.
 Circulus verus, & vera circularis Natura
 quid sit. 88. p.
 Circulus est prima omniū Figurarū. 89. p.
 Circulus, monadicus esse dicitur. 92. p.
 & 92. p.
 Circulus quomodo fiat Ellipsis. 98. p.
 Circunferentia quid sit. 84. p.
 Circunferentia omnis per Lineas mistas in
 tres partes æquales secatur. 155. f.
 Circunferentiam cur Euclides bisariam
 tantū secuit. 155. f.
 Cissoides Angulus quid sit. 78. f.
 Cissoidum Linearum denominatio. 72. f.
 Cologonium Triangulum quid. 94. f.
 Cogitatio est instrumētum iudicans Ma-
 thematicas. 6. m.
 Cogitatio media est inter intelligentiam,
 & opinionem. 6. f.
 Cogitationis intelligentiæ iuxta suum
 finem Mathematicas scientias consti-
 tuerunt. 21. f.
 Cogitatio quomodo Mathematicas pro-
 ducat, omnesq; scientias. 26. f. & 27. p.
 Cognitio Mathematica obscurior est pri-
 ma sciētia, euidētior autē opinione. 6. f.
 Cognitionum proportio secundum Pla-
 tionem. 6. p.
 Commendatio Mathematicarum ex 7. de
 Rep. 12. f.
 Commendatio Mathematicarum ex Plo-
 tino. 12. f.
 Communia eorum, quæ sunt, Mathe-
 maticæ essentia principia Finis, & In-
 finitum. 24. m. & 7. m.
 Communia Mathematica Theoremata,
 considerationes, & principia ante mul-
 ta subsistunt. 4. f.
 Communia Arithmeticæ, & Geometriæ
 Theoremata, & virique propria quæ
 sint. 35. p.
 Cōmunitas Propositionū 35. & 36. pri-
 mi Elementorum. 241. f.
- Cōitas Linearū, & Superficierū. 68. m.
 Cōmunitas secunda Linearum, & Su-
 perficierum. 68. f.
 Cōmunitates duodecimę, & 31. Propo-
 sitionum primi Elementorum. 226. m.
 Communium Arithmetice, & Geometrię
 Theorematum distinctio. 35. m.
 Cōparatio Definitionis Figurę secundū Po-
 sidoniū ad Definitionē Euclidis. 82. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi, & in eis-
 dem Parallelis. 255. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi non in eis-
 dem Parallelis, sed cum quadam alia
 conditione. 255. f.
 Cōplementorū non ē vnde sit ortū. 263. f.
 Compositio in Mathematicis quid. 145. f.
 Conclusio trimembris in quęstione quo-
 modo Anima constituat Mathematicas
 formas. 9. p.
 Conclusio Geometrica duplex est. 118. m.
 Conclusiones primi Problematis Euchi-
 dis. 120. p.
 Conclusionis officium. 126. f.
 Conditiones, quæ requiruntur ad opti-
 mam Elementarem institutionem. 43. p.
 Cōditiones sex definitionis Circuli. 89. m.
 Conditiones Parallelarum rectarum Li-
 nearum. 100. m.
 Conditiones quartę Propositionis primi
 Elementorum. 13. p.
 Conditiones quinę 7. Propositionis pri-
 mi Elementorum. 148. f. & 149. p.
 Conditiones tres Propositionis 14. primi
 Elementorum. 169. m.
 Confirmatio tertii membri trimembris
 conclusionis de ortu Formarum Ma-
 thematicarum ab Anima. 9. m.
 Confirmatio dicti Pythagoreorum, &
 Philolai de Triangulo. 95. f.
 Cōfuratio opinionis Carpi, & Apollonis,
 & Plurarchi de Angulo. 70. p.
 Confutatio opinionis Eudemi de Angu-
 lo. 70. p.
 Confutatio opinionis Euclidis de Angu-
 lo. 70. m.
 Confutatio Definitionis Anguli, quam
 tradidit Euclides. 73. m.
 Confutatio opinionis Democriti de An-
 gulo. 79. f.
 Confutatio opinionis Antiquorum de
 Figura. 80. p.
 Confutatio opinionis Stoicorum de Fi-
 gura. 80. p.

I N D E X.

- Confutatio opinionis Xenocratis de Lineis insecabilibus.** 159. f.
Confutatio primi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9. p.
Confutatio secundi membri trimēbris conclusionis de ortu formarum Mathematicarum ab Anima. 9. m.
Coni orrus. 68. p.
Conicæ sectiones, quæ, & quot. 64. m.
Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt mista Corpora 68. f.
Coniunctio Mathematicarū non est Proportio, ut censuit Eratosthenes. 25. m.
Coniunctio prima Mathematicarū. 25. f.
Cōiunctio secunda Mathematicarū. 25. f.
Cōiunctio tertia Mathematicarum. 26. p.
Conoides Superficies quæ dicantur. 68. f.
Conoides rectangulum quid. 68. f.
Conoides obtusangulum quid. 68. f.
Consideratio pulchra in Triangulis, & in iis, quæ sunt. 212. f.
Cōsideratio pulcherrima de vli. 235. p.
Constructio quando deficiat. 117. p.
Constructio primi Problematis Euclidis. 119. m.
Constructionis officium. 115. f.
Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere, Vesta, & Rheæ. p. 99. p.
Cōtemplatio duorum Circularum æquilateralum Triangulum comprehendentium. 112. p.
Continuatio libri secundi Autoris cum primo. 29. p.
Continuatio libri tertii Autoris cum secundo. 102. p.
Continuatio quarti libri Autoris cum tertio. 213. p.
Conuersa Theoremata præcedentibus semper consequentia sunt. 168. f.
Conuersa Theoremata per Deductionem ad impossibile ut plurimū debent ostēdi, Problemata verò per præcipuam demonstrationem. 169. p., & 184. m.
Conuersa quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 171. f.
Conuersa quadragesimæ primæ Propositionis primi Elementorum. 254. m.
Conuersæ trigessimæ secundæ Propositionis primi Elementorum. 228. f.
Conuersio apud Geometras quid. 141. f.
Conuersio Geometrica duplex, Præcipua, & non Præcipua, vel propria, & impropria. 144. m.
Conuersio triplex est. 251. f.
Conuerfiones falsæ quæ sint. 144. f.
Conuerfionis modus, qua conuertitur vltimum Theorema primi Elementorum, & alia. 270. f.
Cōuersum octauū Pronuntiarī primi Elementorum nō est verum nisi in similibus specie specialissima. 137. f.
Conuersum primæ, & secundæ passionis 34. Propositionis primi Elementorum. 236. m.
Conuersum quoddam aliud quadragesimæ primæ Propositionis iuxta alium Conuerfionis modum. 254. f.
Cornicularis Acuto semper inæqualis est. 133. m.
Corollarium quid sit. 121. m.
Corollarium quintædecimæ Propositionis primi Elementorum. 173. p.
Corollarium duplex est. 121. m., & 173. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 16. Propositione primi Elementorum scaturiens. 176. f.
Corollarium aliud ex 16. Propositione primi Elementorum. 177. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 17. Propositione primi Elementorum. 179. f.
Corollarium ex Scholio Francisci Barocii. 106. f.
Corona apud Geometras quid. 91. m.
Cur Plato in Timæo Animam ex Mathematicis formis constituat. 9. f.
Cur Plato multas experientias, & Artes, quæ veræ scientiæ non sunt, scientias appellauerit. 17. f.
Cur procures Fatidicos ab omni ad humanam vitam respectu Socrates auerterat in Theæteto. 16. p.
Cur dicant Pythagorei Mathematicam circa finitum versari. 21. f.
Cur tertia Geometriæ species non sit, quæ de Punctis, & Lineis tantum agat. 27. p.
Cur Plato ad æternitatem Polorum substantiam dicat. 52. m.
Cur Pythagorei Polum sigillum Rheg vocabant. 52. f.
Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
Cur Plato naturales Rationes per Plana manifestari iubebat. 53. f.
Cur Euclides à partium negatione Signum definiat. 54. f.
Cur Pythagorei Lineas dyadicam appellabant. 57. f.
Cur Euclides duas tantum Lineæ species tradiderit. 65. p.
Cur Pythagorei Ternario Superficiem

- assimilauerint. 66. p.
 Cur Euclides Planam tantum definiuerit
 Superficiem. 69. p.
 Cur Euclides Semicirculum in primo li-
 bro definiat, & non in tertio, vbi pro-
 prius est locus. 91. p. & 92. p.
 Cur Euclides duplicem Triangulorū di-
 uisionem tradat. 94. f.
 Cur Euclides prætermiserit conuersam
 15. Propositionis primi Elemento-
 rum. 172. p.
 Cur Euclides Propositionem 19. primi
 Elementorum per Demonstrationē di-
 rectam non demonstrauit. 184. m.
 Cur Euclides tres Angulorū in Paralle-
 lis sumptiones prætermiserit. 217. m.
 Cur non sit conuertenda 30. Propositio
 primi Elementorum. 225. f.
 Cur familiarissimum Arist. exemplum sit
 hoc. Omne Triangulum habet tres
 Angulos æquales duobus rectis. 231. f.
 Cur Theorema in Basibus æqualibus de
 Parallelogrammo simul, & Triangulo
 Euclides prætermiserit. 254. p.
 Cur tres soli sint 41. Propositionis primi
 Elementorum Casus. 261. m.
 Cur in Definitionibus Complementa Eu-
 clides non definiuerit. 263. f.
 Cur Euclides duorum tantum Rectilineo-
 rum ortum tradat. 266. f.
 Cur Euclides Triangulum æquilaterum
 per Constitutionem producat, Qua-
 drangulū autē per Descriptionē. 267. p.
 Cur vniuersē 47. Propositio primi Ele-
 mentorum ostendenda non sit. 269. m.
- D. Litera.
- D**ata tria sunt in Propositione 44. pri-
 mi Elementorum. 264. f.
 Datis oē quatuor modis dari pōt. 117. f.
 Darum primi Theorematis primi Elemē-
 torum. 133. f.
 De Petitione, & Pronuntiato caput vni-
 cum. 102. p.
 Deductio ad impossibile quid apud Geo-
 metras. 145. p.
 Defectus tres consequenter æquali Spatio
 distantes esse non possunt. 153. f.
 Defensio Gemini. 139. p.
 Definitio Problematis, & Theorematis
 secundum Posidonium. 47. p.
 Definitio rectę Lineę secundū Platonē 63. p.
 Definitio rectę Lineę secundum Archi-
 medem. 43. m.
- Definitio Centri Circuli. 87. p.
 Definitio Poli Circuli. 87. m.
 Definitio Cētri ab Oraculis tradita. 88. m.
 Definitio perfecta Anguli Planī. 71. f.
 Definitio perfecta Anguli Solidi. 71. f.
 Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius
 Anguli. 71. f.
 Definitio Parallelarum Linearum secun-
 dum Posidonium. 100. m.
 Definitio eorum, quę consequenter, vel
 deincepsesse dicuntur. 169. f.
 Definitio Corollarii. 121. m. & 124. p.
 Definitioēs varię ipsius rectę Lineę. 63. m.
 Definitiones varię Superficie. 65. f.
 Definitiones varię Planī. 67. m.
 Definitionis Mathematicę Circuli consi-
 deratio. 86. m.
 Democriti opinio de Figura. 79. f.
 Demonstratio Mathematica quod Circu-
 lus bifariam a Dimetiente secatur. 89. f.
 Demonstratio quartę Petitionis Eucli-
 dis. 108. m.
 Demonstratio Geometrica duplex ē. 118. p.
 Demonstratio primi Problematis Eucli-
 dis. 119. f.
 Demonstratio contra Zenonem. 123. m.
 Demō alia, quā dānat Zeno. 124. p.
 Demonstratio praua Quorundā secundū
 Problematis primi Elementorū. 129. f.
 Demonstratio vltimi Pronuntiatorum primi
 Elementorum. 133. f.
 Demonstratio quartę Propositionis primi
 Elementorum. 137. p.
 Demonstratio quintę Propositionis d.
 Pappo tradita. 141. f.
 Demonstratio conuersionis secundę par-
 tis 5. Propositionis primi Elementorū,
 quę ab Euclide prætermissa est. 146. f.
 Demonstratio octauę Propositionis pri-
 mi Elementorum secundum Philo-
 nem. 152. p.
 Demonstratio Apollonti Pergei in Pro-
 positionem 10. primi Elementorum
 Euclidis. 160. p.
 Demonstratio Propositionis 10. primi
 Elementorum ab Euclide tradita me-
 lior est ea, quam tradidit Apollo-
 nius. 160. m.
 Demonstratio Apollontis in 11. Proposi-
 tionem primi Elementorum. 161. f.
 Demonstratio Euclidis in Propositionem
 11. primi Elementorum melior est De-
 monstratione Apollontis. 161. f.
 Demonstratio vndecimę Propositionis pri-
 mi Elementorū, quę sit per Semicirculos

- non approbatur. 152. p.
- Demonstratio Porphyrii, quæ confirmat quandā particulam quartædecimæ Propositionis primi Elementorū. 170. m.
- Demonstratio conuersæ 15. Propositionis primi Elementorum. 171. f.
- Demonstratio alia eiusdē indirecta. 172. m.
- Demō octauædecimæ Propositionis primi Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.
- Demonstratio directa Propositionis 19. primi Elementorum. 184. p.
- Demōstratio Propositionis 23. primi Elementorū ab Autore tradita, quæ est exquisor Demonstratio: Euclidis. 192. p.
- Demonstratio Apollonii in 23. Propositionem primi Elementorum, quæ dantur ab Autore. 193. p.
- Demonstratio cuiusdam pulchræ Sumptionis. 203. p.
- Demonstratio vigesimæquintæ Propositionis primi Elementorum secundum Menelaum Alexandrinum. 207. f.
- Demonstratio vigesimæquintæ Propositionis primi Elementorum secundum Heronē Mechanicum. 208. m.
- Demonstratio vigesimæoctauæ Propositionis primi Elementorum secundum Ptolemæum. 218. p.
- Demōstratio tertię partis 29. Propositionis primi Elementorū secundū Ptolemæum. 220. p.
- Demonstratio, quam habet Arist. primo de Cælo tex. trigesimoquinto. 223. m.
- Demonstratio Sumptionis, per quam demonstratur quinta Petitio primi Elementorum. 223. f.
- Demonstratio pulchra 5. Petitionis primi Elementorū ab Autore tradita. 224. p.
- Demonstratio trigessimæsecundæ Propositionis primi Elementorum secundum Pythagoreos. 228. m.
- Demonstratio Autoris quodd longitudo accretione opus sit ad Spatiōrum æqualitatem seruandam. 239. f.
- Demōstratio trigessimænonæ Propositionis primi Elementorum in reliquo absurde Suppositionis Casu. 251. p.
- Demonstratio duorum Theorematum ex iis quatuor, quæ Elementorum institutor omisit. 252. f.
- Demōstratio quadragesimæ primæ Propositionis primi Elementorū in Basibus etiā æqualibus. 254. p.
- Demonstratio Propositionis 45. primi Elementorum. 265. f.
- Demonstrationes quorundā Pronuntiatorū à Pappo additorū. 111. f. & 114. p.
- Demonstrationes vigesimæ Propositionis primi Elementorum à Porphyrio, & Herone traditæ. 181. p. & 186. m.
- Demonstrationes quintæ Petitionis secundum Ptolemæum. 220. m.
- Demonstrationes conuersarū trigessimæsecundæ Propositionis primi Elementorum. 229. p.
- Demonstrationes duorum utilissimorum Theorematum. 257. m.
- Demonstrationis officium. 116. f.
- Demonstrationis Geometricæ perfectio. 118. p.
- Destructio Argumenti Platoniorū contra Mathematicarum utilitatem. 18. m.
- Destructio Argumentorum, quæ 2. flecti possent in Autorem circa opinionem suam de Angulo. 71. m.
- Destructiones fundamentorum opinionis aliorum de Angulo. 72. p.
- Determinatio quando deficiat. 117. m.
- Determinatio Dati est. 117. m.
- Determinatio primi Problematis Euclidis. 119. m.
- Determinationis officium. 116. f.
- Deus vnum esse dicitur. 66. m.
- Deus Triadicus quid. 83. f.
- Diagonius quid sit. 89. m.
- Dialectica est purissima Philosophiæ pars. 23. p.
- Dialecticā, quæ Metaphysica est cur Plato Mathematicarum fastigium in 7. de Rep. appellauerit. 24. f. & 15. f.
- Differentia secunda Linearum, & Superficierum. 69. p.
- Differentia inter Dimetiētem, Diagonum, & Axem. 89. m.
- Differentia quædam Cōuersionū. 219. p.
- Differentia, quæ in Parallelogrammorum diuisionibus apparet. 234. p.
- Differentia Propositionum 35, & 36. primi Elementorum. 241. f.
- Differentiæ tres Problematis, & Theorematis secundum Carpum. 118. p.
- Differentiæ duodecimæ, & trigesimæ primæ Propositionū primi Elementorū. 226. f.
- Difficile est Elementa construere. 42. f.
- Digressio contra Arist. quod Anima non sit tanquam tabula rasa. 9. m.
- Digressio de ortu Mathematicarum Scientiarum ab Anima. 21. p.
- Digressio contra Stoicos, & Aristotē de Terminorū corporis substantia. 52. p.

- Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine.** 62. p.
- Digressio d' Termino, et Terminato,** 66. m.
- Digressio de Anguli Quod quid esse.** 69. f.
- Digressio de Circuli perfectione.** 84. f.
- Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circumferentiæ in Exemplaribus,** 87. m.
- Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristo. in corporis Terminis, & corpore.** 56. f.
- Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus.** 58. f.
- Digressio de Anguli consideratione in intellectibus.** 73. f.
- Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli.** 75. m.
- Digressio de Figuræ cõsideratione.** 78. m.
- Digressio de causis Figuram perficientibus.** 82. fs.
- Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt,** 91. f.
- Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensilibus consideratione.** 93. f.
- Digressio de Triangulorũ in iis, quæ sunt consideratione.** 95. p.
- Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt.** 96. m.
- Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt.** 98. f.
- Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus.** 107. m.
- Digressio de consideratione Trianguli æquilateri.** 121. f.
- Digressio cõtra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis.** 138. p.
- Digressio de Infiniti in Mathematicis subsistentia.** 163. p.
- Digressio de consideratione Lineæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt.** 156. m.
- Digressio passionis Propositionis tertie decime in iis, quæ sunt,** 168. p.
- Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum.** 180. m.
- Digressio de cõparatione Arcuum Triangulorũ vigesimæ quartæ Propositionis primi Elementorum.** 194. f.
- Digressio contra Ptolemæum de quinque Petitionis demonstrationibus.** 219. f.
- Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis.** 230. p.
- Digressio de Vniuersali.** 235. p.
- Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atque Trapezis,** 25. f.
- Digressio Francisci Barocci de Triangulorũ ad principia totius Mathematicæ essentia relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione.** 205. m.
- Dii Polorum Sphæræ quid faciant.** 51. f.
- Dii Axium Sphæræ quid faciant.** 53. p.
- Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum.** 232. p.
- Diligentia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum.** 250. f.
- Dimetiens Circuli quid.** 89. p.
- Dimetiens in Circulo tantum propriè dicitur, & Diagonus in Figuris, quæ habent Angulos,** 89. m.
- Dioptrica quid consideret.** 24. f.
- Distantia nauigiorũ in mari ostendit per 26. Propositionem primi Elementorũ.** 212. m.
- Distributio opinionum de Angulo.** 71. f.
- Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet.** 4. p.
- Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima. & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia.** 5. m.
- Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur.** 5. f.
- Diuisio Scientiarum, & Artium secundum Platonem.** 17. f.
- Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ.** 10. f.
- Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini.** 22. p.
- Diuisio ipsius Vniuersalis.** 2. f.
- Diuisio Lineæ secundum Geminiũ 63. f. 110. f.**
- Diuisio Cognitionum secundum Platonem.** 1. f. & 5. f.
- Diuisio eorum, quæ sub cognitionem cadũt iuxta Platonis sententiam.** 1. p.
- Diuisio primi libri Elementorum.** 4. f.
- Diuisio Lineæ secundum Platonem, & Aristotelem.** 60. p.
- Diuisio Angulorum.** 72. m.
- Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur.** 91. p.
- Diuisio Planarum Figurarum.** 91. p.

Diui-

- Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Euclidem.** 96. f.
- Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Posidonium.** 97. p.
- Diuisio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiati cōmunitate, & differentia.** 105. f.
- Diuisio Autorum, qui contra Geometriā instarunt, & opinionum eorū.** 114. m.
- Diuisio vniuersalis Problematum.** 123. f.
- Diuisio Theorematum.** 139. m.
- Diuisio Mathematicarum probationū ex mente Autoris, & Porphyrii.** 145. f.
- Diuisio triplex Corollariorum.** 174. m.
- Diuisio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem.** 209. p.
- Diuisio Symptomatum Parallelarum Linearum.** 225. m.
- Diuisio Theorematum Localium.** 238. p.
- Diuisio Casuum 36. Propositionis primi Elementorum.** 241. f. & 244. f.
- Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione.** 108. f.
- Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur consecrauerit.** 99. m.
- Dux rectæ Lineæ nullum Spatium comprehendere possunt: & hæc est causa quod non Parallelæ in infinitum ex altera parte producant, necnō aliarū rerū est causa.** 91. m, 93. m, 100. p, & 111. m.
- Dux Circumferentiæ duo Signa coniungere possunt, sed duæ rectæ Lineæ nequaquam.** 116. f.
- Dubitatio bimembris de Geometrica materia.** 28. f.
- Dubitatio de partitione rerum impartibilium.** 51. p.
- Dubitatio an Circumferentia indigeat recta Linea ad constitutionem.** 61. f.
- Dubitatio quomodo omnis Superficiæ Extrema sint Lineæ, cum neque infinite, neque omnis finite Extrema sint.** 66. f.
- Dubitatio nunquid Signum solum impartibile sit.** 54. p.
- Dubitatio quomodo impartibilia in Phantasia inspiciantur, quæ cuncta partibiliter recipiunt.** 55. p.
- Dubitatio quomodo Lineæ extremitates Signa dicta sint, cum neque infinita Linea, neque omnis finita extremitates habeant.** 59. f.
- Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Arist. diuisionem Linearum.** 60. f.
- Dubitatio de infinitis Dimetientibus, quæ & Ioā. Grammaticus vsus fuit. in lib. contra Proclum.** 90. p.
- Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ.** 82. m.
- Dubitatio de Quadranguli nomine.** 98. p.
- Dubitatio pulchra de motu Geometrico.** 106. f.
- Dubitatio de data recta Linea in secunda Propositione primi Elementorum.** 127. f.
- Dubitatio familiaris Philonis de 8. Propositione primi Elementorum.** 153. m.
- Dubitatio cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non posuit, quot in 4.** 154. p.
- Dubitatio Quorundam, vtrum Linea cōstet ex impartilibus.** 159. p.
- Dubitatio cur Euclides secundam partem quintæ Propositionis primi Elementorum demonstrauit cum ea nusquam utat.** 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.
- Dubitatio cur Euclides adiecerit in 13. Propositione primi Elementorum particulas [duos rectos, aut duobus rectis æquales]** 167. f.
- Dubio cur Euclides nō adiecit in Propositione 14. primi Elementorum inæqualitatem Arcuū, vt in 4. æqualitatē.** 195. m.
- Dubitatio de partitione Propositionum 27. tū 28. primi Elementorum.** 217. p.
- Dubitatio aduersus Propositionem 30. primi Elementorum.** 225. f.
- Dubitatio rudium in 35. Propositionem primi Elementorum.** 239. p.
- Dubitatio cur Euclides cum Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebatur: cum autem Triangula Parallelogrammis, Problematis,** 265. p.
- Duo rerum omnium principia secundum Platonem.** 2. f.
- Duodenarius est Iouis imperium.** 99. m.

E. Litera

- E**lementa variis modis multi tradidere.
41. p.
- Elementare quid.** 42. p.
- Elementaris institutio vnde dicta sit, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorum institutor vocetur.** 41. f, 42. & 43.
- Elementorum rationes Triangulares esse Timæus.** 95. m.
- Elementum quid.** 42. p.
- Elementum duplex ex Menæchmi sententia,** 43. m.

Emolumentum , quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet. 141. m.	Expositio verborum Platonis in 7. de Rep. ubi Scientiæ nomen ab ipsa Mathematica abstulit. 17. f.
Epicureorum impugnatio vigesimæ Propositionis primi Elementorum. 184. f.	Expositio quâdo deficiat. 116. f. & 117. m.
Epicurus , omnesq; alii Philosophi multa supponunt, quæ fieri nō possunt. 124. f.	Expositio Dati est. 117. m.
Epigramma Persei. 64. m.	Expositio quadrupliciter fit. 118. f.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli libro dicta sunt. 28. p.	Expositio primi Problematis Euclidis. 119. m.
Epilogus primæ partis primi Elementorum. 111. m.	Expositionis officium. 116. m.
Epilogus totius primi lib. Elemento. 272. p.	Ex quibus Animam constituat opifex secundum Timæum. 21. p.
Ep. nomides Dialogus, qui Platoni ascribitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia. 14. f.	Extrema Lineæ quæ sint. 58. m.
Eratosthenis carmen. 64. m.	Extrema Superficies quæ sint. 66. m.
Error Theodori Mathematici. 68. p.	Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ. 11. f.
Error Apollonii ex Arist. Gemini, & Autoris sententia. 105. p. & 112. p.	
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Autoris sententia. 105. m.	
Euclides finem suæ Elementaris institutionis statuit quinque Platonicarum Figurarum constitutionem. 39. f.	
Euclides quædam cur prætermittat. 43. f.	
Euclides non ab re in vno quoq; suorum librorum exponit principia. 44. m.	
Euclides ipsemet suas Propositiones demonstravit ex Autoris sententia. 110. p. 118. m. & 152. p.	
Euclidis opera. 39. f. & 40. m.	
Euclidis Elementaris institutio omnes habet conditiones, quæ ad optimam Elementorum institutionem requiruntur. ideo omnes aliorum institutiones excellit. 43. m.	
Euclidis Elementaris institutio partim habet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoq; quidem alternatim utitur, quandoq; vero alteris abundat. 47. m.	
Euclidis opinio de Plano. 67. p.	
Euclidis opinio de Angulo. 69. f.	
Eudemi opinio de Angulo. 69. f.	
Exemplum pulcherrimum actionis Animæ. 81. p.	
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati. 126. p.	
Exemplum pulcherrimum quomodo phantasia infinitum cognoscat. 163. m.	
Exemplum pulcherrimi Theorematis Localis in Lineis Solidis. 238. p.	
Exemplum Demonstrationis Propositionis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum. 266. p.	
	F. Litera.
	F igura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone. 67. f.
	F igura quid sit. 78. m.
	F igura multipliciter dicitur. 78. m.
	F igura in Deis qualis sit. 80. f.
	F igura qualis sit in Naturis. 80. f.
	F igura qualis sit in Animis. 80. f.
	F igura quæ à Geometra consideret. 81. m.
	F igura Finem, & Infinitum in propriis formis quomodo ostendat. 81. p.
	F igura ab Euclide definita qualis sit. 82. p.
	F igura à Posidonio definita qualis sit. 82. p.
	F igura quomodo Diis attribuitur. 83. f.
	F igura Lunularis quid. 91. m.
	F igura, quæ Corona dicitur quid. 91. m. & 93. p.
	F igura utrinque conuexa quid. 91. m.
	F igura rectilinea quid. 92. p.
	F igura trilatera quid. 92. p.
	F igura quadrilatera quid. 92. p.
	F igura multilatera quid. 92. p.
	F igura dupliciter mista dicitur. 93. f.
	F igura ex circumferentiis constructa, quæ habet internos Angulos duobus rectis æquales. 129. f.
	Figuræ , Modulationes, & Motus, quibus Atheniësis hospes eos institui vult, qui virtutem ab ineunte ætate sunt consecuturi. 14. p.
	Figuræ sex species. 78. f. & 79. f.
	Figuræ bifformes quæ sint. 90. p.
	Figurarum omnium consideratio. 79. f.
	Finis Mathematicarum quid. 16. p.
	Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio. 210. p.
	Formarum immaterialium ordo. 51. p.
	Fundamenta Autoris aduersus Ptolemæum. 111. f.

I N D E X.

Fufus Platonis quid.

52. f.

G. Litera.

Gelonis Syracufii Regis dictum. 37. m.
 Gelonis corona. 37. m.
 Gemini laus. 143. p.
 Geminus tradit ortus Spiricarum, & Cō-
 choidū, & Hederę similiū Linearū. 65. p.
 Geodæfiæ tot sunt partes, quot Geome-
 triæ. 23. p.
 Geodesię subiecta, & cōsiderationes. 23. m.
 Geometrię processus à compositionibus ad
 simpliciora. 49. f.
 Geometrię nō possunt reddere causam tri-
 plicis rectilinei Anguli diuifōis. 75. m.
 Geometria præcedit Astronomiam, quia
 motu status prior est. 21. f.
 Geometria totius Mathematicæ pars
 est. 28. p.
 Geometria vniuersale illud considerat,
 quod in imaginabilibus distributum
 est. 31. f.
 Geometria cuiusmodi Scientia fit. 33. m.
 Geometria quæ consideret. 33. m.
 Geometria nobis exhibet instrumenta iu-
 dicandi. 34. m.
 Geometria certior est quàm Sphærica, siue
 Astronomia, & quàm Mechanica, &
 quàm Perspectiua, & Specularia. 34. f.
 Geometria promit à se se Geodæsiam, Me-
 chanicam, & Perspectiuam, aliasq̃ Sci-
 entias. 37. p.
 Geometria ortū habuit ab agrorū emensio-
 ne apud Aegyptios primum. 37. f.
 Geometria, quæ ab initio fuit qd fit. 78. p.
 Geometria quærit quatuor ea, quæ quæri
 solent. 115. f.
 Geometria quærit ipsum Quid est dupli-
 citer. 115. f.
 Geometria quō quærat ipsum Si est. 116. p.
 Geometria quomodo quærat ipsum Qua-
 le quid est. 116. p.
 Geometria quomodo, & quando quærat
 ipsum Propter quid est. 116. m.
 Geometriæ duæ sunt species, Planorum
 consideratio, & Stereometria. 121. f.
 Geometriæ principale officium. 21. p.
 Geometrię subiecta sub cogitationem ca-
 dunt ex mente Platonis. 31. m.
 Geometrię subiecta, accidentia, & princi-
 pia quæ sint. 34. p.
 Geometrię, & Arithmetices principia dif-
 ferunt inuicem, & communicant. 35. p.
 Geometriæ laudes. 87. m.

Geometriæ ortus, & inuectores. 37. f,
 38, & 39.

Geometriæ propositum. 41. p.
 Geometriæ primum propositum. 41. p.
 Geometriæ secundum propositum. 41. m.
 Geometriæ totum propositum. 41. f.
 Geometrię de qbus sit sermo. 115. f. 127. f.
 Geometrica materia qd. 28. p, 31. f, & 32. p.
 Geometrię formæ in cogitatione positæ
 sunt, nosq̃ à sensilibus separant, & à sen-
 su ad mentem excitant. 29. m.
 Geometricorum sermonum ordo. 44. p,
 45. 45, & 47.
 Gnomonica quid consideret. 24. m.

H. Litera.

Hallucinatio quorundā ex Arist. sen-
 tentia, qui non Vniuersale tanquā Vni-
 uersale ostendebāt. 237. p.
 Hallucinatio Chorographorum. 248. p.
 Helicis Planæ generatio. 103. m.
 Helicium, Cylindrica sola est similiū par-
 tium, non tamen simplex. 60. f.
 Helix in Sphæra quid. 60. f, & 64. p.
 Helix in Cono quid. 60. f, & 64. p.
 Helix Cylindrica quid. 61. p.
 Heron tria sola Pronūtiata posuit. 113. m.
 Hieronis Syracufii Regis dictum. 37. p.
 Hieronis nauis. 37. p.
 Hippocrates Chius fuit primus inuentor
 Inductionis Mathematicę. 121. f.
 Homerica Minerua. 17. m.

I. Litera.

Identitatem in quibus ostendat Eucli-
 des. 224. f.
 In quibus respectibus consequentia iden-
 titatis verificetur. 225. p.
 In Rebus immaterialibus simpliciora cō-
 positionibus præcellunt. 50. p.
 In Rebus materialibus compositiora præ-
 cellunt simplicioribus. 50. m.
 Indemonstrabilia à demonstrabilibus na-
 tura differunt, & eorum Scientię di-
 uerſę sunt ex mente Arist. 122. p.
 Inductio Mathematica quid sit. 122. f.
 Inductionis Mathematicę cū Inductione
 logica similitudo. 122. f.
 Infinitum in phantasia subsistit. 163. m.
 Inscriptio Elementorum Euclidis. 41. p.
 Instantia Mathematica quid sit. 122. f.
 Instantia quorundā aduersus quintā Peti-
 tionem primi Elementorum. 122. p.

n a Instan-

I N D E X.

Instantia ultimi Theorematis primi Elementorum. 271. p.
 Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum. 140. m, 150. m.
 Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum. 164. p.
 Instantiæ Propositionis 22. primi Elementorum. 190. p.
 Intellectus materia, qua Signū materiale dicitur, unitas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.
 Inuentio Interualli Tyrannicæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq̃ generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
 Iuuenes ad Casuū, Sumptionumq̃ varietatem libenter currunt. 115. p.

L. Litera.

Latera quomodo dicantur Angulos subtendere. 136. p.
 Laterum æqualitas in Triangulis inferet æqualitatem Angulorū ab eis subtensorum, & e contrario. 180. p.
 Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 18. & 19. Propositionibus, tum in Aequicruris, tum in Scalenis Triangulis. 180. p.
 Linea quid sit. 56. p.
 Linea longè primum, & Simplicissimum est Interuallum. 55. p.
 Linea cum finita est, tum infinita. 59. m.
 Linea tripliciter Geometra vitur. 59. m.
 Linea recta cuius sit Nota. 62. m.
 Linea Incomposita quid. 63. f.
 Linea Composita quid. 63. f.
 Linea refracta quid. 63. f.
 Linea Figuram efficiens quid. 63. f.
 Linea, quæ in infinitum Figuram non facit quid. 63. f.
 Linea conchæ similis, vel Conchoides quid. 63. f.
 Linea indefinita quid. 64. p.
 Linea Plana quid. 60, 64, & 138. p.
 Linea Solida quid. 60, 64, & 138. p.
 Linea Cissoides quid. 64. p.
 Linea Helix quid. 64. p.
 Linea recta quid sit. 60. p.
 Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur equalis. 135. f.
 Linea recta non rectarū mēsurā est. 137. p.
 Lineæ variæ definitiones. 56. f.
 Lineæ notio iuxta Apollonium. 56. p.
 Lineæ pulcherrimus sensus. 58. m.

Lineæ partium similium tres solæ sunt. 64. f, & 69. p.
 Lineæ per confusionem missæ sunt. 67. f.
 Loci, ex quibus habet quod Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem, 155. f, 240. m, & 269. p.
 Locus, ex quo habetur quod Euclides suas Propositiones demonstrauit. 120. p.
 Locus Geometricus quid sit. 238. p.
 Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid sit. 239. m.
 Locus, ubi quædam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendū cōmentariū. 256. p.
 Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor. 272. f.
 Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

Materia duplex ex sententia Arist. & Autoris. 30. p, & 31. p.
 Materia intelligibilis quæ. 45. f.
 Materia Problematis, & Theore. 45. m.
 Mathematica essentia media est inter essentiam Naturalem, & Metaphysicā. 1. p.
 Mathematica Scientia propter se est experenda. 15. p.
 Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animæq̃ oculum ad Vniuersorum cognitionem præparat. 12. p, & 16. p.
 Mathematica Scientia propter vitā contemplantem est experenda. 16. m.
 Mathematicæ essentia medietas. 1. p.
 Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas. 6. m.
 Mathematicæ per se soli aliquod bonū est, ideo non est sperenda etiam ad humanos vsus non prodest. 16. f.
 Mathematicæ Scientiæ partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiua, Geodesia, Canonica, siue Musica, & Supputatrix. 22. p.
 Mathematicæ disciplinæ præcipuè remissionem ostendunt ex mente Platonis. 26. f.
 Mathematices nomen vnde sit ortum. 26. f, & 27. p.
 Mathematices nomē à Pythagoreis quomodo sit repertum. 26. m.

Mathematici clari. 38. p.
 Mathesis omnis, reminiscencia est ex Platonis sententia, & Pythagoreorū. 26. f.
 Mathematices quatuor sunt partes, instrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquibranantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 24. f.
 Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 2. m.
 Medietas Mathematicę Scientiæ. 10. m.
 Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. f.
 Menæchmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64. m.
 Mens vltima, & passibilis, & quę recipit species quę sit. 30. m, & 105. f.
 Mercurialia, & Minerualia munera. 17. m, & 32. m.
 Meteoroscopica quid consideret. 24. f.
 Methodi tres Mathematicę, quę à Platone traduntur. 121. p.
 Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicina, & alię. 12. m.
 Miraculorum Effectricis tres sunt partes, vna, quę spiritibus: altera, quę ponderibus: tertia, quę neruis, Spartisque vititur. 24. p.
 Mistra Linea quę sit, 61. m.
 Mistio in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sententia. 67. f.
 Mistio dupliciter sit. 67. f, & 93. f.
 Modulationes, & motus, & Figure virtuti conuenientes, quibus Atheniensis hospes eos institui vult, qui ab ineunte adolescentia virtutē cōsecuturi sūt. 14. p.
 Motus vt Suppositio principii est. 44. m.
 Motus ab inæqualitate emanat, Quies autē ab æqualitate. 24. p, & 98. f.
 Munus Problematis duplex secundum Menæchmum. 45. f.
 Munus Problematis quid. 115. m.
 Munus Theorematis quid. 115. m.
 Musarum sermo in 8. de Rep. 4. m. 13. f, & 85. f.

N. Litera.

Naturę ad Animam pulchra comparatio. 80. f.
 Negatiuę orationes principiis conueniunt ex Platonis sententia. 54. f.
 Neutrum Theorema quid. 42. m.
 Nicomedes fuit inuentor proprietatis

Conchoidum Linearum. 155. m.
 Nomina hæc παραβολή, ὑπερβολή, ἐλλειψις quid significant apud antiquos, quidq; apud iuniores Mathematicos. 264. p.
 Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sententia. 105. m, & 109. p.
 Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest. 107. f.
 Notanda quinque in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis. 76. p, & f.
 Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensurę fertilitatis, sterilitatisq; apparent secundum Platonem. 4. m.
 Numeri in opinione subsistunt. 55. f.
 Numerorum cognitio apud Phœnicas cœpit. 38. p.
 Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius ex M. Tullii sententia. 13. f.
 Numerus præcedit Continuū, & Binarius Lineam, & Vnitas Signum ex mente Platonis. 58. p.
 Numerus quadrāgulus Numeri quadrāguli duplus inueniri nō potest. 269. m.

O. Litera.

Objectio quorundam quod quinta Euclidis Petitio in Petitionibus connumeranda sit. 110. m.
 Obrusāguli Coni sectio quid. 63. f, & 100 f.
 Onopides fuit primus inuētor Propositionis 13. primi Elementorum referente Eudemo. 191. f.
 Omnia quęcunq; in Plana tractatione describimus, in vno, eodemq; Plano excogitamus. 69. m. 127. f, & 215. p.
 Opinio Autoris de Centris, Polis, Axis, & Sphæris. 53. p.
 Opinio triplex de Angulo. 69. f.
 Opinio Autoris de Angulo. 70. f.
 Opinio Autoris de Figura. 80. p.
 Opinio alia Autoris. 80. m.
 Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 138. f.
 Opinio quorundam de Propositione 15. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 176. p.
 Opinio Autoris quod aliquę rectę Lineę à minoribus q̃ duo recti productę cōcidunt, & aliquę non cōcidunt. 133. p.
 Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma

thematicarum finis est. 18. m., & 26. p.
 Optimus Geometrici studii finis, & doni
 Mercurialis opus. 18. m., 26. p., & 32. m.
 Opus Mathematices à nomine sit manife-
 stum. 27. m.
 Opus Mathematices simile est operi
 Dei. 27. m.
 Oraculi dictum de Unitate. 27. m.
 Orphei carmen. 28. f.

P. Litera.

P Arallele lineæ quæ sint. 99. f.
 Parallela Lineæ aliæ etiam sunt præter
 rectas. 100. m.
 Parallela Lineæ non dicuntur omnes,
 quæ non coincidunt, sed omnes, quæ nõ
 coincidendo in infinitum possunt pro-
 trahi. 100. m.
 Parallelogramma quomodo æqualia esse
 dicantur. 140. m.
 Parallelogramma quomodo in eisdem di-
 cantur esse Parallela. 241. f.
 Parallelogrammi nomē unde sit ortū. 236. p.
 Parallelogrammorum proprietates quid
 sit. 97. f., 233. m., 234. f., & 236. m.
 Parallelogrammorum Isoperimetrorum
 Quadrangulum quidem maximū est,
 Rhomboides verò minimum. 240. p.
 Parallelogrammum propriè quid sit. 236. f.
 Parallelogrammum apud Euclidem quid
 sit. 237. m.
 Parallelogrammorum Figura quid. 96. f.
 Partes, quæ partibus præcipuis Problema-
 tum, & Theorematum annexæ sunt,
 quot, & quæ sint. 120. p.
 Particularum [quod fecisse oportuit] &
 [quod demonstrasse oportuit] pul-
 chra consideratio. 120. p.
 Passio Propositionis 15. primi Elemento-
 rum unde scaturiat. 172. f.
 Passiones tres, ex quibus decem fiunt Lo-
 calia Theoremata. 252. p.
 Passiones tres, ex quibus fiunt quinque Lo-
 calia Theoremata, quorum vnum tan-
 tum non ab re posuit Euclides, reliqua
 autem prætermisit, quæ addit Autor
 cum reticentiæ causa. 254. m.
 Perpendiculari Figurarum metimur ali-
 tudines. 76. m., & 100. m.
 Perpendicularis terminat! Spatiarū altitu-
 dines, & Linearum distantias. 100. m.
 Perpendicularis pulchra consideratio, &
 ad ea, quæ sunt comparatio, 76. m.
 Perpendicularis duplex est. 162. p.

Perseus fuit inuentor Linearum Spirica-
 rum. 64. m.
 Perspectiua quid consideret. 23. f.
 Perspectiua totius tres sunt partes, Per-
 spectiua nomine generis, Specularia,
 & Sciographica. 23. f.
 Petitio à Pronuntiatio ita differt ex men-
 te Gemini, & Autoris, ut Problema à
 Theoremate. 102. p., & 104. p.
 Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota
 sunt in Petitionibus cõnumeradq; ex sē-
 tētia Gemini, & Autoris 104. f., & 108. p.
 Petitio 5. primi Elementorum non est in-
 demonstrabilis. 104. f., 108. p., & 229. p.
 Petitiones Theorematurū Elementa sūt. 42. f.
 Petitiones tres, quæ veræ Petitiones sunt
 iuxta omnium sententiam. 106. p.
 Petitionibus quidem in Constructione,
 Pronuntiatis verò in Demonstratione
 utimur. 119. f.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia ex sententia Gemini, & Au-
 toris. 102. m.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta Archimedis, & sequa-
 cium opinionem. 104. p.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta opinionem tum Stoi-
 corum, tum Speusippi, & Amphino-
 mi. 104. p.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta aliorū sententiā. 104. m.
 Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
 differentia iuxta opinionem Aristoteli.
 44. m., & 104. m., & 111. f.
 Phantasia media est inter sensum, & men-
 tem ex sententia Aristoteli. 30. f.
 Phantasia ex impartibili ad partibile
 procedit. 55. p.
 Phantasiæ duplex vis. 55. m., & 163. m.
 Phantasiā cur Aristoteles mentem pas-
 sibilem vocauerit. 30. m.
 Philippi Mathematici obrectatio in Pro-
 positione 16. primi Elementorum refe-
 rente Herone. 175. m.
 Ppilolaus Diis quatuor Triangularem
 Angulum cur consecrauerit. 95. f.
 Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem
 Angulum cur consecrauerit, & qui-
 bus. 98. f.
 Planum quomodo in Geometria intelli-
 gendum sit. 69. m.
 Platonis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematica essentia. 7. p.
 Platonis opinio quomodo Anima consti-

I N D E X.

- mat Mathematicas formas.* 7.f.
**Platonis sententia de Mathematicarū vili-
 tare, & dignitate, & si scientiæ sunt.** 18.p
Platonis opinio de Plano. 87.p.
Plurarchi opinio de Angulo. 69.f.
Polus Circuli quid sit. 87.m.
**Ponderum motionis quidē inæquilibrium,
 Status verò, æquilibrium est causa ex
 Timæi sententia.** 24.p.
Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
**Primæ, principalissimæq; rectilineæ Figu-
 ræ, Triangulū, & Parallelogrammū.** 48.m.
**Primum Problema primi Elementorū
 ceteris Problematibus præstat.** 127.p.
**Principia Mathematicæ scientiæ tum vnū,
 & Multitudo; tum Finis, & Infini-
 tum.** 11.m.
**Principium secundæ partis primi Elemen-
 torum.** 114.f.
**Principium tertiæ partis primi Elemento-
 rum.** 117.f.
**Problema à Theoremate quomodo differ-
 rat.** 102.m, & 115.m.
**Problema omne in Theorema reduci po-
 test.** 119.p.
Problema Ordinatū quid. 125.f.
Problema medium quid. 126.p.
Problema Inordinatum quid. 126.p.
Problema multipliciter dicitur. 126.m.
Problema Mathematicum quid. 128.m.
Problema Excedens quid sit. 126.m.
Problema Impossibile qd sit. 126.f, et 189.f.
Problema Maius quid sit. 126.f.
**Problema Deficiens, vel Minus quid
 sit.** 126.f.
**Problema Determinatum, vel Indetermi-
 natum quid.** 126.f, & 189.f.
**Problema perfectū cuiusmodi debet esse,
 quod & propriè Problema dicit.** 127.p.
**Problematibus omnibus, quæ in Plano
 aliquid faciunt, vnum subicit Planum
 existimandum est.** 69.m, 127.f, & 125.p.
Problematis partes quæ, & quor sunt.
 126.m.
**Problematum alia simpliciter, alia multi-
 pliciter, alia infinitis modis sunt.** 125.f.
**Problematum alia sunt sine Casu, alia
 multos habent Casus.** 127.m.
**Productio in infinitum non omnibus inest
 Lineis.** 170.f.
**Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque
 regressus.** 11.m.
**Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda
 sint ex mente Arist.** 105.p.
**Pronuntiata communis sunt generis ex
 mente Autoris.** 105.f, & 113.m.
**Pronuntiata quædam, quæ à Pappo ad-
 dita sunt.** 113.f.
**Pronuntiatorum duplex proprietas ex
 Autoris sententia, vbi notanda est con-
 tradictio cum superioribus, simulque
 soluenda.** 112.f.
**Pronuntiarum, & Petitio, atq; Suppositio
 quomodo differant secūdū Arist.** 44.m.
**Pronuntiarum vltimum primi libri Eu-
 clidis non est collocandum inter Pro-
 nuntiata ex sententia quorundam Ma-
 thematicorum, & Gemini, & Auto-
 ris.** 104.f, & 105.f.
**Pronuntiarum 7. & 10. resecatur ex men-
 te Autoris.** 113.m.
**Propositium quoddā, quo vsus est Arist.
 primo de cælo tex. 35.** 123.m.
**Proportio cuncta in Mundo colligauit
 ex mente Timæi.** 13.p.
**Propositio prima, Problema primū primi
 Euclidis Elementorum.** 115.p.
**Propositio primi Problematis Euclidis
 qualis sit.** 119.p.
**Propositio secunda, Problema secundum
 primi Elementorum.** 127.m.
**Propositio tertia, Problema tertium pri-
 mi Elementorum.** 130.m.
**Propositio quarta, Theorema primum
 primi Elementorum.** 132.f.
**Propositio 5. Theorema 2. primi Elemen-
 torum.** 139.m.
**Propositio 6. Theorema 3. primi Elemen-
 torum.** 141.m.
**Propositio 7. Theorema 4. primi Elemen-
 torum.** 143.p.
**Propositio 8. Theorema 5. primi Elemen-
 torum.** 151.p.
**Propositio vltima libri quarti Elemento-
 rum quomodo ad Astronomiam con-
 ducat.** 153.f.
**Propositio 9. Problema 4. primi Elemen-
 torum.** 154.f.
**Propositio 10. Problema 5. primi Ele-
 mentorum.** 158.f.
**Propositio 11. Problema 6. primi Ele-
 mentorum.** 160.m.
**Propositio 12. Problema 7. primi Ele-
 mentorum.** 161.p.
**Propositio 13. Theorema 6. primi Ele-
 mentorum.** 167.p.
**Propositio 14. Theorema 7. primi Ele-
 mentorum.** 168.f.
**Propositio 15. Theorema 8. primi Ele-
 mentorum.** 171.p.

I N D E X

Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum.	175.m	Propositio 42. Problema 11. primi Elementorum,	259.m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.	178.p	Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum.	262.m
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.	179.f	Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.	264.p
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.	182.f	Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.	265.f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.	184.f	Propositio 45. primi Elementorum in uniuersalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon vltima secundi Elementorum.	265.f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.	187.p	Propositio 45. Problema 14. primi Elementorum.	266.f
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.	189.p	Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum.	268.m
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.	191.f	Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit.	268.m
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.	193.m	Propositio 31. sexti Elementorum uniuersalior est Propositione 47. primi Elementorum.	268.m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.	207.p	Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum.	270.f
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.	209.p	Propositiones tum Geometricorum, tum Arithmetico- rum Theorematum vtriusque affirmationes sunt.	248.p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.	214.f	Propositionis officium quid.	216.m
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.	217.m	Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.	162.p
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.	219.p	Propositum Geometriæ duplex.	41.p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.	224.m	Propositum primi libri Elementorum.	48.p
Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum.	226.p	Propositum primæ partis primi libri Elementorum.	48.f
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.	227.p	Propositum secundæ partis eiusdem.	48.f
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.	231.f	Propositum tertiæ partis eiusdem.	48.f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.	233.m	Propositum secundæ partis primi Elementorum.	213.p
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.	237.m	Pulchra de rectæ Lineæ passione in iis, quæ sunt contemplatio,	63.m
Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilem in Mathematicis Theorematur.	239.p	Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.	15.m
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.	241.m	Pythagorei inuenerunt Propositione 32. primi Elementorum referre Eudemo.	228.p
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.	247.f	Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis utens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum regere disciplinam.	13.p
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.	249.p	Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.	98.f
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.	250.p		
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.	252.p		
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.	252.m		

Q. Litera.

Qua de causa Tempus studiendi viam Mathematicarum cognitionem appellaueris.

Qua

I N D E X.

- Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
- Qua de causa duarū rārum rectilinearū Figurarū mentionē Euclides fecerit. 92.m
- Qua de causa Theoremata Localia Idets Chrysippus assimilaerit. 238.m
- Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantū tradat. 238.f
- Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m
- Quadrangulū terrestris Elementi est proxima causa. 49.m. 98.f. & 267.p
- Quadrangulum quinque Laterū quid. 95.p
- Quadrangulum quid sit. 96.f
- Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilincorum optima sunt. 266.f
- Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilincorum est optimum. 266.f
- Quadrilaterarum Figurarū septem sunt species. 97.m
- Quadripertita Elementorum exornatio quid sit. 95.f
- Quæ sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f
- Quæ sint communes Mathematicæ considerationes. 4.p
- Quæ scientia cognoscat cōmunia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
- Quæ sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p
- Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
- Quæ dicēda sit scia secundū Platonē. 27.f
- Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 29.p
- Quæ Demonstrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philosopho exigendæ sint ex Aristot. & Platonis sententia. 29.f. & 110.m
- Quæ, & quot sint totius Mathematicæ scientiæ species, vel partes secundum Pythagoreos. 20.f
- Quæ sit Geometriæ materia. 28.p
- Quæ sint Quæstia Geometrica, & quæ non Geometrica. 34.p
- Quæ scientia alia scientia certior sit ex mente Arist. 34.f
- Quæ à principiis emanant, in Problemata, Theoremataq; diuiduntur. 45.p
- Quæ sint propriæ naturæ, & operationes in inferioribus rebus horum quatuor Deorū, nēpe Saturni, Martis, Pluronis, & Bacchi. 95.f
- Quæ desiderentur in 11, & 12. Procli cōmentariis libri quarti. 247.m
- Quæ desint in digressionē Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 258.m
- Quæ continerētur in 17. commentarii libri quarti si integrum esset, quæque in eo reperiantur. 259.f
- Quæ desint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m
- Quales sint Mathematicæ rōnes. 10.m
- Quantitas quandoq; communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera rārum: Magnitudo verò pro cōtinua semper. 20.f. 21.p. 77.f. 106.p. & 133.p.
- Quæsitū non Geometricū duplex ē. 34.m
- Quæsitum primi Theorematis primi Elementorum. 233.f
- Quæstio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
- Quæstio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
- Quæstio ubi Termini Terminatis præcellant, & ubi Terminata Terminis. 50.p
- Quæstio de ordine octauæ Propositionis primi Elementorum. 152.m
- Quid sit ex æquali inter sua collocari signa. 63.p
- Quid doceat Proclus in digressionē commentarii 15. quarti libri. 257.f
- Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m
- Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m
- Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m. & 88.p
- Quod opus, & quæ vires Mathematicæ scientiæ sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
- Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
- Quomodo intellectilia genera Fine, & Infinito participant. 2.f
- Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
- Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruuntur. 3.f
- Quomodo cōmunia Mathematica Theoremata, & cōsiderationes, atq; principia subsistant, & à qua considerēt scientia. 4.f
- Quomodo differat Animæ cognitio à co-

- gnitione mentis. 9.m
 Quomodo res Mathematicę in Anima
 sint intelligendę. 10.p
 Quomodo Plato in Timęo ortum, atque
 creationem Animę ex formis compleat
 Mathematicis. 10.p
 Quomodo cogitatio omnem Mathema-
 ticarum Scientiarum varietatem con-
 stituat. 10.m, & 21.m
 Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-
 ciunt in Mathematicis sint. 15.m
 Quomodo differat Ars à Scientia secun-
 dum Platonem, & Aristotelem. 18.p
 Quomodo quispiã eruditus, de aliquo sen-
 tentiã afferre possit ex mente Ari. 19.p
 Quomodo erret Mathematicus demon-
 strando. 20.p
 Quomodo Quorum, & Quantum à Ma-
 thematico considerentur. 21.p
 Quomodo Mathematicis Ars militaris, &
 Ars historiã scribēdi dicantur vti. 22.m
 Quomodo Dialectica Mathematicarum
 scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarũ
 coniunctio ex Platonis sententia. 24.f
 Quomodo rerum opifex rectas Lineas
 terminet secundum naturam circum-
 jens, vt ait Plato. 62.f
 Quomodo Centrum, à Centro ad Circũ-
 ferentiam Lineę, & Circunferentia ipsa
 cum intellectibus communicent. 87.f
 Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
 Quomodo inueniatur ille, qui verē est Cir-
 culus, & vera Circularis natura. 88.p
 Quomodo recta Linea ex duobus simpli-
 cibus motibus generetur. 61.m
 Quomodo itidem Circunferētia ex duo-
 bus simplicibus oriatur motibus. 61.f
 Quomodo ex cõmunibus principiis pro-
 prię fiant Conclusiones. 104.m. 105.
 f, & 113.m.
 Quomodo Parallelogrãma dicantur esse
 circa eandem Dimeterentem. 263.f
 Quomodo ex Circulorum descriptione
 oriatur Triangulum equilaterum. 119.
 m, & 267.p
 Quorundam duplex obiectio cõtra Ma-
 thematices vtilitatem, eiusque solutio.
 14.f, & 15.p.
 Quorundam Platoniorum contra Ma-
 thematicarum vtilitatē obiectio, eiusque
 solutio. 17.p
 Quorum, & Quantum principalia Ma-
 thematices subiecta. 20.f
 R. Litera.
 R. Arisimus est vsus 7. Propositionis
 primi Elementorũ apud Euclidē. 151.p
 Ratio Figurę duplex est. 31.p
 Ratio quidem, quę à Fine provenit rectũ
 efficit Angulum, quę aut̃ ab Infinito,
 Obusum, atque Acutum. 75.f
 Recta Linea simplicior est Circulari. 62.f
 Rectaguli Coni sectio quid. 63.f, & 100.f
 Rectilinea omnis Figura in Triangula re-
 soluitur. 230.p, & 265.f
 Rectilineę Figurę quibus Diis peculiares
 sint. 93.f
 Rectilineę Figurę Elementarem exorna-
 runt regionem. 84.f, & 93.f
 Rectilincorum omnium constitutionis
 principium est Triangulum ex Plato-
 nis, & Autoris sententia. 230.p
 Rectitudo quarum rerum Nota sit, atque
 imago. 76.p, & 93.f
 Rectitudo equalitati cognata est. 109.f
 Rectitudo Planę Basis ex Triangulis cõ-
 stituta est, vt ait Plato in Timęo. 230.m
 Rectitudo Angulorum, & Laterum qua-
 litas omnem habent vim ad augenda
 Spatia. 140.p
 Rectitudo equalitatis causa est, Hebetudo
 aut̃, & Acumen, in equalitatis. 269.p
 Recto existente Angulo Propositionis
 44. primi Elementorum Spatium, quod
 applicatur, Quadrangulum, aut Par-
 tealtera longius est: acuto verò, siue
 obtuso, Rhombus, aut Rhomboi-
 des. 164.f
 Rectum, & Circulare, & Mistum à Lineis
 incohantia ad Solida vsque perue-
 niunt. 60.m, & 61.p
 Reliquus Absurdę Suppositionis Casus
 Propositionis 39. primi Elemento-
 rum. 251.p
 Reprehensio Heronis, & Pappi. 270.f
 Res, quę non reddit rationem, non est sciē-
 tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p
 Resolutio in Mathematicis quid. 145.f
 Respectus Parallelarũ ad sese, vel (vt Pro-
 clus ait) Parallelitas ipsa, quid sit. 225.p
 Responsio ad obiectionem Platoniorum
 contra Mathematicarũ vtilitatē. 17.m
 Responsio tacite obiectionis quomodo
 Formę immateriales, alię quidem Fini,
 alię verò Infinitati vicinę dicuntur,
 cum ex Fine, Infinitoque ortę sint. 51.p
 Responsio Gemini ad quorundã obiectio-
 nem quod quinq; Petitio Euclidis in
 Petitionibus connumeranda sit. 110.m
 Responsio Autoris, & Gemini cõtra Ari-
 stotelis, & Amphinomi opinionē, quod

I N D E X.

Geometria non quærat ipsum Propter
quid. 116.p
Responsio Posidonii contra Argumentum
Zenonis. 111.f
Responsio alia Posidonii contra Zeno-
nem. 114.f
Responsio tacite obiectiõnis cur tria Pro-
blemata primo Theorematis Euclides
preposuerit. 113.p
Responsio ad Quæstionẽ de ordine octauæ
Propositionis primi Elementorũ. 111.m
Responsio ad instantias duodecimæ Pro-
positionis primi Elementorum. 114.m
Responsio ad impugnationem Epicureo-
rum in 20. Propositionem primi Ele-
mentorum. 114.f
Responsio ad instantias vigesimæ secundæ
Propositionis primi Elementorũ. 110.f
Responsio tacite obiectiõnis quod 16, &
17. Propositiones primi Elementorum
superuacaneæ non sint. 117.m
Responsio ad dubitationem rudium in 35.
Propositionẽ primi Elementorũ. 119.m
Responsio ad tacitam obiectiõnem quod
non valeat dicere, Triangula nullum
habent Latus Parallelum, ergo non
possunt esse in eisdem Parallelis. quod
tamen verũ est de Trapezoides. 118.p
Responsio ad instantiam vltimi Theore-
matis primi Elementorum. 117.p
Responsiones contra Zenonem. 113.p
Responsiones ad instantias septimæ Propositio-
nis primi Elementorũ. 119.m, & 110.m
Responsiones aduersus instantiã quorun-
dam in quintam Petitionem. 112.f
Rhomboides quid sit. 96.f
Rhombus quid sit. 96.f
Rhombus videtur dimorum esse Qua-
drangulum, & Rhomboides dimorum
Parcealter longius. 97.f

S. Litera.

Scholium Francisci Barocii in 41. 42, &
43. Propositiones primi Elementorum,
vbi Procli Commentaria mutilata
sunt. 116.m
Scholium incerti Autoris contra exposi-
tionem Procli in 14. Propositionem
primi Elementorum. 118.p
Scholium Francisci Barocii aduersum in-
certum Autorem in defensionem Pro-
cli. 100.p
Scholium Francisci Barocii in 16. Propo-
sitionem primi Elementorum. 114.p

Sciẽtia nulla, sua demõstrat principia. 44.p
Scientia duplex est. 115.m
Scientiæ omnes à prima philosophia, sua
assumunt principia. 5.m, & f, & 44.p
Scientia, & Artes subiecta differre fa-
ciunt. 19.f
Sciographica scia, siue Sciographia quid
consideret. 11.f
Segmenta quid. 91.p
Semicircularis Angulus Acuto nunquã
æqualis est, vt etiam Cornicularis, &
ideo sit transitus à maiori ad minus non
per æquale. 113.m
Semicirculi pulchra consideratio. 91.f
Semicirculi ad ea, quæ sunt cõparatio. 91.f
Semicirculus quid sit. 90.m, & 91.p
Semicirculus solus ex omnibus Figuris
Planis habet Centrum in Ambitu. 91.f
Semicirculus cum Circulo dupliciter
communicat. 91.f
Semicirculus biformis dicitur. 91.p, & 92.p
Semicirculus quomodo medius sit inten-
Circulum, & rectilineas Figuras. 92.m
Sensus ex violentis passionibus fiunt, ex
mente Platonis. 10.f
Sententiæ eadem sæpe ad homines per-
ueniunt iuxta quasdam ordinatas ipsius
orbis conuolutiones. 17.f
Signi definitio secundum Pythagoreos,
eiusq; expositio. 55.m
Signum quid sit. 49.f
Signũ dupliciter considerat, 54.p, & 57.m
Signum solum in Geometria est impar-
tile. 54.m
Signum, Vnius affert imaginem iuxta
Platonis sententiã. 60.m
Signum Positione tantum dari potest, re-
liqua autem, quæ dantur in Geometria
tum Positione, tum Ratione, tum Ma-
gnitudine, cũ Forma dari possunt. 117.f
Similitudo pulcherrima Triangulorum
ad Elementa. 91.m
Simplex Linea quæ. 61.m
Singulorum Elementaris institutionis Eu-
clidis librorum Proposita, ad Mundum
referenda sunt, vt volunt quidam. 41.f
Solutio dubitationis bimembris de Geo-
metrica materia. 19.f
Solutio dubitationis de rerum impar-
tibilium partitione. 51.p
Solutio dubitationis nunquid Signum
solum impartibile sit. 54.p
Solutio dubitationis quomodo impar-
tibilis in phantasia inspiciant, quæ cuncta
partibiliter suscipit. 51.p

Solutio dubitationis quō Lineæ extremi- tates Signa dicta sint, cum neque infi- nita Linea, neq̃ omnis finita extremi- tates habeat.	59.f	gula Triangulis æqualia ostendebat. Theorematis vtebat: cum vero Tri- angula Parallelogrammis, Proble- matibus.	265.m
Solutio dubitationis Xenocratis contra Arist. & Platonis Linearum diuisionem.	61.p	Specularia quid consideret.	23.f
Solutio dubitationis vtrū Circumferentia idigeat recta Linea ad cōstitutionē.	62.p	Specus Platonis ex 7. de Rep.	12.p
Solutio dubitationis quomodo omnis Superficiei Extrema sint Lineæ, cum neq̃ infinitæ, neq̃ omnis finitæ Extrema reperiantur.	66.f	Speusippi opinio de Theoremate, & Pro- blemate.	45.p
Solutio ratiæ obiectionis quomodo Li- neæ Angulum continere dicantur, cum Angulus diuinæ vnionis Nota sit, quæ omnia in se comprehendit.	74.f	Sphæroides oblongum quid,	68.f
Solutio dubitationis contra Euclidis de- finitionem Figure.	82.m	Sphæroides Latum quid.	68.f
Solutio dubitationis de infinitis Dimeti- entibus Circuli.	90.p	Spira triplex est.	68.m
Solutio dubitationis de Quadranguli nomine,	98.m	Spira continua quid,	68.f
Solutio dubitationis de motu Geome- trico,	106.f	Spira Implicita quid.	68.f
Solutio dubitationis de data recta Linea in Propositione 2. primi Elemento- rum,	119.p	Spira Diuidua quid.	68.f
Solutio dubitationis cur Euclides demon- strauit secundam partem quintæ Pro- positionis primi Elementorum cum æa nusquam vsurus sit.	141.p, & 147.m	Spiræ ortus.	68.m
Solutio dubitationis Philonis Familiarij de 8. primi Elementorum Propositio- ne.	153.m, & 172.f	Spiricæ sectiones quæ, & quot,	64.m
Solutio dubitationis cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non addiderit, quot in 4.	154.p	Spiricæ sectiones tres sunt.	62.f
Solutio ex sententia Gemini, dubitationis quorundam vtrum Linea ex impari- bilibus constet.	159.p	Stoicorum, & quorundam aliorum opi- niones de Pronuntiato, Petitione, & Suppositione.	45.p, & 111.f
Solutio dubitationis cur Euclides adiece- rit in Propositione 13. primi Eleme- ntorum particulam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales.	167.f	Stoicorum opinio de substantia Termi- norum corporis.	52.p, & 114.m
Solutio dubitationis cur Euclides non a- diecit in 24. Propositione primi Ele- mentorum inæqualitatem Arcuum, quemadmodum in 4. equalitatem.	195.m	Stoicorum opinio de Figura.	80.p
Solutio dubitationis de partitione vige- simæ septimæ, & vigesimæ octauæ Propo- sitionis primi Elementorum.	217.f	Sumptio quid sit.	120.f
Solutio dubitationis, quæ instat Proposi- tioni 30. primi Elementorum.	225.f	Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro- positio primi Elementorum demon- stratione directa.	183.p
Solutio cur Euclides cum quidam Trian-		Sumptio quædam pulchra.	203.p
		Sumptio quædam, per quam demonstrat quinta Petitio primi Elementorum.	123.f
		Superficie pulchra notio, & sensus.	65.f
		Superficies per temperationem mistæ sunt.	68.p
		Superficies mistæ duplici modo sunt.	68.f
		Superficies parsium similium duæ sunt tantum.	69.p
		Superficies quid sit.	65.m
		Superficies Plana quid sit.	67.p
		Supputatricis tot sunt partes, quot Ari- thmetices.	23.p
		Supputatricis subiecta, & consideratio- nes.	23.p
		Symptoma prædicatum quid.	46.m
		Symptomata Parallelarum Linearum sex sunt.	215.m
		T. Litera.	
		T	
		Terminata materialia præcellunt Ter- minis materialibus.	
		Termini immateriales præcellunt Termi- natis immaterialibus.	
		Termini quatuor, quibus Mathematicus diudicandus est.	
		Terminus primus, quo Mathematicus iu-	

I N D E X.

dicandus est.	19.p	Tehurgia quid,	79.m
Terminus secundus.	19.f	Timæus ex rectis, circularibusque Lineis	
Terminus tertius.	20.p	Animam constituit,	51.f
Terminus quartus.	20.m	Timæus Elementa rectilineis Figuris cō-	
Terminus quid sit.	77.f	stituit.	84.f
Terminus ad quas Magnitudines sit refe-		Trapezia, & Trapezoida Euclides com-	
rendus.	78.p	muni nomine Trapezia vocauit.	97.f
Terminus ab Extremo quō differat.	78.p	241.m, & 257.f.	
Terminus Accretionis Longitudinis Pa-		Trapezium non ab re Euclides in primo	
rallelogrammorum est Locus ipse Pa-		libro definiuit.	247.m
rallelarum Linearum.	240.p	Trapezium à Trapezoidē quō differat ex	
Ternarius Tetradicus, & Quaternarius		sententia Posidonii, & Auctoris.	97.m
Triadicus totam generalium exorna-		Tres, qui euehuntur secundum Platonem	
tionem continent.	99.m	in Phedro.	22.m
Thales Milesius primus demonstrauit Cir-		Tres sunt Mathematicarum coniunctio-	
culum à Diuerfiente bifariā secari.	89.f	nes.	25.m
Thales Milesius primū ab Aegypto in		Tres partes sunt maximè necessarię, quę	
Græciam Geometriam transtulit.	38.p	debent semper esse tum in Problemate,	
Thales fuit primus inuentor quinq; primi		tum in Theoremate, Propositio, De-	
Elementorum Propositionis.	143.p	monstratio, & Conclusio.	115.f
Thales fuit primus inuentor Propositio-		Tres sunt Passiones 34. Propositionis pri-	
nis 14. primi Elementorū, Euclides vero		mi Elementorum.	233.f
eam primò demonstrauit.	171.m	Tria sunt, quę pulchritudinem efficiunt	
Thales fuit inuentor 26. Propositionis pri-		ex Aristotelis sententia.	15.m
mi Elementorū referēte Eudemo.	212.m	Tria in vna quaq; scientia requiruntur, Su-	
Theorema triplex, Elementum, Elemen-		biectum, Accidens, & Principium.	33.f
tare, & Neutrum.	41.p	Tria sunt, quę circa existentia tum in Quā-	
Theorema vtilissimum ad intelligendum		titatibus, tum in Qualitatibus versant,	
locum Platonis in Timæo de cōstitu-		Essentia Idem, & Alterum.	212.m
tione Elementorum.	42.m	Tria sūt, quę Parallelis per se insūt.	214.p
Theorema pulcherrimum, & vtile Ge-		Tria sunt, quę per se Parallelogrammis	
ometri.	64.f	insunt.	233.f
Theorema Simplex quid sit.	139.m	Triangula, quorū duo Latera vnus, duo	
Theorema Compositum quid.	139.f	bus Lateribus alterius equalia sunt, &	
Theorema Complexum quid.	139.f	Angulus vnus ab illis equis Lateribus	
Theorema Incomplexum quid.	139.f	comprehensus Angulo alterius ab equis	
Theorema Vniuersale quid sit.	140.m,	Lateribus comprehenso equalis, &	
& 235.p.		tamen non sunt equalia nec Triangu-	
Theorema particulare qd.	140.m, & 235.f	la, nec Bases eorum, nec reliqui An-	
Theorema secundum primi Elementorum		guli.	134.p, & 248.p
cuiusmodi sit.	140.f	Triangula quandoq; habent Areas equal-	
Theorema præcedens, & Theorema Con-		les, & Ambitus inæquales, quandoque	
uerfum quid.	144.f	autē ē contrario.	135.p, 195.f, & 248.p
Theoremata Euclidis cur Elementa vo-		Triangula duo dupliciter equicrura esse	
centur.	41.f	possunt.	201.p
Theoremata cōposita triplicia sunt.	140.p	Triangula quomodo in eisdem dicantur	
Theoremata quę Localia sint, & quę non		esse Parallelis.	249.p
Localia.	237.f	Trianguli equilateri constitutio.	103.m,
Theorematis omnibus, quę in Plano		115.p, & 119.f	
aliquid contemplantur vnū subici Pla-		Triangulorum duplex diuisio.	54.p
nū intelligēdū est.	69.m, 117.f, & 215.p	Triangulorum septem sunt species.	96.p
Theorematis Gemini Conuerfum.	141.p	Triangulorum reliquorum super data	
Theorematis partes quę, et quot sūt.	116.m	recta Linea constitutio.	125.p
Theorematis alia sunt sine Casu, alia mul-		Triangulorū ad sua principia relatio.	106.p
tos habent Casus.	127.m	Triangulorum ad ea, quę sunt comparatio	

I N D E X

iuxta Pythagoreorum sententiam, 106.f
 Triangulum æquilaterum trium Elemē-
 torum est proxima causa, 48.m
 Triangulum totius Elementorū exorna-
 tionis primaria est causa, 74.f, & 166.f
 Triangulum est prima rectilinearum Fi-
 gurarum, 48.p, & 89.p
 Triangulum quadrilaterum qd sit, 94.f
 Triangulum simpliciter generationis, ge-
 nerabiliumq formationis principium
 dicunt esse Pythagorei, 95.p
 Triangulum æquilaterum omnium Tri-
 angulorum est optimum, assimilaturq
 Circulo, 112.p, & 166.f
 Triangulum æquilaterū vnico modo con-
 stituitur, æquicus autem duobus, Sca-
 lenum verò tribus, 115.f
 Triangulum Triangulo quomodo sit æ-
 quale, 114.f
 Triangulum æquilaterum, & Quadran-
 gulum optima Rectilineorum omniū
 sunt, 98.m, & 112.p, & 166.f
 Triangulū rectangulū duplex est, 169.m
 Triangulum Rectangulum Platonis, de
 quo loquitur in libro de Rep. 169.f
 Triplices debent esse Mathematicæ De-
 monstraciones, 10.f

V. Litera.

Veritas Propositionis 11. primi Elemē-
 torum apparet etiam iuxta cōmunes
 noriones, 111.f
 Via inueniendæ multitudinis Triangu-
 lorum, in quæ quodcunq Rectilineum
 resoluitur, 130.m
 Viqbus pcedit sciētia Mathematica, 11.p
 Vix duæ sunt, quibus inueniunt Trian-
 gula rectangula Numeros integros in
 Lateribus habentia, 169.f
 Vires Mathematicę scientię duplices, 11.p
 Vna recta Linea duo Signa coniungere
 potest, sed duæ nunquam, 136
 Vndenam tota ineeperit Geometria, &
 quousq progrediatur, & quæ sit ipsius
 vtilitas, 16.p
 Vnitas dupliciter consideratur, 14.p
 Vnitas sola in Arithmetica impartibilis
 est, 14.m

Vnitas, & Numerus in opinione substi-
 stunt, 15.f
 Vnitas Puncto simplicior est, 56.p
 Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem
 sunt, 62.f
 Vniuersale in multis distributum duplex
 est, 30.p
 Vniuersale quidem affirmans scientiis ma-
 ximē cōuenit, negationeq non indiget:
 vniuersale verò negans affirmatione
 indiget si demonstrari debet, ex mente
 Arist., 148.p
 Vniuersale duplex est ex sententia Auto-
 ris, & Arist., 135.m
 Vniuersales formæ triplices sunt, 30.p
 Vniuersalis propria Significatio ex eo-
 rundem sententia, 135.f
 Vnius causa, quæ rerum omnium est pro-
 ductrix secundum Platonem, 1.f
 Vnum, & Vnitas Deus vocatur, 66.m.
 81.m, & 166.f
 Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem
 mens vocatur, 81.m
 Vtilitas, quam affert Mathematica ad to-
 tam philosophiam, 11.f
 Vtilitas, quam affert ad Theologiam, 11.f
 Vtilitas Mathematicę ad Naturalem phi-
 losophiam, 13.p
 Vtilitas Mathematicę ad Politicā, 13.m
 Vtilitas Mathematicę ad Moralem phi-
 losophiam, 14.p
 Vtilitas Mathematicę scientię ad ceteras
 scientias, & Artes, 14.m
 Vtilitas Astrologię ad Medicinam ex
 sententia Hippocratis, 11.f

X. Litera.

Xenocratis confutatio de Lineis infe-
 cabilibus, 159.f
 Xenocratis dubitatio contra diuisionem
 Linearum, Arist. & Platonis, 60.f

Z. Litera.

Zenodoti opinio de differentia Proble-
 matis, & Theorematis, 47.p
 Zenonis infestus accessus, & eius funda-
 damenta, 111.f

F I N I S.



PATAVII,

Excudebat Gratiſus Perchacinus.

1 5 6 0.