



Notes du mont Royal

WWW.NOTESDUMONTROYAL.COM



Cette œuvre est hébergée sur «*Notes du mont Royal*» dans le cadre d'un exposé gratuit sur la littérature.

SOURCE DES IMAGES
Google Livres

D. 6. 8
P R O C L I D I A D O C H I
L Y C I I
P H I L O S O P H I P L A T O N I C I
A C

MATHEMATICI PROBATISSIMI

I N
P R I M V M E V C L I D I S

Elementorum librum

C O M M E N T A R I O R V M

A D
V N I V E R S A M M A T H E M A T I C A M D I S C I P L I N A M

P R I N C I P I V M E R Y D I T I O N I S T R A D E N T I V M

Libri IIII.

A

F R A N C I S C O B A R O C I O P A T R I T I O V E N E T O .

*summa opera, cura, ac diligentia cunctis mendis expurgati : Scholiis, & Figuris, quæ
in græco codice omnes desiderabantur aucti : primum iâ Romanæ
linguæ venustate donati, & nunc recens editi .*

*Cum Catalogo Deorum, & Virorum Illustrum, atque Auctorum :
Elêcho librorû, qui vel ab Autore, vel ab Interprete citati sunt :
& Indice locupletis notabilium omnium in opere contentorum .*

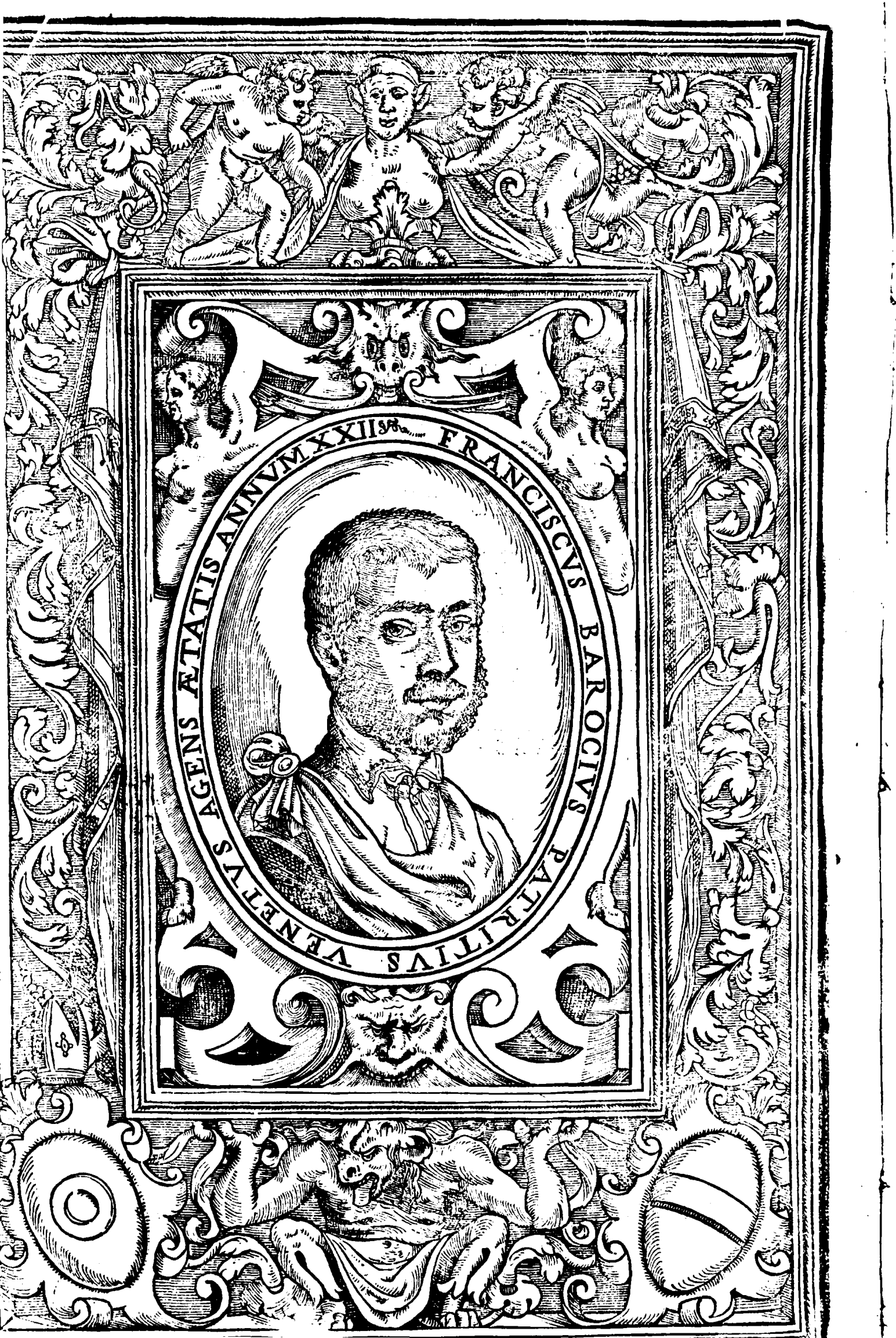
C V M P R I V I L E G I O .



P A T A V I I .
Excudebat Gratiofus Perchacinus

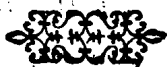
I 5 6 0 .

M = V



VINCENTII CARDINI FLORENTINI.

CARMINA IN PROCLI, SIMVL ET INTERPRETIS COMMENDATIONEM.



AD LECTOREM, QUAM DE
Proclo capere possit vtilitatem.

Lector si plenam cupias iam scire Mathesin,
Esse Geometres non modo, discere viam.
Te socium Proclo summis nunc viribus adde,
Huncq; stude manibus voluere sepe tuis.
Omnem summam tractat. vel Dogmata Plato
Qua scripsit Magnus, qua vel Aristoteles.
Pellit hic obscuras Amborum lucidus umbras,
Et probat, & reprobat pro ratione loquens.
Credere mihi, melius non vidit pluribus annis
Quod daret Alme bonus Bibliopola tibi.

IN PROCLVM DE NO-
mine eius, & Cognomine.

Familiz nomen quid Diadochus vult sibi?
Proclus quid propriū? nil aliud quam quod puro.
Ab errore procul ut sunt dicit omnia;
Et candidus verbis, & re Gemma est nitens,
Magistratus instar vel olim quodd Virum
Vnus successit Philosophis hæres bonis.

In Eundem, & eius Patriam.

Antiquam cano Termilen,
Illustremq; Virum, qui sapientia
Clavam iam mage reddidit.
Tu capris faueas Iuppiter inuoco
Musa principum mea,
Naturalis amans maximus extitit,
Diuina & Sophia simul:
Platonis doceant scripsit in aurea
Doctis qua Placita auribus,
Natus Nicomachi clarior est quibus;
Si non quo Scholio monet
Vatem Smyrna bonum, quem sibi vendicat,
Ascreumq; poliuertit.
Sed quid quod Megarum conspicuum magis
Reddat nunc memorem Sophum?
Monstret qui Numeros, Harmonicos sonos,
Cursus (preter in omnibus
Mensuram propriam) & Sidera calleat?
Est Maioribus vnicus,
Qui se consimilem prabeat vndique,
Maioremq; Sequentibus.
Hic est, quo Regio prospera gaudeas,

Non quod nomine sis mono
Elata à Lycio, qui Iouis abnepos.
Nam Pandione iam satus
Est sortitus Auum, qui Draco erat gradus:
Quem mirè quoque Mulciber
Produxit genitus patre fulminum
Olim coninge de sua,
Tradunt cui veteres imperium Aëris.
Lapsus suscipit Insula
Ob turpem faciem vertice calico,
Deiectumq; parentibus;
Quo casu pede adhuc claudicat altero.
Hic Bronte, & Sterope additis
Fecit qua Deus est tela Gigantibus
E' calo iaculatus, et
Vxorem obtinuit, donaq; Pallada.
Quam tunc per Stygias aquas
Firmam pollicitus maximus est Deū.
Heros dum voluit datam
Amplecti, monita hæc resistit artibus.
Quare semina proiicit
In terram, vnde Puer, nomineq; hoc fuit.
Rexit Cecropias opes
Sic olim ex Cecrope, ex ingenio modo.
Matris nomine mania
Struxit, dicier hæc si genitrix potest.
Ne mirum ergo quis audiat
Cum tam præcipuos hos perhibent viros.
Iunxit primus equos, pedes
Ut sædos tegeret, curribus, & rotis.
Successit genitus Patri
Dictus qui Proano totus inhereat.
Natos consequitur duos,
Et natas geminas, nunc miseras aues.
Absint sed volo tragica,
Tectis garriat hæc, & nemore hæc gemat.
Natorum Lycus alite
Felici, imperium rexerat, auxerat.
Hic solus mihi dicitur,
Qui nomen dederat post tibi Termile.
A nobis alii procul,
Dircai, Iliada, cuncti beant simul.
Hoc gaude Lycia omine,
Quodq; à te Lycius dictus Apollo; non
Vndas quod capiat Lupus
Tanquam seuus oues (nam Patera Dens
Hinc dictus colitur suis)

*At letare magis quod Lycius Proclus
Iactas igniuomum Polo*

*Montem perpetuo culmine proximum,
Qui monstro similis, Leo*

Cantatur iugiter pectoreq̃, oreq̃,

Tum Capra inguine, et horridus

Extremò Coluber, laus Ephyræ Ducis.

Te te Semideo Proclo

Effer, qui melius sidera tangere

Posit, Numinibus frui,

Et secum pariter quosque reducere.

I N E V N D E M A B

Interprete recognitum.

Quantum nunc tibi Procle debet orbi,
Tantum & tu studiis, Barocioque.
Nam quantum infnuas scientiæ, ille
Tantum ponere diligentia vtro
Conatur, valeant recens vt omnes
Et quæ, & quo doceas videre pacto.
Sic & te ex lacero integrum reponit,
Te verè lacerum, te vt ediderunt
Qui græcè prius, alta proditorum
Turba, vt sicariis manus dedisse
Iam visus fueris malis, & inde
Vitam vix miser abstulisse tandem.

AD FRANCISCVM BAROCIVM

Præcatio bona ob Procli restitutionem.

Francisce vt dignus mi pro meritis videris opto
Sit tibi vita, salus, bonor vndique; sint tui labore:
Felices semper, Mundo quibus est renatus ille,
Cui debent opera Euclidis satis, ille Proclus inquæ,
Vnde Mathematicus certè valet esse, non haberi
Solum per se quisque breui bonus. O tibi sit autor
Alie boni bene tanti iterumq̃, iterumq̃, dico, et oro:
Diiq̃, Deusq̃ omnes faveant simul, astra, cuncta, q̃ sunt.

*Phœnix Phœnicem renouas aliam (patere credo)
Mercurii, atque Minerva munera qui suo decori
Restituis, parcis sudoribus, aspiciasq̃, nullos
Sûptus quod bene fit his oîbus, et bene vsq; in cœlum*

A D E V N D E M, D E
cuius cognomine.

VT tu mira Baroci
Es molesque, veloxque
Κόινος ecce triuisti,
Gaude eam amicum.
Pondus tu graue dictus
Nobis ocia miscens
Et pares, resonasque,
Quod nunc τῆρα recludunt.
Hoc tam nemo venustè
Munus ἀλλόθεν, atque
Εἰμὶ: τὰμ κατὰ καιρὸν
Vnquam condidit ἄλλος.
Summum iam decus extas
Orbi, non modò cunctis
Notis τοῖς περὶ τὰς
Annis sic tener altus.
Felix perpetuo sis.
Μῶρον tempore Alumne,
Et gratos habeas nos
Multum te vique rogamus.

*Διεύθυνται πρὸς αὐτὸν ἑλλανίσται
τὸν ἐπίσημον.*

Eλλανίσεις, ἐλλόγμῳς τ' εἰ,
ἀλλ' εἰκῆισ ἐπὶ, καὶ μᾶλλον
βαλίσκαρος. εἰ μὴ τοῖς χεῖν κτυπῶν
ὡς πῶρ, ἀείδω φωνηέτων
νῦν μετὰ κύκλων, ἐσθ' ὁπ' ὅσος γὰρ
ὅς με σιωπᾷ σοῦ μὲν ἐπαίνων.
ῥάμβανι πῶρ βούλῃσιν, καὶ τοῦν
ἡμῶν τῆς ψυχῆς ὡς σύμῳ.
ἅμῃμα τῶ πίνδαρος οὐδέ τις
οἶμ' οὐδ' οὐδ' ὅστις ὁμαρος.

CLARISSIMO DANIELI BARBARO

PATRIARCHÆ AQVILEIENSI DESIGNATO,

FRANCISCVS BAROCIVS

S. P. D.



MOR Deorum antiquissimus, atq; nouissimus, rerum omnium autor, & seruator nō ab re Patriarcha dignissime à sapientissimis philosophis, vt arbitror, dictus fuit. quum enim Amor diuina quædā res sit, à diuinisq; causis profluat, nō īmeritò Deum quidē, ex Dīsq; genitum eum philosophi, poetęq; finxerūt. Antiquissimum autem ceterorū Deorum asserunt, quoniam tunc ortum habuit, cū summum bonum, quod est primus ille vniuerforū pater, & autor Deus, triplicem Mundum ex quadam informi essentia, quā Chaos prisci uocarunt, per conuersionem illius essentię ad suum vnde orta est principium, creauit, primò quidem mentem Angelicam: deinde Mundi, quem cernimus animam: postremò ipsius animę corpus, quod ex cēlis, elementis, mistisq; constat: quę quidem omnia iuxta suarum, quę in mente diuina effulgent Idearum similitudinem, Dī vocantur, vt Cēlius, Saturnus, Iuppiter, Mars, Apollo, Venus, Mercurius, Diana, Vulcanus, Iuno, Neptunus, Pluto, & alij. Nouissimum verò, quia duplex Amor cū sit, vnus, quo Deus Opt. Max. rerum perfectionem diligens, omnia genuit: alter, quo cuncta inferiora tanq; ē vestigio quodam, diuinoq; semine orta, parentem suum recognitum prosequuntur, & sine perfectionis sue frui desiderant, ille quidem rebus omnibus antiquior est, hic verò iunior. Vnde etiam principiū rerum, & finem: Deorum primum, atq; nouissimū priscę autoritatis philosophi, diuinique viri eum appellare non dubitarunt. Rerum præterea omnium autorem, & seruatorem non iniuriā, vt opinor, dixerunt. Amor enim, qui hac ratione cōmuniter ab omnibus philosophis fruendę pulchritudinis desiderium definitur, quia eius proprium est, vt ad pulchritudinem rapiat, ac deforme cum formoso coniungat, per cuncta ea, quę sunt porrigi profectò videtur. nam (vt paucis rem complectar) omnia, quę à prima causa in rerum natura sunt edita, aut superiorum, aut inferiorum, aut equalium inter se sortita sunt ordinem, atq; respectum. Si superiora sint, inferiorum sunt causę: si inferiora, superiorum opera: si equalia, eadem natura fruuntur. Quòd si causę quidem sint, opera sua diligunt, &
summā

summam eorū pulchritudinem, summamque perfectionem desiderant: si autem opera, causarum suarum pulchritudine frui, perfectioneque, expetunt: si verò eadē natura sint prædita, tanq̃ similes Totius, Eiusdemque partes mutuo afficiuntur Amore, vt vnā omnes perfecta Totius pulchritudine perfrui possint. Quod cū ita sit, omni ex parte cōstat, Amorem in omnibus esse rebus, perque omnia penetrare, nec quicq̃ reperiri posse, quod odio prosequatur alterum, nisi per accidens. non enim per se contrarium aliud sibi contrarium odit, & fugit: sed per accidens, ac suū ipsius Amore, ne ab eo corrūpatur. Cū ergo Amor omnibus rebus tam diuinis, quā humanis insitus, innatusque sit, cuinam dubium erit, si ostendantur rerum omnium actiones, Amoris gratia fieri, actionumque opera Amore conseruari, quin Amor effector omnium sit, & seruator. At propagandæ proprię cuiusque rei perfectionis cupiditas, maximus Amor est. Deus autem, in cuius solū immensa potestate reperitur absoluta perfectiō, propagandę eius perfectionis causa cuncta produxit, idēque omnibus propagandi desiderium largitus est. quę id ita sortita sunt, vt quicquid in Mundo sit, Amoris gratia fieri videatur. Quin etiam partium coniunctio Totum conseruat, diuisio diruit, atq̃ disperdit. Amor autem cōiunctionis parandę vim habet. Amor igitur non solū efficit omnia, verū etiam conseruat. Quo circa iurē autor omnium dicitur, & seruator. Verū si Amor res omnes efficiendi, & seruandi vim habet, cuique satis, superque perspicuum est, eum scientiarū quoque autorem, & custodem esse. nam (si Aristoteli credendum est) eędem sententię, eędemque scientiæ sepe numero apud homines iuxta quasdam ordinatas Vniuersi conuolutiones apparēt, atq̃ euanescent. Vt verò alijs maximis philosophis placuit, omnes scientiæ, & artes, omnia hominum inuenta, omnesque demū res, quę in toto orbe terrarum tum à Natura editę, tum ab hominibus excogitatę, repertęque fuerunt, infinitis seculis florere post infinita incendia vicissim, ac diluua, quibus iā deperierant, atq̃ deciderant: eodemque modo iterū florescent, atq̃ peribunt. Quę quidem res cū ita se habeat, Amore opus fuit ad rerum omnium, præsertimque scientiarum redintegrationem, & conseruationem. nam post Deucalionē eos imbres propter nimiam aquarum copiam non modò vrbes, edificiā, & cuiuscunq̃ generis animantia (præter ea, quę diuina prouidentia custodiuit) periere, verū etiam omnis rerum memoria, quę in libris continebatur, ita extincta fuit, vt illi primi homines, qui ex paucis rīs, qui iam relictī erant, orti sunt, tanq̃ nouissimi, & rerum omnium imperiti, vitam quandā simplicem, puram, ab omni malitia, atq̃ versutia vacuam, omninoque (vt aiunt poetę) auream agerent. In qua quidē aurea ætate cū rudes illi eo, quo Deus Mundum prosequitur Amore primū, deinde naturali hominum sciēdi de-

sede-

siderio excitati, admirari, obstupescereque cœpissent, ac demũ totam Mũdi machinam, eiusque motus, & motuum effectus peruarios cõtẽplari, necnõ modò huius, modò illius rei causam inuestigare, id ita factum est, vt sciẽtię iterum omnes, paruo quasi quodã à principio ortum traxerint, hinc vires in dies sumpserint, paulatimque sese ad summũ suę perfectiõnis euexerint. Põst verò cùm propter Mundi totius reuolutionem, tum propter multa, variaque in Vniuersum sequentia bella, quibus cunctę prouincię deuastatę fuerant, multa preclara priscorum Autorum opera omnibus in scientiis radicitus interierunt: multa excęcata, atq; euerfa in lucem exierunt. Quę nimirum, vel saltem quę in illis continebãtur doctrinę, ne penitus ab humano auellerentur genere, vt vix vmbra quędam earum ad nos vnquam peruenire posset, Amor plerosq; inuasit tum illorum doctrinas de suo inueniendi, tũm hæc instaurandi. nemo enim artem, vel scientiam aliquam reperire, aut discere potest, nisi cum cum diuinus, tum humanus Amor, necnon inuestigandi, inueniendique desiderium excitet. duplici siquidem huiuscemodi Amore, sapientia omnis menti data est, qua sanẽ ad Deum suum opificem reuertitur, cùm per hæc inferiora ipsius pulchritudinem cõtẽmpletur. Ac ne latius in multis conquirendis vagando, longius quã opus est in re manifesta immorer, maximum de hac re afferam argumentum, quod egomet in meipsum expertus sum. nam cùm sæpe ego mecum varias totius terrarum orbis conuolutiones animo reputarem, quamplurimas scientias, quę aliàs florere, nunc abolitas propè, atq; deperditas esse animaduerti. quid enim de Mathematicis dicam? Non ne ea, quę prisco tempore vel adolescentulis notissima, facillima, in promptuque erãt, hoc nostro seculo tanquam enigmata, difficilima, nimisque abstrusa eruditissimis quoque viris esse videntur? Cuius profectò rei causam cùm persæpe inuestigare, nullam aliam esse deprehendi, nisi paucitatem scriptorum, quę à tot, tantisque clarissimis viris in hisce scientiis nobis relicta fuere. multę enim, & varię præstantissimorum Mathematicorum lucubrationes tum à Proclo, tum etiam ab alijs Autoribus cõtẽmoranantur, quarum ne vestigium quidem nunc extat. Hęc cùm multos abhinc dies, dum Mathematicis operam nauabam, mecum cogitarem, cumque Euclidem Megarensẽ insignem Mathematicum, qui harum disciplinarum initia maximo cum ordine, maximoque cum artificio tradit, à multis alta potius obrui caligine, atque demergi, quã exponi viderem, iam pridem aliquod in eum antiquum scriptum, aut commentarium desideravi, quanuis nescius non essem, quòd impressi fuerant Basileę quatuor Procli Diadochi libri commentariorum in primum Elementorum Euclidis: quos adeò laceros, & corruptos inueni, vt nihil boni ex eis elicere potuerim. editi nanque

que erant perinde ac si editi nunquam fuissent. Veruntamen cum diuina prouidentia propter communem studiosorum omnium utilitatem huic meo flagranti desiderio auxiliari maximo suo Amore decreuisset, fecit ut cum essem in Insula Creta tertio abhinc anno quoddam vetustissimum exemplar eorundem Procli in Euclidem commentariorum, qui iam impressi fuerant, ad manus meas perueniret, quod fuerat Andreæ Doni præceptoris mei, viri sanè in græcis literis omnium gratis sue græcorum præstantissimi. ex quo quidem exemplari impressum illud quoad potui diligenter emendaui. nam illud etiam antiquum pluribus in locis imperfectum erat. Postea verò cum in Italiam reuersus essem, & horum iam commentariorum maximam agnouissem doctrinam, atque utilitatem, maiori quotidie, inextinguibiliq̃ue eos instaurandi desiderio, Amoreq̃ue ardebam. Quapropter ut eiusmodi desiderio meo satisfacerem, primùm Bononiam profectus sum, vbi inueni duo exemplaria manu scripta, alterum in bibliotheca S. Saluatoris, ut appellant, quod vnà cum alijs etiam libellis ut transcriberem concessum mihi fuit à Reuerendis viris Floriano Cedroplano Bononiensi, Priori tunc illius cœnobij, & Raphaele Campiono Procuratore, qui nullam aliã ob rem, nisi humanitate, Amoreq̃ue erga me quodam impulsu maxima in me, beneficia contulerunt. alterũ in bibliotheca excellentissimi viri Fabriij Garzoni medicam facultatem publice in Bononiensi Gymnasio proficentis, qui etiam quæ maxima fuit eius liberalitas voluit illud ipsum suum exemplar mecum afferri. quod sanè mihi non parum utilitatis attulit. Deinde cum illhinc discessissem, Patauium me contuli, vbi ex ijs omnibus exemplaribus quoad fieri potuit vnum integrum feci, quod postremo è græca lingua in latinam conuertri, tum exercitationis causa: tum ab Amore concitatus, quo librum hunc, omninoq̃ue Mathematicas disciplinas ab ineunte adolescentia prosequutus sum: tum etiam ut amicorum meorum persuasionibus morem gererem, & communi eorum studiosorum utilitati, qui sermonem græcum non callent, consulerem. Ac denique quum hoc iam pridem à multis expectatum opus, absolutum, instauratumq̃ue vidissem, pluresq̃ue ipsi, quemadmodum Plato mihi, & Horatius præcipit, censores adhibuissem, nolui omnino Horatij sententiam obseruare dicentis:

*Id tibi iudicium est, ea mens, si quid tamen olim
Scripseris in Metis descendat indicis aures,
Et patris, & nostras, nonumq̃, prematur in annum.
Membra intus positis delere licebit
Quod non edideris. nescit vox missa reuerti.*

sed communi potius utilitati studens, imprimendum illud esse duxi. Quod dum imprimebatur duo adhuc vidi græca exemplaria, vnum
Vene-

Venetis in bibliotheca Sanctorum Ioannis, & Pauli : alterum Patauſi ex bibliotheca Io. Vincentij Pinelli Genuensis viri tã genere, quã animo, & moribus nobilissimi . Ex quibus sanẽ omnibus, quæ hucusque vidi exemplaribus hoc Procli Diadochi vtilissimũ, lucidissimumq; volumẽ, à propinquo iam interitu vindicatum, nunc primũ renouatæ Phœnicis instar exoritur . De cuius ortu felicissimo primũ Deo summo rerum opifici, deinde Amori non solum scientiarum, verũ etiam rerũ omnium auctori, seruatoriq; immortales habendæ sunt gratiæ . Vides igitur, dignissime Patriarcha tum præsentẽ meã lucubrationem, tum omnia, quæ in rerum natura orta sunt, oriunturq; quotidie, Amoris gratia oriri, & fieri . Cum itaq; opus hoc Amore factum à me sit, operæpretium est, vt quoddam etiam munus Amoris mihi secum afferat . Maximum autem munus Amoris mihi videtur Amicitia . Amicitia inquam ea, quæ vera Amicitia est. cum enim triplex sit Amor, vnus, quo iucundũ : alter, quo vtile : tertius, quo verè bonum, honestumq; diligimus, quorũ etiam vnusquisq; duplex est, siquidem aut simplex, aut mutus; cumq; Amicitia omnis ab Amore tum dicatur, tũ nascatur, & nihil aliud quàm inueteratus quidam sit Amor, quandoquidem & Amor Amicitia quædam exoriens est, nemini planè dubium, Amicitiam quoque triplicem esse. vnã quidem, cuius finis iucundum : alteram autem, cuius vtile : tertiam verò, cuius finis bonum simpliciter est, & honestum . Hæc autem sola perfectæ, vera inuiolabilis, atq; indissolubilis est, cum cæteræ omnes vndiq; claudicent, *φειλοφιλία* sint, & violari facili, dissoluiq; possint. Hæc porro & in rationalibus tantũ animis, & rarò reperitur, quæ à philosophis varijs fuit modis definita . Alij namq; tum ad eius finem, tum ad subiectum respicientes, modò habitum ex Amore diuturno contractum eam definirunt : modò, honestam perpetuæ voluntatis cõmunionem . Alij verò, benevolentiam mutuan, non latentem, propter bonum simpliciter, atq; honestum comparatam . Alij præterea, summam omnium diuinarum, humanarumq; rerum cum benevolentia, & charitate cõsensionem . Alij demũ, aliter . Hæc scilicet ea est Amicitia, quæ maximũ Amoris munus esse mihi videtur . Vtinam aut tale munus Amoris à præsentem meo, Amorisq; opere mihi daretur . O felix opus Amoris, & munus, quod vna interiecta morte duæ vitæ sequuntur . O diuinum lucrum, diuinamq; Amicitia, quãdo vnus animus duo occupat corpora, vnaq; vita duobus agitur ab amicis, quorum vterq; geminam habeat vitam, alterq; alteri similis adeò sit, vt alter idem vocari possit . Diuinam inquam, propterea quòd excepta sapientia (vt rectè ait Cic.) nihil melius homini, nihil iucundius vera, perfectaq; Amicitia Deus immortalis vnquam dedit. in sapientia enim, & virtute summum bonum præ-

clare positum est. ex quibus etiam Amicitia quidem exoritur. nam nihil est, quod magis alliciat homines ad diligendum sese, quam virtutis, morumque bonorum similitudo, necnon studiorum societas: quippe quum propter hæc vel ignotos etiam quodammodo diligamus. Hæc demum talis Amicitia est, quam diu inter nos esse desideravi. semper enim aliqui (ait Cic.) acquirendi sunt, quos diligamus, & à quibus diligamur. quandoquidem charitate, benevolentiaque sublata, omnis est à vita sublata iucunditas. Quam quidem sententiam diligentissime semper obseruandam mihi proposui. Vnde sanè quum diebus præteritis varias ego, multiplicesque animi tui dotes perpendēs, maximam conuenientiā, cognationemque in tuis, meisque Idea, sidere, genio, animæ, corporisque affectione animaduertissem, te vnum in primis elegi, quem volui cum mihi coniunctus communi iam patria sis, Amicitia quoque perfecta coniungere, cunctisque vestigijs tuis semper insistere. spero enim, & volo Amicitiam nostram (quæ benevolentia fortasse mutua, sed latens hucusque fuit) veram, perfectam, indissolubilem, sempiternamque fore. omnis enim Amicitia, quæ ex optimis orta est principijs, vera est, & perfecta, neque vlllo vnquam pacto violari, dissoluique potest. nam violante altero quidem amicorum Amicitiam, summum certè sui bonum ruit. at nemo proprii boni interitum appetit. Amicitia ergo, quam non vtile, nec iucundum: sed bonum, & virtus gignit, & continet, cum in aliquibus reperitur, inuiolabilis velint nolint, æterna, atque indissolubilis permanet, ex eaque semper maxima vtilitas, maximaque iucunditas efflorescit. Verumenimvero quoniam tulit hanc nobis legem Natura, vt non sine munere quopiam amicos adeamus: nihil autem mihi fuit, quod tibi futurum gratius hac mea in Proclum lucubratione existimarem: eam qualiscunque est, tibi dicendam esse statui. Quod quidem exiguum mei in te Amoris pignus pro ea, qua solitus es humanitate accipere non graueris. neminem enim habui, cui te præferendum non putarim. Accipe igitur hoc nouum Mercurij, Minerueque munus, vt sub tutela tui amplissimi nominis, maxima cum autoritate quotidie in manibus hominum versetur. me verò vt Amicitia nostra vera, perfectaque sit, mutuo semper, & non latenti Amore dilige.

Vale.

Patauij. XII. Cal. Decembreis M. D. LIX.

FRANCISCI BAROCII PRAEFATIO

A D

LECTOREM.



V V M opus, quod à me multos abhinc menses summa primè rerum omnium causæ providentia susceptum fuerat, post multos labores diuino tandem auxilio completum, absolutumq; sit, studiose Lector, prudenti (ut mihi persuadeo) consilio factum iri existimo, si antequam ad scripta ipsa Procli accedas, nonnullorum, quæ haud parui momenti sunt, te commonefaciam. Quibus instructus, facilius poteris eorum, quæ in hoc libro perlegeris intelligentiam consequi. nam operæpretium est ante omnem disciplinam, cum ea remouere, quæ animæ ne suarum reminisci rationum possit impedimento sunt: tum ea cognoscere, à quibus ipsa disciplina exoritur. Primùm itaque te scire uelim præter alios multos Proclos, unum Clarissimum omnium fuisse, cognomine Diadochum, hoc est successorem, patria Lycium, Platonicum Philosophum, Mathematicumq; præstantissimum. qui (si Suidæ credendum est) magni Syriani fuit discipulus, cumq; Atheniensi Scholæ præfuisset, alios ipse discipulos habuit, è quorum numero unus, insignisq; fuit Marinus Neapolitanus eius successor: alter M. Antonius, à quo etiani (ut refert Spartianus) ad consulatum usque prouectus fuit. Is sanè Proclus permulta nobis scripta reliquit, in arte Grammatica, in Philosophia, cōmentarios in Homerum, necnon in Platonem, in Hesiodi *Ἔργα καὶ ἡμέραι*, in Theologiam Orphei, aliæque præter ea: præcipuè autem hos in primum Euclidis Elementorum libros, quos summa quidem admiratione dignos, summoque studio in manibus habendos censeo, quandoquidem ad totam Mathematicen, uniuersamque Philosophiam nobis adiutum patefaciunt. & præsertim quia ex laceris antea, & corruptis, integros (quoad fieri potuit) & perfectos, ac omnino instauratos nunc sese omnibus offerunt. Quam etiam ob causam te communitum uolo, ut hanc meam lucubrationem neque cum exemplari græco Basileæ dilaniato potius quàm impresso, neque cum alio quopiam conferas. multa enim ego uidi exemplaria maximis uarietatibus referta, ex quibus omnibus quicquid erat boni excerpfi, atque in id unum transtuli, quod etiam primus è græco in Latinum sermonem conuerti. In quo sanè uertendo quanuis nescius non essem Horatium dixisse, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus Interpres: nihil tamen addendum, neque diminuendum esse censui: sed ubique uerba græca, uerborumque sensa, ac ueritatem latinè reddidi: neque eos imitatus sum, qui in uertendis libris non pauca de suo adiiciunt, permulta prætermittunt, aut seriem Autorum, atque ordinem perturbantes commutant: Theodorum Gazam interpretum omnium Principem in primis propositum habui. multi nanque interpretati sunt, at ille solus mihi quidem uerus uidetur interpret. uarias siquidem multorum uidi conuersiones, quæ certè ab omnibus sunt deridendæ. nam alij (ut iam dixi) nescio, cuius rei causa multa addunt, omittunt, atque permutant. Alij uerò pulcherrima Autorum, & lucidissima sensu, obscurissima, falsaq; reddunt: aut quia græcum sermonem perfectè non callent: aut quia scientias, atque artes ignorant, de quibus Autores illi pertractant: aut demum quia quum Ciceroniana lingua scientiarum uocabula (quod fieri non potest) exprimere uoluerint, inextricabiles Labyrinthos ingressi, eos etiam secum unà pessum trahunt, qui eorum scripta legunt. Alij autem barbariem passim quandam adamantes, ita libros è græco sermone in latinum conuertunt, ut in quamlibet potius aliam linguam, quàm in latinam conuersi dici possint. hi nanque sententiam Quintiliani non obseruarunt dicentis, Græcos Autores transferentibus, uerbis uti optimis licet. Alij denique nec linguas, nec scientias possidentes, dum Pedagogorum more græcas dictiones latinis, & græcis characteribus conscribunt, egregiè halluci-

P R A E F A T I O

nantur. Valeant igitur candide Lector, ualeant procul omnes, qui Autores ipsos comantulant, atque evertunt. Silentio autem prætereundum non est in hac mea Procli conuersione multa, & uaria, quæ obseruanda sunt inuenturum. Primò enim Autorem hunc latinum facere pro uirili conatus sum, non ubique Ciceronis duntaxat uerba, & formas dicendi sectando: sed Quintiliani etiam, & aliorum Latinæ autoritatis uirorum, qui de hisce, quæ hoc in uolumine continentur scientijs pertractarunt. Deinde uocabula scientiarum passim (ut fieri potuit) legitima, sinceraque uertere uolui. Ambitus præterea orationis, siue circuitus perspicuitatis gratia quandoque immutari, ac ea usus sum figura, quam ὕπερον πρὸς τὸν Græci uocant. Ambiguitates insuper euitaui, atque effugi tum geminatione uerborum, uel mollioribus loquutionibus, uel participiorum, græcarumq; dicendi formularum resolutionibus: tum etiam rectè scribendi scientia, ut legenti tibi notum erit. A quibusdam denique dictionibus necessitatis, latinæq; linguæ paupertatis causa non abstinui, quæ exempli gratia huiusmodi sunt, Identitas, Simplicitas, Immaterialitas, Totalitas, Impartibilitas, & alia id genus: nec non à quibusdam Aduerbiis, ut, Vniiformiter, Multiformiter, Impartibiliter, atque alijs: & à nonnullis proprijs scientiæ uocibus, ut, Symptoma, Quæsitum, Prædicatum, Subiectum, ac similibus: & à nominibus proprijs scientiarum, ut, Perspectiua, & Specularia, quæ quidem nomina adeò diuulgata sunt, ut si aliter expressa fuerint, ab omnibus non facillè percipi possint: similiterque à quibusdam dictionibus græcis, quibus cum antiquiores pleriq; græcè usi sint, nonnulli iuniores, quos sequutus sum, eas nuper latinè reddidere, uerbi causa, Obtusangulum, & Acutangulum, quod illi Amblygonium, Oxygoniumq; dixerunt, cum tamen Rectangulum id appellarint, quod Græci ὀρθογώνιον uocant. Itidem Quinquangulum, & Sexangulum diximus quod Pentagonum, & Hexagonum dixere. si enim ὀρθογώνιον Rectangulum uertunt, quid ὀξυγώνιον, & ἀμβλυγώνιον Acutangulum, & Obtusangulum uertendum non est? Si τρίγωνον, & τετράγωνον Triangulum, & Quadrangulum, cur πεντάγωνον, & ἑξάγωνον Quinquangulum, & Sexangulum, similiterque Septangulum, Octangulum, Nonangulum, & Decangulum, licet ulterius non progrediamur? Vbi tamen nos quoq; sumus quibusdam græcis dictionibus propterea quod si uertantur, proprios scientiæ limites excedunt, ut, Theorema, Problema, Dodecagonum, Dodecaëdrum, Octaëdrum, Icosaëdrum, Sphæra, Cubus, Pyramis, Conus, Cylindrus, & huiusmodi alijs. Hæc omnia Lector beneuole in nostra conuersione non ab re obseruata comperies, una cum multis alijs, quæ breuitatis gratia in præsentia silentio inuoluam. ex his enim, quæ diximus, ea quoque tibi cognita fient. Nunc igitur reliquum est ut te pro uiribus meis adhorter, ut Mathematicam uelis Philosophiam, quam Proclus noster elegantissimè tradit libenter ab eo suscipere, diligere, exercere, atque perdiscere: si Animam tuam, & temetipsum cognoscere cupis. Anima nanque nostra (ut docet sapientissimus Plato) mathematicam fortita est essentiam, unde sanè mathematica quoque à Proclo uocitatur, & non solum communi nomine mathematica, uerum etiam arithmetica, harmonica, geometrica, atque sphærica. Quod quidem ridiculum mihi non uidetur, ut ijs, qui ignorant causam. Anima siquidem nostra omnes hæc præassumpsit disciplinas in sui essentiam, Arithmeticen quideni, iuxta multitudinem, essentiellesq; in ipsa existentes Vnitates, & Numeros: Harmonicen uerò, iuxta horum Numerorum rationes, quas habent ad inuicem. quippe quum multitudinem, quæ in ipsa est Anima concinnam, compositamq; esse nemo sit, qui non uideat, & (ut in Timæo Plato diuinus ostendit) cunctæ in ea reperiantur harmonice rationes, διαπασσάρων nempe, διαπέντε, διαπασών, quæque ex his compositæ sunt: Geometriam insuper iuxta unionem, suiq; integritatem, formam, & linearem essentiam. quatenus enim una, integra, Totumq; est, Continui ipsius est particeps: quatenus uerò Numerus, discretam sibi uendicauit naturam. Verum ut continua, duas habet in se se rectitudines, quarum una quidem Circulum Idem efficientem, altera uerò Circulum quod alterum, diuersumque est propagantem gignit, qui porro Circuli cum haud per Angulos rectos se inuicem interfecent, Signiferi, Aequatorisque nobis imaginem afferunt. Aequator enim qui in cælis est, Idem semper efficit: Signifer autem, Alterum, atque Diuersum. per quæ duo principia (Idem inquam, & Alterum) tota rerum natura in suo pulcherrimè custoditur ordine. Cum ergo Animæ nostræ essentia Linearis, Circularisque sit, quinetiam Triangularis, atque Quadrangularis, ut Platonice manifestum est, & (ut Peripatetico utar uerbo) tanquam Triangulum in Quadrangulo, nemini planè dubium, quod Anima

P R A E F A T I O

Geometriam quoque in se se praesumpsit. Praeterea cum Circuli, qui in ipsa sunt & immobiles sint, & a se se moueantur, immobiles quidem iuxta essentiam (omne enim, quod a se mouetur, simul mouetur, & immobile est, quandoquidem mouere ad immobilem quodammodo pertinet uim) mobiles autem, iuxta uitalem actum, geminasque circuitiones, non immerito Sphaericam quoque ipsam praesumpsit. Quum itaque Anima nostra mathematica sit secundum omnes Mathematicas partes, operae pretium esse existimo, quaeinlibet, qui Animam suam, & se se desiderat cognoscere, eoque praestare caeteris animantibus, in Mathematicis exerceri scientijs, sine quibus utique nunquam se se perfecte cognoscere poterit. Quapropter te (Lector Candidissime) iterum, atque iterum hortor ut hasce scias praeter ceteris alijs complectaris: & si Mathematicus breui temporis curriculo cupis euadere, praesens Procli doctissimum, lucidissimumque Volumen legas, atque perlegas.

Praeter ea, quae communiter de tota translatione nostra diximus, pauca adhuc quaedam potissimum animaduertenda sunt amice Lector. Primo quidem quod ubicunque inter parua nostra Scholia signum hoc † reperies, uerba ipsum consequentia non inutiles uarietates afferunt, quas ex omnibus, quae uidimus exemplaribus decerpimus. Secundo uero, quod dum tertius liber imprimebatur duo postremo exemplaria ad manus nostras perueniunt, in quibus nonnulla denuo in primo, secundoque libro, qui iam impressi erant, uaria esse coperimus. Quare inter initia libri ea imprimere fecimus, quod hoc ordine subsequantur.

Pag. 25. Lin. 3. } Et materiam ipsarum inuincibilem complectitur,
uiris; &c.

Pag. 29. Lin. 22. } Geometriae formas appellat, separari autem nos
a sensilibus per huiusmodi formas, excitari;
a sensu ad mentem concedit &c.

Pag. 76. Lin. 13. } Verò, Hebetudo, atque Acumen. haec enim Ma-
gis, &c.

QUONIAM autem in libris imprimendis uel si Argus Lynceis oculis praeditus maxima diligentia impressoribus praesset, fieri non posset, quin errores aliquot obrepant: idcirco ea, quae errata esse deprehendimus, excudenda duximus, ut a quouis sic corrigi possint.

Errata	Sic corrigito	Pag.	Linea
Respicicens	respiciens	3	21
Anti.	autoritate	16	25 In scholijs
Memnone	Menone	26	28 & in scho. Lin. 11. & 13.
Decucurrit	decucurrit	32	14
Quaeque	quique	37	22
Excucurrit	excucurrit	49	26
Menechmos	Menæchmios	64	14
Dixit	dixit	77	11
Corniculari	Lunulari	109	16
Cornicularis	Lunularis		
Cornicularis	Lunularis	109	18
Ab re	non ab re	134	17
Propter	praeter	135	2
Ad Basim	sub Basi	147	27
Internus	externus	176	10
Anguli	Trianguli	180	35
Ipsi	Ipsis	189	18
Igitur	autem	199	25
Infiniti	Finiti	206	23
Alternitum	Alternatim	215	12
Puzostensa	Præostensa	224	19
Problematis	Theorematis	225	17 in scholijs.
Deleas titulum, Tertia pars primi Elementorum.		233	21
Habebant	habebant	241	30
Summantur	sumantur	244	31
Constitutio	& Constitutio	250	32
Rectangulis	Rectilineis	265	7
		266	26

Cæterum si præter hæc fortasse aliquot alia diligentiam meam effugerint, tuum erit benigne Lector ea prudenter emendare. Si autem ea etiam, quæ (ut superius dictum est) in hac mea uersione obseruata esse mihi persuadeo, haud obseruata passim reperiēs, huic paruo peccato ignosces.

AT NE fortè existimes Lector prudentissime id opus à me in hac mea iuuenili ætate editum esse temere, hoc te nō lateat quòd cū iam hos libros latinos fecissem annum penè totum ante emissionem consumere volui, vt nonnullos mihi, huicq; operi censores adhiberem. M. Antonium Passerum Patauinum in primis alterum ætatis nostrę Aristotelem. M. Antonium Muretum Gal- lum, Ioannem Faseolum Patauinum, Vincentium Cardinum Florentinum, viros Latinæ, & Græcę linguæ peritissimos, cunctisq; scījs præditos: nec non Felicem Paciottum Vrbinatem maximę spei iuuenem, quum vtraque lingua per eruditum, tum in Philosophiæ studijs, & in Mathematicis apprime versatum. Cuius consilio, accerrimoq; iudicio me persæpe vsum esse nunquam inficiabor. Horum sanè clarissimorum virorum autoritate fretus, propter communem studiorum vtilitatem malui non parum potius periculi subeundo, Autorem hunc iampridem expectatum in lucem emittere quàm sine vlllo meo discrimine eum pati in tenebris vltius permanere.

CATALOGVS NOMINVM DEORVM

Virorum Illustrium, & Autorum, quorum hoc
in volumine mentio facta est.

Deorum.

A Mor.	Mercurius.
Apollo.	Neptunus.
Bacchus.	Oracula.
Ceres.	Pluto.
Coelius.	Rhea.
Diana.	Saturnus.
Iuno.	Venus.
Iuppiter.	Vesta.
Mars.	Vulcanus.

Virorum Illustrium.

Gelon Syracusius Rex.
Hieron Syracusius Rex.
Pericles Arheniēsis Senator clariss.
Ptolemæus Aegyptiorum Rex.

Autorum.

Aeneas Hieropalita.
Ameristus Stefichori poetæ frater.
Amphinomus.
Amyclas Heracleotes.
Anaxagoras Clazomenius.
Apollonius Pergeus.
Archimedes Syracusius.
Architas Tarentinus.
Aristoteles.
Asineus Philosophus.
Autor Epinomidis.
Campanus.
Carpus Antiochenus.
Chrysippus.
Cicero.
Cratistus Platonius.
Cyzicinus Atheniensis.
Democritus.

Dinostratus Mengchmi frater.
Epicurus, & sequaces.
Eratosthenes.
Euclides.
Eudemus.
Eudoxus Cnidius.
Eutocius Ascalonita.
Geminus.
Hermotimus Colophonius.
Heron.
Hesiodus.
Hippias Eleus.
Hippocrates Cous.
Hippocrates Chius.
Homerus.
Ioannes Grammaticus.
Interpres Hesiodi in Theogonia.
Leodamas Thasius.
Leon.
Marcus Antonius.
Marinus.
Menæchmus.
Menelaus.
Neocliides.
Nicomedes.
Oenopides.
Orpheus.
Pappus.
Perseus.
Philippus Mendæus.
Philo Academicus.
Philolaus.
Plato.
Plotinus.
Plutarchus.
Porphyrius.
Posidonius.

Ptolemæus Primus .
Ptolemæus .
Pyrrhonij philosophi .
Pythagoras .
Quintilianus .
Simmias .
Simplicius .
Spartianus .
Speusippus .
Stoici .
Suidas .
Thales Mileſius .
Thegetetus Athenienſis .
Theodorus Cyrenęus .
Theodorus Mathematicus .
Theodorus Gaza .
Theudius Magnes .
Varro .
Victruuius .
Vitellio .
Xenocrates .
Zeno Sidonius .
Zenodorus .
Zenodorus Andronis diſcipulus .

E L E N C H V S L I B R O R V M ,
 qui in eodem hoc volumine
 citati ſunt,

Astrologica tractatio Carpi Mechanici.
 Bacchæ Philolai .
 Ciuilis, vel de Regno Platonis .
 Commentaria Procli in Timęum Platonis .
 Cōmentaria Procli in lib. de Rep. Platonis .
 Commentaria Eutocii Aſcalonię in libros
 Conicorum Apollonii .
 Commentaria Eutocii in Archimedem .
 Cōmentaria Simplicii in lib. Phyſic. Ariſt .
 Cōmentaria Campani in Euclidis Elemēta .
 Compendium Elementorum Aeneæ Hie-
 rapolitæ .
 Critias Platonis .
 Elemēta Geometrica, & Arithmetica Eucl .
 Elementa Muſicalia eiufdem .
 Elementa Hippocratis Chii ,
 Elementa Leontis .
 Elementa Hermotimi .
 Elementa Theudii .
 Epinomides falſo Platoni aſcriptus .
 Εἰσαγωγή ἡμετέρι Hefiodi .
 Gorgias Platonis .

Liber Archimedis de Circuli dimenſione .
 Liber Archimedis Acquiponderantium .
 Libri Archimedis de Sphæra, & Cylindro .
 Liber Ariſtotelis de Lineis inſecabilibus .
 Liber Ariſt. de Diuinatione per ſomnum ,
 Liber Ariſt. de Senſu, & Senſili .
 Libri Ariſt. Reſolutorii .
 Libri Metaphyſicorum Ariſt. XIII .
 Libri Ariſt. Moralium Nicomachiorum .
 Libri Ariſt. de Partibus animalium .
 Libri Ariſt. Phyſicorum ,
 Libri Ariſt. de Anima .
 Libri Ariſt. de Cęlo .
 Liber Eudemii de Angulo .
 Libri Geometricarū enarrationū Eudemii .
 Liber Euclidis Mendaciorum, ſive Falla-
 ciarum .
 Liber Euclidis de Diuiſionibus .
 Libri Corollariorum Euclidis .
 Libri Platonis de Rep .
 Libri Platonis de Legibus ,
 Liber Hippocratis Chii de Locis .
 Liber Procli de motu .
 Liber M. Varronis de lingua latina .
 Liber Ptolemęi, cui titulus eſt, A minoribus
 quàm duo recti pductas coincidere .
 Liber Apollonii de Cochlea ,
 Liber Apollonii Conicorum .
 Liber Theorematum Eudoxi Cnidii .
 Liber Hippocratis Chii de Quadratura
 Lunulæ .
 Liber Io. Grammatici contra Proclum .
 Libri Theurgiæ ,
 Libri Geometrici Amyclæ Heracleotæ .
 Libri Geometrici Menæchmi .
 Libri Geometrici Dinoſtrati .
 Libri Geometricarum enarrationū Gemini
 Libri Vitellionis .
 Meno Platonis .
 Miſcellanea Porphyrii
 Odyſſea Homeri .
 Opuſculum Plutarchi de vitanda uſura .
 Parmenides Platonis .
 Perſpectiua Euclidis .
 Phędo Platonis .
 Phædrus Platonis .
 Philebus Platonis .
 Quæſtiones Philippi Mendaci .
 Riſuales Platonis .
 Sophiſta Platonis .
 Specularia Euclidis .
 Sympoſium Platonis .
 Theætetus Platonis .
 Theologumena Arithmetica .
 Theogonia Hefiodi .
 Theologia Orphei .
 Timæus Platonis .
 Vita Periclis à Plutarcho tradita ,

F I N I S .

PROCLI DIADOCHI LYCII COMMENTARIORVM

IN PRIMVM EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER PRIMVS.

FRANCISCO BAROCIO

PATRITIO VENETO

INTERPRETE.



De Mathematicæ Essentiæ medietate Cap. I.



MATHEMATICAM Essentiam neque ex primis eorum, quæ sunt generibus, neque ex ultimis, & simplicique essentia seiunctis esse necesse est, sed medium obtinere locum inter impartibiles, & simplices, & inkompositas, & indiuisibiles substantias: & partibiles, atq; in multiplicibus compositionibus, variisque diuisionibus terminatas. quod enim in rationibus, quæ in ipsa versantur eodem semper modo se habet, & firmum est, neque confutari potest, formis, quæ in materia feruntur ipsam superiorem esse declarat. progrediendi verò vis illa, quæ apprehendit, & quæ rerum subiectarum dimensionibus præterea vtitur, & quæ ab alijs principijs alia preparat, inferiorem ipsi dat ordinem, eo ordine, quæ sortita est impartibilis, & in se ipsa perfectè cõstituta natura. Quapropter (vt arbitròr) & Plato eorum, quæ sunt cognitiones primis, & medijs, & postremis substantijs diuidebat. & impartibilibus quidem intellectualem tribuebat, quæ collectim, & simplici quadam vi diuidit quæ mente percipiuntur, & cum sine materia sit, & summa quadam puritate prædita, & quadam vnius formæ ratione se cõficiat, resque ipsas apprehendat, cæteris cognitionibus excellit: Partilibus autem, postremamque naturam sortitis, & Sensilibus omnibus, opinionem, quæ obscuram veritatem nacta est: Medijs verò (cuiusmodi sanè Mathematicæ formæ sunt) & impartibili natura inferioribus, partilibusque superioribus, cogitationem. hæc enim mente quidē, supremaque scientia inferior est, opinione autem perfe-

Cõclusio
vniuersalis.

Cõclusio
nis pbatio

Platonis i
Repu. &
alijs i lo-
cis cogni-
tionū di-
uisio.

A etior,

Forū, quę
sub cogni-
tionē ca-
dunt diui-
ſio.

† progre-
dieđi.

Epilogus.

ctior, & magis certa, atq; pura. nam progreditur quidem, mentisquę impartibilitatem explicat, & intelligentis apprehensionis quod conuolutum erat euoluit: colligit autem rursus quę diuisa sunt, ad mentemquę refert. Quemadmodum igitur ipſę inter ſe diſtant cognitiones, ita ſanę & quę ſub cognitionem cadunt, natura diſtineta ſunt. & quę intelligi quidem poſſunt vnus formę exiſtentis omnia ſuperant. Senſilia verò, ſuperantur penitus à primis eſſentis. Mathematica autem, & omnino quęcunq; ſub cogitationem cadunt, medium ſortita ſunt ordinem. cū ea quidem, quę intelliguntur diuiſione vincant, ſenſilibus verò, cū materię ſint, expertia præcellant: & ab illis quidem ſimplici quadam vi ſuperentur, his autem certa quadam ratione præſtent: & apertiores quidem quàm ſenſilia intelligentis eſſentię notionę habeant, ipſius verò imagines ſint, & partibiliter quidem impartibilia, multiformiter autem vniformia eorum, quę ſunt imitentur exempla: & vt paucis rem complectar, in veſtibus quidem primarum formarum ſint collocata, illarumquę in vnum coactam, & impartibilem, & fecundam exiſtentiam pateſciant, nondum verò partitionem, & compoſitionem rationum, conuenientem quę imaginibus ſubſtantiam ſuperent, nec varias, & cogitandi vim habentes animę notionę tranſcurrant, & ipſis ſimplicibus, & ab omni materia expurgatis cognitionibus cohæreant. Medietas itaq; Mathematicorum generum, ac formarum, in præſentia huiusmodi eſſe intelligatur. Medium vtriq; complens inter impartibiles prorsus eſſentias, & eas, quę circa materiam partibiles ſunt.

Communia eorum, quę ſunt, Mathematicęquę Eſſentię principia, Finis, & Infinitem. Cap. II.

De hiſce
duob; re-
rū pricipi-
is, & Vni⁹
cauſa vide
Platonē i
Philebo.

Quo intel-
lectilia ge-
nera hiſ
pricipiis
participēt

PRincipia autem totius Mathematicę Eſſentię conſiderantes, ad ipſa regredimur principia, quę per ea omnia, quę ſunt permeant, & omnia à ſeipſis gignunt, Finem inquam, & Infinitem. ex his nanq; duobus primis poſt illam Vnius cauſam, quę neq; explicari, neq; omnino comprehendere poſſeſt, cum alia omnia, tū Mathematicarum diſciplinarum natura conſtituta eſt. illis quidem collectim omnia, & ſeparatim producentibus: his verò conuenienti in meſura progredientibus, ac decenti ordine progreſſum recipientibus, & alijs quidem primis, alijs verò medijs, alijs autem poſtremis ſubſiſtentibus. nam intellectilia quidē genera ſua quadā ſimplici vi primū Fine, Infinitoq; participāt. quippe quę propter quidē vnionē, & idēitatē, firmāq; ac ſtabilem

bilem existētiā, Fine perficiuntur: propter verò diuisionem in multitudinem, & copiam gignendi vim habentem, diuinamque diuersitatem, ac progressum, Infinitatem nascuntur. Mathematica autem, ex Fine quidem, & Infinitate orta sunt, non tamen ex primis tantum, nec ex intellectibus, occultisque principiis: verum etiā ex his, quæ ab illis ad secundum ordinem progressa sunt, mediosque eorum, quæ sunt ornatus, & varietatem, quæ in ipsis reperitur inuicem producere sufficiunt. Vnde sanè in his quoque rationes in infinitum quidem progrediuntur, cohibentur verò ab ea, quæ Finis est causa. Numerus enim ab Vnitate exorsus incessabilem recipit accretionem, semper autem qui acceptus est, finitus est. Magnitudinum quoque diuisio in infinitum abit, omnia tamen quæ diuiduntur terminata sunt, totiusque pariculae actu finitæ existunt. Atque adeò Infinitudine quidem non existente, omnes Magnitudines commensurabiles essent, nullaque reperiretur, quæ aut verbis explicari, aut ratione comprehendere non posset (quibus sanè ea, quæ in Geometria tractantur, ab his, quæ in Arithmetica differre videntur) & Numeri vberem Vnitatis vim ostendere minimè possent, neque omnes eorum, quæ sunt rationes in seipsis cōpleterentur, Multiplices videlicet, vel Superparticulares. omnis enim Numerus imutat rationem, in vnitatē, & [†] eam quæ ante ipsā rationē facta est respiciens, diligenterque exquirens. Fine verò ablato, commensurabilitas, communicatioque rationum, & formarum vna, eademque semper essentia, & æqualitas, & quęcunque ad meliorem coordinationem spectant, nunquam in Mathematicis præceptionibus apparerent: neque vllæ horum essent scienciæ: nec firmæ, ac certæ comprehensiones. Quemadmodum igitur omnibus alijs eorum, quæ sunt generibus, ita etiam Mathematicis, ambobus hisce principiis opus est. Postrema verò, quęque in materia feruntur, ab ipsa quoque natura conformantur, omnino ex sui natura ambobus frui manifestè videntur. Infinito quidem quò ad subiectam sibi formarum sedē: Fine verò, quò ad rationes, & figuras, & formas. Verum quò eadem Mathematicarum quoque Essentiarum præexistunt principia, quæ & eorum omnium, quæ sunt, manifestum est.

Quo Mathematica genera ex his orta sint principiis.

Arguit se cūdo hypothetico rū modo quodd Finis, & Infinitū Mathematica rū Essentia rū principia sint.

† eum qui ante ipsū est respiciens,

Quo Materialia genera his duobus principiis fruuntur. Epilogus.

Quenam sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. Cap. III.

QVemadmodum autem communia ipsarum principia, & per omnia Mathematica genera permeantia contemplati sumus, eodē sanè

Diuina sci-
entia.

Cómunes
Mathema-
ticę confi-
deratiões.

Socrates
8. de Rep.
idē inferi-
i cap. 8. &
i com. 13.
libri 1.

modo cōmunia quoq; ipsarum Theoremata, & simplicia, & ab vna scientia orta, quæ cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnum continet, considerabimus. & quomodo omnibus congruant, possintque tum in Numeris, tum in Magnitudinibus, tum in Motibus inspicere, perscrutabimur. Huiusmodi autem sunt, omnia Proportionum, & Compositionum, & Diuisionum, & Cōuersionum, & alternarum Immutationum: itemque Rationum omnium, vt Multiplicium, & Superparticularium, & Superpartientium, hisque oppositorum: & prorsus quæ circa Aequale, & Inæquale vniuersæ, & cōmuniter considerantur, non quatenus in Figuris, vel Numeris, vel Motibus sunt, sed quatenus per se vnumquodque horum naturam quādam habet cōmunem, sui que simpliciore præbet cognitionem. Atque pulchritudo quoque, & ordo omnibus communia sunt Mathematicis disciplinis, & à notioribus ad ea, quæ quærentur via, & ab his ad ea transitus, quæ sanè Resolutiones & Compositiones appellantur. Similitudo præterea, atque dissimilitudo rationum nequaquam à Mathematicis generibus absunt. Figuras enim alias quidē similes, alias verò dissimiles dicimus: eodemque modo Numeros alios quidem similes, alios verò dissimiles. Præterea quæcunque iuxta potentias apparent, cunctis similiter conueniunt Mathematicis, tum eorum, quæ possunt, tum etiam eorum, quæ potentis illis subiiciuntur. Quæ sanè & Socrates in libris de Republica Musis ardua, sublimiaque loquentibus dicauit. quippe qui cōmunia cunctis Mathematicis rationibus, in limitibus terminatis fuit amplexus, in dictisque Numeris obfirmavit, in quibus sanè mensurę quoque vbertatis, huicque contrarię sterilitatis apparent.

Communia hæc quomodo subsistant, & à qua considerentur scientia. Cap. III.

Cōclusio.

Cōclusio-
nis pro-
batio.

OPortet autem cōmunia hæc non vtiq; in multis, & diuisis formis primò subsistere arbitrari, neque postremo, & ex multis ortum habere: verum, vt præcedentia ipsas, simplicitateque, & certa quadam ratione excellētia ponere. iccirco enim cognitio quoque ipsorum multas antecedit cognitiones, ipsisque principia suggerit, & eę multę circa ipsam subsistunt, ad ipsamque referuntur. dicat enim Geometra quod quatuor Magnitudinibus proportionalibus existentibus, alternatim quoque proportionales erunt, demonstretque hoc propriis principis, quibus Arithmeticus nunquam vteretur. dicat similiter Arithmeticus quod quatuor Numeris proportionalibus existentibus, alterna-
tim

tim quoque proportionales erunt. hocquē ex proprijs scientiæ suæ ostendat principijs. quis nam est ille, qui alternam Rationem per se cognoscit, siue in Magnitudinibus illa sit, siue in Numeris? compositarumquē Magnitudinum, vel Numerorum diuisionem, & diuisarum similiter compositionem? non sunt certē partibilium quidem scientiæ, & cognitiones. eorum autem, quæ sine materia sunt, & quæ propius intelligentē contemplationem sunt constituta, nullam habemus scientiam, sed multò prius illorum cognitio scientia est, & ab illa scientiæ multę communes suscipiunt rationes. & ad tantas vsque cognitiones fit ascensus à magis particularibus, ad magis vniuersales, quousque ad ipsam eius, quod est, quatenus est reuertamur scientiam. ipsa enim non quæ Numeris per se insunt, neque adeò quæ omnibus communia sunt quantitatis contemplari æquum sibi censet: sed cunctorum, quę sunt vnam, & firmam essentiam, atque existentiam contemplatur. Et proinde omnium est scientiarum capacissima, & ab illa ceteræ sibi omnes sua assumunt principia. semper nanque superiores inferioribus primas Demonstrationum suppositiones præbent. illa autem, quę scientiarum omnium perfectissima est, omnibus ex se principia largitur, alijs quidem magis vniuersalia, alijs verò particularia magis. Ideo & in Theæteto Socrates iocosa serijs cōmiscens, Columbis quidem scientias, quę in nobis sunt, comparat: volare autem ipsas inquit, alias quidem gregatim, alias verò, seorsum quoque ab alijs. nam quæ quidem magis cōmunes, magisque capaces sunt, multas intra se magis particulares comprehendunt: quæ verò in formas distributa ea, quæ cognitioni subiiciuntur attingunt, inter se distant, nulloquē modo inuicem copulari queunt, quandoquidē à differentibus sint excitatę primis principijs. Vna igitur scientia omnes scientias, & doctrinas præcedat, quippe quæ cōmunia, & per omnia genera permeantia cognoscat, cūctisque Mathematicis scientijs principia suppeditet. Et hucusq; de ipsa doctrina nostra terminetur.

*Cōmunia
hec neq; à
nārali Sci
ētia, neq; à
Mathema
tica cognō
scunt, sed à
Diuina.*

*Diuina Sci
ētia oīum
Scientiarū
capacissi
ma, quam
Ari. domi
nā Sciētia
rū vocat ī
prio post.
tex. 23.
Socrates
in Theæ
teto.*

*Epilogus.
Prīa Phi
losophia,
quā Plato
Dialecticā
vocat ī se
primo de
Rep.*

Quod sit instrumentum iudicans Ma thematicas. Cap. V.

Posthec autem quod nam sit instrumentum aptum ad iudicandum res Mathematicas considerabimus, & constituemus in huius rei explicatione ducem Platonem, qui in libris de Repub. seorsum quidem quæ sub cognitionem cadunt, seorsum verò cognitiones diuidit. & ijs, quæ sub cognitionem cadunt coniugatim cognitiones distri
buit.

*Diuisio
Platonis ī
septimo d
Rep. & ali
is locis.*

buit. nam eorum, quæ sunt, alia quidem intellectilia, alia verò sensilia ponens. rursus autem intellectilium alia iterum intellectilia, alia cogitationi subiecta. & sensilium alia quidem sensilia, alia verò coniecturalia, intellectilibus quidem (quæ sanè prima sunt quatuor generum) cognitionem assignat intelligentiam: ipsæ autem, quæ cogitationi subiecta sunt, cogitationem: sensilibus verò, fidem: coniecturalibus autem, coniectandi vim. & eandem rationem coniectandi vim ad sensum habere ostendit, quam habet cogitatio ad intelligentiam. vis enim coniectandi sensilium spectra cognoscit, dum in aquis, & alijs corporibus perspicue imaginem referentibus inspiciuntur. quippe quæ postremam quodammodo in aquis sortita sunt sedem, & simulacrorum verè facta sunt simulacra. similiter cogitatio intellectilium imagines inspicit, quæ à primis, & simplicibus, & impartilibus formis in multitudinem, diuisionem quæ sunt delapsæ. Quapropter huiusce quidem cognitio ab alijs antiquioribus dependet suppositionibus: intelligentia verò ad ipsum non suppositum principium peruenit. Si igitur Mathematicæ res neque impartibilem, ab omni quæ diuisione, ac varietate separatam substantiam sortitæ sunt, neque eam, quæ sensu deprehenditur, & multis mutationibus obnoxiam, & quacumque ratione diuisibilem, cuiuslibet manifestum est, quod iuxta suam essentiam cogitationi quidam subiectæ sunt: cogitatio autem veluti instrumentum aptum ad iudicandum ipsis præest, sicut sensilibus sensus, & coniecturalibus coniectandi vis. Unde sanè & Socrates obscuriorem quidem harum cognitionem prima scientia determinat, euidentiorem verò eo appulsu, qui in opinione positus est. nam id quidem ultra intelligentiam obtrinent, ut quod euolutum est, & progrediendi vim habet contemplantur: ea verò, quæ in ipsis reperitur rationum stabilitate, quæ etiam confutari non potest, opinionem superant. & quod quidem ex suppositione ortum trahant, id sortitæ sunt, iuxta primæ scientiæ diminutionem: quod verò in ipsis formis constitutæ sint, quæ sine materia existunt, iuxta perfectiorem sensilium cognitionem. Instrumentum itaque aptum ad iudicandum cunctas res Mathematicas tale, nempe cogitationem ex sententia Platonis, statuimus. quippe quæ opinione quidem seipsam superiorem statuit, ab intelligentia verò superatur.

Quæ nam sit Mathematicorum generum, ac formarum
essentia, & quomodo subsistat Cap. VI.

Quæstio. SEquitur autem, ut consideremus quæ nam dicenda sit Mathematicarum

Cognitio
nū ppor-
tio secundū
Platonē,

Mathema-
ticæ res co-
gitationi
subiectæ
sūt, & Co-
gitatio est
instrumē-
tū iudicās
ipsas.

Socrætes
se primo d'
Rep.

Idē supe-
rius cap.
primo.

Epilogus.

ularum formarum, generumque essentia, & vtrum à sensilibus ipsam manare, in rerumque natura subsistere sit admittendum, siue per abstractionem (vt dici solet) siue per collectionem particularium in communem vnam rationem : an & ante hæc ipsam subsistere fatendū, vt asserit Plato, omniumque rerum progressus ostendit. Primum itaque si à sensilibus Mathematicas formas oriri, subsistereque dicimus, anima quidem nostra à Triangulis, vel Circulis in materia insidentibus, Circularem, vel Triangularem formam postremo in seipsa formate, vnde accurata illa vis, & certitudo illa, quæ coargui conuincique minimè potest, rationibus inest Mathematicis : hæc enim aut à sensilibus, aut ab anima eruantur necesse est. Atqui a sensilibus hæc educi est impossibile. multo enim maior certitudo illis concedenda esset. Ab ipsa igitur anima educuntur, quæ imperfectis quidem perfectionem, ipsæ autem, quæ certa non sunt quod certū sit adhibet. vbi namque in eis, quæ sub sensum cadunt impartibile, vel latitudinis expers, aut crassitudinis percipi potuerit : vbi porro ex Circuli Centro exeuntium Linearum equalitas : vbi semper stabiles Laterū rationes : vbi Angulorum rectitudines : non equidem video. siquidem omnia, quæ sub sensum cadunt inuicem cōmista sunt, nullumque in his syncerum reperitur, quod à contrario purum sit, sed cuncta partibilia, & dimensionum plena, & motui obnoxia existunt. Quo nā modo igitur immobilibus rationibus ex ipsis, quæ mouentur, & alio, atque alio tempore aliter se habent ipsam immutabilem, firmamque attribuemus essentiā : quidquid enim ab ipsis, quæ mouentur ortum ducit essentijs, mutabilem ex ipsis habere existentiam nemo est, qui non fateatur. Quo nam demum pacto certis, & quæ minimè coargui possunt formis, à non certis certitudinem adijciemus : quicquid enim immobilis cognitionis est causa, magis illud tale est. Confessum igitur, ac receptum sit animam formarum, rationumque Mathematicarum esse genitricē. Verum si quidem habens exempla secundum essentiam, constituit eas, & sunt huiusmodi ortus quedam earum, quæ in ipsa præexistebant formarum emissiones, & Platoni astibulabimur hæc dicentes, & vera nobis Mathematicarum disciplinarum essentia erit inuenta : si verò non habens, neque cū rationes præoccuparit, tantum subtexit ornatum materiæ expertem, tantamque gignit contemplationem, quomodo quæ genita sunt diiudicare potest, sint ne vitalia, an subuentanea, & simulacra pro veris : quibus autem regulis vtens veritatem, quæ in his est metitur : quo demum pacto essentiam ipsorum non habens, tantam rationum producit

Prima opinio, quæ est Aristotelis. Secunda opinio, quæ est Platonis. Prima opinio Platonis cōtutatio. Argumentum.

Certitudo Mathematica ab anima ipsa emanat.

Conclusio argumenti. Alia questio. Prima opinio, quæ est Platonis. Secunda opinio, quæ est Aristotelis. eiusque cōtutatio. Primum argumentum.

Cōclusio
primi ar-
gumenti.

Secūdum
argumen-
tu.

Cōclusio
secūdi ar-
gumenti.

Tertiū ar-
gumentū.

ducit varietatem? Vagam quippe, & incertam ita horum faciemus substantiam, quæquæ ad nullum terminum referatur. Si igitur anima Mathematicas gignit formas, neque à sensilibus rationes habet, quibus eas constituit, ab illis tamen ipsas producit, ipsius utique animæ partus, ac foetus, permanentes, æternasque patefaciunt formas. Secundò, si inferius, & à sensilibus Mathematicas colligimus rationes, quo nam modo necesse non fuerit potiores eas perhibere demonstrationes, quæcunque à sensilibus constituuntur, & non eas, quæ à magis vniuersalibus, simplicioribusque formis? causas enim vbique demonstrationibus esse proprias ad eius, quod quæritur venationē dicimus. Si igitur particularia, & sensilia, vniuersalium, & sub cogitationem cadentium causæ sunt, quid causæ est quod demonstrationis definitio ad magis vniuersalia vice particularium referatur? & eorum, quæ cogitationi subiiciuntur essentia, potius quam sensiliū essentia cognatio demonstrationibus, magisque affinis ostendatur? nam neque si quis (ut dici solet) demonstrarit Acquicrus duobus Rectis æquales habere Angulos, & Acquilaterum, & Scalenum, is quodāmodo scit: sed qui omne Triangulum, & simpliciter demonstrauit, per se scientiam habet. Et rursus quod vniuersale est, melius est ad demonstrationem, quam particulare. itemque demonstrationes ex magis vniuersalibus constant, atque conflantur. ex quibus autem sunt demonstrationes, ea priora sunt, & singularibus natura præcellunt, suntque causæ eorum, quæ demonstrantur. Multum igitur abest, ut quæ demonstrandi vim habent scientiæ posterius genita, obscurioraque sensilia respiciant, atque scrutentur, non autem ea contemplentur, quæ à cogitatione comprehenduntur, quæque perfectiora sunt his, quæ à sensu, opinioneque cognoscuntur. Tertiò autem adhuc dicimus quod animam quoque materia ignobiliorem faciunt qui hæc aiunt. nam si materia quidem essentialia, quæque magis esse dicuntur, manifestioraque à natura accipit: anima verò secundo loco ab illis & simulachra, & imagines posterius eductas in se se informat in essentiam minus honoratam, auferens à materia, quæ suapte natura ab ipsa separari non possunt, quomodo animā imbecilliolem, inferioremque materia non ostendunt? tum enim materia rationum materialium, tum anima formarum est locus. sed primarum altera, altera secundarum. & illa quidem earum, quæ præcipue sunt: hæc verò earum, quæ ab illis oriuntur. necnon illa quidem earum, quæ secundum essentiam, hæc verò earum, quæ secundum excogitationē factæ sunt. Quonā pacto igitur anima, quæ mentis, intelligentisque essentiæ primò est particeps, & hinc cognitione,

gnitione, totaque vita repletur, obscuriores recipit formasque, quæ ab ultima eorum, quæ sunt, & quò ad Esse omnium imperfectissima recipiuntur sede? Verum enimvero huic quidẽ occurrere opinioni, quæ sepe à plerisque exagitata, ac conuicta fuit, superuacantum fuerit. Quòd si neque per abstractionem materialium Mathematicæ formæ sunt, neque per collectionem eorum, quæ in singulis sunt cõmunium, neque prorsus posterius genitæ, & à sensilibus: necesse est utique animam aut à se, aut à mente, aut & à se & à mente ipsas accipere. At si quidem à se duntaxat, quo nam modo hæ intellectuum erunt formarum imagines? quomodo inter impartibilem, partibileque naturam fuerint mediæ, nullam à primis quò ad Esse perfectionem sortitæ? quomodo demum ea, quæ in mente sunt, primaria omnium sunt rerum exempla? Si verò ab illa tantum, quo pacto vis illa exercendi sui, ac mouendi sui, quæ in anima est permanere poterit? siquidem quæ in ipsa sunt rationes iuxta eorum, quæ ab alio mouentur substantiam aliunde in ipsam fluxere? præterea in quonam anima ab ipsa differet materia, quæ potentia solum est omnia, nullamque prorsus formarum materialium gignit? Reliquum est igitur animam & à se, & à mente hasce producere, ipsamque formarum plenitudinem esse, quæ ab intelligentibus quidem exemplis oriuntur, ex sese autem ad Esse transitum sortiuntur. Non est igitur tabella, rationibusque vacua ipsa anima, imò semper scripta, seseque suapte natura describens, cum à mente quoque describatur. nam anima etiam ipsa, mens est iuxta mentem ipsa priorem seipsam conuoluens, imagoque illius, & adumbratio extrinsecus facta. Si igitur illa cuncta intelligendo cognoscit, anima quoque cuncta animando, & si illa per exempla, & animaper imagines: & si illa contrahendo, anima distinguendo. Quod nimirum Plato quoque sciens, animam ex omnibus Mathematicis constituit formas, eamque diuidit per numeros, & connectit proportionibus, harmonicisque rationibus, & primaria Figurarum principia in ipsa desiguit, Rectum inquam, & Circulare, & Circulos in ipsa existentes ciet intelligenter. Cunctæ igitur res Mathematicæ primum in ipsa sunt anima, & ante Numeros, Numeri, qui per se mouentur: & ante apparentes Figuras, Figure animales: & ante ea, quæ cõcinata sunt, harmonicæ Rationes: & ante corpora, quæ circulariter mouentur, inuisibiles Circuli producti sunt. horumque omnium vberitas ipsa est anima, & iste ornatu alius est, qui se ipsum producit, & à proprio producit principio, & vita seipsum explet, ab opificeque sine corpore, ac sine dimensione expletur. & quando suas promittit ra-

Cõclusio
trimëbris
ex iis, quæ
dicta sũt.

Primum
mëbrum.
Scũdum.
Tertium.
primi mē
bri cõfir-
matio.
Primum
Secundũ.
Tertium
argumẽ.
Secundi
mëbri cõ-
firmatio
Primũ ar.
Secũdum.
Tertii mē
bri cõfir-
matio.
Cõclusio.

Digressio
cõtra Ari.

Cognitio
animæ dif-
fert à co-
gnitione
mentis.

Plato i Ti-
meo ani-
mā ex om-
ni⁹ Mathe-
maticis
formis cõ-
stituit.

+ vitales

tiones, tunc omnes patefacit scientias, atque virtutes. His itaque for-
 mis anima suam induit essentiam, nec est Numerus in ipsa Vnitatum
 multitudo existimandus, neque eorum, quæ cum dimensione sunt idea
 corporaliter intelligenda, sed vitaliter, & intelligenter omnia ap-
 parentium Numerorum, & Figurarum, & Rationum, & Motuum
 exempla supponenda sunt, Timæum sequendo, qui omnē ipsius or-
 tum, atq; creationem ex formis compleuit Mathematicis, omniūque
 causas in ipsa collocavit. nam omnium quidem Numerorum linea-
 rium, & planorum, & solidorum septem termini principia compre-
 henderunt. Rationum verò omnium septem rationes, secundū es-
 sentiam in ipsa præxistuerunt. Figurarum autem principia, secun-
 dum opificam vim in ipsa collocata sunt. Motuum deniq; primus,
 qui cæteros alios comprehendit, & mouet, vnā cum ipsa subsistit.
 omnium enim eorum, quæ mouentur Circulus, motusque circularis
 principium est. Essentiales igitur, & per se mobiles Mathematicarū
 rerum sunt rationes, animas complentes, quas vtique rationes pro-
 mouens, prouolensque cogitatio, omnem Mathematicarum scien-
 tiarum varietatem constituit. nec vnquam quiescet gignens quidem
 semper, aliaque post alia inueniens, suas autē indiuiduas rationes ex-
 plicans. cuncta siquidem primariē præoccupauit, & secundum infi-
 nitam sui vim ex præassumptis principiis varia producit, proponitque
 Theoremata.

Quod opus, & quæ vires Mathematicæ Scientiæ sint, &
 quousq; suis actionibus se extendant Cap. VII.

VErūm post Mathematicarum formarum essentiam, ad vnā ip-
 sarum scientiam recurremus, quā ante multas alias esse ostendimus,
 & inspiciemus quodnam ipsius sit opus, quæue ipsius vires, & quo-
 usq; suis actionibus progrediantur. Opus igitur totius Mathematicę
 scientię cogitandi vim habens (vt antea diximus) ponendū est. neq;
 sanē eiusmodi, cuiusmodi intelligens, quod in seipso firmiter situm,
 & perfectū est, & seipso contentum, & in seipsum vergens: nec cuius-
 modi illud est, quod opinioni, atq; sensui ascribitur, hę siquidē cogni-
 tiones externis rebus incumbunt, & in illis agunt, & causas corū, quæ
 ab ipsis cognoscuntur nō habent. At Mathematica extrinsecus à re-
 cordatione quidem sumit initium, in intimas verò definit rationes, &
 excitatur quidē à posterioribus, peruenit autē in præcipuam formarū
 essentiam. nec immobilis quidē eius est actio, sicut intelligens, nec mo-
 tu locali

tu locali, neq; alterante, quēadmodum sensus, sed vitali conuoluitur, & incorporeum rationum percurrit ornatū, interdum quidem à principijs ad ea, quæ principijs ipsis perficiuntur progrediens, interdū verò retrorsum cedens: & interdum quidem ab ijs, quæ præcognoscuntur ad ea, quæ quærentur, interdū verò ab ijs, quæ in quæstione posita sunt ad ea, quæ cognitione præcedunt. Præterea non utpotē ex sese perfecta omnem superat inquisitionem, quēadmodum mens, neq; ab alijs, ut sensus, perficitur, sed quærendo ad inuentionem procedit, & ab imperfecto ad perfectionem ascēdit. Duplices autem habet vires, vnas quidem in multitudinem principia deducentes, diuersasque cōtēplationis semitas gignentes: alteras verò multos transitus proprias in suppositiones colligendi vim habentes. cū enim principia tum Vnum, & Multitudinem, tum Finem, & Infinitum sibi proposuerit, & ea, quæ ipsi quò ad comprehētionem subiiciuntur mediū inter impartibiles formas, omnifariamque partibiles sortita sint ordinem, iurē sanē (ut arbitror) cognoscēdi quoque vires totius ipsorum scientiæ duplices esse innatę sunt. & vni quidē ad vniēdū nobis properant, multitudinemque cōtrahunt: alterę verò simplicia in varia, & magis vniuersalia in magis particularia, & rationes in principio digestas in secundas, à principijsque multifariē multiplicata distinguendi vim habent. Altius enim incohans ad ea vsq; permeat, quæ rerū sensiliū absolutiōnes sunt, natureque iungitur, & multa vnā cū naturali scientia demonstrat. quemadmodū porro ab inferioribus ascendens ad intelligētem quodāmodo proximē accedit cognitionem, primarumque rerū cōtēplationem attingit. Vnde sanē & in profluentibus à se se limitibus totā Mechanicā, & Perspectiuam, & Speculariā produxit considerationē, aliasque multas scientias, quæ sensilibus implexe sunt, per easque operantur. & in ascensibus impartibiles, & materię expertes intelligentias nanciscitur: & cū ipsis partibiles apprehensiones, & eas, quæ in progressibus feruntur cognitiones, suaque genera, & formas perficit, illisq; assimilatis essetis: necnō de Dñs ipsis veritatē, & de ijs, quæ sunt cōtēplationē ī proprijs īdicat tractatiōibus. Atq; hæc de his dicta sint.

Vires quibus
procedit sci-
entia Ma-
thematica

Duplices
Mathema-
ticę sci-
entię vires.

Principia
Mathema-
ticę sci-
entię vni-
uersali-
tatis, & In-
finitum.

Progres-
sus scientię
Mathema-
ticę, atq;
regressus.

Extremæ
cōsidera-
tiōes Ma-
thematicę
scientię.

Epilogus.

De vtilitate Mathematicę scientię Cap. VIII.

Postea verò scientię huius vtilitatem confestim perspiciamus, quæ à maximē præcipuis cognitionibus vsque ad vltimas pertendit. Timæus itaque erudiendi viam Mathematicarum disciplinarum appellat cognitionem, quoniam sanē eam habet rationem ad vniuer-

Quæ dicitur
vtilitas
Mathema-
ticę co-
gnitiōis
erudiendi
viam ap-
pellari.

† Circum
actionē.
Quid di-
cat Socra-
tes vide i
septimo d
Repu.

Despecu-
Platonis
vide Pro-
clū in se-
ptimo de
Rep.

Socrates
in Phæd.

† Prelu-
dium.

Plotinus.

Dialecti-
cas. i. Me-
taphysi-
cas.

Utilitas,
quā affert
Mathe-
matica ad
Philoso-
phiam.
Ad Theo-
logiam.

forum scientiam, primamque Philosophiam, quam eruditio ad vir-
tutem. nam hæc quidem animam nostram probis ad vitam perfe-
ctam concinnat moribus, illa verò cogitationem nostram, animæque
oculum ad eam, quæ hinc fit, + euectionem præparat. Ideo & in Re-
publica Socrates rectè dixit. oculus enim animæ, qui ab alijs studijs
excæcatur, defoditurque, à Mathematicis tantum disciplinis recrea-
ri, excitarique rursus innatus est ad eius, quod est contemplationem,
& à simulacris ad ea, quæ vera sunt, & ab obscuro lumine ad id,
quod intelligendi vim habet lumen transferri, & prorsus à specu, &
vinculis generationis autoribus in hoc existentibus, materialibusque
retinaculis ad incorpoream, impartibilemque exurgere essentiam.
nam pulchritudo, & ordo Mathematicarum rationū, firmitudoque,
ac stabilitas contemplationis nos ipsis coniungit intellectibus, per-
fecteque in ipsis obfirmat, perpetuò quidem manentibus, & semper
diuina pulchritudine colluculentibus, semperque mutuum ordinem
seruantibus. In Phædro autē Socrates tres, qui euehuntur nobis tra-
dit, quippe qui primam quoque ipsi vitam complent, Philosophum
nempe, Amatorium, & Musicum. Verum Amatorio quidem eue-
ctionis initium, & via hinc est ab apparente pulchritudine, excitatio-
nibus medijs formis pulchritudinum utenti. Musico verò, qui tertiam
sortitus est sedem, ab ijs, quæ in sensibus sunt harmonijs, ad inuisibi-
les harmonias, & rationes in his existentes est transitus. & alteri qui-
dem visus, alteri verò auditus reminiscentiæ instrumentum est. Ei
autem, qui natura est Philosophus, vnde tandem, & per quæ intelli-
gentis cognitionis + reminiscencia est, & ad id, quod verè est, verita-
temque ipsam excitatio. nam hoc quoque propter imperfectio-
nem proprii principij opus est. naturalis enim virtus, & ocu-
lus imperfectum, & morem sortita est. Excitatus est igitur à seipso,
& eo, quod est gaudet is, qui natura talis est. Exhibendæ autem ipsi,
inquit Plotinus, sunt Mathematicę discipline, vt cum natura assuescat
incorporea, cumque his tanquam figuris utentem, ad Dialecticas ra-
tiones, prorsusque ad omnium eorum, quæ sunt considerationem di-
gere oportet. Ceterum quod ad Philosophiam Mathematica præcipuam
affert utilitatem, ex his perspicuū est. Opus est autem vt de singulis
quoque mentionem faciamus, & quod Theologiæ quidem intelligen-
tes apprehensiones præparat, quæcumque enim imperfectis scrutatū dif-
ficilia, ardua que ad veram Deorum cognitionem videntur, hæc Ma-
thematicæ rationes credibilia, & manifesta, & certa per imagi-
nes ostendunt. nam superessentialium quidem proprietatum si-
gnifi-

gnificationes in Numeris indicant; intelligentium autem Figurarum vires in ijs, quæ sub cogitationem cadunt Figuris patefaciunt. Propterea sanè Plato quoque multas, admirabilesque de Deis sententias per Mathematicas formas nos edocet, Pythagoreorumque Philosophia his vtens velaminibus sacram diuinarum sententiarum tegit disciplinam. talis enim est & vniuersus facer, diuinusque sermo, & Philolai in Bacchis, totusque modus enarrationis Pythagore de Deis. Ad naturalem autem contemplationem maxime confert, quippe quum rationum ordinem, quo Vniuersum fabricatum est patefecerit, & proportionem, quæ cuncta ea, quæ in mundo sunt colligauit, vt inquit Timæus, nec non amica fecerit quæ sibi inuicem oppugnant, & conuenientia, consentientiaque ea, quæ inter se discrepant, simplicia insuper, primariaque elementa commensurabilitate vndequeque, & equalitate comprehensa ostenderit, per quæ totum quoque celum confectum est, quippe quod Figuras conuenientes in suis portionibus suscepit, itemque proprios vnicuique eorum, quæ sunt Numeros, eorumque reuolutionibus, ac reintegrationibus inuenerit, quibus optimos singulorum ortus, contrariosque interitus possumus ratiocinari. hæc enim (arbitror) Timæus etiam vbiq; ostendens, de omnium natura contemplatione Mathematicis nominibus patefacit, elementorumque ortus Numeris, atque Figuris exornat, & vires, & passiones, actionesque ipsorum ad ea refert, tum Angulorum acumina, ac obtusitates, tum Laterum leuitates, vel vires contrarias, & multitudinem, ac paucitatem peruariarum elementorum mutationis causam esse censens. Ad eam autem Philosophiam, quæ Politica appellatur, quo nam pacto non dicemus ipsam multum sanè, & admirabiliter prodesse, tum actionum tempora dimoriente, tum varias Vniuersi reuolutiones, tum etiam conuenientes ortibus Numeros, assimulantes inquam, & dissimilitudinis autores facundos insuper, atque perfectos, hisque contrarios, & continnos vitæ ministros, inconcinnitatēque præbentes, atque omnino fertilitatem, ab sterilitatem afferentes? Quæ porro Musarum quoque sermo in libro de Rept. ostendit, vniuersum Geometricum Numerum potiorum, ad deteriorum generationum autorem ponens, morumque bonorum indissolubilis perseverantiæ, atque optimarum Rerūpublicarum mutationis in eas, quæ a ratione remotæ, affectibusque deditæ sunt. quod enim ad totam Mathematicam disciplinam spectat huiusce Numeri, quæ Geometrica appellatur scientiā tradere, & non ad vnam quādam, vt puta Arithmetica, vel Geometriam, omnino manifestum est, per omnes siquidem Mathematicas disciplinas vbertatis,

Plato.

Pythagoreorum philosophia. Philolai sermo in Bacchis. Ad Naturalem.

Proportio cuncta, quæ in Mundo sunt colligant. vide hoc in Timæo.

Qua & causa Timæi contemplatione rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. Ad Politicam.

Musæi 8. de Repub.

Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius, vt ait Cicero, & quod dicendum in comitariis nostris.

Ad mo-
ralem. tis, sterilitatisque rationes permeant. Ad Philosophiam rursus mora-
lem nos instituit, ad eamque postremam perfectionem perducit, ordi-
nem, concinnamque vitam moribus nostris inferens. Figuras præterea
virtuti cōuenientes, & modulationes, & motus nobis tradit, à quibus
Atheniē-
sis hospes in 2. de
legibus. fanè Atheniensis etiā hospes eos institui, ac perfici vult, qui moralem
virtutem ab ineunte adolescentia sunt consecuturi. Virtutū insuper
rationes in medium affert, aliter quidē in Numeris, aliter verò in Fi-
guris, aliter autem in Musicis consonantīs, vitiorumque demū exces-
sus, atque defectus indicat, per quos moderati moribus, ornatique effici-
mur. Et idcirco Socrates in Gorgia quidē Caliclē inordinatē, intēpe-
ratēque vitæ accusans, Geometriam inquit, ac Geometricā æqualita-
tem negligis: in Republica verò tyrannicę voluptatis ad regiam in-
teruallum, iuxta planam, solidamque generationem inuenit. Verū-
tamen quanta cæteris quoque scientiis, atque artibus à Mathematica
scientia prodeat utilitas didicerimus utrique considerantes quòd con-
templātibz quidem, ut Rhetoricę, atque huiuscemodi omnibus, quæ-
cunque in sermone positę sunt perfectionem, ordinemque addit: nec-
non id, quòd ex primis, & medijs, atque vltimis ad eius similitudinem
compleantur. Poëticis autem exempli loco rationes Poëmatum
proposuit, quippe quæ mensuras etiam in ipsa existentes præposuit.
Agentibus verò, actionem, & motum per suas manentes, immobiles
que formas determinat. prorsus enim omnes artes (ut ait in Phi-
lebo Socrates) Arithmetica, arte metiendi, arteque ponderan-
di indigent, vel omnibus, vel aliquibus: hæc autem omnes in Ma-
thematicæ scientiæ sermonibus continentur, & iuxta illos termi-
nantur. Numerorum nanque diuisiones, & dimensionum varie-
tas, ponderumque differentia ab hac cognoscuntur. Utilitas igitur
Epilog^o. totius Mathematicæ scientiæ ad Philosophiam ipsam, cæteras-
que scientias, & artes, per hæc, quæ iam dicta sunt cognita erit au-
dientibus.

Quorundam obiectio contra Mathematices utilitatem,
ipsiusque solutio. Cap. VIII.

AT quidam ex ijs, qui ad contradicendum proclives sunt pro-
pter illos, qui Geometriam subuertere volunt, huiusce scientiæ di-
gnitatem destruere nituntur. Alij quidem bonum ab ea, decusque
auferentes tanquam quæ de ijs verba non faciat. Alij verò, utilio-
res sensilium experientias affirmantes ijs, quæ in ipsa vniuersę
spectan-

Prima o-
pinio.

Secunda
opinio.

spectantur, verbi gratia Geodæsiam, hoc est terræ distributricem, Geometria: & vulgarem Arithmetica, Arithmetica, quæ in Theorematis est posita: nauticamque Astrologiam, ea, quæ vniuersè docet. non enim ditescimus, dicunt ipsi, diuitias cognoscendo, sed illis vtendo, neque felices sumus felicitatem cognoscendo, sed feliciter viuendo. Quapropter & ad vitam humanam, & ad actiones, non eas, quidem Mathematicas scientias, quæ in cognitione, sed eas, quæ in exercitatione versantur, prodesse fatebimur. nam rationum quidem ignari, in rerum autem particularium experientia exercitati, ipsi, qui in contemplatione sola versati sunt, ad vsus humanos omni ex parte sunt præstantiores. Aduersus itaque eos, qui hæc dicunt, responsum daturi sumus, Mathematicarum disciplinarum pulchritudinem quidem ab ipsis ostendentes, à quibus Aristoteles quoque nobis persuadere conatus est. tria enim hæc potissimum, & in corporibus, & in animis pulchritudinem efficere, ordinem inquam, conuenientiam, atque determinationem fatemur. si quidem turpido quoque corporea quidem à materiali inordinatione, & deformitate, & inconuenientia, & indeterminatione iam in composito prædominante: animæ verò, ab irrationabilitate perperam, inordinateque se se mouente, & rationi dissonante, & terminum illinc non suscipiente exoritur. Quamobrè pulchritudo etiam ipsa in contrariis quidem, ordine videlicet, & conuenientia, determinationeque existit. Hæc autem in Mathematica scientia maximè inspicimus, ordinem quidem, in posteriorum semper, magisque variorum ex primis, atque simplicioribus ostensione, semper enim sequentia præcedentibus annexa sunt, & hæc quidem principij rationem habent, illa verò, consequentium primas Suppositiones: conuenientiam verò, in consonantia adinuicem eorum, quæ demonstrantur, ad mentemque omnium relatione, cōmunis siquidem mensura totius scientiæ mens est, à qua principia quoque accipit, & ad quam discentes conuertit: determinationem autem, in manētibus semper, immobilibusque rationibus, non enim interdum quæ sub ipsis cognitionē cadunt aliter se habent quēadmodum opinabilia, atque sensilia, sed eadem semper se se offerunt, intelligentibusque formis determinata sunt. Si itaque pulchritudinis parandę vim habentia, hæc præcipuè sunt, Mathematicę autem res per hæc exprimuntur, perspicuum quidem est, quòd in his etiam eximium illud decus reperitur. quomodo namque esse nō debet, mente quidem scientiam desuper illustrante, hac autem ad mentem properante, nosque à sensu ad illam transferre festinante? Eius autem

Fundamentum secundæ opinionis.

Responso ad primam opinionem.

Tria sunt, quæ pulchritudinem efficiunt ex sententia Arist. 13. metaphysicæ cap. 3.

Quo tria hæc in Mathematicis sunt.

Conclusio.

Responso ad secundam opinionem.

Socrates
in The-
teto.

Vide etiā
finē Me-
nonis.
Mathema-
tica scien-
tia pp se
expeten-
da est.

Idē i supe-
riori capi-
te.

Mathema-
tica scien-
tia ppter
vitā cōtē-
plantē est
expetēda.
Fundamē-
tū sūptū
ab anti-
Arist.

Cōclusio.

Idem ait
Arist. in
prio Me-
taph. cap.
primo.

† Sic

tem rursus vtilitatem non ad humanos vsus respicientes, neq; neces-
sitati studentes iudicare equum ducemus. sic enim ipsam quoq; contē-
plantem virtutem inutilem esse fatebimur, quæ seipsam ab humanis
separat, hæcquē minimē respicere, nec cognoscere appetit. Quod fa-
nē Socrates etiam in Theæteto de proceribus fatidicis existentibus
affirmans, ab omni quidem ad humanam vitam respectu ipsos auer-
tit: ab omni verò necessitate, ac vsu bene solutam ipsorum cogitatio-
nem ad omnium eorum, quæ sunt attollit cacumen. Et Mathema-
ticam igitur scientiam, ex ipsa quē contemplationem propter se ex-
petendam esse ponendum, non autem propter vsus humanos. Si au-
tem prodeuntem ex ipsa vtilitatem ad quoddam aliud referre oportet,
ad intelligentem cognitionem ipsa referenda est. ad ipsam enim
nos deducit, animæ quē oculum ad vniuersorum cognitionem præ-
parat, impedimenta, quæ à sensibus proueniunt abstergens, atque
auferens. Quemadmodum igitur totam purgantem virtutem, non
ad huius vitæ vsus, sed ad vitam contemplantem respicientes vtilem,
vel inutilem dicimus, ita sanē Mathematicæ quoque finem ad men-
tem, vniuersam quē sapientiam referre oportet. Propterea quæ in
ipsa quoq; est actio, & per se quidem, & propter vitam intelligentem
studio digna est. Patet autem ipsam per se ab ijs, qui in ea versantur
expeti (quod & Aristoteles alicubi ait) eò quod nullum cum sit
quærentibus propositum præmium, paruo tamen tempore tantum
incrementi Mathematica contemplatio suscepit. Præterea verò, quia
omnes in ipsa libenter versantur, volunt quē omnibus alijs dimissis in
ea immorari, quicunque etiam paululum eius vtilitatem primis quasi
labris tetigere. Quapropter qui Mathematicarum disciplinarum co-
gnitionem contemnunt, voluptates, quæ in ipsis sunt minimē degu-
starunt. Non igitur hac de causa Mathematicam spernendum, quia
ad humanos vsus nobis non prodest (vltimæ enim eius desinentiæ,
& quæcunq; cum materia operantur huiuscemodi vsus cōsiderant)
sed contrā eius immaterialitatem, ipsi quē soli quid boni esse admirā-
dum, cū enim penitus homines de rebus necessarijs curare cessas-
sent, ad inquisitionem Mathematicarum disciplinarum cōuersi sunt,
& non imēritò. nam prima quidem, ea, quæ familiaria, ortu quē con-
iuncta sunt, ab hominibus studio affectantur: secunda verò, quæ ani-
mam ab ortu sciungunt, id quē, quod est, in memoriam redigunt. † Lu-
rē igitur necessaria quoque ante ipsa, quæ propter se ipsa honorabilia
sunt, sensui quē cognata ante ipsa, quæ mente cognoscuntur aggredi-
mur. omnis nanque ortus, vita quē animæ, quæ in se ipsam conuer-
tur, ab

tur, ab imperfecto ad perfectum procedere apta nata est. Tot aduersus quoque hos, qui Mathematicam contemnunt scientiam dicta sint.

Apologus.

Alia quorundam Platoniorū contra Mathematicarum
utilitatem obiectio, eiusque solutio.

Cap. X.

Forſan autem nonnulli ex noſtra familia inſurgētes, Platonemque rationum teſtem proponentes in contemptum auditionis Mathematicarum diſciplinarum rudiores prouocare conabuntur. Etenim dicent ipſum omnino Philoſophum in libris de Republica Mathematicam hanc cognitionem à choro ſciētiarum excludere, ipſamque tanquam principia ſua ignorātem redarguere, & cui principium quidem ſit, quod ne nouit quidem: finis autem, & media, ex iſs, quæ non nouit. His addent etiam quocumque alia ibi à Socrate opprobria contra hanc contēplationem obiecta fuere. Aduerſus igitur amicos viros nos verba facientes, ipſis in memoriam redigemus, quod ipſe etiam Plato animę purgatricem, ſuſumque ductricem Mathematicam eſſe perſpicue aſſeuerat, quippe quę caliginē aufert ab intelligenti cogitationis lumine, quod potius conſeruandum eſt, quam infiniti corporales oculi, iuxta Homericam Mineruam, quęque non ſolum Mercurialium, ſed Minervalium quoque munerum eſt particeps: & quod ipſam ubique ſcientiam vocat, quodque exercitiis maximę felicitatis cauſam. Verum quid ſibi velit verbis, quibus in libris de Republica ſcientiæ cognomen ab ipſa abſtulit, breuiter dicam. ad doctos enim præſens erit mihi ſermo. Scientiā Plato plerique quidē in locis, omnē (vt ita dicam) vniuerſalium appellat cognitionem, ipſam ſenſui ſingularia cognofcenti in diuiſione opponens, ſeu talis cognofcendi modus arte, ſeu experientia fiat. & hoc (vt arbitror) ſenſu in Ciuili, atque in Sophiſta ſcientiæ vti nomine videtur, ipſam quoque præclaram Sophiſticam ſcientiam ponens, quam Socrates in Gorgia experientiam quandam eſſe dixit: nec non Adulatoriam, plurimasque alias, quę experientiæ ſunt, non autem veræ ſcientiæ. Hanc autem ruruſus vniuerſalium cognitionē diuidens in eam, quę cauſas, & eam, quę ſine cauſa cognofcit, alteram quidem ſcientiam exiſtimat appellandam, reliquam verò, experientiam. & ſic artibus quidem alicu-

Argumētū ex verbis Platonis in 7. de Repu.

Reſpōſio ad Platonicos.

Homerus in Odyſſ.

Explicat Platonis ſententiā.

Pla. in multis locis.

Pla. in Ciuili, & in Sophiſta. Socrates in Gorgia.

Plato is diuiſio.

Quo differat ars à sciētia, ostēdit Aristot. sexto Moraliū cap. 3. & 4.

De bono, & suprema causa vide Platonem, & Proclū in 7. de Rep. † in principio, sed in fine esse.

De ru-ctio Argu-menti.

Circa hoc vide Platonem in Timæo.

Epilogus.

bi sciētiæ nomen attribuit : experientijs autem nequaquam . res enim inquit in Symposio, quæ nullam habet rationem, quoniam pacto sciētia esset : & omnis igitur cognitio, quæ rerum cognoscendarum rationem, causamque continet, sciētia quædam est. Rursus itaque hanc quoque sciētiā, quæ à causa cognoscendi vim habet Subiectorum proprietate diuidit, & vnam quidem partibilium cōiectatricem, alteram verò eorum, quæ per se sunt, eodemque modo semper se habent cognitricem ponit. & iuxta hanc diuisionem Medicinā quidem, omnemque facultatē, quæ in materialibus versatur, à sciētia separat : Mathematicam verò, omninoque rerum sempiternarum contēplandarum vim habentem, sciētiā appellat . Hanc denique sciētiā, quam ab artibus distinguimus diuidens, vnam quidem suppositionis expertam esse vult : alteram verò ex suppositione scaturire . & illam quidem, quæ suppositionis est experta, vniuersorum cognoscendorum vim habere : ad bonum vsque, supremamque omnium causam scandere : finemque scandendi bonum illud sibi cōficere : hanc verò, quæ definita, ac determinata sibi præstruit principia, à quibus ea ostēdit, quæ principia ipsa consequuntur, non planè † ad principium, sed ad finem tendere : & sic ait Mathematicam tanquam suppositionibus vtentem ab ea, quæ suppositione caret, perfectaque est sciētia deficere : vna enim verè sciētia est, per quā omnia, quæ sunt cognoscere apti sumus, à qua etiam principia omnibus emergunt sciētijs, alijs quidem propinquioribus, alijs verò remotioribus constitutis. Ne dicamus igitur quod Mathematicam à sciētiarum numero Plato expellit, sed quod eam ab vnica sciētia, quæ supremam tenet sedem, secundam asserit : nec quod dicit ipsam sua ignorare principia, sed quod cum ab illa acceperit, & sine vlla demonstratione habuerit, ex his ea, quæ sequuntur demonstrare . animam siquidem, quæ ex Mathematicis constituta est rationibus, aliquando quidem motus principium esse concedit : aliquando autē, à generibus, quæ intelligentiæ subijciuntur motum ipsum recipere . quadrantque hæc inter se . ns enim, quæ ab alio mouentur quædam motionis est causa, non omnis autem motus habet causam . Eodem sanè modo & Mathematica à prima quidem sciētia secunda est, & quasi respectu illius imperfecta : est attamen sciētia, non vt à suppositione immunis, sed vt propriarum in anima rationum cognitrix, & vt causas conclusionum afferens, rationemque continens eorum, quæ ipsius cognitioni subijciuntur . Hæc itaque omnia de Platonis sententia, pro Mathematicis dicta sint .

Quæ

Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto
ipsum quispiam rectè iudicare possit.

Cap. XI.

QVæ autem à Mathematico quis postularet, & quonam pacto ipsum quispiam posset rectè iudicare, deinceps dicamus. nam ille quidem, inquit Aristoteles, qui simpliciter in omnibus fuerit cruditus, aptus est ad iudicandum omnia: ille verò, qui in Mathematicis tantum disciplinis, rectitudinis earum, quæ in his sunt rationum ferre poterit sententiam. Oportet ergo iudicandi terminos antea sumere, & cognoscere, primum quidem in quibus conueniat communiter demonstrare, in quibusque ad singulorum proprietates respicere. multa namque eadē, specie differentibus insunt, vt omnibus Triangulis duo Recti: multa verò idem habent quidē predicamentum, cōmunē autem specie in singulis differt, vt in Figuris, Numerisque similitudo. Non est autem vna in his quærenda à Mathematico demonstratio: non enim eadem sunt Figurarum, & Numerorum principia, verum subiecto differunt genere. Quod si per se accidens sit vnum, demonstratio quoque erit vna. nam duos rectos habere Angulos, idem in omnibus est Triangulis. + Illudque, cuius causa id contingit, idē est in omnibus (Triangulum nempe Rectis æquales habere externos) triangularisque ratio. Quemadmodum etiam quatuor Rectis æquales externos habere Angulos, non Triangulis modò, verum etiam omnibus Rectilincis inest, & demonstratio quatenus Rectilinea sunt conuenit in omnibus. nam quælibet ratio simul infert quādam proprius proprietatem, & passionem, cuius cuncta per eam rationem participant, vtpote triangularem, vel rectilinearem, vel omnino Figure. Secundò verò, si iuxta subiectam materiam demonstrat, vtpote si necessarias, talesque reddit rationes, quæ coargui, conuincique minimè possint, non autem probabiles, nec verisimili refertas. Simile enim est, inquit Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes exigere, & Mathematico probabiliter disputanti assentiri. debet siquidem quiuis scientia, arteque præditus conuenientes rebus, de quibus tractat reddere rationes. Similiter quoque Plato in Timæo naturalem Philosophum verisimiles postulat rationes, vt de his pertractantem: cum verò, qui de intellectibus, stabiliisque essentia differit, rationes, quæ nec conuinci, nec moueri quidem possunt. Confestim namque scientias, vel artes Subiecta differre faciunt, vtpote si alia quidem immobilia sint, alia verò moueantur, ac simpliciora alia, alia magis cōposita:

Arist. in 1.
de partib.
animaliū,
& in prio
Ethic. c. 3

Termini,
quibus Ma
thematic
iudicādu
est.
Primus ter
minus.

+ Illudque,
cui id cō
tingit, idē
est in om
nibus, Tri
angulū nempe,
Triangula
risque ratio

Secundus
terminus:

Arist. pri
mo Ethic.
cap. 3.

Plato in
Timæo.

Metaph. 6.

Idē vide
apud Ari
sto. secun
do Mera.
tex. 16.

Tertius
terminus.

Quo er-
ret Mathe
matico de
mōstrādo.

Quartus
terminus.

Triplices
debēt esse
Mathema
ticae demō
strationes

Epilogus.

& alia quidem intellectilia, alia verò sensilia. Neque ergo ab omni Mathematica eandem certitudinem requiremus. nam si vna quidem sensilia quodam pacto attingat, altera verò intellectilium Subiectorum cognitio sit, non eodem modo ambæ erunt certæ, sed altera magis. ideo Arithmeticam harmonica dicimus certiorē. Neque omnino Mathematicam, cæterasque scientias ipsdem vti demonstrationibus æquum censebimus. earum enim Subiecta haud exigua ipsi præbent differentiam. Tertiò autem dicimus, quòd ei, qui Mathematicas rectè iudicaturus est rationes, considerandum quid idem, quid alterum, quid per se, & per accidens, quid Proportio, omniaque huiusmodi. errores siquidem ferè omnes circa hæc accidunt eis, qui Mathematicè se demonstrare existimant, nequaquam autem demonstrant, cum idem tanquam alterum in vnaquaque specie demonstrer, vel alterum tanquam idem: aut cum quod est per accidens, tanquam per se suscipiant, vel quod per se, tanquam quod est per accidens, verbi gratia, quòd Circunferentia pulchrior sit quàm recta Linea, vel Aequilaterū quàm Aequicus. non spectat enim ad Mathematicum hæc determinare. Quarto denique loco dicimus, quòd cum Mathematica medium inter intellectilia, sensiliaque obtineat locum, & multas quidem rerum diuinarum imagines, multa verò naturalium rationum exēpla in se ostendat, triplices quoque in ipsa demonstrationes inspicendæ sunt, vnæ quidem, quæ menti sint propiores, alteræ autē, quæ cogitationi magis accommodatæ sint, tertiæ verò, quæ opinionem attingant. oportet enim iuxta Problemata demonstrationes differre, conuenientemque eorum, quæ sunt generibus diuisionem suscipere, siquidem ipsa quoque Mathematica omnibus ipsis annectitur, suasque omnibus coaptat rationes. Verum de his quidem hætenus.

Quæ, & quot sint totius Mathematicæ sciētiæ species iuxta
Pythagoreorum sententiam. Cap. XII.

Diuisio
Mathema
ticarū Sci
entiarū ex
mente Py
thagoræ.

Quorum,
& Quātū
p̄cipalia
Mathema
ticae Su
biecta.

DE partibus autem Mathematices posthæc determinandum, quæ, & quot numero sint. nam post totum ipsius, atque integrū genus, sciētiarum quoque magis particularium differentias per species considerare par est. Pythagorei itaque vniuersam Mathematicam scientiam quadrifariam distribuendam esse censuerunt. vnā quidem eius partem Quoto, alteram verò Quanto attribuentes, harumque partium vtrunque duplicem ponentes. Quorum enim aut per se subsistere dixerunt, aut iuxta respectum ad aliud considerari: Quantum verò aut stare

stare, aut moueri. & Arithmetica quidem quod per se est Quotum
contemplari, Musica verò quod ad aliud, Geometria autē Quā-
tum quatenus immobile est, & Sphæricam quod per se mouetur. Cō-
siderare præterea hæc scientias Quotum, & Quantum non magni-
tudinem absolutè, neque multitudinem, sed quod iuxta vtruncq; est
definitum. hoc enim ab infinitis ablatum scientias perpẽdere, ne cā,
quæ vtrubiq; est infinitatem cognitione comprehendere vanum sit.
Cum autem hæc viri sapientissimi dicant, non sanè Quotum, quod in
sensilibus ipsis est, neq; Quantum illud, quod circa corpora excogita-
tur, nos intelligendum censebimus. nam horum (vt arbitror) cōtem-
platio ad naturalem spectat scientiam, non autem ad Mathematicam
ipsam. At quoniam vniuersorum vnionem, & diuisionem, identita-
temq; vnā cum diuersitate, & præter hæc statum, & motum ad ani-
mam complendam rerum opifex suscepit, ex hisq; generibus ipsam
constituit, quemadmodum Timeus nos docuit, dicendum quòd iuxta
quidem ipsius diuersitatem, rationumq; diuisionē, ac multitudinem
consistens cogitatio, se seq; intelligens esse & vnum, & multa, Nu-
meros profectò sibi proponit, producitq; horumq; cognitionem
Arithmetica: iuxta verò multitudinis vnionem, & secum cōmuni-
cationē, colligationemq; Musicam sibi cōparat, ideo etiā Arithme-
tica Musicam antiquitate præcellit, cum porro anima quoq; ipsa ab o-
pifce prius diuisa sit, deinde rationibus collecta, vt enarrat Plato. Rur-
susq; iuxta quidem eum, qui in ipsa est statum actionem stabiliens,
Geometria ex se se deprompsit, vnamque essentialē Figuram, &
Figurarum omnium opifca principia: iuxta verò motum, Sphæricā.
mouetur namq; ipsa quoq; per Circulos, consistit autē semper eodem
modo, ob Circulorum causas. Rectum inquam, & Circulāre. & pro-
pterea hinc quoq; Geometria Sphæricā, vt motum status præcedit.
Quoniam aut cogitatio ipsa non ad eius infinita vi præditā formarū
conuolutionem, sed ad Finis iuxta genera ambitum respiciens hæc
genuit scientias, idcirco dicunt ipsas à multitudine, magnitudineq;
infinitum abstulisse, & circa finitum tandem versari. omniū siquidem
principia, pariterq; multitudinis, atq; magnitudinis mens in ipsa co-
gitatione collocavit. cum enim tota ad seipsam similium partium sit,
& vna, atq; indiuisibilis, rursusq; diuisibilis, formarumq; ornatum
educens, Finis, atq; Infinitatis essentialis ex ipsis intellectibus est par-
ticeps. verū intelligit quidem ipsa ob Finem, gignit verò vitas, ra-
tionesq; varias ob Infinitatem. Eius ergo intelligentiæ hæc consti-
tuere scientias iuxta eum, qui in ipsis est Finem, non autem iuxta vitas.

Quo Quotum
& Quantum a
Mathematico
consideretur.

Digressio.

Ex quibus Ani-
ma cōstituit: o-
pifex ex Timei
sententia.

Quo cogitatio
Mathematicas
producat scias.

Anima prius ē
diuisa, postea
collecta ex mē-
te Platonis in
Timeo & ideo
Arithmetica p-
cedit Musicam.

Geometria præ-
cedit Astrono-
miā, quia motu
prior est itatus

Cur dicant Py-
thagorei Ma-
thematicam cir-
ca finitum ver-
sari.

Cogitatiois in-
telligentiæ iuxta
suum Finē Ma-
thematicas sciē-
tias cōstituitur

Infini-

Epilogus.

Infinitem. mentis siquidem imaginem afferunt, non autem vitæ.
Pythagoreorum itaq; hæc est sententia, & quatuor sciētiarum diuisio.

Alia totius Mathematicæ scientiæ diuisio ex
mente Gemini. Cap. XIII.

Alia Mathema-
ticarum Diui-
sio, ex Gemini
sententia.

Mathematicæ
sciētiæ partes.
Arithmetica.
Geometria.
Mechanica.
Astrologia.
Perspectiua.
Geodæsia.
Canonica, siue
Regularis.
Supputatrix.

Excluditur Ars
militaris a Ma-
thematicis sciē-
tiis, & aliæ.

Hippocrates
in lib. de locis.

Quomodo Ma-
thematicis Ars
militaris utat̃.

Geometriæ duę
sūt species. Pla-
norum confidera-
tio, & Stereo-
metria.

Rursus autem quidam alio modo diuidendam esse Mathema-
ticam censent, sicuti & Geminus. & vnam quidem eius partem in
intellectilibus duntaxat, alteram verò in sensilibus versari volunt,
hæcque attingere. Intellectilia vtique appellantes quascunque in-
spectiones anima per se se exuscitat, sese à materialibus separans for-
mis. Atque eius quidem, quæ in intellectilibus versatur, duas longè
primas, præcipuasque ponūt partes, Arithmeticam, & Geometriam:
eius verò, quæ in sensilibus officium, & opus explicat suum, sex, Me-
chanicam, Astrologiam, Perspectiuam, Geodæsiā, Canonicam,
atque Supputatricem. Militarem autem artem, eam inquam, quæ ad
instruendas, coordinandasque pertinet acies, quam Græci (*τεκτονική*)
vocant, vnam aliquam ex Mathematicis partibus dicendam esse non
censent, vt quidam alij voluere, sed vti eam volunt, modò quidem
arte supputandi, vt in enumerandis legionibus: modò verò Geodæ-
sia, vt in diuidendis, dimetiendisque castrorum metationis campi spa-
tijs. Quemadmodum porro eo magis neque historiam scribendi, ne-
que medendi artem Mathematices partem vllam esse dicunt, licet se-
penumero tum Historici, tum etiam Medici Mathematicis vtantur
Theorematibus. Rerum quidem gestarum scriptores, vel Clima-
tum situs referendo, vel vrbium Magnitudines, & Dimetientes, vel
Ambitus, & Circuitus colligendo: Medici verò, quam plurimas res
in arte sua huiuscemodi vñs dilucidando. nam vtilitatem, quæ in
Medicinam ab Astrologia peruenit, ipse etiam Hippocrates ostēdit,
ac ferè omnes quicuncq; aliquid de opportunis temporibus, locisque
dixere. Eadem sanè ratione, ille etiam, qui aciebus instruendis ope-
ram accommodat, Mathematicis quidem vtetur Theorematibus,
nec tamen ob hoc erit Mathematicus, quanuis interdum quidem vo-
lens, quę numerosa est, paucissimam ostendere multitudinem, castra,
suosque exercitus ad Figuram Circuli formet: interdū verò ad Figurā
Quadranguli, vel Quinquanguli, vel alterius cuiusdam Multianguli,
vbi plurimam apparere cupit. Cum autem hæ sint totius Mathema-
ticæ scientiæ species, Geometria rursus diuiditur in Planorum cōtem-
plationem, & Solidorum dimensionem, quę Stereometria vocatur.

siquidem

siquidem circa Signa, & Lineas peculiaris quæpiam non est tractatio, Pulchrum.
 quoniam neque Figura [†] ex his vlla sine Planis, vel Solidis fieri
 posset. nihil enim aliud agit Geometria vlla sui parte, quam vt Pla-
 na, aut Solida vel constituat: vel constituta inter se comparet, aut di-
 uidat. Iridem Arithmetices distributio est in Numerorum lineariū,
 & planorum, & solidorum contemplationem. species nanque Nu-
 meri per se se considerat ab Vnitate procedentes, & planorum ortus.
 Numerorum, similium inquam, atque dissimilium, solidorumque ad-
 teritiā vsq; accretionem progressus. Geodæsia verò, Supputatrixque
 his (Geometriæ inquam, atque Arithmeticæ) similes in diuisione
 sunt, quippe quæ non de intellectilibus Numeris, vel Figuris, sed de
 sensilibus verba faciunt. neque enim Geodæsiæ munus est, vt Cy-
 lindrum, aut Conum metiatur, sed rerum materialium aceruos tan-
 quam Conos, & puteos tanquam Cylindros. neque intellectilibus id
 assequitur rectis Lineis, sed sensilibus, interdum quidem certioribus
 quodam pacto, vt radijs solaribus: interdum verò crassioribus, vt
 Spartis, & Perpendiculo. neque similiter Supputator ipsas per se Nu-
 merorum inspicit passiones, sed vt sunt in sensilibus ipsis. vnde no-
 men quoque his imponit ab eis, quas dimetitur rebus (*μῆτρας*)
 quasdam, & (*οὐκίνητος*) appellans. & nullum quidem concedit esse
 minimum, vt facit Arithmeticus, qui veluti quidem genus ad ali-
 quid, minimum illud suscipit. vnus enim aliquis homo est ipsi pro
 mensura totius hominum multitudinis, sicut Vnitas quoque com-
 munitis est omnium Numerorum mensura. Perspectiua rursus, atque
 Canonica à Geometria, Arithmeticaque gignuntur. Et Perspectiua
 quidem radijs visorijs tanquam Lineis vtitur, & Angulis, qui ex hisce
 constituuntur oculorum radijs. Diuiditur autem in eam, quæ proprio
 nomine dicitur Perspectiua, quippe quæ reddit causam earū apparen-
 tiarum, quæ aliter q̃ sint se se nobis offerre solent, ob eorum, quæ sub
 visum cadunt alios atq; alios situs, & distātiās, vt Parallelarum coin-
 cidentię, vel Quadrangulorum tanquā Circulorum aspectionis: & in
 vniuersam Speculariam, quæ circa varias, multiplicesque versatur re-
 fractiones, & imaginariæ, seu coniecturali cognitioni connectitur:
 necnon in eam, quæ Sciographice, hoc est vmbrearum designatrix ap-
 pellatur, quæ ostendit qui fieri possit vt ea, quæ in imaginibus apparēt,
 haud inconcinna, vel deformia ob designatorum distantias, altitudi-
 nesque videantur. Canonica autem, siue Regularis apparentes cōcin-
 nentiarū considerat rationes, Regularū sectiones reperiens, sensusque
 vbiq; vtens adminiculo, ac (vt Plato inquit) talis existens, vt menti
 aures

Pulchrum.
 † in his
 Principale Geo-
 metrię officiū.

Tres Arithme-
 ticę partes, li-
 nearium, & pla-
 norum, & soli-
 dorum Nume-
 rorum confide-
 ratio.

Geodæsia, &
 Supputatrix eo-
 dem modo di-
 uidentur, quo
 Arithmetica, &
 Geometria.

Quæ Geodæsia
 & Supputatrix
 considerent.

Canonica intel-
 lige esse Musi-
 cam.

Tres totius Per-
 spectiue partes

Perspectiua.

Specularia.

Sciographica.

Canonica quid
 consideret, de
 qua Plato in 7.
 de Repu.

Mechanicę par-
tes,
Instrumento-
rum effectrix.
Miraculorum
effectrix, quæ
triplex est.
Timæus.
Aequilibrantiū
& centropo-
derantium co-
gnitio.
Sphærarum ef-
fectrix.
Astrologiæ cō-
siderationes, &
partes.
Gnomonica.
Metheoroscō-
pica.
Dioptrica.
Epilogus.

aures ipsas præposuisse videatur. Ad has porro, quas hucusq; enume-
rauimus accedit ea, quæ Mechanica nuncupatur, pars & ipsa quædam
existens totius tractationis, & cognitionis rerum sensilium, materiæ-
quæ coniunctarum. Sub hac verò est instrumentorum effectrix, quæ
(*δραστηριότης*) vocatur, eorum inquam, quæ gerendis sunt bellis ido-
nea. qualia sanè Archimedes etiam fertur construxisse, Syracusas ter-
ra, mariquæ obsidentibus resistantia. & miraculorum effectrix, quæ
(*θαυμάσιος*) dicitur, quippe quæ alia quidem spiritibus maximo
cum artificio construit, quemadmodum etiam Ctesibius, atq; Heron
operantur: alia autem ponderibus, quorum motus quidem inæquili-
brium, status verò æquilibrium esse causam censendum, vt Timæus
etiam determinauit: alia verò neruis, Spartisque animatas conuolu-
tiones, ac motus imitantibus. Sub Mechanica demum est & æquili-
brantium omnino, & eorum, quæ centropōderantia vocantur cogni-
tio: nec non (*σφαίραι*) hoc est Sphærarum effectrix ad celestium
circunuolutionum imitationem, qualem Archimedes etiā fabricatus
est: ac deniq; omnis, quæ materiam mouendi vim habet. Reliqua aut
Astrologia est, quæ de mundanis edisseri. moribus, de corporum ce-
lestium magnitudinibus, & Figuris, & illuminationibus, à terraquæ
distantijs, ac de omnibus, quæ huiuscemodi sunt, multa quidem à
sensu sibi assumens, multum verò cum naturali consideratione com-
municans. Huius autem vna pars est Gnomonica, quæ in horarū di-
mensione positu Gnomonum exercetur. Altera est Metheoroscopica,
quæ eleuationum differentias, siderumquæ reperit distantias, necnon
multa alia, & varia Astrologica perdocet Theoremata. Tertia pars
est Dioptrica, quæ sanè quinq; Solis, & Lunæ, cæterarumquæ stellarū
distantias huiuscemodi Dioptriciis dignoscit instrumentis. Talia de
partibus quoque Mathematices à priscis tradita, memoriæquæ prodi-
ta suscepimus.

Quomodo Dialectica Mathematicarū scientiarum vertex sit, & quæ
sit ipsarum coniunctio ex Platonis sententia. Cap. XIII.

Plato in 7. de
Repub.
Vide Epinomi-
dem, qui Plato
ni ascribitur.

ATque hæc posita sint. Illa rursus inspiciamus quo nam pacto Pla-
to Dialecticam Mathematicarum disciplinarum verticem, siue fa-
stigium in libris de Republica nuncupauit, & quæ nam ipsarum
coniunctio sit, vt tradit etiam ille, qui Epinomidem compo-
suit. Et dicamus, quòd quemadmodum mens cogitatione
superior est, & principia desuper ipsi suppeditat, cogitatio-
nemq;

tionemque ipsam ex sese perficit, eodem sanè modo Dialectica quoque purissima Philosophiæ pars existens, simplicitate Mathematicas disciplinas proximè vincit. Et totum ipsarum orbem complectitur, viresque à se se suggerit ipsarum scientiis varias, perficiendi, & iudicandi, & intelligendi vim habentes. Resoluentem inquam, & diuidentem, & definientem, & demonstrantem: à quibus sanè adiuta, & perfectæ Mathematica ipsa, alia quidem per resolutionem inuenit, alia verò per compositionem: atque alia quidem diuidendo explanat, alia verò definiendo: alia autem eorum, quæ quærentur per demonstrationem colligit. Hasce quidem vias subiectis suis accommodans, vnaquaque autem harum vtens ad inspiciendos medios sermones suos. Vnde porro & resolutiones in ipsa, & definitiones, & diuisiones, ac denique demonstrationes propriæ sunt, voluntaturque secundum Mathematicæ cognitionis modum. Non immeritò igitur Dialectica Mathematicarum est veluti vertex, & fastigium. Quum omne, quod in ipsis intelligens est perficiat: & quod certum est, ab omni reprehensione reddat immune: quodque immobile, pariter vt est custodiat stabile: & quod materiæ est expers, & purum, ad mentis simplicem, à materiaque seclusam naturam referat: ipsarum præterea prima definitionibus distinguat principia: generum subinde, & formarum, quæ sub ipsis sunt generibus discretionem ostendat: compositiones insuper, quæ ex principiis producant ea, quæ consequuntur principia: nec non resolutiones, quæ ad prima, ac principia consurgunt, scanduntque, edoceat. Cæterum coniunctio quoque Mathematicarum disciplinarum, nō vt censuit Eratosthenes, proportio ipsa ponenda est. Siquidē proportio vnum quiddam eorum, quæ Mathematicis communia sunt dicitur esse, & est. Multa verò præterea alia spectant ad omnes (vt paucis rem complectamur) Mathematicas disciplinas, quæ per se insunt communi Mathematicarum naturæ. Sed quemadmodum nobis dicendum videtur, proxima quidem est earum coniunctio vna, & tota Mathematica, quæ omnium scientiarum speciatim principia simpliciiori quodā modo in seipsam cōplectitur: & cōmunitatem earum, atque differentiam considerat: & quæcunque eadem in his omnibus reperiantur edocet: & quæcunque pluribus insint: & quæcunque paucioribus. & ab alijs permultis ad hanc rīs, qui aptè discunt fit reuersio. Hac autem superior Dialectica quoque Mathematicarum disciplinarum coniunctio est. Quam verticem etiam ipsarum, vt iam dixi, Plato in lib. de Rep. vocauit: Ipsa siquidem totam Mathematicam perficit, ad mentemque potentijs suis

Cōiunctio
Mathematicarū, nō
est, proportio, vt
voluit Eratosthenes

Secunda
Mathematicarū
cōiunctio.
Plato in
Repub.

D. reducit

Tertia Ma-
themati-
carum cō-
iunctio.

† p. gre. sū.

Finis opti-
mus, Mēsh.
† ipsum
optimum.

reducit, & verè ostendit esse scientiam, & certam efficit, nulliquè reprehensioni obnoxiam. Tertium verò inter coniunctiones mens ipsa habet ordinem, quæ cunctas Dialecticas potentias vniformiter in se se comprehendit: ipsarumque varietatem, sua simplicitate: & partitionē, impartibili cognitione: multitudinēque, vnione coarctat. Ipsa ergo mens congregat quidem Dialecticarum viarum inuolutiones, ac diuerticula, colligit verò supernè omnem Mathematicorū sermonum[†] cogitationem: Finis autem est tum fursum educendi facultatis, tum etiam cognitricis actionis longè optimus. Hæc de his quoque à me enucleata sint.

Mathematices nomen vnde sit ortum.

Cap. XV.

Plato in
Memnone

Socrates in
Memnone.

RVrsus autem hoc nomen Mathematicæ, Mathematicarumque disciplinarum vnde nam diceremus scientiis his ab antiquis assignatum fuisse, & quam rationem aptè reddere possemus? Porro mihi videtur talē scientiæ, quæ de cogitantibus sermonibus est appellationē, nō sanè (quēadmodū plurima noīum) à quibuscūq; repertā fuisse: sed (vt est, & dicitur) à Pythagoreis: cū perspexissēt quidē, q̄ omnis quæ Mathesis, hoc est disciplina appellatur, reminiscētia est: quæ quidē nō extrinsecus animis aduenit, quēadmodum quæ à sensibilibus consurgunt phantasmata in phantasia informantur: Neque aduentitia, ascititiaque veluti quæ in opinione posita est cognitio, verū excitatur quidem ab ijs, quæ apparent, perficitur verò intus ab ipsa cogitatione ad se se conuersa. Cumque perspexissent, quòd licet ex multis rebus reminiscētiæ ostendi possint, præcipuè tamē (vt Plato quoq; ait) ex Mathematicis disciplinis. Nam si quispiam, inquit ille, in descriptionibus induxerit, ibi certè Mathesim reminiscētiā esse facillimè cōprobat. Vnde porro Socrates etiam in Memnone hoc arguendi modo ostendit, nihil aliud esse discere, quā animam ipsam suarum rationum recordari. Id autem ideo est, quia id, quod recordatur nil aliud est, quā cogitans animæ pars: hæc autem in Mathematicarum disciplinarum rationibus essentiam suam perficit, ipsarumq; scientias in se antea accepit, licet secundum ipsas non agat. Habet siquidem oēs secundū essentiā, & occultē: Promit autem vnāquāq; cū impedimentis, quæ à sensu proueniunt liberata fuerit. Nam sensus quidem partibilibus ipsam coniungunt, phantasiæ autem informantibus motibus replent, appetitus verò ad vitam indulgentem fluctunt:

ctunt. Atqui partibile omne, eius, quæ ad nos metipfos fit conuersio-
 nis obstaculū est. Et omne, quod informat, eā, quæ formæ est expers
 cognitionem perturbat, atque offendit. Et omne perturbationibus
 obnoxium, eius, quæ nullis affectibus lēditur actionis est impedin-
 tum. Cum igitur hæc à cogitatione amouerimus: tunc eas, quæ in
 ipsa sunt rationes per ipsam met cogitationem cognoscere possumus:
 & actu scientes esse: & essentialē cognitionem depromere. Dum
 autem vincti, captiuique sumus: & animæ oculo conuiuentes: nullo
 modo conuenientem nobis perfectionem assequi poterimus. Hæc
 itaque Mathesis est, siue disciplina, quæ æternarum in animæ rationū
 reminiscētia est. Mathematicaque (hoc est disciplinatiua scientia, vt
 sic exponā) propter hanc eā cognitio potissimū nuncupatur, quæ
 nobis ad earū rationū reminiscētiā maximè confert. Et opus igitur,
 atque officium huiusce scientiæ, quale porro sit à nomine fit manife-
 stum. Id nempe, quod insitam mouet cognitionē, & exuscitat intel-
 ligentiā, & purgat cogitationē, & promit formas, quæ nobis secundū
 essentiā insunt, & aufert obliuionē, atque ignorantiam, quæ nobis ab
 ortu nostro inatæ sunt, et soluit vincula, quæ ab irrationabilitate pro-
 ueniunt: ad Dei planè similitudinem huius scientiæ præsidis, qui in-
 telligētia munera manifestat, & cuncta diuinis rationibus complet, &
 animas ad mentem erigit, ac veluti è profundo exuscitat sopore, & in-
 quisiōne ad seipsas cōuertit, & obstetricatione quadam perficit, pu-
 ræque mentis inuentione ad vitam beatā deducit. Cui sanè nos quo-
 que præsens opus dicantes, de Mathematica scientia contemplatio-
 nem perscribemus.

Opus Ma-
 themati-
 ces à noīe
 fit mani-
 festum.

Opus Ma-
 themati-
 ces, simile
 est operi
 Dei.

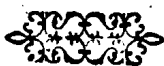
P R I M I L I B R I F I N I S .

D : Procli

P R O C L I D I A D O C H I
IN PRIMVM EVCLIDIS
ELEMENTORVM.



LIBER SECVNDVS.



Quòd Geometria totius Mathematicæ pars sit, &
quænam sit ipsius materia. Cap. I.

Epilogus
eorû, quæ
in priô li-
bro dicta
sunt.



OMMVNIA quidem, ad omnemque Ma-
thematicam scientiam spectantia, in prædictis ser-
monibus perspeximus, & à Platone non dissen-
tientes, & ab alijs considerationes, quæ ad præ-
sentem pertinent tractatum colligentes. Posthæc
autem consequens est, vt de ipsa quoque Geome-
tria, dequæ proposita Elementorum institutione

differamus, cuius gratia totum hunc sermonem incepimus. Quòd
igitur Geometria quidem totius Mathematicæ pars sit, quodque post
Arithmetica secundum obtineat locum, quippe cum ab hac perfici-
atur, atque determinetur (quicquid enim in ipsa exprimi, atque co-
gnosci potest, ab Arithmetici rationibus determinatur) à veteribus
dictum fuit, nec lōgo indiget in præsentia sermone. At à nobis quoque
de hac enarratio pro animi sententia fieri posset, si subiectam ipsi ma-
teriam consideraremus, quem inter ea, quæ sunt, sortita sit locum, &
essentiam. Ex hac enim bene perspecta, scientiæ quoque vis ipsam
cognoscentis, vtilitasque ab ipsa proueniens, nec non illud, quod à
discipulis comparatur bonum, statim apparebit. Etenim dubita-
ret aliquis in quo eorum, quæ sunt genere Geometricam ponens ma-
teriam ab ea, quæ de ipsa habetur veritate non aberret. Si .n. figuræ,
de quibus Geometra differit in sensilibus sunt, nec ab ipsa separari
possunt materia: Quomodo adhuc Geometriam à sensilibus nos li-
berare, ad incorporeamque substantiam deducere, itemque ad intelle-
ctuum inspectionem assuefactionem esse, ad mentisquæ actionem
præparare dicemus? Vbi autem impartibile signum in sensilibus
vnquam spectauimus, vel lineam omni latitudine carentem, vel non
pro-

Dubitatio
bimēbris.

Primum me-
brum.

Primum ar-
gumentum.

Secundum
argumentum

profundam superficiem, vel à centro ad circumferentiam linearum æqualitatem, vel omnino multiangulas, multarumq; basium figuras omnes, de quibus Geometria docet: Quonā demum pacto huiusce scientiæ rationes tales queunt permanere, vt conuinci nullo modo possint: cum sensiles quidem formæ, atque figuræ magis, & minus suscipiant, mobiles omnes, atq; mutabiles existant, omniq; sint materiali varietate refertæ, & æqualitas quidem vnā cum sibi contraria inæqualitate subsistat: impartibilia verò, secundum partitionem, interuallumq; sint progressa: Quòd si extra materiam sunt subiecta Geometriæ, formæq; puræ, & à sensilibus separatae: impartibiles proculdubio omnes erunt, & incorporeæ, & magnitudinis expertes. Extensio nanque, tumor, omninoq; interuallū propter materiale receptaculum formis aduenit, quod impartibilia quidem, partibiliter: dimensione autem carentia, vnā cum dimensione: immobilia verò, mobiliter suscipit. Quomodo ergo rectam lineam, triangulum, circulumq; secamus? Quomodo angulorum differentias dicimus, ipsorumq; & figurarum accretiones, atque decrectiones, vtpota triangularium, vel quadrangulorum? Quomodo circulorum, vel rectarum linearum contactus? Cuncta enim hæc partibilem esse Geometricam ostendunt materiam, neque in impartibilibus insidere rationibus. At dubia quidem talia sunt, præter illud etiam qd Plato in cogitatione positas quidem Geometriæ formas appellat, progredi autem nos à sensilibus ad huiusmodi formas, exurgereq; à sensu ad mentem concedit, tametsi (vt superius diximus) quæ in cogitatione sunt rationes indiuiduæ sint: & nullo interuallo distent: & secundum Animæ proprietatem subsistant. Si autem & rebus ipsis, & Platonis doctrinæ conuenientes reddendæ sunt rationes, hoc pacto diuidentes dicamus. Omne vniuersale, vnūq; plura continens aut in singularibus excogitari innatum est, apparereq; tale, quod existentiam quoq; in his habeat: inseparabile ab ipsis existat: in ipsisq; dispositum sit, ac distributum: & cum his vel simul moueatur, vel firmiter, immobiliterq; consistat: Aut ante multa subsistere, multitudinisq; gignendæ vim habere, multis à sese imagines præbens, & ipsum impartibiliter quidem præstructum eis, quibuscum participat; varias autem ad secunda participationes suggerens: Aut excogitatione à multis formari, & existentiam gignentem habere, postremoq; multis insidere. Iuxta enim has trinas subsistentias comperiemus (vt cenfeo) alia quidem ante multa, alia autem in multis, alia verò, quæ per respectum, quem habent ad ipsa, prædicationemq; subsistunt.

Tertiū argumentum

Secundum membrum

Primū argumentum.
Secundum argumentū
Tertiū argumentū.Quartum argumentū ab auctoritate Platonis in 7. de Rep. vide etiā Arist. 2. phisico. & 3. de aia
Solutio.

Diuisio ipsius vniuersalis.

Triplices
vniuersa-
les formæ
sunt.

Duplex
materia
ex sentē-
tia Arist.
i 7. meta.
35. & 39.
Duplex
vniuersa-
le, quod in
multis est

Arist. 3. de
aia, tex.
20.

Plato in
Timæo.
Phantasia
media est
inter sen-
sū & mē-
tem.

subsistunt. Triplicibus autem (vt vnico verbo absoluam) vniuersalibus formis existentibus, eius formæ, qua multa participāt, quæque in multis est, & particularia complet, differentias, iuxta subiectam materiam considerabimus. Ipsiusque participantia duplicia ponentes, vna quidem sensilia, altera verò in phantasia subsistentia (materia siquidem duplex est : vna quidem eorum, quæ sensui coniugata sunt : altera verò eorum, quæ sub phantasiam cadunt, vt quodam in loco & Aristoteles ait) id vniuersale, quod in multis est distributum, duplex esse concedemus. Alterum quidem sensile, tanquā quo sensilia participant : alterum verò imaginabile, tanquam quod in phantasie multitudinibus subsistat. Phantasia namque propter motum formantem, atque eò quòd cum corpore, & in corpore subsistit : partibiles semper, & diuisas, & figuratas fert impressiones. Et quicquid ab ea cognoscitur, talē sortitū est existentia. Vnde sanè & mentē passibilē eam quispiam vocitare non dubitauit. Atqui si mens est, quonā modo non impassibilis est, nec materiæ expers? Sin autem cum passione agit, quopactò adhuc mens vocabitur? Iure .n. optimo impassibilitas quidem menti, intelligentique naturæ competit : passibile verò, ab illa longè abest essentia. Sed (ni fallor) ipsius inter maximè primas, atque postremas cognitiones medietatem explicare volens, simul & mentem ipsam vocitauit, tanquam primis similem, & passibilem, iuxta eam, quam habet cum postremis cognationem. Nam primæ quidem cognitiones, figurarum, formarumque expertes sunt : intellectilia in sese comprehendentes, & circa sese agentes, & eis, quæ sub cognitionem cadunt coniunctæ, ab omni quæ impressione, ac passione aliunde adueniente immunes. Vltimæ verò, per instrumenta sese exercent, & passionem potius sunt, cognitiones extrinsecus admittentes, vnaque cum subiectis sese commouentes. Tales enim (inquit Plato) sunt sensus, qui ex violentis passionibus fiunt. At phantasia medium inter cognitiones obtinens centrum, excitatur quidem à sese, promittque id, quod sub cognitionem cadit : eò autem quod extra corpus non est, ab illa vitæ impartibilitate ad partitionem, & interuallum, & figuram, ea, quæ sub ipsius cadunt cognitionē deducit. Et ideo quicquid nouerit, impressio quædam est, & forma intelligentiæ. Circulum quæ vnà cum suo cognoscit interuallo, ab externa quidē materia immunem, intellectilem verò, quæ in ipsa est materiam habentem. Atque idcirco non vnus tantum in ipsa est circulus, quemadmodum neque in sensilibus. Simul namque apparet distantia, maius quæ, & minus, necnon circulorum, ac triangulorum multitudo. Si igitur
insensi-

in sensilibus circulis vniuersale distributum est, quod vnumquencq;
etiam ipsorum, circulum perficit, omnesq; sibi inuicem similes, vna
ratione subsistentes, magnitudinibus verò, vel subiectis differentes:
In ijs etiam, qui in phantasia sunt circulis est quoddam commune, cuius
omnes illi circuli participes sunt, & iuxta hoc eandem omnes habent
formam, inest autem ipsis differentia iuxta vnum hic tantum, in phan-
tasia, scilicet magnitudinem. Cum enim plures circa idem centrum
imaginatus fueris, in vno quidem omnes subiecto immateriali, & in
vita existentiam habent, quæ à simplici corpore est inseparabilis, in-
terualloque impartibilem superat essentiam: differunt verò magni-
tudine, & paruitate, & quia contineantur, & contineant. Duplex er-
go vniuersale illud, quod est in multis intelligatur. Vnum quidem
in sensilibus: alterum verò in imaginabilibus. Duplexque circularis,
atque triangularis, omninoque figuræ, ratio. Altera quidem in intel-
lectili, altera verò in sensili materia. Præit autem, hisque antiquior
est, quæ in cogitatione residet ratio, quæque in ipsa confedit natura.
Altera quidem imaginabilium circulorum, & vnus in ipsis existē-
tis formæ: altera verò sensilium autor. Sint enim qui in cælo sunt cir-
culi, & omnino qui à natura producti sunt: quorum sicut sub distri-
butionem non cadit, quæ in cogitatione est ratio, ita & naturalis. Sunt
nanque ea, quæ cum interuallo sunt, nullis distincta interuallis: &
partibilia, impartibiliter: & magnitudines, absque magnitudine in
incorporeis causis, quemadmodum & e contrario impartibilia, parti-
biliter: magnitudinisque expertia, cum magnitudine in corporeis.
Quapropter ille quidem, qui in cogitatione est circulus, vnus, & sim-
plex est, ab interualloque immunis: & magnitudo insuper ipsa, ex-
pers magnitudinis ibi: figuraque, nulla figura expressa. Nam rationes
absque materia talia sunt. Qui autem in phantasia: partibilis, figura-
tus, cum interuallo, nō vnus duntaxat, sed vnus, & plures, nec forma
tantum, sed distributa forma. Qui verò in sensilibus: compositus, ma-
gnitudine distans, & certa ratione diminutus, & ineptiarum plenus:
ab immaterialiumque puritate longè deficiens. Geometriam itaque,
cū de circulo quicquam loquitur, atque diametro, deque passionibus,
atque affectionibus, quæ ad circulum spectant, vt de contactibus: di-
uisionibus: & de ijs, quæ huiusmodi sunt: neque de sensilibus doce-
re, differereque dicimus (ab ipsis siquidem separare conatur) neque
de ea, quæ in cogitatione est forma (vnus enim est circulus, ipsa verò
de pluribus suos habet sermones, de vnoquoque proponēs, deque om-
nibus eadem contemplans: & indiuisibilis quidem ille, diuisibilis ve-
rò,

Duplex est
circularis,
& triangu-
laris ratio.

Geometria
vniuersale
illud consi-
derat, qd
in imagina-
bilibus di-
tributū ē.

Idē vide
superius i
lib. I. c. I.

Optimus
finis Geo-
metrici
studij, &
doni Mer-
curialis
opus.
De Caly-
psone vi-
de Plutar.
in opusc.
de vitāda
vīura.

rō, qui in Geometria est circulus) verū vniuersale quidem ipsum considerare fatebimur, sed illud, quod in imaginabilibus distributum est circulis. Et alium quidem intueri: per aliumque, eum, qui in cogitatione est circulum contemplari: circa alium verò demonstrationes facere. Cum enim cogitatio rationes habeat: nequeat autem eas contracte perspicere: distrahit ipsas, ac subducit, & in phantasiam in vestibulis collocatam promit, in illaque, aut etiam cum illa ipsarum circumuoluit cognitionem: diligens quidem à sensilibus separationem, imaginabilem verò materiam idoneam ad recipiendas eius formas comperiens. Quapropter eius quoque intellectio non sine phantasia est. Compositionesque figurarum, ac diuisiones imaginabiles sunt, cognitioque ipsarum via quidem est, quæ nos ad eam perducit essentiam, quam per cogitationem assequimur: nondum autem ad illam decurrit, cum cogitatio ipsa ad exteriora inspiciat, hæcque iuxta interiora contempletur, & rationum impressionibus utatur, à seseque ad exteriora moueatur. Quod si vnquam cum interualla contraxerit, impressionesque, & multitudinem sine impressione, atque vniuniformiter perspexerit, ad sese reuerti potuerit: tunc eximie rationes viderit Geometricas, partitionis inquam, interuallique expertes, atque essentielles, quarum copia est. Hæcque ipsius actio finis porro Geometrici studij erit optimus: ac verè doni Mercurialis opus, à quadam Calypsone ipsam ad perfectiorem, magisque intelligentem reducentis cognitionem: necnon ab ijs, quæ in phantasia sunt informantibus apprehensionibus soluentis. Et hanc quidem meditationem verum Geometricum meditari oportet, ad excitationemque, necnon ad eū transitum, qui à phantasia ad solam cogitationem fit, ipsam per sese finem facere. Surripiendo se se ab interuallis, passibili que mente ad eam actionem, quæ in cogitatione est. Per quam cuncta sine interuallo cernet, & sine parte circulum, ac dimetientem, & quæ in circulo sunt multiangula, omniaque in omnibus, & vnumquodque seorsum. Ob hoc enim ostendimus etiam in phantasia, & in multiangulis circulos inscriptos, & in circulis multiangula: alternam rationum partis expertium imitantes ostensionem: Idcirco igitur & figurarum constitutiones, & ortus, & diuisiones, & positiones, & applicationes describimus: quoniam phantasia insuper utimur, huiuscemodique ex hac distantijs. Siquidem forma ipsa immobilis est, & ingenita, & indiuisibilis, & ab omni subiecto immunis. Verum quæcunque etiam in illa latenter sunt, cum interuallis, partibiliterque in phantasiam producantur. Et quod promit quidem, cogitatio est: à quo autem pro-

promuntur forma, quæ in cogitatione est: in quo verò est id, quod promitur, passibilis, quæ vocatur mens. Quæ sese circa veræ mentis impartibilitatem obuoluit, & à sese puræ intelligentiæ vim ab intervallo immunem separat, & sese iuxta omnes informes species conformat, omniaque prorsus euadit, ex quibus constat cogitatio ipsa, & quæ in nobis est impartibilis ratio. Hæc demum de Geometrica erant nobis dicenda materiâ, cum haud ignoraremus quæcunque Porphyrius quoque Philosophus in Miscellaneis conscripsit, & quæcunque quâ plurimi Platoniorum describunt. Hæc autem Geometricis tractationibus magis cōuenire arbitrati sumus, & Platoni, qui quæ Geometriæ subijciuntur ea esse vult, quæ sub cogitationem cadunt. Hæc enim sibi inuicem congruunt: quoniam Geometricarum formarum causæ quidem, per quas cogitatio etiam demonstrationes profert, in ipsa præexisterunt, cogitatione: ipsæ verò singulæ, quæ diuiduntur, ac componuntur Figuræ, in phantasia sitæ sunt.

Porphyrius in Miscellaneis.

Pla. in Timæo, & in 7. de Rep.

Quæ scientia, Geometria sit.
Cap. II.

DE ipsa verò scientia, quæ horum contemplandorum vim habet deinceps dicamus. Geometria igitur est Magnitudinū, & Figurarū, & in his existentium Terminorum, & Rationum, quæ in ipsis sunt, & earum, quæ circa hæc contingunt Passionū, variarumque Positionum, ac Motuum cognitrix. Ab impartibili quidē Signo progrediens, ad Solidā autem usque descendens, multiformesque ipsorum differentias inueniens. Rursusque à compositionibus ad simpliciora, & ad horum recurrens principia. Compositionibus enim, ac Resolutionibus utitur, semper quidem à suppositionibus incohans, principia quoque à præiis sibi assumendo scientia: cunctis verò Dialecticis vijs utens. In principijs quidem, formarum Diuisionibus à generibus, Definiētibuscque orationibus. In eis autem, quæ post principia sunt, Demonstrationibus, ac Resolutionibus. Ut & à simplicioribus varia magis ostendat prodeuntia: & ad ipsa rursus redeuntia. Et seorsum quidē de sibi Subiectis verba faciens: seorsum autem de Pronunciatis, à quibus ad Demonstrationes exurgit: seorsum verò de per se Accidentibus, quæ Subiectis quoque inesse ostendit. Vnaquæque .n. scientiarum aliud quidem habet genus, circa quod versatur, cuiusque passionibus sibi considerandas proponit: alia verò principia, quibus utitur in Demonstrationibus: alia autem, quæ per se insunt. Et Pronunciata

Tria i vna quæque scientia requirunt subiectum, Accidentis, & Principium.

E qui-

quidem cōmūnia sunt omnibus (licet singulæ propriè ipsis in subie-
cta sibi vtantur materia) genus verò , & per se accidens diuersum .

Geome--
triæ subie-
cta .

Geome--
triæ acci-
dentia .

Geome--
triæ prin-
cipia .

Geometriæ igitur subiecta quidē sunt, Triangula, Quadrangula, Cir-
culi, Figuræque prorsus, ac Magnitudines, harumque Termini. Quæ
autē his per se insunt, Diuisiones, Rationes, Contactus, Aequalitates,
Applicationes, Excessus, Defectus, huiuscemodi omnia . Petitiones
verò, & Pronuntiata, quibus singula demonstrat : illud, à quocunque
signo, ad quodcunque signum rectam lineam ducere . Et illud, si ab
æqualibus æqualia ablata fuerint, quæ remanent, æqualia esse. Quæ-
que his cōsequentia sunt. Vnde etiā non omne Problema, nec Quæ-
situm omne Geometricum est, sed quæcunque ex Geometriæ fluunt

Quæ sint
q̄ritæ Geo-
metricæ .

Quæ sint
quæsitæ nō
Geometri-
ca .

Duplex ē
quæsitū nō
Geometri-
cum .

Geome--
tria nouis
exhibet in-
strumenta
iudicandi

principijs . Et qui ex his coargutus, conuictusque fuerit : conuincetur
ytique vt Geometra . Quæcunque autem non ex his, haud Geome-
trica quidem, verū à Geometrica contemplatione sunt aliena . Et
hæc duplicia sunt. Aut enim ex alijs omnino principijs Quæsitum il-
lud est, quemadmodum Quæsitum Musicum à Geometria alienum
dicimus, quoniam ab alijs prorsus emanat suppositionibus, non autē
à Geometriæ principijs: Aut tale, quod Geometricis vtatur principijs,
sed peruersè, vt si quis dicat parallelas coincidere. Et propterea Geo-
metria quoque instrumenta iudicandi nobis exhibet, ex quibus digno-
scere poterimus, quæ nam ipsius consequantur principia, & quæ à
principiorum excidant veritate. Modi enim, quibus mendacia redar-
guere possumus prout errant, hanc habēt promissionem. Alia nanque
Geometrica, alia verò Arithmetica comitantur principia. Quid enim
de alijs dicendum est, siquidem ab ijs plurimū distant? Certior

Aristo. 1.
post. 1. 42.

Arithmeti-
ca certior
est q̄ Geo-
metria .

Geome--
tria cer-
tior quā
spherica,
& Arith-
metica, q̄
Musica .

Geome--
tria cer-
tior quā
Mechani-
ca, Perspe-
ctiua, &
Specularia

nanque alia, quā alia est scientia (vt ait Aristoteles) quæ quidem à
simplicioribus emanat suppositionibus, quā ea, quæ magis varijs
vtitur principijs : quæque dicit propter quid, quā ea, quæ tantū
rem ita se habere cognoscit : & quæ circa intellectilia versatur, quā
ea, quæ sensilia attingit. Et iuxta hæc certitudinis definitiones, Arith-
metica quidem, Geometria certior est : eius siquidem principia sim-
plicitate suā excellunt. Nam Vnitas quidē, positionis est expers: Pun-
ctum verò, positionem habet. Et Punctum quidem, cum positionē
susceperit, Geometriæ principium est : Vnitas verò, Arithmeticæ.
Geometria autē certior, quā Spherica : & Arithmetica, quā Mu-
sica. Hæ nanque causas eorum, quæ sub illis continentur Theorema-
tum vniuersaliter reddunt. Geometria rursus, quā Mechanica, Per-
spectiua, ac Specularia : quoniam ipsæ de sensilibus verba faciunt :
Arithmetices ergo, ac Geometriæ principia quidem ab aliarum prin-

cipijs

cipijs differunt, harum verò duarum suppositiones distant quidem inuicem iuxta eam, quam diximus differentiam, inuicemque conueniunt. Quapropter eorum etiam, quæ in eis demonstrantur theorematum, alia quidem sunt ipsis communia, alia verò vtrique propria. Nam illud quidem, omnem rationem exprimi posse, soli competit Arithmetica: Geometriae verò minime. Sunt enim in ipsa rationes etiam, quæ exprimi non possunt. Illud quoque, quadrangulorum gnomones secundum minus terminari, Arithmeticae proprium: in Geometria enim minimum prorsus non datur. Geometriae verò peculiariora sunt ea, quæ circa positiones versantur: numeri enim nullam habent positionem. Quæ circa contactus: tangere enim in continuis reperitur. Quæ circa eas proportionem, quæ exprimi non possunt: ubi enim in infinitum procedit diuisio, ibi quoque quod exprimi non potest extat. Ambabus autem communia sunt, quæ de diuisionibus habentur, quales tradit Euclides in secundo: præter illam, quæ in extremam, & mediam rationem rectam diuidit lineam. Rursus autem horum communium theorematum, alia quidem à Geometria transferuntur in Arithmetica: alia autem contrà ab Arithmetica in Geometria: alia verò ambabus similiter competunt, quæ à tota Mathematica sciëntia in ipsas deueniunt. Nam permutatio quidem, & rationum conuersiones, et cõpositiones, ac diuisiones, hoc modo ambabus cõmunia sunt. Quæ verò cõmensurabilia sunt, Arithmetica quidem primùm inspicit: postea verò Geometria, illam imitans. Vnde etiam huiusmodi cõmensurabilia, hæc esse determinat, quæcunque rationem ad se inuicem habent, quam numerus ad numerum: vtpotè quòd commensurabilitas in numeris præcipuè subsistat. Vbi nanque numerus, ibidem etiam cõmensurabile: & ubi cõmensurabile, ibi & numerus. Triangula demum, & quadrangula Geometria quidem primùm inspicit: iuxta proportionem autem ab ipsa accipiens, Arithmetica. In numeris enim figuræ, iuxta causam sunt. Ab effectibus igitur excitati, ad ipsarum causas, quæ in numeris sunt, trāsimus. Et quandoque quidem indifferenter eadem accidentia inspicimus, veluti cum omne multiangulum à nobis in triangula resoluitur: Quandoque verò proximo contenti sumus, veluti cum quadrangulum quadranguli duplum in Geometria inuenerimus: in numeris autem hoc non habentes, vno deficiente alterum alterius duplū eē dicimus. Verbi gratia, eius, qui à quinario fit quadrati numeri, ille, qui fit à septenario duplus est, vno deficiente. At hæc quidem in longum produximus, communionem, quæ iuxta harum duarum

Arithmetices, & Geometriae principia differunt inuicem, & cõmunicant.

Quæ sint cõia Arithmeticae, & Geometriae theoremata, & quæ vtrique propria.

Cõmuniū theorematum distinctio.

scientiarum principia est, atque differentiam ostendentes. Ad Geometricum siquidem spectat conspiciere cōmunia quidē theorematum, à quibus cōmunibus deriuentur principijs : propria verò, à quibus. Et sic non Geometrica quidem, ac Geometrica distinguere. Et hæc quidem ad aliam : hæc verò, ad aliam asserre scientiam.

Vnde nam tota inceperit Geometria, & quousque progrediatur, quæque sit ipsius utilitas.

Cap. III.

Altius autem rursus exordium sumentes, totam contēplemur Geometriam, vnde nam inceperit, & quousque progrediatur. Sic .n. ornatū, qui in ipsa est rectē perspicimus. Intelligemus sanē per omnia ea, quæ sunt, ipsam simul extendi : & cunctis suas accōmodare animaduersiones : & omnium formas in se continere : & iuxta quidem supremum eius, quodque summam intelligendi vim habet, ea, quæ verē sunt circūspicere : & imaginibus edocere diuinorum quidem ornatuum proprietates, intelligentiumque formarū potentias. Nam harū quoque rationes in proprijs habet contēplationibus. Et ostendit quænam Dñs quidem conuenientes figuræ sint : quæ verò primis essentis : quæ autem animarum substantijs. Iuxta verò medias cognitiones, cogitantes euoluit rationes : & eam, quæ in eis est, varietatem explicat, atque inspicit : ipsarumque existentiam ostendit, & eas, quæ in ipsis sunt passionēs : necnon ipsarum cōmunitates, & differentias. E quibus sanē imaginabiles quoque figurarum informationes finibus terminatis cōprehendit, ad essentialēque rationū redigit substantiam. Iuxta autem tertias cogitantis intelligentiæ propagationes, naturam considerat, traditque quonam pacto sensilium elementorum formæ, & earum, quæ in ipsis sunt potentiarum, iuxta causam in rationibus ipsis sunt præacceptæ. Habet .n. imagines quidem vniuersorum intellectilium generum : exemplaria verò sensiliū : suam autem iuxta ea, quæ cogitationi subiecta sunt cōpleuit essentiam. Per hæcque veluti per mediā ad vniuersa ea, quæ sunt, & ea, quæ fiunt ascendit, atque descendit. Geometricē verò de ijs, quæ sunt, semper philosophando, in omnibus etiam virtutum rationibus cōprehendit imagines intelligentium, animaliumque, & naturalium rerum. Et omnes ordinatim Rerum publicarum tradit ornatus : & varias ipsarum in se ostendit mutationes. Hæc quidem agens imateriali quadam, cognoscendique vi : materiā verò attingens, multas à se se promit

mit scientias: vt Geodesiam, Mechanicam, & Perspectiuā. Quibus mortalium quoque vitam maximis afficit beneficijs. Bellica etenim instrumenta, ciuitatumque propugnacula hisce scientijs construxit. Et montium circuitus, locorumque situs cognitos fecit. Mensuras demum edocuit: alias quidem earum, quę in terra; alias verò earum, quę sunt in mari viarum. Necnon Libras, Trutinasque construxit. Ex quibus æqualitatem iuxta numerum, certā ciuitatibus reddidit. Itemque totius orbis terrarum ordinem, per imagines clarum effecit. Plurimaque hominibus ab ijs, quę incredibilia sunt, manifestauit, omnibusque ostendit credibilia. Quale sanè Hieron quoque Syracusius de Archimede dixisse fertur, cum nauem trinis instructam velis fabricasset, quam Ptolemæo Aegyptiorum regi mittere preparabat. Cum .n. omnes vnā Syracusij nauē illā protrahere minimè possent, Archimedes Hieronem solum ipsam subduxisse fecit. Stupefactus autē ille, ab hac (inquit) die de quocunque dixerit Archimedes, illi credendum est. Idem autem Gelonem etiam aiunt dixisse, cum corona, quam fabricatus est non soluta, singulum cōmistarum materiarum pondus comperisset. Hęc quidem Antiquorū plurimi memorię prodiderunt, Mathematicam laudibus efferre volentes; & proinde pauca ex pluribus nos in præsentī apposuius, Geometrię omnino cognitionem, vtilitatemque ostendentes.

Hierō Syracusius.

Gelonis corona.

Quis sit Geometrię ortus, quęque fuerint ipsius inuētores. Cap. III.

ORTUS autē ipsius, qui hoc seculo extiterit, posthęc indicandus est. Diuinus .n. Aristoteles dixit easdē sententias sæpe ad homines peruenire iuxta quasdam ordinatas ipsius orbis conuolutiones. Nec nostris quidem temporibus primū, vel eorū, qui à nobis cogniti sunt scientias constitutionem suscepisse, verū in alijs quoque conuolutionibus (nec licet dicere quot partim præteritis, partim autem futuris) & apparuisse ipsas, & rursus euanuisse. At quoniam principia quoque artium, atque scientiarum, iuxta præsentem conuolutionem consideranda sunt, dicimus quod à plerisque memorię proditum est, apud Aegyptios Geometriam primū inuentā fuisse, quę ab agrorum emensione ortum habuit. Hęc siquidē illis necessaria fuit, propter Nili inundationē, conuenientes singulis terminos diluentis. Nec mirum videri conuenit à cōmodo, & opportunitate tam huius, quā aliarum scientiarum inuentionem sumpsisse initium. Siquidem quod

Aristo. 1. de cœlo tex. 22. & 1. meteo. cap. 3.

Geometria ortum habuit ab agrorum emensione apud Aegyptios primū.

in

Apud Phē-
nicas nu-
merorū i-
cepit co-
gnitio.
Mathema-
tici clari.
Thales Mi-
lesius pri-
mus, ab
Aegypto i
Græciam
Geome-
triam trā-
stulit.
Ameristus
Hippias
Pythago-
ras.

Anaxago-
ras.
Oenopi-
des.

Hippocra-
tes.
Theodo-
rus.
Plato

Leoda-
mas
Architas
Thegetus

Neoclides
Leon.

Eudoxus.

in generatione fertur, ab imperfecto ad perfectum procedit. A' sen-
su igitur ad considerationem, & ab hac ad mentem non immerito fiet
transitus. Quemadmodum ergo apud Phēnicas propter mercaturas,
atque cōmercia, numerorum certa cognitio sumpsit exordium, ita sa-
nē apud Aegyptios quoque Geometria ob iam memoratam reperta
est causam. Cum itaque Thales primū Aegyptum petisset, hanc
cognitionem in Græciam transtulit. Et multa quidem ipse inuenit,
multorum autem principia sibi succedentibus enarrauit. Alia quidē
vniuersalius, alia verò sensibilius attingens. Post hunc autem Ame-
ristus Stesichori Poetę frater, tanquam qui Geometrię studium teti-
git, degustauitque memoratur, cuius Hippias quoque Eleus mentio-
nem fecit, veluti in Geometria gloriam reportantis. Post hos autem
Pythagoras eā Philosophiā, quæ circa ipsam Geometriā versatur, in
liberalis doctrinæ figurā cōmutauit, altius ipsius principia cōsiderans:
immaterialiterque, & intellectiliter theorematata perscrutans. Qui sa-
nē eorum etiam, quæ explicari in Geometria non possunt tractatio-
nem, mundanarumque figurarum constitutionē inuenit. Hunc verò
secutus Anaxagoras Clazomenius multa, quæ ad Geometriam per-
tinent aggressus est. Oenopidesque Chius, qui fuit Anaxagora ali-
quanto iunior, quorum Plato quoque in Riualibus meminit, veluti
eorum, qui in Mathematicis gloriā sint consecuti. Quibus succedens
Hippocrates Chius, qui lunulę quadraturam inuenit, Theodorusque
Cyrenęus insignes in Geometria euasere. Primus nanq; eorum, qui
cōmemorantur, Hippocrates Elementa conscripsit: Plato autē cum
his successisset, fecit tum Geometriam ipsam, tum etiā cæteras Ma-
thematicas Disciplinas maximum suscepisse additamentum, propter
ingens, quod ipsis adhibuit studium. Quēadmodum alicubi ipse sese
manifestat, & volumina Mathematicis sermonibus reddendo fre-
quētia: & vbiq; excitando quod in ipsis mirabile est, Philosophiāque
attingit. Hoc autem tēpore fuit & Leodamas Thasius, & Architas
Tarentinus, & Thegetus Atheniensis: a quibus theorematata aucta
sunt, ad peritioremque peruenere constitutionem. Leodamante au-
tem iunior Neoclides fuit, huiusque discipulus Leon: qui ad ea, quæ
superiores excogitauerant multa addiderunt. Ita vt Leon Elementa
quoq; construxerit accuratius, & propter multitudinem, & propter
vsum eorum, quæ in ipsis ostenduntur: & determinationem inuene-
rit, quando scilicet quod queritur problema possibile sit, & quando
impossibile. Eudoxus autem Cnidius Leonte quidem paulò iunior,
sodalis verò Platonis, primus multitudinem eorum theorematum,
quæ

quæ vniuersalia appellantur locupletiore reddidit: & tribus Proportionibus adiecit tres alias: & quæ circa sectionem à Platone sumptæ in initium, in huberiores diffudit multitudinem, resolutionibus etiam in ipsis usus. Amyclas verò Heracleotes vnus ex Platonis familiaribus, & Menæchmus Eudoxi quidem discipulus, cum Platone autem versatus, eiusque frater Dinostratus perfectiorem adhuc totâ fecerunt Geometriam. Theudius autem Magnes, tum in Mathematicis disciplinis, tum etiâ in reliqua Philosophia præcellere visus est. Elementa nanque construxit egregiè, multaqué particularium, magis vniuersalia fecit. Cyzicinus præterea Atheniensis nsdem temporibus vicens, & in alijs quidem Mathematicis disciplinis, potissimum autem in Geometria illustris euasit. Diuersabantur itaque hi inuicem in Academia, communes proponendo quæstiones. Hermotimus autem Colophonius, quæ ab Eudoxo, & Thegeto prius edita fuerant huberiora fecit, cõpluraque inuenit Elementa, Locosque nonnullos conscripsit. Philippus autem Mendæus Platonis discipulus, ab ipsoque in Mathematicis disciplinis incensus, & quæstiones iuxta Platonis institutiones faciebat, & hæc sibi proponebat exquirenda, quæcunque Platonicæ Philosophiæ conducere existimabat. Qui itaque historias perscribere, hucusque scientiæ huius perfectionem producant. Non multò autem his iunior Euclides est, qui Elementa collegit, & multa quidem construxit eorum, quæ ab Eudoxo: multa verò perfecit eorum, quæ à Thegeto reperta fuerant. Ea præterea, quæ à prioribus molliore brachio ostensa fuerant, ad eas redegit demonstrationes, quæ nec coargui, nec conuinci possunt. Fuit autem iste vir primi Ptolemæi temporibus. Archimedes nanque in primo, & in alijs libris Euclidis meminit. Quin etiam ferunt olim Euclidem à Ptolemæo interrogatum esset ne aliqua ad Geometriam capeffendam Elementari institutione breuior via, respondisse nullam esse viâ regiâ, quæ ad Geometriâ ducat. Platonis igitur familiaribus iunior quidē est, antiquior verò Eratosthene, & Archimede (hi .n. vno, eodemque tēpore vixerunt, vt tradit Eratosthenes) Secta aut Platonius, huicque philosophiæ familiaris est. Vnde sanè totius quoque Elementorū institutionis finē statuit, earū, quæ Platonice appellantur figurarū cōstitutionē.

Amyclas
Menæch-
mus.
Dinostra-
tus.
Theudius.

Cyzicinus

Hermoti-
mus.

Philippus
Mendæus.

Euclides.

Primus
Ptolem.
Archime-
des.

Eratosthe-
nes.

Platonice
figuræ.

Quæ Euclides Mathematica scripserit volumina.

Cap. V.

S Vnt itaque multa quoque alia huiusce viri Mathematica volumina,

Euclidis
opera

Perspecti-
ua.
Specula-
ria,
Musica.
Liber de
diuisioni-
bus.
Geometri-
ca Elemē-
ta.

Liber Men-
daciorum,
sive Falla-
ciarum.

na, admirandę diligentię, peritęq̃ue cuiusdam considerationis plena. Talis enim est eius Perspectiua, & Specularia. Tales etiam, quę ad Musicam capeffendam conducunt Elementares institutiones. Item- quę de Diuisionibus liber. Pręcipuę verò circa Geometricam Elementorum institutionem eum quispiam admirabitur, propter ordinem, & electionem eorum, quę per Elementa distribuit Theorematum, atque Problematum. Etenim non ea assumpsit omnia, quę poterat dicere, sed ea duntaxat, quę Elementari tradere potuit ordine. Adhuc autē omnis generis syllogismorū modos, alios quidē à causis fidem suscipientes, alios verò à certis notis profectos: omnes autem inuincibiles, & certos, ad scientiamq̃ue accommodatos. Pręter hos autem cunctas Dialecticas vias, Diuidentem quidem, in formarum inuentionibus: Desinentem verò, in essentialibus rationibus: Demonstrantem autem, in his, quę à principijs ad quęsita fiunt progressionibus: Resoluentem verò, in his, quę fiunt à quęsitis ad principia reuersionibus. Quinetiam varias conuersionum species, tum earum, quę simpliciores, tum etiam earum, quę compositiores sunt, in hac tractatione commodē est intueri. Et quę quidem tota totis conuerti possunt: quę verò, tota partibus, & contrā: quę autem vt partes partibus. Adhuc autem dicimus inuentionum continuationem, dispositionem, atque ordinem pręcedentium, & sequentium, vim, qua singula tradit, vel etiā quodcunque addens, vel auferens, haud fallitur à scientia elapsus, ad contrariumq̃ue mendacium, & ignorantiam deductus. Quoniam autem multa imaginamur tanq̃ quę veritati adherent, quęq̃ue parientibus sciētiam principijs sunt consequētia, quę tamen tendunt in eū, qui ex principijs fluit errorem, rudioresq̃ue decipiunt, horum quoque perspicacis prudentię Methodos tradidit. Quas habentes, exercere quidem poterimus ad fallaciarum inuentionem eos, qui hanc inspectionem aggrediuntur, ab omniq̃ue deceptione permanere immunes. Atque hoc sanē volumen, per quod hanc infert nobis preparationē (*παρασκευή*) hoc est Mendaciorū, siue Fallaciarum inscripsit. Quippe qui modos ipsarum varios ordinatim enumerauit, atque in vno quoque cogitationem nostram varijs exercuit theorematibus. Et mendacio verum comparauit, experientięq̃ue ipsi, deceptionis redargutionem coaptauit. Hic itaque liber purgandi, exercendiq̃ue vim habet. Elementaris verò ipsius peritę Geometricarum rerum contemplationis institutio, inuincibilem, perfectamq̃ue habet enarrationem.

Quod

Quod nam sit Geometrie Propositum.

Cap. VI.

QUod igitur huius tractationis Propositum sit, fortasse sciscitabitur aliquis. Ego autem huic quoque dicerem, Propositū esse distinguendum, tum iuxta res, de quibus quæsitæ sunt, tum etiam iuxta addiscentem. Et ad ipsa quidem subiecta respicientes, dicimus quod de Mundanis utique Figuris omnis Geometræ est sermo. Quippe qui à simplicibus quidem incipit, in harum verò constitutionis varietatem definit. Et seorsum quidem singulas constituit, simul verò ipsarum in Sphæram inscriptiones, quasque habent rationes tradit. Quapropter singulorum quoque librorū Proposita ad Mundum esse referenda nonnulli opinati sunt, ipsorumque vsum, atque vtilitatem, quam ad Vniuersi contemplationē nobis afferrent, memoriæ prodiderunt. Ad addiscentem verò respiciendo Propositum distinguentes, hoc ipsum quod (Stichiosis) dicitur, hoc est Elementorum institutio, ipsi Propositum esse dicemus: necnon addiscentium cogitationis perfectionem ad vniuersam Geometriam. Ab his enim auspicantes reliquas quoque huiusce scientiæ partes cognoscere, varietatēque in ipsa existentem comprehendere poterimus. Et sine his impossibilis nobis, incomprehensibilisque cæterorum est disciplina. Principalissima nanque, ac simplicissima, primisque suppositionibus maximè cognata Theoremata hic ordine decenti congregata sunt. Cæterorumque demonstrationes his tanquam notissimis vtuntur, ab hisque egressæ sunt. Quemadmodū sanè Archimedes quoque in ijs, quæ de Sphæra, & Cylindro cōscripsit, & Apollonius, ac reliqui omnes ijs, quæ in hac ostensa sunt tractatione, tanquā euidentibus videntur vti principijs. Propositum igitur id est, addiscentes nempe ad totam scientiam Elementis instituire, Mundanarumque Figurarum determinatas constitutiones tradere.

Duplex p
positum.Primum
Geometre
PropositūQuorūdā
opinio.Secundum
Geometre
PropositūArchime-
des.Apollo-
nius.Geome-
træ
torum
Propositū

Vndenam ortum sit Elementaris institutionis nomen,

& cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est

Elementorū institutor vocetur.

Cap. VII.

HOc ipsum autem (Stichioscos) hoc est Elementaris institutionis, ipsiusque Elementi nomen, ex quo Elementaris quoque institutio,

Inscriptio

F quā

Triplex
Theore-
ma.

Elementū
quid.

Elementa
re quid.

Theore-
ma.

Quid sit
Theorema
quod neq;
Elementū
est, neque
Elemēta-
re.

Duplex E-
lementum
ex Menē-
chmi sen-
tentia.

Petitione;
Theorema
tū Elemē-
ta sunt.

Cur Eucli-
dis Theore-
mata Ele-
menta vo-
centur.

Difficile ē
Elementa
cōstruere.

quam habet rationem, ut sanè de inscriptione etiam aliquid quæra-
mus? Theorematum itaque alia quidem Elementa, alia verò Ele-
mentaria appellare consueverunt, alia autem extra horum vim de-
terminantur. Elementa igitur nominantur illa quidem, quorum
consideratio ad aliorum pertransit scientiam, & ex quibus dubio-
rum, quæ in ipsis contingunt succurrit nobis solutio. Nam quem-
admodum vocis literatæ sunt quædam principia prima, & simplicis-
sima, & indivisibilia, quibus Elementorum nomen dicamus, omnis-
quæ dictio, atque oratio ex his constituta est: ita sanè totius quoque
Geometriæ sunt quædam Theoremata principalia, & ad ea, quæ se-
quuntur, principij rationem habentia, & ad omnia spectantia, mul-
torumquæ accidentium demonstrationes præbentia, quæ Elementa
appellant. Elementaria verò sunt, quæcunque ad plura se extendūt,
& simplicitatem quandam, atque suauitatem habent, non tamen
eiusdem sunt dignitatis, cuius Elementa: eò quòd sua contempla-
tio ad omnem scientiam communis non est, Exempli gratia,
Triangulis ab eorum Angulis ad Latera ductas Perpendiculares
in vno Signo coincidere. Quæcunque demum neque extensam
in multitudinem cognitionem habent, nec porro scitum quic-
quam, atque elegans patefaciunt, hæc cadunt etiam extra Ele-
mentarium vim. Rursus autem Elementum (ut ait Menæch-
mus) dupliciter dicitur. Quod enim confirmat, eius quod con-
firmatur Elementum est. ut Primum apud Euclidem Secundi,
Quintiquæ, Quartum. Sic porro multa quoque inuicem alterum
alterius Elementa esse dicentur. Mutuò enim confirmantur.
Nam & ex eò, quòd extrinseci Rectilineorum Anguli, quatuor
sunt rectis æquales, intrinsecorum rectis æqualium multitudo, &
è contrario ex hoc illud, ostenditur. Sumptioniquæ huiusmodi
Elementum assimilatur. Aliter præterea dicitur Elementum, in
quod cum sit magis simplex, compositum dissolvitur. Ita autem
non omne rursus, omnis Elementum vocabitur: verum ea, quæ
principalissima sunt, eorum, quæ in rei effectæ ratione sunt consti-
tuta. Quemadmodum Petitiones, Theorematum Elementa
sunt. Iuxta autem hoc Elementi Significatum Euclidis quoque
Elementa constructa sunt. Alia quidem illius Geometriæ, quæ
circa Plana versatur, alia verò Stereometriæ. Eodem sanè mo-
do in Arithmeticis quoque, in Astronomicisque Elementares in-
stitutiones multi conscribere. Difficile autem hoc est, eligere
quidem, commodequæ in vnaquaque scientia ordinare Elementa,

ex

ex quibus reliqua omnia egrediantur, in quæque resoluantur. Atque eorum, qui huic rei operam nauarunt, alij quidem plura, alij verò pauciora colligere potuerunt. Et alij quidem breuioribus vsi sunt Demonstrationibus, alij verò in infinitam longitudinem tractationes produxere. Et alij quidem modum per impossibile, alij verò Proportionem prætermiserunt, alij autem præparationes aduersus destruantes principia moliti sunt. Omninoque plurimi Elementaris institutionis modi à singulis fuerunt inuenti. Oportet autem hanc tractationem omne quidem, quod superuacaneum est de medio tollere: impedimentum siquidem hoc in scientia est. Cuncta verò propositum continentia, concludentiaque eligere: commodissimum enim hoc in scientia est, atque vtilissimum. Diluciditatis autem simul, ac breuitatis maximam habere curam: harum namque contraria cogitationem nostram perturbant. Vniuersalem denique Theorematum in terminis comprehensionem sibi vendicare: quæ enim doctrinam in particularia frustra dissecant, incomprehensibilem efficiunt cognitionem. Omnibus autem his modis Elementarem Euclidis institutionem, aliorum institutionibus excellere facile quispiam reperire posset. Ipsius enim utilitas quidem, ad primariarum Figurarum contemplationem maxime confert: diluciditatem verò, ordinatamque traditionem, ille, qui fit à simplicioribus ad magis varia transitus efficit, nec non ea, quæ à communibus notionibus habet initium cognitionis perceptio: Vniuersalitatem autem demonstrationis, ea, quæ fit ex primis, principalibusque Theorematis ad Quæsitam migratio. Etenim quæcunque prætermittere videtur, vel ipsædem vris cognita fiunt, vt Scaleni, Acquirurisque constitutio: vel tanquam ea, quæ difficilem, infinitamque varietatem inferunt, ab Elementorum electione longe aliena sunt, qualia sunt ea, quæ de Perturbatis habentur Rationibus, quæ Apollonius copiosius tractauit: vel quia ex his, quæ tradita sunt tanquam ex causis facile constituuntur, quæadmodum plurimæ Angulorum, Linearumque species. Hæc enim ab Euclide quidem omissa fuere, apudque alios longum sunt sortita sermonem, cognoscuntur autem à simplicibus. Atque hæc de vniuersa Elementari institutione perscribenda nobis erant.

Diuerfis
modis mul-
ti Elementa-
ta tradide-
runt.

Condones
quæ requi-
runtur ad
optimam E-
lementorū
institutio-
nem.

Euclidis
Elementa-
ris institu-
tio oēs iā
dictas ha-
bet condi-
tiones. Et
ideo om-
nes aliorū
institutio-
nes excel-
lit.
Cur quæ-
dā ab Eu-
clide præ-
termittantur

Apolloni-
us.

Quis nam sit Geometricorum sermonum ordo.

Cap. VIII.

Vniuersum autem sermonum, qui in ipsa sunt ordinem hoc pacto

F 2 nunc

Prima phi-
losophia.

nunc edocebimus. Quoniam hanc scientiam (Geometriam inquā) ex suppositione constare dicimus, ex definitisque principiis reliqua, quæ sequuntur demonstrare (vna enim tantum absque suppositione est, reliquæ verò omnes ab illa sua assumunt principia) necesse est utique Geometricam Elementorum institutionem construendam seorsum quidem scientiæ tradere principia, seorsum verò, quæ ex principiis fluunt conclusiones: de quæ principiis nullam reddere rationem, quæ autem principia consequuntur, rationibus confirmare.

Nulla scia
sua demon-
strat prin-
cipia.

Nulla nanque scientia sua demonstrat principia, neque de ipsis verba facit: verum circa ipsa per sese sibi facit fidem, magisque sunt ei euidencia, quam quæ ab illis deriuantur. Et illa quidem per sese, hæc verò deinceps per illa cognouit. Ita enim naturalis quoque Philosophus à definito rationes propagat principio, motum esse supponens.

Motus, vt
suppositio
principiū ē.

Ita Medicus, cæterarumque scientiarum, atque Artium vniuscuiusque peritus. Quod si quis principia, & quæ de principiis sciant, in idem permisceat, is totam perturbat cognitionem, eaque conglutinat, quæ nullo pacto inuicem conueniunt. Principium siquidem, & quod ab ipso emanat, natura ab inuicem distincta sunt. Primum itaque (vt dixi) principia, ab eis, quæ principiis consequentia sunt, distinguenda

Euclides.

erant. Quod sanè Euclides in vnoquoque (vt ita dicam) suorum librorum facit, qui ante etiam omnem tractationem communia scientiæ huius exponit principia. Deinde ipsa quoque communia principia

Quo differant inter
se Pronun-
tium, Peti-
tio, & Sup-
positio ex
sententia
Arist. 1. pō-
ste. tex. 25

in Suppositiones, Petitiones, Pronuntiataque diuidit. Differunt namque hæc omnia inuicem, nec idem est Pronuntiatum, & Petitio, & Suppositio (vt alicubi diuinus Aristoteles asserit) sed cum quidem, & addiscenti cognitum, & per sese credibile fuerit quod in principii assumitur ordinem, hoc tale Pronuntiatum est: vt, quæ eidem equalia, ad inuicem quoque equalia esse. Cum verò audiens dicente aliquo, eius, quod dicitur notionem non habuerit, quæ per sese fidem faciat, verumtamen ponit, conceditque id assumenti, tale suppositio est. Nam quod Circulus sit eiusmodi Figura, non quidem iuxta communem notionem nulla præcedente doctrina præsumpsimus: verum audiendo, absque demonstratione concedimus. Cum autem rursum nec cognitum fuerit id, quod dicitur, neque ab addiscente concessum, assumitur tamen, tunc id (inquit) Petitionem appellamus: sicut, omnes rectos angulos equalia esse. Hoc autem hi manifestum faciunt, qui de aliqua Petitione tanquam de eo, quod à nullo per se se concedi potest, pertractare studuerunt. Ac iuxta quidem Aristotelis doctrinam hoc modo distinguuntur Pronuntiatum, Petitio, atque Suppositio.

fitio . Sæpenumero autem omnia quoque hæc quidam Suppositiones vocant, quemadmodum Stoici, omnem simplicem Enuntiationem Axioma vocarunt . Quamobrem iuxta quidem horum sententiam, Suppositiones quoque erunt Axiomata : iuxta verò aliorum opinionem Axiomata etiam Suppositiones appellabuntur . Rursus autem, quæ ex principiis scaturiunt , in Problemata , Theoremataque diuiduntur . Illa quidem Figurarum Ortus, Sectiones , Ablationes , vel Additiones, omnesque prorsus, quæ circa ipsas sunt affectiones continentia : Hæc verò, quæ per sese singulis accidunt ostendentia . Quæadmodum enim effectrices Scientiæ, contemplationis sunt participes: eodem sane modo contemplantes quoque, operationum loco Problemata præassumpserunt . Olim autem veterum Mathematicorum alij quidem omnia appellare Theoremata voluerunt , quemadmodum Speusippi, Amphinomique Sectatores, arbitrati scientiis contemplantibus magis esse propriam Theorematum appellationem, quam Problematum . Præsertim cum de æternis verba faciant . Ortus enim in æternis non est . Quamobrem neque Problema locum in his quidem habebit : ortum, affectionemque eius, quod prius non erat enuntiando, ut puta Acquilateris Trianguli constitutionem , vel Quadranguli data recta linea descriptionem , vel rectæ Lineæ ad datum Signum positionem . Melius itaque (inquirunt) est, dicere quod omnia, huiusmodi sunt . Ortus autem ipsorum non efficiendo, sed cognoscendo cernimus, perinde ac si fiant, quæ semper sunt accipientes . Quapropter cuncta etiam Theorematicè , non autem Problematicè suscipi dicemus . Alij verò contrà cuncta dicenda esse Problemata censebant : Quemadmodum qui Menegmum secuti sunt Mathematici . Munus autem Problematis esse duplex , aliquando quidem quæsitum comparare , aliquando verò cum determinatum illud acceperint, videre vel quid sit, vel quale quid sit, vel quid affectionis habeat, vel quos ad aliud respectus . Et rectè quidem utriusque dicunt . Siquidem & Speusippi sectatores bene sentiunt . Non enim eiusmodi sunt Geometriæ Problemata , cuiusmodi Mechanices . Sensilia nanque ea sunt, ortumque habentia , & cuiuscunque generis mutationem . Et qui Menegmum secuti sunt, à veritate non dissentiunt . Siquidem neque Theorematum inuentiones , absque in materiam accessu esse vlllo modo possunt : materiam inquam intellectilem . In illam itaque rationes progressæ, ipsamque informantes, non immerito utique generationibus assimilari dicuntur . Cogitationis nanque nostræ motum, rationumque in ipsa existentium productionem : Figurarum,

Stoicorū
opinio.

Quæ à pri
cipiis ema
nāt in Pro
blemata,
Theorema
taq; diui
duntur.

Speusippi,
& Amphi
nomi opi
nio .

Eorū fun
damētum.

Meneg-
mi opinio.

Munus p-
blematis
duplex se-
cundū Me
negmum

Duarū su-
periorum
opinionū
cōciliatio.

Intelligi-
bilis ma-
teria.

Aliorū opinio, in quo differat theorema à Problemate. Materia Problematis, & theorematidis, quid. Prædicatū symptomatis quid.

rarum, quæ in Phantasia sunt, nec non earum, quæ circa ipsas versantur affectionum, ortum esse dicimus. Ibi enim sunt & Constitutiones, & Sectiones, & Positiones, & Applicationes, & Additiones, & Ablationes. Cuncta autem, quæ in Cogitatione sunt, sine ortu, omni- quæ mutatione constiterunt. Sunt itaque & Problemata Geometri- ca, & Theoremata. Quoniam autem contemplatio in ipsa abundat Geometria, quemadmodum effectio in Mechanicis, omnia quoque Problemata contemplatione participant: non tamen contra. Pro- fus nanque Demonstrationes contemplationis sunt opus, cuncta au- tem, quæ in Geometria post principia sunt, per Demonstrationem sumuntur. Proinde Theorema communius est. Non omnia autem Theoremata Problematibus egent, sed sunt quædam, quæ etiam ex se se Quæsti Demonstrationem habent. Alij autem Theorema à Problemate distinguentes aiunt, omne quidem Problema, vnum- quodque eorum, quæ de eius prædicantur materia, suumque opposi- tum suscipere: omne verò Theorema, prædicatum quidem suscipe- re symptoma, non autem & oppositum. Ipsorum autem Materiam quidem dico genus, de quo quæritur, utputa Triangulum, vel Qua- drangulum, vel Circulum: Symptoma verò prædicatū, id, quod per se se accidens vocatur, utputa Aequalitatem, vel Sectionem, vel Posi- tionem, vel aliquid aliud huiusmodi. Cum igitur ita quispiam pro- posuerit, in Circulum intendere Triangulum æquilaterum, Proble- ma dicit. Possis nanque in ipsum & non æquilaterum intendere. Rursusque super datam rectam Lineam terminatam Triangulum æquilaterum constituere. Fieri enim potest, ut & non æquilaterum constituatur. Cum autē Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales esse quispiā proposuerit, Theorema eum proponere dicen- dum. Fieri enim non potest, ut non æquales etiam sint Anguli, qui ad Basim sunt Aequicrurium. Quo circa siquis Problematicè for- mans dicat, in Semicirculo rectum velle extendere Angulum, Geo- metriæ ignarus existimabitur. Omnis .n. qui in Semicirculo existit, Rectus est. In quibus ergo Symptoma vniuersale est, totamque ma- teriam comitatur, hæc Theoremata dicenda sunt: in quibus verò nō vniuersale, nec subiectum prorsus consequitur, id Problema ponen- dum est. Ut datam rectam Lineam terminatam, bifariā, vel in par- tes æquales secare. nam fieri potest, ut in nō æquales quoque secetur. Omnem rectilineum Angulum bifariam, vel in partes æquas dispe- scere. datur enim & in non æquales diuisio. Ex data recta Linea Quadrangulum describere. potest siquidem, & non Quadrangulum descri-

describi. Atque omnia quæcunque id genus sunt, in Problematum veniunt ordinem. Sectatores autem Zenodori, qui Oenopidis quidem doctrinæ fuit familiaris, Andronis verò discipulus, Theorema à Problemate distinguebant, quatenus Theorema quidem quærit quid sit symptoma, quod de ea, quæ in ipso est materia prædicatur: Problema autem quo existente, quid sit. Vnde Posidonij sectatores Theorema quidem Propositionem definierunt, perquam quæritur sit nec ne: Problema verò, Propositionem, in qua quæritur quid est, vel quale quid est. Et illam quidem, cōtemplantem Propositionem enuntiando formare nos oportere dicebant, vt omne Triangulum duo habet Latera reliquo maiora, omnisque Acquiruris æquales sunt, qui ad Basim sunt Anguli: Hanc verò, problematicam, veluti quærentes sit ne super hanc rectam Lineam Triangulum constituere. Differe enim (dicebant ipsi) absolute quidem, atque indefinite quærerere sit ne ab hocce Signo huicce rectæ Lineæ rectam Lineā ad Angulos rectos erigere, & quæ nam sit ipsa Perpendicularis inspicere. Ceterum quod quidem nonnulla sit inter Problema, & Theorema differentia, ex his, quæ iam diximus manifestum est. Quod autem Euclidis quoque Elementaris institutio habet partim quidem Problemata, partim verò Theoremata, hoc ex singulis manifestum fiet. Siquidem ipse quoque in fine eorum, quæ demonstrantur adiecit, interdum quidem [quod ostendendum erat] interdum verò [quod faciendum erat] vt hæc quidem particula [quod faciendum erat] Problematum, illa verò [quod ostendendum erat] Theorematum sit designatrix. Licet enim (vti diximus) in Problematibus etiam Demonstratio sit, veruntamen quandoque quidem Demonstratio quoque generationis gratia, nam vt ostendamus quod id, quod iussu erat, factum est, Demonstrationem assumimus: quandoque verò, ipsa per se se digna est, siquidem Quæsitæ naturam in medium afferre potest. Inuenies autem Euclidem interdum quidem Theoremata Problematibus contextentem, ipsisque alternatim vtentem, vt in primo libro: Interdum verò alteris abundantem. Nam quartus quidem liber totus Problematum est, quintus verò, Theorematum. Totidem de his etiam à nobis dicta sint.

Quo differat Theorema à Problemate iuxta Zenodori opinionem. Definitio Theorematis, & Problematis à Posidonij sectatoribus tradita.

Euclidis Elementaris institutio Problemata hæc, & Theoremata.

Huius rei causam vide inferius in lib. 3. in com. propositionis 4. & 9. atque aliis locis

Quod sit primæ libri Propositum.

Cap. VIII.

Post hæc autem cum primi libri Propositum determinauerimus, diui-

Primi libri
Propositū.

Maximè
primæ, &
principalis
sine Recti-
lineorū Fi-
guræ Triā-
gulum, &
Parallelo-
grāmum.

Triangulū
æquilaterū
trium Ele-
mentorum
est proxima
causa, Quadran-
gulum ve-
rò, vnius.

diuisionemque in medium attulerimus, tractationem de Definitionibus aggrediemur. Propositum itaque in hoc libro est, Rectilineorum contemplationis principia tradere. Quauis .n. Circulus, deque ipso consideratio, Rectilineorum essentia, ac cognitione præstantior sit, de his tamen doctrina nobis imperfectioribus, a sensilibusque ad intellectilia Cogitationē transferre festinantibus magis conueniens est. Etenim sensilibus quidem rectilineæ Figuræ sunt propriæ, intellectilibus verò, Circulus. Quoniam sanè quod quidem simplex, & vniforme, & definitum est, naturæ eorum, quæ sunt competit: quod autem varium existit, indefiniteque continentium Laterum numero crescit, ad sensilia spectat. In hoc igitur libro maximè primæ, principalissimæque Rectilineorum Figuræ traduntur, Triangulum inquam, & Parallelogrāmum. In his enim tanquam sub genere Elementorum quoque causæ continentur. Aequicrus scilicet, atque Scalenum, & quæ ex his constituuntur, æquilaterum quidem Triangulum, & Quadrangulum, ex quibus, quatuor Elementorum Figuræ constitutæ sunt. Reperiemus ergo, tum æquilateri Trianguli, tum Quadranguli ortum, illius quidem super datam rectam Lineam, huius verò ex data recta Linea. Aequilaterum itaque Triangulū proxima trium Elementorum est causa, Ignis scilicet, Aeris, & Aquæ. Quadrangulum verò Terræ annexum est. Ac demum primi libri Propositum toti cōuenit tractationi, ad vniuersamque mundanorum Elementorum confert cognitionem. Quinetiam addiscentes instituit in eam, quæ de rectilineis Figuris est scientiam. Prima siquidem ipsarum recte inuenit principia, accurateque colligauit.

Primi libri Diuisio Cap. X.

Prima pars
primi libri
eiusque pro-
positum.

Secunda, &
eius propo-
situm.
Tertia, &
eius propo-
situm.

Diuiditur autem liber in tres maximas partes, quarum prima quidem Triangulorum ortus, proprietatesque declarat, tum iuxta Angulos, tum etiam iuxta Latera. Ipsorum insuper comparationes facit adinuicem, atque vnumquodque per se se inspicit. Triangulum namque vnum accipiens, interdum quidem a Lateribus Angulos considerat, interdum verò ab Angulis Latera: iuxta æqualitatem, atque inæqualitatem. Duoque supponens, eadem rursus varijs rationibus reperit. Secunda autem, contemplationem de Parallelogrāmis contexit, Parallelarum proprietates, Parallelogrāmorūque generationes describens. Itemque Symptomata, quæ sunt in ipsis demonstrans. Tertia verò, Triangulorum, Parallelogrāmorūque cōmunicationem ostēdit,

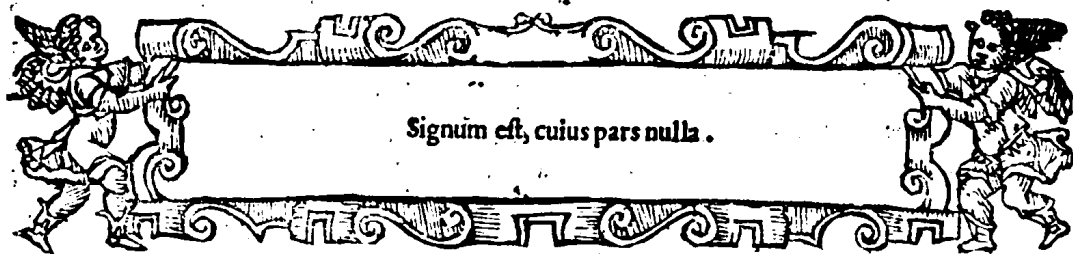
ostendit, & in Symptomatibus, & in ijs, quæ ad inuicem fiunt comparationibus. Etenim quæ in eisdem, & in æqualibus sunt Basibus Triangula, atque Parallelogrāma iisdem affici passionibus ostendit: & per complicationem, vtrisque in vna Basi existentibus: & quonā pacto fiat Parallelogrāmum æquale Triangulo: ac deniq; de ijs, quæ in rectangulis Triangulis à Lateribus describuntur Quadrangulis, quam habeat rationem quod à subtendente rectum Angulum fit, ad ea, quæ à comprehendentibus ipsum. Talis fit & Diuisio.

Quædā ad lectores Præmonitio. Cap. XI.

Incipientes autem de singulis quoque inquirere, præadmonemus eos, qui lecturi sunt, non eas à nobis exigere Sumptiunculas, & Casus, & siquid aliud id genus est, quæcunque ab ijs, qui nos antecesserunt diuulgata fuere. Nam horum quidem satietate sumus affecti, & ipsa proinde rarò attingemus. Quæcunque autem difficiliorem habent contemplationem, ad vniuersamque spectant Philosophiam, horum præcipuam faciemus cōmemorationem. Pythagoreos imitantes, quibus hoc etiam Aenigma erat in promptu [Figura, & Gradus: non autem Figura, & tres Oboli.] ostendentibus quòd vtiq; oportet eam sectari Philosophiam, quæ per vnumquodq; Theorema Gradum ascendit, Animamque tollit in altum: non autem in sensilibus eam permanere sinit, & contubernalem mortalibus exple-re vsum, huicque consulentem, quæ hinc fit euectionem negligere.

Pythago-
reorum
Aenigma

INCIPIT TEXTVS.



Signum est, cuius pars nulla.

Definitio
prima.

QVòd quidem iuxta eum, qui à compositionibus ad simpliciora fit transitum Geometra excuturrit à Corpore quidem, quod trinis dimensionibus distat, ad Superficiē, quæ hoc terminat: à superficie aut ad huius Terminū Lineam: à Linea verò ad Signū ab omni dimensione immune, sæpenumero dictum fuit, & omnino manifestum est. Quoniam autem isti Termini in compluribus quidem locis propter

Cōment.
primum.

Geome-
tra pgre-
ditur à cō-
positiori-
bus ad sim-
pliciora.

G sim-

Quæ ubi
Termini
Termina-
tis præcel-
lunt, & ubi
Termina-
ta, Termi-
nis.

In imma-
terialibus
rebus sim-
pliciora præ-
cellunt com-
positiori-
bus.

Termini
imateria-
les præcel-
lunt Ter-
minatis im-
ateria-
libus.

Ratio.
In mate-
rialibus re-
bus compo-
sitorum sim-
pliciorum
præcellunt.
Termina-
ta mate-
rialia præ-
cellunt Ter-
minis ma-
terialibus.
Ratio.

Confirma-
tio eorum
quæ dicta
sunt.

simplicitatem, natura compositorum præstantiores esse videntur: in compluribus verò, cum in ijs, quæ ab ipsis terminantur habeant existentiam, accidentibus similes sunt, determinandum horum v-
trunque in quibus eorum, quæ sunt generibus inspicitur. Dico itaque quòd ea quidem, quæ materiæ sunt expertia, & in separatis subsistunt rationibus, formisque ipsis, quæ sunt sub se se collocatæ, semper prius sortita sunt simpliciorum subsistentiam principaliorum, compositio-
rum subsistentia. Proptereaquæ & in Mente, & in Ornatibus tū me-
dij, tū ijs, qui Animæ sunt, & in Naturis ipsis, quæ proxime corpora viuificant, ijs, quæ terminantur, Termini iuxta essentiam præcellunt: & quàm ipsa magis impartibiles, & magis vniformes, & magis pri-
marij sunt. Vnum enim in immaterialibus Formis, multitudine: & impartibile, eo, quod vndequaque progreditur: & quod terminat, eo, quod Terminum ab alio suscipit perfectius est. Quæ verò materiæ egent, & in alijs consistunt, & à sua degenerant essentia, & circa subiecta sparguntur, vnionemquæ habent ascititiam, compositio-
res sortita sunt rationes prius quàm simpliciores. Et propterea quæ in Phantasia, & earum, quæ sub Phantasiam cadunt Figurarum materia, informata apparent, quæquæ in sensilibus sunt à Natura progenita, præeuntes quidem habent eorum, quæ terminantur ra-
tiones: Sequentes verò eorum, quæ terminant, atque aduentitias. Ne enim quod trinis distat dimensionibus, in infinitam extendatur magnitudinem vel intelligentia, vel sensu, per Superficiem vndequa-
que terminatum fuit. & ne Plana Superficies in infinitum progressa lateat, Linea ipsam præassumpsit, determinauitquæ ipsi adueniens. & Signum similiter Lineam: compositis propter simplicia subsisten-
tibus. Etenim hoc quoque rursus manifestum est, quòd in separatis quidem Formis, Terminorum rationes in seipsis sunt, non autem in ijs, quæ terminantur. & manentes quæ re vera sunt, Secundorū con-
stituendorum vim habent. In inseparabilibus verò Formis, se se ijs, quæ terminantur dederunt, in illisque sitæ sunt, & factæ sunt veluti partes eorum, suntquæ deterioribus refertæ. Quocirca & impartibile ibi partibili essentia, & Latitudinis expers Latitudine prædita sunt. Suamquæ simplicitatem, atque puritatem non amplius Ter-
mini custodire possunt. Cum enim in alio consistent, naturam suam in subiecti materiam immutarunt. Materia siquidem ho-
rum perturbauit perfectionem, & Plani quidem ratio profundum efficit Planum: Lineæ autem, vnica obscurans dimensionem, vndique fit partibilis: Signi verò, corporea perficitur, simulquæ distra-

distrahitur cum ijs, quæ ab ipso terminantur. Cunctis enim hisce rationibus in materiam delapsis, his quidem à cogitatione in intellectualem, his verò à natura in sensilem, subiectis refertæ sunt. à suaquæ simplicitate in alienas compositiones, atque Interualla discesserunt. Verum enim vero, quonam pacto cunctis in Mente, atque in Anima impartibiliter, & sine vlla dimensione existētibus, in materia alia quidem præcipuè, alia verò propter eius naturam partita sunt? An etiam formis immaterialibus ordo quidam est, vt quædam primum, & quædam medium, & quædam vltimum sortitæ sint locum: & formarum aliarum quidem magis vniformes sunt, aliarum verò, magis multiplicantur: & aliarum quidem aggregatas suas habent potentias, aliarum verò in Interuallum tendentes: & aliarum quidem Fini vicinæ sunt, aliarum autem Infinitati? Etsi enim hisce duobus principijs omnes participant, verūtamen alię quidem ab vno, aliarum verò ab altero ortæ sunt, eiusquæ magis participes fiunt. Signum itaque ibi prorsus est impartibile, siquidem iuxta quoque Finem subsistit. Habet autem vim infinitam latēter, qua etiam omnia producit Interualla. Progressusquæ omnium Interuallorum infinitam eius explicat vim. Corpus autem, & Corporis ratio infinite naturæ magis est particeps. Quapropter eorum quoque numero est, quæ aliunde terminantur, iuxtaquæ omnes dimensiones in infinitum diuiduntur. Quę verò inter hæc media sunt, secundū Extremorū distātiā, aut ex eorū sunt numero, quę Fine abundant: aut ex eorum, quæ Infinitate affluunt. Quocirca & terminant, & terminantur. Siquidem quatenus ex Fine constant, alia terminare possunt, quatenus autem Infinitate participant, indigent vt ab alijs terminentur. Cū ergo Signum quoque Terminus sit, in participatione propriam conseruat potentiam. Cū autem Infinitatem latenter habeat, & vbique ijs, quæ ab ipso terminantur adesse cogatur, infinite in ipsis est. Et quoniam Infinitum ibi vis quædam erat, ea, quæ Interuallis distant producere potens, vi in ijs, quæ participant adfuit. Infinitas nanque in illis quidem (intellectilibus inquam) primaria fuit causa, & ferax vniuersorum vis. In materialibus verò, imperfecta, & vi tantum omnia existens. Vtique paucis rem complectar, formæ, quæ propter simplicitatem, atque impartibilitatē in principijs superiorē tenent locū, in participationibus seruant quidē (vt natura eis cōparatum est) suam proprietatem, deteriores tamen cōpositionibus factę rationibus. Materia namq; harū clarius potest fieri particeps, ad hasquæ potius quā ad simplicissimas eorum, quæ sunt causas suscipiendas præparari. Qua propter se-

Nota hic
Duplicem
materiam

Dubitatio

Solutio.
Formarū
imateria-
lium ordo

Respondet
tacitę o-
bjectioni.

paratorum quidem principiorum vestigia descendunt in ipsam, Secundorum verò, atque Tertiorum participationes, euidentiores apparent. Magis ergo Corporis causæ est particeps, quàm Plani, huiusque magis, quàm formæ ipsius lineæ. & huius adhuc magis, quàm Signi hæc omnia terminantis, atque continentis. Nam Signi ratio toti huic catenæ præest, omniaque partibilia vnit, ac continet, eorumque progressus terminat, & producit omnia, atque vndequaque comprehendit. Idcirco in imaginibus quoque alia quidem aliorum Termini sunt, Signum verò, omnium. Quòd autem non opinandum est huiusmodi Terminos (Corporum inquā) sola excogitatione subsistere, quemadmodum Stoici censuerunt: verum esse quasdam huiusmodi naturas in ipsis, quæ sunt, ipsorumque rationes opificas, præ se ferre, in memoriam quidem redigissemus si ad totum inspexissemus Mundum, & eas, quæ in ipso sunt conuolutiones, conuolutionumque Centra, nec non ad Axes per tota ipsa penetrantes. Centra nanque actu subsistunt, siquidem Sphæras continent, in statuque suo conseruant, & ipsarū Interualla vniunt, & potentias in ipsis existentes constringunt, ad seseque constabiliunt. Axes autē ipsas euoluunt, atque circūducunt, & circa se se reuoluunt ipsi immobiliter siti. Quinetiam Poli Sphærarum & ipsos Axes terminantes, & cæteras conuolutiones in se se constringentes, quopacto perspicue non ostendunt Signa potentias habere opificas, & capaces, & eorum, quæ interuallis distant omnium perfectrices, & vnionis, atque incessabilis motus præbitrices? Vnde sanè Plato quoque Adamantinam esse dicit ipsorum subsistentiam, immutabilem ipsorum essentiae vim, & æternam, & stabilem, quæque eodem semper modo se se habet, ostendens. Fusumque ait totum circa ipsa verti, & circa ipsorum vnionem circūsilire. Aliæ autem magis reconditæ, abstrusæque orationes Opificem quoque Mundo aiunt assistere Polis insidentem, suoque diuino Amore Vniuersum ad se se conuertentem. Pythagorei verò Polum quidem Rheg Sigillum appallandum esse censebant. Quoniam diuinitas, quæ cuncta producit animalia, eisque vitā largitur, inexplicabilē, efficacemque vim per hæc in vniuersum effundit. Centrum autem, Iouis carcerem. Quoniam cum opificam custodiam Iuppiter in sinu Mundi posuisset, in Medio ipsam firmiter collocauit. Centro siquidē manente Vniuersum quoque immobilem suum habet ornatum, & assiduam conuolutionem: manentque omnia suum custodientia ordinem immutabilem: & qui Polis assistunt Dii, diuisorum collectricem, multiplicatorumque vnitricem adepti sunt potentiam: quæque

Axes

Digressio

Stoicorū
opinio, ip
siusq; op-
pugnatio.Cætra qd
faciant.

Axes.

Poli.

Pla. in ro.
de Rep.Pythago-
rei qua de
causa Po-
lum Rheg
Sigillū ap-
pellabāt.Cur cen-
trū Iouis
carcerem.Dii Polo-
rum.

Axes sortiti sunt, conuolutiones coercent, æterneque euoluunt. Et si fas est nostram in medium afferre sententiam, Cœtra quidem Sphærarum omnium, atque Poli conciliantium Deorum Notæ sunt, imperceptibilem eorum, atque vnientem compositionem affingentes. Axes verò, vniuersorum ornatuum cohærentias exprimunt: Mundanasque ipsi integritates, & circunuolutiones comprehendendi vim habent, quemadmodum illa, intelligentes, Sphæræ autem ipsæ Deorum ad perficiendum efficacium imagines sunt, principium fini copulantes, & omnibus Figuris simplicitate, & similitudine, & perfectione præstantes. Verùm hæc quidem in longum produximus, vt ostenderemus impartibilium, & omnino eorum, qui in Mundo sunt Terminorum vim, quodque isti, quatenus primarum, & maxime principalium causarum imaginem afferunt, maximū in Vniuerso sortiti sunt ordinem. Non enim eiusmodi Termini sunt Centra, & Poli, cuiusmodi eorum, quæ terminantur: sed actu subsistunt, habentque existentiam, & vim perfectam, quæ per omnia partibilia permeat. Multi autem eos, qui in ijs, quæ terminantur imperfectè subsistunt insipientes, exilem eorum subsistentiam esse existimant, & alij quidem dicunt sola excogitatione à sensilibus ipsos separari, alij verò nullibi etiam, nisi in nostris excogitationibus essentiam habere. Quoniam autem sunt quidem horum omnium formæ & in Mentis natura, & in Animæ ornatibus, & in rerum natura, & in inferioribus corporibus, considerabimus quonā pacto iuxta ordinem in ipsis existentem, in eorum etiam, quæ sunt generibus subsistant. Et omnes quidem in Mente præextiterunt, verùm impartibiliter, atque vniiformiter: ita vt omnes secundum vnicam formam subsistant, iuxta Significationem, quæ occultè, & impartibiliter existit. Omnes verò in Animis, sed iuxta Lineæ formam. Vnde sanè Timeus quoque ex rectis, circularibusque Lineis Animam constituit, Quilibet namque Circulorum Linea tantum est. Omnes autē in Naturis, cæterum iuxta Plani rationem. Quocirca Plato quoque naturales rationes corporum constituendorum vim habentes, per Plana manifestari iubebat. Corporumque in Plana resolutio ad proximam eorum, quæ apparent causam nos adduxit. Omnes demum in corporibus, corporaliter tamen, siquidem omnes formæ iuxta partibilem Corporum naturam in ipsis subsistunt. Omnes igitur vbique, & vnaqueque iuxta proprium ordinem apparent: diuersitasque à prædominante fit potentia. & vbique quidem Signum impartibile existit, quodque partibile est cum simplicitate præstet iuxta hancce eorū, quæ sunt diminutionē,

hoc

Dii Axis.

Propria opinio.

Quorūdā duplex opinio, prima Stoicorum, secūda Aristoteli. Quō isti Termini subsistant.

Timeus.

Quilibet circulorū Linea tantum est. Pla. in Timeo, vide etiā Aristoteli. i. tercio de Cœlo.

hoc quoque eximiam partibilium sibi vendicauit subsistentiam . & interdum quidem penitus ipsa superat secundū causæ excellentiam, interdum verò ipsis connexum est, interdum autem aduentitiam in ipsis sortitum est existentiam . & tanquam quod ab infimorum partitione deglutitur , propriam absumit impartibilitatem . Quemadmodū igitur Vnitas alia quidem est Numerorum genitrix , alia verò vt substrata Numeris materia : & principium quidem vtraque (non tamen id quod Numerus) alio autem modo, atque alio principium : ita sanè Signum quoque partim quidem est Magnitudinum parens, & autor, partim verò aliter principium, non vtique iuxta genitricem causam . Nunquid ergo Signum solum impartibile sit? an etiā Nunc in Tempore, Vnitasque in Numeris? Num autē Philosopho quidem de omnibus, quæ sunt, verba facienti, cuncta certè vtcunq; sub distributionem cadentia conuenit inspicere, omnesque partium primarias subsistentias : particularium verò scientia prædito à quibusdam definitis principijs contemplationem producenti , & vsque ad illa recurrenti, progressus autē eorum, quæ sunt minimè scrutanti, hanc solam impartibilem naturam, quæ ad eius spectat prima principia, aggredi, considerare, & tradere : hancque intueri simplicitatem , quæ præest omnibus ijs, quæ sub cognitionem ipsi cadunt? Solum igitur Signū iuxta Geometricā materiam partitionis est expers, Vnitas verò, iuxta Arithmeticam . Et Signi ratio, licet apud alium imperfecta sit, in presenti tamen scientia perfecta est . Siquidē Medicus quoque corporum Elementa esse ait Ignē, atque Aquam, hisque similia . & ipsorum resolutio adhæc vsque progreditur . At Naturalis Philosophus ad alia, quæ his simpliciora sunt transit . & ille quidem Elementum definit, Simplex quò ad sensum , hic verò , simplex quò ad rationem . & vterque rectè quò ad propriam scientiam . Neque igitur Signi definitionem peccasse putauerimus , neque imperfectam ipsam esse posuerimus . Nam quò ad Geometricam materiam, eiusque principia sufficienter tradita est . hoc siquidem ipsi tantum deest , quoniam clarè non ait quòd impartibile apud me , Signum est . meumque principium, & simplicissimū nil aliud est, quàm hoc . Et ita conuenit Geometra dicente, audire . Euclides itaque à partiū negatione principium nobis declarauit ad totius sibi subiectæ naturæ considerationem . Negatiuæ nanque orationes principijs conueniunt, quemadmodum nos docet Parmenides, qui primam, vltimamque causam solis negationibus tradidit . Omne siquidem principium diuersa ab eis , quæ scitent à principio constat essentia : & horum negationes illius nobis patefaciunt

Dupliciter
vnitas cō
sideratur .

Duplici-
ter Signū
cōsiderat̃.

Dubitatio
Solutio.

Solum Si-
gnū i Geo-
metria par-
tiū expers
est, & sola
vnitas in
Arithme-
tica.

Finis Di-
gressionis
Cur Eucli-
des à par-
tiū nega-
tione Si-
gnum de-
finiat.
Parmeni-
des.

ciunt proprietatem. Quod enim horum quidem est causa, nihil autē horum est, quorum est causa, huiusmodi doctrina perspicuum fit. Fortē autē quispiam dubitet. Quomodo cuncta per Formas, & partibiliter Phantasia recipiente, partium expers Signum Geometra in ipsa inspicit? non enim quia rationes in Cogitatione existentes, sed Intelligentiū, diuinarumque Formarum Simulachra Phantasia iuxta propriam recipit naturam, informium quidem, Formas, & sub Figuram non cadentium, Figuras in medium afferens. Ad quā sanē ambiguitatem dicamus, quod imaginarij motus species neque partibilis tantum est, neque impartibilis: Verūm ex Impartibili ad Partibile procedit, & ex Informi, ad id, quod est Forma expressum. Nā si partibilis esset tantum, non utique plures Formarum in sese custodire posset impressiones, subeuntibus præexistentes obscurantibus. Si quidem nullum Corpus simul, & secundum idem pluribus continetur Figuris; verūm per secundas priores delentur. Si autem impartibilis, Cogitatione porro, & Anima impartibiliter cuncta spectāte nō esset inferior, neque per Formas operaretur. Quare ipsam necesse est incipere quidem ab Impartibili iuxta motum, illincque + confatam, conspersamque promere Formam cuiuslibet eorum, quæ sub cognitionem cadunt, ad ipsam penetrantium: desinere autem in Formam, & Figuram, & Interuallum. Quod si huiusmodi naturam sortita est, impartibilis quoque natura quodammodo erit in ipsa. & iuxta illam, Signum præcipue essentiam habere dicendum. Lineæ nanque Forma, iuxta illam, contracta in ipsa est. Duplicem ergo vim comprehendens, impartibilem, & partibilem, habet quidem & Signum impartibiliter, & Interualla partibiliter. Quoniam autem Pythagorei Signum definiunt Vnitatem positionem habentem, considerandum quid nam sibi velint. Quod itaque Numeri quidem magis immateriales, magisque puri, quam Magnitudines sint, & quod Numerorum principium, Magnitudinum principio simplicius sit, cuilibet manifestum est. At cum dicant Vnitatem quidem positionē habentem, Signum esse, ostendere mihi videntur quod utique Vnitas quidem, atque Numerus in opinione subsistunt. Numerum dico, Monadicum. Quapropter Numerorum etiam quilibet, utputa Quinarius, & Septenarius vnus est in qualibet Anima, & non plures: Figuraque carent, & aduentitia Forma. Signum autem in Phantasia palam se se offert, & tanquam in loco existit, & materiale est, iuxta intellectilem materiam. Non habet itaque positionem Vnitas, quatenus immaterialis, ab omniq̃ue Interuallo, ac loco immunis. Ha-

Dubitatio

Solutio.

Fundamentum.
Primū argumentū.

Secūdu argumentū.

Cōclusio.

†
Cōuolutā promere &c.Phantasia duplex vis.
Definitio Signi secundū Pythagoreos, & eius explicatio.

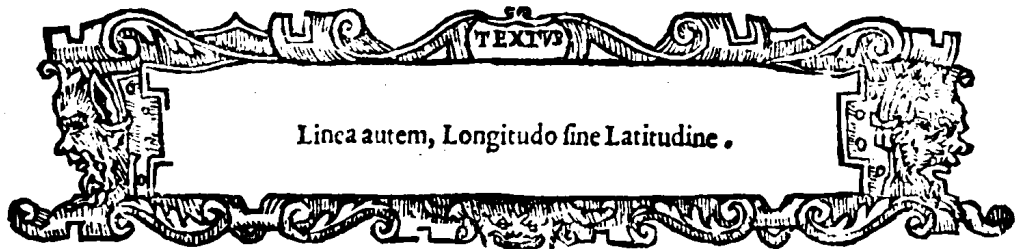
Vnitas, & Numerus in opinione subsistunt.

Intellectilis materia.

bet

bet autem positionem Signum, quatenus in Phantasiæ greinjs apparet, materialeque existit. At propter principiorum communitatem, Vnitas adhuc Puncto simplicior est. Siquidem iuxta positionem Punctum Vnitatem superauit: appositiones autem in ijs, quæ corpore carent, diminutiones efficiunt eorum, quæ appositiones ipsas recipiunt.

Definitio
secunda.



Cóm. se-
cundum.

Aliæ Li-
near def-
initiones.

Digressio

Linea secundum obtinet locum quatenus longè primum, & simplicissimum est Interuallum, quod Geometra Longitudinem appellauit, adiiciens hoc verbum [Sine Latitudine] quandoquidem & Linea respectu Superficie, principij habet rationē. Nam Signum quidem utpote Magnitudinum omnium principium sola negatione edocuit, Lineam verò tum affirmando, tum negando. est siquidem Longitudo, hacque Signi impartibilitatē excedit. sine Latitudine tamen, quippe quæ à ceteris seiuncta est Dimensionibus. Nam omne porro, quod est Latitudinis expers, idem etiam Crassitudine caret, non autem & contrā. Cum ergo Latitudinem ademerit, Crassitiem quoque simul ademit. Quocirca nec addidit, quod non crassa quoque, tanquam quod consequatur notionem eius, quod sine Latitudine est. Definiunt autem ipsam alijs quoque vijs. alij quidem Signi fluxum dicentes, alij verò Magnitudinem vno contentam Interuallo. Verum hæc quidem definitio perfecta est, Lineæ essentiam explicans. Quæ autem Signi fluxum dixit, à causa producente, ipsam manifestare videtur: & non omnem Lineam, sed immaterialem exprimit. hanc enim Signum producit impartibile existens, quod tamen partibilibus existentiæ est causa. Fluxus autem progressum ostendit, fecundamque vim ad Interuallum omne peruenientem, nullumque detrimentum accipientem, eandem quidem semper manentem, cunctis autem Partibilibus essentiam præbentem. Ceterum hæc quidem cuilibet nota, manifesta que sunt. At nobis metipsis magis Pythagoricos sermones in memoriam reducemus, qui Signum quidem Vnitati, Lineam verò Binario, Superficiem autem Ternario, Corpus verò Quaternario proportionem correspondentia ponunt. quæ tamē ut ea, quæ cum Interuallo

teruallo sunt suscipientes, Monadicam quidem reperiemus Lineam: Dyadicam autem Superficiem, Triadicum verò, solidum Corpus. Vnde etiam Aristoteles Corpus ait Ternario perfici numero. & nil mirum, Signum quidē propter impartibilitatem Vnitati assimilari: quæ autem post Signum sunt, subsistere quidem iuxta Numeros ab Vnitate prodeuntes, hancquē seruare rationem ad Signum, quam illi ad Vnitatem: participare verò vnumquodq; sui proximi superioris, & eundem ad propinquum, adquē sequens habere gradum, quem illud ad ipsum. Exempli gratia, Lineam Binarij quidem ordinem habere ad Signum, Vnitatis verò ad Superficiem: hancquē Ternarij quidem ad Signum, & Lineam, Binarij verò ad Solidum. Et propterea Corpus ad Signum quidem esse Tetradicum, ad Lineam verò, Triadicum. Vterq; igitur ordo rationem habet. Principalior autem est Pythagoreorū ordo, qui desuper sumpsit initium, & eorum, quæ sunt naturam consequitur. nam Signum quidem duplex est, vel enim per se se est, vel in Linea. quod etiam cum tāquam Terminus sit solum, & vnum, nec Totum habēs, nec partes, supremam eorum, quæ sunt imitatur naturam. Quapropter Vnitati quoque proportionē respondere positum fuit. Vnitas siquidem ibi primum, vbi paterna est Vnitas, inquit oraculum. Linea verò cum prima quidē Totum, & partes habeat, Monadica autem sit, eò quod vnico distat Interuallo, Dyadicaquē propter progressum: si .n. infinita sit, indefiniti Binarij est particeps, si autem finita, duobus ei opus est Terminis, Vnde, & Quò. propter hæc vtrique Totalitatē imitatur, ordinemquē illum sortita est. Quæ etiam porrecta est Vnitas, & duo gignit. hæc enim progressum in Longitudinem, protulit: nec non id, quod porrecte, & vnico distat Interuallo: Binarijquē materiam. Superficies autem, Ternarius cum sit, atque Binarius, necnon primarum Figurarum receptaculum, primamquē formam, atque speciem suscepit, Triadicæ quidem naturæ ea, quæ sunt terminanti, primum: Binario verò ipsam diuidenti, quodāmodo similis est. Solidum verò cum tripliciter distet, per Quaternariumquē Numerū rationes omnes comprehendendi vim habentem distinguatur, ad illum reducitur ordinē, in quo corporalium quoque ornatuū apparet distinctio, necnon vniuersorū in tres partes diuisio, vnā cum Quaternaria proprietate, hoc est genitricæ, atq; femineæ. At hæc quidem fusius pertractari possunt. Lineam autem rursus secundam existentem, iuxtaquē primam ab impartibili natura motionem constitutam, non immeritò Pythagoreorum quoque sermo Dyadicam appellabat. Cæterum quod & Signū

Arist. primo d. c. 1. lotex. 3.

Exemplum.

Signū duplex.

Oraculū.

H post

Cur Pythagorei
Lineā Dia-
dicam ap-
pellabāt.
Parmeni-
des.

¶ hoc nāq;
Finis Di-
gresſionis
Notio Li-
neæ iuxta
Apollon-
ium.

Pulcherri-
mus Lineæ
ſenſus.

post Vnitatem, & Linea post Binarium, Superficiesque post Ternarium sit, Parmenides etiam alicubi ostendit, ab vno Multa primum negatione auferens, deinde Totum. Quod si Multa ante Totū Numerus quoque ante Cōtinuum, & Binarius ante Lineam, Vnitasque ante Signum erit. siquidem verbum hoc [non multa] Vnitati competit, quæ multitudinem gignit, Puncto autem [non totum] Totum producenti. ¶ nullam enim partem habere dicitur. Hæc de Linea dicta sint dum accuratius naturam eius contemplamur. Admittemus autem Apolloni quoque sectatores dicentes, quod Lineæ quidē notionem habemus, quando Longitudines tantum, aut viarum, aut parietum dimetiri iubemus. non enim Latitudinē tunc, Crasſitiemque subiungimus: sed vnicam dūtaxat consideramus distantiam. Quemadmodum sanē, cum etiam campos metimur, Superficiem cernimus, cum autem Puteos, Solidum. omnes. n. distantias simul colligentes, tantum esse Putei spatium iuxta Longitudinem, & Latitudinem, & Profunditatem dicimus. Sensum autem ipsius Lineæ habuerimus utique, si diuisiones locorū lucidorum, ab obumbratis inspexerimus, nec non ad Lunam, quæ super Terram est. hoc nāque medium, iuxta Latitudinem quidem, nullam habet distantiam: Longitudinem autem habet, quæ vnā cū Lumine, & Vmbra extenditur.

Definitio
tertia.

Lineæ autem Extrema, sunt Signa.

Intolera-
bilis Bina-
rii audacia

Digressio

Cōm. 3. OMne cōpositum à simplici, & omne partibile ab impartibili Terminum accipit, horumque imagines in Mathematicis principijs parā se se offerunt. Cū .n. Lineam à Signis terminari dicat, manifeste videtur ipsam per se se infinitam facere, quippe quæ propter proprium progressum, Extremū non habet. Quemadmodū igitur Binarius ab Vnitate terminatur, suamque intolerabilem audaciam sub Terminū, Finemque redigit, cū ab illa coerceatur: ita sanē Linea quoque Signis apud ipsam existentibus terminatur. Cū .n. Binario similis sit, Signo quoque Vnitatis rationem habente, iuxta Binarii naturam participat. Verū in imaginabilibus quidem, atque in sensilibus Signa ipsa, quæ in Linea sunt, Lineam terminant. in Formis verò immaterialibus præexistit quidem partiū expers Signi Ratio, progressa autem illinc ipsa longē prima cum Intervallo seipsam consti-

constituendo, & mouens se se, & fluens in infinitum, indefinitumque Binarium imitans, à proprio quidē coercetur principio, ab eodemque vnitur, atque vndequaque corripitur. Infinita ergo, finitaque simul existit. iuxta quidem sui progressum, infinita: iuxta verò terminatricis causæ participationē, finita. Cū .n. ipsi aduenerit, illius cōprehensione retinetur, terminaturque iuxta illius vnionem. Vnde porro in Imaginibus quoque Signa finem, atque principium Lineę occupando, ipsam terminare dicuntur. Illic ergo Terminus à Terminato separatus est, hīc verò duplex. in ipso enim Terminato subsistit. Et hoc afferret utique mirabile indicium, Formas in se se quidem manentes ea, quę ipsis participant, iuxta causam præcedere: illis verò deditas, iuxta illorum proprietatem subsistere. Siquidem vnā cum ipsis multiplicantur, & partiuntur, subiectorumque diuisionem recipiunt. Præterea hoc quoque de Linea præaccipiendum est, quod ipsa Geometra tripliciter vtitur. Siquidem vt vtrinque terminata, atque finita: vt in illo Problemate, quod ait, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere. Et vt partim quidem infinita, partim verò finita: vt in illo Problemate, quod iubet ex tribus rectis Lineis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sint, Triangulū construere. in Problematis .n. Constructione inquit, Ponatur quædam recta Linea, ex vna quidem parte finita, ex altera verò, infinita. Et vt ex vtraque parte infinita: vt in illo Problemate, quod inquit, Super datā rectam Lineam infinitam, à dato Signo, quod in ea non sit, Perpendicularem rectam Lineam deducere. Tripliciter ergo Linea apud ipsum accipitur. Præter hæc autem, illud quoque scitu dignum cū sit non prætereamus. Quomodo .n. Lineæ extremitates Signa dicta sunt? & cuius Lineæ? siquidem neque infinitæ, neque cuiuslibet finitæ? Nam est quædam Linea, & finita, & extremitates Signa non habens. talis .n. circularis est, quæ in se se coit, nec Signa extremitates habet, quemadmodum Linea recta. talis etiam Clypei est Linea. Num igitur Lineam intueri oportet quatenus Linea est? accipiemus. .n. quandam circumferentiā, quæ à Signis terminatur, Lineæque Clypei partem, eodem modo extremitates habentem Signa. Quælibet autem Circuli, Clypei que Linea quandam etiā aliam sibi assumpsit proprietatem, per quam non solum Linea est, verum etiam Figuræ perficiendæ vim habens. Ipsæ ergo Lineæ quidem vtrasque extremitates habent Signa: talium verò Figurarum effectrices, in se se cocunt. quod si describi quoque eas intelligas, reperies utique quomodo à Signis terminantur. Si verò descriptas iam acceperis, finemque principio con-

Finis digressionis
Notandum

Prima propositio primi Elementorum.
Vigesima secunda propositio eiusdem.

Duodecima propositio eiusdem.
Tripliciter Linea à Geometra consideratur.
Dubitatio

Solutio.

iunxeris, non amplius ipsarum Extrema poteris inspicere,

Definitio
quarta.



Recta Linca est, quæ ex æquo inter sua Signa sita est.

Cēm. 4.
Diuisio Li-
neæ secun-
dum Plat.
& Arist.

Pla. in Par-
menide.

Arist. 1. de
coelot. 5.

Dubitatio
Xenocra-
tis.

Apollo-
nius in li-
bro de Co-
chlea.

PLATO quidem Lineæ duas simplicissimas, præcipuasque ponens species, Rectam utique, & Circularem, reliquas omnes per misionem ex his constituit, quæcunque Tortuosæ dicuntur, quarum aliæ quidem Planæ sunt, aliæ verò circa Solida subsistunt: & quæcunque per Solidorum sectiones producuntur curuarum Linearum species. Et videtur Signum quidem (si fas est dicere) Vnius, iuxta Platonis sententiam, asferre imaginē. hoc nanque nullam habet partē, quemadmodū ille quoque in Parmenide ostendit. Quoniam autē post Vnū, tres sunt substantiæ, Finis, Infinitū, & Mistum, per hasce Linearū, & Angulorum, & Figurarū species in rerū natura producuntur. & Fini quidē Circunferentia, & circularis Angulus, & Circulus in Planis, & Sphæra in Solidis proportionē respondent: Infinitati verò, Rectū iuxta hæc omnia. cunctis .n. propriē cōpetit, si in vnoquoque spectetur. Mistum autē, quod in his omnibus est, Mistū illic existenti. Lineæ nanque mistæ sunt, ut circunuolutæ, implexæque Lineæ, quæ Helices appellantur. & Anguli, ut Semicircularis, atque Cornicularis. Figuræque Planæ quidem, ut Segmenta, atque Apsides: Solidæ verò, ut Coni, atque Cylindri, cæteræque id genus. Finis igitur, & Infinitum, & Mistum in his omnibus est. Quinetiam Aristoteles Platoni astipulatur. Omnis siquidem (inquit) Lineæ species vel Recta est, vel Circularis, vel ex his Mistæ. Vnde & Motus tres sunt, Rectus vnus, alter Circularis, tertius Mistus. Ambigunt autem quidam aduersus hanc diuisionem, & dicunt non esse duas tantūmodo simplices Lineas, verū quandā quoque tertiā dari, Helicem nempe, quæ circa Cylindrū describitur, quando, dū recta Linea circa Cylindri voluitur Superficiē, Signum in ipsa, parili celeritate mouetur. fit .n. Helix, hoc est implexa, circunuolutaque Linea, quæ omnes sui partes omnibus secundū partium similitudinē adaptat, ut ostendit Apollonius in libro de Cochlea. quæ quidē passio ex omnibus Helicibus ipsi soli cōpetit. Planæ namque Helicis partes inter se dissimiles sunt. necnō eius, quæ circa Conū, & eius, quæ circa Sphæram describitur. Sola

aut

autem Cylindrica eodem sanè modo similium partium est, quo etiam Recta, circularisque Linea. Nunquid itaque simplices Lineæ tres sint, & non duæ tantum? cui dubitationi occurreremus dicentes, similium quidē partium esse huiusmodi Helicem, quēadmodū Apollonius quoque docuit, simplicem autem minimè. non .n. idem esse quod similium partium est, & quod simplex. siquidem eorum etiā, quæ natura constant, similium quidem partium sunt Aurum, & Argentum, simplicia autem nequaquam. Cylindricæ verò Helicis Mistionē ex simplicibus, ipsam quoque Generationem manifestare. Oritur .n. dum recta quidē Linea circa Cylindri Axem circulariter mouetur, Signū verò in ipsa recta Linea fertur. Duo igitur motus simplices ipsam cōstituerunt. Quamobrē ex numero Mistarum est Linearum, non autem simplicium. Quod .n. ex dissimilibus est constitutum, Simplex non est: sed Mistum. Recteque Geminus cum ex pluribus quidem motibus, simplicium quoque Linearū aliquam produci concessisset, non equidem omnem etiā talem Mistam esse concessit: verū illam, quæ ex dissimilibus oritur motibus. si .n. Quadrangulum, duosque motus, qui æquali celeritate fiant, alterum quidē per Longitudinem, alterum verò per Latitudinem intellexeris, Dimetiens producet, recta existens Linea, non ob id tamen Linea recta mixta est. Nulla .n. alia ipsam præcedit Linea, quæ sit per simplicem motum producta, quemadmodum de Cylindrica Helice dicebamus. Verū nec si quis in Angulo recto rectam subduci Lineam excogitauerit, bipartitaque sectione Circulum describere, propter hoc Linea circularis Mistione producta est. eius .n. quæ hoc modo mouetur Extrema cum æqualiter moueantur, rectā describunt: bipartita verò sectio cum inæqualiter deuoluatur, circulum designat: reliqua autem Signa, describunt Ellipsim. Quapropter Lationis, quæ bipartita fit sectione inæqualitatem consecuta est circularis Lineæ generatio. eò quòd in Angulo recto rectam deduci Lineam, non autem secundum naturam moueri suppositum fuit. At hæc quidē de his sint satis. Videbitur autē vtrisque Lineis simplicibus existentibus (Recta inquā, & Circulari) Recta vtrique simplicior esse. in hac .n. ne opinione quidē dissimilitudo excogitari potest. in Circulari verò, Concauum, & Conuexum dissimilitudinem indicant, & Recta quidem Circunferentiā secundum excogitationem non infert, Circunferentia verò Rectam (licet non iuxta generationem) iuxta tamen respectum ad centrum, secum affert. Quid autem si quis etiā dicat Circunferentiam recta Linea ad constitutionem indigere? si enim recte Lineæ terminatæ vtriusque quidem

Solutio

Apollonius

Geminus.

Documentum

Dubitatio

Solutio.

Digressio

Pla. in Ti
meo.

Timæus.

Linea re-
cta cuius
fit Nota.
Circunfe-
rentia cuius
Nota fit.Dug, quæ
i Deo sūt
Vnitates.Finis Di-
gessionisPonderat
definitio-
nem Eucli-
dis.

dem Extremorū maneat, alterum verò moueatur, Circulum procul-
dubio describet, eius autē Centrum, manens rectæ Lineæ Extremum
erit. An id, quod Circulum describit, Signum est, quod circa manens
fertur, non recta Linea? distantiam enim duntaxat ipsa determinat,
Circularē verò Lineam Signū constituit dum circulariter mouetur.
De his autem satis. Verum enimvero Circunferentia quidem Fini
proxima esse videtur, & eandē ad alias Lineas habere rationem, quā
Finis ad omnia ea, quæ sunt. finita si quidem est, solaquē ex simplici-
bus Figuram perficit. Recta Linea verò, Infinitati. in infinitū enim
producta nequaquā cessat, & quemadmodū ex Fine, & Infinito reli-
qua omnia producta sunt: eodem modo ex Circulari, & Recto omne
mistum Linearum genus constitutum est, tum Planarum, tum earū,
quæ in Solidis consistunt corporibus. Et propter hanc causam Ani-
ma quoq; Rectum, & Circulare secundum essentiam in se præassum-
psit, vt omnem, quæ in Mundo est Infiniti coordinationem, om-
nemquē Finis moderetur naturam. Recto quidem progressum, Cir-
culari verò regressum ipsorum constituens. atque illo quidem in mul-
titudinem ipsa producens, hoc verò cuncta in vnum colligens. & nō
solum Anima, verūetiam ille, qui Animam produxit, hasquē poten-
tias ipsi tradidit, vtrasque primarias in sese habet causas. cū enim
omnium eorum, quæ sunt, principiū, Media, finesquē præassumpsis-
set, rectas Lineas terminat secundum naturam circūiens, inquit Pla-
to. ad omnia nanque prouidis progreditur actionibus, ad sesequē re-
uersus est, manens in suo quodāmodo more, ait Timæus. Nota autē
est Linea recta quidē, indeclinabilis, & imperuertibilis, & immacu-
lata, & indeficientis, & omnipotentis, omnibusquē assistentis proui-
dentia. Circunferentia verò, atque Circuitio, eius, quæ in sese coit
actionis, quæquē ad se se conuertitur, & iuxta vnum intelligentē ter-
minum omnibus dominatur. Cū itaque duo hæc principia Rectum
scilicet, & Circulare rerum omnium Opifex in seipso preposuisset,
duas à se se produxit Vnitates. vnam quidem iuxta Circulare agen-
tem, intelligentiumquē essentiarum effectricem: alteram verò iuxta
Rectum, sensilibusque ortum præbentem. Quoniam autem Anima
medium inter intelligentia, sensiliaquē sortitur locum, quatenus qui-
dem intelligenti cohæret naturæ, iuxta Circulum agit: quatenus ve-
rò sensilibus præest, iuxta Rectum prouidet. Tot etiam de harū For-
marum ad ea, quæ sunt similitudine, dicta sufficiant. At rectē Lineæ
definitionem Euclides quidem hanc tradidit, quam posuimus: per
quam ostendit solam rectam Lineam ei, quod inter sua situm est Si-

gna

gna æquale occupare spatium. quanta. n. est alterius Signorum ab altero distantia, tanta est recte, quæ ab ipsis terminatur Lineæ magnitudo. Atq; hoc est ex æquali inter sua collocari Signa. Quod si in Circunferentia, vel etiam in alia quadā Linea duo Signa sumpseris, quod inter hæc includitur Lineæ spatium, ipsorum distantia superat: omnisque Linea præter rectam hoc pati videtur. Quocirca iuxta cōmunem quoq; notionem eos quidem, qui per rectam ambulant Lineam, necessarium duntaxat iter facere Vulgus etiā inquit: eos autem, qui non per rectā, à necessario plurimum aberrare. Plato autē rectam Lineam sic definit. Linea recta est, cuius Media obumbrant Extrema. hoc nanque ea quidem, quæ in directum posita sunt pati necesse est: quæ verò in Circuli Circunferentia, vel in alio sita sunt Interuallo, haud necessariū est vt hoc patiantur. Quapropter Astrologici quoq; tunc Solē dicunt deliquiū pati, cum ipse, & Luna, nosterque oculus in vna fuerint recta Linea. tunc. n. à Luna media inter nos, atq; ipsum existente obumbrari. Et forsan rectæ Lineæ passio ostenderit vtiq; quod in his etiā, quæ sunt, iuxta processus, quæ a causis emanāt, Media quidem Extremorū distantiam, adinuicemque cōmunicationem, diuidendi vim habent. quæadmodum sanè iuxta regressus, quæ etiā ab ipsis distant ad primarias conuertuntur causas. Archimedes verò rectam definiuit Lineā, minimā earū, quæ Terminos habent eosdem. Cum. n. (vt Euclidis ait definitio) ex æquo inter sua collocata sit Signa, hæc de causa eosdē Terminos habentium minima est. si. n. quædā fuerit minor, non ex æquo inter sua iacebit Extrema. Quin etiam reliquæ omnes rectæ Lineæ definitiones, in easdē recidunt sententias. Exēpli gratia, quod in suis constituta est extremitatibus. & quod nō est pars quidē ipsius in subiecto Plano, pars verò, in sublimiori. & q̄ omnes eius partes omnibus similiter congruunt. & quod extremis manentibus, ipsa quoque manet. quod demū cū vna, quæ sit sibi specie similis Figurā non perficit. hæc. n. omnia rectæ Lineæ proprietatem exprimunt, quā habet ex eo quod simplex est, & vnum habet breuissimum ab Extremo, ad aliud Extremū progressum. hæc etiam de rectæ Lineæ definitionibus dicta sint. Diuidit autem rursus Lineā Geminus, primū quidem in Incompositam, & Compositam. vocat autem Cōpositam, refractam, Angulumque efficientē: reliquas verò ipsarum omnes, Incompositas. Deinde Compositā, in eam, quæ Figuram efficit, & eam, quæ in infinitum producit. Figurā facere dicens, Circularem, Clypeique Lineam, quæque Hædere similis est: non facere autē Rectanguli, Obtusanguliue Coni sectionem, Conchæ

Definitio
recte Li-
neæ secun-
dum Pla.

Pulchra d
rectæ Li-
neæ passio
ne in iis,
quæ sunt,
cōreplatio
Defō re-
ctæ Lineæ,
secundum
Archime.

Multæ re-
ctæ Lineæ
defōnes.

Alia Li-
neæ diui-
sio secūdu
Geminum

chæ similem, Rectam, id genus omnes. Rursusque alio modo Incōpositæ Lineæ aliam quidem simplicem esse, aliam verò mistam. Et simplicis aliam quidē Figuram facere, vt Circularem: aliam verò indefinitam esse, vt Rectam. Mistę autem aliā quidem in Planis, aliam verò in Solidis esse. Et eius, quæ in Planis est, aliam quidē in se se coincidere, vt quæ Figurā refert Hæderæ, quæ Cissoïdes vocitatur: aliā verò in infinitum produci, vtputa Helicem. Eius autem, quæ in Solidis est, aliā quidem in Solidorum sectionibus excogitari: aliā verò circa Solida ipsa consistere. nam Helicem quidē, quæ circa Sphæram, aut Conū describitur, circa Solida consistere: Conicas verò, vel Spiricas sectiones à tali Solidorū gigni sectione. Istas autē sectiones alias quidē à Menghmo, Conicas scilicet, excogitatas fuisse, quod etiam Eratosthenes referens ait.

Neque Mænechmos in Cono secare Ternarios.

Eratosthe-
nis Penta-
metrum:

Alias verò à Perseo, qui Epigramma quoque in earum inuentione composuit, dicens.

Persei Epi-
grāma.
Conicę se-
ctiones
Spiricę se-
ctiones

Tres Lineas in quinque sectionibus spiricas cum inuenisset Perseus, harum causa Dīs sacrificauit.

Quæ quidem tres Conorū sectiones sunt, Parabole, Hyperbole, atque Ellipsis. Spiricarum autē sectionum alia quidē implicata, inuolutaque est, equinę similis Pedicæ: alia autem in Medio dilatatur, ex vtraque verò parte deficit: alia verò oblonga existens medium quidē spatium minus habet, ad vtranque autem partē dilatatur. Cæterarū autem mistionum multitudo infinita est. Solidarū nanque Figurarum innumera est multitudo, multiformesque ipsarum constituuntur sectiones. non .n. recta Linea dū circulariter mouetur quandā determinatam facit Superficiē, neque etiā Conicę, nec Conchoides Lineæ, neque Circumferentiæ ipsæ. Multifariē igitur si secantur hæc Solida, varias Linearum ostendunt species. Earum demum, quæ circa Solida consistunt Linearū, aliæ quidem similium partiū sunt, vt quæ circa Cylindrum sunt Helicę: aliæ verò dissimiliū partium, quemadmodū ceteræ omnes. Ex his itaque diuisionibus colligitur quòd tres Solæ sunt Lineæ partium similium, Recta nēpe, Circularis, & Helix Cylindrica. duæ quidē in Plano simplices, vna verò mista circa Solidum. Idque euidenter Gemīnus demonstrat, cum insuper demonstrasset, quòd si ad similium partium Lineā ab vno Signo, duæ rectæ protractæ fuerint Lineæ æquos in ipsa Angulos facientes, æquales sunt. Ex eiusque voluminibus horum demonstrationes studiosis capessendæ sunt. siquidem ortus quoque spiricarum, & conchoidum,

Tres solæ
sunt Lineę
partium si-
milium

Theore-
ma Gemi-
ni.

Hæderę

Hæderequæ similium Linearum tradit. Nos verò ipsarum quidē cognomina, diuisionesquæ cōmemorauimus, ad ipsarum inquisitionem ingeniosos excitantes. Ad singularum autem inuestigationem rationes diligenter perquirere, superuacaneū in præsentī esse arbitramur. cū Geometra simplices, primariasquæ duntaxat Lineas hīc nobis aperuerit, Rectam quidem, in præsentī definitione: Circularē verò, in Circuli traditione. tunc .n. dicit Lineam Circulum terminātem, esse Circunferentiam. Mistę autē nullam fecit mentionem, licet Angulos nouerit mistos, Semicircularem nempe, atque Cornicularem. necnon Figuras Planas mistas, Segmēta. s. atq; Sectores: Solidasquæ, Conos videlicet, atque Cylindros. Cæterorum itaque omnium tres vniuscuiusq; tradidit species, Linearum autē, duas tantum, idest Rectam, & Circularem. cū arbitraretur opus esse in sermonibus, quide simplicibus habentur, simplices assumere species. reliqua .n. omnia, Lineis compositiora sunt. Quamobrem nos quoq; Geometram sequentes in simplicibus Lineis ipsarum explicationē terminabimus.

Geminus tradit ortu Spiricarū, et Cōchoīdū, & Hædere similitū Linearum.

Cur Euclides duas tantū Lineæ spēs tradiderit



Superficies autē est, quæ Lōgitudinem, & Latitudinē rātūm habet.

Definitio quinta.

Post Signum, & Lineā Superficies collocata est, quæ duplici distat Interuallo tum Longitudine, tum Latitudine. Crassitudinis autē expers hæc quoq; remanens, Corpore triplici dimensione distante simpliciorē habet naturā. Quōcirca Geometra quoq; particulā [rātūm] duobus Interuāllis adiecit, utpote tertio Interuallo in superficie non existente. hæcquæ negationi Crassitudinis æquipollet, ut hīc quoq; Superficieī ad Solidum cōparatæ iuxta simplicitatem præstantiam, negatione, vel æquiualente negationi additione ostendat: diminutionem verò, quam habet si ad præcedentia comparetur, affirmationibus ipsis. Alij autem Corporis Terminum ipsam definiuerunt, idē propemodum dicentes. siquidē quod terminat ab eo, quod terminatur, vna superatur distantia. Alij verò, magnitudinem binis distantē Interuāllis. Alij demū aliter quoquo modo eius formant assignationem, idem declarantes. Superficieī autē cognitionem nos habere dicunt, cū agros dimetimur, eorumquæ extremitatēs, iuxta Longitudinem, & Latitudinem distinguimus: sensum verò quendam cape-

Cōm. 5.

Aliæ Superficieī definitiones.

Simile dixit de Linea superius in cōmento 1.

Qua de cā
Pythago-
rei Tern-
ario Sup-
ficiem as-
similari di-
cebant.

re, vmbraſ inſpicientes . cūm .n. ipſæ ſine Crasſitudine ſint , eò quòd
interiorem Terræ partem penetrare non poſſunt , Latitudinem tan-
tūm, atque Longitudinem habent. Pythagorei autē Ternario ipſam
aſſimilari dicebant . Quoniā ſanè omnibus , quæ in ipſa reperiuntur
Figuris Ternarius longè prima eſt cauſa . Circulus .n. qui Orbicula-
rium principiū eſt, latenter Ternarium habet, Centro, Interuallo, atq;
Circunferentia . Triangulū autem cūm omnium Rectilineorū prin-
cipatum teneat, vnde quaque manifeſtum eſt, quòd Ternario claudi-
tur, & iuxta illum Formam ſuſcepit.

Definitio
ſexta.

Superficiei verò Extrema, ſunt Lineæ .

Cōm. 6.

Digreſſio

Vñ hic,
pro Deco.

Dubitatio

Solutio.

EX his etiam tanquā imaginibus intelligendū eſt, quòd omne pro-
ximum quolibet eorū, quæ ſunt ſimplicius, Terminū cuiſlibet, & Fi-
nem affert. Anima nanque Naturæ operationē perficit, atque deter-
minat : & Natura, Corporū Motionem : & ante hæc Mens, Animæ
conuolutiones metitur : ipſuſquē Mentis vitam, Vñ . illud .n. mē-
ſura omniū eſt . Quēadmodum ſanè in his quoque Solidū quidem à
Superficie, Superficie autē à Linea, Lineaquē à Signo terminatur . il-
lud ſiquidem, Terminuſ omniū eſt. In Formis igitur immaterialibus,
rationibuſquē impartibilibus Linea vniformis exiſtēs, in Superficie
progreſſu variū motum terminat, ac coërcet, ipſuſquē proximè vñt
inſinitatē. In imaginibus autē cūm Terminato Terminans aduenerit,
hoc pacto Terminū ipſi præbet. Siquiſ autē hīc quoque quærat quo-
nam pacto omniſ Superficiei Extrema ſint Lineæ , cūm non omniſ
etiam finitæ Extrema ſint. Sphæræ nanq; Superficieſ, terminata qui-
dem eſt, non autē à Lineis, ſed à ſe ſe. Dicemus quòd accipiendo Su-
perficieē qnatenus duplici diſtat Interuallo , à Lineis ipſam terminari
iuxta Longitudinē, Latitudinemquē reperiemus . Quòd ſi Sphæricā
inſpexerimus, ipſam vtique accipimus vt eam, quæ iā Figuram ſuſce-
pit, & aliam habuit qualitātē , & finem principio coniunxit, ex duo-
buſquē Extremis Vnum fecit . & hoc potentia duntaxat vnum exi-
ſtens, non autem actu .

Plana



Definitio
septima.

PRiscis non placuit Philosophis Planū Superficieī ponere speciem, verūm vt idē vtrunque assumere, ad Magnitudinē duplici Interuallo distantem representandā. Ita nanq; Diuinus quoque Plato Geometriam Planorum esse dixit contemplatricem, Stereometriæ ipsam in diuisione opponens, perinde ac si esset idem Planum, & Superficies. Itidē admirandus etiā Aristoteles. At Euclides, & qui eū secuti sunt, genus quidem Superficieī faciunt, eius verò speciem, Planum, quēadmodum Lineæ, Rectā. Quapropter Planum quoque seorsum à Superficie definit, ad rectæ Lineę similitudinē. illā nanque spatio, quod inter Signa collocatum est æqualē esse dicebat. Hancq; similiter ait duabus positis rectis Lineis locū occupare spatio, quod inter duas illas Lineas situm est, æqualē. Hæc .n. est, quæ ex æquo inter suas collocata est Lineas, quā alij quoque, idem explicantes, in extremitatibus suis constitutā dixere. Alij verò, cuius omnibus partibus recta Linea congruit. At quidā fortasse dicant ipsam, breuissimā quoque eadem Extrema habentiū Superficieū. Et cuius media obumbrant Extrema, omnesq; rectæ Lineæ definitiones, in Planam quoque Superficiem, genus solum mutantes, transferre poterint. siquidē Rectum, & Circulare, & Mistū à Lineis incohantia ad Solida vsque perueniunt, vt superius diximus. sunt .n. tum in Superficiebus, tum in Solidis ex proportionē. Ideo Parmenides etiā omnem ait Figuram aut Rectam esse, aut Circularem, aut Mistam. Si vis ergo Rectū in Superficiebus considerare, sume Planum, cui vario modo recta congruit Linea: si autem Circulare, Sphæricam accipe Superficiem: si verò Mistū, Conicam, vel Cylindricam, vel id genus aliquam. Oportet autē (inquit Geminus) cū Linea, itemq; Superficies Mistā dicatur, Mistionis modum cognoscere, quoniā diuersus est. Neque .n. per cōpositionē tantū, neque per Tēperationem Mistio in Lineis est. Helix siquidem mista est, nec tamen est pars quidem ipsius recta, pars verò Circularis, veluti eorum, quæ per Compositionē mista sunt. neque etiā si vtcunque secetur Helix simplicium imaginē affert, quod patiuntur ea, quæ per Tēperationem sunt mista: verūm in ipsa, corrupta simul Extrema, confusaque sunt. Quamobrem hoc quidem Mistionē esse

Côm. 7.

Plato in 7
de Rep.

Aristo. in
pluribus
locis.

Aliorum
multæ Su
pfciei de
finitiones

In côm. 4.
Parmeni
des.

Documen
tum.
Geminus.

Mistionis
modus di
uersus est
in Lineis,
& in Sup
ficiebus.

Lineæ per
Cōfusio
nem mistę
sunt.

Error The
odori Ma
thematici.

Supficies
per Tépe-
rationem
miste sūt.
Coni ort^s

Pulchrū.

Commune Lineis,
& Superfi-
ciebus.

Admirabi-
le Superfi-
cierū pro-
prium.
Spiric ort^s

Tres sunt
Spiræ.

1 Spira cō-
tinua.

2 Spira im-
plicita.

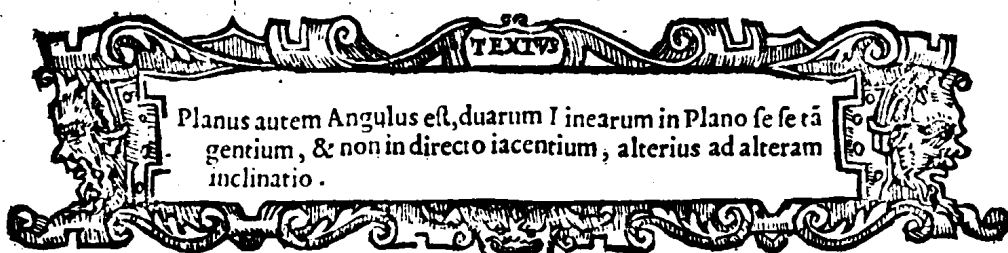
3 Spira di-
uidua.

Tres sunt
Spiricæ Se-
ctiones
Duplici-
ter sūt mi-
stæ Super-
ficies.

Quatuor
corpora, q̄
mistæ hñt
Supficies,
à trib⁹ Co-
nicis Line-
is produ-
cuntur. Et
eorū Sup

in Lineis non rectè Theodorus Mathematicus sentit. In Superficie-
bus verò Mistio, neque per Cōpositionem est, neq; per Confusionē;
sed potius per quandam Temperationē. Circulū. n. in subiecto Pla-
no intelligentes, & Signum sublime, à Signoq; ad Circuli Circun-
ferentiam rectam Lineam producentes, ipsamq; rotantes, Conicā
vtique faciemus Superficiem, quæ mista est. Rursusq; ipsam fecan-
tes resolvemus in simplicia. à vertice. n. ad Basim sectionē ducen-
tes, quod secat Planum, Circulare efficiemus. At Linearum Idea,
Mistionis modū haud per tēperationem esse ostendit. neque. n. nos
ad Elementorū simplicem remittit naturā. Superficies autē si secen-
tur, statim per quas etiā Lineas sint procreate, nobis ostendunt. Mo-
dus igitur Mistionis (vt dictum fuit) in Lineis, atque in Superficie-
bus idem non est. Quemadmodū autē in Lineis erant quædā simpli-
ces, Recta nempe, & Circularis, quarum vulgus etiā nulla præceden-
te doctrina anticipatas notiones habet, Mistarum verò species magis
artificiosa indigebant deprehensione: ita nimirum in Superficiebus
quoque, earum, quæ maximè Elementares sunt Planarū, atq; Sphæ-
ricarū ex se se notiones habemus: earum verò, quæ per Mistionem
cōstituuntur, scientia ipsa, eiusq; ratio inuestigat varietatē. Hoc autē
admirabile in ipsis est, quod scilicet à circulari quoque Linea, Super-
ficiē Mistio in generatione sæpenumero fit. Hoc verò Spiricæ quoq;
contingere dicimus Superficiē, per Circuli. n. reuolutionē hæc in-
telligitur erecti permanentis, & circa idem Signū, quod eius Centrū
non sit se se voluentis. Quo circa tripliciter quoque Spira fit. aut. n.
in Circunferentia Centrum est, aut intra Circunferentiam, aut extra.
Quod si in Circunferentia quidem Centrum sit, fit Spira Continua;
si autē intra Circūferentiā, Implicita; si verò extra, Diuidua. Tresq;
sunt Spiricæ sectiones, iuxta hæc tres differentias. Verūtamen om-
nis Spira mista est, licet vnus sit, à quo producit, Circularisq; mo-
tus. Fiunt autē Superficies mistæ tum à simplicibus (vt diximus) Li-
neis, dū huiuscemodi motu mouentur, tū etiā à mistis. Cū ergo tres
sint Conicæ Lineæ, quatuor efficiunt mistas Superficies, quas vocant
Conoides. nam à Parabole quidem, quæ circa Axē conuertitur, Re-
ctangulum Conoides fit; ab Ellipsi verò, quæ Spheroidea nominan-
tur, si circa maiore quidem Axem conuolutio fiat, Oblongū; si verò
circa minore, Latum. Ab Hyperbole demū, Obtusangulū Conoi-
des. Sciendum autem est, quod interdum quidē ex Lineis in superfi-
cierum peruenimus cognitionem, interdum verò, contrā: ex Coni-
cis. n. Spiricisq; Superficiebus deprehendemus Conicas, & Spiricas
Lineas.

Lineas. Quin etiam hoc quoque præaccipiendum est de Linearum, Superficierumque differentia, quod Lineæ quidem partiū similium tres sunt (vt superius dictū fuit) Superficies verò duæ rātūm. Plana, atque Sphærica. non autē Cylindrica quoque, siquidem non omnes omnibus Cylindricæ Superficiei partes congruere possunt. Hæc de Superficierum quoque differentiis à nobis dicta sint, quarum cum vnā Geometra elegisset (Planā inquam) hanc vtique definiuit, in hacque vtpote subiecta, Figuras, harumque passionēs contēplabitur. copiosior nanque in hac ei est sermo, quā in alijs Superficiebus. rectas siquidem Lineas, & Circulos, & Helices in ipsa possumus intelligere, nec non Circulorum, rectarumque Linearum Sectiones, & Contactus, & Applicationes, omnisque generis Angulorum constitutiones. In alijs verò Superficiebus non omnia hæc inspicere possunt. Quomodo .n. in Sphærica rectam deprehenderis Lineam, aut rectilineū Angulum? Quomodo demum in Conica, vel Cylindrica Circulorū Sectiones, vel rectarum Linearum inspicies? Non īmerito igitur hanc Superficiem & definiuit, & in ipsa cuncta edendo res suas pertractat, hinc nanque præsentem tractationē Planam appellauit. & hoc pacto Planum quidem intelligere oportet, vtpote proiectū, & ante oculos constitutum; cuncta verò in hoc Cogitationē describentē, Phantasia quidem quasi Plano equiparata speculo, rationibus verò, quæ in Cogitatione sunt suas in illud demittentibus imagines.



Planus autem Angulus est, duarum Linearum in Plano se se tangentium, & non in directo iacentium, alterius ad alteram inclinatio.

Angulum alij quidem veterū Philosophorū in Prædicamento eorum, quæ sunt ad Aliquid collocantes, Inclinationē esse dixerunt aut Linearum, aut Planorum, quæ ad seinuicem inclinata sunt. Alij verò in Qualitate hunc quoque includentes, vt Rectitudinem, atque Obliquitatem, talem dicunt Superficiei esse, vel Solidi passionem. Alij autem ad Quantitatem referentes, Superficiem ipsum, vel Solidum esse fatentur. Diuiditur .n. qui in Superficiebus quidem à Linea, qui verò in Solidis, à Superficie. Quod autem ab his (inquiunt) diuiditur, nil aliud est, nisi Magnitudo, & hæc non Linearis (Linea siquidem à Signo diuiditur) reliquum igitur est, ipsum aut Superficiem esse, aut Solidū.

ficies Conoides appellantur.
1 Rectangulū Conoides.
2 Obru-sagulū Conoides.
3 Oblongū Sphæroides.
4 Latum Sphæroides.
Secūda cōmunitas linearū, & superficierū Scda dīa Linearū, & Superficierum.
In cōm. 4. Duæ rātū similitū partiū Supficies sunt.
Cur Geometra Planā tantū definiuerit Superficiē Quo Planū intelligendū sit ī Geometria.

Definitio octaua,

Cōm. 8. Digressio Triplex d' Angulo opinio.
1 opinio, q est Euclidis.
2 opinio, q Eudemi.
3 opinio, quæ Plutarchi, & Apollonii & Carpi, eorūq; fundamentū.

Tertię o-
pinionis
cōfutatio.

In tertio
Elem. pro-
pone 16.
Secundę
opinionis
cōfutatio.
Primū ar-
gumentū.

Secūdam
argumētū

Primę opi-
nionis cō-
futatio.

Argumen-
tū in con-
trarium.

Propria o-
pinio.

Solidum. Verūm si Magnitudo quidē est, omnes autē eiusdem ge-
neris Magnitudines, finitę existentes, rationem adinuicem habent :
Anguli quoque omnes eiusdem generis, nempe qui in Superficiebus
sunt, rationem adinuicem habebunt. Quare Cornicularis etiam ad
Rectilineum habebit rationem. Quę autem adinuicem rationē ha-
bent, si multiplicentur, possunt seinuicem excedere. Excedet igitur
aliquando Cornicularis quoq; Rectilineum. quod minimē fieri po-
test. ostenditur siquidem omni Rectilineo minor. Atqui si Quali-
tas solū est, quēadmodum Caliditas, & Frigiditas, quonam pacto
in partes æquales diuisibilis est? non .n. minus Angulis, quā Ma-
gnitudinibus equalitas inest, & inæqualitas, omninoque diuisibilitas:
verūm similiter vtriscq; per se se accidunt. Quòd si ea, quibus hæc per
se insunt, Quantitates quędam sunt, non autē Qualitates, manifestū
est vtiq; quòd Anguli quoque Qualitates non erunt. Qualitatis si-
quidem Magis, & Minus proprię sunt passiones, non autē Aequale,
& Inæquale. Non oportebat igitur Angulos inæquales dicere, & hūc
quidem maiorem, illū verò minorem: sed dissimiles, aliumque ma-
gis Angulum, alium minus. Verūm quòd hæc aliena sint à Mathe-
maticarum rerum essentia, nemo est, qui nō videat. omnis siquidem
Angulus eandem suscipit definitionem, neque hic quidē magis An-
gulus est, ille verò minus. Tertiò si Angulus Inclinatio est, ac deniq;
eorum, quę ad Aliquid referuntur, illud vtiq; eueniet, vt vna existen-
te Inclinatione, vnus quoque sit Angulus, non autem plures. Nam si
nihil aliud est quā ipse Linearum, vel Planorum respectus, quī fieri
potest vt vnus quidē Linearum, vel Planorum sit respectus, Anguli
verò plures? Si itaq; Conum intellexeris à Vertice ad Basim Trian-
gulo dissectum, vnicam quidem in Semiconio ad Verticem Trian-
gularium Linearum inspicies Inclinationem: duos verò distinctos
Angulos. vnum quidem Planum, ipsius scilicet Trianguli: alterum
verò, in mista Coni Superficie, comprehensum autem vtruncq; à iam
dictis binis Lineis. Non igitur harum respectus Angulum faciebat.
Ceterū necesse est ipsum, aut Qualitatem dicere, aut Quantitatem,
aut eorum, quę sunt ad Aliquid. Nam Figurę quidem Qualitates
sunt, harū verò ad seinuicē rationes, eorum, quę ad Aliquid. Opor-
tet ergo Angulum quoque sub horum trium generum aliquo reduci.
Talibus planē Dubijs existentibus, & Euclide quidē Angulum In-
clinationē dicente, Apollonio verò Superficie, vel Solidi in vno Si-
gno sub Linea, vel Superficie refracta collectionem (hic .n. omnem
vniuersaliter Angulum definire videtur) Nobis Præceptorem no-
strum

strum frequentibus dicendum est, Angulum nil quidem prædictorum ipsum per se esse: sed per horum omnium concursum constitui. Et propter hanc causam dubitationem illis attulisse, qui ad Vñ quoddam spectarunt. Non est autē Angulus duntaxat huiusmodi, sed Triangulum quoque. Quantitatis siquidem ipsum est particeps, æqualeque dicitur, & inæquale, utpote materiæ ad ipsa rationē habēs. Adest autē ipsi & iuxta figuram Qualitas (quandoquidē tam similia dicantur Triangula, quā æqualia) hoc quidē ab alio, illud verò ab alio habēs Prædicamento. Ita ergo Angulus quoque omnino quidē indiget subiecta Magnitudini Quantitate. Indiget autem & Qualitate, per quam quasi propriam habet Formam, existentiaque Figuram. Indiget demum & Linearum ipsum terminantium, vel Superficierum ipsum comprehendentium respectu. ex hisque constat omnibus Angulus, nec tamen Vnum aliquid istorum est. Et est quidem diuisibilis, & æqualitatem, atque inæqualitatem suscipere potest, iuxta eam, quæ in ipso est Quantitatem. Non cogitur autem eiusdem generis Magnitudinum rationem admittere, cum peculiarē etiam habeat Qualitatem, per quam sæpenumero Anguli alij alijs incomparabiles sunt: neque vna Inclinatio vnicum perficere Angulum. siquidem Quantitas etiam, quæ inter inclinatas collocata est Lineas, ipsius complet essentiam. Si itaque ad hæc perspexerimus distinctiones, & Absurda dissoluemus, & Anguli proprietatem inueniemus non esse quidem Superficie, vel Solidi collectionē, ut Apollonius inquit, (cum hæc quoque ipsius cōpleant essentiam) verū nihil aliud esse, quā Superficiem ipsam in vno Signo collectam, ab inclinatisque Lineis comprehensam, vel ab vna ad se se inclinata Linea: ipsumque Solidum ab inclinatis ad se inuicē Superficiebus collectū. Vt Quantū formatum, à talique respectu constitutum definitionem ipsi suppeditet: non autem Quantitas per se, nec Qualitas solū, neque Relatio. Hæc de Angulorum substantia dicenda duximus, cōmunem de omni Angulo præoccupantes contēplationem, antequā in species ipsum diuidamus. Cum autem tres de Angulo sint opiniones, Eudemus quidem Peripateticus, qui Librum de Angulo scripsit, Qualitatem ipsum esse concessit. ortum .n. Anguli considerans, nil aliud esse ait, quā Linearum Fractionem. Quod si Rectitudo Qualitas est, Fractionis quoque Qualitas erit. Proinde ipsum cum in Qualitate generationem habeat, omnino Qualitatem esse. Euclides autē, & quicumque ipsum Inclinationem dixere, inter ea, quæ sunt ad Aliquid enarrant. Quantitatem verò dixerunt ipsum, quicumque Angulum esse dicunt

primū

Destruit
argumēta
quæ in ip-
sum refle-
cti possēt.

Anguli
Plani per-
fecta defi-
nitio.
Anguli So-
lidi perfe-
cta defō.
Vniuersa-
lis, & pfe-
cta Angu-
li defō.

Opinionū
distributio
Eudemi fū-
damētum
in lib. suo
d Angulo

Euclides.

Plutarchi,
& Apollonii
aliud
fundamē-
tum.

Fūdamēti
destructio
Primū ar-
gumentū.
Secūdum
argumētū

Carpi ali-
ud funda-
mentum.

Fūdamēti
destructio
Finis Di-
gressio-
nis
Angulorū
diuīso.

Anguli
Sphærales

Angulus
ex Clypei
Linea.
Linearum
Cissoïdum
denotatio.
Angulus
Cissoïdes.
Angulus
ex Hippo-
pedis Li-
neis
Tres ex
Circūferē-
tiis Angu-
li fiunt.
Angulus
vtrinque
cōuexus

primum sub Signo Interuallum. E' quorum numero Plutarchus etiā est, Apollonium quoque in eandem compellens sententiam. oportet .n. (inquit) esse aliquod Interuallum primum sub continentium Linearum, vel Superficierum Inclinatione. Imò cū Interuallum, quod sub Signo est, continuum sit, fieri non potest, vt primum accipiat. omne siquidem Interuallum, in infinitum est diuisibile. Præter hoc etiam si vtcunque primum distinxerimus, & per illud rectam duxerimus Lineam, Triangulum fit, non autē Angulus vnus. Carpus autem Antiochenus Quantitatem quidem Angulum esse ait, & distantiam cōprehendentium ipsum Linearum, vel Superficierum: hancque vnico distantem Interuallo, non tamen idcirco Lineam esse ipsum Angulum. non .n. omne, quod vnico distat Interuallo, esse Lineam. Hoc autem omnium absurdissimum est, aliquam scilicet esse Magnitudinem, quæ vnico distet Interuallo, præter Lineam. verum de his quidem satis, superque. Angulorum autem alios quidem in Superficiebus, alios verò in Solidis consistere dicendum. Et eorū, qui in Superficiebus alios quidem in simplicibus, alios verò in mistis. in Cylindrica nanque Superficie fiet vtique Angulus, & in Conica, in Sphærica, & in Plana. Eorum autem, qui in simplicibus consistunt Superficiebus, alij quidem in Sphæricis, alij verò in Planis continentur. facit .n. Angulos & ipse Signifer, Aequinoctialē in duas secans partes, ad Superficierum secantium verticem. suntque in Sphærica Superficie huiusmodi Anguli. Eorum verò, qui in Planis, alij quidem à simplicibus comprehenduntur Lineis, alij autem à mistis, alij verò ab vtrisque. in Clypeo .n. ab Axe, Clypei que Linea Angulus comprehenditur: sed harum vna quidem mista est, altera verò simplex. Quod si Clypeum Circulus secet, erit Angulus à Circūferentia, & Ellipsi comprehensus. Cū autem Cissoïdes, hoc est Hæderæ similes Lineæ, ad vnum coeuntes Signum, sicut Hæderæ folia (illinc .n. denominationem habuere) Angulum fecerint, à mistis vtrique lineis talis comprehenditur Angulus. Itidem cū Hippopeda, hoc est equinæ similis Pedicæ Linea, quæ Spiricarum vna est, Angulum ad aliam proclinata fecerit, hunc quoque mistæ comprehendunt Lineæ. Qui demum à Circūferentia, & recta Linea continentur, à simplicibus comprehenduntur Lineis. Horum autem rursus alij quidem à similibus specie continentur, alij verò à specie dissimilibus. duæ nanque Circūferentiæ seinuicem secando, vel se se cōtingendo, Angulos efficiunt. ipsosque triplices, aut .n. vtrinque conuexos, quando scilicet extra fuerint Circūferentiarum Conuexa: aut vtrinque Ca-

uos,

quando vtracq; Caua extra sunt, quos Systroides vocant: aut mistos ex conuexa, & caua Linea, quemadmodum Lunulares. Quinetiam à recta Linea, & Circunferentia Anguli dupliciter continentur. aut .n. à recta Linea, & caua Circunferentia, vt Semicircularis: aut à recta Linea, & conuexa Circunferentia, vt Cornicularis. Cuncti verò, qui à duabus comprehenduntur rectis Lineis, Rectilinei vocabuntur, triplicem ipsi quoque differentiam habentes. Hos itaque omnes, qui in Planis Superficiebus constituuntur Angulos Geometra in presentia definit, qui cōmune Anguli Plani nomen ipsis imposuit. & genus quidem ipsorum, Inclinationem dixit: locum autē, Planum ipsum, Anguli nanque positionem habent: ortum verò talē, quòd duas, scilicet oportet esse Lineas ad minus, & non tres, vt in solido. hasque se se tangere, & sese tangendo, non in directo iacere, vt Angulus Inclinationis sit, & Linearum comprehensio: non autem distantia tantum, iuxta vnicum Interuallum. Videtur autē hęc definitio primū quidem non concedere ab vna Linea Angulum perfici. atqui Cissoïdes cum vna sit, Angulum efficit. & Hippopeda similiter. totam enim Cissoïdem vocamus, non autē eius particulas (ne aliquis dicat, quòd hęc coeuntes Angulum faciunt) totamque Spiricam, non partes eius. Vtraque ergo cum vna sit, ipsa ad se se Angulum efficit, non ad aliā. Deinde Angulum Inclinationem definiens, peccare. Quomodo .n. vna existente Inclinatione, duò erunt Anguli? Quomodo verò æquales, & inæquales adhuc dicimus Angulos? & quocumq; alia aduersus hanc opinionem obijci consueuere. Tertiò demum superuacanea in quibusdam Angulis esse, iuxta illam partem [& non in directo iacere] vt in ijs, qui ex orbicularibus fiunt Lineis. nam absque etiam huiusce partis adminiculo, definitio perfecta est. harum siquidem Linearum alterius ad alterā Inclinationis ipsum efficit Angulum. prorsus .n. fieri non potest, vt in directo Orbiculares laceant. Totidem de Euclidis quoque definitione dicenda censuimus, partim quidem ipsam interpretantes, partim verò aduersus eam dubitantes.

Angulus
vtrinq; ca
uus, vel Sy
stroides.

Angulus
Lunularis
Duo fiunt
Anguli ex
Linea re-
cta, & cir-
cunferentia.
Angulus
Semicircu-
laris.

Angulus
Cornicu-
laris.

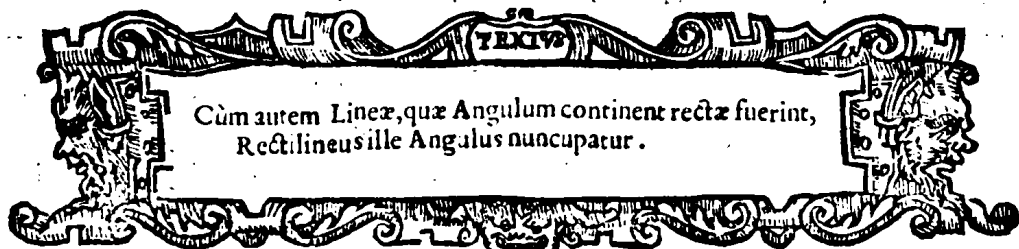
Tres ex re-
ctis Lineis
fiunt Angu-
li, de quib;
inferius
in cō. 10.

Ponderat
Euclidis dē
finitionē.

Confutat
Euclidis dē
finitionem
triplici fū-
damēto.

Primū fun-
damentū.
Secundum
fundamē-
tum.

Tertiū fun-
damentū.



Cum autem Lineæ, quæ Angulum continent rectæ fuerint,
Rectilineus ille Angulus nuncupatur.

Defō 9.

Angulum Notam esse dicimus, atque imaginem coarctationis, quæ

K in

Cōm. 9.
Digressio

Vniuersalis Anguli
cōsideratio .

Oracula .

Pulcherri-
ma Angu-
lorū oīum
cōsidera-
tio .

Angulorū
qui in Super-
ficiebus .
Angulorū
qui in Soli-
dis .

Angulorū
qui in sim-
plicibus Su-
perficiebus .

Angulorū
qui in mis-
tis Super-
ficiebus .

Angulorū
Circula-
rium .

Angulorū
Rectili-
neorum .

Angulorū
Miltorū .

Pythago-
rei .

Philolaus

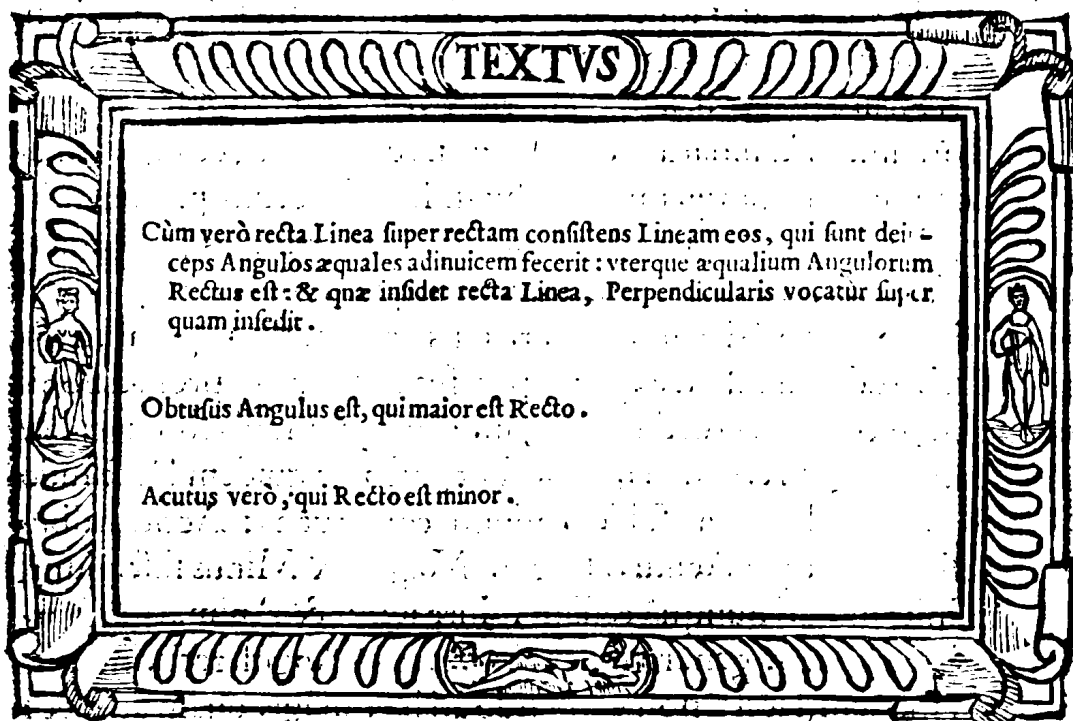
Afinæus
Philoso-
phus .

Vide idē
superius
cap. 9 .

Solutio ta-
cite obie-
ctionis

in diuinis generibus est, ordinisquē diuisa in vnū, & partibilia in im-
partibilem naturam, & multa in copulantes colligentis cōmunitatē.
copula .n. is quoque plurium Linearū, Superficierumquē fit, & Ma-
gnitudinis in impartibilitatē Signorum collector, & omnis, quæ per
ipsum constituitur Figuræ cōprehensor. Quapropter Oracula quo-
que Angulares Figurarum cōpagines, Nodos nuncupant, quatenus
imaginem afferunt coarctatricium vnionum, diuinarumquē coniu-
ctionum, per quas ea, quæ natura discreta sunt coherent sibi inuicem.
Qui ergo in Superficiebus sunt Anguli, magis imateriales ipsarum,
& simpliciores, & perfectiores exprimunt vniones: qui verò in Soli-
dis, eas, quæ vsque ad inferiora progrediuntur, disiunctisquē rebus cō-
munitatem, & vndequaq; partilibus, eiusdem naturæ constructio-
nem suppeditant. Eorum autē, qui in Superficiebus, alij quidem pri-
mas ipsarum, imistasquē affingunt: alij verò eas, quæ infinitatē pro-
gressionum in ipsis existentium complectuntur, & alij quidem intel-
ligentium Formarum vnitrices: alij autem Sensilium Rationum: alij
verò earum, quæ inter hasce medium obtinent locum copulatrices.
Qui igitur ex Circunferentijs sunt Anguli causas imitatur, quæ intel-
ligentem varietatem in vnionem conuoluunt, Circunferentiæ nanq;
ad se se coire properantes, mentis, intelligentiumquē Formarū ima-
gines sunt: Rectilinei verò eas, quæ sensilibus præsident, & Rationum
in his existentium coniunctionem præbent: Misti autem, cōmuni-
tatum, tam sensilium, quàm intellectilium Formarum, iuxta vnicam
immobilem vnionem conseruatrices. Operæpretiū est igitur adhæc
respiciendo Exemplaria, singulorum quoque causas reddere. apud
Pythagoreos nanque, alios Angulos Dñs alijs dicatos inueniemus,
quemadmodum & Philolaus fecit, qui alijs quidem Triangularem
Angulum: alijs verò Quadrangularem: alijsquē alios consecrauit.
necnon eundem pluribus Dñs, eidemquē Deo plures, iuxta diuerfas,
quæ in ipso sunt potentias, permisit. Ad quæ mihi videtur Afinæus
quoque Philosophus respiciens, & ad opificum Triangulum, quod
totius Elementorū exornationis primaria est causa, alios quidē iuxta
Laterā: alios verò iuxta Angulos constituisse Deos. Illos quidem,
progressionem, atq; potentiā: hos autem, vniuersorum coniunctionē,
progressorumquē rursus in vnū collectionem, suppeditātes. At hæc
quidē ad eorum, quæ sunt cognitionem nos dirigunt. Si autem Lineæ
hæc Angulū cōtinere dicuntur, nil mirū est. nam quod in his Vnū, &
impartibile reperitur, aduentitiū est: in ipsis autē Deis, & ijs, quæ ve-
rè sunt, Totum, & impartibile bonum, multa, atque diuisa præcedit.

Cūm



Defo 10.

Defo 11.

Defo 12.

Hæ sunt triplices Angulorum species, de quibus Socrates quoque in Republica dicit, qui ex suppositione apud Geometras accipiuntur, Rectilineo iuxta diuisionem in species, hosce constituente Angulos, Rectum (in quâ) Obtusum, & Acutum. Illo quidem per æqualitatem, & identitatem, similitudinemque definito: his verò per Maioris, & Minoris naturam, ac denique per inæqualitatem, & diuersitatem, & per Magis, & Minus indeterminate constitutis. At multi quidem Geometre huiusce diuisionis nullam possunt reddere rationem, verum ut suppositione hac quoque utuntur, tres .s. esse Angulos. Cum autem de causa ipsos interrogauerimus, hæc ab ipsis non esse postulanda respondent. Pythagorici verò triplicis distributionis solutionem ad principia referentes, non sunt inopes in reddendis huius quoque Rectilineorum Angulorum differentie causis. cum .n. principiorum vnum quidem per Finem subsistat, Terminique, & identitatis, & equalitatis, ac denique totius melioris coordinationis causa absolutionibus sit: alterum verò infinitum existat, progressumque in infinitum, & accretionem, & decrectionem, & inæqualitatem, & omnis generis diuersitatem a se ipso genitis tribuat, omninoque deteriori præsit seriei, iure sane propter hæc cum Rectilinei quoque Anguli per illa constituantur principia, quæ quidem à Fine proveniunt Ratio rectum efficit Angulum, vnum, æqualitate respectu cuiuslibet Recti, similitudinemque præditum, & finitum semper, atque determinatum, eundemque manentem, neque accretionem, neque decrectionem suscipientem: quæ verò ab Infinitate, cum sit secunda, atque Dyadica, Angulos quoque circa Rectum duplices edidit, inæqualitate iuxta Maioris, atque Minoris

Côm. 10.
Socrates i
Repubo.

Digressio

Pythagorici Geo-
metre red-
dunt cam.
cur tres
sint recti-
linei An-
guli.
Finis.
InfinitumRō, quæ à
Fine pro-
uenit re-
ctū efficit
Angulū.
Rō, q̄ ab
Infinito p-
uenit Ob-
tusum, &
Acutū p-
ducit An-
gulum.

Rectili-
neorū An-
gulorum
pulcherri-
ma ad De-
os compa-
ratio.

Rectili-
neorū An-
gulorū ad
ea, q̄ sunt
cōparatio
Pulchrum

Perpēdicu-
laris pul-
chra cōfi-
deratio et
cōparatio
Perpēdicu-
lari Figu-
rarū meti-
mur altitu-
dines Hu-
ius at̄ cau-
sā vide in
ferius i cō-
mēto 19.
Rectili-
neorū An-
gulorū ad
virtutē, &
virtū cōpa-
ratio.
Epilogus.

Finis Di-
gresſionis
Primū no-
tandum.

naturam distinctos, iuxtaque Magis, & Minus, motū infinitū habentes, cum vnus quidem magis, & minus Obtusus, alter verò magis, & minus Acutus fiat. Idcirco planè rectos quidem Angulos ad diuinorum ornatuum, diuinarumque potentiarum puros, & immaculatos Deos emittunt, tanquam indeclinabilis inferiorum prouidentiae autores, Rectitudo nanque ad deterioraque inflexibilitas, & imutabilitas illis conuenit Dñs: Obtusos verò, atque Acutos Dñs progressionis, & motus, potētiarumque varietatis præbitoribus permitti dicunt. Hebetudo siquidem expansæ prorsus Formarum progressionis imago est, Acumen verò, diuidenti, mouentique vniuersorum causæ assimilatur. Quin etiam in ijs quæ sunt, essentiae quidem Rectitudo assimilatur, eundem Esse sui Terminum conseruans: Accidentibus verò, Obtusus, atque Acutus. hæc .n. Magis, & Minus suscipiunt, & indefinitè mutari nunquā cessant. Iurē igitur & Animam adhortantur descensum in generationem iuxta hanc Anguli recti indeclinabilem speciem, facere, non vergendo ad hæc magis, quam ad hæc: Neque alia magis, alia minus affectando .cuiusdam .n. conuenientiæ, coniunctionisque naturæ, vel (vr Græci dicunt) Sympathiæ distributio, ipsam in materialem deducit errorem, indefinitamque varietatē. Nota igitur est Perpendicularis quoque Linea, inflexibilitatis, puritatis, imaculatæ potentiae, & indeclinabilis, huiuscemodi omnium. Est autem & diuinæ, intelligentisque mensuræ Signum. Perpendiculari siquidem Figurarum metimur altitudines, & ad Rectū relatione cæteros definimus rectilineos Angulos, cum ipsi per se se indefiniti, indeterminatique sint. siquidem in excessu, defectuque inspiciuntur, quorum vterque per se indefinitus est. Quapropter Virtutem quoque dicunt iuxta Rectitudinem stare, vitium verò iuxta Obtusi, & Acuti Infinitatem subsistere, excessusque partiri, atque defectus, & Magis, & Minus eius imoderationem ostendere. Rectilineorum igitur Angulorum Rectum quidem, perfectionis, & indeclinabilis actionis, & Termini, & Finis intelligentis, hisque similium: Obtusum verò, atque Acutum motus infiniti, & incessabilis progressionis, & diuisionis, & partitionis, & omnino Infinitatis ponemus imaginem. Atque hæc de his. Definitionibus autem Obtusi, Acutique Anguli genus addendum est. vterque .n. est Rectilineus, alter quidem Recto maior, alter verò minor: verum non omnis absolutè, qui Recto minor, Acutus est. Cornicularis nanque omni Recto est minor, quandoquidem & Acuto, nec tamen Acutus. Semicircularis iudem quocunque Recto est minor, Acutus tamen non est. Causa autem, quoniam Misti sunt, & non

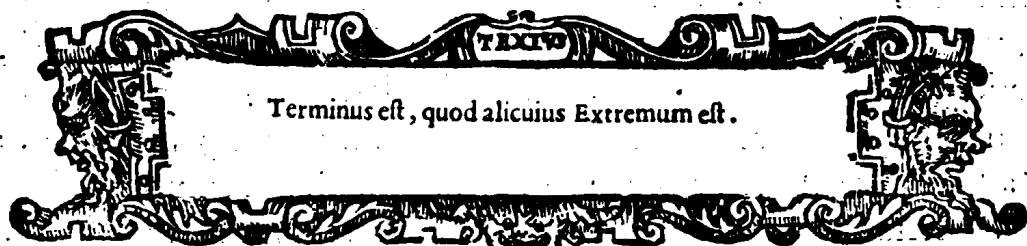
& non Rectilinei. Quinetiam multi curuilinearum Angulorū, Rectis maiores apparebunt, non ob id tamen Obtusi sunt. Oportet siquidem Obtusum, Rectilineum esse. Hoc ita quæ primū adnotamus, Deinde quod Rectum Angulum cum definire proposuisset, rectam suscepit Lineā super aliam rectā Lineam stantē, & eos, qui deinceps sunt Angulos, æquales adinuicem facientem. Obtusum verò, atque Acutum, non itē accipiens rectam Lineā ad alterutrā partem inclinātam: sed à relatione ad Rectum tradidit. ipse .n. & non Rectorum mensura est, quemadmodum & inæqualium æqualitas. Lineæ verò ad alterutrā inclinatæ partem, erant innumere: & non vnica tantum, quæadmodū Perpendicularis. Post hæc autē illud, quod dixit [Angulos æquales adinuicem] ad summā quandam Geometricam diligentiam spectare censemus. siquidem fieri poterat, vt Anguli æquales alijs essent, nec tamen Recti. cum autē æquales adinuicē sint, Rectos esse necesse est. Præterea particula illa [deinceps] addita, mihi non videtur esse superuacanea, vt quibusdā non rectē visum fuit: sed rectitudinis rationem ostendere. Ideo .n. vterque Angulorū Rectus est, quia cum sint deinceps, æquales sunt. Siquidem quæ insidet recta Linea, propter inflexibilitatem ad alterutrā partē, æqualitatis ambo- bus est, & vtrique rectitudinis causa. Non igitur absolutē adinuicem æqualitas, sed consequenter positio, vnā cū æqualitate, causa est Angulorum rectitudinis. Præter hæc autem omnia, hic quoque Autoris nostri propositum in memoriā reuocandum censeo, quod scilicet

Secundum.

Rectus an-
gulus non
Rectorū
mēsurā ē
quæadmo-
dū, & in-
æqualium
æqualitas.
Terrium.

Quartū,

Quintum



Terminus est, quod alicuius Extremum est.

Defo 13.

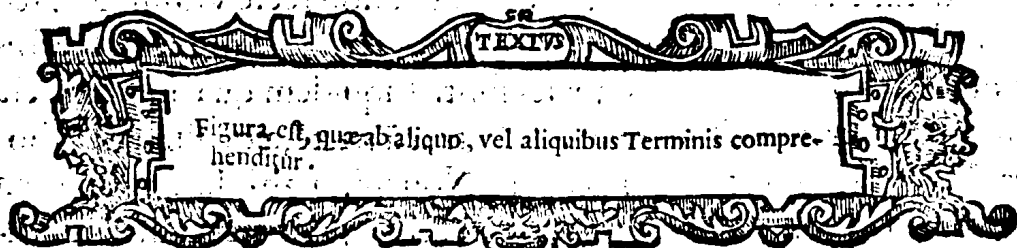
Terminus non ad omnes magnitudines referendus est, Lineæ namque Com. 11.
Termini

Terminus est, & Extremum : verum ad Spatia, quæ in Superficiebus sunt, & ad solida Corpora. nunc .n. Terminum vocat Ambitum, qui vnūquodque Spatium terminat, atque distinguit. huiuscemodique Terminum, Extremum esse definit. non eo modo, quo Signum, Lineæ Extremum dicitur : sed eo, quo illud, quod includit, atque excludit à circūiacentibus. Est autem proprium hoc nomen Geometriæ illi, quæ ab initio fuit, per quam agros metiebantur, & Terminos ipsos inconfusos, distinctosque seruabant, ex qua in præsentis quoque scientiæ cognitionem peruenere. Cum itaque externum Ambitum, Terminum Euclides vocasset, non immerito ipsum, Extremum quoque Spatiarum definiuit. per hunc .n. quodlibet comprehensorum circūscribitur. Dico autem exempli causa in Circulo, Circunferentiam quidē, Terminum, atque Extremum : ipsum verò Planum, quoddam Spatium : in cæterisque similiter.

Geometria, q̄ ab initio fuit

Circulus est quoddam Planū spatium. Cōtrariū vide super in cōm. 1.

Defō 14.



Cōm. 12. Figura multipliciter dicitur Prima species Figuræ.

Secūda.

Tertia.

Quarta.

QVonia Figuræ multipliciter dicitur, diuersasque in species diuiditur, operepretium est primum eius differentias inspicere : postea de illa Figuræ, quæ in hac proponitur definitione differere. Est itaque Figuræ quædam, quæ per mutationem constituitur, & à passione fit, dū illa, quæ Figuram recipiunt vexantur, vel diuiduntur, vel auferuntur, vel additiones suscipiunt, vel alterantur, vel alias varias affectiones patiuntur. Est etiam Figuræ, quæ ab Arte utpote Fictoria, vel Statuaria fit, iuxta præexistentem in Arte ipsa Rationem : Arte quidē speciem producente, Materia verò formam, & pulchritudinem, & venustatem illinc recipiente. Sunt autē his adhuc nobiliores, præclarioresque Figuræ, Naturæ opificia alię quidē in ijs, quæ sub Luna sunt Elemētis, Rationū in ipsis existentium cōprehendendarū vim habētes : alię verò in cœlis, quæ ipsorū potentias, & motus distinguunt. per se se nancque & adinuicē cœlestia corpora plurimā, admirabilēque exhibent Figurarū varietatē : & alias alio in tēpore formas ostēdunt, intelligētū formarū imaginē afferentes : & suis cōcinnis reuolutionibus incorporeas, imaterialesque Figurarū describunt potentias. Sunt autē rursus præter has quæque purissimæ, atque perfectissimæ pulchritudines, Ani-

marum

marum Figuræ, quæ cum vita quidem plenæ, per se sequæ mobiles sint, ipsæ, quæ ab alio mouentur præexistunt: cum verò immaterialiter, & sine vlla dimensionē subsistant, ipsæ, quæ dimensionem, & materiam habent præcellunt. de quibus & Timæus nos docuit, qui opificam, essentialēque Animarum explicauit Figuram. Quinetiā Animarum quoque Figuris Mentium Figuræ longè diuiniore sunt, quæ vndique quidem partilibus essentis præstant: vndiq; verò impartibili, Mentisquæ luce resplendent: vniuersorum autem feraces, effectrices, ac perfectrices sunt: & omnibus ex æquo adsunt, in ipsisquæ firmiter manent: & Animarum quidem Figuris vnionem afferunt, sensilium verò Figurarum imutationē ad proprium Terminum reuocant. Sunt demum ab his etiam omnibus separatæ, perfectæ illæ, & vniformes, & ignotæ, & quæ exprimi non possunt Deorum Figuræ, quæ Figuris quidē Mentium insident, omnes verò Figuras iunctim terminant, cuncta autem vniciis suis Terminis comprehendunt. Quarum proprietates Theurgia quoque exprimens, Deorum Simulachra alijs alia circūambit Figuris. & alia quidem characteribus inexplicabiliter effingit, huiusmodi nanque characteres ignotas Deorum patefaciunt vires: alia verò formis, atque imaginibus imitatur: alia quidem erecta, alia verò sedentia faciens: & alia quidē cordi similia, alia autem sphærica, alia verò alijs expressa Figuris: & alia quidē simplicia, alia verò ex pluribus cōposita formis: & alia quidē sacra, atque venerabilia, alia autem domestica, & Deorum propriam mansuetudinem exhibentia. alia verò torua construens, aliasquæ demum alijs attribuens Notas, iuxta pertinentem ad Deos cognitionē. Cum itaque Figura ab ipsis Deis sumat exordium, vsque ad inferiora peruenit, in his quoque à primis apparens causis. oportet siquidem ante imperfecta, perfecta supponere: & ante ea, quæ in alijs existunt, ea, quæ in se se sita sunt: & ante ea, quæ sua priuatione sunt plena, ea, quæ propriā naturam synceram custodiunt. Figuræ igitur, quæ materiales sunt, materiali inuenuitate participant, nec habent conuenientem sibi puritatem. Cœlestes verò, partibiles sunt, in alijsquæ subsistunt. Animarum autē, diuisione, & varietate, omnisquæ generis inuolutione præditæ sunt. Mentium verò, vnā cum vnione progressum in multitudinem habent. Ipsæ autem Deorum libere, & vniformes, & simplices, & genitrices Figuræ, ante omnia subsistunt, omnē in se se perfectionem habentes, & à se se cunctis absolutionem formarum porrigentes. Non ergo multi à nobis auscultandi, tolerandiquæ sunt, qui dicunt quasdam additiones, & ablationes, & alterationes, sensiles Fi-

Timæus.

Quinta.

Sexta, & vltima Figure spēs oīum pfectissima.

Theurgia

Digressio

Figurarū oīum cōsideratio.

Democriti opinio, & eius cō-

guras

futatio, vi
de ē Ari.
in lib. de
sensu & se-
nsu, & i li.
de diuina-
tione per
somnia.
Primū ar-
gumētum
Secūdū ar-
gumētum
Opinio p-
pria.
Prima opi-
nio, quæ ē
Antiquo-
rū, & eius
cōfutatio.
Secūda o-
pinio, q̄ est
Stoicorū,
& eius cō-
futatio, vi
de ē Ari.
primo, &
13. Meta.
& 2. Phy.
19.
Primū ar-
gumentū.
Secūdū ar-
gumētum
Propria o-
pinio.

Qualis in
Deis Figu-
ra sit.

Qualis in
Naturis.

Qualis in
Animis.

Pulchra
Naturæ ad
Aiam cō-
paratio.

guras,producere (motus siquidem cū imperfecti sint , principalem
vtique,primariamq̄e habere non possent effectuum causam : neque
ex motibus contrarijs eadē sæpe fierent Figuræ . ex additione nanq̄;
& detractiōe,eadem quandoque fiet Forma) verūm hæc alijs in ge-
neratione seruire censebimus , perfectionemq̄e ipsis ab alijs primi-
genijs causis assignari dicemus. Neque igitur ille quidem, quæ mate-
riæ expertes sunt. Figuræ subsistere non possunt, illæ verò tantūm;
quæ in materia sunt,subsistunt, vt quidam alicubi dicunt . At neque
(vt alijs aiunt) sunt quidē extra materiam, subsistunt: verò secundum
excogitationē duntaxat, & abstractionem . vbi .n. certitudo,& pul-
chritudo,& ordo Figurarum in ijs,quæ per abstractionem subsistunt,
incolumis seruari potest : eiusmodi .n. cū sint , cuiusmodi sensiles;
quā longē ab inconuincibili, puraquē deficiunt certitudine . Cū
autem suscipiant certitudinem,& ordinem,& perfectionem,vndenā
hæc accipient ? aut .n. à Sensilibus (verūm in illis non erant) aut ab
Intellectilibus (verūm perfectius erunt in illis) nā dicere ab eo,quod
non est , omnium est absurdissimum . non .n. imperfectas quidem
Natura produxit Figuras,perfectas verò nullo modo subsistentes re-
liquit . nec fas est Animam nostram certiores , & perfectiores , ma-
gisq̄e ordinatas producere Figuras,quā Mens, ipsiq̄e Dñ . Sunt
ergo ante sensiles Figuras,per se se mobiles,& intelligentes, & Diui-
næ Figurarum Rationes . & nos excitamur quidem à sensilibus,pro-
ferimus verò internas Rationes,quæ aliarum Imagines sunt . & his
sensiles quidem Figuras per exempla,Intelligentes verò,atque Diui-
nas,per Imagines cognoscimus . emergentes .n. se seq̄e propagan-
tes quæ in nobis sunt Rationes,Deorum formas ostendunt , vnifor-
mesq̄e vniuersorum Terminos . per quos inexplicabiliter in se se
cuncta conuertunt, in se seq̄e continent . In Deis igitur cum egregia
vniuersarum Figurarum cognitio est, tum gignendi , & cuncta infe-
riora constituendi vis . In Naturis autem, Figuræ efficientem quidem
eorum,quæ apparent potentiam habent : cognitionis verò,intelligē-
tisq̄e perceptionis expertes sunt.In Animis verò particularibus,im-
materialis quidem intellectio est,& per se se agens cognitio: fecunda
autem,efficaxq̄e causa,non est . Quemadmodum igitur Natura ef-
ficiendo Sensilibus præstet Figuris,codem modo Anima iuxta cogni-
tricem sui partem agendo,promit in Phantasia tanquam in speculo
Figurarum Rationes . Illa autē in suis spectris eas recipiēs, habensq̄e
imagines earū, quæ intus existunt Rationum , per hæc quippe ima-
gines præbet, Animæ intus conuersionem,ad se seq̄e ab ipsis spectris
actionē

actionem. Exempli gratia, si quis in speculo se se aspiciens, & Naturæ potentiam, suamque pulchritudinem admiratus, se se videre voluerit, huiusmodique potentiam acceperit, ita ut denique aspiciens simul, obiectumque euadat. Anima nanque hoc pacto extra se in phantasia aspiciens, & adumbratas intuens Figuras, ipsarumque pulchritudinem admirata, & ordinem, suas admiratione prosequitur Rationes, à quibus hæ quoque scaturiunt, mirificeque delectata, harum quidem pulchritudinem tanquam circa Spectra versantem dimittit, suam verò quærit, introrsusque transire desiderat, & Circulum ibi, atque Triangulum, omniaque simul, & impartibiliter cernere, se sequæ obiectis inferere, & multitudinem in vnum contrahere, ac denique occultas, & infandas Deorum Figuras, quæ in sacrarijs, adytisque sunt, intueri. necnon incultum Deorum decorem patefacere, & Circulum videre quolibet Centro impartibiliorem, & Triangulum nullo Intervallo distans, ac denique cæterorum, quæ sub cognitionem eadunt quoduis in unionem ascendens. Figura igitur per se mobilis quidem, illam, quæ ab alio mouetur; impartibilis autem, per se mobilem: quæ verò Vni eadem est, impartibilem præcedit, omnia enim cum ad Vnitates redierint terminantur. est si quidem cunctis illinc ad Esse suum aditus. Verum enimvero hæc quidem iuxta Pythagoricum Placitum in longum produximus. Cum autem Geometra eam, quæ in Phantasia est contempletur Figuram, hancque primum definiat (si quidem sensilibus etiam definitio hæc secundo loco congruit) Figuram esse ait, quæ ab aliquo, vel aliquibus Terminis comprehenditur. Cum enim ipsam vnâ cum materia iam accepisset, & tanquam Interuallis distantem excogitet, non immerito finitam, terminatamque vocitat. omne enim, quod materiam habet vel intellectualem, vel sensilem, aliunde Terminum fortitur. Nec ipsum Terminus est, sed Terminatum. neque suipsius Terminus, sed aliud quidem in ipso Terminans, aliud verò Terminatum. neque in ipso est Termino, sed ab ipso continetur. Quantitati enim adnectitur, & simul cum illa subsistit, ipsique subiicitur Quantitas: Quantitatis verò illius Ratio, & aspectus, nil aliud est, quam Figura, & Forma. ipsam siquidem terminat, Characteremque ipsi talem, & Terminum vel simplicem, vel compositum adiicit. cum .n. hæc quoque Finis, & Infiniti duplicem progressum in proprijs Formis ostendat (quæadmodum etiam Anguli Ratio) vnum quidem Terminum, Formamque simplicem inferat, quæ ab ipsa comprehenduntur, iuxta Finem: plures verò, iuxta Infinitatem. Quo-

Pulcherri-
mum exē-
plum.

Applicat
dictis exē-
plum.

Epilogus.

Vnū hic, p
Deo, ut et
superius i
cōm. 6.
Finis Di-
gressionis
Geome-
tra eā cō-
tēplāi Fi-
gurā, quæ
in Phanta-
sia est.
Ponderat
Euclidis
Defōnem

Quo Figu-
ra, Finem,
et Infinitū
in proprijs
Formis o-
stendat

L circa

Qualis sit
Figura, q̄
ab Eucl.
definitur.

Cesō Po-
sidonii.

Cōparat
Posidonii
Defōnem
Definitio-
ni Euclid.

Duplex
Circuli cō-
sideratio.
vide ēt su-
perius in
cōm. 1. &
in cō. 11.
Dutō con-
tra Eucli-
dis defini-
tionem.
Argumen-
tum.
Solutio.

Digressio.
Causę Fi-
gu aperi-
cientes.
Figure Ra-
tionis tri-
plex cā
prima.

Secūda cā
q̄ est pria
Totalitas.

Euclides i
lib. de Di-
uisionibus

circa omne Figuratum aut vnum sibi vendicauit Terminum, aut plures. Euclides igitur id, quod Figuratum est, & materiale, Quantitatique annexum Figuram appellans, non iniuria ab aliquo, vel aliquibus Terminis ipsam contineri insuper dixit. At Posidonius Terminum concludentem definit Figuram, Rationem Figuræ à Quantitate separans: ipsamque terminandi, & definiendi, & comprehendendi causam esse censens. quod enim claudit, diuersum est ab eo, quod clauditur, Terminusque, à Terminato. & videtur quodammodo hic quidem ad extrinsecus circumpositum Terminum respicere, ille verò ad totum subiectum. Proinde alter quidem dicet Circulum iuxta totum Planum, exterioremque ambitum Figuram esse: alter verò iuxta Circumferentiam tantum ostendit. & alter quidem definit quod signatum est, quodque vnà cum subiecto inspicitur: alter verò Circuli Rationem definire desiderat, ipsam nempe, quæ Quabtitatem terminat, ac concludit. Si quis autem Dialecticus, captiosusque vir Euclidis obtrectaret definitionem, quippe quæ genus, à formis definiat (quæ enim ab vno Terminò, & quæ à pluribus continetur, Figuræ sunt species) aduersus ipsum vtique dicendum erit, quod genera quoque, formarum potentias in se se præoccuparunt. cumque priscæ autoritatis viri ab ijs potentijs, quæ in generibus sunt, genera ipsa manifestare volunt, videntur quidem à formis propositum aggredi: re vera autem ipsa à seipsis edocent, & à potentijs, quæ in ipsis existunt. Figuræ igitur Ratio cum vna sit, plurium Figurarum comprehendit differentias iuxta Finem, qui in ipsa est, atque Infinitatem, & qui hanc definit Rationem inanis vtique non erit, dum potentiarum in ipsa existentium differentias definitione completitur. Verum vndenam egreditur Figuræ Ratio, à quibusue causis perficitur? Dico sanè, quod primum quidem ex Fine oritur, & Infinito, ex hisque Mistò. Proinde ipsa quoque alias quidem ex Fine, alias autem ex Infinito, alias verò ex Mistò producit species, Circularibus quidem Finis afferendo Formam: Rectilineis verò, Infiniti: Illis autem, quæ ex his constant, Misti. Secundo autem à Totalitate ea perficitur, quæ in dissimiles dirimitur partes. Vnde porro ipsa etiam cuilibet Formarum Totum infert, & vnaquæque Figurarum in diuersas ipsarum dissectatur species. Circulus nanque, & Rectilineorum quodlibet, in ratione dissimiles diuidi potest Figuras. Quod & ipse Euclides in Diuisionibus pertractat, aliam quidē Figurarū in similes datas Figuras,

ras, aliam verò in dissimiles diuidens. Tertiò ab accumulata corroboratur multitudine, & propter hoc cuiuscunq; generis porrigit Formas, multiformesque Figurarum producit Rationes. Et se se propagans, non cessat utiq; donec ad vltimum quoddam perueniat, omnemque Formarum varietatem aperiat. Et quẽadmodum illic Vnũ, in eo, quod est: & id, quod est, in Vno simul esse ostenditur, ita sanẽ ipsa etiã in rectilineis Figuris Circulares, & cõtrã rectilineas in Circularibus comprehensas ostendit. Totamque sui naturam in vnaquaq; propriẽ manifestat, & omnia hæc in omnibus. quandoquidem Totum etiam simul in omnibus sit, & in vnoquoq; seorsum. Hanc itaq; vim ab illo habet ordine. Quartò à Numerorum primo recipit progressionis formarum mensuras. Vnde etiam omnes iuxta Numeros constituit, alias quidem iuxta simpliciores, alias verò iuxta compositiores. Triangula siquidem, & Quadrangula, & Quinquangula, omniaque Multiangula vnã cum Numerorum in infinitũ mutationibus progrediuntur. Verũ qua de cãusa hoc fiat Vulgo quidẽ ignotum est, Scientibus autem vbi quidem Numerus sit, vbi verò Figura, manifesta est reddendæ causæ ratio. Quintò ab alia Totalitate secũda, quæ etiam in consimilia diuiditur, ea Formarum diuisione repletur, quæ ipsas in alias similes diuidit Formas. per quam & Triangularis Ratio in Triangula, & Quadrangularis in Quadrangula diuiditur. & id, quod dixi in Imaginibus quoq; nos exercentes effcimus, siquidem longẽ prius in principijs præextitit. Veruntamen ad hæc assignationes respiciendo, plurimas de Figuris reddere possumus causas, ipsas ad sua prima reducentes principia. Et vna quidem communior Figura, huiuscemodi sortita est ordinem, à totque causis perfectionem suscipit. Hinc verò ad Deorum progreditur genera, & iuxta alias formas alijs attribuitur, aliterque in alios agit. Alijs quidem simpliciores præbens Figuras, alijs verò ex his compositiores. & alijs quidem primarias assignans, & eas, quæ in Superficiebus produciuntur: alijs verò (solidorum Corporum tumorem ingredientibus) eas, quæ in Solidis sunt sibi conuenientes Figuras. omnibus quidem in omnibus existentibus, Deorum siquidem Formæ accumulatae sunt, vniuersarumque plenæ potentiarum: proprietate verò aliud iuxta aliam producente. nam alius quidem Circulariter habet omnia, alius autem Triangulariter, alius verò Quadrangulariter. eodemque modo in Solidis.

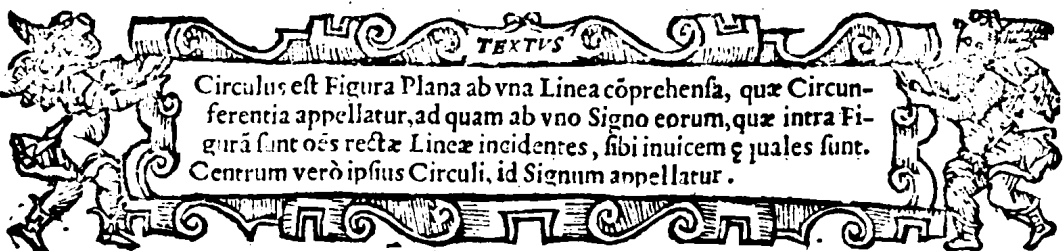
Tertia cã,
quæ est ac-
cumulata
Multitu-
do.

Quarta cã
q̃ẽ Nume-
rus Ternã-
rius.

Numerus
est i Arith-
metica, Fi-
gura autẽ
in Geome-
tria.

Quinta cã,
q̃ẽ est secũ-
da Totali-
tas

Quo Figu-
ra Diis at-
tribuitur.



Defō 15.

Defō 16.

Cōm. 13.
Circulus
ē oīum Fi-
gurarū p-
fētissīma.

Socrates i
Timæo.

Timæus.

Epilogus.

Digressio

Circulus
pfectiōe
reb^o oībus
præbet.
Deis.

PRima, simplicissima, atque perfectissima Figurarū Circulus est. nā Solidis quidem omnibus præstat, eò quòd in simpliciore loco existit: ijs verò, quæ in Planis subsistunt, similitudine, atque identitate excellit. Finiquè, & vnitati, ac denique meliori coordinationi proportionem respondet. Quapropter mundanarum, & earum, quæ supra Mundum sunt Figurarum diuisiones faciens, semper diuiniore esse naturæ Circulum reperiēs. si .n. in cœlum, & Generationē vniuersum diuidas, cœlo quidem formam Circularē, Generationi verò rectam assignabis. quicquid nanque in generabilibus Circularē est, in mutationibus nempe, atq; in Figuris, desuper à cœlo deuenit. per eius .n. circunvolutionem Generatio ad se se reuoluitur: instabilemquè mutationem, ad ordinatam redigit continuationem. Quòd si in Animam, & Mentē ea, quæ corpore carent distribuas, Mentis quidē esse dixeris Circulū, Animæ verò Rectum. Quocirca Anima quoque iuxta conuersionē ad Mentem Circulariter moueri dicitur, & eandem habet rationē Anima ad Mentem, quam Generatio ad cœlū. Circulariter .n. mouetur (inquit Socrates) quoniam Mentē imitatur. Animæ autē generatio, & progressus, secundum rectā fit Lineā. aliās .n. alijs se applicare Formis, Animæ proprium est. Si verò in corpus, & Animam diuidere velis, omne quidē corporeum Recti portione: omne verò Animale, Circuli identitate, similitudinequè participare constitues. nam illud quidē cōpositum est, potētisquè varium, quēadmodum rectilineæ Figuræ: hoc verò, simplex, & intelligēs: per se mobile, & per se agens: in se ipsum conuersum, in se sequē agens. Vnde porrò Timæus quoq; cū vniuersi Elementa rectilineis constituisset Figuris, motum ipsis Circularē, & informationē ab ea, quæ Mundo insidet Anima præbuit. Veruntamē quòd Circulus quidē vbicq; respectu aliarum Figurarū primas tenet, ex iam dictis manifestum est. Operæpretium est autē totam quoq; ipsius seriē inspicere, desuper inchoantē, & vsq; ad inferiora desinentē, omniaquè perficientē, iuxta eorum aptitudinē, quæ ipsius suscipiunt consortium. Dijs itaq; conuersionē ad suas causas, atq; vnionē præbet, & hoc, quòd in seipsis maneat, à beatitudinequè sua non discedant, summas quidē ipsorū

vniō-

vniones tanquam Centra obfirmans inferioribus desiderabilia, multitudines verò earum, quæ in ipsis sunt potentiarum circa illa stabilitè collocans, illorumque simplicitate continens. Mētium autē essentijs hoc suggerit, quòd scilicet in se se perpetuò agant, & à se se cognitione replcantur, & in se se intellectilia contracta teneant, in se sequè intellectiōnes perficiant. omnis siquidē Mens intellectile sibi proponit, hocque tanquam Centrū est Menti; Mens autē ipsa, circa ipsum se implicat, & agit, & vnitur intra se se vniuersis vndiq; Mētis actionibus. Animis verò illustrat vim per se viuendi, per se mouendi, ad Mentē conuertēdi, circa Mentē circumsiliēdi, redeundique iuxta proprias conuolutiones, Mentis impartibilitatē euoluentes. rursus .n. intelligētes quidē ordinationes tanquam Centra Animis præstābūt, Animæ verò circa ipsas Circulariter agēt. omnis namq; Anima iuxta quidē sui partem intelligentē, & ipsum Vnum supremum, Centrum suscepit; iuxta verò multitudinē, Circulariter voluitur, Mentē suam circumplecti desiderans. Cœlestibus autē corporibus, assimilationē ad Mentē, similitudinē, equationē, vniuersorum in Extremis comprehensionem, reuolutiones, quæ in determinatis fiunt mēsuris, sempiternam subsistentiam, hocque demum, quòd principio, & fine careant, cuncta id genus. Iis verò, quæ sub concavo orbis Lunæ sunt Elementis, periodum, quæ in mutationibus fit: ad cœlum assimilationē: id, quod in generabilibus est ingenitum: id, quod manet, in ijs, quæ mouentur: & id, quod in partibilibus Terminatum existit. omnia .n. semper sunt propter generationis Circulū, & æquabilitas feruatur in omnibus propter corruptionis reciprocationē. nam si generatio non regrederetur, breui quidē tēporis curriculo, ipsorum ordo, totaque euanesceret exornatio. Rursus autem Animalibus, atq; Plātib; eam, quæ in generationibus reperitur similitudinē affert. ex seminibus siquidem hæc, ex hisque femina fiunt. & generatio ex ijs alternatim perficitur, atq; circūuolutio, ab imperfecto quidem ad perfectum, & contrā; vt corruptio quoq; vnā cū generatione sit. Iis verò, quæ præter naturam fiunt, ordinem imponit, & ipsorum indeterminatā varietatē ad Terminum redigit, & ipsa quoq; decēter exornat postremis suarum potētiarum vestigijs. Quapropter iuxta etiam determinatos circūuoluuntur Numeros, & non modò fertilitates, verum etiam sterilitates iuxta Circulorum alternas cōuolutiones subsunt (vt ostendit Musarum fermo) & omnia mala licet ex Deis in Mortalium locum abiecta sint, circūuoluuntur tamen hæc quoq; (inquit Socrates) & his etiā adest Circularis reuolutio, Circularisque ordo.

Mentium
essentijs.

Animis,

Vnum hic
pro Mēte.

Cœlestib;
corporib;

Quatuor
Elementis.

Animalibus,
& Plātib;.

Iis, q̄pter
naturam
fiūt.

Musæ i 8.
de Repu.
Socrat. in
Repub.

Epilogus.

Circuli
pulchra in
Numeris
cōtēplatioNumeri
Circularis
cōtēplatioQuinari⁹,
et tenarius
mediū in-
ter oēs nu-
meros pos-
sident locū.
Finitis Di-
gressionis
Mathema-
ticę Circu-
li definitio-
nis, & cō-
ditiones.
Prima cō-
ditio.
Secunda cō-
ditio,

Tertia.

Quarta.

Quinta.

ordo : vt nullum immoderatum, malumque sit, nec desertum à Dñs : sed perfectrix vniuersorum prouidentia, malorum etiā infinitam varietatem ad terminum, conuenientemque ipsis redigat ordinē . Cuncta igitur nobis exornauit Circulus, ad vltimas vsque participationes, & nihil reliquit suæ participationis experts, cum decorem illis, & similitudinem, & formationem, & perfectionem suppeditet. Quocirca in Numeris quoque media continet Centra totius Numerorum progressionis, quæ ab Vnitate vsque ad Denarium circunuoluitur . Quinarius enim, atque Senarius ex omnibus Circularem ostendunt potentiam, quippe qui in ipsis, quæ fiunt ex se se progressionibus, in se se iterum reuertuntur . cum .n. multiplicantur , in se se definunt . Progressionis igitur imago est multiplicatio , siquidem in multitudinem extēditur : Regressionis verò, exitus in eadem specie . Horum autē vtrunque Circularis præbet potentia, excitās quidē à manente veluti Centro causas, multitudinis productrices, cōuertēs verò post productiones multitudinem ad causas . Duo itaque Numeri medium inter omnes possident locum, Circuli proprietatem habentes . Quorum vnus quidem omne masculorum, imparisque Naturæ conuertibile genus præcedit : alter verò omne femineum, & par, fecundasque series ad propria reuocat principia, iuxta Circularem potentiam. Verū hęc quidem hucusque terminata sint . Mathematicam autē Circuli definitionem accuratam vndeque existētem contemplabimur . Figuram itaque ipsum definiuit, quoniam sanē finitus est , & ab vno Terminō, vndeque comprehenditur, & non est infinitæ naturæ, sed Terminō consociatus . Itemque Planū, quia cum Figuræ vel in Superficiebus, vel in solidis spectentur Corporibus, Circulus planarū Figurarū prima est, simplicitate quidē solidis præstans, Vnitatis verò ad planas rationē habens . Ab vna autē Linea cōprehensum, eò quod Vnitas est similis, & per Vnum definitur, Terminorumque extrinsecus circūpositorum varietatē non recipit . Ad hanc verò Lineam æquales habentem omnes ab vno Signo eorum, quæ intra ipsum sunt exeuntes , quoniam earum etiam Figurarum , quæ ab vna Linea terminantur, aliæ quidem cunctas, quæ à Medio exeunt æquales habent : aliæ verò haud cunctas . Ellipsis namque ab vna comprehenditur Linea, non tamen omnes à Centro exeuntes , ad ipsamque incidentes, æquales sunt : verū duæ tantum . Necnon Planum, quod à Cissoide intercluditur Linea, vnā habet continentem , non est tamen in ipso Centrum, à quo omnes æquales sint. Quoniam autē Centrum in Circulo, omnino vnum est Signum (plura .n. vnus haud sunt Centra)

tra) idcirco illud adiecit, ab vno Signo ad Circuli Terminum incidentes, æquales esse Lineas. infinita .n. sunt intra ipsum Signa, horum autem omnium vnum tantum Centri vim habet. Et quia vnū hoc Signum, à quo omnes, quæ ad Circuli coincidunt Circunferentiam, æquales sunt, vel intra Circulum est, vel extra (quilibet namq; Circulus habet Polum, à quo omnes, quæ ducuntur ad eius Circunferentiam, æquales sunt) propterea illud addidit [eorum quæ intra Figuram sunt Signorum] neq; hoc abre fecit, Centrum solum accipiēs, non autem Polum, siquidē vult cuncta in vno inspicere Plano, Polus verò subiecto Plano sublimior est. Necessariò igitur in fine quoq; adiecit, quod hoc Signum, quod vtrique iacet quidem intra Circulum, omnes verò ab ipso ad Circunferentiā incidentes, æquales sunt, Centrum est Circuli. nam duo tantum huiusmodi Signa sunt, Polus nempe, atq; Centrum. verum ille quidem extra Planum est, hoc verò intra. exēpli gratia, Si Gnomonem in Cētro Circuli stantem intellexeris, superior ipsius extremitas Polus est, omnes .n. quæ ab ipso ad Circuli ducuntur Circunferentiam, æquales adinuicem demonstrantur. similiterq; in Cono, totius Coni vertex, Polus est Circuli ad Basim existentis. Quid igitur Circulus sit, quid Centrum, & ea, quæ in Circulo ponitur Circunferētia, quidq; tota Circularis Figura, hucusq; determinatum est. Rursus ergo ex his ad Exēplarium recurramus contemplationem, in illisque Centrum iuxta vnicam, & impartibilem, & firmam præstantiam vbiq; intelligamus. à Centro autem distantias, iuxta progressus, qui sunt ab Vno, ad infinitam potentia multitudinem. Circuli verò Circunferentiam, iuxta progressorum regressionem ad Centrum, per quam potentiarum multitudines, in suam voluntur vnionem. & omnes ad illam properant, & circa eam agere cupiunt. Et quemadmodum in Circulo cuncta sunt simul, Centrum, Interualla, externaq; Circunferentia: ita sanè in illis quoq; haud alia quidem tempore præexistunt, alia verò consequuntur, verum vnà quidem omnia sunt, permansio, progressus, atq; regressus. Differunt autem hæc ab illis, eò quod illa quidem indiuisibiliter, & sine vlla dimensione subsistunt: hæc verò cum dimensione, & diuisibiliter, alibi quidem Centrum, alibi autem quæ à Centro Lineæ, alibi verò extrinseca Circulum terminans Circunferentia: at illic cuncta in Vno sunt. Quod si illud, quod vice fungitur Centri suscipias, in hoc cuncta reperiēs. Quod si distantē ab hoc progressum, in hoc quoq; habebis omnia. Quod si regressum, similiter. Cum itaque cuncta ad inuicem perspexeris, & defectum à dimensione prouenien-

Sexta.

Defo Cētri.

Quid sit Polus Circuli, & eius defo.

Epilogus.

Digressio. Centri, & distantiarū à Centro, & Circunferētiæ in Exēplariis cōtemplatio.

Quo hæc cū illis cōmunicēt.

Quo differant.

Pulchrum

Quo inueniatur ille qui verè ē

Circulus,
& vera
Circularis
natura.

Idē supe-
rius in pri-
cipio huius
comenti.

Cētri Ma-
thematici
ad cētrum
intelligi-
bile pul-
chra com-
paratio
Defō Cē-
tri ab Ora-
culis tradi-
ta.

Prima cā,
p quā Fi-
gura Cir-
cularis ap-
paruit.

Orphei
carmen

Triadicus
Deus.

nientē abstuleris, positionēque ipsam, circa quā fit partitio ē cōspecta remoueris, eū, qui verē est Circulus inuenies, ad sese progredientē, & sese terminantem, & in sese agentem, & vnum & multa existentem, & manentem, & progredientē, atq; regredientem: nec non sui maximē impartibile, maxime q; singulare firmiter collocantem: prorsus autem ab hoc progredientem iuxta rectitudinem, iuxtaque eam, quæ in ipso est infinitatem: ad vnum verò sese ex sese conuoluentem, per similitudinemque, & identitatem ad impartibilem sui nature, occultatricemque in ipso vnus vim se se excitantem. Quod porro vnum cum in gremio contineat, ac circumambiat, ipsum iuxta etiam sui ipsius multitudinem æmulatur. quod namq; conuertitur, illud imitatur, quod manet. & Circulare, est tanquā Centrum, quod Interuallo distet, ad seseque annuit, Centrum suscipere properans, & vnum cum illo fieri, vndeque progressus principium habuit, ibi terminare regressum, tale enim vbique Centrum est rei amabilis loco, atq; desiderabilis, omnibus circa ipsum subsistentibus prepositum, omniumque progressuum initium, & autor. Quam quidē rem Mathematicum quoq; Centrum exprimit, omnes à sese ad Circunferentiam incidentes terminando Lineas, æqualitatemque ipsis præbendo tanquam propriæ vnionis imaginem. Ita autem Oracula quoque Centrum definiunt.

Centrum est, à quo omnes vsq; ad Circunferentiam æquales sunt: Et ad quod.

Verum quod quidem sit distantiae Linearum initium per particulam [à quo] indicant: quod verò Circunferentiæ medium, per particulam [ad quod]. hæc siquidem ex omni sui parte cum Centro coniungitur. Si autem opus est causam quoque primam dicere, per quam Figura Circularis apparuit, perfectionemque suscipit, supremum utiq; intellectilium dicerem ordinem. nam Centrum quidem Finis causæ assimilatur: Lineæ autem ab hoc exeuntes, & multitudine, & magnitudine quantum ad sese infinitæ, Infinitatem affingunt: Linea uerò, quæ infinitam istarum terminat extensionem, ipsamque rursus cū Centro coniungit, ornatui illi occulto ex his constanti similis est. Quem Orpheus quoque Circulariter ferri, his verbis ait.

Infinitum autem secundum Circulum infatigabiliter ferebatur.

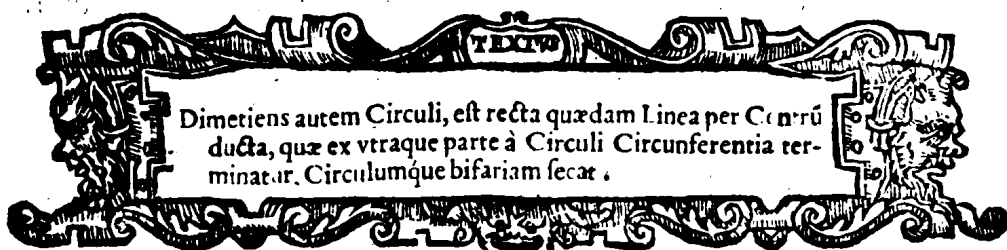
Cum enim circa intellectile intellectiliter moueatur, illudque tanquā Centrum suæ habeat lationis, iure ipso Circulariter agere dicitur.

Quocirca ex his quoque Triadicus egreditur Deus, qui progressio-

nis

nis etiā rectilinearum Figurarum primā in se se continuit causam. hinc siquidem & nomen ipsi, Sapientes, Theologorumque maxime arcani imposuere. ex hisque manifestum est, quod prima quidē Figurarum Circulus est: Prima verò rectilinearum, Triangulum. Apparent ergo Figuræ primum in ordinatis Deorum exornationibus, subsistunt autem iuxta præexistentes latenter in intellectibus causas.

Prima Figurarū circulus, & prima Rectilinearū Triangulū. Epilogus.



Dimetiens autem Circuli, est recta quædam Linea per Centrū ducta, quæ ex vtraque parte à Circuli Circunferentia terminatur. Circulumque bifariam secat.

Defo 17.

QVòd non omnem definit Dimetientem, sed Circularem tantummodo, perspicue Euclides ipse ostēdit. quoniam Quadrangulorum quoque Dimetiens est, ac denique omnium Parallelogramorum, est etiam Sphæræ in solidis Figuris. Verum in his quidem, Diagonius etiam nominatur: in Sphæra verò, Axis quoque dicitur: in Circulis autem, Dimetiens tantum. Siquidem Ellipsis etiam, & Cylindri, & Coni Axem dicere consuevere: Circuli verò, propriè Dimetientem. Hæc itaq; genere quidem recta Linea est, multis autē in Circulo rectis Lineis existentibus, veluti infinitis etiam Signis, quemadmodum vnum ex Signis Centrum est, ita sanè Dimetiens quoq; hæc tantum vocatur, quæ transit per Centrum, nec intra Circunferentiam desinit, neq; huius terminum transcendit: sed vtrinque ab ipsa terminatur. Et hæc quidem ipsius ortum ostendunt. Quod autem in fine adiectum est, quod bifariam quoq; Circulum secat, propriam eius in Circulum indicat actionem, præter omnes alias rectas Lineas per Centrum ductas, quæ tamen ex vtraque parte à Circunferentia non terminantur. At bifariam quidem Circulum à Dimetiente secari, Thaletem ferunt primum demonstrasse. Causa autem bipartitæ Sectionis est, in declinabilis per Centrū rectæ Lineæ transitus. cum .n. per medium ducatur, semperque eundem motum iuxta omnes eius partes ad alterutram partem inflexibilem seruet, equum vtrinque ad Circuli Circunferentiam abscindit. Si autem per Mathematicam quoq; viam idem ostendere desideras, intellige ductam Dimetientem, & alteram Circuli partem reliquæ coaptari. si .n. equalis non est, vel intra cadit, vel

Côm. 14.

Quo differant Dimetiens, & Diagoni, & Axis.

Dimetiens in circulo tantum propriè dicitur.

Thales.

Demonstratio.

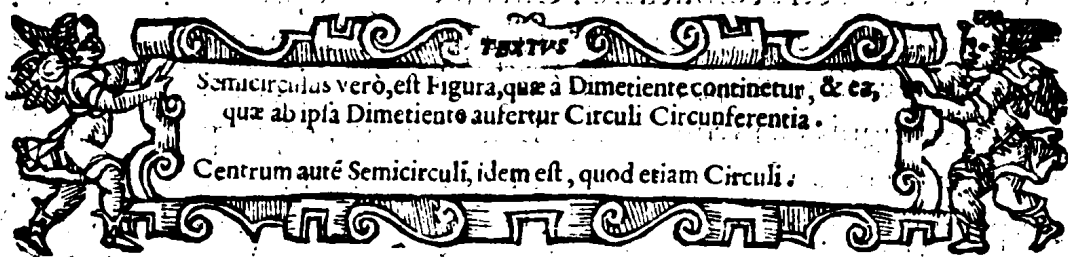
M extra

Dubitatio
Hac uti
obiectio-
ne Io. gra.
in lib. cō-
tra Proc.
Vide et Si-
pliciu i 3.
digressio-
ne contra
Gra. in 8.
phisco.
Solutio.

extra : utcumque autem se habeat, eveniet minorem rectam Lineam esse æqualem maiori . siquidem omnes à Centro ad Circunferentiam, sunt æquales . Ea igitur, quæ ad exteriorem tendit Circunferentiam, ei, quæ ad interiorem, æqualis erit . at hoc fieri non potest . congruunt ergo, & proinde æquales sunt , quamobrem Dimetiens quoque Circulum bifariam secat . Verum si una existente Dimetiente duo Semicirculi fiunt , infinitè verò Dimetientes per Centrum ducuntur, eveniet utique duplicia infinitorum esse, iuxta numerum . hæc enim nonnulli obijciunt aduersus Magnitudinum in infinitum sectionem . Nos autem dicimus quod secatur quidem Magnitudo in infinitum, non autem in infinita . nam hoc quidem actu facit infinita, illud verò potentia tantum . & hoc quidem essentiam infinito præbet, illud verò ortum duntaxat . Simul igitur cum una Dimetiente duo sunt Semicirculi, nunquam tamen Dimetientes in finem erunt, & si in infinitum sumptæ fuerint . Proinde nunquam infinitorum duplicia erunt : verum duplicia, quæ continuè fiunt , finitorum duplicia sunt . semper siquidem sumptæ Dimetientes , finitè numero sunt . quomodo nanque non debet omnis Magnitudo finitas habere diuisiones, cum Numerus ante Magnitudines sit , & omnes ipsarum sectiones definiat, & infinitatem præoccupet, semperque partes, quæ oriuntur determinet.

Defo. 18.

Defo. 19.



Cóm. 15.

EX definitione quidem Circuli, Centri naturam inuenit, à cæteris omnibus, quæ sunt in Circulo Signis discrepantem . A Centro verò, Dimetientem definiuit, eamque ab alijs rectis, quæ intra Circulum describuntur Lineis separauit . A Dimetiente autem, Semicirculum quid nam sit edocet : & quod à duobus Terminis continetur, hisque semper differentibus, Recta scilicet, atque Circunferentia : & quod Recta illa non quælibet est, sed Circuli Dimetiens . siquidem minus quoque Circuli Segmentum, & maius à Recta, Circunferentiaque continentur, non tamen hæc Semicirculi sunt . eò quod Circuli diuisio, per Centrum facta non est . Cunctæ ergo huiusmodi Figuræ,

bifor-

Figure bi-
formes.

biformes sunt, quemadmodum Circulus Monadicus erat, & ex dissimilibus constant. quælibet .n. Figura, quæ à duobus Terminis comprehenditur, vel à duabus continetur Circunferentijs, quemadmodum Lunularis: vel à Recta, & Circunferentia, ut iam dictæ Figuræ: vel à duabus mistis Lineis, veluti si duæ Ellipses seinuicem interfecent (Figuram siquidem claudent, quæ inter ipsas intercipitur) vel à mista, & Circunferentia, sicuti quando Circulus secat Ellipsim: vel à mista, & recta, utpote Ellipsis dimidium. Semicirculus autem ex dissimilibus est Lineis, verum simplicibus, hisque per appositionem seinuicem tangentibus. Antequam igitur sermo Triadicas definiat Figuras, iure optimo post Circulum, ad Biformem venit Figuram. nam duæ quidem rectæ Lineæ nunquam spatium comprehendunt. Recta verò, atque Circunferentia, duo possunt comprehendere spatia. & duæ Circunferentiæ similiter, vel Angulos facientes, ut in Lunulari Figura: vel deangularem etiam Figuram perficientes, veluti si concentricos intelligas Circulos. quòd enim medium inter utrosque intercipitur spatium, à duabus Circunferentijs comprehenditur: vna quidem interiori, altera verò exteriori, nullusque sit Angulus. non enim seinuicem interfecant, quemadmodum in Lunulari, & in vtrunque conuexa Figura. Cæterum quòd idem Semicirculi Centrum sit, quod etiam Circuli, manifestum est. Dimetiens enim Centrum in se se habens, Semicirculum complet, ab hocque omnes ductæ ad Semicircunferentiam, sunt æquales: hæc nanque pars est Circuli Circunferentiæ. Ad omnes autem Circuli Circunferentiæ partes à Centro æquales incidunt rectæ Lineæ. Vnum, & idem igitur est Semicirculi, Circulique Centrum. Et est adnotandum quòd ex omnibus Figuris hæc sola in suo Ambitu Centrum habet, ex omnibus inquam planis Figuris. Quamobrem colliges quidem, quòd Centrum tres habet locos. aut enim intra Figuram, ut in Circulo: aut in Ambitu, ut in Semicirculo: aut extra, ut in quibusdam Conicis Lineis. Semicirculus itaque idem, quod Circulus habet Centrum. Quid igitur hoc indicat, quarumque rerum affert imaginem, nisi omnes Figuras, quæ à primis non prorsus discessere, sed ipsis quodammodo participant, posse ipsis concentricas esse, eisdemque causis participare? Dupliciter enim Semicirculus etiam cum Circulo communicat, tum iuxta Dimetientem, tum iuxta Circunferentiam. Proinde Centrum quoque est ipsis commune. Et forsan assimilatur utique Semicirculus secundis post simplicissima prin-

Monadicus
Circulus.
Figuræ, quæ
à duobus
Terminis
comprehendi-
tur dimisso

Cur Eucli-
des Semi-
circulū in
hoc 1. lib.
definiat, et
non in 3.
ubi definit
et segmen-
ta. ibi .n.
locus est
proprius.
Figura Lu-
nularis

Corona

Vtrunque
conuexa Fi-
gura.

Notandum

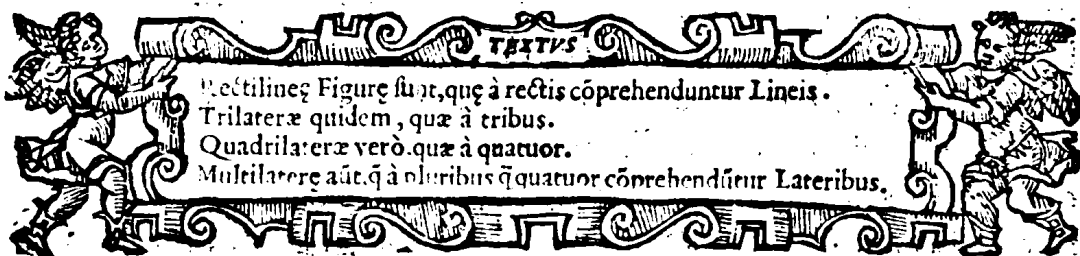
Centrum
tres habet
locos.

Digressio

Duplici-
ter Semi-
circulus cū
Circulo
cōicat.
Pulchra se-
micirculi
cōsidera-
tio.

cipia coordinationibus, quæ illis principiis participant : & per cognitionem, quam habent cum illis, licet imperfectè, & dimidiatim, ad id tamen, quod est, primamque ipsarum causam reducuntur,

Defo 20.
Defo 21.
Defo 22.
Defo 23.



Rectilineæ Figure sunt, quæ à rectis comprehenduntur Lineis.
Trilateræ quidem, quæ à tribus.
Quadrilateræ verò, quæ à quatuor.
Multilateræ aut. q. à pluribus q. quatuor comprehenduntur Lateribus.

Côm. 16.

Idē i supē
riori cō.

Quomo-
do Bina-
ri^o medi^o
sit iter vni-
tatem, &
Numerū.
Quo Sē-
micircul^o
medius sit
iter Cir-
culū, & Fi-
guras re-
ctilineas.

Duplici d.
causa duā
rum tan-
tū recti-
linearū Fi-
gurarū
Euclides
mentionē
fecit.
Prima cau-
sa.

Secunda.

Post Monadicam Figuram principij rationem ad omnes Figuras habentem, biformemque Semicirculum, rectilinearum. Figurarum iuxta numeros in infinitum progressus traditur, propterea nanque Semicirculi quoque mentio facta est, tanquam communicantis iuxta Terminos partim quidē cum Circulo, partim verò cum Rectilineis. Quēadmodum etiā Binarius inter Vnitatem, & Numerum medius est. nam si Vnitas quidē componatur plus facit, quā si multiplicetur: Numerus verò contrā, plus si multiplicetur, quā si componatur. Binarius autē siue in se se multiplicetur, siue componatur, eguale perficit. Quēadmodum igitur iste Vnitatis, atque multitudinis medietas est: ita etiam Semicirculus iuxta quidem Basim cum Rectilineis cōmunicat, iuxta verò Circumferentiā, cum Circulo. Progrediuntur autē rectilinæ Figure ordinatim per Numerum, qui à Ternario incipit vsque ad infinitum. Idcirco Euclides quoque hinc incepit, Trilateræ enim inquit, & Quadrilateræ, deincepsque cōmuni nomine vocatæ Multilateræ. Trilateræ siquidem Multilateræ quoque sunt: verū habent etiā propriam præter cōmunem denominationem. Cū autem in cæteris propter infinitum Numerorum progressum prosequi minimè potuissēmus, cōmuni denominatione contenti fuimus. Trilaterarū verò, Quadrilaterarūque duntaxat mentionē fecit, quoniā Numerorum et primi sunt in ordine Ternarius, & Quaternarius: ille quidem in Imparibus purus Impar existens, hic verò in Paribus, Par. Vterque itaque ab ipso fuit assumptus in rectilinearum Figurarum ortum, ad subsistentiam ipsarum iuxta omnes Numeros Pares quidē, atque Impares ostendendam. Quinetiam cū de his tanquā de maximè Elementaribus (Triangulis inquam, atque Parallelogramis) in primo libro docturus sit, non imerito ad hæc vsque propriam statuit enumerationē: reliquas verò omnes rectilineas Figuras cōmuni amplexus est nomine, Multilateras eas appellans. Hæc igitur de his

suffi

sufficiant. Rursus autem altius exordiendo dicendū, quòd planarum Figurarum aliæ quidem à simplicibus continentur Lineis, aliæ verò à mistis, aliæ autē ab vtrisque. Et earū, quæ à simplicibus cōprehenduntur, aliæ quidē à similibus specie, vt rectilineæ: aliæ verò à specie dissimilibus, vt Semicirculi, & Segmēta, & Apfides, quæ Semicirculis minores sunt, necnon earum, quæ à similibus specie continentur, aliæ quidē à Circulari cōprehenduntur Linea: aliæ verò à recta. Earum autē, quæ à Circulari Linea cōprehenduntur, aliæ quidē ab vna, aliæ verò à duabus, aliæ autē à pluribus continentur. Ab vna quidē, Circulus ipse. A duabus verò, aliæ quidē deangulares, vt Corona, quæ à concentricis Circulis terminatur: aliæ verò Angulosæ, vt Lunula. A pluribus autē quàm duabus, processus in infinitū, à tribus nanque, & quatuor, deincepsquē Circunferentijs quædā continentur Figuræ. si .n. tres Circuli se se tangant, quoddam spatium Trilaterum interceptiūt, quod tribus Circunferentijs terminatur: si verò quatuor, quatuor Circunferentijs terminatum: deincepsquē similiter. Earū autē, quæ à rectis continentur Lineis, aliæ quidē à tribus, aliæ verò à quatuor, aliæ autē à pluribus cōprehenduntur. neque .n. à duabus rectis Lineis spatium cōprehenditur, nec multo magis ab vna. Quapropter omne quidē spatium, quod ab vno Terminò, vel duobus cōprehenditur, aut mistū est, aut Circulare. Mistūquē dupliciter, aut quoniā mistæ ipsum cōprehendunt Lineæ, quæadmodum illud, quod à Cissoide Linea interceptitur: aut quia dissimiles specie ipsum continent, veluti etiā Apfidē: dupliciter siquidē Mistio fit, vel per Appositionem, vel per Confusionem. Omnis igitur Figura rectilinea, vel Trilatera est, vel Quadrilatera, vel gradatim Multilatera: non autē omnis Trilatera, vel Quadrilatera, vel Multilatera, rectilinea est. siquidem ex Circunferentijs quoque tantus Laterum numerus efficitur. Et hæc de planarum Figurarum diuisione sufficiant. Quòd autem Rectitudo progressionis, & motus, & infinitatis est Nota, quòdquē genitricibus Deorum coordinationibus, & alterum facientibus, mutationisquē, & motus autoribus peculiaris est, prius etiam à nobis dictum fuit. Et rectilineæ igitur Figuræ hisce peculiare sunt Dñs, qui seracis totius Formarum progressus actionis sunt principes. Quocirca generatio quoque per hæc præcipuè fuit exornata Figuras, & ab his quatenus in motu, mutationequē subsistit suam sortita est essentiam.

Planarum
Figurarū
diuio.

Rectili-
neæ.
Semicir-
culi, &
Segmēta,
& Apfi-
des.

Circulus.
Corona.
Lunula.

A duabus
rectis Li-
neis spa-
tiū nō cō-
prehēdit.
idē i supe-
riori com.
& inferius
i 10. pro-
nuntiato.
Figura du-
pliciter
Mista di-
citur.
Duplici-
ter fit Mi-
stio. idē
superius i
com. 7.
Digressio.

Vide supe-
riōrē cō. 10.
Genera-
tionē hic
intelligit
Elemēta-
rē regio-
nem. vide
etiā in
com. 13.

Tri-

Defo 24

25.

26.

27.

28.

29.

(TEXTVS)

Trilaterarum autem Figurarum æquilaterum quidem Triangulum est, quod tria Latera habet æqualia.

equicrus autem, quod duo tantum æqualia habet Latera.

Scalenum verò, quod tria habet inæqualia Latera.

Præterea Trilaterarum Figurarum Rectangulum quidem Triangulum est, quod vnum rectum Angulum habet.

Obtusangulum autem, quod vnum Obtusum habet Angulum.

Acutangulum verò, quod tres Angulos habet Acutos.

Côm. 17.

Duplex
Triangulo
rû diuissio,

Diuissio
Triangulo
rû à Late-
ribus.

Diuissio
Triangu-
lorum ab
Angulis

Cur Eucli
des dupli-
cè Triangu-
lorum tra-
dat Diuissi-
onem.
Triangulū
Quadrila-
terū, quod
Acidoides

Triangulorum diuissio interdum quidem ab Angulis, interdum verò à Lateribus habet initium. Et præcedit quidem ea, quæ à Lateribus tanquam cognita: sequitur autem ea, quæ ab Angulis tanquam propria. siquidem hi etiam tres Anguli solis rectilincis conveniunt Figuris, Rectus nempe, Obtusus, atq; Acutus: Aequalitas verò Laterum, atq; inæqualitas, est utique in non rectilineis quoque Figuris: Inquit igitur quod Triangulorum alia Aequilatera sunt, alia Aequicrura, alia Scalena. aut. n. omnia Latera habent æqualia, aut omnia inæqualia, aut duo duntaxat æqualia. & rursus quod Triangulorum alia Rectangula sunt, alia Obtusangula, alia Acutangula. & Rectangulum quidem definit quod vnum habet rectum Angulum, quæadmodum etiam Obtusangulum, quod vnum habet Obtusum: plures siquidem vno vel Rectos, vel Obtusos Triangulum habere Angulos impossibile. Acutangulum verò, quod utiq; omnes habet Acutos. non. n. hic quoq; satis est vnicum habere Acutū. cuncta siquidē Triangula hoc pacto Acutangula essent. nam omne Triangulū duos Angulos velis nolis habet Acutos. tres autem Acutos, Acutangulū solum. Videtur autem mihi Euclides ad illud solum respiciens seorsum quidem ab Angulis, seorsum verò à Lateribus diuissionē fecisset quod scilicet non omne Triangulum Trilaterum etiam est. sunt. n. Triangula Quadrilatera, quæ (*κισβηλῆς*) hoc est cuspidis similia & Mathematicis ipsis vocantur: à Zenodoro autem (*καλὸς γωνία*) hoc est cauum Angulum habentia. intellige. n. vnum ex Trilateris, superq; ue

perque vno Latere duas Rectas introrsum constitue. Clauditur igitur quoddam spatium, quod ab externis, & internis rectis comprehenditur Lineis, tresque habet Angulos, vnum quidem, qui ab externis continetur: duos vero, qui ab his, atque internis comprehenduntur, ad extremitates, in quibus ipsæ Lineæ coniunguntur. Triangulum igitur est huiusmodi Figura Quadrilaterum. Non ergo si quod tres habet Angulos inuenerimus siue Acutos, siue vnum Rectum, siue Obtusum vnum, statim etiam Trilaterum, quod vel æquilaterum, vel quoddam aliorum Trilaterorum sit, inuenimus. erit. n. fortasse & Quadrilaterum, Similiter autem Quadrangula quoque reperies habentia plura quam quatuor Latera. & ideo non est temere ab Angulorum multitudine de numero Laterum afferenda sententia. At hæc quidem de his sufficiant. Pythagorei autem Triangulum quidem simpliciter generationis, generabiliumque formationis dicunt esse principium. Quocirca tum naturales, tum constructionis Elementorum Rationes, Triangulares ait esse Timæus. triplici namque distant Intervallo, & vndeque partibiliū, varieque permutabilium sunt collectrices, & materiali replentur infinitate, corporumque materialium coniunctiones, solutas præ se ferunt: quemadmodum sanè Triangula quoque à tribus quidem comprehenduntur rectis Lineis, Angulos autem habent, qui Linearum multitudinem colligunt, & Angulum ipsis aduentitium, coniunctionemque præbent, Iure igitur Philolaus etiam Trianguli Angulum Dñs quatuor consecrauit, Saturno, Plutoni, Marti, & Baccho, totam quadripartitam Elementorum exornationem desuper à cælo, vel à quatuor Signiferi Segmentis deuenientem, in hisce comprehendens. nam Saturnus quidem totam humidam, & frigidam constituit essentiam, Mars aut totam ardentem naturam: & Pluto quidem totam Terrestrem continet vitam, Bacchus vero humidam, & calidam generationem regit, Cuius etiam Vinum Nota est, humidum, calidumque existens. Omnes autem hi iuxta quidem operationes, quas habent in rebus inferioribus, differunt: iuxta verò proprias naturas, vniti sunt adinuicem, propterea iuxta quoque vnum Angulum, ipsorum vnionem Philolaus colligit. Si autem Triangulorum etiā differentia ad generationem conferunt, iure optimo Triangulum principium constitutionis eorum, quæ sub Luna sunt, & autorem esse fatebimur, nam rectus quidem Angulus essentiam ipsis exhibet, & ipsius Esse mensuram determinat: Rectanguli que Trianguli Ratio generabilium Elementorum efficit essentiam, Obtusus verò vniuersam distantiam ipsis tribuit:

Obtu-

vel Cælogoniū appellatur.

Quadrangulū quinquilaterū. Digressio. Pythagorei.

Timæus.

Attēde similitudinem pulcherrimā, & nota quæ sit Aduentitius Angulus, quæ Trianguli tres Anguli Lineis Triangularibus præbet. Philolaus quatuor Dñs Triangulū cœlestē creauit. Quadripartita Elementorum exornatio Saturnus. Mars. Pluto. Bacchus. Nota quæ sint horum Deorum inferiorum operationes. Nota quæ sint horum

Deorū p-
pria natu-
ra.
Cōfirmat
Pythago-
reorū, &
Timēi di-
ctam alia
ratione.
Finis Di-
gressio-
nis Docu-
men-
tum.
Septē Tri-
angulorū
sunt spēs.

Digressio
Aequilate-
rum Triā-
gulū Diui-
nis asimi-
latur Ais.
Aequicrus
meliorib⁹
generibus

Scalenum
Vitis par-
tibilibus.

Obtusangulique Ratio formas materiales in magnitudinē auget, & in omnis generis mutationē. Acutus autem Angulus diuisibilem ip-
forum naturā efficit: Acutangulique Ratio diuisiones ipsis in infini-
tū fieri pręparat. simpliciter verò Triangularis Ratio interuallo di-
stantem, & vndequaq; partibilē materialium corporum constituit
essentiam. Tot quidē de Triangulis erant a nobis inspicienda. Ex
hisce autē diuisionibus intelliges quidem omnes etiam Triangulo-
rum species esse septē numero, nec plures, neque pauciores. nam
æquilaterum quidē vnum est, cūm Acutangulum tantū sit: reli-
quorum autē vtrunque est triplex. Aequicrus nanque aut Rectan-
gulū est, aut Obtusangulū, aut Acutangulum: Scalenumquē simili-
ter hanc triplicē habet differentiam. Si itaque hæc quidem triplici-
ter, Aequilatera verò vnico modo se habēt, septē omnes Triangulo-
rum species dicantur. Rursus autē iuxta Laterum quoq; diuisionem,
Triangulorum ad ea, quæ sunt proportionē intelligas: nam Aequi-
laterum quidē æqualitate prorsus, simplicitatequē præstans, Diuinis
cognatū est Animis: mensura siquidem est & inæqualium æquali-
tas, quēadmodum & inferiorū omnium Diuinitas. Aequicrus autem
melioribus generibus, materialē naturam dirigentibus, quorū maior
pars quidē mensura tenetur, extrema verò inæqualitatem, materia-
lemquē imoderationem attingunt: Aequicrurium nanq; duo quidē
Latera æqualia sunt, Basis autē inæqualis. Scalenum verò, Vitis
partibilibus, quæ vndequaq; claudicāt, se seqūe pręparant, cūm ad
generationē tendant, refertæquē materia sint.

Defo 30.

31.

32.

33.

34.

Quadrilaterarum autem Figurarum, Quadrangulum quidem est, quæ æquila-
tera est, atque rectangula.

Altera verò parte longior, quæ rectangula quidem, at æquilatera non est.

Rhombus autem, quæ æquilatera quidem, sed rectangula non est.

Rhomboides verò, quæ ex opposito Latera, & Angulos habens inuicem æqua-
les, neque æquilatera est, neque rectangula.

Præter has autem, reliquæ Quadrilateræ Figuræ, Trapezia vocentur.

Qua-

Quadrilaterarum Figurarum primam diuisionem in duo membra fieri oportet . & alias quidem ipsarum , Parallelogrāma dicere : alias verò , non Parallelogramma . Parallelogrammorum autem , alia quidem & rectangula , & æquilatera , vt Quadrangula : alia verò , horum neutrum , vt Rhomboidea : alia autem , rectangula quidem , sed non æquilatera , vt altera parte longiora : alia verò è contrario , æquilatera quidem , at non rectangula , vt Rhombos . Aut . n . vtrāque habere oportet , æqualitatem scilicet Laterum , Angulorumque rectitudinem : aut neutrum : aut alterū , hocque dupliciter . Quamobrem quadrupliciter constituitur Parallelogrāmum . Non Parallelogrāmorum autē alia quidem duo tantum habent Parallela Latera , non tamen & reliqua : alia verò nulla prorsus Laterum habent Parallela . & illa quidem vocantur Trapezia , hæc verò , Trapezoides . Trapeziorum autem , alia quidem , Latera , à quibus huiusmodi Parallela Latera coniunguntur , habent æqualia : alia verò , inæqualia . & vocantur illa quidem , Aequicrura Trapezia : hæc verò , Scalena Trapezia . Quadrilatera igitur Figura septem nobis constituitur modis . Nam vna quidem , Quadrangulum est : altera verò , parte altera longior : tertia , Rhombus : quarta , Rhomboides : quinta , Aequicrus Trapezium : sexta , Scalenum Trapezium : septima , Trapezoides . Verum Posidonius quidē perfectam in tot fecit membra rectilincorū Quadrilaterorum diuisionem , quippe qui septē horum quoque posuit species , quēadmodum etiam Triangulorū . Euclides verò in Parallelogrāma quidem , & non Parallelogrāma diuidere minimē potuit , quippe qui neque de Parallelis mentionē fecit , neque de Parallelogrāmo ipso nos docuit . Trapezia autē , Trapezoidesque omnia , cōmuni nomine appellauit , Trapezia ipsa describens , ad eorū quatuor differentiam , in quibus Parallelogrāmorum verificatur proprietas . hæc autē est ex opposito Latera , & Angulos æquales habere . Quadrangulum namque , & Altera parte longius , ipseque Rhombus ex opposito Latera , & Angulos habent æquales . Ipse autem in Rhomboide tantum hoc addidit , ne solis ipsum negationibus definiat , cum neque æquilaterrū ipsum dixisset , neque rectangulū . in quibus . n . proprijs caremus orationibus , cōmunibus vti necessarium est . Quod verò hoc sit cunctis commune Parallelogrammis ipsum ostendentem audiemus . Videntur autem & Rhombus dimotum esse Quadrangulum , & Rhomboides motum parte altera longius . Quocirca iuxta quidem Latera , hæc ab illis non differunt : verum iuxta Angulorum duntaxat Obtusitates , & Acumina . cum illa rectangula sint . si . n . Quadrangulū ,

Cōm. 18.
Diuisio
Quadrila-
terarū Fi-
gurarū se-
cundū Po-
sidonium.

Septē sūt
spēs Qua-
drilatera-
rum Figu-
rarum.

Euclidis
Diuisio .

Parallelo-
gramorū
pprietas .

In Propo-
sitione 34
primi.
Documē-
tum.

gulum, aut Parte altera longius iuxta oppositos Angulos distrahi intellexeris, alios quidem contrahi, Acutosque fieri reperies: alios verò dilatarì, Obtusosque apparere. Videturque hoc nomen Rhombo à motu impositum fuisse. etenim si Quadrangulum in modum Rhombi moveri intellexeris, iuxta Angulos tibi ordine commutaturn videbitur. Quemadmodum porro si Circulus etiam in modum Fundæ moueatur, Ellipsis statim apparet. De ipso autem Quadrangulo fortasse quæras cur hanc habuerit denominationem, non autem quemadmodum Trianguli nomen omnibus est commune, ips etiam, quæ neque æquiangula, neque æquilatera sunt, similiterque Quinquanguli: ita quoque nomen Quadranguli de alijs etiam Quadrilateris dici potest. ipse siquidem Geometra in illis addidit particulam [Triangulum æquilaterum] vel [Quinquangulum, quod æquilaterum sit, atque æquiangulum], quasi possint hæc, talia quoque non esse. Cum verò Quadranguli facta fuerit mentio, statim æquilaterum indicat, atque rectangulum. Huiusce autem rei ratio hæc est. Solum Quadrangulum spatiū & iuxta Latera, & iuxta Angulos terminatum habet. quilibet enim ipsorum Rectus est, Angulorum mensuram intercipiens, quæ neque intenditur, neque remittitur. Vtroque igitur modo præstans, iure commune obtinuit nomen. At Triangulum licet æqualia habeat Latera, Angulos tamen omnes habet Acutos. Quinquangulumque Obtusos omnes. Non immerito igitur cum ex omnibus Quadrilateris solum Quadrangulum Aequalitate Laterum, Angulorumque Rectitudine repletum sit, hoc nomen sortitum fuit. præstantibus enim formis, Totius nomen sæpenumero dedicamus. Videtur autem & Pythagoreis Quadrilaterorum hoc præcipue diuinæ essentiae afferre imaginem. purum siquidem, immaculatumque ordinem per hoc potissimum significant. nam Rectitudo quidem inflexibilitatem, Aequalitas verò firmam imitatur potentiam. Motus enim ab Inæqualitate emanat, Quies autem ab ipsa Aequalitate. Dñ ergo, qui omnibus rebus stabilis collocationis, & puri, incontaminati que ordinis, & indeclinabilis potentiae sunt autores, merito Quadrangulari Figura, quasi ab imagine manifestantur. Præter hos etiam Philolaus iuxta aliam apprehensionem Angulum Quadranguli Rheæ, Cereris, Vestæque Angulum appellat. cum. n. Quadrangulum Terræ cōstituatur, proximumque ipsius sit Elementum, quemadmodum à Timæo dicimus ab his verò omnibus Deis Terra ipsa, genitalia semina, foecundasque suscipiat potentias, non iniuriâ hisce. Dñs vitam largien-

Dubitatio

Solutio.

† optimū.

Digressio

Pulchra
Pythagoreorum
consideratio.
Motus ab
inæqualitate
emanat
Quies autem
ab æqualitate,
idē in
1. lib. c. 13
Philolaus
tribus Deis
Quadrangulare
angulum cōstitu-
erunt.
Quia Iran-
gulū primum
Terræ
est Elementū.
Idē su

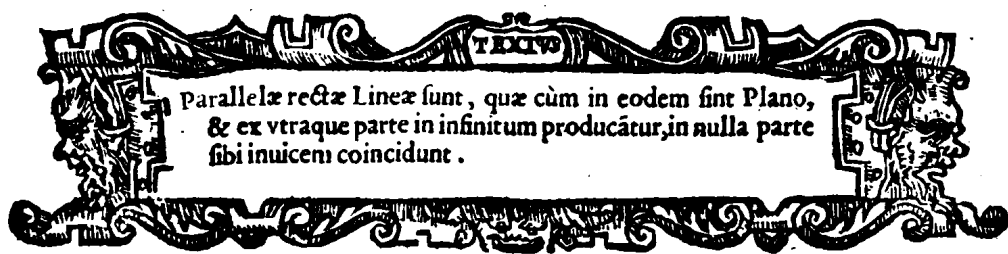
gientibus Quadranguli Angulum permisit. quidam etenim Terram, Cereremque ipsam, Vestam appellant, & tota Rheia ipsam participare dicunt, omnesque in ipsa esse genitrices causas. Terre-
stri igitur quadam vi vnam horum diuinorum generum vnionem Quadrangularem Angulum comprehendere Philolaus inquit. Assimilant autem quidam vniuersæ etiam Virtuti Quadrangulum, quatenus quatuor Rectos habet vnumquenque perfectum. quemadmodum porro Virtutum quoque vnamquaque perfectam dicimus, & seipsa contentam, & Mensuram, & Terminum vitæ, omnisque Obtusi, & Acuti medietatem. Oportet autem non latere quod Triangularem quidem Angulum quatuor, Quadrangularem verò tribus Philolaus attribuit Dijs, alternum ipsorum transitum ostendens, omniumque in omnibus communiter, Imparium quidem in Paribus, Pariumque in Imparibus. Ternarius igitur Tetradicus, Quaternariusque Triadicus fecundorum quidem, efficaciumque bonorum participes, totam generabilium exornationem continent, in statuque suo conseruant. Ex quibus Duodenarius ad vnicam excitatur Vnitatem, Iouis nempe imperium. nam Dodecagoni Angulū Iouis esse Philolaus inquit, quatenus vnica vnione totum Duodenarij Numerum Iuppiter continet, atque conseruat. præest enim apud Platonem quoque Duodenario Iuppiter, Vniuersumque absolute regit, & moderatur. Hæc etiam de Quadrilateris Figuris dicenda diximus, tum auctoris nostri sententiam declarantes, tum etiam ad inspectiones apprehensiones ijs ansam præbentes, qui intellectuum, occultarumque essentiarum cognitionem cupiunt.

perius ca.
9. vide et
Platonem
in Timæo.
Vide inter-
pretem in
Theogo-
nia Hesio-
di.
Quorū dā
cōreplatio

Notandum
pulcherri-
mum.

Cōclusio.

Duodena-
rius est Io-
uis impe-
rium.
Dodeca-
goni An-
gulū Ioui
Philolaus
cōsecrauit
cuius cām
vide etiā
apud Pla-
in 10. de
Rep. & in
Epinomi-
de. et apud
Proclū in
Thimæo,
& apud
Plutar. in
op. de Pla-
citis.
Epilogus.
Defō 35.



QUæ nam sint Parallelarum Elementa, quibusque in his accidentibus cognoscantur, postea discemus: quæ verò Parallelæ rectæ Lineæ sint, his verbis definit. Oportet itaque ipsas (inquit) in vno esse Plano, & dum ex vtraque parte producuntur non coincidere, sed in infinitum produci. & non Parallelæ. n. si aliquatenus producantur, non coin-

Cōm. 19.
In ppōne
27. & 28.

N 2 cidet

Due recte
Linee nul
lū spatiū
cōprehen
dere pos
sunt. Idē
in cō. 15.
& 16. &
hæc est cā
cur nō Pa
rallele ex
vna parte
in infinitū
pducī pos
sint.
Cōdōnes
Parallela
rū rectarū
Linearū.
Posidonii
Parallela
rum de fō.
Perpen
diculares
terminat
Spatorū
altitudi
nes, & Li
nearū di
stantias :
ideo ppen
diculari
Figurarū
metimur
altitudi
nes, ut di
ctū est su
perius in
cōm. 10.
Notandū.
Dissio li
nearū se
cundū Ge
minum.

cident. in infinitum autem produci, & non co incidere, Parallelas ex
primit. neque etiam hoc absolute, verum ex vtraque parte in infini
tum produci, & non coincidere. nam fieri potest ut non Parallelae
etiam ex vna parte quidem in infinitum producantur, ex altera verò
minime. annuentes enim in hacce parte, plurimum ab inuicem in
altera distant. Causa autem hæc est, quoniam duæ rectæ Lineæ
nullum spatium comprehendere possunt. quod si ex vtraque parte
annuant, hoc non accidet. Quin etiam rectas Lineas in eodem esse
Plano, recte insuper acceptum fuit. si enim altera quidem in subie
cto esset Plano, altera verò in sublimi, iuxta omnem positionem sibi
inuicem non coincident. non tamen proinde Parallele sunt. Vnum
igitur Planum sit, producanturque ex vtraque parte in infinitum, &
neutra in parte sibi inuicem coincident. his enim existentibus Paral
lelae rectæ Lineæ erunt. & hoc modo Euclides quidem Parallelas
definit rectas Lineas. Posidonius autem hæc Parallelae sunt (inquit)
quæ neque annuunt, neque abnuunt in vno Plano: sed æquales ha
bent omnes Perpendiculares, quæ à Signis alterius ad alteram ducun
tur. Quæcunque verò maiores semper, atque minores fecerint Per
pendiculares, coincident aliquando, quia sibi inuicem annuunt. Per
pendicularis siquidem Spatorum altitudines, Linearumque distan
tias terminare potest. Quocirca æqualibus quidem Perpendiculari
bus existentibus, æquales etiam sunt rectarum Linearum distantia:
maioribus verò, atque minoribus factis, distantia quoque fit maior,
& minor, & sibi inuicem annuunt illis in partibus, in quibus sunt Per
pendiculares minores. Sciendum autem est, quod ipsum non coin
cidere haud prorsus Parallelas efficit Lineas. Concentricorum nan
que Circulorum Circumferentiæ non coincidunt: sed opus est etiam
ipsas in infinitum produci. Hoc autem non solis Rectis, verum etiam
alijs inest Lineis. possibile enim est intelligere Helices circa rectas
Lineas ordine describi, quæ si vnâ cum rectis Lineis in infinitum
producantur, nunquam coincidunt. Hæc itaque Geminus ex his re
cte diuisit, à principio dicens, quod Linearum quidem aliæ sunt ter
minatæ, Figuramque continent, ut Circulus, ipsiusque Ellipsis Li
nea, necnon Cissoïdes, & aliæ quàm plurimæ: aliæ verò indetermi
natæ, quæ in infinitum etiam producantur, ut Recta, Rectangulique
Coni, atque Obtusanguli sectio, necnon Conchoides ipsa. Rursus
autem earum, quæ in infinitum producantur, aliæ quidem nullam
comprehendunt Figuram, ut Recta, & iam dictæ Conicæ sectiones:
aliæ verò cœcutes, Figuramque facientes, in infinitum postea pro
ducun-

ducuntur. Harum autem alia quidem non coincidunt amplius, quæ utcumque productæ fuerint non coincidunt: alia verò coincidentes sunt, quæ scilicet quandoque coincident. Non coincidentium autem, alia quidem in vno sunt inuicem Plano: alia verò, minimè. Non coincidentium autem, in vnoque Plano existentium, alia quidem æquali semper interuallo distant ab inuicem: alia verò interuallum semper imminuunt, quæadmodum Hyperbole ad Rectam Lineam, & Conchoïdes ad Rectam Lineam. hæc siquidem cum imminuatur semper interuallum, nunquam coincidunt. & annuunt quidem sibi inuicem, nunquam autem omnino annuunt. Quod etiam maximè admirabile est in Geometria Theorema, ostendens Nutum quarundam Linearum non annuentem. Earum autem, quæ æquali semper distant interuallo, quæ sunt rectæ Lineæ, Spatium, quod inter eas positum est nunquam imminuentes in vno Plano, Parallelæ sunt.

Tot etiam ab elegantissimi Gemini studio ad propositorum explanationem decerpimus.



FINIS SECVNDI LIBRI.

Prodi

Admirabile in Geometria Theorema. de quo est inferius in côm. 3. & 3^o quarti. Hic quedam quæ non sunt parui momenti animaduertemus in commentariis nostris.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER TERTIVS.



De Petitione, & Pronuntiato

Cap. Vnicum.

Cōtinua-
tio Libri.In cap. 8.
superioris
Libri.Cōmun-
tas Peti-
tionū, &
Pronūti-
torum ex
sententia
authoris, et
Gemini.
Eorū dif-
ferentia.Speusip-
pus.

VVM Geometriæ principia trifariè diuifa
sint, in Suppositiones, Petitiones, & Pronuntia-
ta, quæ nam inter hæc sit differentia in superio-
ribus tradidimus. De Petitione autem peculia-
riter, & Pronuntiato accuratius differere in præ-
sentia propositum nobis sit, quandoquidem &
de ijs præcipue nunc sermonem habeamus. Sup-
positiones siquidem, quæ & Definitiones appellantur in iam dictis
exposuimus. Commune igitur est tam Pronuntiatis, quam Petitio-
nibus nulla egere demonstratione, neque Geometrica fide: sed tan-
quam manifestas accipi, cæterorumque principia fieri. Differunt au-
tem ab inuicem eo modo, quo & Theoremata à Problematibus di-
stincta fuere. quemadmodum enim in Theorematibus quidem id,
quod Subiecta consequitur perspicere, ac cognoscere proponimus:
in Problematibus verò aliquid comparare, ac facere iubemur, eodem
sanè modo & in Pronuntiatis quidem hæc accipiuntur, quæcunque
per se se cognitu manifesta sunt, nostrisque indoctis notionibus sunt
in promptu: in Petitionibus verò hæc accipere quærimus, quæcunq;
factu, comparatuque facilia sunt, cum in illis accipiendis Cogitatio nō
defatigetur, quæque nulla egent varietate, & nulla Constructione.
Euidens ergo, & indemonstrabilis cognitio, inconstruetaque sum-
ptio, Petitiones, à Pronuntiatis distinguunt. quemadmodum etiam
demonstrans cognitio, Quæditorumque vnà cū Constructione sum-
ptio Theoremata, à Problematibus seiunxit. vbique .n. principia,
simplicitate, & indemonstrabilitate, atque eò quòd per se se fidem fa-
ciunt, ijs, quæ post principia sunt præstare oportet. vniuersaliter si-
quidem (inquit Speusippus) eorum, quæ Cogitatio venatur, alia
quidem nullo vario peracto decursu profert, & ad futurā inquisitio-
nem

nem preparat, euidentioremque horum habet apprehensionē, quā obiectorum visus: alia verò cum statim assequi non possit, per transitum ab illis progrediens, iuxta consequentiam ipsa venari conatur. *Exemplum.* Exempli gratia, hoc quidem; à Signo ad Signum rectam Lineam ducere, tanquā euidens, factuque facile suscipit. Cum enim indeclivi Signi fluxu componatur, simulque progrediatur, cō quod nusquam magis, vel minus declinat, in altero incidit Signo. Rursus si vno quidem Extremorum rectæ Lineæ manente, alterum circa ipsum moueatur, Circulum nullo negotio descripsit. Siquis autem vnus reuolutionis Helicem describere voluerit, magis varia eget machinatione. varijs nanque moribus ipsa generatur. Siquis etiam Triangulum æquilaterum voluerit constituere, is quoque methodo quadam egebit, ad Trianguli constitutionē. dicit .n. Geometrica Mens quod cum ego intellexerim rectam Lineam, quæ iuxta quidem alterum Extremorum maneat, iuxta autem alterum moueatur circa illud, & Signū, quod à manente Extremo in ipsa moueatur, vnus reuolutionis Helicē descripsi. cum .n. simul & rectæ Lineæ extremitas, quæ describit Circulum, & Signum, quod in ipsa mouetur recta Linea, in eodē Signo peruenerint, atque coinciderint, talem mihi faciunt Helicem, & rursus cum Circulos æquales descripserim, & à cōmuni sectione ad Cētra Circulorum Lineas rectas protraxerim, ab alteroque Centrorum, ad alterum rectam Lineam duxerim, æquilaterum habebō Triangulum. Multū itaque abest vt hæc simplici apprehensione, primaque notione perficiantur. nam contenti essemus ortus ipsorum consequi. Facilius ergo, vel difficilius hæc comparari, & vel pluribus, vel paucioribus Medijs ostendi, propter aggrementum habitus euenit: prorsus verò Demōstratione egere, atque Constructione, propter Quæditorum proprietatem, quæ à Petitionum, & Pronuntiatorum euidencia deficit. Vtrunque igitur simplex, & deprehensu facile debet esse, Petitio inquam, & Pronuntiatum. Verū Petitio quidem imperat nobis machinari, ac comparare quandā materiam, ad Symptomatis assignationem, quæ habeat simplicem, facilemque deprehensionem: Pronuntiatum verò, quoddam per se accidens dicit, ex se se audientibus cognitum. vtpote calidum esse Ignem, vel quoddā aliud eorū, quæ manifestissima sunt, & in quibus dubitantes, aut sensu, aut punitione egere dicimus. Quamobrem eiusdem quidē generis est Petitio, & Pronuntiatum: differunt autē iam dicto modo. vtrūque .n. principium est indemonstrabile, verū hoc quidem sic: illa verò aliter, vt diximus. Jam autem alij quidem omnia ista Petitiones

*Helicis
Planę ge-
neratio.*

*Æquilate-
ri Triangu-
li cōstitu-
tio.*

voca-

Archimedis, & aliorum opinio. Prima Petitio Archimedis in libro Aequiponderantium.

Aliorum opinio, de qua videtur in superiori libro cap. 8. Ut Problema à Theoremate, ita Petitio, à Pronuntiatio differt. Idem in principio capituli.

Aliorum opinio de differentia Petitionum, & Pronuntiationum.

Aristotelis opinio de differentia Petitionis, & Pronuntiationis quod videtur in superiori libro cap. 8. & primo post. tex. 25.

Iuxta primam differentiam nec quarta, nec quinta Petitio, in Petitionibus connumerari debent.

Iuxta secundam differentiam non est Pronuntiatio illud, quod ultimum in

vocanda censent, sicut etiam Problemata, Quæsitæ omnia, Archimedes namque Librum Aequiponderantium incipiens, petimus (inquit) equalia Grauia ab æqualibus Longitudinibus equè ponderare. quanuis hoc, Pronuntiatum potius quispiam appellarit: alij verò omnia, Pronuntiata vocant, quæadmodum etiam Theoremata, cuncta, quæ demonstratione indigent. iuxta enim eandem (vt videtur) proportionem à proprijs nominibus, ad communia transire, differt tamen vt Problema à Theoremate, ita Petitio à Pronuntiatio. tametsi ambo indemonstrabilia sint, quemadmodum illa, demonstratione indigent. & alterum quidem tanquam factu facile sumitur, alterum verò tanquam cognitu facile communi omnium consensu conceditur. Hoc itaque pacto Geminus quidem Petitiones à Pronuntiatis distinguit. Alij autem fortasse dicant quòd Petitiones quidem, sunt Geometricæ materiæ propriæ: Pronuntiata verò, vniuersæ, quæ circa Quantum, & Quotum versatur contemplationi communia. nam illam quidē, quæ petit rectos Angulos esse æquales, & omnem rectam Lineam finitam in directum producere, nouit Geometres: quod verò ait quæ eidem sunt æqualia, inuicem quoque esse æqualia, communis est notio, quæ tum Arithmeticus, tum etiam quisque scientia præditus vititur quod commune est suæ accommodationis materiæ. Aristoteles verò (vt prius etiam diximus) Petitionem inquit cum demonstrabilis sit, ab audienteque non concedatur, tãquam principium tamen suscipi: Pronuntiatum verò, per se indemonstrabile esse, omnesque id iuxta habitum confiteri, licet etiam aliqui disputationis gratia contra ipsum dubitarint. Tres itaque cum sint hæ differentiæ, iuxta quidem primam, quæ ipso Comparare, ac Cognoscere tantum Petitionem à Pronuntiatio distinguit, manifestum est, quòd illa, quæ dicit omnes rectos Angulos æquales inuicem esse, non est Petitio. nec quinta, quæ ait, si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitum producantur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. hæ siquidem neque in Constructione sumuntur, nec quicquam facere iubent: sed Symptoma quoddam ostendunt, quod rectis Angulis inest, & rectis Lineis, quæ ab Angulis duobus Rectis minoribus exeunt. Iuxta verò secundam non erit Pronuntiatio illud, quod ait duas rectas Lineas Spatium non comprehendere. quod etiam quidam nunc tanquam Pronuntiatum adscribunt. hoc enim Geometricæ materiæ proprium est, quemadmodum etiam illa, quæ ait omnes rectos Angulos

gulos

gulos æquales esse. Iuxta autem tertiam, quæ Aristotelica est, omnes quidem, quæ per demonstrationem quandam de sese fidem faciunt, Petitiones erunt: quæcunque verò indemonstrabilia sunt, Pronuntiata. Frustra igitur Pronuntiatorum demonstrationes tradere conatus est Apollonius. recte enim Geminus animaduertendo adnotauit, quod alij quidem indemonstrabilium quoque demonstrationes excogitarunt, ab ignotioribusque Medijs ea, quæ sunt omnibus nota probare conati sunt, quem in errorem incidit Apollonius, qui ostendere voluit verum esse Pronuntiatum, quod ait quæ eidem sunt æqualia, & sibi inuicem æqualia esse: alij verò quæ etiam demonstratione indigent, in indemonstrabilibus assumpsere. vt Euclides ipse quartam, & quintam Petitionem. hanc enim quidam veluti ambiguam demonstratione egere dicunt. quomodo nanque ridiculum non est quorum conuersa, Theoremata demonstrabilia sunt, hæc tanquam indemonstrabilia assignare? nam quod rectarum coincidentium Linearum interni duobus Rectis minores sunt, ipsemet Euclides in illo ostendit Theoremate, quod sic ait [Omnis Trianguli duo Anguli, duobus Rectis minores sunt, omnifariam sumpti] Quinetiam quod non prorsus quicunque Recto æqualis, Rectus est, perspicue ostenditur. Non ergo indemonstrabilia esse horum conuersa concedendum est, inquit Geminus. Videtur itaque iuxta huius viri ordinationem tres quidem esse Petitiones: reliquas verò duas, & ipsarum conuersas demonstrante egere scientia: in Pronuntiatis autem, illud, quod dicit duas Rectas spatium non comprehendere addi superuacaneæ. Siquidem per demonstrationem de se fidem facit. De Petitionum igitur, & Pronuntiatorum differentia hæc sufficiant. Rursus autem Pronuntiatorum, alia quidem sunt Arithmetices Propria, alia verò Geometriæ, alia autem ambabus ipsis communia. nam illud quidem, quod dicit omnem Numerum ab vnitatem metiri, Arithmeticum Pronuntiatum est. illud verò, quod ait, Æquales rectæ Lineæ sibi inuicem congruunt, nec non illud, quod omnem Magnitudinem in infinitum esse diuisibilem affirmat, Geometrica Pronuntiata sunt. illud autem, quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, omniaque huiusmodi, ambabus communia sunt. Vtitur autem vtrique & his, in quibuscunque suum subiectum postulat. vt Geometria quidem, in Magnitudinibus: Arithmetica verò, in Numeris. Consimiliter autem Petitionum quoque aliæ quidem singulis propriæ sunt

Pronuntiatas enumeratur. Quæ sint Petitiones, & quæ Pronuntiata ex Aristotelis sententia. Reprehendit Apollonius iuxta Arist. et Geminis sententiam. Reprehendit Euclidem iuxta Geminis, et iuxta propriam sententiam, quippe quæ quartam, & quintam Petitionem, male in Petitionibus enumerauit. In Propositione 17 primi Elementorum. Hoc inferius ostenditur in comment. 2. Iuxta Geminis sententiam excludit à Pronuntiatas vltimum Pronuntiatum. Epilogus. Pronuntiatorum, et Petitionum diuisio, per quam 2. opinio dicitur Petitionis & Pronuntiatas, confirmatur.

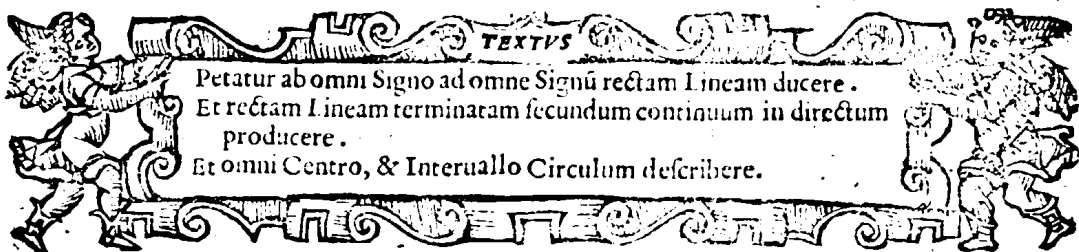
scientijs, aliæ verò cōmunes omnibus . nam illam quidē, quæ petit diuidere Numerū in partes minimas, peculiarē Arithmetices Petitionē esse dixeris : quæ verò omnem rectā Lineam finitā in directū producere, Geometriæ : quæ autē Quantitatem in infinitum augere, ambabus cōmunem. Numerus nancq; & Magnitudo possunt hoc pati.

PETITIONES.

Quāritas
hic cōiter
p genere
accipitur .

Petitio 1.
Secūda .

Tertia.



Cōm. 1.

TRes istę tum propter facilitatem, tum quia aliquid comparare nobis imperant, in Petitionibus ex Gemini sententia necessario collocandæ sunt . nam illa quidem ab omni Signo ad omne Signum rectā Lineam ducere, eam consequitur definitionem, quæ Lineam Signi fluxum esse ait, & Rectam indecliuem, atq; inflexibilem fluxum. Si igitur Signum indecliui, breuissimoque motu moueri intellexerimus, in alterum Signum incidemus, & prima Petitio facta est, nilque varium intelleximus. Si autem cū Recta ipsa Signo terminetur, similiter ipsius Extremum breuissimo, indecliuique motu moueri intellexerimus, secunda Petitio à facili, simplici que apprehensione comparata erit. Si verò terminatam rursus rectam Lineam manere quidem secundum alterum eius Extremum, moueri autem circa id, quod manet, secundum reliquū, tertia porro facta erit . nam Centrum quidē, est Signum id, quod manet : Interuallum verò, recta Linea . quanta . n. hæc est, tanta est Centri ad omnes Circunferentiæ partes distantia. Siquis autem dubitet, quomodo motus ipsos Geometricis rebus adhibemus, īmobilibus existentibus, quō autē impartibilia mouemus

Dubitatio

Solutio

Mens vltima, & passibilis, & q recipit species, idē in superiori lib. cap. 1.

(hec . n. minimē fieri posse) eum rogabimus non passim molestū esse, si memoria tenet ea, quæ in principio demonstrata fuere . quod utiq; Rationes eorū, quæ in Phantasia iacent, omnes ibi describūt Cogitationis imagines, quarū Cogitatio ipsa rationē habet. Tabella . n. non scripta, huiuscemodi Mens est, vltima, atq; passibilis . At nulla apud nos oratio hæc. Mēs . n. illa, quæ recipit species, aliunde per motū ipsas recipit . & motum quidē non corporeum, sed imaginariū intelligamus . impartibiliaque corporeis moueri motibus minimē cōcedamus, verū imaginarios pati decursus . Etenim Mens impartibilis existens mouetur, non tamen secundum locum . & Phantasia iuxta eius

Impar-

Impartibile, proprium habet motum . nos autem ad corporeos motus respicientes, motus, qui in Intervallo carentibus fiunt deferimus . A corporeo itaque loco, externisque motibus impartibilia pura sunt: motus verò alia species, aliusque locus motibus illis cognatus in ipsis consideratur . siquidem positionem quoque in Phantasia Signum habere dicimus, & non quaerimus quomodo impartibile adhuc manere potest, quod alicubi [†] mouetur, & à loco comprehenditur . locus enim eorum quidem , quæ cum dimensione sunt , dimensionem habet & ipse : impartibilium verò nullam habet dimensionem. Aliæ igitur propriæ Geometricarum rerum sunt species, & aliæ quæ ab illis constituuntur : alius etiam motus corporum , & alius eorum , quæ in Phantasia excogitantur : necnō alius partibilium est locus, & alius impartibilium. Oportetque hæc distinguendo , rerum essentias non confundere, neque perturbare . Videtur autem harum trium Petitionum prima quidē, in Imaginibus nobis declarare, quomodo ea , quæ sunt, in suis causis cōtinentur impartilibus existentibus, ab ipsisque terminantur : & quæ etiam prius quā constituentur, unde quaque ab ipsis comprehensa sunt . nam Signis existentibus recta Linea ab altero ad alterum ducitur, ab ipsisque terminatur, & inter ipsa recipitur. Secunda verò, quō ea, quæ sunt proprias habendo causas, ad omnia progrediuntur continuationē in illis seruantia , quæ tandem ab ipsis nō abripiuntur : sed propter infinitę potentię causam, ubique permeare cōantur. Tertia autē, quō ea, quæ progressa sunt, ad propria rursus principia regrediuntur. Signi . n. quod circa manens Signum mouetur conuolutio Circulum produciens, Circularem imitatur regressum. Scire autē oportet quod in infinitum produci non omnibus inest Lineis . neque . n. Circulari, neque Cissoïdi, neque omnino illis, quæ Figuram describunt, quinetiam neque illis, quæ nullam faciunt Figuram. neque . n. vnius reuolutionis Helix in infinitū produciuntur . nam inter duo Signa constituitur . neque vlla alia earum Linearum, quæ hoc modo fiunt . At neque ab omni Signo ad omne Signum omnem protendere Lineam possibile est . non enim omnis Linea inter omnia Signa subsistere potest. Hæc etiam de his. Ad reliqua autem pergamus.

† iacet

Digressio.

Finis Digressionis Documentum .



Petitio 4.

O 2 Præ-

Cóm. 2.

Excludit
quarta Pe-
titio a Pe-
titionū nu-
mero, tū
iuxta Ge-
mini, tum
iuxta Ari-
sententiā.
idē supe-
rius cō. 1.
hui⁹ libri.

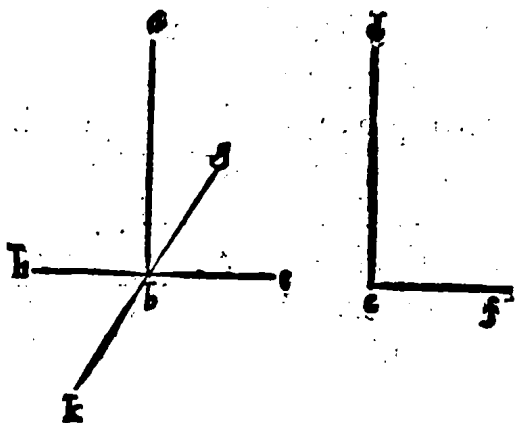
Demōstra-
tio quartę
Petitionis

In 10. de-
finitione.

Pappi do-
cumentū.

Præfens Petitio si quidem tanquam manifesta, nullaquē egens de-
monstratione a nobis cōceditur, Petitio quidē non est ex Gemini
sententia: sed Pronuntiatum. quoddam enim rectis Angulis per se
accidens dicit, nihil simplici notione facere iubens. verū neq; etiam
iuxta Aristotelis diuisionē Petitio est. Petitio enim ex sententia illius
aliqua indiget demonstratione. Si verò demonstrabilem ipsam esse
dicimus, ipsiusquē demonstrationem quæreremus, neq; adhuc iuxta
Gemini sententiam in Petitionibus collocanda erit. Apparet itaq;
secundum etiam nostras communes notiones rectorum Angulorum
æqualitas. Cum .n. vnitatis, vel Termini rationem habeat ad An-
gulorum, qui vtrobiq; sunt accretionem in infinitum, atq; decretio-
nem, respectu cuiuscunq; Recti æqualis est. etenim primum rectum
Angulum hoc modo constituimus, stantis rectæ Lineæ, super quam
stetit vtrobique Angulos, æquales faciendo. Si autem demonstra-
tionem quoque Linearem de hoc afferre oportet, sint duo recti An-
guli vnus a b c, alter d e f.

Dico quod æquales sunt. si .n.
non sunt æquales, alter ipso-
rum sit maior, vtputa qui ad Signū
b. Si igitur Linea d e, ad Lineā
a b adaptetur, Linea e f intra-
cader. Cadat vt Linea b g, &
producatur Linea b c vsq; ad
Signum h. Quoniā igitur An-
gulus a b c rectus est, Angulus
quoque a b h rectus erit, & sibi
inuicem erunt æquales. habe-
mus .n. in Definitionibus quod

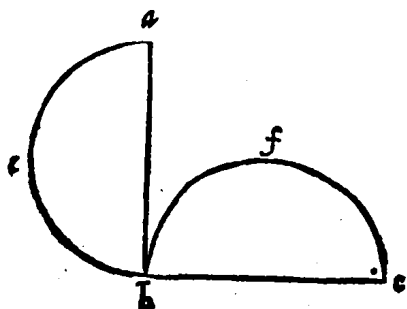


rectus Angulus ei, qui deinceps est Angulo æqualis est, Angulus er-
go a b h maior est Angulo a b g. Producatur rursus Linea g b vsque
ad k. Quoniā igitur Angulus a b g rectus est, & qui deinceps est
Angulus, rectus erit, ac propterea ipsi a b g æqualis. Angulus igitur
a b k Angulo a b g æqualis est, quapropter Angulus a b h, Angulo
a b g minor erit, sed erat etiam maior, quod fieri non potest. Non est
igitur Rectus maior Recto. Hoc autem ab alijs etiam expositoribus
ostensum fuit, & non multa egebat consideratione. Pappus verò re-
cte nos animaduertit quod huius Petitionis conuerfa, vera non est,
nempe omnem Recto æqualem, omnino Rectum esse. verū si re-
ctilineus fuerit, absque dubio Rectum esse. Possē autem curvilineum
quoq;

quoque Angulum Recto æqualem ostendi. Et est manifestum quod huiusmodi Angulum, posse Rectum esse non dicemus. in rectil-
neorum enim Angulorum diuisione Rectum accipiebamus, à recta
Linea super subiectā rectam Lineam inflexibiliter stante ipsum con-
stituentes. Quapropter recto Angulo æqualis non omnino Rectus

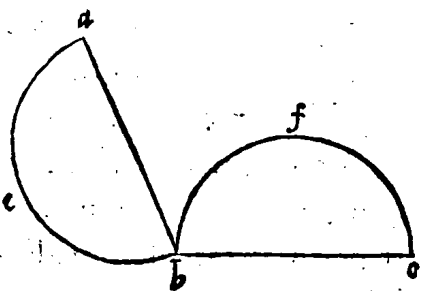
In 10. de-
finitione.

est, siquidem neque rectilineus, Intel-
ligantur igitur duæ rectæ Lineæ æ-
quales $a b$, & $b c$, Angulum, qui ad b
Signum est, rectum facientes, in ip-
sisque Semicirculi, Centro, & Inter-
uallo descripti $a e b$, & $b f c$. Quoniā
itaque Semicirculi æquales sunt, sibi
inuicem cōgruent, & Angulus $e b a$
æqualis est Angulo $f b c$, Cōmunis
apponatur reliquus, nempe $e b c$.



Totus igitur Rectus, Corniculari æqualis est, ipsi scilicet $e b f$, Corni-
cularis tamen Rectus non est. Eodem autem modo si etiam Obtusus,
vel Acutus sit Angulus $a b c$, æqualis ipsi Cornicularis Angulus
ostendetur (hoc enim est genus illud curuilineorum Angulorum,
quod cum rectilineis conuenit) præter hoc tantum, quod animad-
uertendum est, quod in Recto quidem, atque in Obtuso medium
Angulum, qui à Linea $c b$, & $b e$ Circunferentiā continetur addere
oportet : in Acuto verò, auferre. recta enim Linea $c b$, Circunferen-
tiam $b e$ secat. Ponantur igitur vtriusque suppositionis exemplares
descriptiones. Hæc itaque descripta

sint. quæ quidem ostendunt &
quod omnes Recti sibi inuicem
æquales sunt, & quod non omni-
no Recto æqualis, Rectus & ipse
est. nam si neque rectilineus est, quo
nam pacto rectum quis ipsum di-
cet? Manifestum autē est ex hac
quoque Petitione, quod Anguli
Rectitudo æqualitati cognata est,



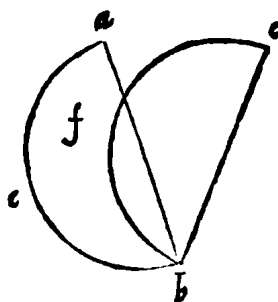
Documē-
tum.

quemadmodum Acumen, atque Obtusitas, inæqualitati. etenim
Rectitudo quidem, atque æqualitas eiusdem sunt coordinationis
(vtraque enim sub Fine existit) vt etiam similitudo; Acumen verò,
atque Obtusitas eiusdem cum inæqualitate sunt seriei, veluti & dissi-
militudo. ex Fine enim, atque Infinitate omnes productæ sunt.

Idē vide
in 2. libro
cōm. 10.

Qua-

Quapropter alij quidem Quantitatem Angulorum inspicientes, Rectum Recto dicunt æqualem : alij verò Qualitatem, similem . quod enim in Quantitatibus æqualitas, idem similitudo in Qualitatibus est .



Petitiō 5.

Et si in duas rectas Lineas recta Linea incidens internos, & in eadē parte Angulos duobus Rectis minores fecerit, rectas illas Lineas si in infinitū producantur coincidere, in ea parte, in qua sunt Anguli duobus Rectis minores.

C6m. 3.
Ptolemę
in Lib. cui
titulus est,
à minori-
bus duobus
rectis pro-
ductas coi-
cidere.

In 17. pro-
pone pri-
mi Elem.
Quoridā
obiectio.
Geminire
sponsio
Aristo. 1.
Ethi. cap.
3. idē ēt lu-
perius 1.
lib. c. 11.
Simmias i
Phedone
Platonis,
de quo vi-
de ēt Plu-
in vita Pe-
riclis.

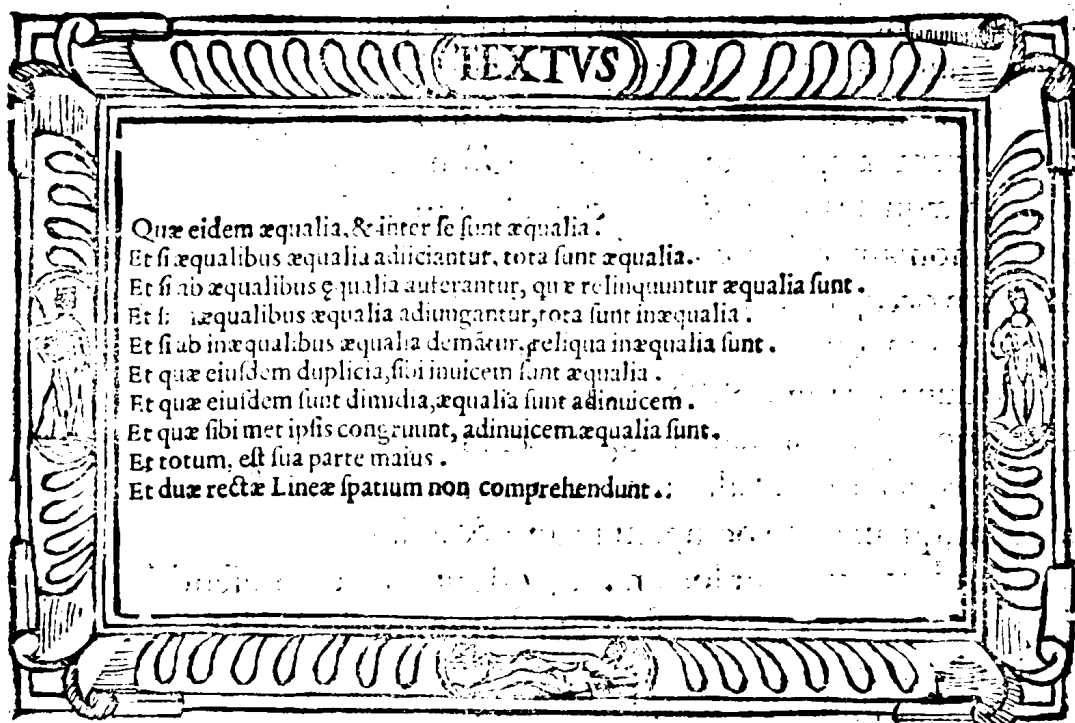
Idē in fine
secundi li-
bri.

Hanc penitus ē numero Petitionum delere oportet . Theorema . n. est, quod multas quidem recipit dubitationes, quas Ptolemæus etiam in quodam Libro soluere sibi proposuit, multis verò & Definitionibus, & Theorematibus in demonstratione indiget, & eius cōuersum Euclides etiam tanquam Theorema ostendit . Fortasse autē quidam errantes, hanc quoque inter Petitiones collocandam esse censerent, tanquam eam, quæ propter duorum Rectorū diminutionem, Rectarum nutus fidem per se se præbet . Ad quos Geminus recte respondit dicens, quòd ab ipsis huiusce scientiæ autoribus didicimus, non prorsus probabilibus imaginationibus adhibere mentē, ad Geometricas rationes capeffendas . simile . n. est, inquit etiā Aristoteles, à Rhetorico demonstrationes postulare, & Geometram probabiliter disputantem patienter auscultare . & qui apud Platonē Simmias, Quoniam ex apparentibus demonstrantes vanos esse scio . Et hīc igitur hoc quidem, rectas Lineas annuere dum Anguli recti imminuuntur, verum, atque necessarium est : hoc verò, magis atque magis dū producuntur annuentes Lineas, quandoque coincidere, probabile, non autē necessarium est, nisi aliqua ratio demonstret, quòd in rectis Lineis hoc verum est . nā esse quidē quasdam Lineas in infinitum quidē annuentes, nunquam aut coincidentes, licet incredibile, admirabileque videatur, nihilominus verū est, & in alijs Lineæ formis obseruatum fuit . Vtrum igitur hoc in Rectis quoque fieri possit, quod in illis sit Lineis? antequam . n. per demonstrationem ipsum conuicerimus, quæ in alijs ostenduntur Lineis, Phantasiæ molestiam asferunt . Quod si & rationes contra coincidentiam Linearum dubitantes

tes valde mordaces essent, quomodo nō eō magis probabile hoc, atq; irrationale à nostra doctrina expelleremus? Verū quod quidem demonstratio quærenda est præsentis Theorematis, & quod à Petitionum proprietate alienum est, ex his patet: quomodo verò demonstrandum ipsum sit, quibusque rationibus quæ contra ipsum feruntur instantiæ auferendæ sint, ibi dicendum, vbi & ipse Elementorum institutor mentionem eius facturum est, tanquam manifesto vtens. tūc enim necessarium est ipsius euidentiā ostendere, quippe quæ non indemonstrabiliter se se offert, verū per demonstrationem manifesta sit.

Excludit
oīno Peti-
tio hæc è
numero
Petitionū.

PRONUNTIATA.



Primū p-
nuntiātū

2
3
4
5
6
7
8
9
10

HAec sunt ea, quæ iuxta omnium sententiam indemonstrabilia Pronuntiata vocantur, quatenus ab omnibus sic se habere iudicatur, & nemo contra hæc dubitat. Sæpenumero .n. & propositiones simpliciter Pronuntiata appellant, qualescunque fuerint, siue immediate propriè sint, siue aliqua etiam egeant Commonitione, & Stoici quidē omnem simplicem enuntiaticem Orationē, Pronuntiatum appellare consueuerunt: cumque dialecticas nobis Artes scribunt, de Pronuntiatis differere dicunt. Accuratus autem quidam ab alijs Propositionibus Pronuntiata distinguentes, immediatam, per seseque propter euidentiā fidem facientem propositionem, hoc nomine appellant. quemadmodum etiam Aristoteles, ipsique Geometræ dicunt. idem enim est iuxta horum sententiam Pronuntiatum, & commu-

Cōm. 4.

Idē in 2. li
bro cap. 8.

Aristo. &
Geometra-
rū opinio:
idē in lib.
2. cap. 8.

nis

Dānatur
Apolloni⁹
qui Pronū
tiata de-
mōstrauit
idē supe-
rius i. c. 1.
huius lib.
In demō-
strabilia à
demōstra-
bilibus na-
tura diffe-
rūt. & eo-
rū sciē di-
uerſe sunt
idē Arist.
1. post. 1.
5. & 6.

Apollonii
demō.

Pria Pro-
nūtiatorū
pprietas.
Secunda
Pronūtia-
torum p-
prietas

nis notio. Multum igitur abest vt nos Apollonium Geometram lau-
demus, qui Pronuntiatorum quoque (vt videtur) demonstrationes
scripsit, quippe qui ex opposito Euclidi fertur . nam hic quidem &
demonstrabile in Petitionibus enumerauit, ille verò indemonstrabi-
lium quoque demonstrationes inuenire conatus est . Hæc autem na-
tura ab inuicem differunt, scientiarumque genus diuersum est . earū
inquam, quæ fiunt circa immediatas propositiones, quæ omnino pro-
pter euidenciam in nostram cognitionem cadunt : & earum, quæ de-
monstrationibus vtuntur, quæ principia ab illis accipiunt, cumque ac-
ceperint in proprijs conclusionibus decenter vtuntur . Quod autem
primi Pronuntiati demōstratio, quam Apollonius inuenisse sibi per-
suasit non magis cognitum conclusione Medium habet, imò etiam
magis dubium, cognoscere quis poterit si & paululum in ipsam in-
spexerit . Sit enim (inquit) a æquale ipsi b, & b æquale ipsi c, dico
quod etiam a ipsi c æquale est . Cum enim
a ipsi b æquale sit, eundem occupat locum, quē
b . & quoniam b ipsi c æquale est, eundem, quē
& ipsum occupat locum . & a igitur eundē oc-
cupat locum, quem c . equalia igitur sunt . In his
itaque duo præassumpsisse oportet . vnum qui-
dem, quod quæ eundem occupāt locum, sibi in-
uicem æqualia sunt : alterum verò, quod quæ
eundem, quem idem occupant locum, & adinui-
cem eundem occupant locum . Quod autem hæc præſenti Pronun-
tiato obscuriora sint, manifestum est . quomodo enim quæ eundem
explent locum æqualia sunt : secundum Totum, an secundum par-
tem ? vel secundum Rationis figurationem ? Propterea non omni-
no admittendum est, ad locum transire, qui ips, quæ in loco sunt igno-
rior nobis est . difficilis enim, atque ambigua est essentia ipsius inuen-
tio . Ne igitur prolixa oratione vtamur, omnia Pronuntiata tanquā
immediata, ac per se manifesta tradēda sunt, cum per se nota & credi-
bilia sint. qui enim ips, quæ manifestissima sunt demonstrationem af-
fert, non cōfirmat veritatem, quæ de ipsis est : Sed minuit euidenciam,
quam in indoctis prenotionibus habemus. hoc autem de Pronuntia-
tis præaccipiendum est tanquam proprietatis ipsorum arbitrium . &
quod omnia communis Mathematicarum scientiarum generis sunt,
& non solum in Magnitudinibus vnumquodque horum verificari di-
citur, verumetiam in Numeris, & Motibus, & Temporibus . hocque
necessarium est. Aequale enim, atque Inæquale: & Totum, atque pars:

&

& Magis, ac Minus discretis, continuisque Quantitatibus communia sunt. Contemplatio igitur, quæ circa Tempora, & ea, quæ circa Motus, & quæ circa Numeros, & Magnitudines versatur, his omnibus tanquam evidentibus indiget. & in omnibus verum est tum illud, quod ait quæ eidem æqualia, & adinuicem æqualia esse: tum cæterorum Pronuntiatorum quodcunque a nobis sumptam fuerit. Communibus autem existentibus vnusquisque secundum propriam materiam vtitur, quo ad ipsa requirit, & alius quidem vt in Magnitudinibus, alius verò vt in Numeris, alius autem vt in Temporibus, ipsis insuper vtitur. & hoc modo propriæ in vnaquaque scientia conclusiones fiunt, licet etiam Pronuntiata communia fuerint. Præterea horum etiam numerum neque ad minimum contrahere oportet, vt facit Heron, qui tria tantum posuit. Pronuntiatum .n. & illud est, Totum est sua parte maius, Geometraque passim hoc in demonstrationibus assumit: necnon illud, Quæ sibi inuicem congruunt æqualia sunt. etenim hoc statim in quarta Propositione ad Quæsitum prodest. neque etiam alia alijs adiungere, quorum alia quidem Geometricæ materiæ propria sunt, vt duas Rectas spatium non comprehendere, cum Pronuntiata communis sint generis, vti diximus: alia verò, ea, quæ iam posita sunt consequuntur, vt illud, quod ait eiusdem duplicia, æqualia esse. hoc enim illud consequitur, quod ait si æqualibus æqualia addantur, tota æqualia esse. nam quæ Dimidio sunt æqualia, cum ipsum Dimidium assumpserint, eiusdem duplicia quidem fiunt, & sibi inuicem æqualia, propter æquale additamentum. & iuxta hanc rationem non solum duplicia, verum etiam triplicia, eiusdemque multiplicia omnia, æqualia apparebunt. His autem Pronuntiatis quedam etiam alia conscribi inquit Pappus, vt Si æqualibus inæqualia adiungantur, totorum excessus, adiunctorum excessui æqualis est. & è contrario, Si inæqualibus æqualia adiungantur, totorum excessus excessui eorum, quæ à principio erant æqualis est. & sunt hæc quoque ex se se manifesta, ostenduntur tamen hoc modo. Sint æqualia a , b , adicianturque ipsis inæqualia c , d , sit autem c maius d , ipso e , reliquum verò sit f . Quoniam igitur a ipsi b æquale est, necnon f ipsi d , a ipsi b & d æquale erit. nam si æqualibus æqualia addantur, tota sunt æqualia. a & c igitur ipsum b & d ipso e tantum superat, quo etiam c solum, ipsum d superabat. Rursus sint inæqualia c , d , adiunganturque ipsis æqualia a , b , & sit excessus ipsius c ad d , ipsum e , reliquum verò f . Quoniam

Quo ex
comuni-
bus
principiis
proprie
fiat
conclusio
nes. idem
superius
cap. pri-
mo.

Heron tria
tantum Pronu-
ntiata po-
suit.

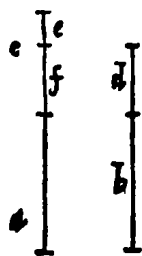
Resecat
sextum, &
7. & 10.
Pronuntia-
tum.

Pronuntia-
ta comu-
nis sunt ge-
neris. idem
superius.
cap. 1.

Quædam
alia Pro-
nuntiata
quæ à Pap-
po addun-
tur.

Demon-
stratio pri-
mi Pronu-
ntiati à Pap-
po adiecti

Demon-
stratio
secundi.

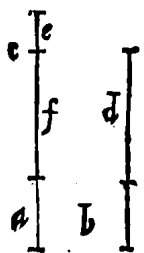


P niam

niam igitur a æquale est ipsi b, & ipsi d, a f ipsi b d erit æquale. totum igitur a c, ipsum b d, ipso e tantum excedit, quo etiam c, ipsum d excedebat. Hæc itaque, iā dicta Pronuntiata consequuntur, & non immerito in pluribus exemplaribus prætermittuntur. Quotcunque

Reliqua
ex defini-
tionib⁹ ma-
nifesta fi-
unt.

autem alia hisce addit, per definitiones præassumpta fuere, illasque consequuntur. Verbi gratia, quod omnes Plani, & rectæ Lineæ particulæ, sibi inuicem con-



gruunt. quæ enim in Extremitatibus suis collocata sunt, huiuscemodi habent naturam. Et quod Lineam quidem Signum, Superficiem autem Linea, Solidum verò Superficies diuidit. omnia enim ijs diuiduntur, quibus etiam proximè terminantur. Et quod Infinitum in Magnitudinibus est, additione, atque diminutione, potentia autem

vtrunque, nam omne continuum diuidi, augeri que in infinitum potest. Verum enimvero quoniam de his quoque summatim diximus, reliquū est vt ea, quæ principia consequuntur consideremus, hucusque

enim principia se extendunt. Eorum autem, qui aduersus Geometriam instant alij quidem quàm plurimi contra principia dubitarunt, quippe qui + partes nullam habere subsistentiam ostendere conati

sunt, quorum etiam rationes sunt diuulgatæ, aliorum quidē omnem quoque scientiam auferentium, ac veluti hostium germina ab aliena regione, fœcundaque Philosophia demolientium, quemadmodum

Pyrhonorum Philosophorum: aliorum verò Geometrica tantum principia subuertere sibi proponentium, vt Epicureorum. alij autem

cum principijs iam permisissent, non posse inquirunt ea, quæ principia consequuntur demonstrari, nisi quoddam etiam aliud ipsis concedatur, quod in principijs præacceptum non fuerit. hunc .n. contradicendi modum Zeno exercuit, qui Sidonius quidem patria, Epicureus autem Secta fuit, aduersus quem Posidonius etiā integrum scripsit librum, imbecille totam ipsius opinionem ostendens. + Verum enimvero causæ illæ, quæ de principijs ratione reddi poterāt modicè à nobis ex ijs, quæ antea explicata, in vnum coactæ, atque inter se coniunctæ sunt. Zenonis aut infestum accessum paulò post considerabimus. Nunc verò cum Theorematū, Problematumque sermonē & de differentia ipsorum, & de vtriusque partibus, & ijs, quæ in ipsis fiunt diuisionibus breuiter resumpserimus, ad expositionem eorum, quæ ab Elementorum institutore ostenduntur accedemus, pulchriora quidem eorum, quæ ab Antiquis in hisce scripta sunt decerpentes, infinitamque ipsorum sermonum prolixitatem contrahentes: ea verò,

Eorū, qui
cōtra Geo-
metriam i-
stant diui-
sio.
† Termini-
nos.
Stoici,
quorū opi-
nionē vi-
de in lib.
secundo
com. 1.
Pyrhonorū
Philoso-
phi,
Epicurei.
Zeno Si-
donius.
Liber Po-
sidonii ad-
uersus Ze-
nonem.
† Verum
enimvero,
qui de pri-
ncipijs di-
uersi inter
se afferūt
sermones,
moderatè
à nobis ex
ijs, q̄ p̄ce-
dūt, abso-
luti sunt.
In comēt.
sequenti.
Propositū
Autoris i-
sequētib⁹.

ro, quæ magis artificiosa sunt, & methodis scientiam parientibus plena tradentes, accuratè rerum tractationi magis, quàm Casuum, Sumptionumquæ varietati incumbentes, ad quæ vt plurimum iuuenes currentes videmus.

Iuuenes
ad Casuū,
Sumptio-
nūq; va-
rietatē li-
beter cur-
runt.

Finis Principiorum.

PROPOSITIONES.



Super data recta Linea terminata, Triangulum illud, quod equilaterum est, constituere.

Proposi-
tio prima
Problema
primum.

QVum omnis scientia duplex sit, & alia quidem circa immediatas Propositiones versetur, alia verò circa ea, quæ ex illis ostenduntur, & comparantur, & omnino circa ea, quæ principia consequuntur suam euoluat tractationem, hæc rursus in Geometricis sermonibus seipsam in Problematum quidem peractionem, Theorematumquæ inuentionem diuisit. & Problemata quidē appellauit ea, in quibus quæ quodammodo non sunt, comparare, manifestare, struerequæ proponit: Theoremata verò, in quibus id, quod existit, vel non existit, perspicere, cognoscere, ac demonstrare statuit. nam illa quidem Ortus, & Propositiones, & Applicationes, & Descriptiones, & Inscriptiones, & Circumscriptiones, & Coaptationes, & Contactus, omniaquæ huiusmodi aggredi iubent: hæc verò, Symptomata, & quæ Geometriæ subiectis per se insunt persuadere, demonstrationibusquæ conuincere enituntur. de quibuscunque .n. Quæsitum fieri possibile est, de ijs omnibus Geometriæ est sermo, alia quidem ad Problemata, alia verò ad Theoremata referentis. etenim ipsum [quid est] quærit, & hoc dupliciter. nam vel rationem, & intelligentiam quærit: vel intelligentiam, & ipsam subiecti essentiam. dico autem, verbi gratia, cum quærat, quæ sit similiū partium Linea. hoc .n. quærens, vel huiusmodi Lineæ definitionem inuenire desiderat, quòd similium partium Linea est, quæ omnes partes omnibus congruentes habet: vel ipsas Linearum partium similium species suscipere, vtputa quòd aut Recta est, aut Circularis, aut circa Cylindrum Helix. Præterea ante hoc,

Com. 5.
Sciētia du-
plex.

Differen-
tia Proble-
matum, et
Theore-
matū. idē
in primo
cap. huius
Libri.
Munus
Proble-
matis.
Munus
Theore-
matis.
De quib⁹
Geome-
triæ sit ser-
mo.
Geome-
tria qrit
quatuor
ea, quæ q-
ri solent.
Geome-
tria qrit ip-
sū Quid
est, dupli-
citer.

P a ipsum

Quo Geo-
metria q̄-
rat ipsum
Si est.
Quomo-
do, Qua-
le quid ē.
Respō det
Procl. cō-
tra Amphi-
nomi, &
Ari. sentē-
tiā, ex sen-
tētia Ge-
mini.
Argumē-
tum.

Quo, &
q̄do pro-
pter quid
Geome-
tria q̄rat.

Epilogus.

Problema-
tum, atq;
Theore-
matū par-
tes.
Proposi-
tionis of-
ficiū.
Expositio
nis offici-
um.
Constru-
ctionis of-
ficiū.
Demonstra-
tionis of-
ficiū.
Cōclusio
nis officiū
Tres par-
tes sūt ma-
ximē ne-
cessarię, q̄
semp esse
debent tū
in Proble-
matib⁹, tū
in Theore-
matibus,
Proposi-

ipsum [si est] per se ipsum quærit, & hoc maximè in Determinationibus, discutiens vtrum impossibile sit quod ab his quæritur, aut possibile: & quousque locum habet: & quot modis. Quinetiam ipsum [quale quid est] cū enim per se accidentia Triangulo, & Circulo, & Parallelis consideret, manifestum est quod ipsum [quale est] ibi quærit. At causam, & ipsum [propter quid] Geometriam minimè contemplari pluribus visum fuit. huiusce enim sententiæ est & Amphinomus Aristotele duce. Inueniet autem aliquis (inquit Geminus) huius etiam inquisitionem in Geometria, quomodo enim Geometræ non est querere qua de causa in Circulis quidem infinita Multiangula æquilatera inscribuntur, in Sphæris verò Multiangula solida æquilatera, atque æquiangula, ex similibusque Planis constructa infinita inscribere est impossibile? ad quem enim spectaret hoc inuestigare, ac inuenire nisi ad Geometram? Quando igitur syllogismus Geometris per impossibile fuerit, Symptoma tantum inuenire cupiunt: quando autem per præcipuam demonstrationem, tunc rursus si quidem in particulari demonstrationes fiant, causa nōdum manifesta est: si verò in vniuersali, in omnibusque similibus, continuo & ipsum [propter quid] manifestum fit. Verum de Quæsitis quidē hæc sufficiant. Omne autem Problema, omneque Theorema, quod perfectis suis completum est partibus, hæc omnia in se habere debet, Propositionem, Expositionem, Determinationem, Constructionē, Demonstrationem, & Conclusionem. Horum autem Propositio quidem inquit quo existente Dato, quid Quæsitum sit. perfecta enim Propositio ex vtrisque constat. Expositio verò ipsum per se se Datū excipiens, Quæstioni præparat. Determinatio autem, seorsum Quæsitum quod quid est explanat. Constructio verò, ea, quæ Dato desunt ad Quæsitum venationem, adiicit. Demonstratio autem, peritè ex cōcessis colligit propositum. Epilogus verò, siue Conclusio, rursus ad Propositionem conuertitur confirmando id, quod ostensum est. & omnes quidem Problematum, Theorematumque partes tot sunt: maximè autem necessariæ, & in omnibus existentes, Propositio, Demonstratio, & Conclusio. nam oportet & Quæsitum præcognoscere, & Medijs hoc ostendere, quodque ostensum est concludere, harumque trium vt aliqua desit fieri non potest. reliquæ verò multis quidem in locis accipiuntur, in multis autem nullam afferentes vtilitatem, omittuntur. Determinatio enim, & Expositio non sunt in illo Problemate, quod ait, Aequicrus Triangulum constituere, quod habeat vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum.

plum. Constructio autem in pluribus frequenter Theorematis non est, + Expositione sufficiente existenti absque alia additione ex datis propositum ostendere. Quando igitur deficere Expositionem dicimus? Cum in Propositione nullum fuerit Datum. Quod si Propositio ut plurimum in Datum, & Quæsitum diuisa fuit, non tamen id semper fit: verum aliquando solum Quæsitum dicit, quod oportet cognoscere, vel efficere, ut in iam dicto Problemate. non enim prædicit quo dato oportet constituere Triangulum Aequicrus, quod habeat utrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum, reliqui duplum: sed quod opus est hoc comparare. Et fit quidem hic etiam ex præcognitis propositi acceptio. etenim quid Aequicrus, & quid Aequale, vel Duplum cognoscimus (hoc autem omni cogitanti disciplinæ proprium inquit Aristoteles) nihil tamen nobis subiicitur, quemadmodum in alijs Problematis, ut quando dicit, datam rectam Lineam terminatam bifariam secare. hic enim recta Linea data est, iubemur autem ipsam bifariam diuidere. & determinatum est quid Datum quidem seorsum, quid verò Quæsitum sit. Cum igitur utrunque Propositio habuerit, tunc & Determinatio, & Expositio inuenitur: cum autem Datum deficit, hæc quoque deficiunt. siquidem Expositio, atque Determinatio, Dati est. eadem enim erit cum Propositione. nam quid aliud dices determinans in iam dicto Problemate, nisi quod huiusmodi Aequicrus inuenire oportet? tale autem erat Propositio. Si igitur hoc quidem Datum, hoc verò Quæsitum Propositio non habuerit, Expositio quidem tacetur, eo quod Datum, non est: Determinatio autem prætermittitur, ne eadem cum Propositione fiat. Plura autem alia quoque huiusmodi Problemata reperies, & maxime in Arithmetis, & in decimo libro, ut duas rectas Lineas potentia commensurabiles, Medium comprehendentes inuenire, & omnia, quæ id genus sunt. Omne autem Datum quatuor his modis dari potest, vel Positione, vel Ratione, vel Magnitudine, vel Forma. nam Signum quidem Positione tantum datur, Linea autem, & alia, omnibus. cum enim dicimus datum Angulum rectilineum bifariam secare, speciem Anguli quæ data est dicimus, quod scilicet rectilinea, ne ipsdem methodis curuilineum etiam bifariam secare quæramus. Cum verò, quod duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiore minori æqualem abscindere, Magnitudine datæ sunt. Maius enim, & Minus: Finitum, & Infinitum, propriæ Magnitudinis Prædicationes sunt. Cum autem dicimus, quod si quatuor Magnitudines proportionales fuerint, permutatim quoque proportionales erunt, eadem

ratio

tio Démonstratio, & conclusio. Propositio decima Quarti Elementorum. Quando constructio deficiat. † Démonstratio

Priori post. tex. 1.

Quæ Determinatio, & Expositio deficiat & quando non. Expositio, atque Determinatio Dati est.

Propo 29 Decimi Elem. Documentum.

Quadrupliciter
Datū acci-
pitur . &
ideo Ex-
pō quoq;
quadrupli-
citer fit .
Dēmōstra-
tio Geo-
metrica
duplex ē .
Perfēctio
Dēmōnis .

Cōclusio
Geometri-
ca duplex
est .

ratio in quatuor Magnitudinibus data est . Cū verò in dato Signo datae rectae Lineae æquam rectam Lineam ponere oportet , tunc Signum Positione datum est . Vnde etiam cū Positio varia esse possit, Constructio quoq; varietatem suscipit . datum est enim Signum, vel extra Rectam , vel in Recta & in extremitate Rectae , vel inter ipsius Extrema . Cū igitur quadrupliciter Datum accipitur, manifestum est quòd Expositio quoq; quadrupliciter fit . At quandoque duos etiam, atque tres modos connectit . Illam autem, quæ Demonstratio dicitur, quandoque quidem propria Demonstrationi habentem inueniemus, ex Definitionibus Medijs Quæsitum ostendentem . hæc .n. Demonstrationis perfectio est : quandoq; verò ex certis Notis arguentem . Et oportet non latere . vbiq; .n. Geometrici sermones propter subiectam materiam Necessarium habent , non vbiq; autem demonstrantibus methodis perficiuntur . quando .n. eò quòd extrinsecus Trianguli Angulus duobus intrinsecis, & ex opposito existentibus æqualis est, tres intrinsecos duobus rectis æquales habere Triangulum ostenditur , quomodo à causa est demonstratio hæc ? quomodo enim Medium certum signum non est ? etenim nondum externo existente Angulo, cū interni existant, duobus rectis æquales sunt . est siquidem Triangulum , Latere etiam non productō . Quando autem per descriptionem Circulorum , quod constitutū est Triangulum, æquilaterum esse ostenditur, à causa apprehensio fit . similitudinem enim, & æqualitatem Circulorum Trianguli iuxta Latera æqualitatis causam esse dicemus . Quin etiam Conclusionem duplicem quodammodo facere consuevere . cū enim vt in Dato ostēderint, vt vniuersaliter quoque concludunt , à particulari conclusionē ad vniuersalem recurrentes . nam cū subiectorum proprietate non vtantur, sed ante oculos Datum ponentes, Angulum, vel rectam Lineam describant, quod in hac concluditur, idem in omni etiam simili conclusum esse existimant . Ad vniuersale igitur trāscendunt ne particularem esse Conclusionem arbitremur . transcendunt autem ratione optima , siquidem positus non quatenus hæc, sed quatenus alijs similia sunt, ad demonstrationem vtuntur . non enim quatenus tantus propositus Angulus est, eatenus bipartitam faciunt sectionem , sed quatenus rectilineus tantum . Est autem Quantitas quidem proposito Angulo propria : Rectilineum verò, omnibus rectilineis commune . sit enim datus Angulus, ille, qui est Rectus . si igitur Rectitudinē in demonstratione acciperem, in omnem Rectilinei speciem transcendere minimè possem . Si autem Rectitudinem quidē ipsius non subiungo ,

iungo, Rectilineum autem solum cōsidero, similiter sermo omnibus
 etiam rectilineis Angulis congruet. hæc autem omnia, quæ prædixi-
 mus, in hoc primo Problemate contemplabimur. Nam quod Pro-
 blema quidem sit patet. imponit enim nobis Trianguli æquilateri
 ortum machinari. Quæ autem in hoc est Propositio, ex Dato quidē,
 & Quæsito constat. nam data quidē est recta Linea terminata, quæ-
 ritur autem quo nam pacto in ipsa æquilaterum Triangulum consti-
 tueretur. & præcedit quidem Datum, sequitur autem Quæsitum, vt
 coniunctum etiam contexere possis, Si est recta Linea terminata, fieri
 potest vt Triangulum æquilaterum in ipsa constituatur. neque enim
 recta Linea non existente, Triangulum constitueretur, nam à re-
 ctis comprehenditur Lineis: neque non terminata, Angulus enim
 fieri non potest, nisi in vno fiat Signo, infinitæ autem Extremum Si-
 gnum non est. Post Propositionē autem sequitur Expositio, Sit data
 recta Linea terminata, hæcce. & vides quod ipsum Datum solum ait
 Expositio, Quæsitum minimè subiungens. Post hanc autem Deter-
 minatio, Oportet quidē in data recta Linea terminata Triangulum
 æquilaterum constituere. & quodammodo Determinatio attentio-
 nis est causa. attentiores enim ad Demōstrationem nos efficit, Que-
 situm pronuntiando, quemadmodum Expositio dociliores agit, Da-
 tum ante oculos ponendo. Post Determinationem autem Construc-
 tio sequitur, Centro quidem altero Extremorum rectæ Lineæ, in-
 teruallo autem reliquo, Circulus describatur. rursusque Centro qui-
 dem reliquo, interuallo autem eo, quod prius Centrum erat, Circulus
 describatur, & à communi sectionis Circulorum Signo ad rectæ Li-
 neæ Extrema, Lineæ rectæ continuentur. & vides quod in Construc-
 tione Petitionibus vtor. hac quidem, Ab omni Signo ad omne Si-
 gnum rectam Lineam ducere. & hac, Omni Centro & Interuallo
 Circulum describere. vniuersaliter enim Petitiones quidē Construc-
 tionibus, Pronuntiata verò, Demōstrationibus vtilitatem afferunt.
 Sequitur itaque Demonstratio, quoniam vtrunlibet Signum eorum,
 quæ in data recta sunt Linea Circuli ipsum ambientis Centrum est,
 recta Linea, quæ cōmunem attingit sectionem, datæ rectæ Lineæ
 æqualis est. Propterea sanè quoniam etiam reliquum Signum eorū,
 quæ in data sunt recta Circuli ipsum continentis Centrum est, cōmu-
 nem Circulorum sectionem attingens recta Linea, datæ rectæ Lineæ
 æqualis est. & horum cōmonitio à Circuli definitione fit, quæ om-
 nes à Centro ad Circunferentiam æquales esse dicebat. Vtracque igitur,
 eidem æqualis est. Quæ autē eidem æqualia, & inter se sunt æqua-
 lia,

Primi Eu-
 clidis Pro-
 blematis
 Propositio.

Nota quō
 omne Pro-
 blema in
 Theore-
 ma reduci
 potest.

Primi Eu-
 cl. prob.
 Expositio.
 Determi-
 natio.

Construc-
 tio.

In cōstru-
 ctione Pe-
 titiōibus,
 in demō-
 ne aut pro-
 nuntiatis
 Geome-
 tre vtunt.

Demō.

Prima cō-
clusio pri-
mi probl.
Elemē.
Secunda
cōclusio

Particula
rū Quod
fecisse, &
Quod de
mōstrasse
oportuit
pulchra
cōsiderō.

Epilogus.

Sumptio
quid.

lia, per primum Pronuntiatum. Tres igitur rectę Lineę inter se sunt æquales. Super hac itaque recta Linea æquilaterum Triangulum constitutum est. hæc quidem est prima Conclusio, quæ Expositio- nem consequitur. Post hanc autem est ipsa vniuersalis, Super data igitur recta Linea Triangulum æquilaterum constitutum est. siue. n. duplam eius, quæ nunc proposita est datam feceris, eadem Constru- ctiones, ac Demonstrationes congruunt: siue triplam: siue aliam quomocunque maiorē, vel minorem ipsa acceperis. His autem adiunxit particulam [quod fecisse oportuit] Conclusionem Proble- maticā esse ostendens. etenim in Theorematibus adiungit particulā [quod ostendisse oportuit] nam illa quidem alicuius facturam, hæc verò eius, quod est ostensionem, inuentionemquę enuntiat. Omni- no itaque hæc quidē Conclusionibus subdit, ostendens quòd omnia Propositionis facta sunt, & principio finem coniungens, & conuolu- tam quidē Mentem, rursusquę ad principium reuertentem imitans. Non idē autē semper adiungit, sed aliquando quidē particulā [quod fecisse oportuit] aliquando verò, particulam [quod oportuit osten- disse] propter Problematum à Theorematibus discrepantiam. Nos itaque in vno hoc primo Problemate omnia hæc exercuimus, & per- spicua fecimus. Oportet autē eos, qui audiunt in reliquis etiam hæc quærere. quæ quidem horū capitum accipiuntur, quę verò omittun- tur. & quot modis Datum, datum est. & ex quibus principijs vel Constructiones, vel Demonstrationes accipimus. horum. n. perspi- cax contemplatio, non paruam exercitationem, Geometricorumquę sermonum meditationē affert. Verūenimvero quoniā hæc quoque determinata sunt, agē de ijs etiam, quæ his annexa sunt breuiter disse- ramus, quid Sumptio, quid Casus, quid Corollarium, quid Instantia, quid quę Inductio. Sumptionem itaq; de omni etiā Propositione, quę in alius Propositionis Constructione sumitur sæpenumero predicari dicūt, ex tot Sumptionibus demonstratiōē ipsius factā esse dicentes. Propriè autem apud eos, qui in Geometria versantur Sumptio, est Propositio fide indigens. cum enim vel in Constructione, vel in De- monstratione aliquid sumimus eorum, quæ ostensa non sunt, sed ra- tione indigent, tunc id, quod sumptum est, veluti per se ambiguū in- quisitione dignum esse arbitrati, Sumptionem ipsum appellamus, à Petitione, & Pronuntiato differentem quatenus demonstrabilis exi- stit, cum illa absq; Demonstratione ad aliorum fidem faciendā perse- fumantur. In Sumptionum autem inuentione optimum quidē est, Cogitationis ad hoc aptitudo. multos enim inest videre acutos in so-
lutio-

ludonibus, nullisque methodis hoc facientes, quemadmodum & Cratistus noster, qui idoneus quidem erat ad venandum Quæsitum ex primis, & breuibus quoad fieri poterat: vsus autem fuit natura ad inuentionem. Traduntur tamen methodi optima quidem illa, quæ per Resolutionem ad exploratum principium reducit Quæsitum. quam & Plato (vt aiunt) Leodamanti tradidit, ex qua ille quoque multorum in Geometria inuentor factus fuisse fertur. Secunda autem, illa, quæ diuidendi vim habet, quippe quæ in articulos quidem genus propositum diuidit: occasionem verò, per aliorum ablationem à propositi Constructione, Demonstrationi præbet. quam etiam Plato laudibus extulit, tanquam eam, quæ scientiis omnibus sit adiutrix. Tertia verò, quæ per deductionem ad impossibile, non id, quod queritur per se ostendit, sed oppositum confutat, & per accidens veritatem reperit. & Sumptio quidem hanc habet contemplationem. Casus autem, diuersos Constructionis modos, positionisque mutationem enuntiat, Signis, vel Lineis, vel Superficiebus, vel Solidis transpositis. & prorsus omnis ipsius varietas circa descriptionem aspicitur. Quapropter Casus quoque vocatur, eò quòd Constructionis transpositio est. Corollarium verò, dicitur quidem & de quibusdā Problematibus, vt Corollaria, quæ Euclidi ascripta sunt. Dicitur autem propriè Corollarium, eum ex ijs, quæ demonstrata sunt quoddam aliud Theorema apparuerit, nobis minimè proponentibus, quod est propterea Corollarium vocarunt, tanquam lucrum quoddam, quod sit præter gignentis scientiam Demonstrationis propositum. Instantia autem, totam orationis impedit viam vel Constructioni, vel Demonstrationi occurrens. & non est necesse, quæadmodum eum, qui Casum proponit, Propositionem veram ostendere, ita etiam eum, qui Instantiam: sed opus est Instantiam destruere, vtentemque ipsa mendacem ostendere. Inductio verò, est transitus ab alio Problemate, vel Theoremate ad aliud, quo cognito, aut comparato, Propositum quoque perspicuum est. Exempli causa, quæadmodum eum & Cubi duplicatio quæsitæ esset, quæstionem in aliud transtulere, cui hoc consequens est, duarum nempe Mediarum inuentionem, & quærebant deinceps, quonam pacto datis duabus rectis Lineis, duæ mediæ proportionales reperirentur. Primū autem dicunt Hippocratem Chium prædictorum Titulorum Inductionem fecisse, qui & Lunulæ Quadrangulum fecit æquale, & alia multa in Geometria inuenit, & circa Titulos omnibus ingenio præualuit. hæc etiam de his. Ad propositum autem Problema redeamus. Quod igitur æquilaterum quidem

Cratistus,

Methodi tres, quæ à Plat. traduntur,

Casus qd.

Corollarium quid.

Vide Varronē i lib. de lingua Latina. Instantia quid.

Inductio quid. Nota inductionis Geometricæ, cum inductione Logica similitudinem. Hippocrates primus fuit inductionis Geometricæ inuentor. Digressio.

Q Triā-

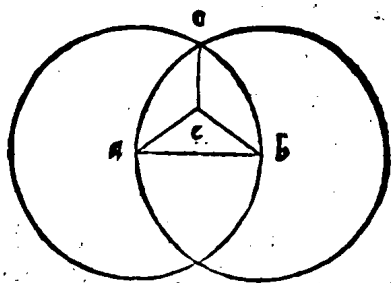
Triangulū
Aequilatē
rū omniū
Triangulo
rū optimū
est, aſimi
laturq; cir
culo.
Duorū cir
culorū Ae
quilaterū
Triangulū
comprehē
dentiū cō
templatio
† Intelli
gētiā.
Vide Pla
tonem in
Phēdro, &
Proclū in
Timēo pa
gi. 123.

Epilogus.

Zenonis i
fēſtus ac
ceſſus, &
eius funda
menta.

† Triangu
lum nō
oſtēdereſ
equilate
rū. Sit .n.

Triangulum inter Triangula optimū ſit, & Circulo maximē cognatum omnes à Centro ad Circunferentiam æquales, vnamq; ſimpli cem Lineam extrinſecus ipſum terminantem habenti nemo eſt, cui non ſit manifeſtum. Videtur autem duorum Circulorum compre henſio, horumq; ex parte vtriuſque (non enim in toto vtroq; de ſcriptum eſt, ſed in illa parte, quæ ex vtriuſq; partibus conſtat) oſtē dere in Imaginibus quomodo ea etiā, quæ à principiis egreſſa ſunt, perfectionem, & identitatem, & æqualitatem ab illis ſuſcipiunt. nam hoc modo & quæ in directum mouentur, Circulo quoque Circun uoluuntur, propter continuā generationē: & Animæ ipſæ cū + mo tus traſientes habeant, per reſtitutiones, & circunuolutiones non trā ſientem Mentis actionem aſſingunt. Dicitur autē & à duabus Men tibus viuificans Animarum fons contineri. Si igitur Circulus quidem eſſentiæ Mentis imago eſt, Triangulum verò, primæ Animæ, pro pter æqualitatem, & ſimilitudinem Angulorum, & Laterum, iurē ſa nē & hoc per Circulos cū mediū in ipſis includatur Aequilaterum oſtenſum fuerit. Si autem & omnis Anima à Mente progreditur, & ad mentem regreditur, & Mente dupliciter participat, hac quoque ratione conſentaneum quidem erit, Triangulum cū triplicis Ani marum ſubſtantiæ Nota ſit, à duobus Circulis comprehenſum, ortum ſuſcipere. Verum enimvero hæc quidem tanquam ab Imaginibus rerum naturam nobis in memoriam reducant. Quoniā autem quidā aduerſus æquilateri Trianguli conſtitutionem inſtarunt totam refel lere Geometriā putantes, breuiter his quoq; occurremus. Inquit itaq; Zeno ille, cuius etiam ſuperius mētionē feci, quòd & ſi quis principiis Geometrarum permiferit, non tamen ea, quæ principia conſequuntur cōmuni compararet conſenſu hoc ipſis non conſeſſo, quòd duarum rectarum Linearum eadem Segmenta non ſunt. niſi .n. hoc datum eſſet, + æquilaterum Triangulum minimē conſtitueretur. Sit enim (inquit) recta Linea a b, ſuper qua conſtituendum eſt æquilaterū Triā gulum. Deſcribantur autem Circuli, & à cōmuni ipſorum ſeſtione protē dantur rectę Lineæ c e a, c e b cō mune habentes c e Segmentum. Accidit igitur Lineas quidem à cō muni ſeſtione protenſas, Lineæ a b datæ æquales eſſe, non autem Trian guli quoque Latera eſſe æqualia, verum duo reliqua minora, nempe



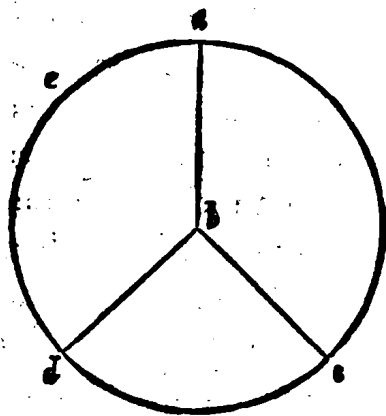
ipſo

ipso a b. Hoc autem non constituto, neque etiam reliqua constituē-
tur. Nunquid igitur (ait Zeno) principis etiam datis reliqua mini-
mè consequuntur, nisi hoc quoque præacceptum esset, neq; Circun-
ferentiarum, neque rectarum Linearum communia esse Segmenta?
Aduersus hæc porro dicendum, primum quidē quòd hoc quodam-
modo in principis præacceptum fuit, duarum nēpe Rectarum non
esse cōmune Segmentum. etenim Rectæ definitio hoc compren-
debat, siquidem Recta est, quæ ex æquo inter sua collocata est Signa.
hoc .n. æquale esse Signorum interuallum ipsi Rectæ, eam, quæ ipsa
Signa coniungit, vnā, breuissimamquē efficit, ita vt si quis ipsam se-
cundum partem alteri adaptet, secundum reliquam quoque partē ipsi
congruat. cū .n. in extremitatibus suis sit constituta, eò quòd bre-
uissima est totam in totam cadere necesse erit. Deinde quòd etiam
in Petitionibus hoc manifestè acceptum fuit. illa .n. Petitio, quæ ait
[& rectam Lineam terminatam in directum producere] perspicuè
ostendit, quòd ea, quæ producitur, vna esse debet, vnoquē motu pro-
duci. Si libet autem & tanquam Sumptionis Demonstrationē huius
accipere, sit si fieri potest a b, ipsius
a c, & ipsius a d cōmune Segmen-
tum. & Centro quidem b, interual-
lo autem b d, Circulus describatur
a c d. Quoniā igitur recta Linea a b c
per Centrum est ducta, Semicirculus
est ipse a e c. & quoniā recta Linea
a b d per Centrū est protracta, Se-
micirculus est ipse a e d. Aequales
igitur sibi inuicem sunt, Semicirculi
a e c, a e d, quod fieri non potest.
Aduersus autem hanc Demonstra-
tionem dicit forsan Zeno, quòd hoc quoque, Dimetientem ipsam
Circulum bifariam secare demonstratum est, quoniam nos præacce-
pimus duarum Circunferentiarum non esse cōmune Segmentum.
sic .n. accipiebamus alteram Circunferentiarum alteri congruere, vel
si non congrueret, aut extra, aut intra cadere. Nihil autem obstat (ait
ille) non totam toti congruere, verū secundum aliquam partem.
donec autem non demonstretur Dimetientem bifariam Circulū di-
spescere, neque etiam propositum ostendetur. His etiam Posidonius
rectè occurrit, quippe qui acutum Epicurum irrisit tanquā consciū
quòd licet secundum partē Circunferentiæ non congruant, Demon-

Responso
cōtra Ze-
nonem.

Alia Re-
sponso.

Secūda Pe-
titio.



Demōstra-
tio contra
Zenonē.

Argumen-
tum Zeno-
nis cōtra
Demōnē.

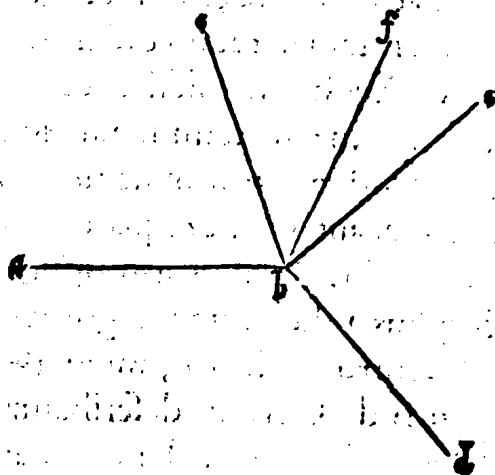
Posidnii
Responso.

stratio

stratio tamen bene succedit . nam iuxta illam partem, in qua non cōgruunt, altera quidem intrā : altera verò extrā erit, eademque absurda sequentur, Recta à Centro ad externam Circumferentiam protrahita . æquales, n. erunt quæ à Centro sunt, tum maior, quæ ad Circumferentiam externam ; tum minor, quæ ad internam . Aut igitur tota toti congruet, æqualesque sunt ; aut secundum partē congruens, secundum reliquam vicissim variat ; aut nulla ipsius pars, nulli alterius parti congruit . & si hoc fuerit, vel extrā cadit, vel intrā . hæc autem omnia consimiliter redarguuntur . Verum de his hæc sufficiant . Zeno

Alia Demonstratio
quam dā-
bat Zeno,

no autem aliam Demonstrationē adscribit huiusmodi, cui etiā obrectare conatur . Sit . n. duarum Rectarum a c, a d, cōmune Segmentum ipsa a b . & excitetur ipsi a c ad Angulos rectos ipsa b c . Angulus igitur e b c rectus est . Si itaque Angulus etiam e b d rectus est, æquales erunt, quod fieri nō potest . Si autem non, erigatur ipsi a d ad Angulos rectos ipsa b f . Angulus igitur f b a rectus est . Erat autē Angulus etiam e b a



rectus . & æquales igitur adinuicem sunt, quod fieri non potest . Demonstratio itaque hæc est, quā Zeno obrectauit, veluti aliquid eorum, quæ posterius ostendenda sunt assumentem . à dato nempe Signo, datæ Rectæ Rectam ad Angulos rectos excitare . Posidonius autem nusquam quidem in Elementaribus Institutionibus huiusmodi Demonstrationem ferri inquit, verum Zenonem suos Geometras veluti flagitiosa Demonstratione vtentes calumniari : esse autem aliquam rationem pro hac etiam dicendam . Siquidem est etiā quædam prorsus vtrique Rectarum ad Angulos rectos, quæcumque enim duæ Rectæ rectum Angulum facere possunt, hocque præassumptius rectum Angulum definiētes, tali enim inclinatione solum rectum Angulum constituimus . Sit autem fortasse hæc, quam excimus . Siquidem ipse etiam Epicurus, omnesque alij Philosophi multa quidem eorum, quæ fieri possunt, multa autem impossibilia quoque materiae, ad consequentis contemplationem supponere concedunt .

Posidonii
cōtra Zenonem
repositio.

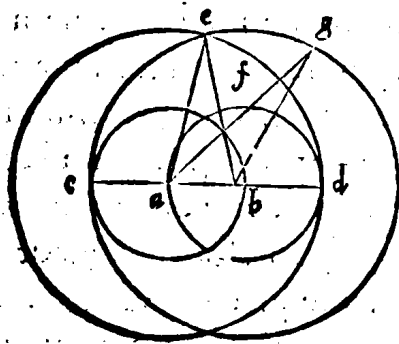
Epicurus

Toti-

Totidem de æquilatèro Triangulo dicta sint, Oportet autem reliqua etiam Triangula constituere, & primum Acquicrus, Sit igitur

Finis Di-
gressionis

Linea recta a b, super qua oportet Acquicrus constituere. & describantur Circuli, ut in Æquilatèro. & producat ex utraq; parte Linea a b, ad c d Signa: c b igitur, ipsi a d æqualis est. Centro itaque b, Intervallo autè e b, Circulus c e describatur. Rursusq; Centro quidem a, Intervallo verò d a, Circulus d e designetur, & à Signo e, in quo Circuli se invicem intersecant ad a b Signa rectæ Lineæ e a, c b



Reliquorū
Triangulo-
rum cōsti-
tutio.

protendantur. Quoniam igitur ea quidem ipsi a d, e b verò ipsi b c æqualis est, æqualis autem est a d ipsi b c, e a quoq; ipsi c b æqualis erit. Verum maiores etiam sunt ipsa a b. Acquicrus igitur est Triangulum a b e, quod fecisse oportuit. At porro iussu sit Scalenum constituere Triangulum super data Recta a b. & describantur Circuli Centris, & Intervallis, ut in prioribus. & sumatur in Circumferentia Circuli a Centrum habentis, Signum f, & protendatur recta l i-
nea a f, producatq; ad g Signum, protendatur autem recta Linea g b. Quoniam igitur a Centrum est, a f ipsi a d æqualis est. Maior igitur est a g, ipsa a d, hoc est ipsa g b. Centrum autè est & ipsum b, æqualis ergo est g b, ipsi c b. Maior est igitur g b, ipsa b a. At g a maior est, ipsa g b. Tres igitur g b, b a, a g inæquales sunt. Scalenum ergo Triangulum est. Tria itaq; Triangula sunt constituta. At hæc quidem divulgata sunt. Hoc verò in his pulchrum est, quòd Æquilatèrum quidem vnde quac; equale existens, vñico modo constituitur.

Documē-
tum.

Acquicrus autem in duobus tantum Lateribus æqualitatem habens, dupliciter constituitur. data .n. recta Linea vel ambabus æqualibus minor est, quemadmodum nos fecimus: vel ambabus maior. Scalenum verò vñdic; inæquale existens, tripliciter constituitur. nam data recta Linea vel maxima trium est, vel minima, vel altera quidem maior, altera verò minor, & licet vtranque suppositionem vel protendenti, vel contrahenti exercere. nobis autè quæ sunt exposita sufficiant. Vñiversaliter verò contemplabimur quòd Problematur alia quidem simpliciter, alia autem multipliciter, alia verò infinitis modis sunt. Vocantur autem (ut inquit Amphinomus) illa quidem, quæ simpliciter construuntur, ordinata: illa autem, quæ multipliciter, se-

Problema-
tū vñuer-
salis Diui-
sio.
Amphino-
mus.

cun-

cundumque numerum construuntur, Media: illa verò, quæ infinitis modis variant, Inordinata. Quomodo igitur Simpliciter, vel multipliciter Problemata quidem construerentur, in iam dictis Triangulis sit manifestum. nam Aequilaterum quidem, simpliciter: reliquorum autem duorum alterum quidem dupliciter, alter ū verò tripliciter constituitur. Infinitis autem modis huiusmodi Problemata fierent, nempe datam Rectam in tres partes proportionales dispartire. Si enim in duplam rationem secta esset, & quod à minori sit, ad maiorem forma Quadrangula deficiens applicatum fuerit, in tres partes æquales erit diuisa. Si verò maius Segmentū, minore maius quàm duplum esset, vtrputa triplum, ad maiusque ei, quod à minori sit æquale quadrangula forma deficiens applicatum esset, in tres inæquales proportionales partes diuisa erit. Quoniam igitur infinitis modis in duas partes secari posset, quarū maior vel dupla est, vel tripla (multiplex . n. ratio in infinitum procedit) infinitis modis in tres quoque proportionales partes secabitur. Scire autē oportet quod multipliciter etiam Problema dicitur. etenim omne quod proponitur, Problema appellatur, siue discendi, siue faciendi gratia proponatur. Proprie autem in Mathematicis disciplinis Problema vocatur, quod ad contemplantē operationem proponitur. quod namque in his sit, finem contemplationem habet. & sæpenumero quidem eorum etiam, quæ fieri non possunt, quædam Problemata vocant. Magis proprie autem id, quod fieri potest, & Excedens non est, neque Deficiens hoc sortitū est nomen. Est autē Excedens quidem, quod ait huiusmodi Triangulum Aequilaterum constituere, quod habeat Angulum verticalem duarum Tertiarum Recti. hoc . n. superuacaneū est, frustra que adicitur. nam omni Aequilatero Triangulo inest, Eorum autem, quæ excedunt, quæcunque quidem incongruentibus, non existentibusque Symptomatibus redundant, Impossibilia hæc appellant: quæcunque verò his, quæ accidere possunt, Maiora Problemata hæc nuncupant. Deficiens autem Problema est, quod Minus etiā quàm Problema vocatur, illud, quod additione alia indiget, vt ab indeterminatione, in ordinē, Scientiamque parientē Terminū reducat. Veluti si quis dicat Triangulum Aequicrus constituere. mutilū enim hoc est, atque indeterminatum, egetque aliquo, qui subiungat, quale Aequicrus, vtrum illud, quod Basim maiorem: an illud, quod minorem utroque æqualium Laterū habet. necnon vtrum illud, quod verticalem Angulū vtriusque eorum, qui ad Basim sunt dulpū habet, vt Semiquadrangulum: an illud, quod vtrumque eorum, qui ad Basim

Problema
multiplici-
ter dicitur.

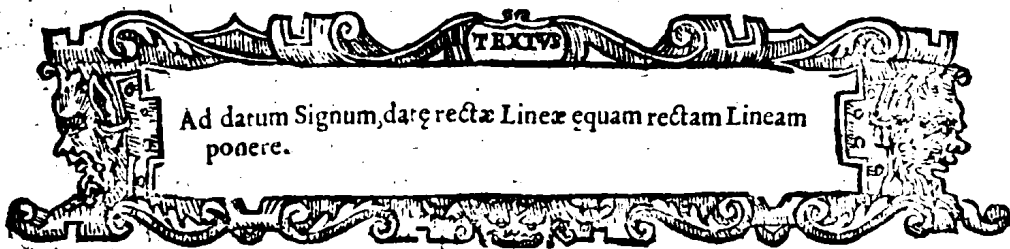
Problema
Geometricum.

Excedens
Problema
quid.

Impossibile
Problema
quid.
Maius
Problema
quid.
Deficiens
Problema
quid.

sim sunt Angulorum eius, qui ad verticem est duplū habet; vel quod secundum quādam aliam rationem hosce habet Angulos, Triplam scilicet, vel Quadruplam . fieri .n. potest vt infinitis variet modis. Ex his itaque manifestum est, quod ea, quæ propriè Problemata appellantur, indeterminationem effugere debent, & nō esse ex eorum numero, quæ infinitis modis fiunt . Problemata tamen & illa dicuntur per Problematis æquiocationem . Primum igitur Elementorum Problema, hunc in modum cæteris præstat . quoniam neque Excedens, neque Deficiens, neque Indeterminatum est, neque multipliciter, vel infinitis modis cōstruitur . tale .n. esse oportuit, quod est aliorum Elementum futurum .

Hoc proponitur i Pro-
pōne . 10.
quarti Ele-
mēt.
Quale dēt
esse pfectū
Problema
quod &
ppriè pro-
blema dici-
tur .
Primū pro-
blema pri-
mi Elem.
ceteris p-
blematib;
præstat .



Ad datum Signum, datæ rectæ Lineæ equam rectam Lineam ponere.

Propositio
secunda.
Problema
secundum .

Problematum quemadmodum & Theorematum alia quidē sunt sine Casu, alia verò multos habent Casus . Quæcunq; igitur eandem habent vim pluribus descriptionibus aduenientem, Positionesque mutantia eundem Demonstrationis seruant modū, hæc Casum habere dicuntur : quæcunque verò iuxta vnā tantum Positionem, vnāque Constructionem procedunt, sine Casu hæc sunt . simpliciter .n. Casus ipse circa Constructionem & Theorematum, & Problematum apparet . Secundum itaq; Problema multos habet Casus . Datum autem est in ipso Signum quidem, Positione, siquidem hoc tantum modo dari potest : recta Linea verò, & forma (non .n. simpliciter Linea est, sed talis) & Positione . quæritur siquidem huicce rectæ Lineæ, ad datum Signum equam rectam Lineam ponere, vbi-
cunque hoc positum fuerit . Manifestum est autem, quod omnino in subiecto Plano Signum est, in quo etiam recta Linea, & non in subli-
miori . omnibus .n. Planorum Problematibus, atque Theoremati-
bus, vnum subijci Planum existimandum est . Si quis autem dubitet quomodo datæ rectæ Lineæ æqualem ponere iubet, quid .n. si infi-
nita data est præsens nanque Datum ad finitam, ad infinitamque
pertinet . siquidem omne, quod inquisitionis gratia propositum no-

Cōm. 6.

Casus in
Constru-
ctione est.

Documē-
tum

Dub .

In præce-
dēti Prob.

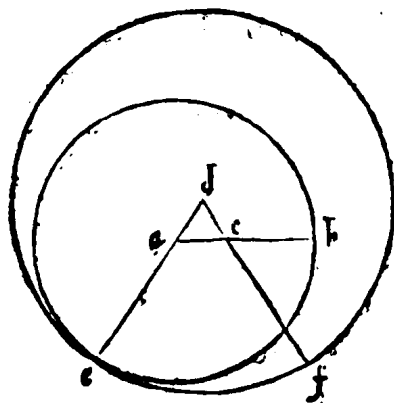
bis

In 12. Pro-
positione.
Solutio.

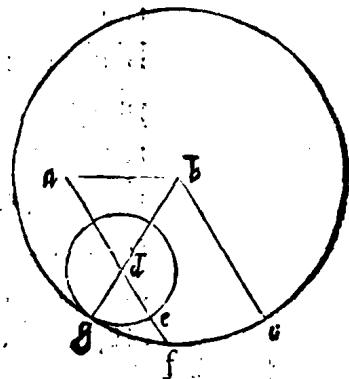
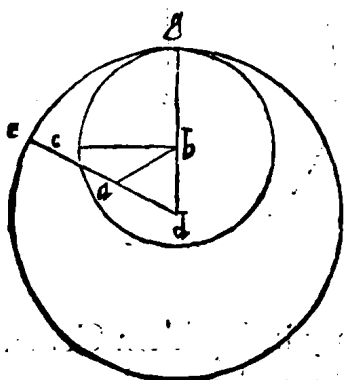
Varii huius
Prob. Ca-
sus.

bis est, atque suppositum significat. declarat autem & ipse, aliquando quidem dicens, Super data recta Linea terminata Triangulum æquilaterum constituere: aliquando verò, Super datam rectam Lineam infinitam, Perpendicularem deducere. Siquis itaque hoc modo dubitet, dicendum quòd cum eam, quæ datæ est æqualis ad datum Signum ponere adhortatus esset, quomodo hinc manifestum tibi nō fecit quòd data, finita est: prorsus enim omnis, quæ est ad Signum ponenda, secundum ipsum Signum terminata est. Quamobrem multò prius illa terminata est, quæ ei, quæ ponitur, æqualis existit. Simul igitur ad datum Signum dixit, & utranque rectam Lineam tum datam, tum eam, quam ipsi ponit æqualem terminavit. Quòd autem præsentis Problematis Casus à varia Signi Positione fiunt, manifestum est. aut enim datum Signum extra datam Rectam positum est, aut in ipsa. & si in ipsa, aut Extremorum eius alterum erit: aut inter Extrema iacebit. & si extra ipsam, aut à latere, ita ut ab ipso ad rectæ Lineæ Extremum protracta, Angulum faciat: aut è directo datæ, ita ut si ipsa producat, in extrà posito Signo coincidat. At Geometra quidem Signum, extrà positum, & à Latere suscepit. Exercitationis autem gratia, omnes Positiones sunt assumendæ, quarum difficiliorem nos exponemus. Sic enim data recta Linea $a b$, Signumquæ datum c , quod in ipsa iaceat inter Extrema, & fiat iuxta Elementi doctrinam Triangulum æquilaterum super recta Linea $c a$, quod sit $d c a$. & producantur $d c$, $d a$. & Centro quidem a , Intervallo autem $a b$, Circulus $b e$ describatur. Rursusquæ Centro quidem d , Intervallo verò $d e$, Circulus $e f$ designetur. Quoniam itaque a , Centrum est, $b a$, ipsi $a e$ æqualis est. & propterea æqualis est $d e$, ipsi $d f$. quarum $d e$, ipsi $d a$ æqualis est. Triangulum enim $d a c$, æquilaterum positum fuit. reliqua igitur $a e$, ipsi $c f$ æqualis est. Erat autem $a e$, ipsi $a b$ æqualis, ut ostensum est, & $c f$ igitur ipsi $a b$ æqualis est. Ad datum ergo Signum c , æqualis $c f$, ipsi $a b$ posita est. Quatenus itaque ad Signi Positionem totidem Casus fiunt. Quatenus autem ad æquilateri Trianguli constitutionem, & Latrum protensiones, Circulorumquæ descriptiones, adhuc multò plu-

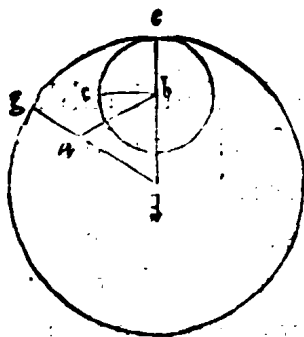
res.



laterum in ipsa non
constituatur superius
habēs vericem (quo-
niam locus non est)
sed inferius, & sit a d b.
Aut ergo æqualis est
a d, ipsi b c : aut maior:
aut minor . Si igitur æ-
qualis , quod iussum
erat factum est . † Si
autem minor , Centro



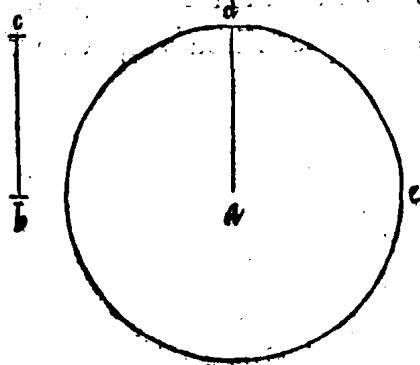
† Si aut minor,
Cētro quidē b, in
teruallo vcrō bc,
Circulus descri-
batur, & producā-
tur a d, d b vsq; ad
Signa g f, & Cē-
tro quidē d, inter-
uallo aut d g, Cir-
culus designetur.
Quoniā itaq; æ-
qualis est d g, ipf
d e, ex Centro.n.
sunt. sed & a d,
ipf d b æqualis ē
æquilaterū.n. est
Tota igitur a e, to-
ti b g est æqualis.
Verūm b g æqua-
lis est ipfi b c, ex
Cētro enim. ipf
ergo a e, ipf b c æ-
qualis est, quod fe-
cisse oportuit .



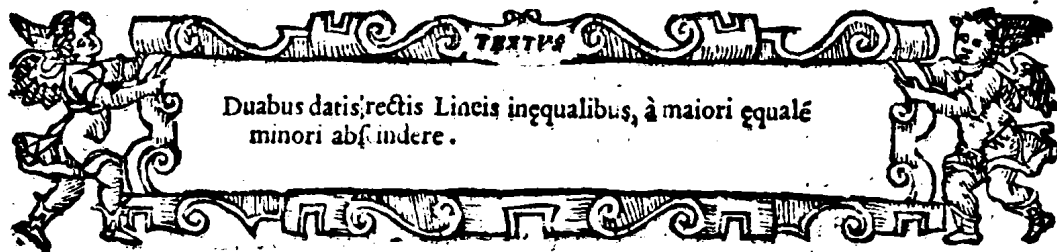
Quorūdā praua de- mōstratio

Centro, quanta est ipsa bc . & factum est id, quod iussu erat. Si quis igitur hæc dicat, quod in principio est petit. cum .n. dicat Centro a , intervallo autem bc , describi circulum ed , æqualem iam accipit quodammodo ipsi bc , ad Extremum a positam. & seruans Petitio Extrema intervalli, alterum quidem eorum Centrum faciebat, altero verò Circulum designabat; hîc autem, alibi quidem Centrum est, alibi verò intervalum. Omnino igitur hunc demonstrandi modum non [†] approbabitur.

[†] conciliabimus.



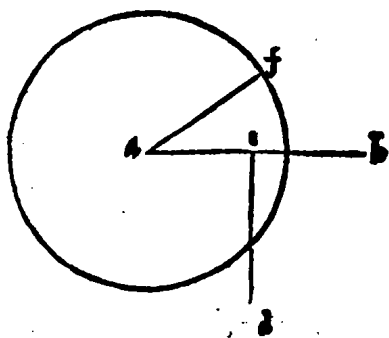
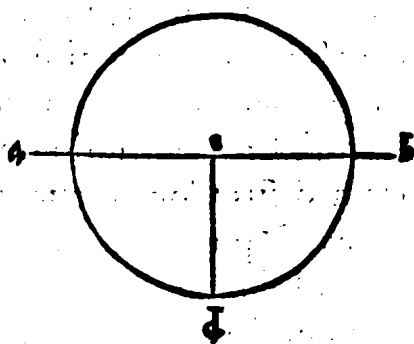
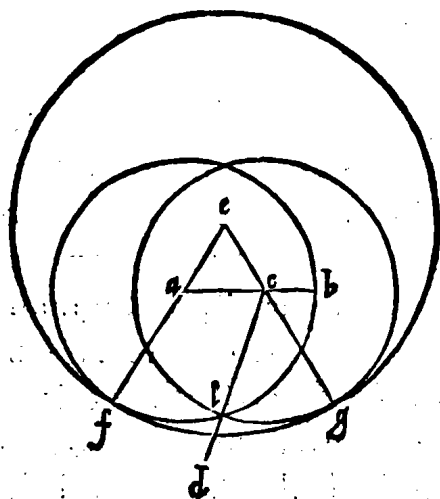
Propo 3.
Problema
tertium.



Duabus datis, rectis Lineis inæqualibus, à maiori equalē minori abscindere.

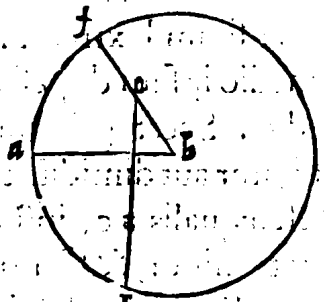
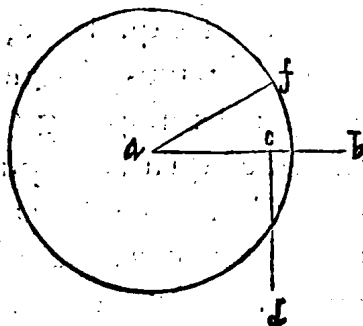
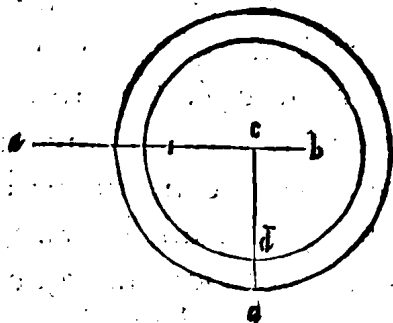
Cóm. 7. **T**ertium Problema id est datas quidem habens magnitudine duas rectas Lineas inæquales, iubens verò à maiori, minori æqualem auferre. Habet autem hoc quoque multos Casus. datæ enim inæquales rectæ Lineæ aut distant ab inuicem, quemadmodum apud Elementorum institutorem: aut iuxta vnum Extremum coniunguntur: aut se inuicem secant: aut altera iuxta vnum sui Extremum alteram secat, hocque dupliciter. aut maior minorem: aut minor maiorem. Verum si iuxta vnum coniungantur Extremum, manifesta est Demonstratio, communi .n. Extremo Centro vsus, intervallo verò Linearum minore, Circulum designabis, & maiorem secabis, & minori æqualem abscindes, quantum enim Circulus intra se abscindit, tantum minori erit æquale. Si autem altera iuxta eius Extremum alteram secat, vel maior secat minorem: vel e conuerso. & si se inuicem secarent, aut in partes æquales ab inuicem secantur: aut in inæquales: aut altera quidem in æquales, altera verò in inæquales. hocque dupliciter. hæc enim omnia admirabilem nobis afferunt exercitationis varietatem, Apponantur autem nobis etiam ex pluribus

ribus quædam. Sint datæ rectæ Lineæ inæquales $a b$, & $c d$, maior autē $c d$, secetquē ipsam $a b$ sui ipsius Extremo c , & Centro quidem a , Intervallo verò $a b$, Circulus describatur $b f$, & constituatur Triangulum æquilaterum super $a c$, quod sit $a e c$, & producantur $e a$, $e c$. & rursus Centro quidem e , Intervallo autem $e f$, designetur Circulus $g f$. rursusque Centro quidem c , Intervallo verò $c g$, Circulus $g l$. Quoniam igitur $e f$ æqualis est ipsi $e g$ (Centrum enim est e) quarū $e a$, ipsi $e c$ æqualis est, reliqua $a f$, reliquæ $c g$ æqualis erit. Verūm $a f$ etiam, ipsi $a b$ est æqualis. a enim Centrum est. & $c g$ igitur, ipsi $a b$ æqualis erit, & hæc æqualis est ipsi $c l$. centrum enim est Signum c . & $a b$ igitur ipsi $c l$ æqualis est. Aequalis igitur ipsi $a b$ ablata est ipsa $c l$. Verūm sit $c d$ minor ipsa $a b$, secetquē ipsam $a b$, iuxta c suum Extremum. Aut itaque in medio ipsam dispescit, aut non in medio. Secet primum in medio, $c d$ igitur aut dimidiū est ipsius $a b$, & est æqualis $a c$, ipsi $c d$: aut medietate minor, & Centro quidem c , Intervallo verò $c d$, Circulum designans ab ipsa $a b$ ipsi $c d$ æqualem abscindes: aut maior medietate, & ad a Signum, $a f$ ipsi $c d$ æqualem ponens, describensque Circulum Centro a , Intervallo autem $a f$, ab ipsa $a b$, ipsi $a f$, hoc est ipsi $c d$ æqualem abscindes. Si autem $c d$ ipsam $a b$ non per mediū dispescit, erit $c d$ aut ipsius medietas, aut medietate maior, aut minor. Si itaque $c d$ medietas est, vel minor medietate ipsius $a b$, Centro utens Signo c , Intervallo autem $c d$, abscindes ab ipsa $a b$, ipsi $c d$ æqualem, iustumque factum est. Si verò



R a ipsa

ipsa maior, rursus ad Signum a, ipsam a f, ipsi c d æqualem ponens, eadem facies. Centro enim a, Intervallo autem a f Circulum designabis abscindentem ab ipsa a b, ipsi a f, hoc est ipsi c d æqualem. Si autem se inuicem interfecarēt quemadmodum c d, a b, Centro b, Intervallo vero b a, Circulus describatur a f, & protracta b c, producaturs vsq; ad Signum f. Quoniam itaque duæ rectæ Linæ inæquales sunt b f, c d. & c d iuxta sui ipsius Extremum ipsam b f secat, possibile est ab ipsa c d, ipsi b f æqualem facere. vtrunque enim ostensum est. Fieri igitur potest, vt ipsi quoque a b ab ipsa c d, æqualis abscindatur. nam a b, & b f sibi inuicem æquales sunt. Nos itaque cum ex diuisione Casus accepissemus, ipsorum varietatem ostendere conati sumus. Admirabilis autem est Elementorum institutoris Demonstratio, omnibus illa iam dictis Constructionibus congruens, & possibile est in omni positione ad Extremum maioris æqualem minori ponere, & eodem Extremum Centro vtentem, & posita Intervallo Circulum describere, qui a maiori minori æqualem abscindet, siue se inuicem interfecent, siue altera alteram, siue quodam alio positionis modo se se habeant.



Propō 4.
Theore-
ma primū

Si duo Triangula duo Latra duobus Latribus altera alteri æqualia habuerint, habuerint vero et Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Latribus comprehensum: et Basim Basī æquale habebunt, et Triangulū Triangulo equū erit, ac reliqui Anguli reliquis Angulis erūt æquales, sub quibus æqualia Latra subcendunt.

Cóm. 2. Hoc primum Theorema in Elementorum institutione assumpsimus, quæ autem hoc præcesserunt, omnia Problemata erant. Primū quidē

quidem Triangulorum ortum tractās: Secundum verò, ac Tertium æqualem aliam aliā rectam Lineam comparare proponentia: horumque illud quidem a non Aequali æqualem producebat, hoc verò ab Inequali per ablationem Aequale reperiēbat. Quum itaque æqualitas quidem, quæ primum in Quantitate est Symptoma, in Triangulo, rectaque Linea nobis comparata sit, hoc primum, quod proposuimus Theorema ipsam in illis tradit. quomodo namque qui prius Triangula non constituit, ortumque ipsorum non comparavit de ijs, quæ per se ipsis accidunt, & de Angulorum, ac Laterum, quæ in ipsis sunt æqualitate erat docturus. Quomodo autem Latera Lateribus, rectasque Lineas alijs rectis Lineis æquales accepit, quippe qui hoc minime problematicè pertractavit, nec machinatus est, æqualium inquā Rectarum inuentionem? dicatur enim si contingeret antequam illa fiant, quòd si duo Triangula hoc aliquid habuerint Symptoma, hoc etiam prorsus habebunt, non ne igitur facile penitus est, ipsi occurrere, quòd neque omnino scimus si Triangulum constitui potest? Subinde autem inferatur, quòd si etiam duo Triangula duo Latera duobus Lateribus æqualia habuerint, non ne aliquis aduersus hoc quoque dubitet, utrum nec possibile sit rectas Lineas sibi inuicē æquales esse? & potissimum in Geometricis Formis, in quibus non prorsus inæqualitate existente, æqualitas etiā est. addiscemus enim quòd Cornicularis Acuto semper inæqualis est, & nunquam equalis, & Semicircularis similiter, transitusque a Maiori ad Minus non omnino per Aequalo fit. Hæc igitur Elementorum institutor prius auferens, & Triangulorum constitutionem (tribus enim formis cōmune est) & equalium Rectarum onus tradidit, hosque duplices: nam alteram quidem, omnino non existentem producit: alteram verò, ab Inequali per ablationem acquirit. hisque non immerito Theorema subdit, per quod ostenditur quomodo Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, & Angulum Angulo æqualem ab æqualibus Lateribus comprehensum habent: Basim quoque Basim, & Arcam Arcæ, reliquosque Angulos reliquis Angulis æquales habere apparent: tria enim sunt, quæ in his Triangulis ostenduntur: duo verò, quæ dantur. Data est itaque duorum Laterum æqualitas, vel æqualia duo Latera (& manifestum quòd Ratione data est) & Anguli, qui ab æqualibus Lateribus continentur ad Angulum æqualitas: queruntur autem tria, Basim ad Basim æqualitas, Trianguli ad Triangulum, reliquorumque Angulorum ad reliquos Angulos. Quoniam autem fieri poterat ut duo quidem Latera duobus Lateribus haberent

Aequalitas primū in quāitate est Symptoma.

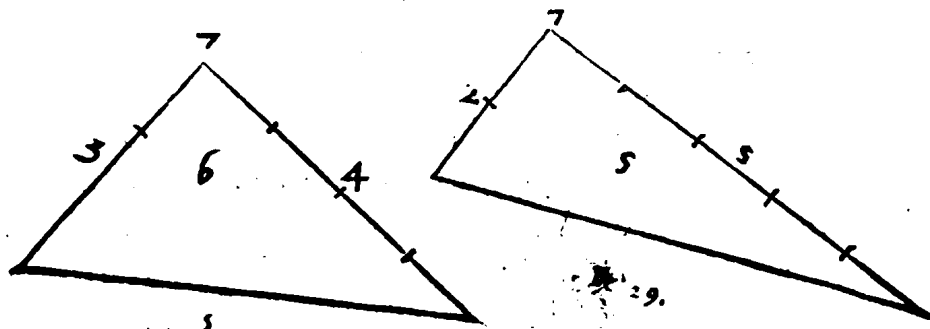
† Ipsi occurrere? neq; n. omnino sci m^o an Triangulū cōstitutum sit.

Vide 16. Propōnē tertii Elementorū.

Datum huius Theorematis. Questum huius Theorematis.

rent æqualia, Theoremaquæ verum non esse, eò quòd alterum alteri æquale non est, sed vtraque simul, propterea in Datis addidit Latera æqualia esse, non simpliciter, sed alterum alteri. Si enim contin-

Idem inferius in lib. 4. in côm. propônis 37. & in côm. propônis 47.



Pulchrû.

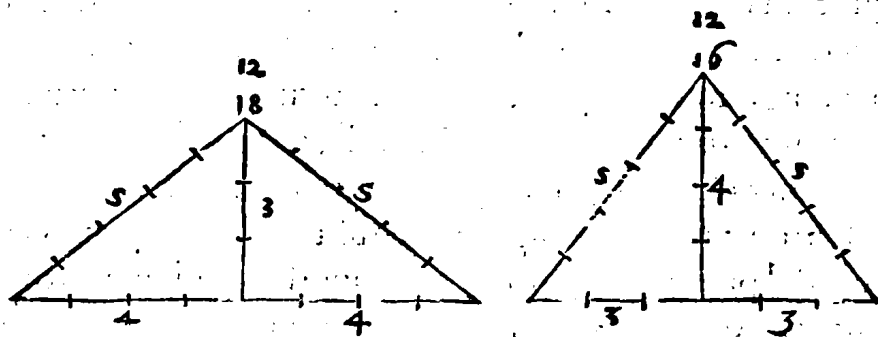
Documẽ-
tum.
Basis Tri-
guli quid.
Duplex ẽ
Trianguli
Basis.

Quo Tri-
gulu Tri-
gulo æqua-
le sit.
Area Tri-
guli quid.
Ambitus
Trianguli
quid.

geret alterum quidem Triangulorum vnum quidem Latus trium Vnitatum habere, aliud verò quatuor: reliquum autem, vnum quidem quinque, aliud verò duarum, Angulo ab his comprehenso Recto existente, essent quidem duo Latera simul, duobus æqualia (Septem enim & hæc, & illa) non tamen Triangulum Triangulo æquale ostenderetur. alterius enim Area est Sex, alterius verò, Quinque. & huius rei causa est, quoniam non etiam alterum alteri existit æquale. Multi itaque in quibusdam agrorum diuisionibus hoc non obseruantes cum maiorem agrum sumpserint, iusti existimati fuere, perinde ac si æqualem suscepissent. quoniam vtracque simul vnum agrum comprehendentia Latera vtrisque simul alterum continentibus Lateribus æqualia erant. Operæpretium est igitur alterum quoque alteri æquale suscipere, & ubicunque Elementorum institutor hoc adiecerit, adnotari, quoniã ab re hoc addit. si quidẽ de datorum quoque æqualium Angulorum æqualitate verba faciens, addidit particulam [ab æqualibus Lateribus comprehensum] ne indeterminatè Loquẽdo, aliquem sumamus eorum, qui ad Basim sunt Angulorum. Quinetiam Basim quoque in Triangulis nullo quidem Latere antea nominato Latus, quod ẽ regione ante oculos iacet: duobus autem iam præacceptis necessariò reliquum Basim esse supponendũ est. Quapropter hinc quoque Elementorum institutor cum duo Latera duobus Lateribus æqualia præsumpsisset, reliqua, Triangulorum Bases appellavit. Triangulum autem Triangulo tunc æquale dicitur, cum ipsorum Area æqualis fuerit: nam fieri potest Ambitibus æqualibus existentibus, propter Angulorum inæqualitatem Arcas etiam inæquales esse. Aream autem voco, Spatium ipsum, quod à Trianguli Lateribus intercipitur: quemadmodum sanè Ambitum etiam, Li-

neam

neam ex tribus Triangularibus Lateribus compositam. Diuersum igitur est vtrunque, & oportet eundem propter Ambituum iuxta vnumquodque Latus æqualitatem, Angulos etiam æquales esse, si & Area Areae debet esse æqualis. Accidit autem in quibusdam Triangulis Arcis quoque æqualibus existentibus, Ambitus esse inæquales: Ambitibusque æqualibus existentibus Areas inæquales esse. Duo-



bus enim Aequieruris Triangulis existentibus, quorum vtrunque æqualia Latera quinque Vnitatum habeat, Basium autem alteram quidem Octo, alteram verò Sex. horum sanè qui Geometriæ quidè ignarus est maius dixerit illud, quod Basim octo Vnitatum habet. totus enim Ambitus Octodecim erit. Geometricus autem vir dixerit quidem quòd vtriusque Area Duodecim est, hæcque demonstrabit Perpendicularem in vtroque Triangulo à Vertice ducens, hanc quæ cum altera parte Segmentorum Basis multiplicans. Euenit autem (vt dixi) Ambitibus etiam æqualibus existentibus Spatiâ inæqualia esse. & quidam olim suos participes in agrorum diuisionibus fraude deceperunt, quippe qui propter æqualitatem iuxta Ambitum, maiorem agrum sumpserunt. Basis verò Basi æqualis esse dicitur, omninoque recta Linea alij rectæ Lineæ æqualis est, cum ipsarum Extrema coniuncta totam toti congruere fecerint. nam omnis recta Linea, omni rectæ Lineæ congruit: æquales autem, iuxta etiam Extrema sibi inuicem congruunt. Angulus autem Rectilineus Angulo Rectilineo æqualis esse dicitur cum vno alterum comprehendendum Laterum supra vnum alterius posito, reliquum etiam reliquo congruit: cum autem reliquum extra reliquum cadit, maior Angulus est, cuius Latus extra cecidit: cum verò intra, minor. nam ibi quidem alterum continet, hinc verò continetur ab ipso. Angulorum autem æqualitatem sumemus iuxta conuenientiam Laterum in Rectilineis, in cæterisque omnibus, qui eiusdem sunt speciei, vt in Lunularibus, in Sy-

Pulchra
cōsidera-
tio. Vide
et in lib. 4.
in cōm. p
pōnis 37.
& 24.

Quo re-
cta Linea
alii rectæ
Lineæ æ-
qualis di-
catur.

Quo re-
ctilineus
Angulus re-
ctilineo
Angulo di-
catur æqua-
lis.

stroidibus,

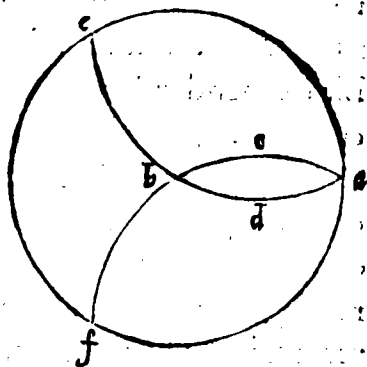
Quo Late
ra dicatur
Angulos
subtere.

Documē-
ti finis.
† præassu-
matur. Ad
ipsius aut
Demonē
illud

Demon-
strat quod
duæ rectæ
Lineæ spa-
tium non cō-
prehēdūt.

Documē-
tum.

stroidibus, atque in vtrunque conuexis: quoniam fieri potest ut & æquales sint; & Latera sibi inuicem non congruant. Rectus .n. cui-
dam Lunulari æqualis est, & tamen fieri non potest, ut rectis Linis
Circumferentiæ congruant. Præterea illud quoque præaccipiendum
est, quod Angulos subtendere Latera dicuntur, quæ e regione iacent.
omnis enim Triangularis Angulus a duobus quidem Trianguli La-
teribus continetur, a reliquo verò subtenditur. Propterea Geometra
quoque cum dixisset Angulos æquales esse, adiecit [sub quibus equa-
lia Latera subtendunt] ne diuersum non esse intelligamus qualem-
cunque Angulum suscepisse, huncque cuicumque reliquorum Trian-
guli duorum Angulorum æqualē dixisse, sed æquales dicamus quos
equalia Latera subtendunt. equalium etenim Laterum alterum qui-
dem, alterum equalium Angulorum subtendit: reliquum verò, reli-
quum. Ad præsentis itaque Theorematis declarationem totidē † cō-
siderentur. Aduersus autem aduersarij obiectionem illud præassu-
memus, quod duæ rectæ Lineæ Spatium non comprehendunt. hoc
siquidem tanquam euidens Geometra suscepit. Si enim, inquit, Ba-
sium Extrema sibi inuicem congruent, Bases quoque congruunt: si
verò non, duæ rectæ Lineæ Spatium comprehendēt. Vnde euenit
igitur quod hoc fieri nō possit. Sint
duæ Rectæ Spatium comprehēden-
tes a c b, a d b, & producantur in in-
finitum. & Centro quidem b, inter-
uallo autem a b, Circulus a e f desi-
gnetur. Quoniā itaque Linea a c b f,
Dimetiens est, medietas Circumfe-
rentiæ est ipsa a e f. Rursus quoniam
Linea a d b e, Dimetiens est, medie-
tas Circumferentiæ Circuli est ipsa a e.
Æquales igitur sunt ipsæ a e, a e f
Circumferentiæ, quod minimē fieri potest. Duæ igitur rectæ Lineæ
nullum Spatium comprehendunt. Quod Elementorum quoque in-
stitutor sciens, in prima Petitionum dicebat [ab omni Signo ad om-
ne Signum, rectam Lineam ducere] eò quod vna recta Linea sem-
per duo Signa coniungere potest, non autem duæ. nam plures qui-
dem Circumferentiæ duo Signa coniungere possunt & in eisdem par-
tibus, & in contrarijs. hoc modo enim Extrema quoque Dimetien-
tis duabus quidem Circumferentijs, vna verò recta Linea coniungun-
tur. Fieri autem potest ut & extra, & intra Semicirculos infinite Cir-
cūferentiæ



quiferentiae data Signa coniungentes describantur. causa vero est,
 quoniam recta Linea eadem habentium Extrema est minima. vnum
 autem vbique minimum est, & semper mensura aliorum infinitudi-
 nis fit. Quemadmodum igitur Rectus ipse cum vnus sit, mensura ce-
 terorum Angulorum infinitudinis fit (per hunc enim illos quoque
 inuenimus) ita etiam Recta ad non Rectarum mensurationem ma-
 ximam nobis affert vtilitatem. Tot de his quoque sufficiant. Quod
 autem tota praesentis Theorematis Demonstratio à communibus de-
 pendet notionibus, ac veluti sponte naturae proueniens est, ab ipsaque
 Suppositionum euidencia egressa, cuilibet manifestum est. nam cum
 quidem duo Latera duobus Lateribus alterum alteri aequalia sint, si-
 bi inuicem congruunt. Cum vero Anguli, qui ab aequalibus Lateri-
 bus continentur aequales sint, ipsi quoque sibi inuicem congruunt,
 Angulo autem ad Angulum, Lateribusque ad Latera coaptatis, in-
 ferre etiam Laterum Extremitates congruent. Si autem haec, Basis
 quoque congruet Basi. Si vero Tria Tribus, totum etiam Triangu-
 lum toti Triangulo, omniaque omnibus aequalia erunt. Aequalitas
 igitur in his, quae eiusdem sunt speciei considerata, totius Demônstra-
 tionis causa esse apparuit. duo enim hic sunt Pronuntiata totam pro-
 positi Theorematis methodum continendi vim habentia. vnum
 quidem dicens quod ea, quae congruunt sibi inuicem, aequalia sunt.
 & hoc simpliciter verum est, nullaque indiget limitatione, quo Ele-
 mentorum institutor & in Basi, & in Spatio, reliquisque Angulis vti-
 tur. haec enim inquit aequalia sunt, quoniam sibi inuicem congruunt.
 Alterum vero, quod ea, quae aequalia data sunt, sibi inuicem congruunt,
 Hoc autem non in omnibus verum est, sed in his, quae specie similia
 sunt. Specie autem similia haec dico, vt recta Linea rectae Lineae, &
 Circunferentia Circunferentiae Circuli eiusdem, & Anguli, qui à si-
 milibus similiter iacentibus Lineis comprehensi sunt. Horum autem
 dico quod quae aequalia data fuerint, sibi inuicem congruunt. Ita vt
 tota Demonstratio (vt breui complectens dicam) huiusmodi sit.
 Haec hisce aequalia data sunt, duo nempe Latera duobus Lateribus,
 & Anguli ab ipsis comprehensi, haecque sibimetipsis conueniunt.
 Si autem haec sibi inuicem conueniunt, & Basis Basi, omnibusque
 omnia conueniunt. Si vero haec conueniunt, aequalia quoque sunt.
 Si igitur haec hisce aequalia data sunt, simul etiam ostenditur quod o-
 mnia omnibus sunt aequalia. & is primus apparet modus cognitio-
 nis aequalium vndequaque Triangulorum. Verum enim vero de + to-
 ta Demonstratione haec satis sint. Carpus autem Mechanicus, qui in

Idem in lib.
secundo,
Cóm. 10.

Finis Do-
cuméti.

Praesentis
Theore-
matis De-
mônstratio

Octauum
Pronūtia-
tum.

Conuer-
sum octa-
ui Pronū-
tiati.
Nota q
specie hic
specialissi-
mā intelli-
git.

+ Simpliciter.

Digressio.

S Astro-

Distinctio
Problema-
tū, & The-
orematū
secundum
Carpum.
Prima dif-
ferentia.
Secūda dif-
ferentia.

Tertia dif-
ferentia.

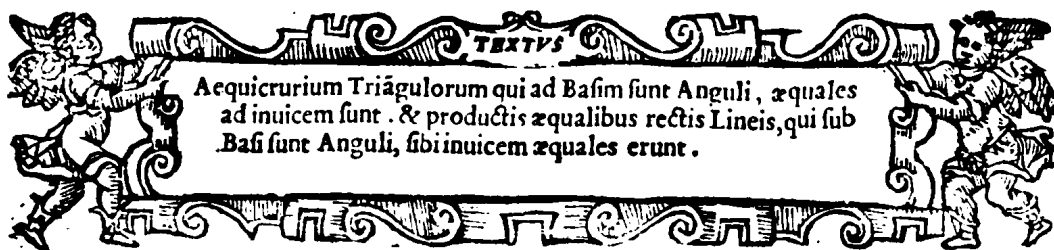
Propria
opinio.

Astrologica tractatione de Problematibus, atque Theorematis sermonem suscitauit siquidem oportunè accidit (inquit) in præsenti silentio non prætereatur, ac deniq; horum distinctionem aggressus Problematicum genus ordine Theorematis præcedere ait. Subiecta .n. prius quàm Symptomata Problematibus inueniri quæritur. Nec non Problematis quidem Propositionem simplicem esse, nullaquæ artificiosa intelligentia indigentem. hoc aliquid enim facere manifestè iubet, vt equilaterum Triangulum constituere, vel duabus datis rectis Lineis inæqualibus, à maiori minori æqualem abscindere. quid enim horum difficile, & obscurum est? Theorematis verò, difficilem, & maxima quadam accurata vi, gignentiquæ scientiam iudicio indigentem. vt neq; veritatem excedere, neq; à veritate deficere videatur. quale sanè hoc quoq; est, Theorematum primum existens. Præterea in Problematibus quidem vna quædam est via communis per Resolutionem inuenta, iuxta quam procedentes rem feliciter gerere possumus. hoc pacto enim faciliora Problemata inuestigantur. in Theorematis verò adeo difficilis tractatio est, vt ad tempus vsq; nostrum (inquit ipse) nemo communem horū inuentionis methodum tradere possit. Quocirca propter facilitatem etiam, Problematicum genus simplicius vtiq; esset. His autem distinctis, propterea igitur (inquit) in Elementari quoq; institutione Problemata Theorematis præcedunt, ab hisquæ Elementorū institutio sumit exordium, & primum quidem Theorema, quariū est in ordine. non quia quartum ex ipsis ostenditur, sed quoniam si ē nullo eorum, quæ ipsum præcedunt in demonstratione, egeret, illa præcedere necessarium fuit, eò quòd Problemata ea sunt, hoc autem Theorema. omnino enim cōmunibus in hoc vitur notionibus, & & quodammodo idem Triangulum diuersis in locis positum accipit. congruentia enim, quæquæ ex hac ostenditur æqualitas sensibilem prorsus, & euidentem habent deprehensionem. veruntamen tali etiam existente primi Theorematis Demonstratione, iurè Problemata præcessere, quoniam vniuersaliter primariū illa sortita sunt locum. & forsan ordine quidem Problemata Theorematis præcedunt, & potissimū apud eos, qui ab Artibus, quæ circa sensilia versantur, ad contemplationem ascendunt: dignitate verò Theoremata Problematibus præcellūt. & videtur tota Geometria quatenus quidem pluribus Artibus se cōiungit, problematice agere: quatenus verò primæ sciētiæ coheret, Theorematicè à Problematibus ad Theoremata, à Secundis ad Prima, & ab ijs, quæ ad Artes magis spectant

ad

ad ea, quæ gignendę scientiæ magis vim habent procedere. Vanum est igitur Gemîno obtreſtare tanquam Theorema Problemate prius eſſe dicenti. etenim Carpus ipſe Problematibus ipſum Præcedere iuxta ordinem aſſignauit: Gemînus autē Theorematibus, iuxta perfectiorem dignitatem. Atqui de quarto etiam Theoremate diximus quòd quodāmodo præcedentibus ipſum Problematibus indiget, in quibus & Triangulorū Ortus, & æqualitatis inuentionē didicimus. Nūc autem addatur etiam quòd cūm quidē in Theorematibus Simpliſſimum ſit, atq; principaliffimum (ab ipſis enim ſolis, vt ita dicā, primis notionibus ſuapte natura oſtenditur) quoddam verò demōſtret Symptoma, quod circa ea apparet Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habent æqualia, duoſq; Angulos ab illis æquis Lateribus contentos æquales, non immeritò poſt Problemata primum collocatum eſt, quibus ea, quæ huic Symptomati Subiecta ſunt, omninoq; Data ipſa conſtruuntur.

Defendit
Gemînū.



Aequicrurium Triangulorum qui ad Baſim ſunt Anguli, æquales ad inuicem ſunt. & productis æqualibus rectis Lineis, qui ſub Baſi ſunt Anguli, ſibi inuicem æquales erunt.

Propoſ. 5.
Theorema ſecundum.

Theorematum alia quidem Simplicia ſunt, alia verò Compoſita. dico autem Simplicia quidem, quæcunq; & iuxta Suppoſitiones, & iuxta Concluſiones indiuiſibilia ſunt, vnum habētia Datum, & vnū Quæſitum. exempli gratia, ſi hoc modo Elementorum inſtitutor diſſet, Omne Triangulum æquicrus Angulos, qui ad Baſim ſunt, æquales habet. Compoſita verò, quæ ex pluribus conſtant, aut Suppoſitiones compoſitas habentia, aut Cōcluſiones Suppoſitione Simpliſi exiſtente, aut etiam vtraſque. Et horū alia quidem ſunt Complexa, alia verò, Incomplexa. Sunt autem Incomplexa quidem, quæcunq; Compoſita exiſtentia, in Simplicia Theoremata diuidi minimè poſſunt, quemadmodum quartum. in illo enim & Datum componitur, & conſequens, verū fieri non poteſt vt Datū in Simplicia diuidatur, Theoremataq; fiant. non enim ſi Triangula Latera ſola æqualia habuerint, vel ſolum Angulum, qui ad Verticem, reliqua accidunt. Complexa verò, quæcunq; in Simplicia diuiduntur, quemadmodū illud Theorema [Triangula, atq; Parallelogramma, quæ ſub eadem ſunt Altitudine, eandem habent rationem, quam Baſes.] poſſibile

Cōm. 9.
Theorema diuiſio.

Prima p-
positio se-
xti.

Theore-
ma.

† Vnam-
quāq; qui-
dem Com-
plexi par-
tē nō vni-
uersaliter.

† Sed eorū
rātūm, quę

† quę.

enim est diidentem etiam dicere, Triangula, quę sub eadē sunt Al-
titudine, eandem habēt rationē, quam Bases, in Parallelogrāmisquē
similiter. Omnium autem Compositorum alia quidem iuxta Con-
clusionem componuntur, ab eadem Suppositione excitata: alia verò
iuxta Suppositiones Compositionem habent, eandemquē omnibus
inferunt Conclusionem: alia autem iuxta Conclusionem, & iuxta
Suppositiones Composita sunt. Iuxta itaq; Conclusionem hīc Cō-
positio est, in hoc enim Theoremate tria sunt ea, quę concluduntur,
Quòd Bases æquales, Quòd Triangula æqualia, Quòd reliqui An-
guli reliquis Angulis æquales sunt, Sub quibus æqualia Latera sub-
tendunt. Iuxta autem Suppositiones, in Cōmuni Triangulorum, &
Parallelogrāmorū Theoremate sub eadem Altitudine existentīū.
Et iuxta utrūq; verò, in illo Theoremate [Circulorum, Ellipsiūquē
Dimetientes tum Spatia, tum Lineas Spatia ipsa continentes bifariā
diuidunt.] Complexorum autem, alia quidem Vniuersalia sunt:
alia verò à Particularibus vniuersale concludunt. Si enim dicamus
quòd Dimetiens Circulum, Ellipsim, Parallelogrammaquē diuidit,
† vnumquodq; quidem Complexorum nō vniuersaliter accipimus,
quod autem ex omnibus constat vniuersaliter facimus. Si autem di-
camus, in Circulo omnes per Centrum transeuntes se inuicem bi-
fariam secant. Segmentorumquē omnium Angulos æquales fa-
ciunt, Vniuersale dicimus. nam in Ellipsi non omnes Segmento-
rum Anguli æquales sunt, † sed soli eorum, quę à Dimetiente fiunt.
Omnino autem hasce compositiones Geometræ breuitatis, Resolu-
tionumquē gratia machinati sunt. multa .n. cūm incomposita qui-
dem sint, non resoluuntur, Composita autem solū Cōmoditates
ad Resolutionē, quę tendit ad principia præbent. His itaque prius
consideratis, quintum Theorema Compositum omnino dicendum
est, & iuxta utrūq; Compositum, tum iuxta Datum, tū iuxta Quæ-
situm. † quod Elementorum quoque institutor ostendens, ipsum
cūm vnum sit partitus est, & seorsum vtraque Data, & Quæsita ap-
posuit, quippe qui Aequicrurium dixit qui ad Basim sunt Anguli, æ-
quales sunt. rursusquē deinceps, & productis equalibus rectis Lineis,
qui sub Basī sunt Anguli, æquales sunt. non .n. duo esse Theorema-
ta existimandum est, sed vnum, Compositum autem & iuxta Da-
tum, & iuxta Quæsitum. & utrūque eorum, quę componuntur
perfectum, ac verum est. Idcirco Conuersio quoque vera est in vtro-
que. Si .n. qui ad Basim sunt, æquales fuerint, Aequicrus est Trian-
gulum: si autem qui sub Basī, æquales rectæ Lineæ protractæ sunt,

&

Triangulum Aequicrus est. Verum Elementorum institutor ad hoc quidem, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse, Conuersionem faciet: ad hoc verò, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse, minime, licet hoc quoque verum sit. At huius quidem causam posterius dicemus. Nunc autem illud primùm quæremus, qua de causa hoc omnino demonstrauit, Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse. nequaquā enim hoc in aliorum Problematum, vel Theorematū Constructione, aut Demonstratione vtetur. Cum igitur inutile futurum sit, quid opus fuit huic Theoremati illud interferere? Dicendum itaque ad hanc Quæstionem, quòd quanuis nusquam hoc vsurus sit, Angulos scilicet, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse, ad Instantiarū tamen destructiones, obiectionumque Theorematibus resistentium solutiones hoc vtilissimum erit. Artificiosum autē est, ad scientiamque spectat solutiones oppugnantium, quæ dicenda sunt præparare, responsionūque subsidia præmoliri. vt non solum eorū, quæ vera sunt Demonstrationes ex ijs, quæ prius sunt demonstrata, verū etiā Falsi redargutiones ex illis fiant. Et suscipies quidem, ex hoc quoque in Geometria ordinē, ad Rhetoricam emolumentū. nam qui in illis etiā sermonibus hoc facere potest, & ea, quæ sequentibus oppugnant Capitibus præuidere, & ante eorum tractationem (quod sanē præter propositū est) alijs primò ipsorū solutiones præparare, is vtique certissimam mirū in modum disputationum viā prætexerit. Hoc igitur Elementorum quoque institutor re ipsa nos docens, ante ea Theoremata, quibus resistentes obiectiones soluemus, ijs, quæ nunc ostenduntur vtentes, Angulos etiam, qui sub Aequicrurium Basi sunt, æquales esse simul demonstrat, & mendacj, quod in illis est redargutionem præparat. Quòd autem Instantias, quæ in septimo, atque in nono feruntur Theoremate ex hoc soluemus, procedentibus perspicuū erit. Ex his verò patet, qua etiam de causa ab hoc quoque Sextū non conuertit, quoniam neque etiā præcipuam hoc affert vtilitatē, verū per accidens ad totā scientiā nobis confert. Siquis autē a nobis petat, nos non producentes etiā æquales rectas Lineas; Angulos, qui ad Basim Aequicrurium sunt, æquales ostendere (non enim opus esse per eos, qui sub Basi sunt, hos quoque æquales demonstrare) quodāmodo Constructionē transponentes, & eas quæ extrā sunt constructiones intra ipsum Aequicrus facientes, Propositum ostendemus. Sit .n. Aequicrus a b c, accipiaturque in Linea a b quodcunque Signum, sitque illud d, & ab ipsa a c, ipsi a d æqualis sumatur, quæ sit a e, & protrahatur rectæ Lineæ b e, d c, d e. Quoniam itaque a b, ipsi a c: & a d, ipsi

Vide inferius in præfati com.

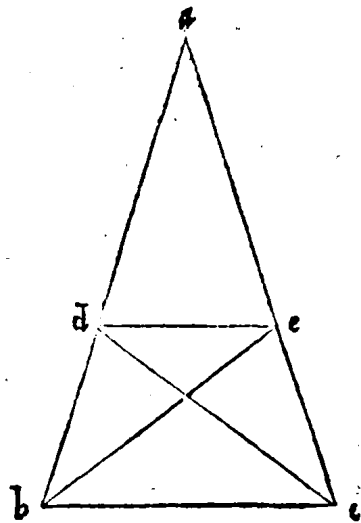
Subitatio

Solutio.

Notandum
† ex hoc quoque eiu^s qui i Geometria est est ordinis ad Rhetoricā emolumentum.

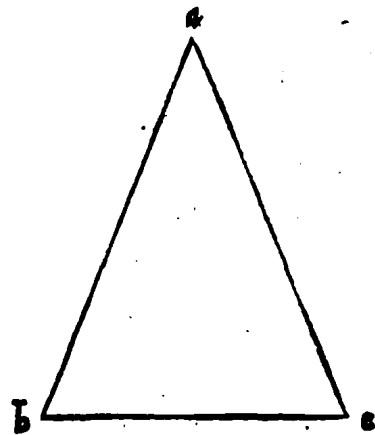
Ecce causa, quā superius promissit. Quidā huius Theorematis causa.

a e æquales sunt, Angulusque a cōmunis, erit etiam b e æqualis ipsi c d. & reliqui Anguli reliquis Angulis. Quāobrem Angulus a b e, Angulo a c d æqualis est. Rursus quoniam d b, ipsi e c; & b e, ipsi d c æquales sunt, Angulusque d b e, Angulo e c d æqualis est. & Basis igitur d e cū vtrisque cōmunis sit, sibi ipsi est æqualis, omniaque omnibus æqualia sunt. Quapropter Angulus quidem e d b, Angulo d e c: Angulus verò d e b, Angulo e d c æqualis est. Quoniā igitur Angulus e d b, Angulo d e c æqualis est, a quibus Anguli d e b, e d c æquales ablati sunt, reliqui igitur b d c, c e b æquales sunt. Sunt autem Latera quoque b d, d c Lateribus c e, e b alterum alteri æqualia, & Basis b c cōmunis. & omnia igitur omnibus æqualia sunt. Quāobrem reliqui quoque Anguli, sub quibus æqualia Latera subtēdunt æquales sunt. Angulus igitur d b c, Angulo e c b æqualis est. nam Angulum quidē d b c, Linea d c: Angulum verò e c b, Linea e b subtendit. Aequicrurium igitur Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt, æqualibus etiā rectis Lineis non productis. Adhuc autē breuius hoc Pappus ipse demonstrat, + quippe qui nulla additione indiguit, hoc modo. Sit



† nulla ad
ditione i-
digens,
Dēmōstra-
tio Pappi.

Aequicrus a b c, & sit æqualis a b, ipsi a c. Intelligamus itaque hoc vnū tanquam duo Triangula, & dicamus sic. Quoniā a b, ipsi a c: & a c, ipsi a b æquales sunt, duæ vtrique a b, a c, duabus a c, a b æquales sunt, Angulusque b a c, Angulo c a b æqualis est (idē .n. est) & omnia igitur, omnibus æqualia sunt. Basis quidē b c, Basis c b. Triangulum autē a b c, Triangulo a c b: Angulus verò a b c, Angulo a c b, & Angulus a c b, Angulo a b c. sub his .n. æqualia Latera subtendunt, ipsa nēpe a b, a c. Aequicrurium igitur Triangulorū, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Videturque hunc Demonstrationis modū inuenisse, cū considerasset quòd Elementorū quoque institutor in quarto Theoremate cū duo Triangula vnisset,



&

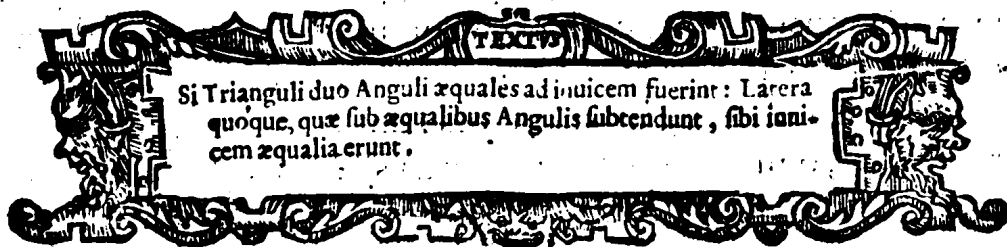
sibi inuicem congruere fecisset, ex duobusque vnum confecisset, hoc modo ipsorum iuxta omnia æqualitatem obseruauit. Consimiliter igitur fieri potest, vt nos quoque in hoc vno per assumptionem duo Triangula contēplantes, Angulorū, qui ad Basim sunt æqualitatem demonstremus. Thalesi itaque antiquo cum multorum etiam aliorum, tum huiusce Theorematis inuentionis causa, gratiæ sunt habendæ. ille enim primus dicitur animaduertisse, ac dixisse quod vtique omnis Aequicruris qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt: moreque Antiquorum æquales, similes appellauisse. Magis autem quis eos iuniorum laude prosequeretur, qui adhuc magis vniuersaliter demonstrarunt (e quorum numero Geminus etiam est) æquales rectas Lineas ab vno Signo, ad vnā simillum partium Lineam incidentes, æquales Angulos facere. ita vt siue Rectā Basim habeant, siue Circumferentiam, siue Cylindricam Helicē, ipsarum Anguli, qui ad Basim sunt, æquales sint. hoc. n. Geminus Theoremate vtens, ostendit quod tres solæ Lineæ & non plures simillum partium sunt, Recta, Circularis, & quæ circa Cylindrum describitur Helix, & hoc est propriè vniuersale, cui primò Symptomata hoc competit, quæadmodum sanè duo etiam Latera reliquo maiora habere, omni Triangulo per se inesse ostēdetur. Non est igitur vniuersaliter Aequicruris propriū, & si etiam omni ipsi competit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habere: sed æqualium rectarum Linearum, ad simillum partium Lineam incidentium, illis enim primū inest, æquales Angulos subtere.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor.

Laudat Geminus.

Theorema Geminus.

In 20. Propositione.



Si Trianguli duo Anguli æquales ad inuicem fuerint: Latera quoque, quæ sub æqualibus Angulis subdunt, sibi inuicem æqualia erunt.

Propo 6. Theorema 3.

Præsens Theorema duo hæc Theoremata in primis ostendit, Conuersionem, & ad impossibile Deductionem. nam conuertitur quidem præcedenti Theoremati, ostenditur autē per Deductionem ad impossibile. Operæpretium est itaque de vtraque dicere quæcunque ad præsentē spectant tractationem. Conuersio igitur apud Geometras dicitur alia quidem præcipue, & propriè, quando Conclusiones, atque Suppositiones ad inuicem Theoremata vicissim accipiunt. & prioris quidem Conclusio, in posteriori Suppositio fit: Suppositio verò

Côm. 10.

Conuersio quid apud Geometras.

verò, tanquam Conclusio infertur. vt, Aequicrurium Triangulorum qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Suppositio quidem Aequicrus Triangulum hîc est : Conclusio autem, Angulorum, qui ad Basim sunt æqualitas. Et quorum Anguli, qui ad Basim æquales, hæc Aequicrura sunt. quod sanè sextum etiam Theorema dicit. quippe quod Suppositionem quidē hoc fecit, Angulos, qui ad Basim sunt, æquales esse : Conclusionem verò, Laterum illos æquales Angulos subtendentium æqualitatem. Alia autem, Conuersio iuxta quandam solam Compositorum mutationem. si .n. Compositum Theorema fuerit, à pluribus Suppositionibus incipiens, in vnamque Conclusionem desinens, † accipientes Conclusionem, vnamque ex Suppositionibus, vel etiā plures, aliquam reliquarū Suppositionum veluti Conclusionem inferimus. & hoc modo quarto Theoremati, octauū conuertitur. nam alterū quidem inquit, sub æqualibus Lateribus, atque Angulis, Bases æquales subtendunt : alterum autē, in æqualibus Basibus equalia Latera posita, æquales Angulos continent. quorū illud quidem, in æqualibus Basibus, prioris Conclusio fuit : illud verò, æqualia Latera posita, vna ex præassumptis in illo Suppositionibus, illud autem, æquales Angulos cōprehendunt, altera in illo fuit Suppositio. Duabus itaque hisce Conuersionibus existentibus, illa quidem, quæ Præcipua dicitur, vniformis est, atque determinata : altera autem, varia, in multumque Theorematum numerum progrediens, † & non in vno, sed in multis conuertens, propter Suppositionum multitudinem, quæ in Compositis Theorematibus est. Sæpenumero autem ei etiā, quod à duabus incipit Suppositionibus vnū est quod conuertitur, quando Suppositiones nō omnes determinatę, sed quedam indeterminatę fuerint. Oportet autem in his quoque animaduertere, quod multę falsę Conuersiones sunt, & nō sunt proprię Conuersiones. vt, omnis Sexangulus Numerus, Triangulus est. non tamen conuersum etiam verū est, quod omnis Triangulus Numerus, Sexangulus sit. Causa autem, quoniam alterum quidē cōmunius est, alterum verò particularius. & de omni alterū solum de altero dicitur. In quibus autem quod primò inest, & secundum quod ipsum accipitur, in illis Conuersio quoque consequitur. Et hæc quidē Meneghmi, Amphinomięque familiares Mathematicos non latuere. Ipsorum aut, quæ conuertuntur Theorematum, alia quidem Præcedentia vocare consueuerunt, alia verò Conuersa. Cum .n. quoddam genus supponentes, aliquod de ipso Symptoma demonstrauerint, Præcedens hoc appellant. Cum autē ē contrario Suppositionem quidem Symptoma

† accipientes Conclusionem vnamque ex Suppositionibus, conclusionem, nē faciūt, vnā Suppositionū, velēt plures. & hoc modo.

Duplex Conuersio Geometrica, ppria, atq; imppria.

† Et non vnū vni, Sed vnum multis cōuertēs, iuxta Suppositionū Notādū.

Quid pcedēs, & qd Conuersum Theorema.

ma

ma fecerint: Conclusionem verò, genus, cui hoc accidit, Conuersum tale hoc nuncupant. vt, Omne Aequicrus Triangulū Angulos, qui ad Basim sunt, æquales habet hoc Præcedens est. subiicitur enim id, quod natura præcedit, genus inquam ipsum Aequicrus Triangulum. Omne Triangulum duos Angulos æquales habens, Latera quoque illos æquos Angulos subtendentia habet æqualia, & est Aequicrus. hoc Conuersum est. Subiectum enim, huiusque passionem immutat. & hanc quidem supponit, illud verò ex hac ostendit. Tot de Geometricis Conuersionibus erant nobis dicenda. Deductiones autem ad impossibile, omnino quidem in euidens impossibile desinunt, cuiusque contrarium omnes fatentur. Accidit autem alias quidem ipsarum in ea, quæ communibus notionibus, vel Petitionibus, vel Suppositionibus opponuntur desinere: alias verò in ea, quæ ipsæ, quæ prius demonstrata sunt contradicunt. nam præsens quidē sextum Theorema id, quod accidit, impossibile esse ostendit, eò quòd communem destruit notionem, Totum sua parte maius dicentem. Octauum verò in impossibile quidem incidit, nō tamen in id, quod communis notionis destruendæ vim habet, sed eius, quod per septimum Theorema ostensum est. quod enim Septimum negauit, hoc illud affirmans ostendit ipsæ, qui Quæsitum non concedunt. Omnis autem ad impossibile Deductio quod Quæsito oppugnat accipiens, hocque supponens progreditur, donec in exploratum absurdum incidat, per illudque Suppositionem auferens, id, quod à principio quærebat corroboret. Omnino enim sciendum est, quòd omnes Mathematicæ probationes, vel à principiis sunt, vel ad principia, vt alicubi Porphyrius etiam dicit. Et quæ à principiis quidem duplices & ipsæ sunt. aut enim à communibus notionibus, à solaque euidencia fidem per se facienti emanarunt: aut ab ipsæ, quæ præostensa fuere. Quæ autem ad principia, vel ponendorum principiorum, vel destruendorum vim habent. Verum ponendi quidē principia vim habentes, Resolutiones appellantur, hisque cōpositiones opponuntur. nam fieri potest vt à principiis illis ad Quæsitū ordine progrediamur, & hoc nil aliud quam Cōpositio est. Destruendi verò vim habētes, Deductiones ad impossibile nuncupantur. aliquid. n. eorum, quæ concessa sunt, explorataque habentur destruere, huiusce viæ opus est. Et est in hac quoque Ratio cinatio quædam, non autem eadem, quæ in Resolutione. in Deductionibus enim ad impossibile iuxta secundum Hypotheticarum Ratio cinationum modum Complexio est. vt si Triangulorum æquales Angulos habentiū Latera æquos Angulos subtendentia

T æqualia

Genus hic
pro subie
cto.

Epilogus.

Deductio
ad impos
sibile quid
apud Geo
metras.

Documen
tum.

Porphyri

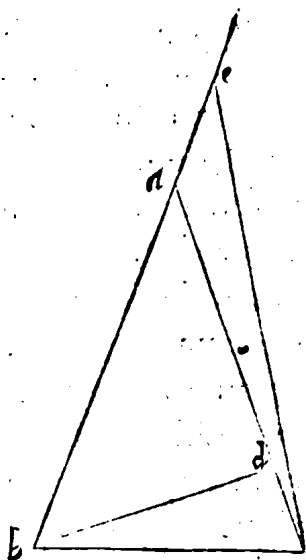
Epilogus.

In principio huius
comenti.

Quidā huius
Theorematis
casus.

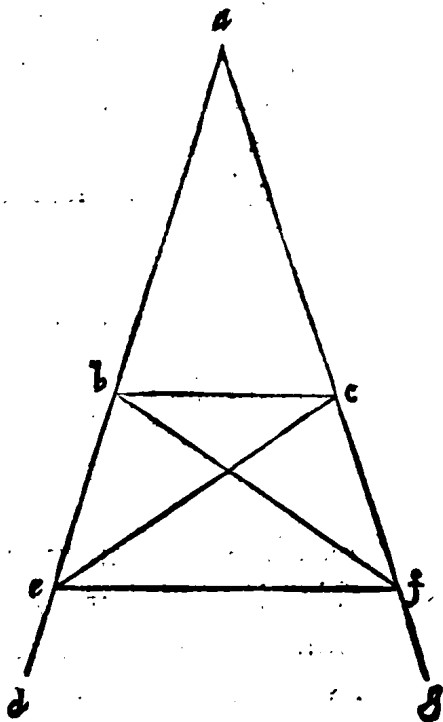
Demō re-
liqui con-
uersionis
membri.

æqualia non sunt, Totum suæ parti æquale est; verum hoc fieri non potest. Triangulorum igitur duos Angulos æquales habentium Latera quoque æquos Angulos subtendentia æqualia sunt. Totidem de ea etiam, quæ apud Geometras Deductio ad impossibile vocatur sufficiant. Vtitur aut (quod iā diximus) Elementorū institutor Conuersione quidem, in Propositione, quippe qui Conclusionem quinti Theorematis veluti Datum accepit, illiusque Suppositionem tanquā Quæsitum adiecit; Deductione autem ad impossibile, in Constructione, atque in Demonstratione. Si autem aliqui surgant dicentes, quod nō oportet ipsi a b ab ipsa a c æqualem auferentem, ad Signū c, facere ablationē, sed ad Signum a, hanc quoqueponentes Suppositionem in idem impossibile incidemus. Sit. n. a b æqualis ipsi a d, & producat b a, ponaturque æqualis a e, ipsi d c. Tota igitur b e, toti a c æqualis est. Connectatur ipsa e c. Quoniam itaque a c æqualis est ipsi b e, cōmunis autē b e, duæ duabus æquales sunt, & Angulus, qui ad Signum b, Angulo a c b æqualis est. Sic. n. positum fuit. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema), æqualia sunt. Quamobrem Triangulum quoque e b c, Triangulo a b c æquale est, Totum parti, quod minimè fieri potest.



Verum quoniam hoc quoque manifestum est, sequitur vt reliquum etiam Conuersionis ostendamus, nam Elementorū quidem institutor ad quinti Theorematis partē, totum sextum conuertit. Operæpretium est autem reliquam quoque Conuersionem adijcere. hæc autem est illa, quæ accipit quidem tanquam Suppositionem, cuiusdam Trianguli Angulos, qui sub Basi sunt, æquales esse: ostendit verò Triangulum esse Aequicrus. Sit igitur a c b Triangulum, & producantur a b, a c ad Signa d g, sintque Anguli, qui sub Basi sunt, æquales, Dico quod Triangulum a b c, Aequicrus est. Sumatur. n. in Linea ad Signum c, ipsique b e æqualis c f. & connectantur Lineæ e c, b f, e f. Quoniam igitur b e, ipsi c f æqualis est, cōmunis autē b c, duæ duabus æquales sunt. & Angulus e b c, Angulo f c b æqualis est. sub Basi enim sunt. & omnia igitur omnibus (per quartum Theorema) æqualia sunt. & Basis igitur e c, Basi f b æqualis est, Angulusque

usque bce , Angulus cfb : &
 Angulus cbf , Angulus bce .
 sub ipsis enim æqualia Latera
 subtendunt. erat autem totus
 bce Angulus toti $fc b$ Angu-
 lo æqualis, ex quibus Angulus
 $fb c$, Angulo $ec b$ æqualis est.
 & reliquus igitur ebf , reliquo
 fce æqualis est. est autem bc ,
 ipsi cf : & bf , ipsi ce æqualis,
 æqualesque continent An-
 gulos. & omnia igitur omni-
 bus æqualia sunt. Quapropter
 Angulus etiam bef , Angulo
 cfe æqualis est. Quamobrem
 Latus quoque ae , Lateri af
 æquum est (per sextum, osten-
 sum .n. est) ex quibus bc , ipsi
 cf æqualis est. sic enim ablatae fuere. reliqua igitur ab , reliquæ ac æ-
 qualis est. Aequicrus ergo est Triangulum abc . Tum igitur si duos,
 qui ad Basim sunt Angulos, æquales habuerit, Aequicrus est: tum si
 Lateribus productis duos, qui sub Basi sunt Angulos æquales habue-
 rit, hoc etiam modo datum Triangulum Aequicrus erit. Qua de cau-
 sa igitur reliquam quoque partem Elementorum institutor non con-
 uertit? An quoniam quinto etiam in Theoremate Angulos, qui sub
 Basi sunt æquales esse extra propositum erat, aliorum dubiorum so-
 lutionis gratia editum. illud autem Angulis, qui ad Basim sunt æqua-
 libus existentibus Triangulum Aequicrus esse neque ad præcipuam
 Demonstrationem, neque ad eorum, quæ quærentur solutionem ipsi
 confert, cum sequentibus etiam Theorematis hoc confirmetur,
 ipsique ansam illa præbeant, Angulis, qui sub Basi sunt, æqualibus exi-
 stentibus, Aequicrus & Triangulum ostendi: si .n. omnis recta Li-
 nea super rectam consistens Lineam, duosque Angulos faciens, duo-
 bus rectis æquales efficit: Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus datis,
 & qui ad Basim sunt, omnino æquales erunt. his autem æqualibus
 existentibus, & Latera ipsos subtendentia erunt æqualia. Hoc itaque
 in tota Elementari institutione vsus Euclides accipere potuit, quod
 Angulis, qui sub Basi sunt æqualibus existentibus, Triangulum Aequi-
 crus est. Siquidem hoc quoque indigebat ad quorundam Theore-

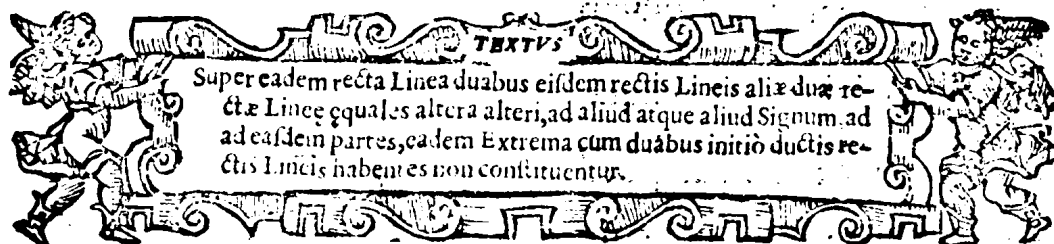


Dubitatio

Solutio.

Propō 13.

matum Demonstrationem . nam paulò pòst apparebit Theorema ostendens, quòd si recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. & quæ quidem hoc præcedunt, hac Conuersione nihil indigent : quæ verò hoc sequuntur, hac indiguere, hocquæ Theoremate fidem facient.

Propō 7.
Theorema 4.

Cōm. 11.

Aristote.
in 1. po. st
tex. 31.† nam sine
affirmōne
neque

obscurum

cōm. 10.

Prima huius
Theorematis cō
ditio.

Secunda.

Tertia.

PRæsens Theorema rarum quid passum est, quod hæud frequenter
is, quæ scientiam pariunt Propositionibus euenire solet. per nega-
tionem enim, & non per affirmationem formari, non satis proprium
ipsis est. ut plurimum . n. tum Geometricorum, tum Arithmetico-
rum Theorematum Propositiones, affirmationes sunt. Causa autem (ut
inquit Aristoteles) quoniam vniuersale quidem affirmans scientiis
maximè conuenit, tanquam magis idoneum, negatione quæ nihil in-
digens : vniuersale verò negans, affirmatione quoque indiget, si de-
bet ostendi. † nam ex negantibus tantum neque Demonstratio est,
neque Ratiocinatio quædam. Atque idcirco Demonstrantes scientiæ,
plurima quidem affirmantia ostendunt, raro verò negantibus vtun-
tur conclusionibus. Admirabili autem diligentia plena est huiusce
Theorematis Propositio, omnibusquæ additionibus vincta, quibus
adeo certa, atque indubitata facta est, ut ab is, qui calumniari conan-
tur, coargui, cōvincique minimè possit. nam primò quidem particula
illa [super eadem recta Linea] sumpta est, ne super alia duas duabus
alteram alteri æquales ostendamus, Propositione quæ vtentes circum-
ueniamus. Secundo vna recta Linea existēte, nō inquit super ipsam
duas duabus æquales simpliciter constituere (hoc enim fieri potest)
sed alteram alteri. quid . n. mirū est vtrasque vtriusquæ æquales sumptis-
se eum, qui alteram quidem earum, quæ constituuntur protrahit : al-
teram verò contrahit? Verum alteram alteri (inquit) impossi-
bile. Tertiò addit particulam [ad aliud atque aliud Signum] quid
enim si quis cum primis duabus duas alias alteram etiam alteri æqua-
les fecisset, hæc illis in eodē Signo, quod subiectas rectas Lineas iux-
ta verticem coniungit, coaptasset, hasquæ constituisset? omnino . n.
æqualibus rectis Lineis existentibus, Extrema quoque ipsarum con-
gruēt.

gruent. Quarto adiecit particulam [ad easdem partes] quid enim si Quarta.

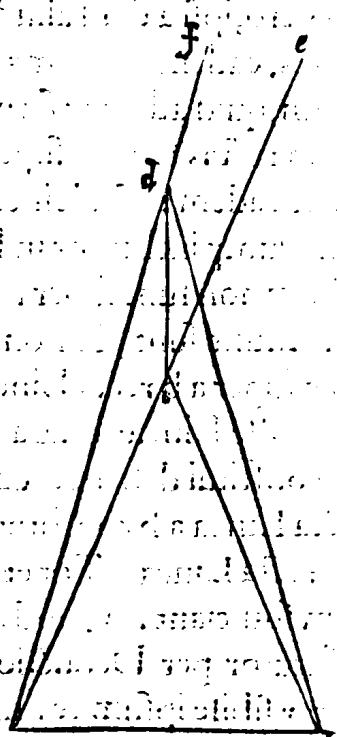
vna recta Linea subiecta alteras quidem rectarum Linearum ad alteram ipsius partem, alteras verò ad alteram posuiffemus, ita vt recta illa Linea cõmunis duorum Triangulorum oppositos vertices habentium Basis esset? Ne igitur hoc passi, nostram deceptionem ad Elementorum institutorem inferamus, adiecit particulam [ad easdem partes,]. Quintò subdidit [eadẽ Extrema cum duabus initiò ductis

rectis Lineis habentes] fieri nanque poterat, vt quidam super eadem recta Linea duas duabus alteram alteri æquales, ad aliud atque aliud Signum, ad easdem partes constituisset, tota recta Linea vsus, & super hac ipsas duas constituens, ipsæ, quæ constituuntur non eadem Extrema habentibus cum illis, quæ initiò ductæ erant. si enim in Quadrangulo duas Diagonios in vno Quadranguli ipsius Latere intellexerimus, duæ duabus æquales erunt, Latus, & Dimetiens: parallelo Lateri, alteri quæ Dimetienti. Verum æquales eadem non habebunt Extrema. neque. n. Parallelae, neque Dimetientes eadem ad inuicẽ Extrema habebunt. ipsæ autem erant æquales. His igitur distinctionibus seruatis & Propositio vera, & Ratiocinatio certa ostenditur. Quinta.

Fortasse autem quidam præter hos quoque omnes scientiam gignentes Terminos instare ausi essent dicentes, quòd his etiã suppositis, fieri potest vt id, quod Geometra dicit impossibile sit. Sit. n. a b recta Linea,

& super hac duabus a c, c b, duæ æquales a d, d b, sint quæ hæ extra illas, vt ad aliud atque aliud Signum, c nempe, atque d sint, eadem quæ Extrema cum ips, quæ initiò ductæ sunt rectis Lineis habeant, a scilicet, atque b. & sit a c quidem æqualis ipsi a d: b c verò, ipsi b d. Aduersus itaque hoc modo instantes occurremus, connectendo quidem Lineam d c, producendo verò Lineas a c, & a d ad Signa e f. his. n. constructis manifestum, quòd Triangulũ quidem a c d Acquirus est, equali existente (vt asserit eorum oratio) a d, ipsi a c:

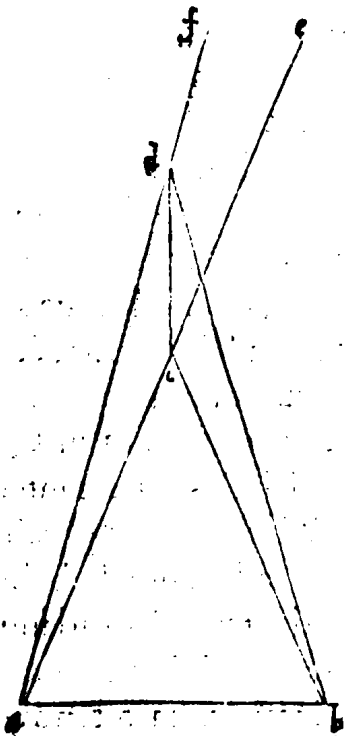
Anguli verò, qui sub Basi, æquales, Angulus scilicet e c d, Angulo f d c. Angulus igitur f d c, maior est Angulo b d c. multò maior igitur est



Responso.

Angu-

Angulus $b c d$, Angulo $b d c$,



Sed quoniam rursus Linea $d b$ æqualis est Lineæ $b c$, Anguli etiam, qui ad Basim, æquales sunt, nempe Angulus $b c d$, Angulo $b d c$. Idem igitur & multò maior, & æqualis est, quod minimè fieri potest. Et hoc quidem est, quod in exponendo quinto Theoremate dicebamus, quòd, Angulos, qui sub Basi sunt, sibi inuicè æquales esse, quanuis ad sequentium Theorematum Demonstrationes vtile non sit, ad Instantiarum tamen solutiones maximè affert vtilitatem. in præsentia nanque Instantiam redarguimus, quoniam accepimus quòd $a c$, $a d$ equalibus existentibus, Anguli quoque $c e d$, $f d c$ æquales erunt. Consimiliter autè in alijs quoque Theorematibus ad dubiorum solutiones maximè nobis cõferre apparebit.

Alia Instantia.

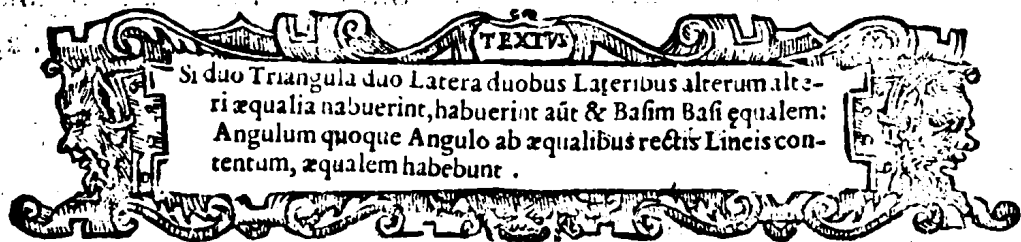
Responsio.

† quæque ipsi æquales sunt.

Si quis autem dicat quòd sint super recta Linea $a b$, rectæ Lineæ $b d$, $b c$ æquales rectis Lineis $a c$, $a d$, quarum $b c$ quidem equalis sit ipsi $a c$, $b d$ verò, ipsi $a d$, ad aliud atque aliud Signum, a scilicet, atque b , ad easdem partes, eadem Extrema cum ipsis $a c$, $a d$ habentes, c nempe, & d Signum, quid ad hunc sermonem dicemus? An quòd oportet primas etiam rectas Lineas super recta Linea $a b$ constituere, hisque æquales super eadem recta Linea $a b$ constitui? hoc modo enim Elementorum quoque institutor in Propositione dicit. Ipse autem $a c$, & $a d$ rectæ Lineæ non sunt super recta Linea $a b$, sed ad quoddam eius Signum constitutæ sunt, & non super ipsa. Quamobrem aliæ quidem sunt quæ super $a b$ recta Linea consistunt, vt $a c$, $c b$, & $a d$, $d b$: aliæ verò rectæ illæ Lineæ, quæ à principio positæ fuerant † quæque ipsis æquales constitui debent. cum tamen opus sit rectas Lineas, quæ super recta Linea $a b$ constituuntur, æquales ipsis esse, quæ erant super ipsa $a b$ recta Linea. Tot etiam aduersus hæc, & aduersus hanc quæstionem sufficient. Quòd autem præsens Theorema ab Elementorum institutor per Deductionem ad impossibile ostensum est, & quòd impossibile ipsum communi oppugnat notioni dicenti, totum est sua parte maius: & idem maius, æqualeque esse non potest, manifestum est. Videtur autem hoc Theorema Sumptis præassumpta octavi

Theo-

rematis esse . ad illius namq; Demonstrationem confert, & neq; Elementum simpliciter est, neque Elementare . non .n. ad plura suam extendit vtilitatem . Rarissimum igitur apud Geometram ipsius vsum reperiemus .



Propo 8.
Theore--
ma. 5.

Octauum Theorema quarti conuersum est, non iuxta præcipuam Conuersionem sumptum . non .n. totam illius Suppositionem, Conclusionem : totamque Conclusionem, Suppositionem facit . Verum aliquam quidem Suppositionis quarti Theorematis partem, aliquam verò Quæditorum, quæ in illo sunt contextens, vnū quid ostendit eorum, quæ in illo Data fuere . nam hoc quidem, duo Latera duobus Lateribus æqualia esse, in vtroque Suppositio est : hoc verò, Basim Basi æqualem esse, in illo quidem vnum Quæditorum erat, in hoc autem Datum est : hoc autem, Angulum Angulo æquum esse, Datum quidem in illo, Quæsitum verò in hoc, Sola igitur Datorum, Quæditorumque immutatio Conuersionem efficit . Siquis autē causam addiscere desideret, propter quam octauum in ordine positū est, & non statim post quartum tanquam illi Conuersum, quemadmodum sanè post quintum sextum, quippe quod ipsius quinti Conuersum est, plurima siquidem eorum, quæ conuertuntur Præcedentia consequuntur, & post ipsa nullo medio intercedente ostenduntur, dicendum quòd septimo quidem octauum indigebat . nam per Deductionem ad impossibile ostenditur, impossibile verò quòd tale sit, à septimo sit cognitum . Hoc autem rursus in Demonstratione, quinto indigebat . Necessariò igitur septimum, ac quintum ante hoc, quod nunc ostenditur Theorema præassumptum fuit . Quoniā verò Conuersum quoque quinto facilem, & ex Primis Demonstrationem habebat, iurè statim post quintum collocatum fuit, propter cognationem, quam habet cum illo : & quoniam cum per Deductionem ad impossibile ostendatur, à cōmunibus notionibus quod fieri non potest redarguit, & non (quemadmodū octauū) ab alio Theoremate, euidēntiora .n. ad redargutionē sunt ea, quæ cōmunibus notionibus oppugnantia sunt, nō quæ Theorematibus contradicunt . hæc siquidē per

Cóm. 12.

Questio

Responso.

Philonis
Demon-
stratio.

per Demonstrationem sumpta sunt, illorum autē cognitio Demon-
stratione melior est. At Elementorum quidem institutor ex iam de-
monstrato septimo Theoremate quod nunc proponitur ostendit.
Philonis verò familiares dicunt huius nihil indigendo octavū se de-
monstratum ire. intelligantur enim (inquiunt) duobus Triangulis
existentibus abc , & def , duoque Latera duobus Lateribus equalia,
& Basim bc , Basi ef equalem
habentibus, Basis Basi con-
gruens, Triangulumque abc ,
& Triangulum def positum
in eodem quidem Plano, ne
Basis declinatio duorum sit:
ad alteram verò utcumque ip-
sius ef rectæ Lineæ partem,
ita ut oppositi ipsorum verti-
ces sint, viceque ipsius abc ,
sit hoc modo positum ipsum
 efg . & sit ipsi quidem de , æ-
qualis eg : ipsi autem df , ipsa
 fg . Ipsa itaque fg aut in direc-
tū posita erit Lineæ df ,
aut non in directum. & si nō

Casus De
monstra-
tionis Phi-
lonis.

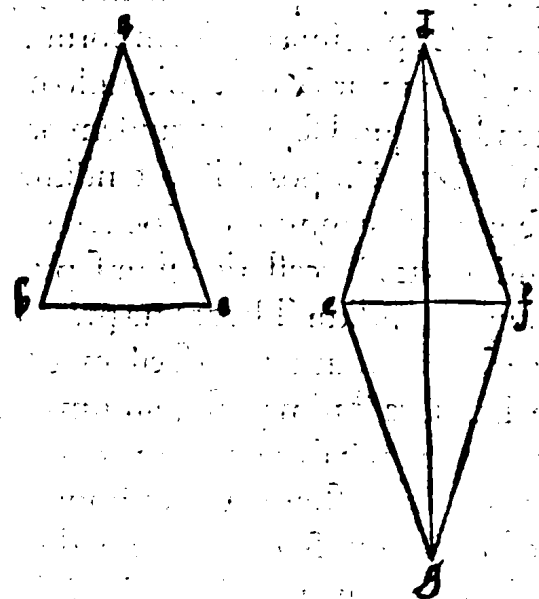
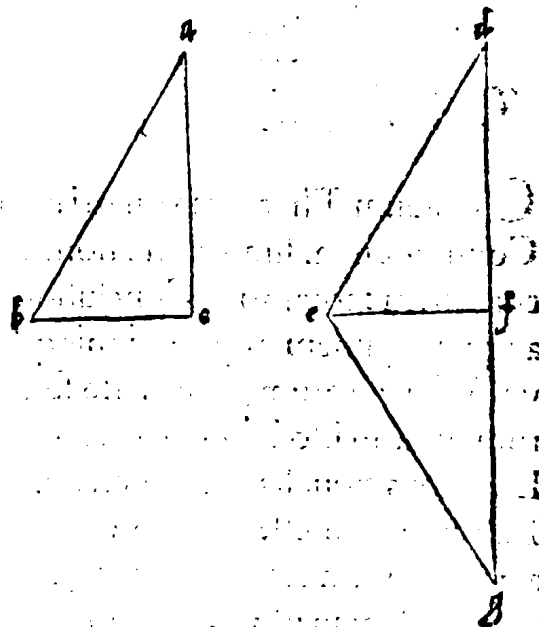
Primus.

Secundus.

in directum, aut iuxta internā partem Angulum ad ipsam faciet: aut
iuxta externam. Sit primū in directū posita. Quoniam igitur equali-

lis est de ipsi eg , unaque est Li-
nea ipsa dfg , Triangulū $d eg$
Acquiescit, & Angulus, qui
ad Signum d , Angulo, qui ad
Signum g æqualis est. Si verò
non in directum iacet, intus fa-
ciat Angulum, cōnectaturque
 dg . Quoniam igitur ed , eg æ-
quales sunt, Basisque dg , An-
gulus etiam edg Angulo egd
æqualis est. Rursus quoniam æ-
qualis est df , ipsi fg , Basisque
 dg , Angulus quoque fdg , An-
gulo fgd æqualis est. Erat autē
& Angulus edg æqualis Angulo egd . Totus igitur edf , toti fge

equalis



æqualis est, quod oportuit demonstrasse. Tertio autem iuxta exter- Tertius.
nam partem faciat Angulum ad ipsam df , ipsa fg , & connectatur
extra recta Linea dg .

Quoniam igitur de ,
 eg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Anguli
 edg , dge æquales sunt.

Rursus quoniam df ,
 fg æquales sunt, Ba-
sisque dg , Angulus
 fdg , Angulus fgd æ-

qualis est. Erāt autem

toti etiam edg , dge

Anguli ad inuicem æ-

quales. & reliqui igitur

edf , fge Anguli

inter se æquales erunt.

& sic Propositum iuxta quamlibet fg rectæ

Lineæ positionem inuentum est, dum Theorema nos demonstraui-

mus, septimoque nusquam vbi fuimus. Num igitur (dicunt ipsi) fru-

stra illud ab Elementorū institutore introductum est? si .n. propter

octauum tantum ipsum assumpsimus, octauum autem absque etiam

illo ostensum est, quoniam pacto penitus inutile septimum non ap-

paret? Aduersus hæc itaq; dicendum (quæ si etiam, qui nos præcef-

fere dixerunt) quod septimum Theorema demonstratum, si, qui

Astronomicarum rerū periti sunt, eo in loco, vbi de Solis, Lunæque

defectibus habetur sermo, maximam affert vtilitatem. hoc .n. aiunt

utentes ostendisse quod tres consequenter Defectus æquali spatio ab

inuicem distantes nequaquam fient. Dico autem, ita ut secundus tan-

to temporis spatio distet à primo, quanto tertius à secundo. Exem-

pli gratia, si post primum secundus sex mensibus, vigintique diebus

elapsis factus fuit: Tertium utique post secundum tanto tēporis spa-

tio minimè factum esse, verum aut maiori, aut minori. hoc autem sic

se habere per septimum Theorema demonstrari. & non hoc solum

Elementorum institutorem tanquam ad Astronomiam nobis con-

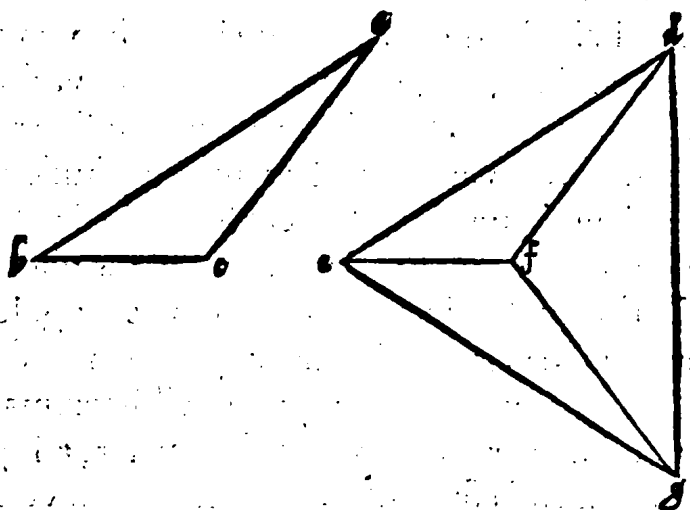
ferens obiter ostendisse, verum multa quoque alia Theoremata, atq;

Problemata. vltimum .n. in quarto, per quod quindecim Angulo-

rum Figuræ Latus Circulo inscribit, cuius gratia quis dixerit eū pro-

ponere nisi ad Astronomiam huiusce Problematis relationis? qui

enim descriperunt in Circulo per Polos transiente Quindecangulū,



Dubitatio

Solutio.

Tres defe-
ctus cōse-
quēter æ-
quali spa-
tio distan-
tes esse nō
possunt.

Vltima p-
positio li-
bri quarti
quō ad A-
stronomiā
conferat.

V Polo

Polorum Aequatoris à Signiferi Polis distantiam habent. Quinde-
tangulari siquidem Latere ab inuicem distant. Videtur igitur Ele-
mentorum institutor ad Astronomiam etiam respiciens, multa prae-
ostendere, ad illam quoque scientiam nos praeparans. Cum autem
simul vidisset quòd septimum hoc Theorema ex quinto Theorema-
te ostenditur, octauumque absque vlla varietate ostendit, hunc ipsi
locum praebuit, siquidem Philonis additio pulchra quidem est, Ca-
sum autem varietate Elementari institutioni non satis conueniens.

Dubitatio

Solutio,

Documē-
tum.

Ad hanc igitur Quaestionem haec dicta sint. Siquis autem dubitet qua-
ratione tot etiam in octauo non addidit, quot in quarto Theoremate,
& Triangula (inquam) & reliquos Angulos, aequales esse: Dicer-
mus quòd verticali Angulo aequale demonstrato, omnia quoque o-
mnibus aequalia esse per quartum Theorema sequutum est. Hoc igi-
tur solum per se demonstrasse oportuit, reliqua verò omnia tãquam
consequentia sumpsisse. Videtur autem verticalium Angulorum æ-
qualitatem, Latrum illos Angulos cõprehendentium, Basiumque
æqualitas efficere, neque enim Basibus inæqualibus existentibus
isdem Anguli manent cõprehendentibus Lateribus æqualibus
suppositis, verum dum Basis minor fit, Angulus simul diminuitur,
& dum crescit illa, Angulus quoque vnã crescit. neque isdem Basibus
existentibus, Lateribus autem inæqualibus euadentibus Angu-
lus manet, verum dum quidem imminuuntur, augetur: dum verò
augentur, imminuitur. Contrariam. n. passionẽ Anguli, Lateraque illos
cõprehendentia patiuntur. etenim si in eadẽ Basi Latera in inferiorẽ
partẽ descẽdere intelligas, ipsa quidẽ diminuis, Angulum aut ab ipsis
cõprehensum auges, maiorẽque ipsorũ ab inuicẽ distantiam efficis. Si
aut in altũ ferri, additamentumque suscipere: Angulum, quẽ con-
rinent diminuis. coincidunt siquidem diutius, vertice ipsorum magis
remoto à Basi factò. Certum igitur est dicere, quòd & Basis eadẽ exis-
stẽs, & Latera equalia existẽtia, ipsius Anguli equalitatẽ determinat.

Probl. 9.
Probl. 4.

Datum Angulum rectilineum bisariam secare.

Cõm. 13.

Problematibus Theoremata admisceat, Theorematisq; Proble-
mata contexit, & vtriusq; totã Elementarem institutionem cõficit,
cum quidem Subiecta comparas, tũ verò Symptomata circa subiecta
ipsa

ipsa considerans. Cum itaque præcedentibus ostendisset & in vno Triangulo equalitati Laterum consequentem equalitatem Angulorum, & e contrario: & in duobus Triangulis similiter, hoc excepto, quod Conuersionis modus in vno, in duobusque Triangulis diuersus fuit, ad Problemata transit, iubetque datum Angulum rectilineum bifariam secare. Et manifestum, quod Angulus hic quidem iuxta Formam est datus. Rectilineus. n. dictus est, & non quicumque. nam omnem Angulum bifariam secare secundum Elementarem institutionem non possumus. quandoquidem ambiguum etiam esse possibile est, an omnis Angulus bifariam secari possit. fortasse enim dubites vtrum possibile sit Cornicularem Angulum bifariam secare. Quinetiam sectionis Ratio nobis distincta fuit, & hoc rursus non abre. in quamlibet enim Rationem diuidere, præsentem transgreditur Constructionem. Exempli gratia in tres, vel in quatuor, vel in quinque partes æquales. nam Rectum quidem trifariam secare possibile est, paucis eorum, quæ posterius tradenda sunt vrentem: Acutum verò, impossibile ad alias Lineas non transcendentes, quæ mixtæ sunt Speciei. Hoc autem manifestant qui hoc modo proposuere. Datum Angulum rectilineum trifariam secare. nam Nicomides quidem ex Conchoidibus Lineis, quarum & Ortum, & ordinem, & Symptomata tradidit, inuentor ipse proprietatis ipsarum existens, omnem rectilineum Angulum trifariam secuit. Alij verò, ex Hippie, Nicomidisque quadrantibus Lineis idem fecerunt, mixtis hi etiam quadrantibus Lineis vsi. Alij autem ab Archimedis Helicibus incitati, in datam Rationem datum rectilineum Angulum secuerunt. quorum considerationes res, qui instituuntur contemplatu difficiles cum sint, in præsentia omittimus. forsan enim magis commodum erit hoc quidem in tertio libro examinare, Elementorum institutore datam Circumferentiam bifariam secante, ibi nanque idem inquisitionis est modus, non solum bifariam, verum etiam Trifariam secare. & ab hisdem Lineis præsci omnem Circumferentiam in tres partes æquales diuidere conati sunt. Iure igitur, qui etiam rectæ Lineæ tantum, & Circumferentiæ mentionem fecit, solum rectilineum Angulum, Circumferentiamque bifariam tantum secuit. Species autem, quæ ex his mixtione constituuntur explicatu, enumeratuque difficiles existentes, haud curiosè examinans, omnes huiusmodi inquisitiones, quæcunque mixtis egent Lineis prætermittit, in primis, simplicissimisque formis ea solum, quæ ex his vel fieri, vel considerari possunt inuestiganda proponens. quale profectò est, quod etiam in præsentia proponitur Problema [Datum Angulum

Circa hoc
Vide Vi-
tellioné i
28. Propo-
sitione pri-
mi.

Nicomides
descrip-
tatis Con-
choidum Li-
nearum fuit
inuentor.

In Pro-
positione
30. tertii
Elemen.

Hic tradit
causam pro-
pter quam
Eucl. rectum
lineum An-
gulum solum,
& Circum-
ferentiam
in duas tan-
tum partes
æquales se-
cut.

In lib. 2.
cap. 8.

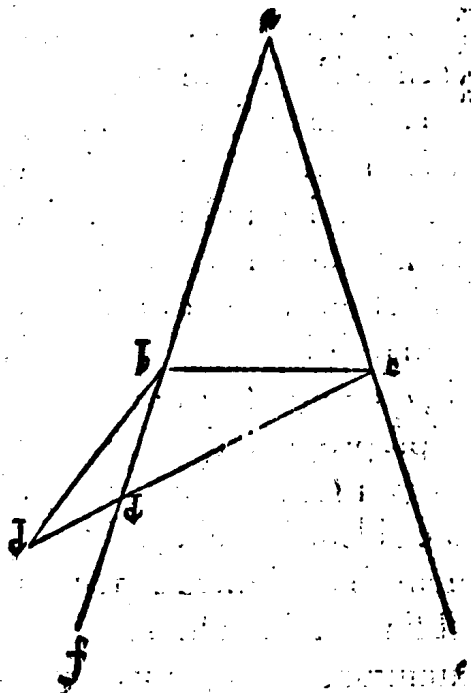
Instantia.

Solutio.

gulum rectilineum bifariam secare] in hoc enim in Constructione quidem vna Petitione, & primo, ac tertio Theoremate: in Demonstratione verò, solo octauo Theoremate, vtitur. omnino siquidem Problemata quoque Demonstratione egent (vt prius etiam diximus) quodque scientiam gignit, ab hac adipiscuntur. Fortasse autem quidam aduersus Geometram instent dicentes, quod apud ipsum constituitur Aequilaterum non intra duas rectas Lineas verticem habere, verum aut in altera, aut etiam extra vtranque, fieri autem manifestum vtrunque quod dicitur, per elementa. Sit Angulus bac , quem

bifariam secare oportet. & in Linea ab , Signum b , & ipsi ba æqualis ca , & connectatur bc , constituturque in ipsa Triangulum æquilaterum bcd . hoc porro d Signum aut inter ab , ac rectas Lineas est, aut in ab , aut in ac , aut extra vtranque. Elementorum itaque institutor inter illas ipsum assumpsit, & propterea qui impedimento sunt, Demonstrationemque impediunt aut in altera rectarum Linearum ipsum positum esse dicunt, aut extra etiam vtranque. Ponatur igitur d Signum in Linea ab , ita vt bcd Triangulum æquilaterum sit.

Æqualis igitur est db , ipsi dc , & Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, Angulus scilicet $c b d$, & Angulus $b c d$. Totus igitur $b c e$ maior est Angulo $c b d$. Rursus quoniam ab , ipsi ca æqualis est, Triangulum abc æquicrus est, & Angulos, qui sub bc Basi sunt, æquales habebit. Angulus igitur $b c e$, Angulo $c b d$ æqualis est. Erat autem & maior, quod fieri non potest. Trianguli ergo Aequilateri vertex in recta Linea abd esse non potest. Similiter ostendemus quod neque etiam in Linea ace . Ponatur igitur extra vtranque si fieri potest. Quoniam igitur bd , ipsi cd æqualis est, Anguli, qui ad Basim, æquales sunt, nempe $b c d$, & $c b d$. Maior igitur est Angulus $b c d$, Angulo $c b f$. multo igitur maior est $b c e$, ipso $c b f$. verum æqualis etiam ipsi est, sub Basi siquidem bc Aequicruris abc sunt, quod fieri non potest. Non ergo d Signum extra duas



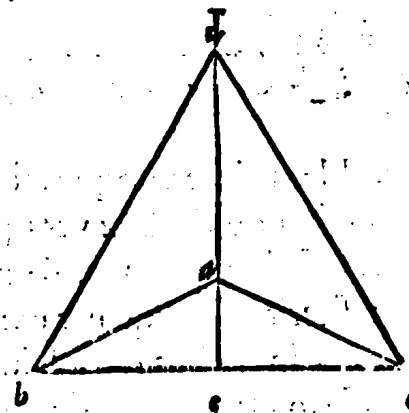
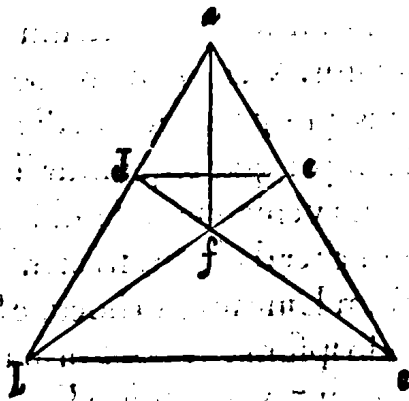
duas Rectas in his partibus iacebit. Similiter autem ostēdemus quòd neque etiam alijs in partibus. Et vides rursus quòd Instantias redarguimus hoc videntes, Aequicrures (inquam) Triangulos Angulos, qui sub Basi sunt, æquales habere. hoc illud, quod prius dicēbamus, quòd plura scientiæ oppugnantium, debilia, facileque cōfutabilia hoc Theoremate ostenduntur: & quòd hanc Geometræ præstat vtilitatem. Siquis autem dicat sub Basi $b.c$ locum non esse: opus esse verò

Idē superius in cō.
9. 10. &
11.

Varii huius Theorematis Casus.

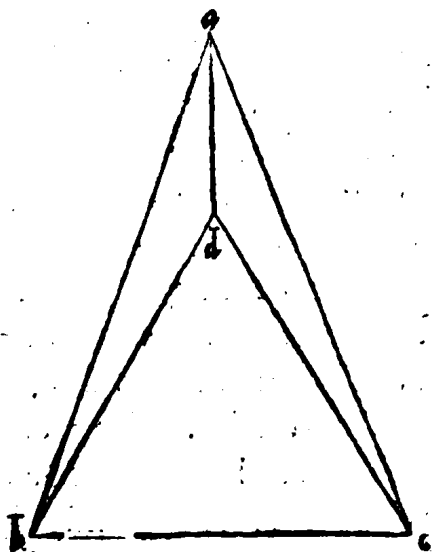
Aequilaterum ipsum $b.a.c$, & sumatur in Latere $a.b$ Signū d , & à Latere $a.c$ auferatur æqualis ipsi $a.d$, quæ sit $a.e$, connectanturque $d.e$, $b.e$, $c.d$, $a.f$. Quoniam itaque $a.b$, ipsi $a.c$: & $a.d$, ipsi $a.e$ æquales sunt, duæ $b.a$, & $a.c$, duabus $a.d$, $a.e$ æquales sunt, cūdemque Angulum comprehendunt. Quamobrē & omnia omnibus sunt æqualia, & Angulus $d.b.e$, Angulo $c.e.d$ equalis est. Aequalis autem est & $d.b$ ipsi $e.c$: & $b.e$, ipsi $c.d$. Et omnia igitur omnibus equalia sunt. Quapropter Angulus $d.e.b$, Angulo $c.d.e$ æquus est. sub his. n. equalia Latera subtendunt. Et $d.f$ igitur ipsi $e.f$ (per sextum) æqualis est. Quoniam igitur $a.e$, ipsi $a.d$ equalis est, & $a.f$ cōmunis, Basisque $d.f$, Basis $e.f$ equalis, Angulus $d.a.e$ in duas partes equalis dissectus est, quod faciendum erat. Si autem extra $b.a$, $a.c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Latera cadant, sint $b.d$, $d.c$, connectaque $d.a$ producaturs vsq; ad Signū e . Quoniam itaque $b.d$, $d.c$ æquales sunt, communis autem $d.a$, Basesque $b.a$, $a.c$ æquales, Angulus quoque $b.d.a$ (per octavum) Angulo $c.d.a$ equalis est. Rursus quoniam $b.d$, $d.c$ æquales sunt, & $d.a$ cōmunis, Angulosque æquales continent (ut ostensum est) Basis quoque $b.c$, Basis $e.c$ (per

quar-



quartum) æqualis est. Quoniam igitur $a b$ æqualis est ipsi $a c$, communisque $a c$, Angulus quoque $b a c$, Angulo $c a c$ æqualis est, quod ostendendum erat. Si verò intra $a b$, $a c$ rectas Lineas æquilateri Trianguli Lateralia ceciderint, ut ipsa $b d$, $d c$, connectatur rursus Linea $a d$. Quoniam itaque $b a$, ipsi $a c$ æqualis est, communisque ipsa $a d$, Basis autem $b d$ æqualis est Basis $c d$, et Angulus ergo $b a d$ Angulo $c a d$ (per octauum) æqualis est. Bifariam ergo secatur Angulus, qui est ad Signū a , quomodocumque Aequilaterum constituitur. Veruntamen quoniam

Documē-
tum.



de his quoque summam diximus, ad reliqua, quæ sequuntur Theoremata veniamus, tale adijcimus circa Angulum datum, quod quadrupliciter dari potest. etenim Positione, ut quando dicimus ad hanc rectam Lineam, ad hocque Signum Angulum poni, & datum hoc modo ipsum esse: & Forma, ut quando Rectum, vel Acutum, vel Obtusum, vel omnino Rectilineum, vel Mixtum dicimus: & Ratione, cum duplum huius, & triplum dicimus, vel omnino maiorem, & minorem: & Magnitudine, ut cum tertiā partem Recti dicimus. Præsens autem Angulus Forma tantum datus est.

Propō 10,
Probl. 5.

Datam rectam Lineam finitam, bifariam secare.

Problema hoc quoque est, quod finitam quidem rectam Lineam supponit, siquidem ex utraque parte infinitam terminare non possumus. Infinitæ autem ex altera parte tantum, ubicunque Signū sumptum fuerit, in inæquales partes fit sectio, illa enim, quæ in eisdem partibus est, in quibus recta Linea infinita existit, reliqua finita existente necessario est maior. Reliquum igitur est ut ex utraque parte finita accipiat quæ bifariam secari debet. Fortasse autem quidam ab hoc

Pro-

blemate excitati arbitrentur quòd tanquam Suppositio apud Geometras hoc præacceptum est, Lineam non constare ex impartibilibus. si enim ex impartilibus constet, aut ex imparibus finita, còpletaque existit: aut ex paribus. At si ex imparibus, impartibile quoque secari videtur dum Recta bifariam secatur. quoniam altera ipsius pars cum ex pluribus impartilibus constet, reliqua maior erit. Fieri igitur non potest vt data recta Linea bifariam secetur, si Magnitudo ex impartilibus constat. Si autem nò ex impartilibus, in infinitum diuiditur. Videtur itaque (dicunt ipsi) hoc communi omnium consensu accipi, Geometricumque principium esse, Magnitudinem ex eorum esse numero, quæ in infinitum diuiduntur. Nos autem quod Geminus ait aduersus hæc dicemus, quòd diuisibile quidē Continuum esse iuxta communem notionem Geometræ præaccipiunt. hoc enim Continuum esse dicimus, quòd ex partibus coniunctis constat, omnino autem hoc diuidi etiam possibile est. quòd verò in infinitum quoque Continuum diuiditur, non præsumpsere, sed ex proprijs demonstrant principijs. cum enim ostendunt quòd incommensurabilitas in Magnitudinibus est, & non omnes ad inuicem còmmensurabiles sunt, quid aliud ipsos ostendere quispiam dicat, nisi quòd omnis Magnitudo in semper diuisibilia diuiditur, & nunquam in impartibile deueniemus, cum minimum communis mensura omnium Magnitudinum sit? Hoc igitur demonstrabile, illud verò, Pronuntiatum est, quòd scilicet omne Continuum, est diuisibile. Quapropter cum finita quoque Linea continua sit, diuisibilis est. Et ab hac notione finitam rectam Lineam Elementorum institutor in duas secat partes æquales, non autem tanquam præassumens quòd in infinitum diuisibilis est. non enim idem est, diuisibile aliquid esse, & in infinitum esse diuisibile. Redargueretur autem per hoc Problema Xenocratis etiam sermo insecabiles Lineas inferens. omnino enim si est Linea, aut Recta est, fierique potest vt bifariam ipsa secetur: aut Circularis, & est maior quadam Recta (omnis siquidem Circularis prorsus quandam Rectam minorem habet) aut Mista, atque eò magis hæc diuisibilis est, cum ex Simplicibus diuisibilibus constet. Verum enim uero hæc quidem ad aliam contemplationem differantur. Geometra autem rectam Lineam finitam bifariam secat, in Constructione quidem primo, ac nono vtens: in Demonstratione verò, quarto solo. per Angulos enim Bases æquales ostendit. Apollonius verò Pergeus datam rectam Lineam finitam bifariam secat hoc modo. Sit (inquit) recta Linea finita a b, quam bifariam secturi sumus, & Cē-

Solutio ex
Gemini sē
tentia.

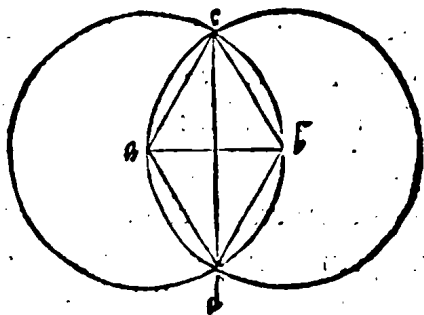
Vide Ari-
sto. in li-
bello de
Lineis in-
secabilibus.

Confutat
hic Xeno-
cratis opi-
nio de Li-
neis in-
secabi-
libus. vi-
detur Ari-
st. in libello
de Lineis
insecabili-
bus.

Apol'oniū
Pergei De-
monstratio

tro

tro quidem a , interuallo autem $a b$,
Circulus describatur. Rursusque Cē-
tro quidem b , interuallo verò $b a$,
alius Circulus designetur, & conne-
ctatur ad communes Circulorum se-
ctiones recta Linea $c d$. hæc bifariam
secat rectam Lineam $a b$. cōnectan-
tur enim $d a$, $d b$, & $c a$, $c b$, quæ equa-
les sunt. nam vtraque ipsi $a b$ equalis



Epilogus.

Melior est
Eucli. De
mō Demo-
stratione
Apollonii

est. Communis autem $c d$, & $d a$, ipsi $d b$ per eandem rationem
æqualis est. Angulus ergo $a c d$, Angulo $b c d$ equalis est. Quamob-
rem $a b$ (per quartum) bifariam dissecta est. Talis est secundum
etiam Apollonium præsentis Problematis Demonstratio, ab æqui-
lateralis quidem Triangulo & hæc sumpta: vice autem huius, Angu-
lum nēpe, qui ad c Signū est bifariā dissectū suscepisse, bifariam cum
esse dissectum per æqualitatem Basium ostendens. Multò igitur me-
lior Elementorum institutoris Demonstratio est, cum & simplicior
sit, & ex principijs scaturiat.

Propō 11.
Probl. 6.

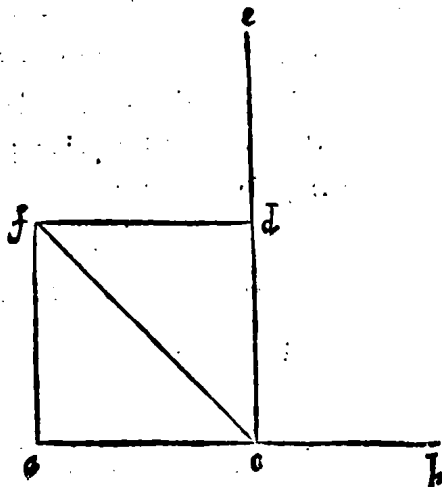


Com. 15.

Siue ex vtraque parte finitam, siue ex vtraque infinitam, siue ex alter-
ra quidem parte infinitam, ex altera verò finitam rectam Lineam ac-
cipiamus, & Signum in ipsa, præsentis Problematis Constructio cō-
modè Geometræ succedet. quauis enim in rectæ Lineæ extremita-
te datum Signum fuerit, rectam ipsam producentes, eadem faciemus.
Manifestum autem quòd Signum quidem in Præsentia Positione
datum est, cum in recta Linea Positione tantum iaceat. Recta Linea
verò, iuxta Formam data est. Magnitudo siquidem ipsius, vel Ratio,
vel Positio non fuit distincta. Elementorum itaque institutor primo
vltus Theoremate, atque Tertio, vnaque Petitionum, prima scilicet,
& octauo præter hæc Theoremate, decimaque Definitione, propo-
situm ostendit. Si autem quidā in rectæ Lineæ extremitate Signum
ponentes, nos Rectam minimè producentes, ab hoc rectam Lineam
ad Angulos rectos erigere rogarent, hoc quoque fieri posse ostende-
mus.

Casus pro-
blematis.

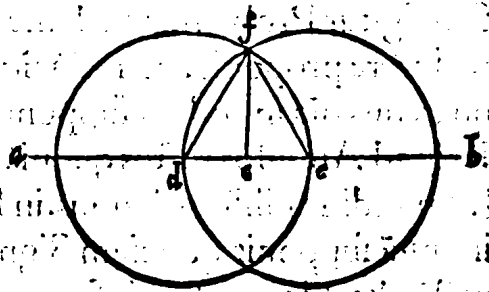
mus. Sit enim recta Linea ab , datumque in ea Signum a , & sumatur in recta Linea ab quodcunque Signum, sitque illud c , & ab hoc (quemadmodum Elementum nos docuit) ipsi ab , recta Linea ad Angulos rectos erigatur, sitque illa ce , & ab ipsa ce , ipsi ac æqualis abscindatur dc , & Angulus, qui ad Signum c bifariam secetur à Linea cf , & à Signo d , ipsi ec ad Angulos rectos excitata coincidat cum recta Linea fc in Signo f , & à Signo f , ad Signum a connectatur fa . Dico quod Angulus, qui



ad Signum a , rectus est. cum .n. dc , ipsi ca æqualis sit, communis autem cf , Angulosque æquales contineat. (Angulus .n. qui ad Signum c , bifariam sectus fuit) & d figitur, ipsi fa æqualis est, omniaque similiter omnibus (per quartum) æqualia sunt. Quapropter Angulus etiam, qui ad Signum a , Angulo, qui ad Signum d æqualis est. Rectus autem est qui ad Signum d , Rectus igitur est & qui ad Signum a . Quæsitum ergo ostensum est. Elementorum autem institutor hoc artificio nihil indiget. nam ad Angulos rectos Lineam excitare iussit, non autem ad vnum rectum. Operæpretium est igitur haud in rectæ Lineæ extremitate Signum fuscipere, ut quæ excitatur recta Linea ad subiectam rectam Lineam Angulos faciat, non autem vnum Angulum. Apollonius vero Lineam ad Angulos rectos excitat hoc modo.

Apollonii
Demô.

Sit .n. (inquit) data quidē recta Linea ab , datum verò in ea Signum c , sumatur autē in ipsa ac quodcunque Signum, sitque illud d , et ab ipsa cb , æqualis ipsi cd auferatur, quæ sit ce , & Centro quidē d , intervallo verò dc , Circulus describatur, rursusque Centro quidem e , intervallo autem cd , Circulus designetur, & ducatur recta Linea à Signo f , ad Signum c . Dico quod hæc est illa, quæ ad Angulos rectos excitata est. si .n. fd , & fe connexæ fuerint, æquales erunt. Acquales autem sunt & dc , ce , & communis fc . Quamobrem Anguli etiam, qui ad Signum c (per octavum) sunt æquales. Recti igitur sunt. Vides ne rursus quod ma



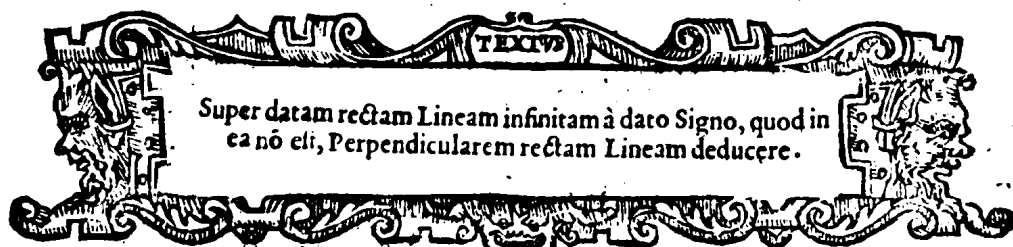
Comēdat
Euclidis
Demône.

X
gis

Dānat De
monē, quē
fit per Se-
micircu-
los.

gis varia hæc Demonstratio est ea, quæ est apud Elementorum institutorē, Circulorumquē descriptione indiguit, ut hinc super de recta Linea Triangulum æquilatrum designaret, propositumquē ostenderet: reliqua .n. omnia Demonstrationibus communia sunt. Demonstrationem autem, quæ per Semicirculum fit nec commemorare dignum est. multa siquidē præsupponit eorū, quæ posterius ostendenda sunt, ab Elementarisquē institutionis ordine omnino decidit.

Propō 12.
Probl. 7.



Cōm. 16.
Oenopi-
des prim⁹
fuit huius
Problematis
indagator.

Duplex p
pendicula
ris.

HOc Problema Oenopides primus indagavit, vtile ipsum ad Astrologiam existimans. Vocat autem Perpendicularem prisco more Gnomonem, quoniam Gnomō etiam Orizonti ad Angulos rectos est, eadem est autem Linea ad Angulos rectos cum Perpendiculari, habitudine tantum ab illa differens, cum Subiecto eadem sit, quemadmodū (inquit ipse) & Gnomon. Duplex aut rursus Perpendicularis est, alia quidē plana; alia verò, solida. & cum quidē Signū, à quo Perpendicularis recta Linea ducitur, in eodē Plano fuerit, plana Perpendicularis vocatur; cum verò Signū sublime, extraquē subiectum Planū fuerit, solida nuncupatur. Et plana quidē ad rectā Lineā ducitur: solida aut, ad Planū. Propterea necessariū ēt est illā non ad vnā rectā Lineā rectos Angulos facere, verū ad omnes, quæ in eodē Plano sunt rectas Lineas. ad Planū. n. Perpendicularis deducta fuit. In præsentī igitur Problemate Elementorū institutor planā Perpendicularē deducere proponit. ad rectā siquidē Lineā deductio proponitur, & quatenus oīa in eodem supponuntur Plano sermo procedit. In Linea itaq; ad Angulos rectos quoniā Signū in ipsa Recta suppositum fuit, Infinitudine nihil egebamus. in Perpendiculari aut, datā rectā Lineam infinitā supponit, quoniam Signū, à quo Perpendicularis ducetur extra rectā alicubi iacet. si. n. infinita nō esset, eatenus Signū accipere possemus, ut extra quidē datā rectā Lineā esset, in directū ipsi iacens, ita ut protracta recta Linea in ipso incidere, Problemaquē haud bene succederet. Idcirco infinitā posuit rectā Lineā, ut ad alterutrā tantū ipsius partē Signū accipiat, nusq; loco ipsi relicto, in quo datæ rectæ Lineæ in directū esse possit, nisi in illa, & nō extra illā ponēdū sit. Hac igitur
de

de causa recta Linea, ad quam Perpendicularis ducetur, infinita data fuit. Quomodo autem Infinitum subsistere potest, contemplatione dignum est. manifestum enim quod Recta infinita existente, Planum quoque infinitum erit, hæcque actu, si quod ab Euclide propositum fuit verum est. Quod itaque in sensilibus quidem nulla Magnitudo iuxta ullam distantiam infinita existit tum diuinus Aristoteles, tum qui ab ipso Philosophiam acceperunt, affatim ostendunt. neque enim quod Circulariter mouetur, neque vllum aliorum simplicium corporum infinitum esse potest. vniuscuiusque siquidem locus terminatus est. Veruntamen neque etiam in separatis, impartibilibusque Rationibus esse huiusmodi Infinitum possibile est. Si enim neque etiam Dimensio, neque Magnitudo in illis est, multò minus infinita Magnitudo esset. Reliquum igitur est Infinitum in Phantasia tantum subsistere, Phantasia Infinitum non intelligente. simul enim intelligit, Formamque, & Finem infert ei, quod intelligitur, & intellectione transitum phantasmatis sistit, percurritque ipsum, atque amplectitur. Non igitur intelligente Phantasia Infinitum est, sed potius in infinitum circa id, quod intelligitur progrediente, non autem intelligente: & quicquid innumerabile, intelligentiaque incomprehensibile relinquit, hoc infinitum dicente. quemadmodum enim Visus non videndo, tenebras cognoscit: ita Phantasia non intelligendo, Infinitum percipit. Producit itaque ipsum eò quod vim impartibilem habet, quæ assidue progredi potest: intelligit verò tanquam subsistens, quoniam Infinitum non intelligit. quod enim tanquam quod percurri non potest relinquit, hoc Infinitum dicit. Quamobrem cum datam infinitam Lineam in Phantasia posuissimus, quemadmodum sanè reliquas etiam omnes Geometricas species, nempe Triangula, Circulos, Angulos, Lineas, omniaque huiusmodi, non admirabimur quomodo actu infinita est Linea, seipsamque in infinitum progrediens finitis applicat intellectiōnibus. At Cogitatio, apud quam rationes, Demonstrationesque sunt, non ad scientiam Infinito vtitur, Infinitum siquidem omnino scientia perceptibile non est, sed ex suppositione ipsum accipiens, Finito solo ad Demonstrationē vtitur, & non Infiniti gratia, sed Finiti Infinitū assumit. quoniā si concesseris ipsi datū signū neque in directū finitę datę rectę Lineę iacere, neque sic ab ipsa distare, vt nulla eius pars Signo subiiciatur, nihil amplius Infinito indigebit. Vt igitur finita recta Linea Cogitatio vtens sine reprehensione, contrarięque ipsa vtatur, esse Infinitum supponit, quippe quæ Phantasia

Digressio

Aristo. 3.
phy. in c.
de infinito.Infinitum
in Phantasia
subsistit.Pulcherri-
mum exē-
plum.Phantasia
habet vim
impartibi-
lem. idem
in 2 libro
cóm. 1.

Finis Di-
gresssionisInstantiz
huius Pro-
blematis.

Respōsio.

tasæ Infinitudine generationis Infiniti tanquam fundamento utitur. De Infiniti itaque suppositione tot in præsentī sufficient. Post hæc autē veniamus ad Instantias, quæ aduersus huiusce Problematis Construc-

tionem feruntur. Suscipiatur .n. (dicunt) recta Linea infinita exi-

stente a b, Signoque dato, a quo

Perpendicularem ducere oport-

et c, in altera parte Signum d,

quæadmodum inquit Geome-

tra. verum Circulus, qui secat re-

ctam Lineam a b in Signis a b,

secet etiam ipsam in Signo f, si-

tumque subscriptum habeat.

Aduersus itaque hunc sermonē

dicemus quod impossibile dicit,

secetur .n. recta Linea a b bifa-

riam in Signo h, cōnectaturque

c h, & producaturs vsque ad Cir-

cunferentiam ad Signum d, connectanturque c a, c b, c f. Quoniam

itaq; ex Centro hæ sunt, & a h, ipsi h b equalis est, cōmunis verò c h,

omnia omnibus æqualia sunt. Ipsa igitur c h ad Signum h rectos effi-

cit Angulos. Rursus quoniam c a, c b æquales sunt, Angulos ad Si-

gna a b æquales faciunt. verum c a quoque, ipsi c f equalis est, quame-

obrem Angulus etiam c a f, Angulo c f a æqualis est. Similiter An-

gulus c b f, Angulo c f b. Quoniā igitur Anguli qui ad a, & b Signa,

æquales sunt, Angulus quoq; c f a, Angulo c f b æqualis est, suntque

deinceps, Recti igitur sunt. Est autem vterque etiam Angulorum,

qui sunt ad Signū h, rectus. Ipsa igitur c h, ipsi c f æqualis est. At c f

etiam æqualis est ipsi c d, ex Centro siquidem sunt. & c h igitur, ipsi

c d equalis est, quod fieri nō potest.

Nō secat igitur Circulus in alio Si-

gno rectam Lineam a b. Siquis autē

dicat quod qui describitur Circulus

ipsam a b in Signo f bifariam secat,

rursus idē impossibile ostēdemus.

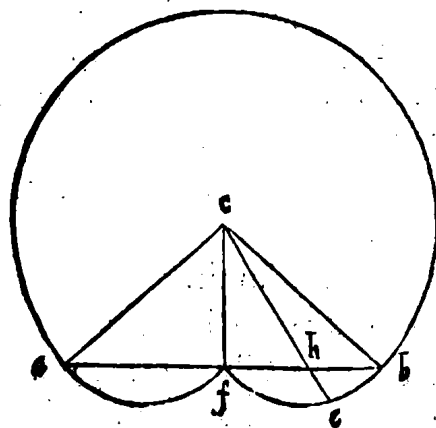
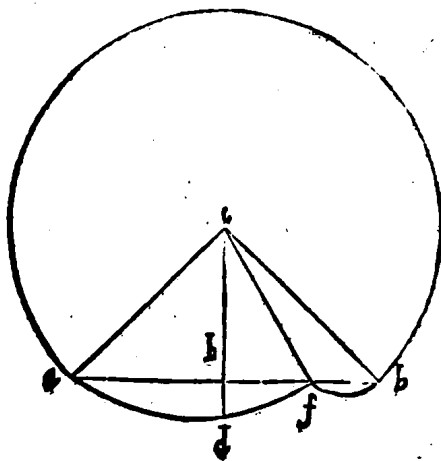
Describantur .n. omnia vt prius, &

recta Linea f b bifariam secetur in

Signo h. Quoniam igitur a f, f b æ-

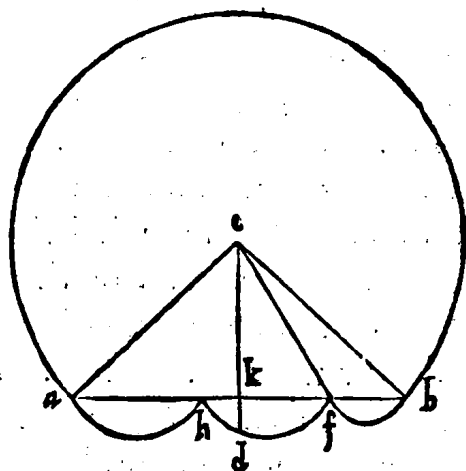
quales sunt, cōmunis autē c f, Ba-

sisque c a, Basi c b æqualis, omnia

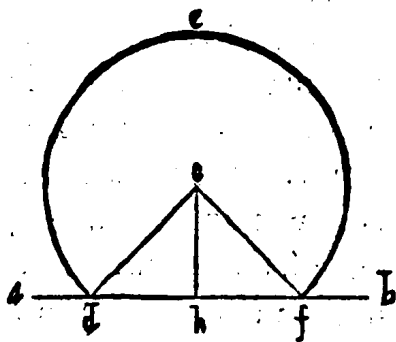


omni-

omnibus æqualia sunt. Quapropter Anguli, qui ad Signum f , recti sunt. Rursus quoniam æqualis est fh , ipsi hb , cōmunisque ch cōnecta, & Basis cf æqualis Basi cb , ex Centro. n. sunt, Anguli igitur, qui ad Signum h , recti sunt. æquales. n. deincepsque sunt. Quoniā igitur uterque Angulorum cfh , chf rectus est, æqualis est cf , ipsi ch . Verūm cf , ipsi c æqualis est, ex Centro enim sunt, & ch igitur, ipsi c inequalis non est, quod fieri minimè potest. Reliquum autem est Terriam Instantiam percurrere. Secet. n. (inquiunt) qui describitur Circulus rectam Lineam in Signis a, b , & in Signis f, h . Nos itaq; secantes rectam Lineam ab bifariam in Signo k , & cōnectentes Lineas ca, cf, ck, cb id, quod fieri nō potest ostēdemus. cum enim ak, kb æquales sint, & communis ck , Basesque ca, cb æquales, & Anguli igitur, qui ad ab Signa, æquales sunt, qui autem ad Signū k , recti. Verūm utraq; ipsi cf æqualis est. & Anguli igitur, qui ad Signum f , recti sunt. æquales sunt. n. deinceps existentes. ipsa igitur cf æqualis est ipsi ck . rectos. n. Angulos subtendunt. At cf æqualis est ipsi cd , ex Centro siquidem sunt, cd ergo, ipsi ck æqualis est, quod est impossibile. Fieri igitur non potest ut in vno Signo, vel in duobus, vei ī pluribus alijs præter Signa a, b Circulus, qui describitur rectam Lineam ab secet. Instantiæ itaque hæc sunt. Sunt autem & Casus Constructionis huiusce Problematis, qui ab Instātijs sunt distinguendi. non. n. idem est Instantia, & Casus, sed hic quidem aliter idem ostendit: illa uerò, instantem ad incommodum ducit. Alij autem expositores hæc ab inuicem non distinguentes, omnia in idem afferunt, incertumque est vtrum Casus nobis, an Instantias scribere enūtient. Nos igitur hæc distinguentes, seorsum post Instantias Casus describere colligimus. Sit igitur recta Linea Infinita ab datum autē Signū c . Dicit itaque aliquis quod nō est amplius locus in altera rectæ Lineę parte, sed in illa tantum vbi Signum c



Quo differat Casus ab Instātia. & quo vide ēt superius cō. primo huius libri.

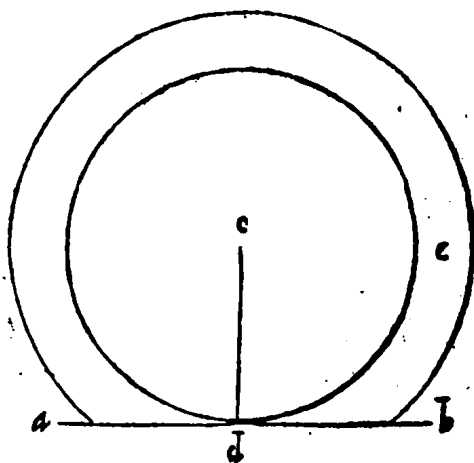


Casus huius Problematis.

iacet

iacet. Sumētes igitur in ipsa a b recta Linea Signum d, Centro quidem c, & interuallo c d, Circuli Circunferētiā describemus d e f, secantesquē ipsam d f bifariam in Signo h, cōnectemus Lineas c d, c h, c f. Quoniam igitur d h, ipsi h f æqualis est, cōmunis autem c h, & c d ipsi c f æqualis est (ex Cētro. n. sunt.) Anguli igitur, qui ad Signum h sibi inuicē æquales sunt deinceps existētes. Recti igitur sunt. Perpendicularis ergo est c h ad ipsam d f.

Quin etiam si quis dicat Circulum, qui describitur rectam Lineam a b, non secare, sed tangere ut Circulum d e, suscipientes exterius Signum e, Centro quidem c, interuallo verò c e vtentes, quemadmodum in iam dicto Quæsitum habebimus. Totidem etiam de Problematis casibus exercitationis audientium gratia dicta sint. Si



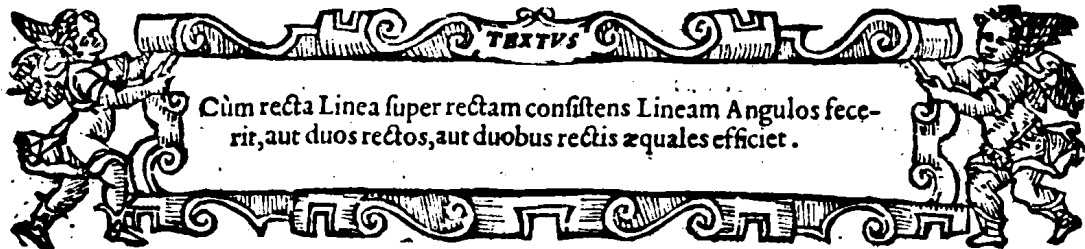
Digressio libet autem contemplationem

quoque hisce duobus problematibus adijcere, videtur quidem recta Linea, quæ ad Angulos rectos erigitur, vitam ab Inferioribus in altum tendentem, purequē, atque incontaminatē ascendentem, ad deterioraquē inflexibilem manentem imitari: Perpendicularis verò, vitæ quidem per ipsam Perpendicularem descendens, Infinitudinequē iuxta generationem minimè repletæ imago esse. Rectus enim Angulus inflexibilis, Aequalitatequē, Terminò, atque Fine coarctatæ actionis est Nota. Vnde sanè Timæus quoque alterum Circulum sensilium Rationes habentem, in Anima diuina rectum appellauit in nostris enim Animis omnis generis flexionibus flectitur, variasquē contorsiones, perturbationesque à generatione patitur: in Totis autem immaculatus, incontaminatusque, firmusque, atque indecliuus ante sensilia situs est. Si autem recta quoque infinita Linea Nota est totius generationis, quæ infinitè, indeterminatequē mouetur, nec non ipsius Materiæ, quæ nullum Terminum, nullamquē est Formam sortita: Signum autem extra iacens, impartibilis essentiæ à materialibusque separatæ imaginem affert, proculdubio quæ etiam deducitur Perpendicularis eam imitabitur vitam, quæ ab Vno, impartibilique ad generationem incontaminatè progreditur. Si verò non aliter etiam Perpendicularis esse ostenditur nisi à Circulis, hoc quoque inflexibilitatis,

Vnum hic
pro Deo.

litatis, quæ vitis per Mentem inest, Signum erit. nam vita quidem ipsa per se ipsam cum tanquam motus sit, indeterminata est; terminatur autem, & pura, immaculataque potentia repletur Mente participantis, † vnaque cum Mente progrediens.

† Mentiq;
adherēs.



Cum recta Linea super rectam consistens Lineam Angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit.

Propo 13.
Theor. 6.

AD Theoremata rursus transiit ea consequens, quæ per Problemata ostensa sunt. Quum enim ad rectam Lineam Perpendicularis, & ad Angulos rectos recta Linea ducta fuisset, reliquum erat quærere, si Perpendicularis non esset, quales Angulos, & quomodo se se habentes ad rectam Lineam efficiet quæ in ipsa consistit. Hoc igitur vniuersaliter ostendit quod omnis recta Linea super quadam recta Linea consistens, & faciens Angulos, aut duos efficit rectos, si status ipsius indeclinis, firmus, nusquamque vergens fuerit: aut duobus rectis æquales, si altera quidem in parte declinauerit, altera verò plus à subiecta Linea distiterit. quantum enim ab vno Recto per declinationem in alteram partem aufert, tantum reliquo per distantiam addit. Oportet autem animaduertere quod in hac quoque Propositione diligentia Geometra curam adhibuit. non enim simpliciter dixit quod omnis recta Linea super rectam consistens Lineam, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficit, sed si Angulos fecerit. quid enim si in rectæ Lineæ extremitate consistens vnum efficit Angulum, accidit ne quandoque hunc duobus rectis æqualem esse? hoc certè fieri non potest. omnis siquidem rectilineus Angulus duobus rectis est minor, quemadmodum omnis solidus minor est quatuor rectis. Licet igitur eum, qui maximè Obtusus esse videtur accipias, hunc quoque augebis tanquam eum, qui duorum rectorum mensuram adhuc non recepit. Opus est itaque rectam Lineam sic consistere, vt Angulos faciat. Hoc ergo, quod dixi ad scientiæ genitricem diligentiam spectat. Quid autem sibi volens adiecit particulam [aut duos rectos, aut duobus rectis æquales]? etenim cum duos rectos fecerit, duobus rectis æquales efficit. recti siquidem sibi ipsis æquales sunt. An alterum quidem æqualium quoque Angulorum commune est, alterum verò equalium tantum proprium? Consueuimus autem cum quidem & proprium, & commune

Côm. 17.

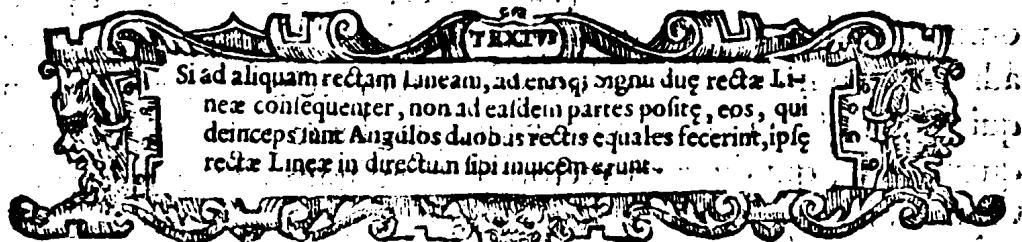
Dubitatio

Solutio.

Digressio
Idē superius in lib.
2. cō. 10.
& alijs in
locis.

mune verificatur, à proprio vnumquodque exprimere: cū verò illud non habemus, cōmuni contenti esse ad subiectarum rerum explanationem. Hoc igitur, Angulos, qui deinceps sunt, rectis æquales esse, rectorum etiam cōmune est, verū non solum de ipsis prædicatur: hoc verò, rectos esse, æqualitatis ipsorū peculiare existit. Solum igitur dictum hoc, duobus rectis æquales esse, inæquales significat. in his enim solum verificatur, in æqualibus verò, minimè. Et hoc Elementorum quoque institutor duobus rectis ex aduerso diuidit. cū. n. ipsum per se ipsum dicitur, inæquales vtroque Angulos significandi vim habet. Possumus autem per hæc quoque conspiciere quod æqualitas mensura, atque terminus inæqualitatis est. quanuis. n. Obtusi, Acutiqūe Anguli accretio, atque decretio indeterminata, infinitaqūe sit, à Recto tamē finē, terminumqūe suscipere dicitur, & vterque quidem seorsum à similitudine ad illū recedit: ambo verò iuxta vnicam vñionem ad illius terminum reducuntur. Quoniam autē ad Recti simplicitatem equiparari minimè possunt, ipso duplicato æqualitatem recipiunt, exemplum infinitatis ipsorum Binarius existens, cū per se infinitus sit. Et hoc manifestam progressionis primariarū causarum, iuxtaque vnum terminum eodem semper modo circa generationis infinitatem consistētium imaginem afferre videtur. nam quomodo aliter generatio, quæ ipso Magis & Minus participat, indefinitaqūe fertur intellectilibus congruit, quodāmodoqūe ipsis adæquatur, nisi per participationem dum secundis potentijs ipsa progrediuntur, seseqūe tantum multiplicant: quæ enim in sua simplicitate, impartibilitateqūe manent, omnino à generabilibus separata sunt. Tot à præsentī quoque Theoremate ad vniuersorum cognitionem assumenda sunt.

Propō 14.
Theor. 7.

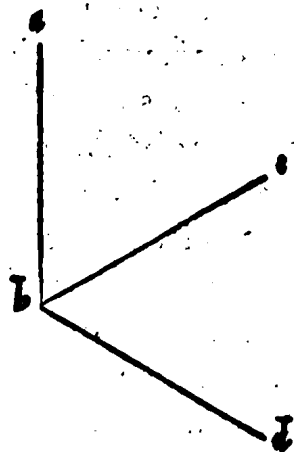


Cōm. 18. **P** Ræfens Theorema præstet Conuersum est. semper enim Conuersa Præcedentibus Theorematibus consequentia sunt. Cū itaqūe inud Rectam super Rectam constituisset, & Angulos, qui deinceps sunt aut duos rectos, aut duobus rectis æquales eam efficere ostendisset, hoc accipit quidē ad aliquam Rectam duos, qui efficiuntur Rectos, ostē-

ostendit autem quòd vna Recta est, quæ hos efficit ad iam dictā rectam Lineam. Quod igitur in illo datum fuit, in hoc quæritur, per Deductionemquæ ad impossibile ostenditur. hoc modo. n. Conuersa Theorematum ostendi debent, in Problematibus verò Præcipuas quoque Demonstrationes suscipere. Possumus autem in hoc quoque summam, eximiamquæ orationis scientiam gignentis diligentiam aspicere. nam primò quidem cum dixisset, si ad aliquam rectam Lineam, addit [ad eiusquæ Signum] quid .n. si duobus recte Lineæ Extremis existētibus, altera quidem ab altero, altera verò à reliquo ducta esset, duobusquæ rectis æquales ad rectam Lineam Angulos fecissent, potuissent ne propterea in directum esse? & quomodo quæ à diuersis rectæ Lineæ Signis eductæ sunt? Idcirco igitur hoc quoque adiecit [ad eiusquæ Signum] cum vtrasque in eodem Signo iacere velit. Secundò verò, quoniam fieri poterat vt quæ ducuntur rectæ Lineæ ad idem essent Signum, & non Consequenter (infinitas siquidem rectas Lineas ad vnum Signum accipere possumus) adiecit particulā [duæ rectæ Lineæ consequenter] Tertiò autem, quoniam hoc verbū [consequenter] cum ad easdem partes, tum vtrobiq; cōsideratur: Lineas autem quæ ad easdem partes consequenter sunt, in directum sibi inuicem esse impossibile, hoc quidem explicuit, nobis autem considerandi ansam præbuit, quòd rectæ Lineæ, quæ consequenter sunt, vtrobiq; positione sunt accipiendæ. hæc siquidem in directum etiam esse ostēdi poterunt. Sint ad rectam Lineam a b, ad eiusquæ Signum b, ad easdem partes duæ rectæ Lineæ b c, b d hæc itaq; consequenter quidem ad inuicem sunt. nulla enim alia recta Linea inter ipsas est. hæc autem deinceps sunt, inter quæ nullum est simile. etenim columnas hæc consequenter esse dicimus, inter quas nulla alia est columna. quanuis .n. Aer omnino medius sit, nil tamen eiusdem generis in medio est. Quoniam itaq; ad easdem partes iacēt, in directum minimè sunt, licet duos etiā Angulos faciant duobus rectis æquales, Angulos nempe, qui ad † Lineā a b sunt. nihil enim impedit Angulum quidem a b d vnum rectum, tertiamque recti partem in se continere: Angulum verò a b c duas reliquas Tercias esse.

Conuersa Theore--
mata per Deductio-
nē ad im-
possibile vt pluri-
mū debēt ostēdi, p-
blemata verò p p-
cipuā Dem-
onē, cuius causā
vide inferius in cō.
Propōnis
19.
Primò.
Secundò.

Tertiò.



Vide Defi-
nitionem
hæc apud
Proclū in
lib. de mo-
tu.

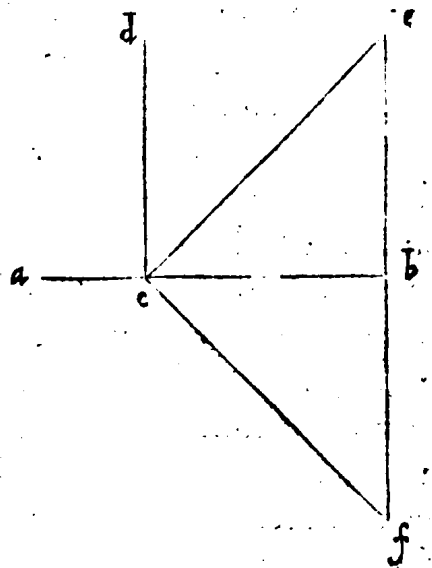
† Signum
b sunt.

Y se.

esse. tot de Propositione sufficiant. In Constructione autem vna Per-
titione utitur, secunda scilicet, quæ rectam Lineam in directum pro-
ducere petit, quemadmodum in Demonstratione præcedenti Theo-
remate, duobusque Pronuntiatis, eo scilicet, quod quæ eidem æqualia
ad inuicem quoque esse æqualia dicit: & eo, quod si ab æqualibus
æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia esse. Ad impossibilis au-
tem collectionem, Pronuntiato, quod ait Totum sua parte esse maius,
est enim & æquale vno communi Angulo ablato, quod fieri non
potest. Quod autem possibile est ad eandem rectam Lineam, ad
eiusque Signum duas rectas Lineas consequenter iacentes, ad easdem
tamen partes, Angulos, qui ad vnam illam rectam Lineam sunt, duo-
bus rectis æquales efficere, ostendemus sic, quemadmodum & Porphy-

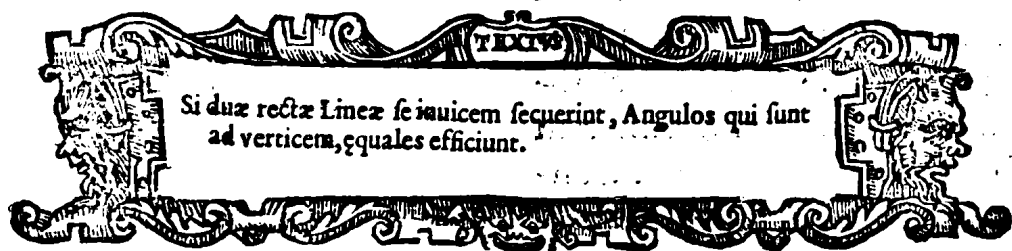
Porphyrii
Demō.

rius. Sit quædam recta Linea ab , &
quodcunque in ipsa Signum c , & ipsi
 a b exicitetur ad Angulos rectos re-
cta Linea cd , seceturque bifariam An-
gulus dc b per Lineam ce , & a Si-
gno c ad Lineam ab ducatur perpē-
dicularis eb , & producaturs ipsa eb ,
ponaturque ipsi e b æqualis bf , &
connectatur cf . Quoniam itaque e b ,
ipsi b f æqualis est, communis autem
est b c , æqualesque continent Angu-
los (recti enim sunt) Basis igitur
 ec , Basis cf æqualis est. & omnia igitur
omnibus æqualia sunt. Angu-
lus ergo ecb , Angulo $fc b$ æqualis



est. Angulus autem ecb recti dimidium est. rectus siquidem $dc b$
bifariam sectus fuit per Lineam ce . dimidium ergo recti est & An-
gulus $fc b$. Vnus igitur rectus, rectique dimidium est Angulus $d c f$.
Est autem & Angulus $d c e$ dimidium recti, ad rectam igitur Lineam
 cd , ad eiusque Signum c , duæ rectæ Lineæ consequenter posite sunt,
ad easdem partes, ipsæ nempe ce , & cf Angulos duobus rectis æqua-
les facientes, dimidium quidem recti ipsa ce , vnū verò & dimidium
ipsa cf . Ne igitur ea, quæ fieri non possunt queramus, quonam pacto
scilicet ce , cf rectæ Lineæ Angulos, qui sunt ad rectam Lineam cd
duobus rectis æquales facientes, sibi inuicem in directum sunt, adiecit
Geometra particulam [non ad easdem partes] Oportet ergo ad
vtrasque rectæ Lineæ partes iacere rectas Lineas, quæ Angulos duo-
bus

bus rectis æquales ad ipsam faciunt, ab vno quidem Signo excitatæ, ductæ verò altera quidem ad hæc, altera autem ad illas rectæ Lineæ partes.



Si duæ rectæ Lineæ se inuicem sequerint, Angulos qui sunt ad verticem, æquales efficiunt.

Propo 15.
Theor. 8.

Angulos, qui deinceps sunt ab Angulis, qui sunt ad verticem differre dicimus. nam horum quidem ortus, duarum rectarum Linearum sectione fit: illorum verò, altera tantum ab altera dissecta. Si enim recta Linea ipsa quidē infecta manēs, illam verò suo Extremo secās, duos Angulos fecerit, hos Deinceps Angulos vocamus. Si autē duæ rectæ Lineæ se inuicem secuerint, ad verticem Anguli efficiuntur. Sic autem vocantur, quoniam vertices in eodem Signo coniunctos habent. Vertices autē ipsorum sunt Signa, ad quæ Plana dum contrahuntur, Angulos efficiunt. Hoc itaq; Theorema ostendit, quòd duabus rectis Lineis se inuicem secantibus, Anguli ad verticem æquales sunt. inuentum quidē (vt ait Eudemus) à Thalete primo: existimatum verò Demonstratione scientiam gignente dignum ab Elementorum institutore. Ostenditur autem non ex omnibus capitibus. nā Constructio quidem in præsentia deficit: Demonstratio verò, quam omnino necessarium est inesse, à tertio decimo Theoremate dependet. Vtitur autem duobus etiam Pronuntiatis, quorum vnum quidē est, Quæ eidem æqualia, & inter se sunt æqualia: alterum verò, Si ab æqualibus æqualia ablata fuerint, reliqua æqualia sunt. Verum enimvero Euclidis Theorema manifestum est. Conuertitur autem huic Theoremati aliud tale. Si ad aliquam rectam Lineam, ad eiusquæ Signum duæ rectæ Lineæ non ad easdem partes sumptæ, Angulos ad verticem æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Sit enim quædam recta Linea ab , & quodecunq; in ipsa Signum c , & ad Signum c duæ rectæ Lineæ cd , ce non ad easdē partes sumantur facientes Angulos acd , bce æquales. Dico quòd in directum sunt ipsæ cd , ce . Cum enim recta Linea cd super rectam Lineam ab infederit, duobus rectis æquales efficit, Angulos nempe dca , dcb . Verum Angulus dca , Angulo bce æqualis est. Anguli igitur dcb , bce duobus rectis æquales sunt.

Cōm. 19.

Anguli deinceps qui sint.

Anguli ad verticem qui sint.

Thales fuit primus huius Theorematis inuentor referēte Eudemus. Euclides verò primus hoc demonstrauit.

Conuersū huius Theorematis.

Demō Cōuersi præsentis Theorematis.

Y 2 Quo-

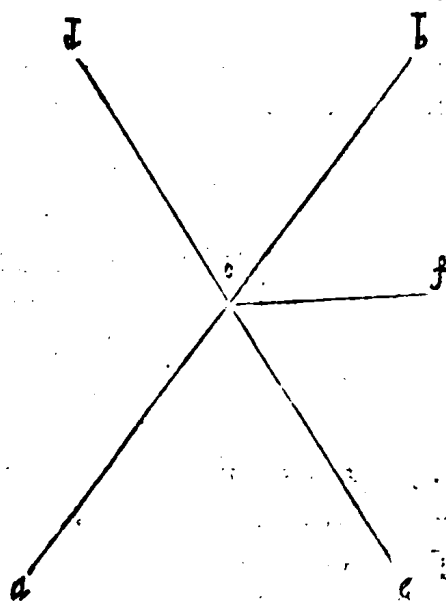
Quoniam itaq; ad quandam rectam Lineam bc , ad eiusque Signum c duæ rectæ Lineæ consequenter cd , ce non ad easdem partes positæ Angulos Deinceps duobus rectis æquales efficiunt, in directum sibi inuicem sunt rectæ Lineæ cd , ce . Conuersum igitur præsentī Theoremati ostensum est. Videtur autē Geometra hoc prætermisisse, quoniam facile est iuxta eādem viam per Deductionem ad impossibile hoc quoq; ostendere, iuxta quam quartum decimum

Cur Euclides hoc prætermiserit

Alia eiusdem ostensio indirecta.

Documentum.

ostendimus. iisdem .n. suppositis, dico quòd recta Linea cd , rectæ Lineæ ce in directum est. si .n. non est, sumatur ipsi cd in directum recta Linea cf . Quoniam itaq; duæ rectæ Lineæ se inuicē secant ab , & df , Angulos ad verticē æquales efficiunt. Anguli igitur acd , bce æquales sunt. Erant autem acd , bce quoq; Anguli æquales. Angulus ergo bce , Angulo bce æqualis est, maior minori, quod fieri non potest. Nulla igitur alia recta Linea præter ipsam cd , ipsi ce in directum erit. Ipsæ ergo cd , ce rectæ Lineæ in directum ad inuicē sunt, Angulis ad verticem æqualibus suppositis. Cū itaq; eadem sit Demonstratio, quæ in quarto decimo quoq; Theoremate præassumpta fuit, quomodo superuacaneum non esset hanc afferre Cōuersionem? Exercitationis autem gratia, tum per Deductionem ad impossibile, tum per viam ostendentem nos ipsum probauimus. Videtur autem hoc quintum decimum Theorema partiū similitudini rectarum Linearum, in extremitatibusque situi confidere. quoniam sic se habentes Lineas, & se inuicem secantes, similes ad se inuicem vtrinque inclinationes, ad ipsasque habere necesse est. Circunferentiæ siquidē, omninoque non rectæ Lineæ se inuicem secantes, Angulos ad verticem haud necessariò æquales faciunt, sed interdum quidem æquales, interdum verò inæquales. si .n. duo æquales Circuli per Centra se inuicem secuerint, aut etiam non per Centra, Lunulares Angulos ad verticē existentes, æquales efficiunt: verū non etiā reliquos, vtrinque cauum scilicet, atq; vtrinque conuexum, sed alterum maiorem. In rectis autem Lineis Situs in extremitatibus æqualem alterius segmenti



torum ad alterius segmenta distantiam efficit.



Corollarium.

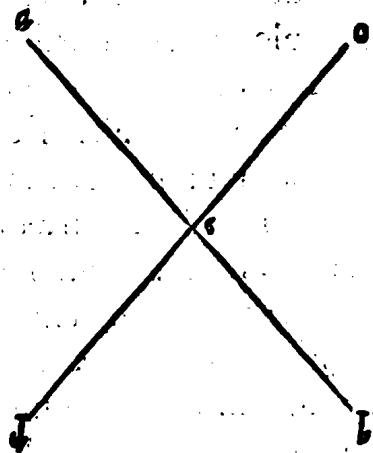
V Num quid Geometricorum nominum Corollarium est. hoc autem duplex quidpiam significat. . vocant .n. Corollaria quæcunque etiam Theoremata vnâ cum aliorum Demonstrationibus probantur, veluti Lucra inexpectata, atq; emolumēta quærentium existentia: & quæcunq; queruntur quidem, inuentione autem indigēt, & neq; generationis solæ causa quærentur, neq; simplicis contēplationis. . nam quod quidē Aequicrurium qui ad Basim sunt Anguli æquales sunt, contēplari oportet, existentiumq; rerum huiusmodi cognitio est. Angulum autē bifariam secare, vel Triangulum constituere, vel rectam Lineam æqualem abscindere, vel ponere, hæc omnia vt aliquid fiat postulant. Dati verò Circuli Centrum reperire, vel duabus Magnitudinibus commensurabilibus datis, maximam ipsarum communem mensuram inuenire, vel quæcunq; id genus alia, quodammodo inter Problemata, atq; Theoremata sunt. neq; .n. Quæditorum ortus in his, neq; sola contemplatio, sed inuentio est. . opus est siquidem Quæsitum in conspectu, & præ oculis ponere. talia igitur sunt quæcunq; etiam Corollaria Euclides scripsit, quippe qui libros Corollariorum construxit. verum de huiusmodi quidem Corollaris dicere prætermittatur. Quæ autem in Elementari institutione sunt Corollaria, simul quidē cum aliorum Demonstrationibus apparēt, ipsa verò non præcipue quærentur, veluti id, quod in præsentia proponitur. nā quærebatur quidē si duabus rectis Lineis se inuicē secantibus, Anguli ad verticē æquales sunt. Dum autē hoc ostendebatur simul etiam demonstratū est, quod quatuor qui sūt Anguli quatuor sunt rectis æquales. Cum .n. dicebamus sint duæ rectę Lineę a b, c d se inuicē in Signo e secantes. quoniā igitur ipsa a e super ipsam c d sterit, Deiceps,

Cōm. 20.

Duplex Corollarium. idem in cōm. 1. huius lib.

Primum tertii. Tertium decimi.

Euclides libros Corollariorū construxit.



An-

Definitio
Corollari-
um.

Vide Var-
ronem in
lib. de lin-
gua latina

Corolla-
riorū Di-
uīſio.
Primò.

Secundò.

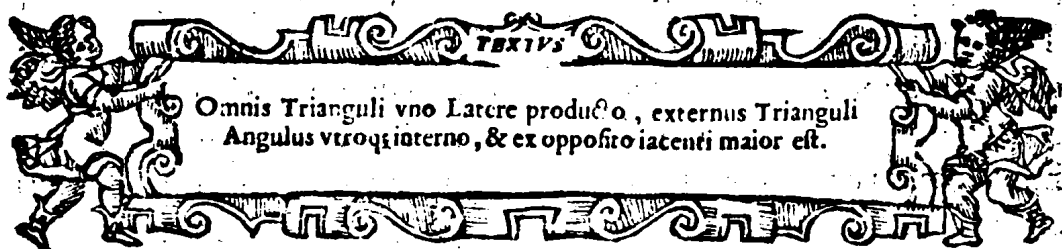
Tertiò.

Documen-
tum.

Admirabi-
le Pytha-
goricum
Theore-
ma.

Angulos duobus rectis æquales efficit. & rursus quoniam ipsa $b c$ super ipsam $c d$ ſterit, facit Angulos Deinceps duobus rectis æquales, tunc vnà cum Quæſito demonſtrabamus, quòd Anguli, qui ſunt circa e Signum, quatuor rectis æquales ſunt. Corollarium igitur eſt Theorema, quòd ex alius Problematis, vel Theorematis Demonſtratione ex improuiſo emergit. nam veluti caſu quodam in Corollaria incidere videmur. nec proponentibus enim nobis, neq; etiam quærentibus obuiam ſe ſe offerunt. Vnde hæc quoq; lucris aſſimilauimus. & fortasſe Mathematicarum rerum periti hoc ipsis impoſuere nomen, oſtendentes Vulgo, quippe quòd apparenti gaudet lucro, quòd vtiq; vera Dei munera, veraq; lucra hæc ſunt, non aut quæ illi videntur. hæc ſiquidem facultas illa, quæ in nobis eſt producit, feraxq; ſciētiae viſ præcipuis quæſitis adiicit, copioſas Theorematū opes manifeſtans. Corollariorum igitur proprietatem talem eſſe dicendum. Diuidēda autem ipſa ſunt, primò quidem iuxta ſciētias. Corollariorum .n. alia quidē Geometrica ſunt, alia verò Arithmetica. nam præſens quidē Corollarium, Geometricum eſt: quòd autem in fine ſecūdi Theorematis ſeptimi libri Arithmetiſcorum Elementorum adiicitur, Arithmeticum. Deinde verò iuxta principalia Quæſita. nam alia quidem Problematis conſequētia ſunt, alia verò Theorematibus. hoc .n. Theorematis eſt: quòd verò in ſecundo ſeptimi libri eſt poſitum, Problematis. Tertiò autē rursus iuxta oſtēſiones. nam alia quidē vnà cum vijs oſtēdentibus, alia verò vnà cum Deductionibus ad impoſſibile oſtenduntur. præſens .n. directā oſtēſione: quòd autem in primo tertij Elementorum ſimul oſtenſum fuit, vnà cum Deductione ad impoſſibile apparuit. Verumtamen multis etiā alijs modis Corollaria diuidi poſſunt, nobis autem in præſenti hæc quoq; ſufficiēt. Præſens aut Corollarium, de quo ſermonem habemus, nos docēs, quòd locus, qui circa Signum vnus eſt in quatuor rectis æquales Angulos diſtribuitur, illi etiā admirabili Theoremati anſam præbuit, quòd Tria hæc ſolā Multiangula rotum, qui circa Signū vnus eſt locus replere poſſe oſtendit, æquilaterum nempe Triangulum, & Quadrangulum, & Sexangulum illud, quòd eſt æquilaterum, atq; æquiangulum. Verū æquilaterum quidem Triangulum ſexies aſſumptum. ſex ſiquidem binæ Tertiæ, quatuor Rectos efficiunt. Sexangulum autem, ter factum. quilibet .n. Sexangularis Angulus vni Recto, tertiæq; eius parti æqualis eſt. Quadrangulum verò, quater. nam vnus quiſq; Quadrangularis Angulus, rectus eſt. Sex igitur æquilatera Triangula iuxta Angulos coniuncta, quatuor Rectos complēt,

plent, nec non tria Sexangula, & quatuor Quadrangula. Quoduis autem cæterorum Multiangulorum quomodocumq; iuxta Angulos compositum fuerit, aut à quatuor Rectis deficit, aut quatuor Rectos excedit. Sola verò hæc iuxta dictos numeros Rectis quatuor adæquantur. & est Pythagoricum hoc Theorema. Per hoc autem Corollarium si etiam plures duabus rectæ Lineæ in vno Signo se inuicem secuerint, vt puta tres, vel quatuor, vel quocumq;, omnes qui sunt Anguli quatuor Rectis æquales ostenduntur. quatuor enim rectorum Angulorum locum sibi vendicant. Manifestum est autem, quòd Anguli semper rectarum Linearum dupli numero fient. & sic duabus quidem rectis Lineis se inuicem secantibus quatuor erunt Anguli æquales quatuor Rectis: tribus autem, Anguli sex: quatuor verò, octo, similiterq; in infinitum. semper enim rectarum quidē Linearum multitudo duplicatur: Anguli autem iuxta quidem Multitudinem crescunt, iuxta verò Magnitudinem diminuuntur. quoniam idē semper est id, quod diuiditur, quatuor nempe Recti.



Propō 16.
Theor. 9

Q Vi hanc Propositionē cum defectu pronuntiarunt sine hac particula [vno Latere producto] fortasse quidem cum multis alijs, tum precipue Philippo (vt inquit Mechanicus Heron) obrectandi an-
fam præbuere. non enim omnino quatenus Triangulum est, exter-
num etiam Angulum habet. Quicumq; autem hanc è medio tollere
callumniam voluerunt, cum proposita additione Geometræ familia-
ri existente hanc tradidere. etenim in quinto Theoremate Angulos
sub Aequicrurium Basi existētes, æquales ostendere volēns addidit,
quòd & productis æqualibus rectis Lineis, qui sub Basi sunt Anguli,
æquales sunt. Et si igitur apud alios non integra, imperfectaq; fuit,
apud tamen Elementorum institutorē perfectā, integrāq; fuit per-
scripta. Quid itaq; Propositio inquit? quòd omnis Trianguli si
vnum quodpiam ex Lateribus produxeris, Angulū qui extra ipsum
constituitur, vtroq; interno, & ex opposito iacenti maiorem reperies.
nam ambobus quidem simul æqualis paulò post ostendetur, vtroq;
autem maior ex hoc ostenditur. & necessario ad eos, qui ex opposito
sunt

Cōm. 21.

Philippi
Mathema-
tici ob-
rectatio refe-
rente He-
rone.

In 22. P-
positione.

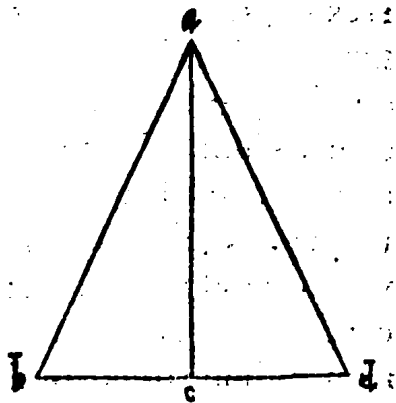
sunt ipsum comparauit. non autem ad eum, qui est deinceps. nam ipsi quidem & æqualis, & minor esse potest: illorum autem, utroque omnino est maior. Si enim Triangulum hoc, rectangulum fuerit, vnumquæ ex Lateribus rectum Angulum comprehendentibus produci excogitaueris, externus ei, qui deinceps est, æqualis erit. Si verò Obtusangulū fuerit, fieri poterit ut internus externo maior sit. Idcirco igitur haud reliquo deinceps sibi proximo ipsum cōparauit, sed sibi oppositis. Angulorum enim intra Triangulum existentium vnus quidem deinceps ipsi finitimus est, duo verò ex opposito. Horum igitur utroq; internus maior est, nō autem eo, qui deinceps sibi adhæ-

Quorūda
opinio.

Eorū fun-
damentū.
In 32. p-
positione.

ret. Quidam autem duo hæc Theoremata præsens scilicet, atque se-
quens coniungentes, Propositionem hoc modo proferunt. Omnis
Trianguli vno Latere productō, externus Trianguli Angulus utroq;
interno, ex oppositoquæ iacenti maior est: & duo quilibet internorū
Angulorum, duobus rectis minores sunt. Habent autem connexio-
nis horum Theorematum occasionem, quoniam ipse etiam Geome-
tra paulò pōst in æqualibus Angulis hoc modo fecit, dicens. Omnis
Trianguli vno ex Lateribus productō externus Angulus duobus in-
ternis, ex oppositoquæ existentibus est æqualis: & Trianguli tres in-
terni Anguli duobus sunt rectis æquales. Hic quoq; igitur in simili-
bus Quæsitā contexere, Propositionēquæ compositam efficere æquū
esse censent. & est manifestū, quod id quidē, quod demonstrandum
proponitur, Compositum erit: Datum verò si quidem cum iam di-
cta additione prolatum fuerit, ipsum quoq; erit Compositum (duo si
quidem oportet intelligere, subiectum scilicet Triangulum, vnūquæ
Latus productum) si verò sine hac, potentia quidem Compositum
erit, actu autem Simplex. Omnino siquidem hoc etiam tanquam
Datum simul accipiedum est. dum enim Angulum externum sup-
ponimus, Latus tanquam productum præsupposuimus. Hæc de his. Assume-
mus aut ex præsentī Theoremate, qd fieri non potest ut ab eodē Signo ad ean-
dem rectam Lineam tres æquales rectæ Lineæ incidant. Sint .n. ab vno Signo
tres rectæ Lineæ æquales a b, a c, a d ad rectam Lineam b d ductæ. Quoniam
itaq; a b, ipsi a c æqualis est, qui ad Basim sunt Anguli, æquales sunt. Angu-
lus igitur a b c æqualis est Angulo a c b,

Documen-
tum.
Corolla-
rium tanq;
sumptio.

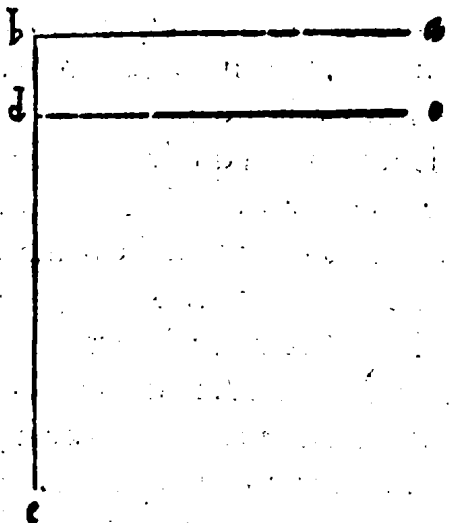


Rursus

Rursus quoniam equalis est $a b$, ipsi $a d$, Angulus $a b d$, Angulo $a d b$ æqualis est. Erat autem Angulo $a b c$, Angulus $a c b$ æqualis. Angulus ergo $a c b$, Angulo $a d b$ æqualis est, externus interno, & ex opposito iacenti, quod fieri non potest. Ab eodem igitur Signo ad eandem rectam Lineam tres rectę Lineę æquales minimè ducentur. Per hoc autem Theorema illud quoque demonstrabimus, quòd si in duas rectas Lineas recta Linea incidens externum Angulum interno, & ex opposito existenti æqualem fecerit, rectę illę Lineę Triangulum minimè facient, neque coincident, quoniam idē & maior, & æqualis erit, quod est impossibile. Exē-

Aliud Corollarium

pli gratia, sint $a b, c d$ rectę Lineę, in ipsasque recta Linea $e b$ incidens Angulos $a b d, c d e$ æquales faciat, non coincident porro rectę Lineę $a b, c d$. si enim coinciderint Angulis æqualibus manentibus, erit Angulus $c d e$ æqualis Angulo $a b d$. & cū externus sit, interno, ex oppositoque iacenti maior erit. necesse igitur est si coincidunt, non amplius Angulos æquales manere, sed omnino illū, qui est ad Signum d augeri. siue enim $a b$ immobili manente, $c d$



ad ipsam moueri excogitaues ut coincident, maiorem efficies distā-
tiam in Angulo $c d e$. nam quantò magis $c d$ accedit ad ipsam $a b$, tã-
tò magis ab ipsa $d e$ recedit. siue etiam manente ipsa $c d$, excogitaues
 $a b$ ad ipsam moueri, Angulum $a b d$, minorem efficies. simul .n.
ad ipsam $c d$ fertur, & ad ipsam $b d$. siue etiam vtrasque ad se inuicem
moueri feceris, ipsam quidē $a b$ ad ipsam $c d$ tendentē, Angulumque
 $a b e$, contrahentem: ipsam verò $c d$ ab ipsa $d e$ recedentem propter
motum ad Lineam $a b$, Angulumque $c d e$ crescentem reperies. Ne-
cessariò igitur si Triangulum fuerit, & rectę Lineę $a b, c d$ coincide-
rint, Angulus quoque externus Angulo interno, & ex opposito iacē-
ti maior erit. aut .n. interno manente externus augetur, aut externo
manente internus minuitur, aut & internus contrahitur, & externus
magis distrahitur. Horum autem causa est rectarum Linearum mo-
tus, † altera quidem ad eas partes, vbi internum diminuit Angulū,
altera verò ad eas, vbi externum auget tendente. Ex hocque tibi cō-

† Altera quidē ad eas partes in quibus internū facit Angulū redēte: altera verò ab iis partibus, i quibus externū facit Angulū sese mouente.

Z siderā-

siderandum est, quomodo rerum ortus veras Quæstionum causas ante conspectum nobis afferunt.

Propo 17
Theo. 10.

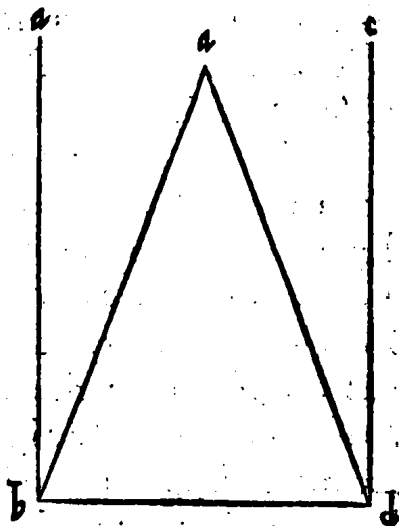
Omnis Trianguli duo Anguli duobus rectis sunt minores, omnifariam sumpti.

Cóm. 11.

In Propo
sitione 32

Documē-
tum.

Nunc quidem indeterminatè ostenditur, quòd Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores, in sequentibus autem determinabitur etiam quantò minores, quòd scilicet reliquo Trianguli Angulo. tres. n. ipsius Anguli duobus Rectis æquales sunt. Quapropter duo reliquo Trianguli Angulo, duobus sunt Rectis minores. Et Elementorum quidem institutoris Demonstratio manifestam habet viam. præcedenti siquidem vitur Theoremate. Operæpretium est autem (quemadmodum in præcedenti) Triangulorum ortum inspicientem præsentis Symptomatis causam reperire. Sint igitur $a b$ rursus, & $c d$ rectæ Lineæ, ipsi $b d$ ad Angulos rectos. si itaque Triangulū futurum est, rectas Lineas $a b$, $c d$ ad se inuicem annuere oportet. ipsarum autem nutus internos diminuit Angulos, quamobrem duobus Rectis minores fiunt. Recti. n. sunt ante nutum. Consimiliter autem si etiam in Latere $a b$, rectas Lineas ad Angulos rectos stantes intellexerimus, eadem euenient iuxta rectarum Linearū nutū: & Anguli, qui sunt ad Signa a , b , erunt duobus Rectis minores. & in reliquo Latere eodem modo. Hoc ergo causa est, non autem externum Angulum utroque interno, ex oppositoque iacenti maiorem esse. nam productum quidē esse Latus, necessarium non est, neque aliquem extra constitutum esse Angulum. duos verò quoslibet internorum Angulorum duobus Rectis minores esse, necessarium est. Quomodo autem quod necessarium non est, necessarij causa erit? nullo certè modo. Verum (quod iam dixi) causa quidem est id, quod dictum fuit, rectarum inquam Linearum

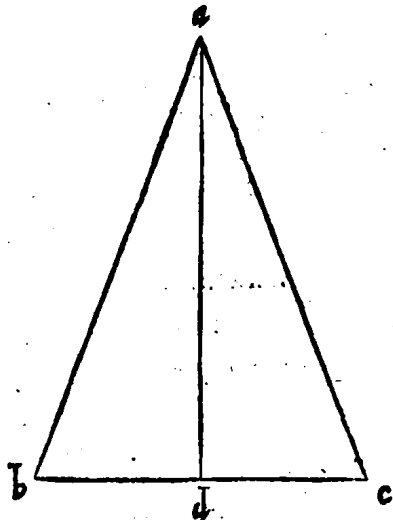


rum

rum ad Basim rectos Angulos diminuentium nutus. Quoniam autē Elementorum institutor per externum Angulum Quæsitum ostendit, age nullum etiam ex Lateribus producentes, idem ostendamus.

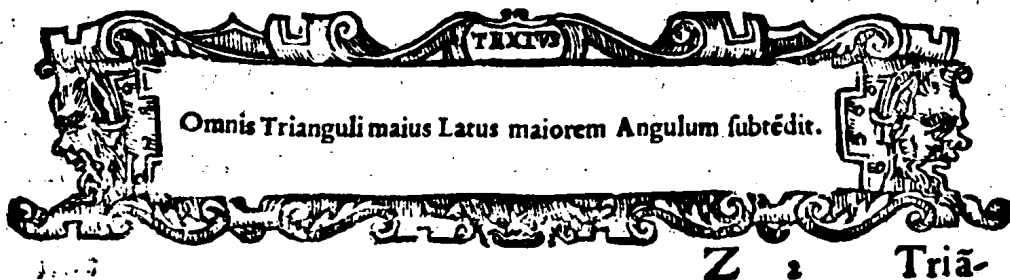
Casus huius Theorematis.

Sic Triangulum abc , sumaturque in Latere bc quodcunque Signum d , & connectatur $a d$. Quoniā itaque Trianguli abd Latus unū productum est, ipsum scilicet bd , Angulus externus adc , interno abd maior est. Rursus quoniam Trianguli adc Latus unum productum est, ipsum nempe cd , Angulus externus adb , Angulo interno acd maior est. Veruntamen Anguli, qui sunt circa ad rectam Lineā, duobus Rectis æquales sunt, per tertium decimum. Anguli igitur abc , acb duobus sunt Rectis minores. Simili-



ter ostendemus, quod Anguli etiam bac , & bca duobus Rectis minores sunt, in ac Latere Signum accipiendo, à Signoque b ad Signū acceptum connectendo. & rursus Angulos cab , abc minores duobus Rectis affirmabimus in ab Latere Signū suscipiendo, à Signoque c ad Signum susceptum rectam Lineam connectendo. Propositum ergo per idem Theorema nullo ex Trianguli Lateribus producto ostensum est. Fieri igitur potest ut per hoc, illud quoque ostendatur, quod scilicet ab eodem Signo ad unam rectam Lineam duæ Perpendiculares minimè ducentur. sint. n. à Signo a ad rectam Lineam bc duæ Perpendiculares ab , ac . Anguli itaque abc , acb , recti sunt. At quoniam ipsum abc , Triangulum est, duo ipsius quilibet Anguli duobus Rectis sunt minores. Anguli igitur abc , acb , duobus Rectis minores sunt. Verum æquales quoque duobus Rectis propter Perpendiculares sunt, quod nequaquam fieri potest. Ab eodē igitur Signo ad eandem rectam Lineam duæ Perpendiculares non ducentur.

Corollarium t. n. Sumptio.



Omnis Trianguli maius Latus maiorem Angulum subredit.

Propo 18
Theo. 11.

Cóm. 23.

QVòd quidem Laterum æqualitas in vnoquoq; Triangulorum Angulos, qui ab his subtenduntur, æquales efficit, Angulorūque æqualitas similiter Latera ipsos subtendentia, æqualia ostendit, per quintum, & sextum Theorema didicimus. Quod autem inæqualitatem quoque Laterum, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitas consequitur, & è contrariò, per hæc Theoremata nunc edocemur, per octauum decimum (inquā) & nonū decimum. nam alterum quidem maiorem Angulum sub maiori Latere, alterum verò sub maiori Angulo maius Latus ostendit. quippe quæ conuertuntur quidem sibi inuicem, in contrariis autem rebus eadem contemplantur Symptomata, quæ quintum, & sextum Theorema contēplatum fuit.

Manifestum autem est, quòd maius, minusque Latus proportionaliter sumemus, maximumque, medium, & minimū distinguemus, Angulosque similiter in Scalenis Triangulis: in Aequicruribus autem Maius simpliciter, & Minus sufficient. vnum siquidem est Latus, quod duobus est inæquale, aut maius, aut minus existens, quæadmodum in Aequilateris hæc Theoremata locum non habent. Et vides quòd Theoremata, quæ quidem Angulorum, vel Laterum æqualitatem ostendunt, æquilateris, æquicruribusque Triangulis conueniebant: quæ verò inæqualitatem, æquicruribus, atque scalenis. Causa autem est, quoniam Triangulorum alia quidē ex æqualitate sola, alia autem ex sola inæqualitate, alia verò ex ambabus producta sunt, quæ partim quidem per æqualitatem, partim autem per inæqualitatem constituuntur. atque alia quidē Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autē per missionem vtriusque generantur. Quapropter per omnia Ternarius iste permeat, vt per Lineas, Angulos, Figuras: in Figurisque, Trilateras, Quadrilateras, cæterasque consequenter omnes. Verumenimvero & Finis tum quidem per similitudinem, tum verò per æqualitatem Geometricis inesse Formis excogitatur: & Infinitū tum quidem per dissimilitudinem, tum verò per inæqualitatem: & Mistum interdum quidē ex similitudinibus, & dissimilitudinibus, interdum verò ex æqualitatibus, & inæqualitatibus. Causa autem horum quoque est, quoniam Geometricæ Formæ ad Quantitatem, ad Qualitatemque spectant. Hæc itaque assignauimus, quoniā hæc duo nobis assignantibus, manifestū nobis erit, quod [omnis Anguli] Elementorum institutor dicens, non etiam æquilateri dicit, sed eius, quod maius, minusque Latus habet. oportet siquidem Dato præcedenti Quæsitū consequēs existimare: quod autem maius, minusque Latus habet, huic sub maiori Latere maiorem Angulum esse. Quoniam autem

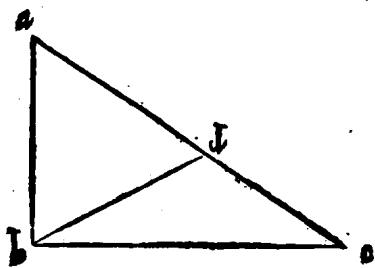
Documētum.

Digressio

Finis Digressionis

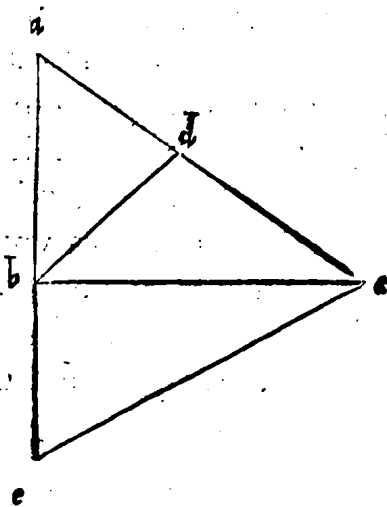
tem

tem Geometra cū in Constructione Triangulū abc , Latusque ac maius Latere ab suscepisset, vt Angulo qui ad Signū c Angulū qui ad Signum b maiorem ostenderet, à Latere ac , Lateri ab , æqualem rectam Lineam ad abscidit, dicat aut aliquis, quod oportet ad Signum c ablationē fieri, age in hac quoque suppositione Propositū ostēdamus quemadmodum Porphyrius. sit .n. dc equalis ipsi ab , & producat ab ad Signum e , ponaturque be equalis ipsi da . tota igitur ac , toti ae equalis est. connectatur ec . Quoniā itaque ac , ipsi ae equalis est, Angulus quoque ace , Angulo aec , per quintum equalis est. Angulus igitur ace maior est Angulo abc . Est autem Angulus abc maior Angulo aec . Trianguli siquidē cbe vñ Latus productum fuit, ipsum scilicet be , & sic Angulus abc externus cū sit, interno, ex oppositoque iacēti maior est. Multo maior igitur est Angulus abc , Angulo aec , quod erat ostendendū. Geometricę quidem præsētis Theorematis ostēssiones huiusmodi sunt. Manifestum est autē quod causa huiusce Symptomatis est, ipsius



Porphyrii
Demō.

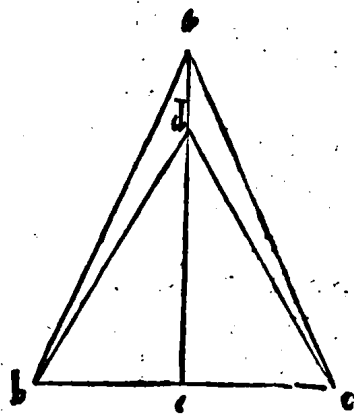
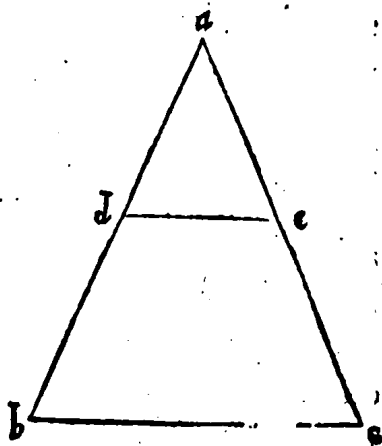
Lateris Angulum subtendentis iuxta Magnitudinem amplificatio, vel diminutio. nā maior quidem existens, Angulum magis amplificat: minor autem euadens, illū quoque simul diminuit, magisque contrahit. Hoc autem euenit propter rectæ Lineæ in suis extremitatibus sitū. ipsa enim in extremitatibus suis collocata, Angulorū quoque magnitudines iuxta sui ipsius accretionem, atque decretionem cōmutat. & hæc dicimus in vno Triangulo, siquidem fieri potest vt idem Angulus à maiori, minori que recta Linea subtendatur: eademque recta Linea maiorem, atque minorem Angulum subtendat. Sit enim fortasse Triangulum æquicrus abc , & sumatur in ipso ab Latere Signum d , & ipsi ad , equalis auferatur ae , connectaturque de . Angulum igitur, qui ad a Signum est rectæ Lineæ de , bc subtendunt, quarum altera quidem maior est, altera verò minor. infinitasque



Documē-
tum.

codem

eodem modo Angulum a subtendentes maiores, atque minores rectas Lineas accipere possumus. Sit rursus abc Aequicrus, sitque bc minor ipsis ba , & ac , constituaturque super bc Triangulum æquilaterum bcd , & connectatur ad , & producat ad Signum e . Quoniam itaque Trianguli abd , Angulus bde externus est, maior est Angulo bad . Similiter Angulus cde maior est Angulo cad . Totus ergo bdc maior est toto bac , eademque recta Linea ambos subtendit, maiorem nempe Angulum, atque minorem. Ostensum autem est, quod etiam eundem Angulum maiores, minoresque rectæ Lineæ subtendunt. Verum in vno, eodemque Triangulo, vna recta Linea vnum subtendit Angulum, & maior quidem semper maiorem, minor verò minorem, causamque contemplati sumus.



Propo 19
Theo. 12.

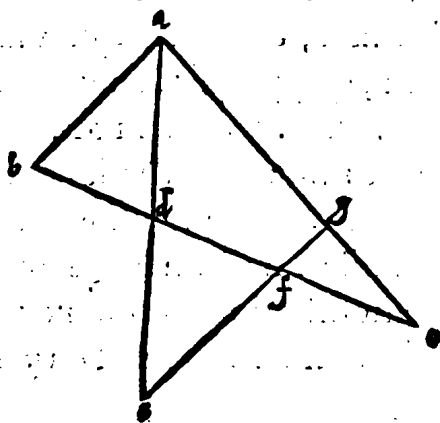
Omnia Trianguli sub maiori Angulo maius Latus subtendit.

Cōm. 24. Hoc præcedenti Theorematis cōuersum est. & est simplex in vtroque tum Datum, tum Quæsitum. & quod quidem illic Conclusio, hîc Suppositio: quod verò illic Suppositio, huiusce Conclusio est. Præcescit autem illud, quoniam datam habet Laterum inæqualitatē: sequitur verò hoc, quoniam Angulos inæquales supponit. videntur enim Latera quidem rectilneas Figuras continere, Anguli autem, contineri. & Demonstrationis modus in illo quidem ostendens est, in hoc verò, per Deductionem ad impossibile Propositum concludens. Geometra itaque diuidendo ratiocinatur id, quod fieri non potest. Angulis .n. inæqualibus existentibus, dico (inquit ipse) quod Latera quoque inæquales Angulos subtendentia, inæqualia sunt. & maius

maius maiorem datum Angulum subtendit . si . n . que maiorem subtendit Angulum maior non est , aut æqualis est , aut minor . Verum si æqualis quidem est , Anguli etiam , quos subtendunt (per quintum) æquales sunt . Si autem minor , Angulus etiam , quem subtendit , minor est , per præcedens . ostensum . n . fuit , quòd maiorem Angulum maius Latus subtendit , minoremque minus , At è contrario Anguli se habent . Latus igitur Latere maius est . Fieri autē potest vt sine hac etiam diuisione propositum ostendamus , quandam prius sumptiunculam demonstrantes , quæ talis est . Si Trianguli Angulus bifariam

Sumptio .

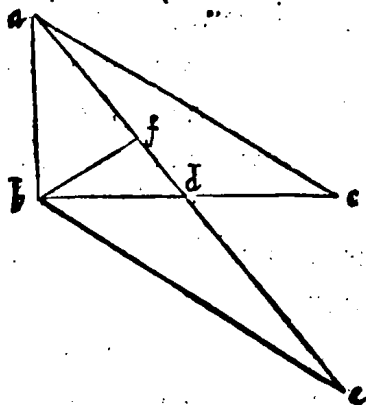
sectus fuerit , secansque Angulū recta Linea ad Basim ducta , in partes inæquales ipsam diuidat : Latera illum Angulū continentia inæqualia erunt , & maius quidem illud , quod cum maiori Basis segmento coincidit , minus verò quod cum minori ; Sit Triangulum a b c , seceturque bifariā Angulus qui ad



Signum a , per rectam Lineam a d , & ipsa a d secet Basim b c in partes inæquales , sitque pars c d maior parte b d . Dico quòd maius est Latus a c , Latere a b . Producat a d ad Signum e , & ponatur æqualis d e , ipsi a d . & quoniam d c , ipsa d b maior est ponatur d f æqualis ipsi b d , & connectatur e f , & producat a d usque ad Signum g . Quoniam itaque a d , ipsi d e : & b d , ipsi d f æquales sunt , duæ sunt duabus æquales , Angulosque æquales comprehendunt , qui ad verticem sunt . Basis igitur b a , Basi e f æqualis est , & omnia ergo omnibus equalia sunt . Quamobrem Angulus quoque d e f æqualis est Angulo d a b . At hic ipsi d a g inæqualis non est . Quapropter Latus etiam a g , Lateri e g æquum est , per sextū . Latus igitur a c , Latere e f maius est . Latus autem f e æquale est Lateri a b . maius est ergo Latus a c , Latere a b , quod demonstrandum erat . Hoc præassumpto ostendemus , quòd sub maiori Angulo , maius Latus subtendit . Sit Triangulum a b c habens Angulum qui ad Signum b , maiorem Angulo qui ad Signum c . Dico quòd Latus a c maius est Latere a b . Secetur b c bifariam in Signo d , & connectatur a d , & ducatur d e æqualis ipsi a d , & connectatur b e . Quoniam itaque b d , ipsi d c : & a d , ipsi d e æquales sunt , duæ duabus sunt æquales , Angulosque æquales comprehendunt eos , qui sunt ad verticem . Et Basis igitur b e , Basi a c æqualis est , & omnia

omni-

omnibus. Quamobrem Angulus etiam $d b e$, Angulo qui ad Signū c æqualis est, minor autem Angulo $a b d$. Secetur igitur bifariā Angulus quoque $a b e$ per rectam Lineam $b f$. Maior est igitur $e f$, ipsa $f a$. Quoniā itaq; Trianguli $a b e$, Angulus qui ad Signum b , bifariā sectus fuit per rectam Lineam $b f$, & maior est $e f$, ipsa $f a$, maius est

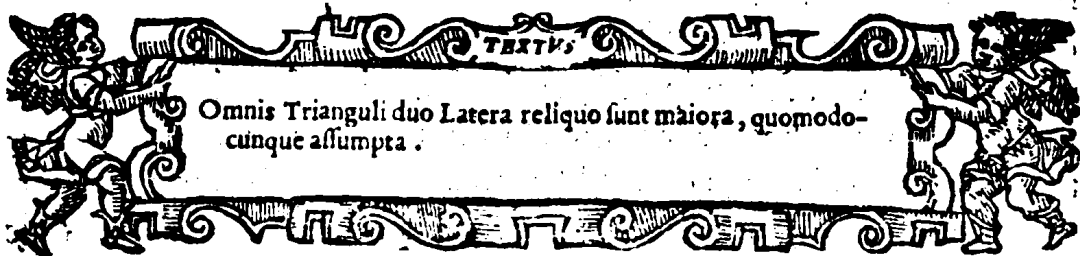


Documē-
tum.

Causa p-
pter quā
Conuersa
Theore-
mata per
impossibile
ostēdunt.

(per præostensum) Latus $b e$, Latere $b a$. ipsa autē $b e$, ipsi $a c$ æqualis ostensa fuit. Latus igitur $a c$ maius est Latere $a b$, Quæsitum ergo ostensum est. Et est manifestum quòd Elementorum institutor varietatem Demonstrationis deuitans ab hoc demonstrandi modo se abstinuit, ostensioneque vsus fuit, quæ ex diuisione ad impossibile ducit, quippe qui Conuersum præcedenti nullo interiecto medio facere voluit. Siquidem octauum etiam, quod quarto conuertitur magnam attulit perturbationem, quippe quod Conuersionem cognitu difficilem fecit. præstantius .n. est continuationem seruando per impossibile Theoremata quæ conuertuntur ostendere, quam præcipua Demonstratione continuitatem discerpere. Propterea sanè Conuersa ferè omnia Theoremata per impossibile ostendit.

Propō 20
Theo. 13.



Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quomodo-
cunque assumpta.

Cōm. 25.
Epicureo-
rū impu-
gnatio.

P Ræsens Theorema impugnare quidem Epicurei consueuere tum Asino ipsum manifestum esse dicentes, tum nulla egere probatione: similiter autem ignari munus esse ea, quæ clara sunt probatione digna censere, immanifestisque per se fidem præstare. qui .n. hæc confundit, indemonstrabile, demonstrabileque manifestè ignorare videtur. Quòd autem Asino præsens Theorema cognitum sit, ostendunt ex eo, quòd herba in altero Laterum Extremo posita Asinus pabulum expetens, vnum Latus peragrat, non autem duo. Aduersus hæc itaq; dicendum quòd præsens Theorema sensu quidē manifestum est, non autem & scientiam gignentē ratione. multis .n. hoc accidit rebus.

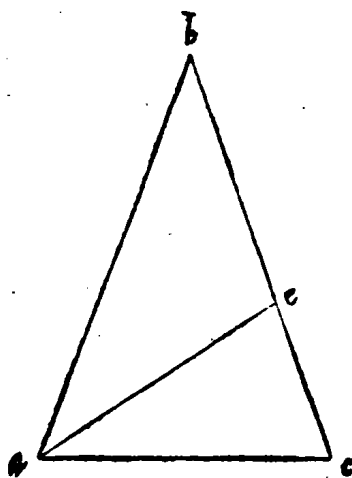
Respōsio.

Exēpli

Exempli gratia, Ignis calefacit, hoc quoque sensui indubiratum est, sed quo nam pacto calefaciat convincere scientiæ officium est, vtrum incorporea vi, an corporeis sectionibus: Sphæricis particulis, an Pyramidalibus. Rursus quod mouemur sensui est perspicuum, quomodo autem moueamur, ratione docere difficile est, vtrum per impartibile, an per Interuallum, quomodo autem infinita percurrimus, siquidem omnis Magnitudo in infinitum diuisibilis est? Sit igitur hoc quoque, duo Trianguli Latera reliquo esse maiora, sensui manifestum. Quomodo verò hoc fiat, dicere ad scientiam spectat. Veruntamen aduersus Epicureos hæc dicta sint satis. Operæpretium est autem cæteras quoque præsentis Theorematis Demonstrationes enarrare, quascunque Heronis, Porphyriique familiares recta Linea minimè producta describere, quod Elementorum institutor fecit. Sit Triangulum abc ,

Porphyrii
& Hero-
nis De-
monstra-
tiones.

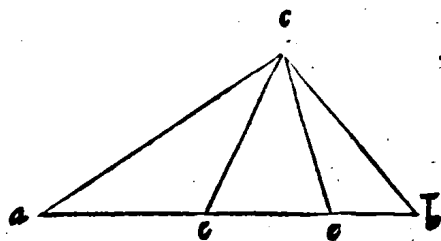
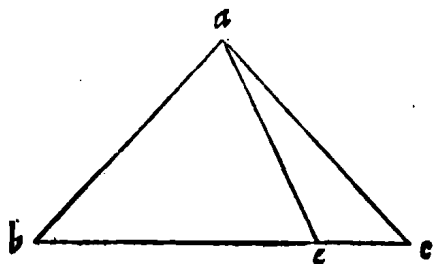
oportet itaque Latera ab , ac Latere bc maiora ostendere. Secetur bifariam Angulus qui ad a Signum est per rectam Lineam ae . Quoniam itaque Trianguli abe , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . Verum Angulus bac Angulo eca æqualis positus fuit. Angulus igitur aec maior est Angulo eca . Quapropter Latus quoque ac , Latere ce maius est. Eadē sanè ratione Latus etiā ab maius est Latere be . Trianguli enim ace , Angulus acb externus est, maiorque Angulo eca , hoc est Angulo eab . Quapropter Latus quoque ab , Latere



bc maius est. Latera ergo ab , ac toto Latere bc maiora sunt. Similiter de alijs etiam Lateribus ostendemus. Sit rursus Triangulū abc . Si itaque æquilaterum est Triangulum abc proculdubio duo Latera reliquo sunt maiora. Tribus .n. æqualibus existentibus, duo quælibet reliqui dupla sunt. Si autem æquicrus, aut minorem utroque æqualium Basim habet, aut maiorem. Si itaque minor quidē Basis est, duo rursus reliquo maiora sunt. Si autem maior Basis, sit ipsa bc maior, abscindaturque alterutri illorum æqualis, quæ sit be , & connectatur ae . Quoniam igitur Trianguli abe , Angulus aec externus est, maior est Angulo bac . eadem sanè ratione Angulus etiā eab , Angulo eca maior est. Anguli igitur, qui sunt circa e Signum, toto qui est ad Signum a maiores sunt, quorū bca æqualis est ipsi bac , siquidem

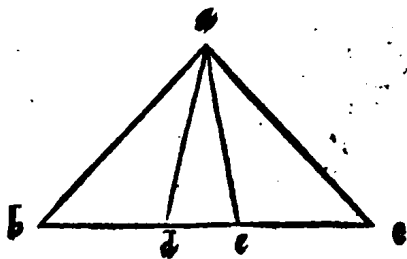
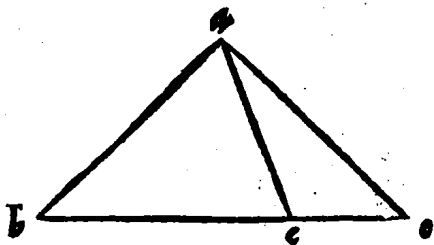
a dem

dem a b, etiam ipsi b e æquale est. reliquus igitur a c c reliquo c a c maior est. Quamobrem Latus quoque a c maius est Latere c e. Erat autem Latus etiam a b æquale Lateri b e. Latera ergo a b, a c, Latere b c maiora sunt. Si verò Triangulum a b c Scalenum fuerit, sit Latus maximum a b, medium a c, minimum b c. Maximum itaque cum alterutro sumptum, reliquum prorsus excedit. per se nanque utroque maius est. Si autem Latera a c, & c b, ipso a b maximo existente maiora ostendere quæremus, ut in Aequicrure faciemus à maximo alterutri æqualem abscindentes, & à Signo c connectentes, externisque Triangulorum



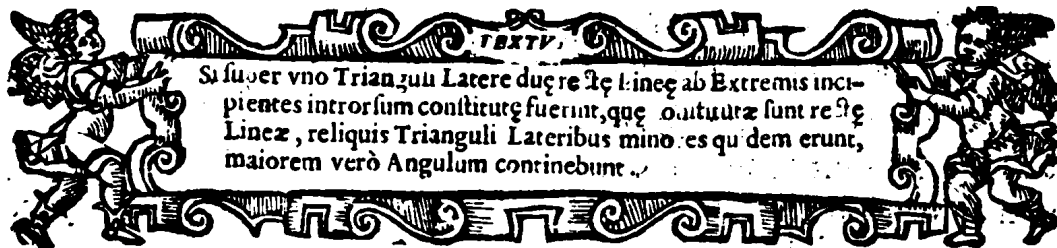
Demō per
Deductio
nē ad im-
possibile.

Angulis utentes. Sit rursus quodcunque Triangulum a b c. Dico quod Latera a b, a c maiora sunt Latere b c. si enim maiora non sunt, aut æqualia sunt, aut minora. Sint æqualia, abscindaturque b e æqualis ipsi a b. Reliqua igitur e c, ipsi a c æqualis est. Quoniam itaque a b, ipsi b e æqualis est, æquales subtendunt Angulos. Similiter porro & quoniam a c, ipsi c e æqualis est, æquales Angulos subtendunt. Anguli igitur, qui sunt ad e Signū, æquales sunt Angulis, qui ad a Signū sunt, quod fieri non potest. Rursus autem sint minora Latera a b, a c, Latere b c, abscindaturque ipsi quidem a b æqualis ipsa b d: ipsi verò a c, ipsa c e. Quoniam itaque a b, ipsi b d æqualis est, Angulus quoque b d a, Angulo b a d inequalis non est. & quoniam a c æqualis est ipsi c e, Angulus etiam c e a, Angulo e a c æqualis est. Duo igitur Anguli b d a, c e a, duobus b a d, & e a c æquales sunt. Rursus quoniam Trianguli a d c, Angulus b d a



exter-

externus est, Angulo $e a c$ est maior. maior est namq̃ ipso $c a d$. Par ratione & quoniam Trianguli $a b e$, Angulus $c c a$ externus est, maior est Angulo $b a d$. etenim Angulo $b a c$ maior est. Anguli ergo $b d a$, & $e a$ duobus $b a d$, $c a c$ maiores sunt. Erant autem æquales etiã ipsis; quod fieri non potest. Latera igitur $a b$, $a c$ neque æqualia sunt Lateri $b c$, neque minora, sed maiora. Similiter autem de alijs etiam ostendetur.



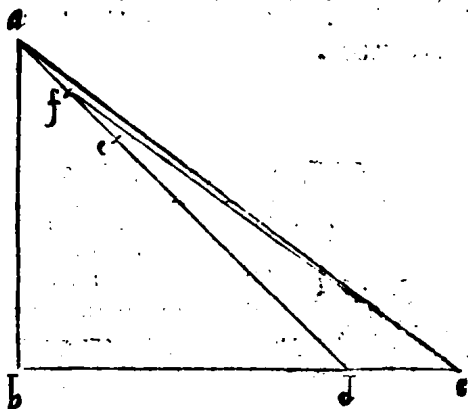
Propo 23
Theo. 14.

QVod quidem à Propositione exprimitur, manifestum: & Demonstratio, quæ apud Elementorum institutorē, evidens est: Theoremaquē prima principia consequitur. ex duobus enim Theorematibus dependet, ex præostenso scilicet, & sexto decimo. nam ad ostendendum quidem eas, quæ introrsum constitutæ sunt externarum esse minores, illo indiget Theoremate, Omnis Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora: ad confirmandam autem Angulum ab ipsis comprehensum Angulo ab externis comprehenso maiorem, illud ipsi maximam affert vtilitatem, quod ait omnis Trianguli externum Angulum interno, ex oppositoquē iacenti maiorem esse. Accipies autem simul Geometricę diligentię fidem, & admirabilem, quę in Mathematicis sunt disciplinis cōmemorationem, si ostenderimus quòd possibile est intra Triangulum quoddam super vno Laterum, non super toto, sed super aliqua eius parte duas rectas Lineas externis rectis Lineis maiores constituere: rursusquē alias minorem Angulum comprehendentes Angulo ab externis comprehenso. hoc. n. ostenso, simul quidē manifestum erit, quòd necessariò Elementorū institutor adiecit opus esse vt ab Extremis Basis communis incipiant rectæ quæ introrsum constituuntur Lineæ, superquē vno toto Latere, non autem super aliqua totius parte constituentur simul verò (quòd iā diximus) & vnum quid ex ijs, quæ in Geometria sunt admirabilia manifestum fiet. quomodo enim admirabile non est, si quæ quidem super toto

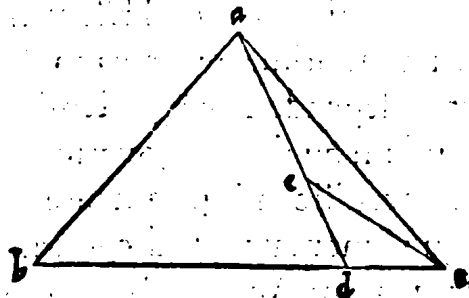
Cóm. 16.

Quoddā
admirabile
in Geometria.

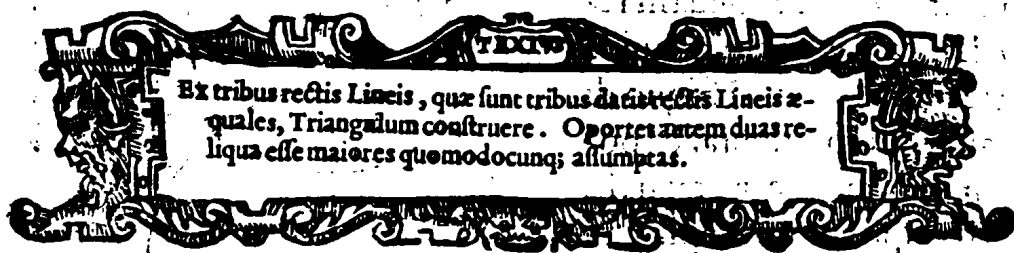
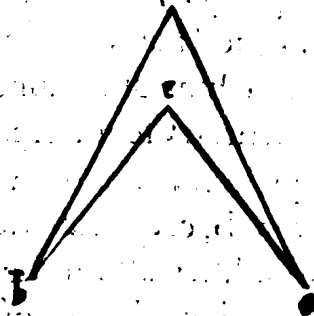
constituuntur Latere, externarum minores sunt : quæ verò super parte, maiores. Sit itaq; rectangulum Triangulum abc , Angulum, qui ad b Signum est rectum habens, suscipiaturque in Latere bc quodcunque Signum, sitque illud d , & connectatur $a d$. Maior est igitur $a d$, ipsa ab . Auferatur ab ipsa $a d$, æqualis ipsi ab , quæ sit de , & diuidatur $e a$ bifariam in Signo f , & connectatur fc . Quoniam igitur afc , Triangulum est, ipsæ af , fc maiores sunt ipsa ac . Verum af æqualis est ipsi fe . Rectæ Linæ igitur fe , fc , ipsa ac maiores sunt. Aequalis autem est de , ipsi ab . Rectæ Linæ igitur fc , fd maiores sunt rectis Lineis ab , ac , & sunt intra.



Sit rursus Triangulum æquicrum abc Basim bc utroque equalium Laterum maiorē habens, abscindaturque $a b$ ipsa bc , æqualis ipsi ab , quæ sit bd , & cōnectatur $a d$, sumaturque in ipsa ad quodcunque Signum, sitque illud e , & connectatur ce . Quoniam itaq; ab , ipsi bd æqualis est, Angulus quoq; $b ad$, Angulo $b da$ æqualis est. & quoniam Trianguli edc Angulus $b da$ externus est, maior est interno, & ex opposito iacenti, ipso nempe $d e c$. Quamobrem Angulus quoq; $b a d$, Angulo $d e c$ maior est. Multo maior est igitur Angulus $b a c$, Angulo $d e c$, & continetur $b a c$ quidem ab externis, $d e c$ verò ab internis. Intra Triangulum igitur rectæ Linæ de , ec minorem Angulum cōprehendentes Angulo ab externis comprehenso constitutæ sunt, Propositumque ostensum est, nobis expositorum Parallelis non utentibus. Necessarium est igitur rectas quæ constituuntur Lineas à Basis Extremis incipere. quæ enim super aliqua ipsius parte constituuntur & maiores aliquando externis ostenduntur, & minorē Angulum cōprehendētes. Cū aut hoc modo ab Extremis incipiēdo constituuntur, eorū etiā Triangulorū, quæ Acidoidea vocantur species apparet, vnum hoc quoq; eorum, quæ in Geometria admi-



admirabilia sunt, Triangulum nempe
 Quadrilaterum reperire. Exempli gra-
 tia, Triangulum abc . nam a quatuor qui-
 dem Lateribus ba , ac , ce , eb conti-
 netur: tres verò Angulos habet vnum
 quidem qui ad b , alterum autem qui ad
 a , reliquum verò qui ad c Signum est.
 Quadrilaterum ergo Triangulum est præ-
 sens Figura.



Ex tribus rectis Lineis, quæ sunt tribus datis rectis Lineis æ-
 quales, Triangulum construere. Oportet autem duas re-
 liquas esse maiores quomodocunq; assumptas.

Propo-
 sitio 22.
 Prob. 8.

AD Problemata iterum trāsiuimus, & iubet Euclides tribus pro-
 positis rectis Lineis, quarum duæ reliquæ sint maiores, Triangulum
 ex Lateribus, quæ sint datis rectis Lineis æqualia construere: quippe
 qui hoc quidem primum cognouit, quod fieri non potest vt ex iisdem
 illis, quæ dictam positionem iam acceperunt, Triangulum construa-
 tur: ex ijs autem, quæ ipsi æquales sunt fieri potest. Deinde, quod o-
 portet rectas Lineas Triangulum completuras, duas reliquas maiores
 esse. omnis enim Trianguli duo Latera reliquo sunt maiora, quo-
 modocunque assumpta, quemadmodum ostensum fuit. hacque de
 causa adiecit, quod vtrique necessarium est primis etiam rectis Lineis
 existentibus, ex tribus, quæ ipsis æquales sunt, Triangulum cōstrue-
 re: opus esse verò duas reliquas maiores esse, quomodocunque assu-
 mantur, vel non erit Triangulum ex tribus, quæ ipsis æquales sunt re-
 ctis Lineis. Ad hæc autem Instantias quoque omnes destruxit, quæ
 aduersus Constructionem feruntur, quæque per hanc solam additio-
 nem dissolui possunt. Præsens ergo Problema ex Determinatis est,
 non autem ex Indeterminatis. etenim Problematum, quemadmodū
 & Theorematum, alia quidem Indeterminata sunt, alia verò deter-
 minata. si enim hoc modo simpliciter dixerimus, ex tribus rectis Li-
 neis, quæ tribus datis rectis Lineis æquales sunt, Triangulū construe-
 re, Problema Indeterminatum est, atque Impossibile. Si autem addi-
 derimus, quarum duæ reliquæ sunt maiores, quomodocunque assu-
 ptæ, Determinatum est, atque Possibile. fit enim hoc quoque. Quem-
 admo-

Com. 27.

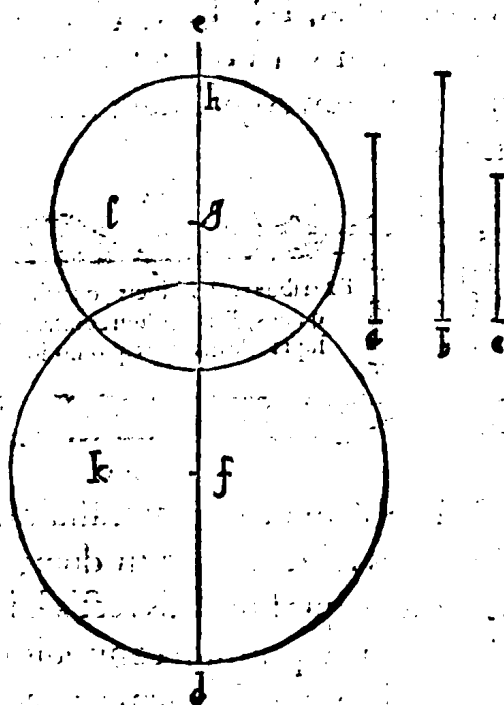
In 20. Pro-
 positione;

De Pro-
 blematib⁹
 Determin-
 natis, Ind-
 termina-
 tis, Possi-
 bilib⁹, &
 Impossi-
 bilib⁹ vide
 superi⁹ in
 com. pri-
 mo.

Instantiæ
huius Pro-
blematis.

admodum autem Theorematum iuxta Verum, & Falsum fit divisio, ita quoque Problematum iuxta Possibile enuntiatur, atque Impossibile. Quod autem Instantiæ etiam, quæ aduersus Constructionem feruntur, hinc dissoluuntur, didicerimus quidem paululum in ipsam in-

spicientes. Geometre. n. verba sequemur. Sint tres rectę Linę a, b, c , quarum duę quomodolibet assumptę reliqua sint maiores, iussuque facere opus sit. Ponatur quędam recta Linę $d e$ ex altera quidē parte finita, utputa i Signo d ; ex altera verò, infinita. & ponatur ipsi quidem a , æqualis ipsa $d f$; ipsi autem b , ipsa $f g$; ipsi verò c , ipsa $g h$. & Centro quidem f , intervallo autem $f d$, Circulus k describatur: rursusque Centro quidē g , intervallo verò $g h$, Circulus l designetur. & secent se inuicem Cir-



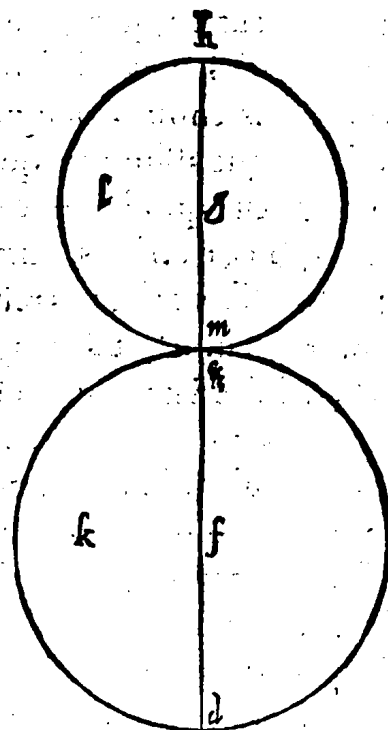
† alsupst.

o. l. l. m.

Responso.

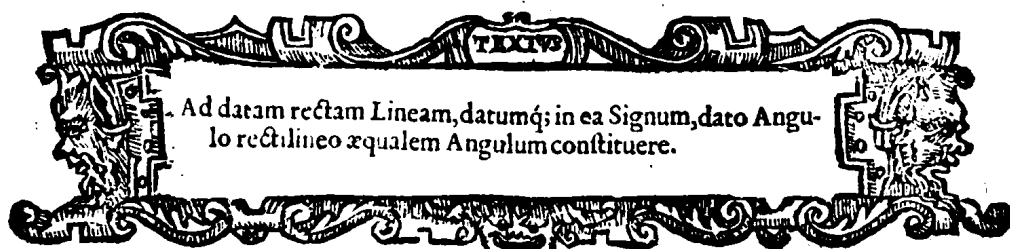
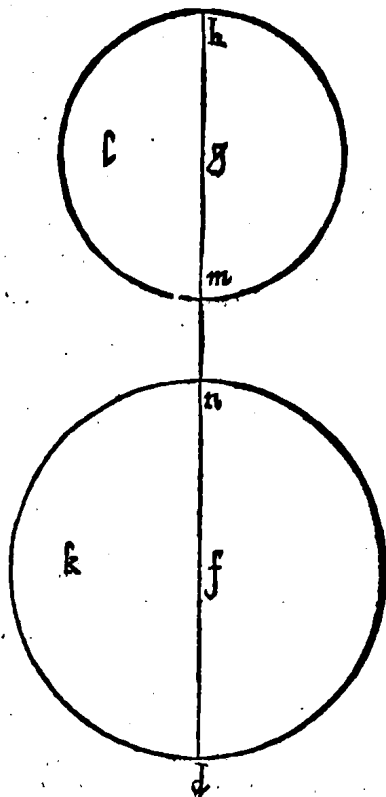
tutor sortitus est. Vnde igitur hoc evenit dicat aliquis: fortasse enim vel tangunt tantum se inuicem, vel neque etiam tangunt. nam trium vnum quid ipsos pati necesse est, aut se inuicem interfecare, aut tangere, aut distare ab in-

uicem. Dico itaque quod necessario se inuicem interfecant. tangant enim prius se inuicem. Quoniam itaque f Signū Centrum est Circuli k , ipsa $d f$ æqualis est ipsi $f n$. & quoniam g Signum Centrum est Circuli l , æqualis est ipsa $h g$, ipsi $g m$. Duę igitur $d f, g h$, vni æquales sunt, nempe ipsi $f g$. Positæ autem sunt ipsa maiores, quemadmodum etiam a vnā cum c , ipsa b est maior. illis siquidē sunt æquales. Aequales igitur ipsi, ipsaque maiores sunt, quod



fieri

fieri non potest. Rursus si fieri potest distent ab inuicem Circuli, vt ipsi k l. Quoniam itaque f Signum Circuli k Centrum est, ipsa d f, ipsi f n æqualis est. & quoniam Signum g, Circuli l Centrum est, h g æqualis est ipsi g m. Tota igitur f g duabus d f, h g est maior. ipsa enim f g ipsas d f, g h excedit, ipsa n m. Suppositum autem fuerat ipsas d f, h g, ipsa f g maiores esse, quemadmodum etiam ipsas a, c ipsa b. nam ipsa quidem d f, ipsi a : ipsa autem f g, ipsi b : ipsa verò h g, ipsi c æqualis posita fuit. Necessarium est igitur Circulos k l se inuicem interfecare. Quamobrem recte Elementorum institutor Circulos se inuicem secantes accepit. siquidem triū etiam rectarum Linearum duas reliqua maiores supposuit, quomocumq; assumptas, non autem vni æquales, nec ipsa minores. necesse est autem tangentibus quidem ipsis se se, ipsas esse æquales : distantibus verò ipsis ab inuicem, duas reliqua minores esse.



Ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum, dato Angulo rectilineo æqualem Angulum constituere.

Propo 23
Prob. 9.

Problema hoc quoque est, quod Oenopidis quidem potius quam Euclidis inuētum lucrum est, vt ait Eudemus : Anguli verò alijs Angulo rectilineo ad datam rectam Lineam, datumq; in ea Signum constitutionem exigit. Hoc igitur, datum quidem Angulum rectilineum esse, necessario Euclides adiecit. quoniā nec fieri potest vt omni Angulo æqualis Angulus ad rectam Lineam constituatur. ostensum. n. fuit quòd duo tantum curuilinearum Angulorum Rectilineis Angulis æquales sunt, Angulus scilicet Figuræ Lunularis, qui omni rectilineo Angulo æqualis iā ostensus fuit : & Angulus Figuræ illius, quæ Securi similis est, quippe qui duabus Recti Tertijs æqualis est.

Fit

Côm. 28.
Hoc Problema ab Oenopide inuentum fuit referē te Eude.

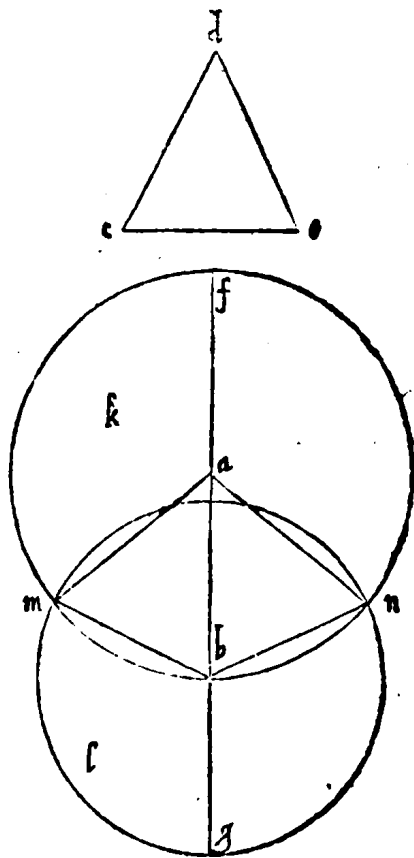
In côm. 2.
huius lib.

Nota, qd
Angul^{us} Fi-
gurę simi-
lis Securi,
species est
Anguli lu-
nularis, &
vocat^{ur} Pe-
lecoides
Angulus.

Alia exq-
sitor hui^{us}
Problematis
Demo.

Fit aut^{em} huiusmodi Lunularis Figura, quę Pelecoides vocatur, duobus Circulis per Centra se inuicem secantibus. Hoc verò, ad quandā rectam Lineam Anguli constitutionem fieri, Angulum qui constituitur determinatum efficit, nō autem specie indifferentem, sed aut rectilineum, aut mistum. cū autem nullus mistus rectilineo æqualis esse possit, manifestum quod ipse quoque omnino rectilineus est. Elementorum itaque institutor præcedenti Problemate simpliciter vsus, ex tribusquę rectis Lineis, quę tribus datis æquales sunt, Triangulum machinatus, Propositum fecit. Accipies autem Trianguli cōstitutionem exquisitori doctrina hoc modo. Sit data recta Linea a b, datum autem in ipsa Signum a, datus verò rectilineus Angulus c d e. oportet itaq; facere id, quod iussum est. Cōnectatur c e, & producat^{ur} a b ad vtranc; partem vsq; ad Signa f g, & ponatur ipsi quidē c d æqualis, ipsa f a : ipsi autem d e, ipsa a b : ipsi verò c c, ipsa b g. & Centro quidem a, interuallo autē a f, Circulus k designetur. & rursus, vt in præcedenti, Cētro quidem b, interuallo autem b g, Circulus l describatur. Circuli igitur se inuicem intersecant, quemadmodum superius ostensum est. Secēt se in Signis m, n, à Signoquę n cōnectantur ad Centra rectę Lineę, similiterquę à Signo m. Quoniā igitur f a, ipsi a m & ipsi a n æqualis est : ipsi autem f a, æqualis est ipsa c d, ipsa quoque a m, & ipsa a n, ipsi c d æquales sunt. Rursus quoniam b g, ipsi b m, & ipsi b n æqualis est : ipsa autem g b, ipsi c e inæqualis non est, ipsę etiā b m, & b n, ipsi c e æquales sunt. Verū & ipsa a b, ipsi d e æqualis est. Duę igitur a b, a m duabus d e, d e inæquales nō sunt, & Basis b m æqualis est Basi c e. Angulus ergo m a b, Angulo qui ad Signum d, æqualis est. Rursusquę duę n a, a b duabus c d, d e æquales sunt, & Basis n b, Basi c e æqualis. Et Angulus igitur n a b, Angulo c d e est æqualis, iussūq; dupliciter factum est. non .n. vnum tantū, sed duos constituimus Angulos dato Angulo æquales ad vtranc; partem rectę Lineę a b,

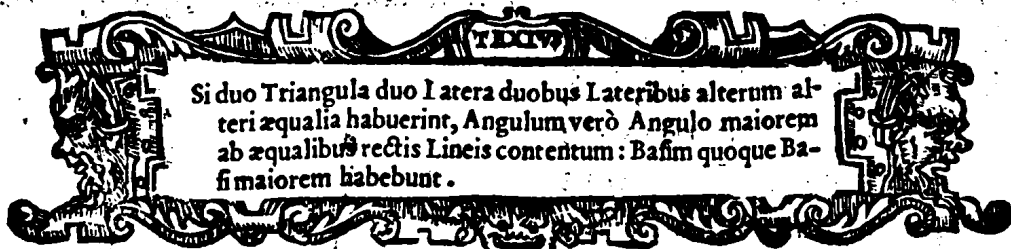
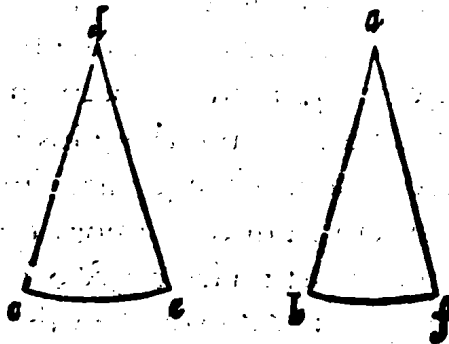
vt in



ut in sequentibus etiam in qualibet voluerimus parte constitutionem facere, indubitatum sit, nemoque contradicat. Hec quidem Constructioni Elementorum institutoris adiungimus. Apollonii autem ostensionem non laudamus, tanquam eam, quæ ipsi indiget, quæ in Tertio Libro ostenduntur. accipiens .n. ipse quemcunque Angulum $c d e$, & rectam Lineam $a b$, Centro quidem d , intervallo aut $c d$, $c e$ Circumferentiam describit. Similiterque Centro quidem a , intervallo verò $a b$, $b f$ Circumferentiam designat. intercipientisque $c e$ Circumferentiam æqualem ipsi $b f$, connectit rectam Lineam $a f$, Angulosque a , c æqualibus Circumferentijs insistentes, æquales affirmat.

Oportet autem præassumpsisse quòd ipsa etià $a b$, ipsi $c d$ æqualis est, ut Circuli quoque æquales sint. Huiusmodi itaque ostensionē tanquam posterioribus vterem ab Elementari institutione alienam esse censemus. Illam autem Geometræ tanquam principia consequentem præponimus.

Dánat A-
pollonii o-
stensionē.



Si duo Triangula duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habuerint, Angulum verò Angulo maiorem ab æqualibus rectis Lineis contentum: Basim quoque Basim maiorem habebunt.

Propo 24
Theo. 15.

RVrsus ad Theoremata transiit, & similes de inæqualitate in duobus Triangulis tradit Orationes illis, quas de æqualitate quoque tradidit. nam duo quidem Triangula supponēs duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia habentia, Angulum Verticalem interdum quidem æqualem in utroque ponit, interdum verò inæqualem: & Basim eodem modo interdum quidem æqualem in utroque, interdum autem inæqualem. & æqualitati quidem illius consequentē esse demonstravit Basium æqualitatem, harumque æqualitati Angulorū Verticalium æqualitatem esse consequentem similiter demonstravit: inæqualitati verò, inæqualitatē nunc ostendit. Hoc igitur quod nunc

Cōm. 29

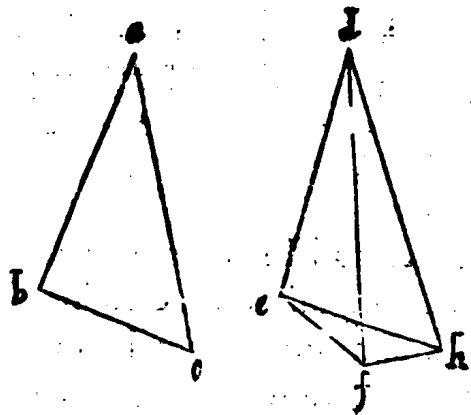
b pro-

proponitur Theorema Quarto quidem oppositum est. nā illud quidem Angulos Verticales Triangulorum æquales supposuit, hoc verò inæquales ipsos supponit. & illud quidem æquales ipsorum Bases demonstraui, hoc verò eodem modo, quo Angulos, inæquales. præcedit autem sequenti Theoremati, nam illud quidē à Basibus ad Angulos, sub quibus Bases subtendunt inæqualitatis orationem deducit, hoc verò ē conuerso ab Angulis ad Bases, quæ sub ipsis sunt. Quamobrem ipsum consequenter huic quidem iam dicto modo cōuersum est, octauo autem Theoremati oppositum. nam alterum quidem ab æqualitate Basium Angulos Verticales æquales demonstrat, alterum verò à Basium inæqualitate ipsos quoque inæquales ostendit. Cōmune autem est hisce quatuor (quorum duo quidem circa Aequale versantur, quartum scilicet, & octauū: duo verò circa inæquale, hoc vtiq; & sequens. & duo quidem ab Angulis incipiunt, quartum nempe, & quod in præsentia querere proposuimus: duo autem à Basibus, octauum porro, quodque deinceps post præsens collocatum est) commune cunctis inquam hisce quatuor est, tum quarto, & octauo, tum vigesimo quarto, & vigesimo quinto duo Latera duobus Lateribus alterum alteri habere æqualia. his. n. inæqualibus existētibz omnis inquisitio superuacanea est, à deceptioneque haud immunis. Hæc de his in vniuersum dicta sint. Age autem Elementorum quoque institutoris præsentis Theorematis Constructionem consideremus, quodque de-

Varii huius
Theore-
matis Ca-
sus.

ficit ipsi adiciamus, accipiens enim duo Triangula abc , def , Latera ab , ac Lateribus de , df æqualia habentia alterum alteri, Angulumque ad a Signum existentem Angulo ad d Signum esistenti maiorem, & volens ostendere Basim bc , Basim ef maiorem, ad rectam Lineam cd , ad Signumque in ipsa, quod est d , Angulo qui ad a Signum est æ-

qualem constituit Angulum cdh . maior enim est Angulus qui ad a Signum est, Angulo qui ad Signum d , connectitque ipsi ac , æqualem dh . Recta itaque Linea ch ad Signum h producta aut supra rectam Lineam ef cadit, aut super ipsa, aut infra ipsam. Elementorum sanè institutor vtpotē supra iacentem ipsam accepit. Sit autem super ipsa
recta



recta Linea. Rursus itaque idē ostendemus. duæ enim $a b, a c$ duabus $d e, d h$ æquales sunt, æqualesque continent Angulos. & Basis igitur $b c$, Basi $e h$ æqualis est. At ipsa $e h$ maior est quàm ipsa $e f$, quapropter ipsa quoque $b c$ maior est quàm ipsa $e f$. Verūm sit infra ipsam $e f$, posita. Connectentes itaque ipsam $e h$ dicemus quòd cum ipsæ $a b, a c$ ipsis $d e, d h$ æquales sint, æqualesque Angulos comprehendant, ipsa quoque $b c$, ipsi $e h$ æqualis est. Quoniam igitur intra Triangulum $d e h$ duæ rectæ Lineæ $d f, f e$ in Latere $d e$ sunt constitutæ, externis minores sunt. Aequalis autem est $d h$, ipsi $d f$, ipsi namque $a c$ æqualis est. Maior est igitur ipsa $h e$ quàm ipsa $e f$. Sed $h e$ æqualis est ipsi $b c$. Maior est ergo ipsa $b c$ quàm ipsa $e f$. Iuxta itaque omnem positionem Theorema ostensum est. Qua de causa igitur, quemad-

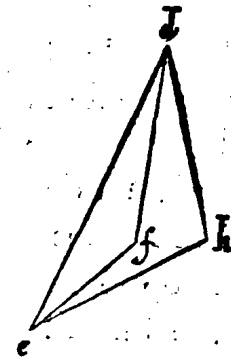
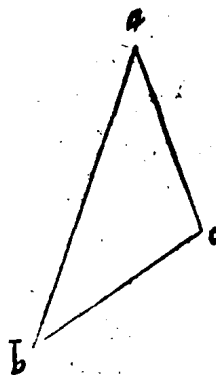
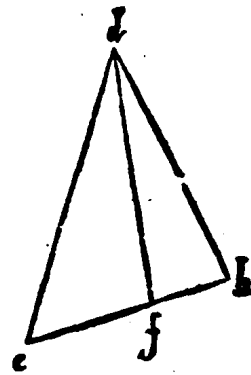
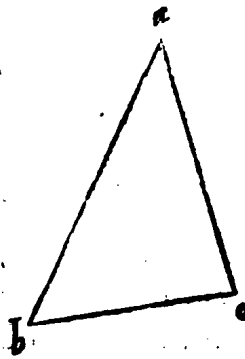
Dubitatio

Solutio.

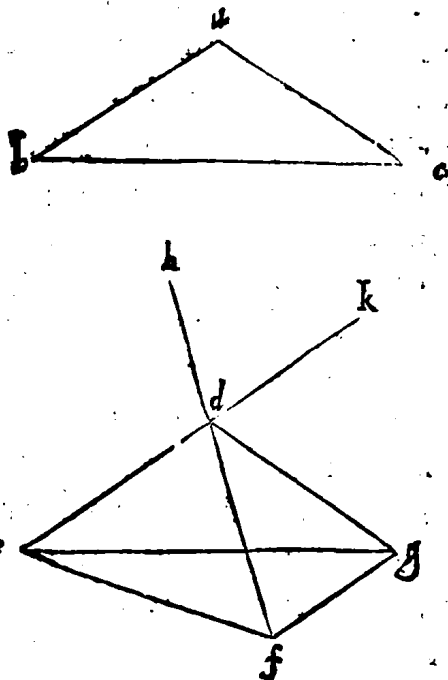
Digressio

Arearum pulchra comparatio.

Si verò oportet nos ea, quæ posterius ostendenda sunt anticipantes in præsentia quoque Arearum cōparationem facere, dicimus quòd ipsis a, d Angulis, duobus Rectis æqualibus existentibus (habeatur autem sermo in descriptione, quæ in Elemento est) Triangula æqualia ostē-



duntur : maioribus autem quàm duo Recti, minus quod maiorem Angulum habet : minoribus verò, maius. Sint enim quę in Elemento cõstructa fuere, & producantur ipse $e d$, $f d$ ad signa $h k$, & supponantur Anguli $b a c$, $e d f$ esse duobus Rectis æquales. Quoniam igitur Angulus $b a c$, Angulo $e d g$ æqualis est, Anguli $e d g$, $e d f$ duobus Rectis æquales sunt. Sunt autē Anguli quoque $e d g$, $k d g$ duobus Rectis æquales. Cõmunis auferatur $e d g$. Reliquus igitur $e d f$, reliquo $g d k$ æqualis est. Verum ipse $e d f$ æqualis est ipsi $h d k$. ad verticem enim sunt. & Angulus igitur $g d k$, Angulo $h d k$ æqualis est. Et quoniam Trianguli $g d f$, Angulus $g d h$ externus est, duobus internis, & ex opposito iacentibus, ipsis scilicet, qui sunt ad Signa g , & f , æqualis est. At isti æquales sibi inuicē sunt. ipsa namque $d g$, ipsi $d f$ æqualis est. Angulus ergo $g d h$, Anguli qui ad Signum g , & Anguli, qui ad Signum f , duplus est. Aequalis igitur est Angulus, qui ad Signum g , Angulo $g d k$, & sunt alternatim. Parallela igitur est $d e$, ipsi $f g$. Triangula ergo $g d e$, $f d e$ super eadem Basi $d e$ sunt, in eisdemque $d e$, $g f$ Parallelis. Aequalia igitur sunt. Verum Triangulum $g d e$, Triangulo $a b c$ est æquale. & Triangulū ergo $d e f$ Triangulo $a b c$ inæquale non est. Et vides quod tribus indiguimus Theorematis, quę ad Parallelarum tractationē spectant, vno quidem dicenti quod omnis Trianguli externus Angulus duobus internis, & ex opposito iacentibus æqualis est : altero autem, quod si in duas rectas Lineas recta Linea incidens Alternos Angulos æquales fecerit, Parallelę rectę Lineę sunt : tertio verò, quod Triangula super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, æqualia sunt. Quę Elementorum quoque institutor sciens, Triangulorum comparationem omisit. Verum sint Anguli $b a c$, $e d f$ duobus rectis maiores, & construantur eadem. Quoniam itaque Anguli $b a c$, $e d f$, hoc est Anguli $e d g$, $e d f$ duobus rectis maiores sunt : Anguli autem $e d g$, $g d k$ duobus sunt Rectis æquales, ablato communi, ipso scilicet $e d g$, Angulus $e d f$ maior est Angulo $g d k$, hoc est Angulus $k d h$ maior

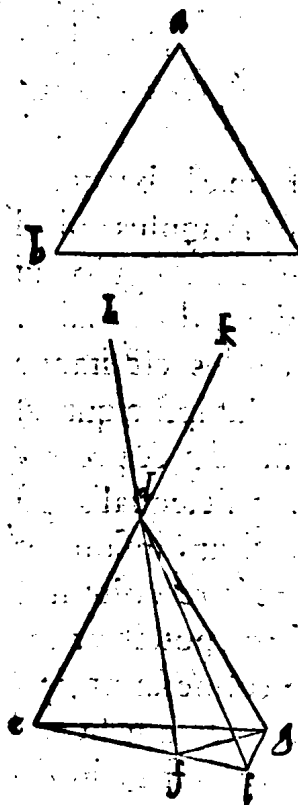
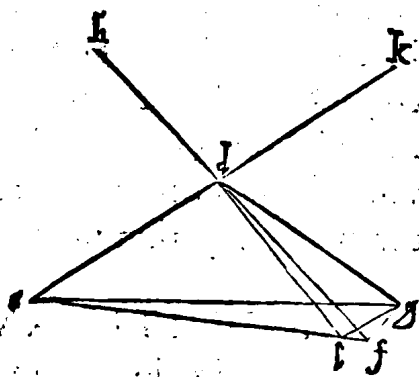


Proposi-
tio 32.

Proposi-
tio 27.

Proposi-
tio 37.

ior Angulo gdk . Angulus igitur gdh maior quam duplus est Anguli gdk , ipse nempe, qui duplus est Anguli ad g Signum existentis. Angulus igitur gdk minor est Angulo, qui ad g Signum est. Ponatur ipsi gdk , æqualis dgl , & connectatur el , & dl . Parallela ergo est gl , ipsi de . Triangula igitur gde , lde æqualia sunt. At Triangulum lde minus est Triangulo fde . Triangulum igitur gde , Triangulo fde minus est. Aequale autem est Triangulum gde , Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo fde minus est, ipsum nempe, quod maiorem Angulum habet. Tertiò Sint minores duobus Rectis Anguli inæquales eadēque construantur. Quoniā itaq; Anguli edg , gdk duobus sunt Rectis æquales, cōmuni ablato edg , totus gdh minor quam duplus est ipsius gdk . Sed duplus etiam ipsius qui ad g Signum est. Angulus igitur gdk , Angulo qui ad Signum g , maior est. Ponatur Angulo gdk , æqualis dgl , & coincadat gl cum ipsa ef in Signo l , & connectatur dl . Parallela igitur est gl , ipsi de . Aequalia ergo sibi inuicē sunt Triangula gde , lde . Verū Triangulū quidem lde maius est Triangulo fde ; Triangulum verò gde æquale est Triangulo abc . Triangulum ergo abc , Triangulo fde maius est. Ostensum est igitur Triangulum abc , Triangulo def & æquale, & maius, & minus, Angulis qui sunt ad a , & d Signa aut duobus Rectis æqualibus, aut maioribus quam duo Recti, aut minoribus existentibus. omnesque suppositiones fieri possunt. Quid enim si Angulus qui ad a Signum, vnus Rectus, Rectique dimidium esset: qui vero ad Signum d , Recti dimidium, non ne duo isti Anguli duobus Rectis æquales essent? Quid autem si qui ad Signum a , vnus Rectus, & Recti dimidium



dium esset : qui verò ad Signum d, binæ vnius Recti Tertie, non in duobus Rectis essent maiores? Quid verò si qui ad Signum a, vnus Rectus, Recti quæ esset dimidium : qui autem ad Signum d, tertia Recti pars, non in duobus essent Rectis minores, & semper Angulus a, Angulo d esset maior? Omnes itaque hæ Comparationes Parallelarum vsu nobis factæ sunt. Necessario igitur apud Elementorum institutorem non reperiuntur.

INCERTI AVTORIS SCHOLIUM

in vigesimum quartum Theorema Primi

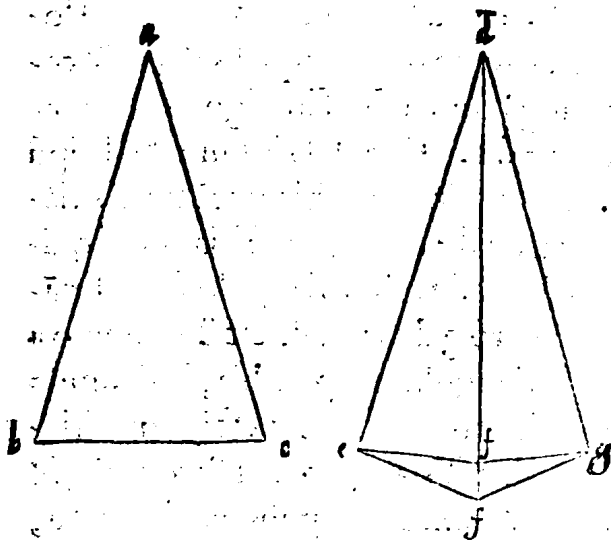
Libri Elementorum Euclidis.

Scholium
in exēpla
ri quodā
veteri re-
pertum.



I M E A M. afferre sententiam operæ pretium est, erravit Philosophus. nam fieri non potest. ut super ipsa subtendente quæ posterius protracta est recta Linea cadat, sed necessario supra ipsam incidet, quemadmodum Elementorum quoque institutor vsus fuit, quod autem dicimus, hoc modo ostendemus. Sint duo Triangula æquicrura a b c,

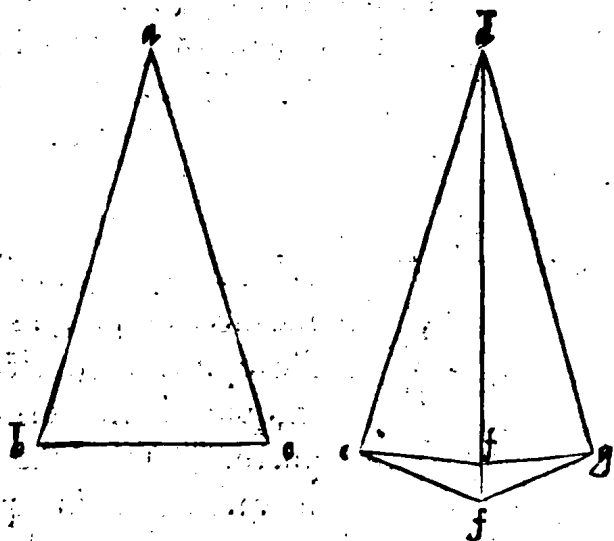
d e f, quæ habeant duo Latera b a, a c duobus Lateribus e d, d f equalia, & Angulus qui ad Signum a, Angulo qui ad Signum d sit maior. Ponendus est itaque Angulus ipsi æqualis, qui sit e d g, & protracta d g sit æqualis ipsi e d. Si autem ipsam e g connectere volumus, fieri non potest ut ea, quæ connexa est, ipsi e f in directum sit. nam si fieri potest sit in directum ipsi, hoc est super eadem recta Linea incidat ipsa e g, quemadmodum vsus esse videtur Proclus in secunda sua suppositione. Quoniam itaque duo Triangula æquicrura esse supponuntur, æqualis utique erit Angulus qui ad Signum e, Angulo qui ad Signum g. Cæterum ipsi etiam d f e, est æqualis. & Angulus igitur, qui ad Signum g, Angulo d f e equalis



lis

lis est: quæ enim eidem æqualia, & inter se sunt æqualia. Si autē hoc verum est, Trianguli dfg , externus Angulus interno, & ex opposito collocato æqualis erit, quod est impossibile. Fieri ergo minime potest ut recta Linea $e g$, rectæ Lineæ $e f$ in directum sit. Si verò hoc fieri nō potest, eō magis neque extra incidet. Intra igitur. Non ergo recte dixit Philosophus. Veruntamen alia quoque ratione hoc fieri non posse ostendemus in eadem descriptione. Cum enim ipsa $d e$, tum ipsi $d f$, tū ipsi $d g$ æqualis supponatur, ipsa quoque $d f$, ipsi $d g$ erit æqualis.

Quapropter tria Triangula æquicrura sunt, utputa $d e f$, $d f g$, & $d e g$. æqualia siquidē inter se tria Latera ostensa sunt. & qui igitur ad Bases ipsorum sunt Anguli, æquales sibi inuicem erunt. hoc est qui ad Signum e , ei qui ad Signum g , &



adhuc ipsi $d f e$: & qui ad Signum g , ipsi $d f g$. Quatuor igitur Anguli sibi inuicem sigillatim æquales sunt. Quamobrem & duo ipsorum, reliquis duobus æquales erunt. Sint duo qui ad e , & g Signa, duobus $d f e$, $d f g$ æquales utriusque simul utrisque. Anguli igitur $d f e$, $d f g$, duobus sunt Rectis æquales, siquidē recta Linea $d f$ super rectā Lineā $e g$ stertit. Quocirca Anguli quoque $d e f$, $d g f$ duobus Rectis æquales sunt. Si autem hoc verum, septimū decimū Theorema destructum est. At qui illud verum est, hoc ergo nequaquam fieri potest. Quæ ergo producit recta Linea $e g$, super eadem recta Linea $e f$ non cōnectetur. Si verò hoc fieri non potest, multo magis (ut dictum est) neque extra incidet. quod enim in illa suppositione euenit absurdū, absurdū hoc maius est. Dicendum igitur pro Philosopho quod eos, qui instituuntur alloquens, non satis scite exposuit. Vel exercitationis gratia, animique excitationis eorum, qui ingenio præstant. vel fortasse etiam hallucinatus est. & nil mirum. Præterea aliter idem ostendemus. Cum enim quatuor Anguli sigillatim æquales sibi inuicē ostensi sint, hoc est ipse $d f e$, & ipse $d f g$: & adhuc qui ad Signum e , & qui ad g Signum. Cum verò recta Linea super rectā consistens Lineā Deinceps

Defendit
Proclū ma
gis eū of
fendēdo.

ceps. Angulos æquales fecerit, vterque rectus est. Quamobrem vterque ipsorum dfe , dfg rectus erit. Si hoc autem verum est, Angulus etiam, qui ad g , rectus erit. Si autem hoc verum, destructum est rursus septimum decimum Theorema. omnis enim (inquit) Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt. nostra autem suppositio ostendit ipsos duobus Rectis æquales, quod est absurdum.

FRANCISCI BAROCII SCHOLIUM

aduersus quoddam incerti Autoris Scholium

in Vigessimum quartum Theorema

Primi Lib. Elementorum

Euclidis.

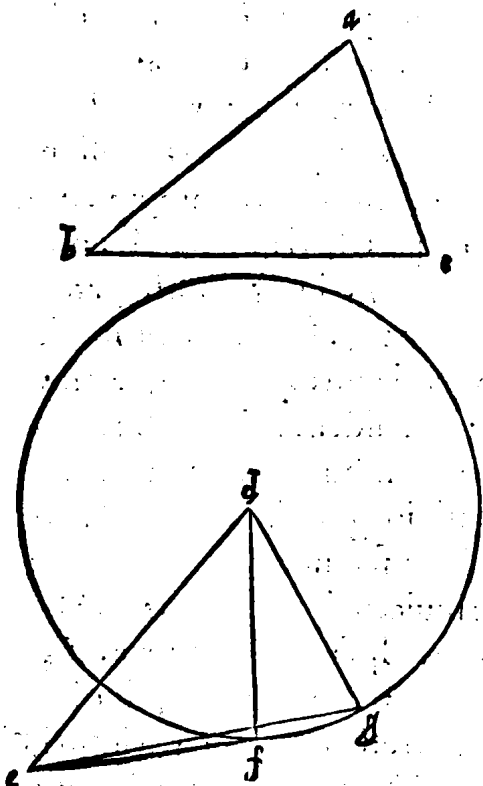


Scholium
Interpre-
tis.

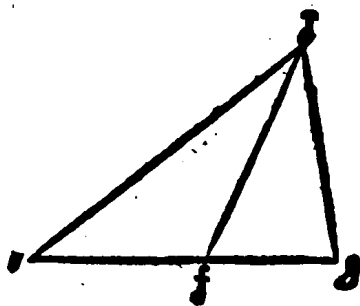
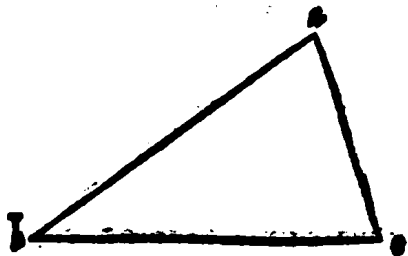
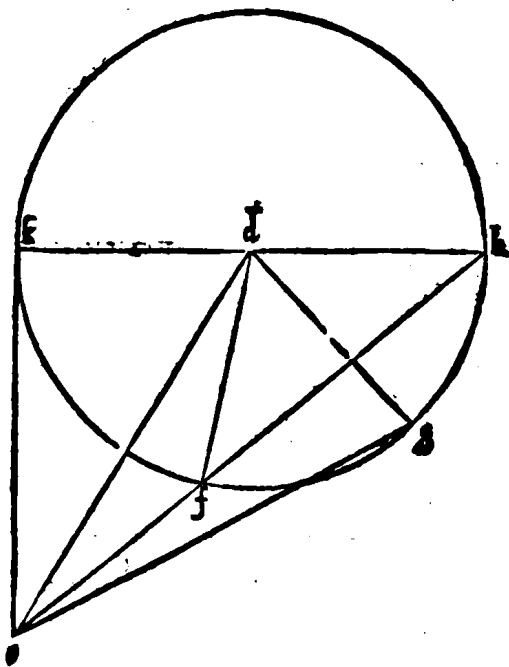
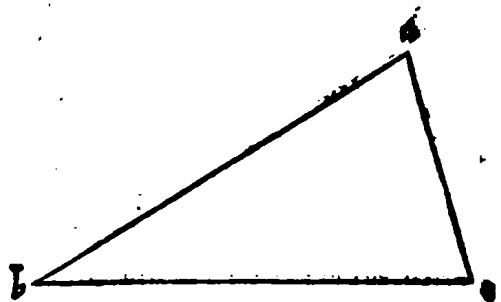


I ME A quoque afferenda est sententia errauit planè incertus quisquis sit Autor, non errauit autē Philosophus. nam sciendum est quod ipsa Triangula, quæ Elementorum institutor proponit aut æquicrura, aut Scalena erunt. equilatera enim esse non possunt, cum inæquales quidem Anguli verticales, æqualia verò duo vnius Latera duobus alterius Lateribus alterum alteri sint. erunt siquidem Anguli etiam æquales, quod non supponitur. Si itaque Triangula æquicrura fuerint quemadmodum Elementorum quoque institutor ipsa accepit, necessario supra subtendentem quæ ultimò protracta est recta Linea incidet, vt incertus etiam Autor ostendit: Si verò Scalena, vt & Proclus ipsa suscepit, fieri potest vt quæ ultimò protracta est recta Linea, tum super ipsa subtendente, tum supra ipsam, tum etiam infra ipsam cadat. & iuxta omnem positionem Theorema veritatem in se continet, vt apud Proclum ipsum quilibet videre potest. Immeritò igitur incertus Autor Proclum infestat. non enim in æquicruribus Triangulis, extrà, vel super ipsa subtendente ultimò protractam Proclus accepit, sed simpliciter enuntiavit. Cum autē indeterminatè aliquid affirmamus, in quibus fieri potest ipsum intelligimus, nō aut in quibus non potest fieri. Dicendum ergo pro incerto Autore quod aut quasi ad rudes, ambitionis causa, quippe quod tantum virum deceptum ostendat, aut exercitationis gratia, Animique excitationis eorum, qui ingenio valent, præsens scripsit Scholium, aut fortasse etiam hallucinatus est. Scire autem operæpretium est quod cum ait incertus Autor in æquicru-

quicruribus Triangulis postremò productam rectam Lineam supra subtendentem necessariò cadere, hoc verum est in ijs quidē æquicruribus, quæ similiter æquicrura sunt, non autem in ijs, quæ non sunt similiter æquicrura. etenim in non similiter æquicruribus fieri potest, ut quæ ultimò producta est recta Linea, modò supra subtendentem, modò infra, modò super ipsa cadat. Sint enim duo Triangula abc , def æquicrura ita, ut Latus quidem ab æquale sit Lateri bc , & Latus ac , utroque minus: Latus verò d æquale Lateri fe , & Latus de , utroque maius. & sit Latus ab æquale Lateri ed , & Latus ac , Lateri df . nec non Angulus bac , maior Angulo edf . Ponatur autem Angulus edg æqualis Angulo bac , & protrahatur ipsa dg , ponaturque æqualis ipsi ac , & connectatur ipsa eg . Dico quòd fieri potest ut ipsa eg , & supra ipsam ef , & infra ipsam, itemque super ipsa cadat. Centro enim Signo d , interuallo autem Linea df , Circulus describatur, quem aut tangit Linea ef , aut secat. Tangat primùm. Linea igitur dg in Circuli Circumferentiam cadet. & quoniam tota contingens extra Circulum cadit, necessariò ipsa eg supra ipsam ef cadet. Secet autem ipsa ef Circulum ut habetur in secunda nostra descriptione, & producat in directum Linea ef , quousque Circulum iterum secet in h Signo. Quoniam itaque ipsa dg , ipsi df æqualis est, necessariò in Circuli Circumferentia cadit. Aut igitur inter fh Signa in Circumferentia cadit, aut in Signum h , aut ultra h Signum. At qui fieri non potest ut in Signum h , aut ultra h Signum ipsa cadat. necessarium igitur est inter f , & h Signa ipsam cadere. Quòd autem neque in Signum h , neque ultra h Signum cadere potest, sic ostendemus. Cadat primùm in Signum h , ut ipsa dh , & producat ipsa hd in directum usque ad Signum k , & connectatur Linea ke , quæ tangat Circulum,

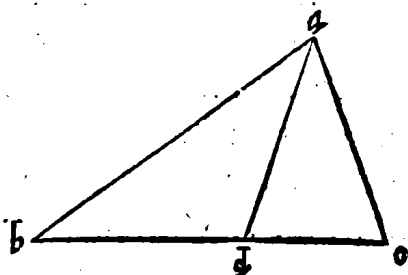


in Signo k. Quoniam igitur duæ k d, d e duabus e d, d h æquales sunt, Basis autem e h, Basi e k est maior, Angulus fanè e d h, Angulo e d k maior est. Verùm Angulus e d k maior est Angulo e h d. Multò maior igitur est Angulus e d h, Angulo e h d. & Latus ergo e h, Latere e d maius est. Erat autem & æquale, Triangulum siquidem æquicrus supponebatur, quod fieri non potest. non cadet ergo in Signum h, recta Linea d g. Eodem fanè modo ostendemus quòd neque ultra ipsum ñsdem existentibus suppositionibus cadere potest. Necessariò igitur inter Signa f h in Circumferentia cadit, secantque se inuicem ipsæ d g, e h rectæ Lineæ. Ipsa ergo e g protracta magis remota quàm ipsa e h à Cētro est, & propterea infra ipsam e f cadit, quod demonstrandum erat. Demonstrauimus igitur quòd tum supra, tum infra ipsam cadere potest. Reliquum autem est ostēdere quòd fieri potest, vt etiam super ipsa subtendente quæ vltimò protracta est recta Linea cadat. Sint itaque duo Triangula æquicrura a b c, d e f vt ea, quæ superius descripta sunt. & sit quidem vterq; Angulorum b a c, a c b reliqui duplus, itemque duplus Anguli e d f. hoc enim fieri potest. constituatur aut ad d e recta Linea, ad Signūque in ea d, Angulus e d g æqualis Angulo b a c, & ponatur cuius Linearū a c, d f æqualis ipsa d g, cōnectaturq; Linea e g. Dico quòd his suppositis, necessariò ip-



sa fg ipsi ef in directū est, ipsa quē e g postremò protracta, super ipsa ef g velis nolis cadet. Primum igitur ostendendum quòd in directū est ipsa g f, ipsi f e, vnaquē est recta Linea ipsa e f g: postea verò, quòd super ipsa cadit recta Linea e g, postremò protracta. Si autem hoc ostendere volumus, ostendenda prius est nobis Sumptiuncula quedā, quæ talis est. Si Trianguli equicruris vtrunque eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habentis vteruis Angulorum, qui ad Basim sunt bifariam sectus fuerit, quæ Angulum secat recta Linea ad reliquum Trianguli Latus ducta, æqualis est Basi Trianguli, quod initio erat, itemquē alteri dissecti Lateris Segmento, quod minori Trianguli Angulo magis propinquū est. Sit Triangulū a b c æquicrus habens vtruncq; eorum, qui ad a c Basim sunt Angulorum reliqui duplū, & secetur bifariam Angulus, qui ad a Signum est per rectā Lineam a d, & ducatur ipsa a d ad Latus b c. Dico quòd æqualis est recta Linea a d vtrique rectarum Linearum a c, d b.

Sumptio.

Demō Sū
ptionis.

Quoniam Angulus b a c duplus est vtriusq; Angulorum b a d, a b d, Angulus b a d, Angulo a b d æqualis est. Aequale igitur est & Latus a d, Lateri d b. Rursus quoniam Trianguli a b d externus est Angulus a d c, duobus internis, ex oppositoquē iacentibus, ipsis nēpe a b d, b a d est æqualis, qui ipsi b a c æquales sunt. Angulus ergo a d c, Angulo b a c inæqualis non est. At ipse b a c, ipsi a c b est æqualis. æquicrus. n. Triangulum a b c supponebatur.

Angulus igitur a d c, Angulo a c d equalis est. & Latus ergo a d æquale est Lateri a c.

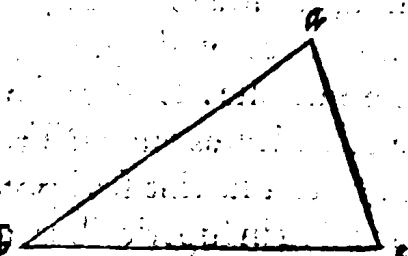
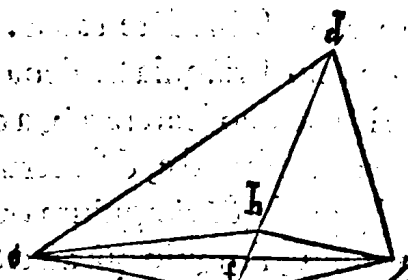
Ostensum est aut ipsi etiam d b æquale. Recta igitur Linea a d vtrique a c, d b rectarum Linearū æqualis est, quod

oportuit demonstrasse. Hoc præassumpto Propositum ostendemus. Sit igitur

quæ superius designata fuit descriptio.

Si itaq; ipsa g f in directum non est ipsi f e, sed sunt duæ Rectæ ipsæ e f, f g, ducatur à Signo e, ad g Signū recta Linea,

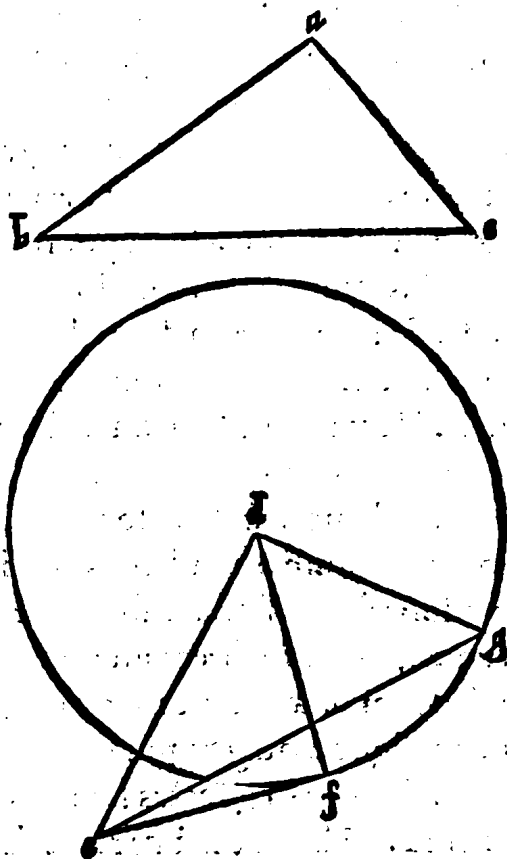
quæ aut supra e f, f g rectas Lineas cadit, aut infra. nā super duabus rectis Lineis

Propositū
Demō.

c 2 vna

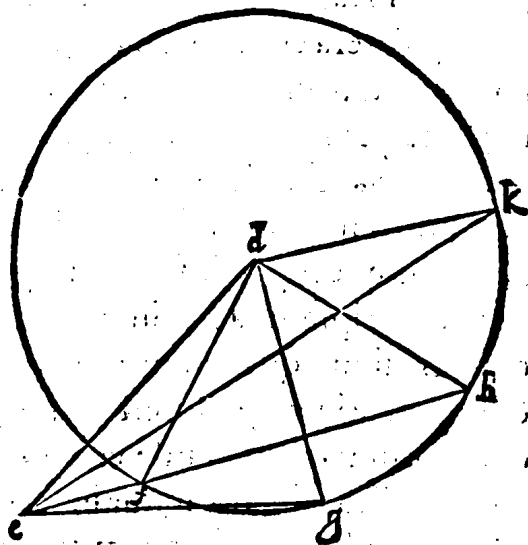
vna recta Linea cadere minimè potest. Cadat primò suprà. Secat igitur ipsam d f. fecet in Signo h. Quoniam igitur a b, ipsi d e : & a c, ipsi d g æqualis est, duæ duabus æquales, & Angulos æquales comprehendunt eos, qui sunt ad verticem. Basis igitur b c, Basi e g æqualis est, omniaque omnibus sunt æqualia. Triangulum ergo e d g æquicrus est, habens vtrunque eorum qui ad Basim d g sunt Angulorum, reliqui duplum. Secat autem Linea d h, Angulum e d g bifariam. Aequalis est igitur ipsa d h, ipsi d g, posita autem erat ipsa d g, ipsi d f æqualis. & ipsa ergo d h, ipsi d f æqualis est, Totæ sua pars, quod nequaquã fieri potest. Nō cadit ergo suprà recta Linea e g. Cadat infrà, & producaturs ipsa d f quousque ipsam secet in h Signo. Similiter porrò ostendemus quòd tota d h suæ d f parti æqualis est, quod est absurdum. Fieri igitur non potest vt e g recta Linea infra e f, f g rectas Lineas cadat. At neq; supra. Super ipsis ergo necessariò cadet. Verū vna recta Linea super duabus rectis Lineis tota cadere non potest. Ipsæ igitur e f, f g, duæ rectæ Lineæ nō sunt. Vna ergo tota ipsa e f g recta Linea est. Cū autē vna sit, manifestum est quòd nulla alia est, nisi ipsa e g postremò protracta. In huiusmodi igitur Aequicruribus, quæ hoc modo se se habent recta quæ vltimò protracta est Linea, neq; suprà, neq; infrà, sed super ipsa subtendente omnino cadet. Ostensum autem fuit quod aliter se se habentibus huiusmodi Aequicruribus fieri potest vt etiam supra ipsam, & infra ipsam cadat. In non Similiter Aequicruribus igitur ipsa e g & supra, & infra ipsam e f, & super ipsa cadere potest, quod oportuit demonstrasse. Eodem sanè modo ostendemus quòd si Triangula Scalena fuerint fieri potest vt ipsa e g tū in superioribus, tum in inferioribus partibus, tum etiam super ipsa subtēdēte cadat. Sint ergo duo Triangula Scalena a b c, d e f, quæ duo Latera a b, a c duobus Lateribus d e, d f alterum alteri æqualia, & Angulum qui ad a Signum, Angulo qui ad d Signū est, maiorem habeant. Cōstitua-

Demō in
Scalenis.



tur

tur ita q̄ ad rectam Lineam de, ad Signumq̄ue in ea d, Angulo b a c
 æqualis Angulus e d g, & ponatur cuius ipsarum a c, d f æqualis ipsa
 d g, & connectatur e g. Dico quod fieri potest vt ipsa e g & supra ip-
 sam e f, & infra, & super ipsa cadat. Centro enim d, interuallo autem
 d f Circulus designetur, quē aut tangit rursus ipsa e f, & tunc recta Li-
 nea e g supra rectam Lineam e f cadet, vt in Acquiruribus ostensum
 est: aut secat ipsum. Secet, & producat in directū ipsa e f quousq̄
 secet rursus Circulum in h Si-
 gno. Aut ergo ipsa d g inter
 Signa f h in Circunferentiam
 incidit, & sic ipsa e g infra ip-
 sam e f cadet: aut in Signo h,
 & tunc ipsa e g super ipsa e f
 in directum cadet, vt ipsa e h:
 aut vltra h Signū, vt ipsa d k,
 & sic ipsa e k, hoc est ipsa e g
 supra ipsam e f cadet. In Sca-
 lenis ergo Triangulis quæ vl-
 timò producta est recta Li-
 nea non solum supra subten-
 dentem, verum etiam infra,
 itēq̄ue super ipsa cadere po-
 test, quod erat demonstrandum.



Non errauit igitur Proclus maximus
 quidem Philosophus, quippe qui Triangula ipsa non determinauit,
 sed simpliciter enunciauit. Assumemus autem ex his Triangulorū
 cum ad principia totius Mathematicę essentię relationem, tum ad ea,
 quæ sunt proportionē. quum enim Mathematica genera, & species
 Fine, & Infinito participant, siquidem ab ipsis etiā scaturiunt, alia qui-
 dem Fini cognata sunt, alia verò Infinitati, alia autem per misionem
 vtriusq̄ue subsistunt. & quæ quidem ex Fine orta sunt, terminum, &
 statum, & identitatem, & equalitatem, & similitudinem seruant: quę
 autem ab Infinitate emanant, in infinitum progressionem, & accre-
 tionem, & detractionem, & inæqualitatem, & dissimilitudinem, &
 varietatem, omnisq̄ue generis diuersitatem in se se ostendunt: quę
 verò per misionem vtriusq̄ue gignuntur, partim quidem Finis naturā
 propter meliorem coordinationem, partim autem Infinitatis propter
 deteriores seriem indicant. Non immeritò igitur propter hæc cum
 Trilateræ etiā Figuræ per illa principia constituentur, Finis quidem
 Ratio æquilaterum perfecit Triangulum, quod æqualitate tantum,

Digressio

&

Triangulo-
rum ad sua
principia
relatio.

& similitudine est præditum, & iuxta omnia finitum semper, atque terminatum, idemque manens, & neque accretionem iuxta Angulos, neque decretionem, neque ullam iuxta Latera varietatem suscipiens: Infinitatis autem, scalenū, quod solius inequalitatis, & dissimilitudinis est particeps, iuxtaque omnia indeterminationem, & motum infinitum, & varietatem ostendit: vtriusque autem, quippe quæ medium ipsarum tenet Centrum, mistæque ex ambobus naturæ est particeps, æquicrus, quod Finis simul, atque Infinitatis ostendendæ vim habet. Quapropter Triangula, quæ præsens Vigessimū quartū Theorema proponit, æquilatera esse non possunt (hoc siquidē inequalitatē ostēdit, illa autem ab æqualitate vndique scatent) verū aut æquicrura, aut scalena. & si æquicrura, aut similiter. rursus æquicrura, aut non similiter. & in scalenis magis varia est ipsius Constructio, quam in æquicruribus. in scalenis enim quæ postremo protracta est recta Linea & supra, & infra subtendentem, itemque super ipsa cadere potest; in æquicruribus autem necessario supra ipsam cadit. in æquicruribus inquam; quæ similiter æquicrura sunt. quæ enim non sunt similiter æquicrura diuersitate, & varietate iuxta positionē magis participant, quam ea, quæ æquicrura similiter sunt. vnde etiam magis varia istorum, quam illorum Constructio est. Iurē igitur in scalenis magis varia Constructio ipsa, & Demonstratio est, quam in æquicruribus. Siquidē scalena quidē varietate, & diuersitate, simpliciterque deteriori serie magis quam æquicrura participant: æquicrura verò Infiniti naturæ sunt magis cognata. Propterea sanē diuinis etiam Animis tanquam inferiorum omnium mensuris, & simplicitate, & æqualitate, identitateque præditis æquilaterum quidem Triangulum Pythagorei assimilant; æquicrus autem secundis generibus materialem naturam dirigentibus, quippe quæ mensura quidem abundant, inequalitatem verò, materialemque immoderationem iuxta suas extremitates attingunt, æquicrurum siquidem duo quidē Latera, & duo Anguli æquales sunt, Basis autem, Verticalisque Angulus inequalis: Scalenum verò vitiis partibilibus, quæ vndeque immoderatione, & inequalitate, omnique generis diuersitate, & varietate refertæ sunt. Verum de his quidem hætenus.

Pulchra
Triangulo-
rum iuxta
Pythagoreos
ad ea quæ
sunt comparatio.

Finis
Scholii

Corollarium ex Scholio.

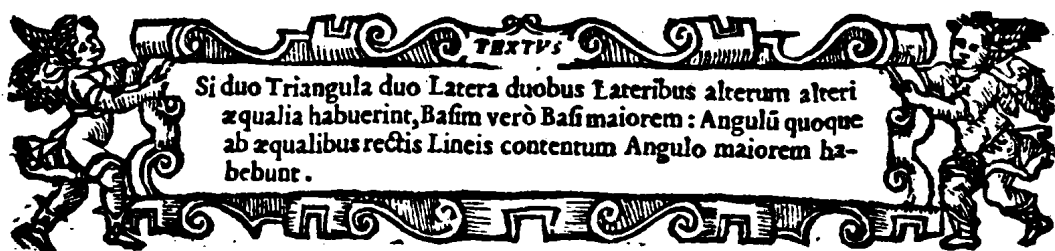
Corollarium.

EX his porro manifestum est quod in Triangulis non similiter æquicruribus cum quidem Angulus Verticalis vnus duplus fuerit Angu-

li Verticalis alterius, necessariò quæ vltimò protracta est recta Linea, super subtendēte recta Linea cadit : cū autem maior quàm duplus, infra ipsam : cū verò minor, supra. Opus est autem quando super ipsa cadit, vt Triangulum, quod maiorem Angulum habet, vtrunq; eorum, qui ad Basim sunt Angulorum reliqui duplum habear.

SEQVVTVR PROCLI

Commentarij

Propo 25
Theo. 16.

PRæfens Theorema Octauo quidem oppositum est, præcedenti verò conuersum. iuxta coniugationem enim Elementorum institutor de Angulorum, Basiumquæ æqualitate, atque inæqualitate Theoremata protulit, in vnaquaq; coniugationum alia quidem Præcedentia, alia verò Conuersa accipiens. & in Præcedentibus quidem, directis ostensionibus : in Cōuersis verò, ad impossibile Deductionibus vtens. Hoc modo autem in vno etiam quolibet Triangulo fecit, interdum quidem æqualitati Laterum, quæ in ipso sunt, eorum, qui ab ipsis subtenduntur Angulorum æqualitatem consequentem esse ostendens : interdum verò inæqualitati inæqualitatem. Rursusquæ e conuerso, Angulorum quidem æqualitati Laterum æqualitatem, inæqualitati verò inæqualitatem esse consequentem affirmans. Verū ad Propositum venientes, quomodo quidem Geometra ostendit manifestū cū sit, ex Libris legere nōs, qui discendi tenentur desiderio dimittemus. Quas autem alij etiam eiusdem afferunt Demonstrationes breuiter enarrabimus. & primū illam, quam Menelaus Alexandrinus inuenit, & tradidit. Sint duo Triangula abc , def duo Latera ab , ac duobus Lateribus de , df æqualia habentia alterum alteri, Basimquæ bc , Basim ef maiorem. Dico quòd Angulus, qui ad a Signum, Angulo, qui ad d Signum, maior est. abscindatur enim à Basim bc , Basim ef æqualis, quæ sit bg , & constituatur ad b Signum Angulo def , æqualis Angulus gbh , & ponatur bh ipsi de æqualis, & connectatur hg , & producatursque ad k Signum, cōnectaturquæ ah . Quoniam itaque

Cóm. 30.

Démonstra
tio Mene
lai Alexā
drini.

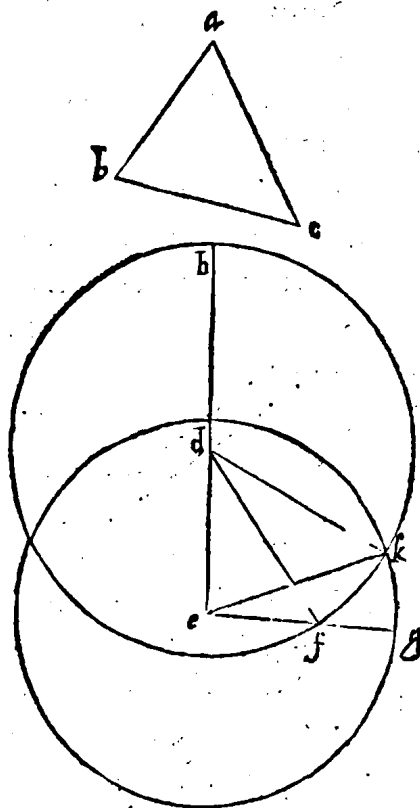
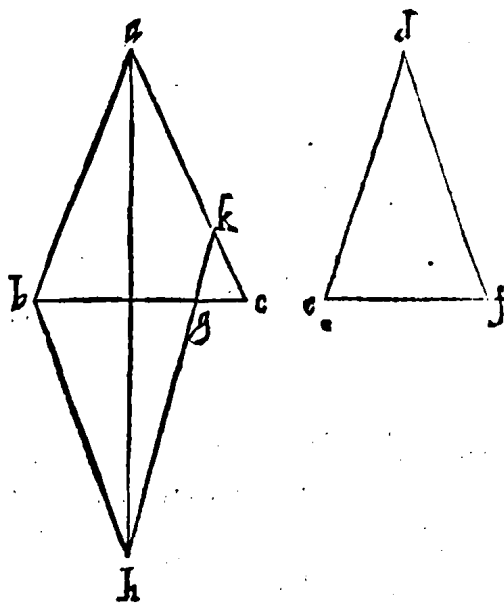
que b g æqualis est ipsi e f, b h
autem ipsi e d, duæ duabus sunt
æquales, Angulosque æquales
continent. Ipsa igitur g h, ipsi
d f æqualis est, et Angulus b h g
Angulo e d f inæqualis non est.
Et quoniam g h æqualis est ipsi
d f, ipsa autem d f, ipsi a c, ipsa
quoque g h, ipsi a c æqualis est.
Maior est igitur h k, quàm a c,
quàm obrẽ multò maior quàm
a k. Et Angulus ergo k a h, An
gulo k h a maior est. Rursus
quoniã æqualis est ipsi a b, ipsa
b h, ipsi nanque d e est æqualis,

Angulus bha , Angulo bha æqualis est. Totus igitur bhk Angulus
toto bac Angulo est minor, æqualis autem Angulo, qui ad Signum
 d , ostensus est. Angulus ergo bac , Angulo, qui est ad d Signum, est
maior. Talis quidem Menelai Demonstratio est. Heron autem Me-
chanicus hoc modo non per im-

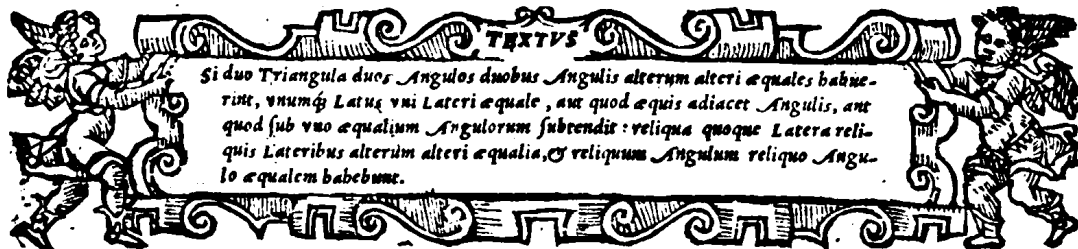
**Heronis
Mechani-
ci Demō.**

possibile idem ostendit . Sint
duo Triägula abc , def , eędęquę
sint suppositiones . & quoniam
 bc maior est quàm ipsa ef , pro-
ducatur ef , & ponatur ipsi bc , æ-
qualis eg , similiterquę protraha-
tur de , & ponatur ipsi df , ęqualis
 dh . Circulus igitur, qui Cētro d ,
interualloquę df describitur tran-
sibit etiam per Signum h . Descri-
batur vt fk h . & quoniam ac , ab
maiores sunt ipsa bc , hæ autem
ipsi e h ęquales sūt, & bc , ipsi ge ,
Circulus, qui Centro quidem e ,
interuallo autem eg describitur,
secat ipsam eh . Secet vt ipse gk ,
& connectantur à communi Cir-
culorum scctione ad Centra rectę

Lineæ $k d, k e$. Quoniam itaque d Signum Centrū est Circuli $h k f$,
ipsa



ipsa $d k$, ipsi $d h$ æqualis est, hoc est ipsi $a c$. Rursus quoniam e Signum Centrum est Circuli $g k$, ipsa $e k$ ipsi $e g$ æqualis est, hoc est ipsi $b c$. Quoniam igitur duæ $a b$, $a c$ duabus $d e$, $d k$ sunt æquales, & $b c$ Basis, $e k$ Basis, Angulus quoque $b a c$, Angulo $e d k$ est æqualis. Angulus ergo $b a c$, Angulo $f d e$ maior est.



Propō 26
Theo 17.

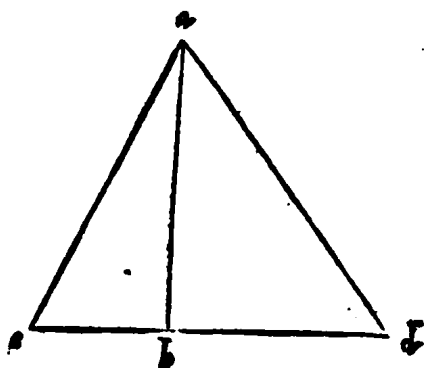
Triangula iuxta Latera, & Angulos, & Areas ad inuicem comparare volentem, necesse est aut Latera sola æqualia accipiendo, Angulorum æqualitatem quærere: aut solos Angulos æquales sumendo, Laterum æqualitatem inuestigare: aut Angulos, & Latera miscendo, Angulorum, & Laterum æqualitatem scrutari. Solos itaque Angulos quidē æquales cū accepisset Euclides, Latera quoque Triangulorum nō potuit æqualia ostendere. æquiangula enim minima quoque maximis Triangula sunt, quum etiam iuxta Latera, comprehendendaque spatia ab alijs superentur: Angulos autem Angulis illorum singillatim æquales habeāt. Sola verò Latera æqualia cū supposuisset, omnia æqualia esse demonstrauit per octauū Theorema, in quo duo sunt Triangula, quæ duo Latera duobus Lateribus alterum alteri æqualia, Basimque Basi æqualem habent, hæcque æquiangula, æqualiumque Spaciorum comprehendendorum vim habentia ostenduntur. & Elementorum institutor hanc additionem prætermisit tanquam per quartum necessario consequentem, nullaque Demonstratione egentem. Latera autem, atque Angulos accipiens, vel vnum Latum vni æquale, vnumque Angulum vni æqualem accipere debuit: vel vnum Latum, duosque Triangulorum Angulos duobus æquales: vel contra vnum Angulum, duoque Latera: vel vnum Angulum, & tria Latera: vel vnum Latum, & tres Angulos: vel plura etiā vno Latere, vnoque Angulo plures. Verū vnum Angulum, vnumque Latum cū accepisset, Propositum minimē ostendit, reliquorum scilicet æqualitatem. fieri enim potest vt duo Triangula iuxta vnum solum Latum, vnumque Angulum æqualia existentia, quō ad reliqua prorsus inæqualia sint. Sit enim recta Linea $a b$ Perpendiculariter erecta super rectam Lineam $c d$, sit autem maior $b d$ quā $b c$, & connectan-

Cóm. 31.
Pulcherri
ma cōpa-
rationis
Triángulo-
rū Diuísio

d tur

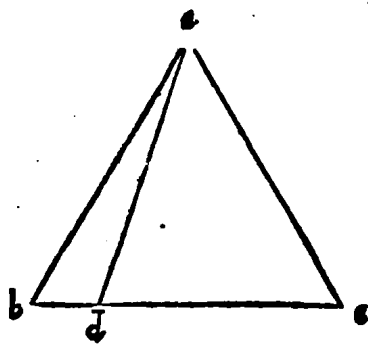
tura c, a d. His igitur Triangulis vnum quidem est Latus commune, vnusque Angelus vni Angulo æqualis, reliqua verò omnia inæqualia sunt. Vnum autē Latus, & duos Angulos accipere licet, ceteraque equalia ostēdere, & hoc facit per præsens Theorema. Vnū verò Latus, & tres Angulos equaliter iterum supponere superuacaneum est. Siquidē duobus etiam solis æqualibus existentibus, reliquorum æqualitas ostensa fuit. Rursus vnum Angulū, duoque Latera æqualia accipiens, reliqua æqualia in quarto Theoremate demonstravit. Vnum autem Angulum, & Tria Latera æqualia accipere superuacuum est. duo nanque tantū equalia assumpta, cæterorum æqualitatem concluderunt. Quinetiam duo Latera, duosque Angulos æquales suscipere: vel duo Latera, & tres Angulos æquales: vel duos Angulos, & tria Latera: vel tres Angulos, & tria Latera, hæc omnia superuacanea sunt. quæ. n. pauciores consequuntur suppositiones, omnino plures etiā comitantur, dūmodo cum † datis conditionibus suppositiones accipiantur. Tres ergo suppositiones Demonstratione egentes sunt nobis ortæ, quæ quidem sola tria Latera suscipit: quæque vnum Latus, & duos Angulos, quā nunc Geometra proponit: huicque opposita. Et propterea hæc sola tria Theoremata de æqualitate Triangulorū habemus, quæ in Lateribus, Angulisque versatur. Quandoquidem cæteræ omnes suppositiones ad Quæsitum ostendendum aut inuolidæ sunt, aut validæ quidem, sed superuacaneæ, eò quòd per pauciores suppositiones eadem suapte natura comparata sunt. Quēadmodum igitur quando duo Latera duobus Lateribus æqualia suscipiebat, vnoque Angulo vnum Angulum æqualem, non equidem quemlibet Angulum accipiebat, sed (vt ab ipso propositum fuit) ab æqualibus rectis Lineis contentum, eodem modo duos etiam Angulos duobus æquales assumens, vnumque Latus vni Lateri, hoc non quodlibet assumit, verū aut equis Angulis adiacens, aut sub vno equalium Angulorum subtendens. neque enim in quarto Angulus quilibet æqualis sumptus, neque quoduis in præsentī Theoremate Latus, reliqua æqualia ostendere potest. Dico autem, exempli gratia, existente Triangulo æquilatere a b c, diuidatur Latus b c in partes inæquales per Lineam a d. Fiunt igitur duo

Trian-



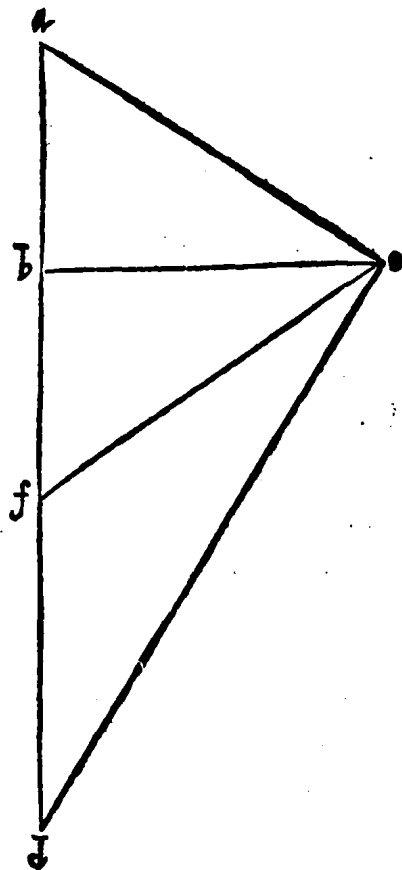
† decētib.
bus.

Triangula duo Latera $a b$, ad duobus Lateribus $a c$, $a d$ æqualia habentia, vnūquē Angulum, qui ad b Signum vni Angulo, qui ad c Signum æqualem, verūm nō etiam reliqua Latera æqualia sunt, vtputā Latus $b d$, Lateri $d c$. inæqualia enim sunt. At neque etiam reliqui Anguli æquales sunt. Causa autem est quoniam Angulo Angulum æqualem suscepimus



non eum, qui ab æqualibus Lateribus continetur. Eodem sanē modo præsens quoque Theorema titubare videbitur, nisi iuxta iam dictam conditionem, æquale Latus sub vno æqualium Angulorū subtendens, vel æqualibus Angulis adiacens accipiamus. Sit enim Triangulum rectāgulum $a b c$, Angulum,

qui ad b Signum est rectum habens, Latusq; $b c$ maius Latere $b a$, & producat $a b$, & cōstituatur ad rectam Lineam $b c$, ad Signumq; in ea c , Angulo $b a c$, æqualis Angulus $b c d$, & coincident $b d$, $c d$ productæ vsq; ad Signum d . Duo itaq; Triangula sunt $a b c$, $b c d$ vnum Latus $b c$ commune habentia, duosq; Angulos duobus Angulis æquales $a b c$ quidē, ipsi $c b d$ (Recti. n. sunt) $b a c$ autem, ipsi $b c d$. sic. n. constituti fuere. Æqualia igitur (vt videtur) Triangula sunt, ostenditur tamen Triangulum $b d c$ maius Triangulo $a b c$. causa autem est quoniam commune Latus $b c$ in Triangulo quidem $a b c$ vnum æqualiū Angulorū subtēdens accepimus, ipsum scilicet, qui ad a Signum est: in Triangulo verò $b c d$, æquis Angulis adiacens. Opus erat igitur in vtrisque aut vnum æqualium Angulorum subtendere, aut æquis Angulis adiacere. Hoc autem nō obseruantes Triangulū illud æquale affirmamus, quod necessariò maius est. quomodo. n. Triangulum $b c d$, Triangulo $a b c$ maius non est: constituatur. n. ad rectam Lineam $b c$, ad Signumq; in ipsa datum



$d \quad a \quad c,$

c, Angulo a c b, æqualis Angulus f c b. Angulus .n. b c d maior est Angulo a c b, quemadmodum etiam Angulus, qui ad a Signum est. Quoniam igitur duo Triangula sunt a b c, b c f duos Angulos a b c, b c a duobus Angulis c b f, b c f alterū alteri æquales habentia, vnūquē Latus cōmune æqualibus Angulis adiacens ipsum scilicet b c, Triangula æqualia sunt. Maius est autē Triangulum b c d, Triangulo b c f. Maius igitur est Triangulo etiam a b c. Prius autē æquale ostensum fuit, propter cuiuslibet Lateris assumptionem. Hæc ad præsentium quoq̃ diligentiam Porphyrius nobis suppeditat. Eudemus autem in Geometricis enarrationibus præfens Theorema ad Thaletem refert. Nauigiorum .n. quæ in Mari sunt distantiam eo modo, quo dicunt ipsum ostēdere, hoc insuper vti (inquit) necesse est. Ex iam dicta autem diuisione omnem de Triangulorum æqualitate contemplationē breuiter assumemus, prætermisissorūquē causas dicere poterimus, tāquam mendaces suppositiones ipsas, vel tanquam superuacaneas re- darguentes. & huc vsque finem habere Elemētorum institutori pri- mam sectionem statuemus, quippe qui Triangulorum quidem Con- stitutiones, ac Comparationes iuxta Aequale, & Inæquale fecit. & per Constitutionem quidem, ipsorum Essentiam tradidit: per Compa- rationem verò, Identitatem, atque Diuersitatem. tria .n. sunt, quæ cir- ca existentiam versantur, Essentia, Idem, & Alterum, tum in Quan- titatibus, tum in Qualitatibus secundum subiectorum proprietatem. Ex his ergo tanquam imaginibus ostenditur quòd vnūquodq̃ sibi ipsi idem est, à se ipsoquē discrepat, propter eam, quæ in ipso est mul- titudinem: omniaquē eadem sibi inuicem sunt, & à se ipsis diuersa. etenim tum in vnoquoq̃ Triangulorum, tum in pluribus vno Triā- gulis æqualitas, inæqualitasquē reperta fuit.

Porphy-
rius.
Eudemus
i Geome-
trici enar-
rationib⁹
ad Thale-
tem hoc
Theore-
ma refert

Epilogus
primæ se-
ctiōis pri-
mi lib. E-
lemento-
rum Eucli-
dis.
Documē-
tum.

Pulchra
conside-
ratio.

TERTII LIBRI FINIS.

PROCLI DIADOCHI IN PRIMVM

EVCLIDIS ELEMENTORVM

LIBER QVARTVS.



Quod sit Secundæ primi Elementorum Partis Propositum

Caput vnicum.



DE TRIANGVLORVM quidem Ortu, & æqualitate, vel inæqualitate quæcunque Elemētari institutiōe dici poterāt ex iā dictis didicimus. De Quadrilateris aut Figuris deinceps Euclides enarrat, præcipuè quidem de Parallelogrammis nos edocens, simul verò cum horum contemplatione de Trapezijs quoq; doctrinam afferens. diuiditur enim (vt alicubi prius etiam in Suppositionibus diximus) Quadrilaterum in Parallelogrammum, & Trapezium: & Parallelogrammum in alias quasdam species, Trapeziumque similiter. Verum quoniam Parallelogrammum quidem propter æqualitatis participationem ordinatum est, Trapezium verò non eundem, neque similem ordinem habet, non immeritò præcipuè quidem de Parallelogrammis ipsi est sermo, vnā autem cum his Trapezium quoq; contemplatur. ex Parallelogrammorum enim sectione, Trapeziorum Ortus apparebit, vt procedentibus nobis manifestum erit. Quoniam autem rursus fieri non potest vt aliquid de Parallelogrammorum constitutione, vel æqualitate dicatur absq; Parallelarum consideratione (nam vt etiam ex nomine fit manifestum, Parallelogrammum illud est, quod à Parallelis ex opposito iacentibus rectis Lineis circumscribitur) necessariò hinc à Parallelis doctrinæ sumit initium, paululum autem ab his progressus, Parallelogrammorum doctrinam ingreditur vno medio vsus Theoremate inter harum, illorumque Elementarem institutionem. quippe quod videtur quidē Symptoma quoddam, quod Parallelis inest contemplari: primum autem Parallelogrammi Ortum tradit. tale enim est quod ait, Rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelas rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, & Parallelæ sunt. nam in hoc quidem Theorema-

Continua
tio Libri.In cō. 18.
Libri 1.Inferius i
Propōne
35.

Propō 33.

te quoddam equalibus, Parallelisque rectis Lineis Accidens consideratur: ex connexione autem Parallelogrammum apparet, quod Latera ex opposito iacentia, Parallelaque habet. Quod igitur Parallelarum sermo necessario præassumptus fuit, ex his manifestum est.

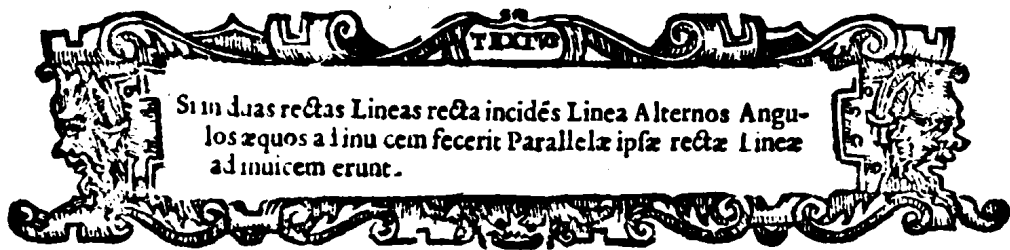
Tria, quæ
Parallelis
per se insunt

Tria autem assumenda sunt, quæ Parallelis per se insunt, & ipsas per se exprimunt, ipsisque conuertuntur, non solum tria simul, sed vnūquodque etiam seorsum ab alijs sumptum. Quorum vnū quidem est, Recta Linea Parallelas secante, Alternos Angulos æquales esse: alterum autem, Recta Linea Parallelas secante, internos Angulos duobus Rectis esse æquales: reliquum verò, Recta Linea Parallelas secante, externum Angulum interno, ex oppositoque iacenti æqualem esse. sufficiens enim est quodlibet horum Symptomatum demonstratum, rectas Lineas Parallelas affirmare. Hoc modo autem ceteri quoque Mathematici de Lineis differere consueuerunt, vniuscuiusque speciei Symptoma tradentes. Apollonius namque in qualibet Conicarum Linearum quid Symptoma sit ostendit, & Nicomedes in Conchoidibus, & Hippias in Quadrantibus, Perseusque in Spiricis. nam post ipsarum ortum quod ipsis per se, & secundum quod ipsum inest, assumptum, constitutam nobis formam à cunctis alijs distinguit. Eodem modo igitur Elementorum quoque institutor Parallelarum Symptomata primum inuestigat.

Apolloni
† Nicodemus.
Hippias.
Perseus.

SECUNDA PARS PRIMI LIBRI Elementorum.

Propo 27
Theor. 18



Cōm. pri-
mum.

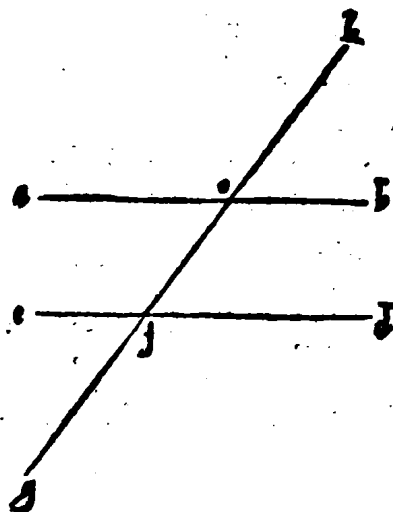
IN præsentī quidem Theoremate tāquam euidens præassumptum non fuit rectas Lineas in vno esse Plano, potius verò in omnibus Theorematis, quæ in Plano considerantur. Adicitur autem hoc, eò quòd non omnino Alternis Angulis æqualibus existentibus rectæ Lineæ Parallelæ essent, nisi in eodem quoque essent Plano. nihil enim obstat in modū literæ X rectis Lineis altera quidē in vno, altera verò in alio Plano iacentibus rectam in ipsas incidentem Lineam Alternos æquales efficere, non sunt tamen Parallelæ quæ hoc modo se habent rectæ

rectæ Lineæ. Præassumptum itaque fuit quòd omnia quæcunque in plana tractatione describimus, in vno eodemq; Plano excogitamus. In lib. 2.
in côm. 7.

Quapropter hac quoq; additione in præsentia non indiguit. Sciendū autē est quòd particulam [Alternatim] dupliciter Geometra suscipit, Notandū interdum quidem iuxta talem situm, interdum verò iuxta talem Rationū consequentiam. & iuxta hanc quidem significationē in quinto Libro, & in Arithmeticis particula [Alternatim] vitur: iuxta autē alterā, tum in hoc, tum cūctis alijs in Libris in Parallelis rectis Lineis, in hasq; incidentem. Angulos enim, qui ad easdem partes non fiunt neque deinceps sibi inuicem iacent, sed distincti quidem ab incidente sunt, ambo autē intra Parallelas existunt, differūt verò eò qd alter quidē sursum, alter autē deorsum iacet, Alternos Angulos, siue Alternim Angulos appellat. Dico autē, exem-

pli gratia, rectis Lineis a b, & c d existentibus, incidēteq; in ipsas recta Linea e f, Angulos a e f, d f e itēq; Angulos c f e, b e f Alternatim, siue Alternos esse dicit, utpote Alternos commutatoūe ordine iuxta positionem se habentes. Illud autē sciendum est quòd tali rectarū Linearum situ existente, omnia Symptomata diuisione sex fiunt. quorum tria tantum Geometra suscepit, tria verò omisit. aut enim ad easdē partes Angulos sumemus, aut non ad easdem.

Et si ad easdem partes, aut ambos intra rectas Lineas, quas ratio Parallelas ostendit: aut ambos extra: aut vnum quidem extra, alterum verò intra. & si non ad easdem, rursus eodem modo aut ambos extra rectas, quæ secantur Lineas accipere necesse est: aut intra: aut vnum quidem intra, alterum verò extra. Fiat autem in eadem descriptione manifestum quod dicitur, & sint quædam rectæ Lineæ a b, c d, & incidat in ipsas recta Linea e f, & producat ad h g Signa. Si igitur ad easdem quidem partes Angulos accipias, aut ambos intrā pones, ut ipsos b e f, & e f d, vel ipsos a e f, & e f c: aut ambos extrā, ut ipsos h e b & d f g, vel ipsos h e a, & c f g: aut vnum quidem intrā, alterum verò extrā, ut ipsos h e b, & e f d, vel ipsos g f d, & f e b, vel ipsos h e a, & e f c, vel ipsos g f c, & a e f. quadrupliciter enim hi accipientur. Si autem non ad easdem partes Angulos accipias, aut vtrunque intrā pones,



Qui sint
Alterni
Anguli.

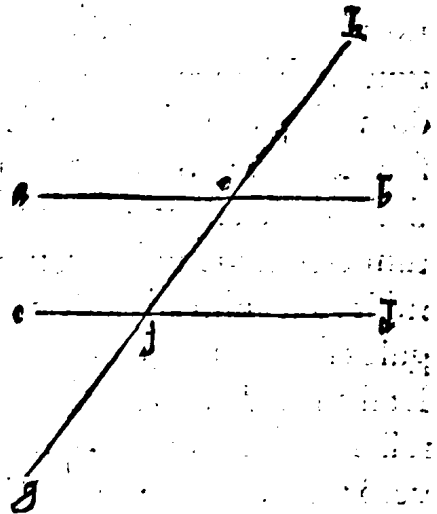
Documē-
tum.

Diuisio
Sympto-
matū Pa-
rallelarū
Linearū.

Anguli in
Parallelis
sex modis
sumuntur .

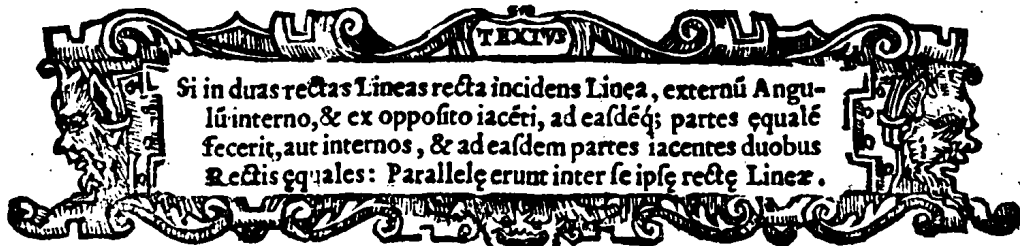
nes, ut ipsos $a e f$, & $e f d$, vel ipsos $c f e$, & $f e b$: aut utrunq; extrà, ut ipsos $a e h$, & $d f g$, vel ipsos $h e b$ & $c f g$: aut vnum quidem intrà, alterum verò extrà, hocquē rursus quadrupliciter . aut enim ipsos $a e h$, & $e f d$: aut ipsos $h e b$, & $e f c$: aut ipsos $g f c$, & $f e b$: aut ipsos $g f d$, & $f e a$ pones . & præter has alia Sumptio non est . Cum itaque Anguli sex modis sumantur, Geometra tres solas sumptiones contexuit . & hæc quidem consequētia Symptomata Parallelas exprimere apta nata sunt . Harum autem trium Sumptionum vna quidem est ex ijs Angulis, qui non ad easdē sunt partes, ex ijs quidem, qui intrà tantum sumpti sunt, quos Alternos etiam appellauit, ita ut $\hat{h}$, qui extrà ambo sunt, & $\hat{h}$, quorum vnus quidē extrà, alter verò intrà, prætermisisti sint: duæ verò, ex ijs, qui sunt ad easdem partes, ex ijs quidē, qui ambo intrà sunt, quos duobus Rectis æquales esse dicit, & ex ijs, quorum vnus quidem est intrà, alter verò extrà, quos æquales esse dixit, vna sanē Sumptione relicta, quæ ambos extrà supponit . Nos igitur dicimus quòd tres etiam prætermisissas suppositiones eadem consequuntur. Sint enim ad easdem partes ambo extrà Anguli $h e b$, $d f g$, dico q̄ hi duobus sunt Rectis æquales. Angulus enim $d f e$, Angulo $h e b$: & Angulus $b e f$, Angulo $d f g$ æqualis est. Si autem Anguli $b e f$, $e f d$ duobus rectis æquales sunt, Anguli etiā $d f g$, $h e b$ duobus sunt Rectis æquales. Sint rursus non ad easdē partes Anguli $a e h$, $e f d$, quorum alter quidem sit intrà, alter verò extrà, dico quòd ipsi quoque duobus Rectis æquales sunt, si enim Angulus $a e h$, Angulo $b e f$ æqualis est, Anguli autē $b e f$ & $e f d$ duobus Rectis sunt æquales, Anguli quoque $a e h$, & $e f d$ duobus Rectis æquales sunt . Sint rursus non ad easdem quidem partes, ambo autem extra rectas Lineas, ut Anguli $a e h$, $d f g$, dico quòd hi sibi inuicem æquales sunt . si enim Anguli $a e h$, & $b e f$ ad inuicem æquales sunt, Angulus autem $d f g$, Angulo $b e f$ est æqualis, Angulus igitur $a e h$, Angulo $d f g$ inæqualis non est. Si igitur quæ in tribus, quas Geometra suscepit suppositionibus cōsequuntur sumpta fuerint, eadem omnia in reliquis etiam tribus veluti vera consequentur . præter hoc, quòd in quibus quidem hæc Geometra suscepit iuxta quidem

duas



duas Sumptiones Anguli sibi inuicē æquales supponuntur, iuxta verò vnam, duobus Rectis æquales : in his autem è contrario, iuxta duas quidem duobus Rectis æquales, iuxta vnam verò, sibi inuicem. cum enim omnes sumptiones sex sint, ex tribus quidem accidit Angulos duobus esse Rectis æquales, ex tribus verò æquales ad inuicem. Quapropter non imeritò quæ prætermiffæ, ijs, quæ memoria dignę factę sunt sumptionibus è contrario se habent. Videtur autem Geometra hæc suppositiones elegisse, quęcunque vel affirmatione abundāt, vel simpliciores sunt, atq; idcirco ex ijs quidem Angulis, qui non ad easdem sunt partes, solos internos, quos Alternos nuncupauit : ex ijs verò, qui ad easdem partes sunt, tum internos, tum vnum quidem internum, alterum verò externum accepisse: reliquos autem tanquam magis per negationem declaratos, vel tanquam magis varios deuittasse. Veruntamen siue hæc causa, siue alia dicenda sit, ex his manifestum est quot sunt ea, quæ suppositiones ipsas consequuntur.

Cur tres
sumptio-
nes Angu-
lorū Eucli-
des præter-
miserit.



Si in duas rectas Lineas recta incidens Linea, externū Angulū interno, & ex opposito iacētī, ad easdēq; partes equalē fecerit, aut internos, & ad easdem partes iacentes duobus Rectis æquales: Parallele erunt inter se ipsę rectę Lineę.

Propō 28
Theo. 19.

Præcedens quidem Theorema Angulos non ad easdem quidem partes, intra aut rectas Lineas iacentes suscipiens, Parallelas esse inter se rectas Lineas ostendebat : hoc verò reliquas duas Suppositiones proponit, quarum vna quidē iuxta particulas [extrā] & [intrā] Angulos separat, altera verò ambos intrā supponit, eandemque conclusionem ostēdit. Videbitur autem fortasse Elementorum institutor incōuenienter Theoremata partitus esse. nam opus erat aut tres suppositiones diuim capere, triaque Theoremata facere : aut omnes in vno colligere Theoremate, quēadmodum fecit Hierapoli Aeneas, qui compendium Elementorum scripsit : aut in duo diuidere volentem, ordinatam facere diuisionem, & seorsum quidem suppositiones suscipere, in quibus Anguli æquales sunt, seorsum verò illam, in qua duobus sunt Rectis æquales. in presentia autem in vno quidē Theoremate Alternos æquales supposuit, in altero verò externum interno, & internos, ad easdemque partes iacentes duobus Rectis æquales. Quenam igitur huiusce diuisionis fuit causa? An non ad Angulorū inter se, vel ad duos Rectos æqualitatem respexit, neque hac ratione

Cōm. 2.

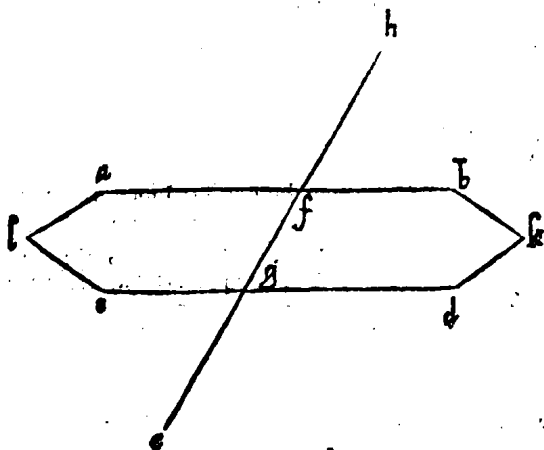
Dubitatio

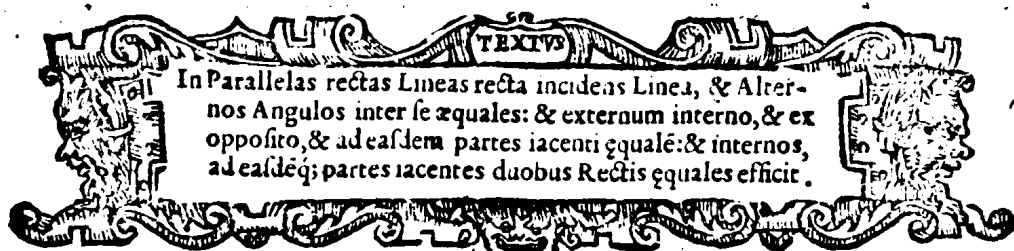
Hierapoli-
ta Aeneas
cōpendiū
Elemento-
rū scripsit.

Solutio.

Prolemæi
Dēmōstra-
tio i libro,
cui titulus
est Rectas
Lineas ab
angulis mi-
noribus, q̄
duo Recti
productas
coincidere.

proposita Theoremata ab inuicem separauit, sed ad illud, Angulos ad eandem, vel non ad eandem accipi partes? nam præcedens quidem non ad eandem partes Angulos suscipiebat, tales siquidē Alterni sunt: hoc verò, ad eandem partes, vt etiam ex Propositione perspicuum est. Verum quomodo quidem Elementorum institutor ostendit quòd internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, rectæ Lineæ sunt Parallelæ, patet ex his, quæ scripta sunt. Ptolemæus aut in quibus demonstrare proposuit rectas Lineas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur coincidere ad eandem partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, hoc ante omnia Theorema ostēdens, internis nempe Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus, Parallelas esse rectas Lineas, hoc modo ostendit. Sint duæ rectæ Lineæ $a b, c d$, secetquæ ipsas quædā recta Linea $e g f h$, ita vt Angulos $b f g$, & $f g d$ duobus Rectis æquales efficiat, dico quòd ipsæ rectæ Lineæ Parallelæ sunt, hoc est nunquā coincident. Si enim fieri potest coincident dum producuntur $b f, g d$ rectæ Lineæ in Signo k . Quoniam itaq; recta Linea $e f$ stetit super rectam Lineā $a b$, Angulos $a f e, b f e$ duobus Rectis æquales efficit. Consimiliter autem quoniam $f g$ super $c d$ stetit, duobus Rectis æquales efficit $c g f, d g f$ Angulos. Quatuor igitur, $b f e, a f e, c g f, d g f$ quatuor Rectis æquales sunt, quorū duo $b f g, f g d$ duobus Rectis supponuntur æquales. Reliqui igitur $a f g, c g f$ hi quoq; duobus Rectis æquales sunt. Si ergo rectæ Lineæ $f b, g d$ duobus Rectis internis existentibus Angulis productæ coinciderunt, & ipsæ igitur $f a, g c$ dum producuntur coincident, nam duobus Rectis Anguli quoq; $a f g, c g f$ æquales sunt. aut enim in vtrisque partibus rectæ Lineæ coincident, aut in neutris, siquidem tum hi tum illi duobus sunt Rectis æquales. Coincident itaque rectæ Lineæ $f a, g c$ in Signo l . Duæ igitur $l a f k, l c g k$ rectæ Lineæ Sparium comprehendunt, quod est impossibile. Fieri igitur non potest vt internis Angulis æqualibus duobus Rectis existentibus rectæ Lineæ coincident. Parallelæ igitur sunt.





Proposi-
tio 29.
Theo. 20.

PRæfens Theorema ambobus præcedentibus conuertitur. quod enim in utroq; illorum Quæsitum est, suppositionem efficit: Quæ aut in illis Data sunt, ostendere proponit. & hæc etiam Conuersorum differentia silentio prætereunda non est, quod omne, quod conuertitur, aut unum uni conuertitur, ut quito sextum: aut pluribus unum, ut præcedentibus quod in præsentia proponitur: aut plura uni, ut paulo post nobis manifestum erit. In præsentia autem Theoremate primum Elementorum institutor hac Petitione usus est, quæ ait si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdē partes Angulos duobus rectis minores fecerit, rectas illas Lineas dum in infinitum producuntur coincidere ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quod exponentes ea, quæ ante Theoremata sunt dicebamus, quod non ab omnibus hoc concessum fuit indemonstrabiliter euidens esse. nam quomodo tale erit cuius Conuersum veluti demonstrabile in Theorematibus perscriptum est? Theorema enim illud, quod ait omnis Trianguli duos quoslibet internos Angulos duobus Rectis esse minores, huic Petitioni Conuersum est. Præterea quoniam annuere rectas Lineas semper magis, atque magis dum producuntur, coincidentia certum Signum non est, eo quod aliæ quoque repertæ sunt Lineæ annuentes quidem semper plus, atque plus, coincidentes verò nunquam, ut prius etiam dictum fuit. Olim itaque quidam quoque alii cum hoc tanquam Theorema præordinassent, quod ab Elementorum institutore ut Petitiō assumptum est, Demonstratione dignum censuere. Videtur autem Ptolemæus quoque ipsum ostendere in libro, cui titulus est, rectas Lineas, quæ a minoribus quam duo Recti producuntur, coincidere. ostenditque ipsum cum multa præassumpsisset eorum, quæ ad hoc usque Theoremata ab Elementorum institutore iam demonstrata sunt. & supponatur omnia esse vera (ne nos quoque aliam superaddamus confusionem) hocque veluti Sumptiunculam ex iam dictis ostendi. Unum autem hoc quoque est eorum, quæ præstensa sunt, quod ait rectas, quæ a duobus Angulis equalibus duobus Rectis producuntur Lineas nequaquam coincidere. Dico itaque quod Conuersum etiam verum est, quod ait Parallelis rectis Lineis existentibus si

Com. 3.

Quædam
Conuerso-
rum diffe-
rentia.
In cō. 32.
Propōnis.

Quarta Pe-
titiō.

In lib. 3. i
cap. 1. & i
cōm. 3.

In fine se-
cūdi lib. et
in cōm. 3.
libri tertii
Digressio.
Quæ Pto-
lemæus di-
cat in suo
Libello.

Secūda p-
Propōnis
28.
Conuersa
secūde par-
tis 28. Pro-
pōnis, &
tertia 29.
pars.

Flagitiosa
Ptolemæi
rôcinatio.

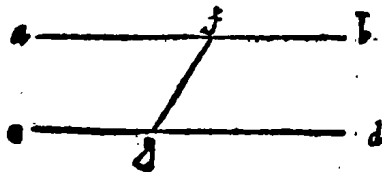
Demô ter-
tiz Partis
huius Theo-
rematis se-
cundû Pro-
lemæum.

Demô qui-
tæ Petiti-
onis secûdû
Ptolemæum

Alia quin-
tæ Petiti-
onis secun-
dum Pro-
lemæum ac-
curatior
Demô.

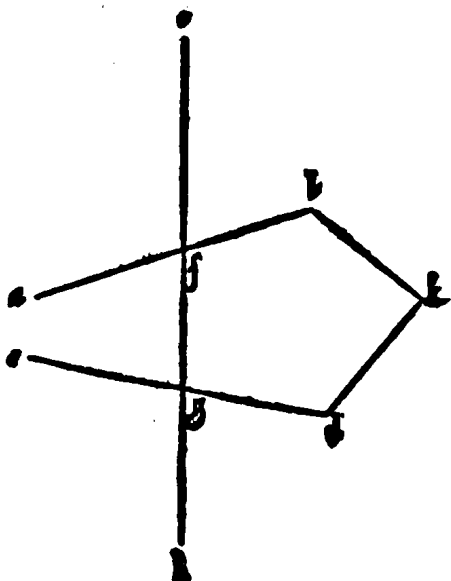
ab vna recta Linea secantur, internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis esse æquales. necesse est enim Parallelas secantem aut duobus Rectis æquales internos ad easdemque partes Angulos efficere, aut duobus Rectis minores, aut duobus Rectis maiores. Sint itaque Parallelæ a b, c d, incidatque in

ipsas recta Linea g f, dico quod internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis maiores non efficit. si enim Anguli a f g, c g f duobus Rectis maiores sunt, reliqui b f g, d g f duobus sunt Rectis minores. sed duobus etiam



Rectis iidem maiores sunt. non enim magis Parallelæ sunt a f, c g quam f b, g d. Quãobrem si quæ in ipsas a f, c g incidit internos duobus Rectis maiores efficit, quæ etiam in ipsas f b, g d incidet, internos duobus Rectis maiores efficit. Verum ipsimet duobus etiam Rectis sunt minores (quatuor siquidem a f g, c g f, b f g, d g f quatuor Rectis æquales sunt) quod fieri non potest. Similiter planè ostendemus quod quæ in Parallelas incidit non facit duobus Rectis minores internos, ad easdemque partes Angulos. Si autem neque maiores, neque minores duobus Rectis efficit, reliquum est incidentem internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficere. Hoc itaque præostenso propositum procul dubio demonstratur. dico enim quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, si producantur ipsæ rectæ Lineæ coincident ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. non coincident enim. At si non coincidentes sunt ad eas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores, multò magis ad alteras partes, in quibus sunt duobus Rectis maiores non coincidentes erunt. Quapropter ad utrasque partes non coincidentes erunt rectæ Lineæ. Si autem hoc verum est, Parallelæ sunt. Verum ostensum est quod quæ in Parallelas incidit internos, ad easdemque partes Angulos duobus Rectis æquales efficit. Iidem igitur & duobus Rectis æquales, & duobus Rectis minores sunt, quod fieri non potest. Hæc cum præostendisset Ptolemæus, ad Propositumque peruenisset, quoddam accuratius adijcere vult, & ostendere quod si in duas rectas Lineas recta incidens Linea internos, & ad easdem partes Angulos duobus Rectis minores fecerit, non solum non sunt non coincidentes rectæ Lineæ, quemadmodum ostensum est, verum etiam coincidentia ipsarum ad eas sit partes, in quibus Anguli duobus Rectis minores sunt,

sunt, non autem in quibus maiores. Sint enim duæ rectę Lineæ a b, c d, incidēsque in ipsas recta Linea e f g h faciat Angulos a f g, & c g f duobus Rectis minores. Reliqui igitur duobus Rectis maiores sunt. Quod itaque non sunt non coincidentes rectę Lineæ, ostēsum est. Si autem coincidūt, aut ad Signa a, c coincidēt, aut ad b, d Signa. Coincidant ad Signa b, d in Signo k. Quoniam igitur Anguli quidem a f g, & c g f duobus Rectis sunt minores: Anguli verò a f g, b f g duobus Rectis æquales ablato communi a f g, Angulus c g f Angulo b f g minor erit. Trianguli ergo g f k externus



interno, & ex opposito iacenti minor est, quod fieri minimè potest. Non igitur ad hæc partes coincidunt. At qui coincidunt. Ad alteras igitur partes ipsarum coincidentia erit, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Hæc quidem Ptolemæus. Animaduertendum autem est ne fortè aliqua peruersa, captiosaque ratiocinatio in assumptis suppositionibus sit, in illis inquam, in quibus dicebat quòd recta Linea, quæ non coincidentes rectas Lineas secat, quatuor internos Angulos efficiente, Anguli, qui ad easdē partes in vtriscq; partibus sunt aut duobus sunt Rectis æquales, aut duobus Rectis maiores, aut duobus Rectis minores. non .n. perfecta diuisio est. nil siquidem impedit non coincidentes dicentem eas, quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producuntur, duos quidem, qui ad easdem partes sunt Angulos duobus Rectis maiores dicere: duos verò, qui ad reliquas, duobus Rectis minores, & vnam, eandemque rationē de his non admittere. Imperfecta autem diuisione existente, Propositum minimè demonstratum est. Præterea illud quoque aduersus ostensionem haud silentio prætereundum est, quòd non per se id, quod fieri non potest ostendit. non .n. quia Parallelas secans quædam recta Linea Angulos ad easdem partes in vtriscq; partibus existentes duobus Rectis maiores, vel minores fecit, propterea hæc suppositiones absurdum consequitur. Quoniā tamen quatuor, qui intra Lineas, quæ secantur sunt Anguli, quatuor sunt Rectis æquales, propterea vtraque harum sup-

Aduersus
Ptolemęū

Primū fun-
damentū.

Secūdum
fundamē-
tum.

posi-

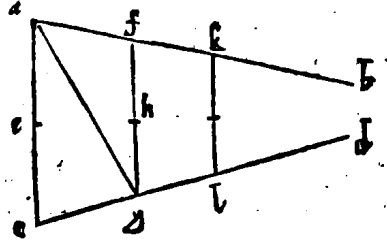
positionum fieri non potest. quandoquidem si quis etiam non Parallelas rectas Lineas acceperit, eisdē suppositionibus assumptis eadem consequentur. Aduersus igitur Ptolemæum hæc dicentes animaduertemus. patet enim ex his, quæ diximus ostensionis imbecilitas.

Quorūdā
initia ad
uersus quā
tā Petitiō
nem.

Agē autem illos quoque inspiciamus, qui dicunt fieri non posse ut quæ ab Angulis minoribus quàm duo Recti producantur coincident.

Cum enim accepissent duas rectas

Lineas ab , cd , & incidentem in ipsas rectam Lineam ac , internosque duos Angulos duobus rectis minores facientem, fieri potest inquit ut rectę Lineę ab , cd non coincidentes ostendantur. diuidatur enim bifariam ipsa ac in Signo e , & abscin-

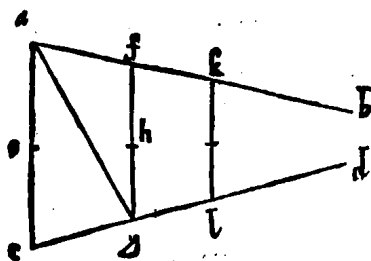


tur ab ipsa quidem ab , æqualis ipsi ae , quæ sit af : ab ipsa verò cd , æqualis ipsi ce , ipsa cg . Manifestum itaque est quod rectę Lineę af , cg non coincident in Signis fg . Si enim coincident, erunt duę ipsi ac æquales in Triangulo, quod fieri non potest. Connectatur rursus fg , & diuidatur bifariam in h Signo, abscindaturque æquales. Neque hæc igitur coincident per eandem rationem, hocque in infinitum facientes Signa non coincidentia connectendo, & connexā bifariam secando, à rectisquę Lineis hisce dimidijs æquales Lineas abscindendo, ostendere dicunt quod ab , cd rectę Lineę nusquam coincidunt. His itaque talia dicentibus, dicendum nobis est quod verum quidē dicunt, non tamen quantum opinantur. determinare enim coincidentię Signum simpliciter hoc modo, verum non est, neque verū est ipsas nullo modo prorsus coincidere. non coincident enim ipsę ab , cd rectę Lineę Angulo bac , & Angulo dca determinato, in Signis f , & g , nihil tamē impedit quin coincidant in Signis k , l , si ēt ipsę fk , gl ipsis fh , hg æquales fuerint. coincidentibus. n. ipsis ak , cl nō adhuc idē manēt ipsi kfh , lgh Anguli, & quędā ipsius fg rectę Lineę pars extra ipsas ak , cl rectas Lineas reliquitur. & sic duę rursus ipsę scilicet fk , gl tanta Basi maiores sunt, quantā intercipiunt in interiori ipsius fg rectę Lineę parte. Pręterea autē illud quoque dicendū est indeterminate ipsis dicentibus Rectas, quę à minoribus quàm duo Recti protrahuntur nō coincidere, quod ea quoque destruunt, quæ destruere nolunt. Sit enim eadem descriptio. Vtrum igitur possibile est à Signo a ad Signum g rectam Lineam connectere, an impossibile? nam si impossibile quidem est, pręter quintam Petitionem primam quoque destruunt dicen-

Responsio
ad initian-
tiam.

Alia Re-
sponso.

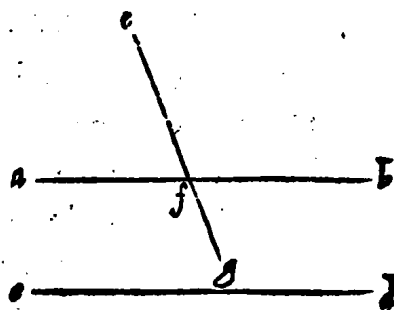
dicentem ab omni Signo ad omne Signum fieri posse vt recta Linea
ducatur : si verò possibile, connecta-
tur. Quoniam itaque Anguli $f a c$,
 $g c a$ duobus Rectis sunt minores, ma-
nifestum est quòd Anguli etiā $g a c$,
 $g c a$ multò magis duobus Rectis mi-
nores sunt. Lineę rectę igitur $a g$, $c g$
in Signo g coinciderunt ab Angulis
productę, qui duobus sunt Rectis mi-
nores. Fieri ergo non potest vt indeterminatè dicatur eas, quę à mi-
noribus quàm duo Recti producantur non coincidere. Verū enim-
uero quòd aliquę quidem rectę Lineę ab Angulis, qui sunt minores
duobus Rectis productę coincidunt, manifestum est, quanuis de om-
nibus hoc querere sermo videatur. dicat enim aliquis indefinita duo-
rum Rectorum diminutione existente, iuxta quidem tantā diminu-
tionem non coincidentes rectas Lineas permanere : iuxta verò aliam
hac minorem, coincidere. Ei autem, qui huiusce Demonstrationem
perspicere quærit dicatur à nobis quòd opus est tale Pronuntiatum
præassumpsisse) quo Aristoteles quoque vsus est Mundum finitum
esse ostendens) Si ab vno Signo duę rectę Lineę Angulum facien-
tes in infinitum producantur, ipsarum, quippe quę in infinitum pro-
ductę sunt distantia omnem finitam Magnitudinem excedit. osten-
dit enim ille quòd rectis Lineis, quę à Centro ad Circumferentiã pro-
ductę sunt infinitis existentibus, interuallum quoq; inter ipsas inter-
iacens infinitum erit. finito siquidem existente, fieri potest vt distan-
tia augeatur. Quamobrem rectę Lineę infinitę non sunt. Omni
igitur finita Magnitudine maius interuallum rectę, quę in infinitum
producuntur Lineę ab inuicem distabunt. Hoc sanè præsupposito,
dico quòd si alteram Parallelarum rectarum Linearum quędam re-
cta Linea secuerit, reliquam quoq; secabit. Sint enim Parallelę $a b$,
 $c d$, sec. tq; ipsam $a b$, recta Linea
 $e f g$. Dico quòd ipsam quoq; $c d$
secabit. cū enim duę rectę Lineę
sint, quę ab vno Signo fin infinitū
producuntur, ipsę nempe $b f$, $f g$,
omni Magnitudine maiorem ha-
bent distantiam. Quapropter hac
quoq; , quę tanta est quantū est in-
teruallū, quod inter Parallelas adia-



Aliquę re-
ctę Lineę
à minori-
bus q̄ duo
Recti pro-
ductę coi-
cidūt, & a-
liq; non
coincidūt.
& hæc est
ppria Au-
toris opi-
nio. Pronun-
tia-
tū, quo vs-
est et Ari-
stot. i. de
cēlo tex.
35. Oñsio
Aristo.

Sumptio.

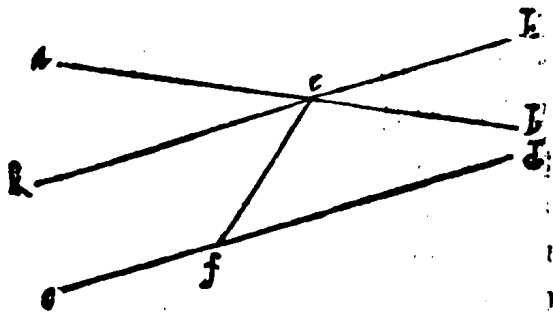
Demō 34
ptionis.



ect.

Quite Pe
titiōis pul
chra De-
mō.

cet. Cū igitur maiorem distantiam ab inuicem distiterint harum Parallelarum distantia, ipsa fg ipsam cd secabit. Si ergo alteram Parallelarum quædam recta Linea secuerit, reliquā quoque secabit. Hoc ante demonstrato, consequenter Propositum ostendemus. Sint enim duæ rectę Lineę ab, cd , cadatque in ipsas recta Linea ef Angulos bef, dfe duobus Rectis minores efficiēs. Dico quod rectę Lineę hisce in partibus coincident, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. cū enim Anguli bef, dfe duobus Rectis minores sint, sit æqualis excessui duorum Rectorum, $he b$ Angulus, & producat he ad k Signum. Quoniam igitur in rectas Lineas hk, cd , recta Linea ef cecidit, internosque Angulos duobus Rectis æquales efficit, ipsos scilicet hef, dfe , rectę Lineę hk, cd Parallelę sunt. & secat ipsam kh , ipsa ab . Secabit igitur & ipsam cd , per sumptionem, quæ puer ostensa est. Coincident ergo rectę Lineę ab, cd ad illas partes, in quibus sunt Anguli duobus Rectis minores. Quocirca Propositum ostensum est.



Propō 30.
Theo. 21.

Quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę.



Cōm. 4.

Primū p-
nuntiatiū.
Propō 21.
sexti Ele-
mentorū.
Propō 11.
quinti Ele-
mentorū.

Documē-
tum.

Consuevit Geometra in Sermonibus istis, qui circa respectus versantur ostendere identitatem permeantem per omnia, quę ad idem eundem respectum habent. sic enim in Pronuntiatis quoque dicebat, Quę eidem æqualia, & inter se sunt æqualia, in sequentibusque dicet, Quę eidem similia, & inter se sunt similia, & Quę eidem Rationi eadem, ad inuicem quoque eadem sunt. Hoc modo igitur nunc quoque demonstrat quod quę eidem rectę Lineę Parallelę, & inter se sunt Parallelę. Accidit autem nō in omnibus respectibus hoc verum esse. non enim quę eiusdem dupla, ad inuicem quoque dupla sunt: nec quę eiusdem sesquialtera, ad inuicem quoque sesquialtera sunt, sed in illis solis locum habere videtur, quęcunque vniuocē cōuertuntur, in equalitate,

in

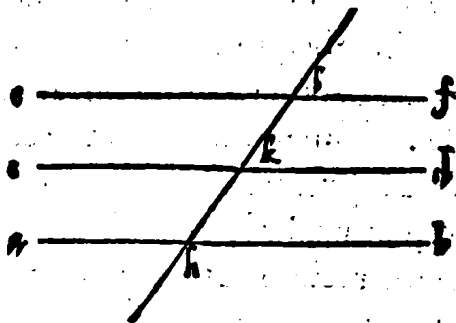
in similitudine, in identitate, & in Parallela positione. quæ enim Parallelae Parallela, & ipsa Parallela est. quemadmodum æquali æquale, & ipsum est æquale: & simili, simile, ipsum quoque est simile. + ipse namque Parallelarum ad sese respectus similitudo positionis est. Dicit igitur, atque ostendit in præsentia quod quæ eidem Parallelae sunt, omnino ita se habent, ut ad inuicem quoque Parallelae sint. Et ipse quidem eidem Parallelas extremas suscepit, & mediam, ad quam hæc similem habet respectum, ut à communi etiam notione quod dicitur fiat nobis manifestum. Si enim ad alterutras partes inter se coincidunt, omnino & cum ea, quæ in medio iacet coincident, & non erunt amplius ad ipsam Parallela. Fieri autem potest ut qui etiam situm iam permutauit, idem ostendat eisdem vijs, quibus Geometra ad Propositum ostendendum usus est. Exempli gratia qui ad ipsam a b, ipsam e d, & ipsam e f Parallelam accepit,

ambabus supra iacentibus, ipsa a b infra, & non media existente. incidens enim in ipsas recta Linea h k l, utrunque, Angulorum h k d, k l f, ipsi a h k æqualem efficiet, quoniam Alterni sunt. Quamobrem & sibi inuicem æquales efficiet Angulos h k d, k l f. Rectæ Lineæ igitur e d, e f, Parallelae sunt.

Si quis autem dicat sint a h, h b, ipsi c d Parallelae, & inter se igitur Parallelae sunt, dicemus quod a h, h b vnius Parallelae sunt partes, & non sunt duæ Parallelae. in infinitum siquidem produci Parallelae intelligendæ sunt, ipsa autem a h producta, in ipsam h b incidit. Eadem ergo cum ipsa est, & non alia. Omnes igitur ipsius Parallelae partes & ipsæ tum rectæ, cui tota etiam Parallela erat Lineæ, tum partibus ipsius Parallelae sunt. Exempli causa tum ipsa a h, ipsi k d: tum ipsa h b, ipsi c k. Si enim in infinitum producantur, nunquam coincident. Hæc non ab re adnotauimus, propter Sophisticas importunitates, iuuenilesque Audientium habitus. gaudet enim vulgus huiusmodi captiosas ratiocinationes inueniens, scientibusque vanam molestiam afferens. Non est autem opus præsens Theorema conuertere, atque ostendere quod quæ inter se Parallelae, eidem quoque sunt Parallelae. Si enim rursus alteram alicui Parallelam superposuerimus, illi etiam reliqua quoque harum erit Parallela, & Parallelae eidem erunt, in idemque redibimus.

In quibus respectibus identitatis consequentia verificetur. *tex. græcus* sic habet + ipsa namque Parallela si dici potest similitudo. *Finis Documenti.*

Casus huius Problemat.



Dubitatio

Sol.

Notanda.

f Per

Propo 31.
Prob. 10.

Per datum Signum, datæ rectæ Lineæ Parallelam rectam
Lineam ducere.

Cōm. 5.

Documē-
tum.

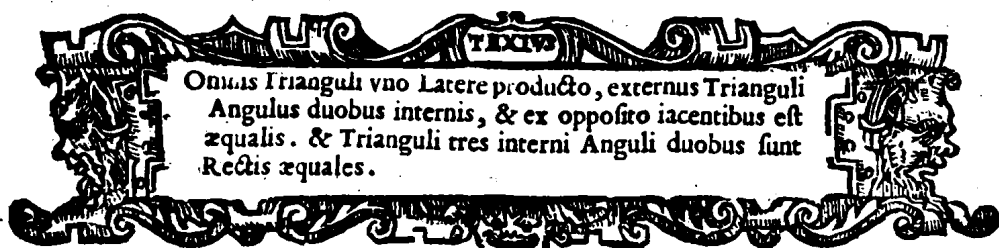
Cōmunica-
tes huius, &
duodeci-
mi Proble-
matis.

In cō. 22.
lib. tertii.

Differēti-
æ huius, &
duodeci-
mæ Propo-
sitionis.

Oportuit non solum Parallelis per se accidentia in Elementorum institutoris sermonibus nos didicisse, sed Ortum quoque ipsarum Geometricis vijs enarrasse, & cognouisse quo nam pacto alia recta Linea, alij Parallela fieret. passim enim Ortus apertiorē nobis red-
dunt subiectorum essentiam. Hoc igitur Elementorum institutor per præsens efficit Problema. cum enim Signum, rectamque Lineam suscepisset, per Signum, rectæ Lineæ Parallelam ducit. Oportet autē nos præassumere quod necessarium est ut Signum extra rectam Lineam omnino iaceat. nō enim quoniam per datum Signum dictum est, in ipsa quoque recta Linea ipsum dabimus. nulla siquidem alia præter datam rectam Lineam erit illa, quæ per ipsum ducitur Parallela. Cum igitur Signum, rectamque Lineam partitus sit, indicauit quod Signum extra rectam Lineam accipiendum est, quippe quod in Perpendiculari per additionem etiam manifestum fecit dicens, super datam rectam Lineam infinitam à dato Signo, quod in ea non est, Perpendicularem deducere. Vnum igitur hoc quidē ambobus his Problematibus est commune: alterum verò quod ab eodem Signo duæ Perpendiculares non deducuntur ad eandem rectam Lineam, & per idem Signum duæ Parallelæ eidem rectæ Lineæ non ducuntur. Quocirca Elementorum quoque institutor hoc modo singulariter dixit rectam ducere Lineam, illic quidem Perpendicularem, hic verò Parallelam. Verum illud quidem ostensum fuit, hoc verò ex antè demonstrato manifestum est. Si enim per idem Signum eidem rectæ Lineæ, duæ Parallelæ ductæ fuerint, ad inuicem quoque Parallele erunt, in dato Signo coincidentes, quod fieri minimè potest. Opus est autem differentias quoque harum duarum Propositionum obseruare, à dato Signo, & per datum Signum. nam quandoque quidem Signum rectæ, quæ ducitur Lineæ principium est, & propterea ab ipso fit deductio: quandoque verò in ipsa est, quæ ducitur recta Linea, & proinde per ipsum ductio fit. non enim eò quod fecit recta Linea datum Signum, particula [per] dicta fuit, sed eò quod cum ipso coincidit, terminatque suum respectu illius rectæ Lineæ intervallum per Signi, rectæque Lineæ distantiam. quantum enim datum Signū

Signum à data recta Linea distat, tantum etiam Parallela inter seipsam, & illam interuallum habet.

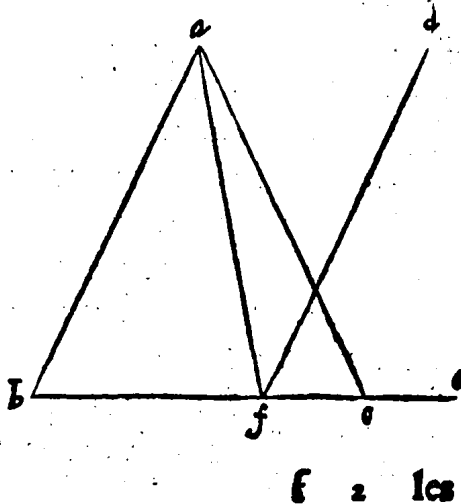


Propo. 32
Theo. 22.

Quantum deficiebat in sextodecimo, & septimodecimo Theoremate, tantum in hoc addit. non solum enim quod Trianguli externus Angulus utroque interno, & ex opposito iacenti maior est per hoc Theorema addiscimus, verum & quanto maior. ambobus siquidem æqualis cum sit, maior quam alteruter reliquo est. nec quod Trianguli duo quilibet Anguli duobus Rectis minores sunt ex his cognoscimus, sed quanto etiam minores. reliquo enim trium. Illa igitur quodammodo magis indefinita fuere Theoremata: hoc verò Scientiæ terminum utriusque attulit. nec propterea superuacua illa esse dicemus. maximam nanque nobis multis in Demonstrationibus attulerunt utilitatem, e quibus hoc quoque ostendemus. & necessarium est cognitionem nostram ab imperfecto ad perfectum procedentem, ab indeterminatis apprehensionibus ad determinatas, certasque orationes transire. Veruntamen Elementorum quidem institutor extra Parallelam ducendo, utrumque eorum, quæ quærentur ostendit. fieri autem potest ut qui etiam non extra eam ducit eadem ostendat, ordinem tantum eorum, quæ ostenduntur immutando. nam ille quidem hoc prius ostendit, externum Angulum internis, & ex opposito iacentibus æqualem esse, ex hocque reliquum probauit: nos verò e contrario faciemus. Sit igitur abc Triangulum, & producaturs Latus bc usque ad e Signum, & sumatur Signum in ipsa bc , quod sit f , & conectatur af , & per Signum f Parallela ducatur ipsi ab , ipsa fd . Quoniam itaque fd , ipsi ab Parallela est, in ipsasque incidit recta Linea af , & recta Linea bc , Anguli Alterni æqua

Com. 6.
Respondet
tacite obi
ectioni.

Casus hui
us Theo.



les sunt, necnon externus interno. Totus igitur $a f c$ ipsis $f a b$, $a b f$ equalis est. Similiter ostendemus Parallelam ducentes quod Angulus etiam $a f b$ æqualis est Angulis $f a c$, $a c f$. Duo igitur $a f b$, $a f c$ tribus Trianguli Angulis æquales sunt. Tres ergo Trianguli Anguli duobus sunt Rectis æquales, ipsis nempe $a f b$, $a f c$. Verum ipsi etiam $a c f$, $a c e$ duobus Rectis sunt æquales, communis auferatur $a c f$. Reliquus igitur externus scilicet internis, & ex opposito iacentibus æqualis est. Hoc itaque quod diximus iam dicto modo ostenditur. Eudemus autem

Pythagorei inueniunt hoc Theo. referente Eudemo.

Pythagoreorum Demonstratio

Peripatericus ad Pythagoreos emittit huiusce Theorematis inuentionem, quod utique omne Triangulum internos Angulos duobus Rectis habet æquales, propositumque eos hoc modo ostendere inquit.

Sit Triangulum $a b c$, ducaturque

per Signum a ipsi $b c$ Parallela $d e$.

Quoniam igitur rectæ Lineæ $b c$,

$d e$ Parallelæ sunt, Anguli etiam

Alterni sunt æquales. Aequalis

igitur est Angulus quidem $d a b$

Angulo $a b c$, Angulus autem $e a c$

Angulo $a c b$. Communis addatur

Angulus $b a c$. Anguli igitur

$d a b$, $b a c$, $c a e$ hoc est Anguli

$d a b$, $b a c$ hoc est duo Recti tribus

Trianguli Angulis æquales sunt.

Tres ergo Trianguli Anguli duo-

bus sunt Rectis æquales. Talis quidem Pythagoreorum quoque

Demonstratio est. Operæpretium est autem ea etiam, quæ huic

Elementorum institutoris Theorematis conuertuntur in super tradere.

duo enim ad vnum conuertuntur, cum hoc & iuxta Quæsitum,

& iuxta Datum compositum sit. Datum enim duplum est. Triangulum

siquidem, vnumque ex Lateribus productum. & Quæsitum

similiter. nam vnum quidem est quod externum internis, & ex op-

posito iacentibus æqualem esse ait: alterum verò quod tres internos

Angulos duobus Rectis esse æquales. Si itaque externum etiam inter-

nis, & ex opposito iacentibus æqualem esse supposuerimus, vnum

Latus productum esse, in directumque ipsi vni ex Trianguli Lateri-

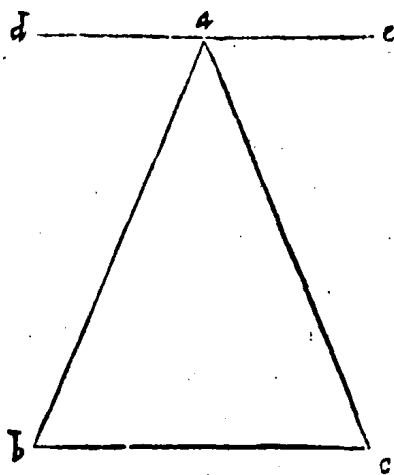
bus rectam, quæ extrâ est Lineam iacere ostendimus: Si verò tres in-

ternos Angulos duobus Rectis æquales, ostendimus quod data Figu-

ra Triangulum est. & sic totum Quæsitum ad totum Datum con-

uersum erit. Sit igitur Triangulum $a b c$, externusque Angulus $a c d$

æqua-



Conuersa præsentis Theo. & habes hic tertium Cōuersorū dīferētiā mēbrū, qđ su per i cō. tertio p-miserat.

Cōuersū. primę par tis, & eius demō.

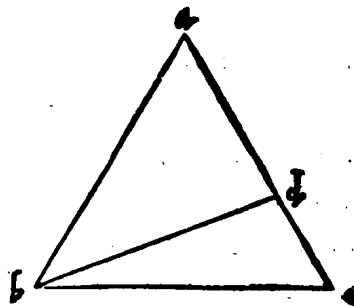
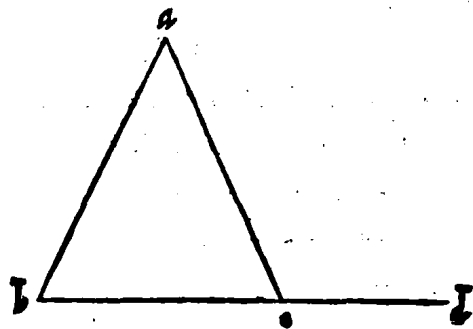
æqualis internis, & ex opposito iacentibus, dico quòd Latus bc productum est vsq; ad d Signum, vnaque recta Linea est ipsa bcd .

Cum enim Angulus acd internis, & ex opposito existentibus æqualis sit, communis adijciatur Angulus acb . Anguli igitur acd , acb tribus Angulis Trianguli abc æquales sunt.

At tres Anguli Trianguli abc duobus sunt Rectis æquales. & Anguli igitur acd , acb duobus Rectis æquales sunt. Si autem ad aliquam rectam Lineam, ad eiusque Signum duæ recte Lineæ consequenter non ad easdem partes positæ eos, qui deinceps sunt Angulos duobus Rectis æquales fecerint, ipsæ rectæ Lineæ in directum sibi inuicem erunt. Recta Linea igitur bc rectæ Lineæ cd in directum est.

Sit rursus quædã Figura rectilinea abc tres habens Angulos solos duobus Rectis æquales ipsos scilicet a , b , c , dico quòd Triangulum est, vnaque recta Linea est ipsa ac . Connectatur enim recta Linea bd . Quoniam igitur utriusque abd , dbc Triangulorum tres Anguli duobus sunt Rectis æquales, quorum Anguli ipsius abc duobus Rectis sunt æquales, reliqui porro adb , cdb duobus Rectis æquales sunt, & sunt ad rectam Lineam bd . In directum igitur est dc , ipsi da .

Vna ergo recta Linea est Latus ac . Similiter aut ostendemus quod Latus etiã ab , & Latus bc vna recta Linea est. Triangulum ergo est Figura abc . Si igitur Figura habens internos Angulos duobus Rectis æquales rectilinea fuerit, omnino Triangulum est. non autem si aliqua Figura internos duobus Rectis æquales habuerit, omnino est Triangulum. Figuram namque ex Circunferentijs constructam internos duobus Rectis æquales habentem reperies. sit enim Quadrangulum $abcd$, & super Latere ab ,



Cóuersu
secundæ
partis, ei
q; Demó-
stratio.

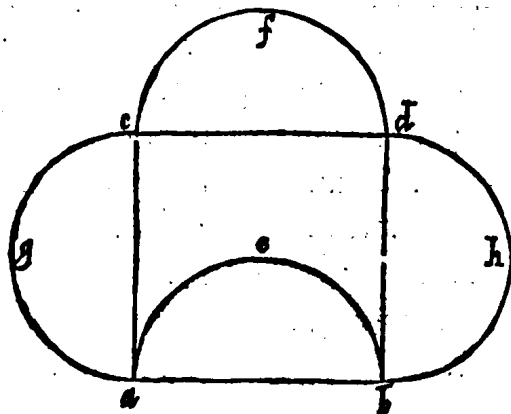


Figura ex
Circuferé
tijs cóstru
cta, quæ
hét inter-
nos Angu-
los duobus
Rectis æ-
quales.
sunt autem
& aliæ cur-
uilineæ Fi-
gure, quæ
hoc pati-
untur.

gulos

In lib. 3.
in com. 2.

Epilogus.

Digressio,
i qua sunt
quatuor
pulcherrimi
et cōfide-
rationes.

Prima.

Plato i Ti-
maeo.
† recta.

Secunda.

Semicirculus a e b intra describatur : super alijs autē Lateribus extrā, qui sint f, g, h. Figura igitur, quæ à Semicirculis cōprehēditur duos habet Angulos ipsos nēpe g a e, e b h duobus Rectis æquales ipsis scilicet c a b, d b a. hoc enim in Petitionibus ostensum fuit, & hi soli Anguli in hac Figura sunt. Est igitur quædam Figura non Triangula, quæ internos Angulos duobus Rectis æquales habet. Hæc de Conuersis quoque sufficiant. Quoniam autem habemus quod omnis Trianguli tres Anguli duobus Rectis æquales sunt, via quædam nobis accipienda est, per quam cæterorum quoque omnium Multiangulorum rectilinearum Angulos inueniemus quot Rectis æquales sunt. ut puta Quadranguli, Quinquanguli, omniumque consequenter Multilaterorum. Primum igitur sciendum est quod omnis rectilinea Figura in Triangula resoluitur, omnium siquidem constitutionis principium est Triangulum, quod Plato etiam dixit docens quod † rectitudo planæ Basis ex Triangulis constituta est. Vnaquæque autem Figura in Triangula Binario pauciora proprijs Lateribus resoluitur. Si Quadrilatera est in duo : Si quinque Laterum, in tria : Si sex Laterum, in quatuor. duo enim Triangula composita Quadrilaterorum statim fecerunt. Quo autem compositorum Triangulorum numero prima, quæ constituta est Figura, à suis Lateribus discrepat, hoc cæteræ quoque differunt. Binario igitur plura Latera omne multilaterum habet Triangulis, in quæ dissoluitur. Atqui omne Triangulum Angulos duobus Rectis æquales habere ostensum fuit. Duplus igitur Angulorum numerus eorū, quæ composita sunt Triangulorum factus, Rectorum multitudinem præbebit, quibus vnumquodque Multiangulum æquales Angulos habet. Quapropter omnis quidem quadrilatera Figura quatuor Rectis æquales Angulos habet, ex duobus siquidem Triangulis est composita : omnis verò quinque Laterum, sex, hocque consequenter eodem modo. Vnum hoc igitur ex præsentī Theoremate de omnibus Multiangulis simul, & rectilineis sumendum est. Aliud autem quod est huic consequens summam dicamus quod omnis rectilinea Figura vno quoque ex Lateribus semel producto Angulos, qui extrā cōstituuntur Rectis quatuor æquales habet. nam oportet quidem Angulos deinceps rectos, Multitudinis Laterum duplos esse. quoniam in vnoquoque duobus Rectis æquales constituti sunt. Ablatis autem Rectis, qui internis Angulis sunt æquales, reliqui Anguli, qui extrā sunt quatuor Rectis æquales sunt. Exempli gratia, si Figura Triangula fuerit, dum vnumquodque ipsius Latus semel producit, sex Rectis æquales Anguli constituuntur

tur interni, atque externi, quorum interni duobus æquales sunt, reliqui ergo externi quatuor sunt Rectis æquales. Si verò quadrilatera fuerit, omnes sunt octo, Laterum siquidem dupli sunt, quorum interni quatuor Rectis sunt æquales, & externi igitur totidem alijs æquales sunt. Si autem quinque Laterum, decem quidem omnes sunt, sex autē Rectis interni sunt æquales, quatuor verò reliquis externi æquales sunt, in infinitumque similiter eadem erit via. Post hæc autem illa etiam colligimus, quòd per hoc Theorema æquilaterum quidem Triangulum vnumquenq; Angulum duarum Recti Tertiæ habet: æquicus verò, cum Verticalem rectum habuerit, reliquos Recti dimidios habet, vt Semiquadrangulum: scalenum autem, nempe Semitriangulum, quod fit in æquilatero Triangulo Perpendiculari ducta à quouis Angulo ad Latus illū subtendens, vnum quidem habet Rectum, alterum autem duarum Recti Tertiæ, qui æquilateri etiam Trianguli erat, reliquum verò necessario tertiæ partis Recti. oportet enim tres duobus Rectis esse æquales. Hæc autem non ab re adnotanda esse censeo, imò tanquam ea, quæ ad Timæi doctrinam nos præparant. Quin etiam illud quoque dicendum est, quòd internos Angulos duobus Rectis æquales habere, per se, & secundū quod ipsum Triangulo inest. idcirco & Aristoteles in tractationibus de Demonstratione hoc exemplum habet in promptu, secundum quod ipsum considerans. Quemadmodum igitur omni Figuræ terminatam esse per se, & primum inest, ita rectilinearæ licet non omni Figuræ internos Angulos duobus Rectis æquales habere. Et videtur iuxta etiam communes notiones huiusce Theorematis veritas nobis occurrere. si enim rectam Lineam, in eiusque Extremis quasdam ad Angulos rectos stantes, deinde annuentes ad Trianguli ortum intelleximus, videmus quòd quatenus annuunt, catenus rectos Angulos imminuunt, quos ad rectam Lineam efficiebant. Quamobrem tantum adeptæ iuxta eum, qui fit ad Verticem nutum, quantum est quod abstulerunt, necessario tres Angulos duobus rectis æquales efficiunt.

Tertia.

Vide Ma.
in Timæo.

Quarta.

Exemplū fa-
miliarissimū Arist.
† TrianguloIuxta etiā
cōes no-
tiones ve-
ritas p̄sen-
tis Theo-
rematis ap-
paret. simi-
le dixit in
cōm. 22.
lib. 3.Propo 33
Theo. 23.

PRæsens Theorema veluti confinium Parallelarum, Parallelogramorūque

Cōm. 1.

Superius i
cap. 1.

Diligentia
proponis.

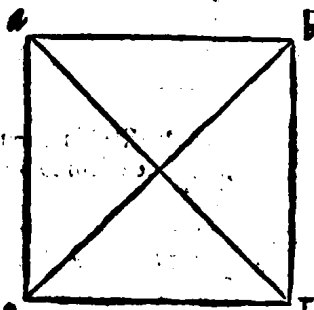
Primò.

Secundò.

† ad illa-
rū autē Pa-
rallēlā po-
sitionē, ha-
rū equali-
tate.

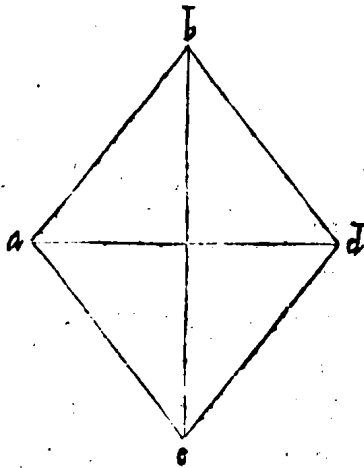
Tertiò.

morumque considerationis, esse dicebamus; æqualium nanque, & Parallelarum rectarum Linearum Symptoma quoddam dicere videtur, Parallelogramorumque Ortum latentem tradit. fit enim Parallelogramum tum ex ijs, quæ initio ductæ sunt æqualibus, & Parallelis, tum ex ijs, quæ ipsas coniungunt rectis Lineis, quæ etiam æquales similiter, & Parallelæ ostenduntur. Quapropter quod statim post hoc sequitur veluti constituto iam Parallelogrammo, quæ per se insunt hisce Spatiis contemplatur. At hæc quidem manifesta sunt. Oportet autem & diligentiam, quæ in Propositione hac est considerare. Primò quidem quod non satis erat eas, quæ coniunguntur æquales esse. non enim omnino quæ equales coniungunt, equales sunt, nisi Parallelæ etiam essent. nam Triangulo æquicrure existente, & Signo in vno æqualium Laterum assumpto, per hocque Basi Parallela recta Linea ducta, æquales quidem coniungunt Parallela Basi, & ipsa Basis, non tamen æquales quoque sunt. illæ siquidem Parallelæ non erant, quippe quæ ad verticem Trianguli coincidunt. Secundò, autem, quod neque hoc, nempe Parallelas esse subiectas rectas Lineas, non autem æquales, eas, quæ coniungunt factum ire Parallelas existimavit. in iam dicta enim Constructione, quæ in æquicrure Triangulo facta fuit hoc quoque perspicuum est. ducta enim recta Linea, & Basis Parallelæ sunt, verum quæ ipsas coniungunt Parallelæ non sunt: partes siquidem sunt Laterum æquicruris. Opus est igitur ad æqualitatem quidem coniungentium, Parallela earum, quæ coniunguntur positione: † ad Parallelarum autem positionem, illarum æqualitate. Idcirco Elementorum institutor vtrunque in ijs, quæ coniunguntur assumpsit, vt in coniungentibus etiam vtrunque ostendat tum æquales inter se, tum Parallelas esse. Tertiò verò præter hæc dicatur, quod & æqualibus, & Parallelis rectis Lineis suppositis, non omnino quæ ipsas coniungunt, equales, & Parallelæ sunt. nisi enim ad easdem partes coniunctiones fecerimus, vt quidē Parallelæ ipsæ sint fieri non potest (secantur siquidem ad inuicem) vt autem equales, quandoque quidē fieri potest, quandoque verò minimè. nam si quidē Quadrangulum, vel altera parte longius sumpseris, vt a b c d, rectasque Lineas a d, b c coniunxeris, Dimetientes equales quidem sunt, non autem Parallelæ, atqui equalia, & Parallela dictorum Spatorum ex opposito iacentia Latera coniungunt: Si au-

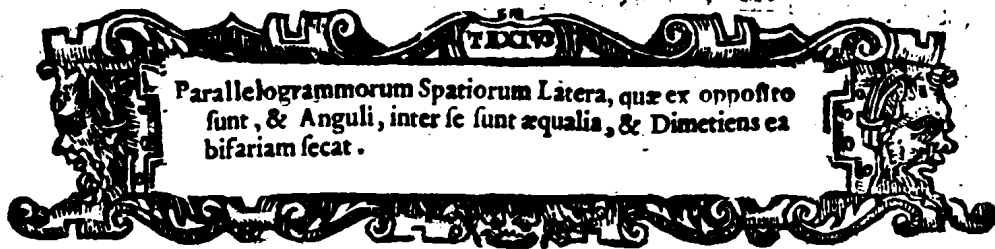


tem

tem Rhombus, vel Rhomboides, horum Dimentientes non solum non Parallelæ, verum etiam inæquales sunt. cum enim $a b$, ipsi $c d$ æqualis sit, communis autem $a c$, Angulusque $b a c$, Angulo $a c d$ inæqualis, Bases quoque inæquales sunt. Non immerito igitur Elementorum institutor æquum esse censet ut quæ æquales, Parallelasque coniungunt, ad easdem partes coniunctionem faciant, ne æqualibus, atque Parallelis ipsis $a c$, $b d$ suppositis, ipsas $a d$, & $b c$ coniungentes accipiamus, sed ipsas $a b$, & $c d$. hasce enim ostendit quidæ æquales, & Parallelas: illas verò, Parallelas quidem nunquam, æquales autem in Quadrangulo quidem, & Parte altera longiori iam ostēdimus, in Rhombo verò, & Rhomboides nunquam ostendemus. oppositum siquidem ostensum est, quod inæquales sunt propter internorum, ad easdemque partes iacentium Angulorum inæqualitatem.



TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.



Parallelogrammorum Spatiorum Latera, quæ ex opposito sunt, & Anguli, inter se sunt æqualia, & Dimetiens ea bifariam secat.

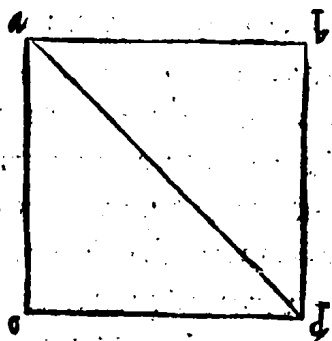
Propo. 34.
Theo. 24.

CVm ex præcedenti Theoremate constitutum iam Parallelogrā- Com. 8.
mum accepisset, nunc quæ ipsi primò insunt, quæque propriam eius
exprimunt constitutionem, contemplatur. Hæc autem talia sunt, Tres huius
Latera, quæ ex opposito sunt æqualia esse, & Angulos, qui ex oppo- Theore. -
sito sunt æquos esse, & Spatia ipsa bifariam à Dimetiente secari. de matis pas-
his enim dictum est illud, & Dimetiens ea bifariam secat. ita ut Arca siones.
ipsa sit totum id, quod bifariam secatur, non autem Anguli per quos Documē-
Dimetiens transit. Hec itaq; tria per se Parallelogrāmis insunt, La- rum.
terum, & Angulorum ex opposito iacentiū æqualitas, Spatiorumq;
per Dimetientes bipertita sectio. Et vides quòd ab omnibus pro-
prietates ipsorum venatus est, à Lateribus scilicet, ab Angulis, ab ip-
sisque Arcis. Quatuor autem Parallelogrāmis existentibus, quæ in

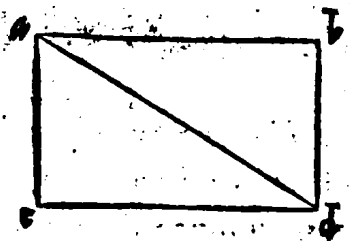
g Sup-

Differētia,
q̄i diuifio-
nib⁹ Paral-
lelogram-
morū ap-
paret.

Suppositionibus etiam definiuit, Quadrangulo, Partē alterā longio-
ri, Rhombo, atque Rhomboide, hoc adnotatū dignum est, quōd
si quidem quatuor hæc in rectangula, & non rectangula diuidamus,
inueniemus non solum Spatia Dimetientes ipsorum bifariam secare,
verū ipsas quoq; Dimetientes in rectangulis quidem æquales esse,
in non rectangulis autem, inæquales, vt in præcedenti Theoremate
dictum est: Si verò in æquilatera, & non æquilatera, reperiemus rur-
sus in æquilateris quidē non solum Spatia à Dimetientibus bifariam
secari, sed Angulos etiam, per quos ipsæ ducuntur: in non æquilateris
autem, nequaquam. etenim in Quadrangulo, & in Rhombo An-
gulos bifariam Dimetientes secant, non Spatia tantum: in Altera
parte longiori autem, atque in Rhomboide, Spatia duntaxat. Sit
enim Quadrangulum, vel Rhombus
a b c d, & Dimetiens a d. Quoniam
igitur a b, b d Latera a c, c d Lateribus
sunt æqualia (æquilatera enim sunt)
Angulique a b d, a c d æquales (ex op-
posito enim iacent) necnon Basis com-
munis, omnia omnibus sunt æqualia.
Quapropter Anguli etiā b a c, c d b bi-
fariam secti sunt. Rurſus sit idem vel



Altera parte longius, vel Rhōboides. Si itaq; Angulus b a c, & An-
gulus c d b bifariā à Dimetiēte secatur, Angulus autem c a d Angulo
a d b æqualis est, Angulus etiā b a d An-
gulo a d b erit æqualis. Quamobrem
Latus quoq; a b Lateri b d æquum erit.
Verū inæqualia sunt. Angulus igitur
b a c à Dimetiente bifariā nō secatur. Si-
militer autē neq; Angulus c d b, qui ipsi
æqualis est. Vt itaque paucis rem com-
plectar, in Quadrangulo quidem & Di-
metiētes æquales sunt propter Angulorum rectitudinem, & Anguli
bifariam à Dimetientibus secantur propter Laterum æqualitatem,
& Area bifariam per Diagonium diuiditur propter cōmunem Pa-
rällelogrammorum proprietatem: in Parte altera longiori verò Di-
metientes quidē æquales sunt eò quōd rectangulum est, Anguli autē
à Dimetientibus bifariam non secantur eò quod non est æquilate-
rum, Spatiarum verò in partes æquales diuifio huic quoq; inest qua-
tenus Parällelogrammū est: in Rhombo autem in æquales quidem



Cōclusio.

Dime-

Dimetientes sunt quoniam non est rectangulum, ab his verò non solum Spatia bifariam secantur quoniam est Parallelogramum, sed Anguli etiam quoniam æquilaterum est: in reliquo verò nempe in Rhomboide & Dimetientes inæquales sunt tanquam non rectangulo, & Anguli ab his in partes inæquales secantur tanquã non æquilatero, sola autem Spatia, quæ sunt ad vtrascq; Diagoniorum partes, æqualia sunt tanquam Parallelogrammo existente. Hæc quidem dicta sunt, quippe quæ eam ostendunt differentiam, quæ in Parallelogrammorum quatuor existentium diuisionibus reperitur. Illud autem silentio prætereundum non est, quod in hoc Theoremate artificiosum apparet, quòd Theorematum alia quidem vniuersalia sunt, alia verò non vniuersalia. Quomodo autem vtruncq; horum dicimus, commemorabimus cum Quæsitum partiemur, quod vnam quidẽ habet partem vniuersalem, alteram verò non vniuersalem. quanuis enim omne Theorema vniuersale quidẽ esse fortasse videretur, & omne, quod ab Elementorũ institutore ostenditur huiuscemodi esse (quemadmodum in præsentia quoq; non solum Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos, æquales habere vniuersẽ de omnibus Parallelogrammis dici videtur, verum etiam Dimetientẽ vnumquodq; bifariam secare) attamen alia quidem vniuersẽ ostendi dicimus, alia verò non vniuersẽ. aliter enim vniuersale appellari consuevit quod de omnibus verum dicit, de quibus prædicatur: aliter autẽ quod omnia comprehendit, quibus idem Symptoma inest. vniuersale siquidem est & quòd omne æquicrus tres Angulos duobus Rectis habet æquales, quoniam de omnibus æquicruribus verum est: vniuersale autem & quòd omne Triangulũ habet tres Angulos duobus Rectis æquales, quoniam omnia comprehendit, quibus hoc per se inest. Quocirca primum quoque hoc de Triangulo ostendi dicimus, tres Angulos duobus Rectis æquales habere. Iuxta hanc itaque significationẽ alia quidem vniuersalia Theorematum dicentes, alia verò non vniuersalia, præsens Theorema dicimus vnum quidem Quæsitum vniuersale habere, alterum verò non vniuersale. nam hoc quidem, Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æquales habere, vniuersale est, solis siquidem Parallelogrammis inest: hoc verò, Dimetientem Spatiũ bifariam secare, non vniuersale, quoniam non omnia cõprehendit, in quibus Symptoma hoc inspicitur. etenim Circulis, & Ellipsis hoc inest. Et videntur primæ quidem rerum huiuscemodi notiones esse magis particulares: progressæ autem, totum comprehendere. Cum enim Antiqui contemplati fuissent quòd Dimetiens

Epilogus
Documẽti.

Digressio
Pulcherrima & vniuersali cõsideratio.
Theorematũ alia vniuersalia, alia nõ vniuersalia.

Duplex
vniuersale. idẽ vide apud Ari. in primo Posteriorũ tex. 11.

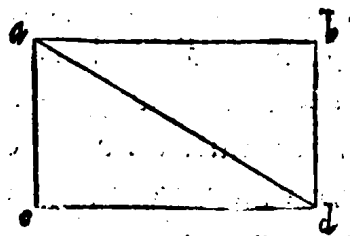
Propria
vniuersalis Significatio.

Vide Ari.
primo Po
sterio tex.
12. & 13.

bifariam secat Ellipsum, Circulum, atq; Parallelogrammum, cōmune in his postea contēplati fuere. Hallucinatur aut (inquit Arist.) quidā non vniuersale tanquā vniuersale ostendens, eò quod commune in-
nominatū est, cui primū Symptoma inest. nam quid commune sit Numeris, & Magnitudinibus, & Motibus, atq; Senis, quibus omni-
bus alterna Ratio inest, non est dicere. quid præterea cōmune sit El-
lipsi, & Circulo, & Parallelogramo, difficile est exprimere. nam vna
quidem Figura rectilinea est, altera autem Circularis, tertia verò mi-
sta. Qua propter vniuersē eum ostendere opinamur, qui demonstrat
quod omne Parallelogramum Dimetiens bifariam secat. eò quod
commune simul non cernimus, propter quod hoc verum est. Hoc
igitur in Parallelogrammis etiam huiusmodi vniuersale non est,
propter iam dictam causam: Illud verò est, Omne Parallelogram-
mū Latera, quæ ex opposito sunt, & Angulos æqualia habere. ete-
nim si aliqua Figura supposita fuerit quæ ex opposito sunt Latera, &
Angulos habere æqualia, Parallelogrammum hæc esse ostendetur.
sit enim talis $a b c d$, & Dimetiens $a d$.

Conuersū
primæ, &
secunde pas-
sionis huius
Theore-
matis.

Quoniam itaque $a b$, $b d$ Latera $a c$, $c d$
Lateribus æqualia sunt, & qui ab ipsis
comprehenduntur Anguli æquales, Ba-
sisque communis, omnia quoque omnibus
æqualia erunt. Angulus igitur $b a d$ An-
gulo $a d c$, & Angulus $a d b$ Angulo $c a d$
æqualis est. Parallela ergo est ipsa quidē



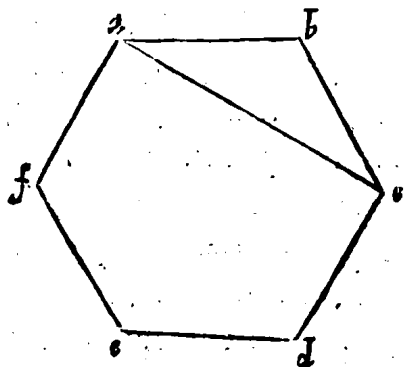
Finis Di-
gressiois.
Documē-
tum.
Vnde ortū
sit hoc no-
mē Paral-
lelogram-
mum.

ab ipsi $c d$, ipsa verò $a c$ ipsi $b d$. Quamobrem Parallelogrammum
est Figura $a b c d$. Totidem de his dicta sufficiant. Videtur autem
ipsum quoque Parallelogrammorum nomen Elementorum institutor
composuisse, accipiendo occasionem ex præcedenti Theoremate.
Cum enim ostendisset quod rectæ Lineæ, quæ æquales, & Parallelae
rectas Lineas ad partes easdem coniungunt, ipsæ quoque æquales, &
Parallelae sunt, perspicuum est quod Latera quidem, quæ ex opposito
sunt tum ea, quæ coniungunt, tum ea, quæ coniunguntur Parallela esse
pronuntiavit: Figuram verò, quæ a Parallelis continetur iure Paral-
lelogrammum appellauit, quemadmodū & eam, quæ a rectis compre-
henditur Lineis rectilineam nuncupauit. Et est manifestum quod
Elementorum quidem institutor Parallelogrammum in Quadrilateris
posuit. Animaduersione autem dignum est, nunquid omne etiam
Rectilineum, quod ex paribus constat Lateribus cum æquilaterum,
atque æquiangulum fuerit, Parallelogrammum dicendum sit. habet

Quid sit p-
riè Paral-
lelogram-
mum, &
quid sit
Parallelo-
grammū
apud Eu-
clidem.

enim

enim hoc quoque Latera, quæ ex opposito iacent, æqualia, & Parallela : nec non Angulos, qui sunt ex opposito, æquales . Exempli causa Sexangulum , & Octangulum , & Decangulum . si enim Sexangulum $a b c d e f$ intlexeris , rectamque Lineam $a c$ coniunxeris , ipsam $a f$, ipsi $c d$ Parallelam ostendes . Angulus enim, qui ad b Signum, vnus est Rectus , & tertia Recti pars , & vnus quisque Sexanguli Angulus , cum æquiangulum fuerit . æquale præterea est Latus $a b$ Lateri $b c$, æquilaterum enim est positum . vterque igitur Angulorum $b a c$, $b c a$ tertia



Recti pars est . Anguli ergo $f a c$, $a c d$ Recti sunt . Quapropter ipsa $a f$ ipsi $c d$ Parallela est . Similiter autem reliqua etiam, quæ ex opposito sunt Latera, Parallela esse ostendemus, & in Octangulo Similiter, atque in reliquis . Si itaque Parallelogrammum est quod à Parallelis ex opposito iacentibus Lateribus comprehenditur, in non Quadrilateris etiam Parallelogrammum erit . † Quod autem apud Elementorum institutorem Parallelogrammum quadrilaterum est, patet . Fit autem perspicuum in illo potissimum Theoremate , in quo ait Parallelogrammum, quod eandem cum Triangulo habet Basim, & in eisdem est Parallelis, Trianguli duplum esse . hoc enim in solis Quadrilateris verum est .

† Præter quā quod ex Sêrêtiâ Elemêtorū institutoris omne Parallelogrammū manifestum Quadrilaterum est.

TERTIA PARS PRIMI ELEMENTORVM.

Parallelogramma , quæ Super eadem Basî sunt, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Prop^o. 35.
Theo. 25.

Q Vemadmodum Theorematum alia quidē vniuersalia , alia verò particularia esse dicebamus , & quemadmodum hæc diuidentes subiungebamus quod etiam alia quidem Simplicia, alia verò Composita , quidquæ horum vnumquodq; sit ostendebamus , ita sanè iuxta aliam distinctionem alia quidem Localia esse dicimus , alia verò non Localia . Voco autem Localia quidem, quibuscunq; idem Symptoma in toto quodam loco accidit : Locum verò, Lineæ, vel Superficie situm,

Com. 9.

In Superiori cômte to, & i cō. 9. libri 3. Theorematū alia Localia , alia nō Localia.

Quis sit
Locus Ge-
ometricus.
Localium
Theore-
marum di-
uifio.
Linearum
aliq. Plan-
arum, ali-
arum Soli-
darum.

Præfens
Theore-
ma & Lo-
cale, & in
Lineis Lo-
cale, et Pla-
num est.
Theore-
ma Loca-
le, & in Li-
neis Loca-
le, & So-
lidum.
Qua & ca-
uſa Theo-
remata Lo-
calia Ideis
Chryſippi
aſſimila-
uerit.

Cauſa qua
Euclides in
hoc libro
Theore-
mata loca-
lia Plana in
rectis Li-
neis tantum
tradat, in
tertio aut
ea etiam q.
in Circuſe-
rentiis conſti-
tuunt, & ha-
bes hic di-
uiſionem lo-
calium in Li-
neis Plano-
rum Theore-
matum, q.
alia in re-
ctis, alia in
Circuſe-
rentiis.

ſitum, qui vnum, idemque Symptoma efficiat. Localium enim alia quidem in Lineis conſtituuntur, alia verò in Superficiebus. Et quoniam Linearum alia quidem ſunt Planæ, alia verò Solidæ, Planæ quidem quarum ſimplex eſt in Plano intelligentia, vt ipſius Rectæ: Solidæ verò, quarum ortus ex quadam Solidæ Figuræ ſeſſione apparet, vt Cylindricæ Helicis, Conicarumque Linearum, diccrem vti- que eorum etiam, quæ in Lineis conſtituuntur Localium Theorematum, alia quidem planum habere locum, alia verò ſolidum. Præſens igitur Theorema & Locale eſt, & in Lineis Locale, & Planum. totum enim Spatium, quod iacet inter Parallelas, locus eſt Parallelogrammorum, quæ ſuper eadem Baſi conſtituuntur. quæ ſane æqualia quoque inter ſe Elementorum inſtitutor oſtendit. Eorum autem Localium Theorematum, quæ Solida vocantur tale ſit exemplum. Parallelogramma, quæ in Lineis non coincidentibus, & Hyperbole inſcribuntur, æqualia ſunt. quod enim Hyperbole ſolida ſit Linea, patet. Coni ſiquidem Linea eſt. Huiuscemodi itaque Theoremata (vt ait Geminus) Ideis Chryſippus aſſimilabat. nam quemadmodum illæ infinitorum terminatis in finibus ortum comprehendunt, ita in his quoque infinitorum terminatis in locis comprehenſio ſit, & per hunc terminum æqualitas apparet. altitudo enim Parallelarum eadem manens, ſi infinita ſuper eadem Baſi Parallelogramma intelligantur, omnia ſibi inuicem æqualia oſtendit. Primum itaque Locale Theorema Elementorum inſtitutor præſens adſcripſit. & videtur cum ad modum Elementi iuxta omnes diuiſiones Theoremata varietate diſtinguat, iurè neque huiuscemodi ipſorum ideam prætermiſſiſſe. Veruntamen cum in præſentia quidem de Rectilineis ſermo ſit, Localia Plana in rectis Lineis Theoremata tradit: in tertio autem libro cum ea, quæ de Circulis, eorumque Symptomatibus contemplari poſſunt pertractet, ea etiam, quæ in Circunferentijs conſtituuntur Localium ſimul, & Planorum Theorematum docebit. tale ſiquidem in illis eſt quod ait, Qui in eodem Segmento ſunt Anguli, inter ſe ſunt æquales. necnon illud, quod ait, Anguli, qui in Semicirculo, recti ſunt. nam ſi infiniti quidem Anguli in Circunferentia conſtituti fuerint eadem exiſtente Baſi, omnes oſtenduntur eſſe æquales. Si verò quod à Baſi & Circunferentia comprehenditur, Semicirculus fuerit, recti omnes eſſe oſtenduntur. & illa quidem proportionem reſpondent Triangulis, & Parallelogrammis, quæ ſuper eadem Baſi, & in eiſdem ſunt Parallelis. Species igitur Theorematum proximè quaerendorum talis eſt, quæ localis apud antiquos Mathematicos nuncupatur.

patur. Fortasse autē omnino admiratione dignum videbitur ijs, qui huiusce contemplationis sunt rudes, si Parallelogrāma Super eadem Basi, in eisdemque Parallelis constituta, sibi inuicem æqualia sunt. quomodo enim hoc fieri potest, quippe cum Spatiorum, quæ super eadem Basi constituuntur longitudo in infinitum crescat? quantum nanq̃ Parallelas producimus, tantum Parallelogrammorum quoq̃ Longitudines augere possumus. quonam pacto autem dum hoc fit Spatiorum æqualitas maneat, non immeritò forsan aliquis quærat. nam si Latitudo quidem est eadem, Basis siquidem vna: Longitudo verò maior, quo nam modo Spatium quoque maius non erit? Est igitur hoc quidem Theorema, & quod de Triangulis sequitur ex eorum numero, quæ admirabilia Theoremata in Mathematicis disciplinis appellātur. executi sunt enim Mathematici quoq̃ in Theorematibus, quemadmodū Stoici in Argumentis Locū, qui admirabilis vocatur, & ponunt hoc etiam Theorema è numero eorum esse, quæ huiuscemodi sunt. Stupet itaq̃ vulgus statim cum Longitudo multiplicata Spatiorum æqualitatem non destruit, eadem existente Basi. Dicendum tamen quòd maximam habet vim Angulorum æqualitas, atque inæqualitas ad augenda, diminuendaue Spatia. quantum enim Angulos inæquales efficimus, tantum Spatium magis diminuimus, si Longitudo, Latitudoque eadem maneret. Longitudinis igitur accretione opus est, vt æqualitatem seruemus. Sit enim exempli gratia, Parallelogrammum a b c d, & producat̃ Latus a c in infinitum, sit q̃ hoc fortasse rectangulum, & in Basi b d alterum cōstituatur, sitque illud b e f d. Quòd itaque aucta sit Longitudo, constat. maius enim est Latus b e, Latere a b, cum Angulus, qui ad a Signum est, rectus sit. verum hoc necessario factum est, inæquales siquidem facti sunt Anguli ipsius b e f d Parallelogrammi, & alij quidē Acuti, alij verò Obtusi. hoc autem euenit eò quòd b e Latus accedit quodammodo ad Latus b d, Spatiūque contrahit. Sumatur enim verbi causa ipsi a b, æqualis b g, Parallelaque per Signum g, ipsi b d ducatur, quæ sit g h. Est igitur & Longitudo Parallelogrammi b d g h Longitudini Parallelogrammi a b c d æqualis, Latitudoque eadem, Spatiū

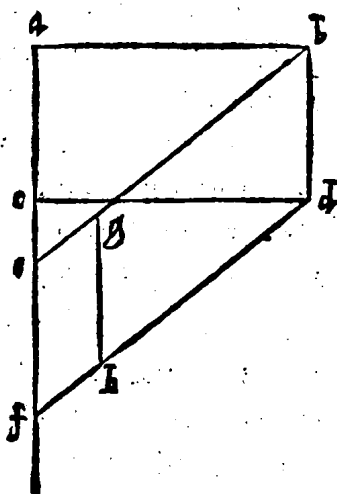
Dubitatio
rudium.

Præfens
Theorema
ma è numero
admirabilium
in Mathematicis
Theorematis
rematum.

Quid sit
Locus admirabilis,
apud Mathematicos,
& apud Stoicos.

Responso
ad dubitationem
rudium.

Demonstrat
quòd Longitudinis
accretione
opus è ad
Spatiorum
æqualitatem
seruandā.



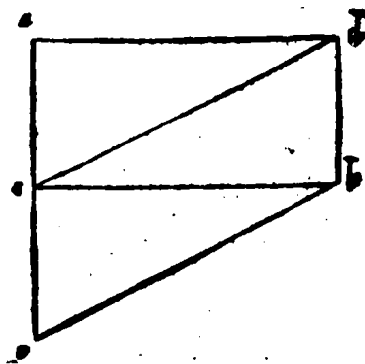
Terminus
accretiōis
Longitudi-
nis Paral-
logrammo-
rum equa-
liū, est loc⁹
ipse Paralle-
larū Li-
nearum.
Pulchrū.

Isoperime-
trorū Pa-
rallelogrā-
morum
Quadrang-
ulū quidē
maximū ē,
Rhomboides
verò minimū.
Ex hoc lo-
co, & ex
13. cō. lib.
3. habes qd
Procli irē-
tio erat to-
tā Euclidis
Elemēta-
rē institutio-
nē expo-
nere. 1.
Documē-
tum.
Trapeziū
quid.

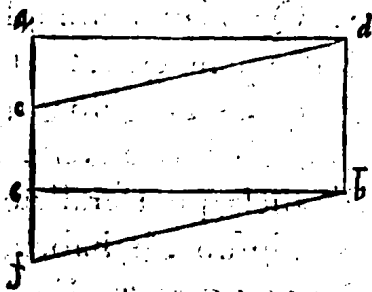
Reliq. duo
huius The-
oremaris
Casus.
† ex hoc lo-
co. id est
rōne loci.

Spatium tamen Spatio minus . ipso nanq̃ue b e f d minus est . Angulorum igitur inæqualitas Arcam imminuit , Longitudinis autem accretio quantum illa abstulit , tantum adijciens, Spatiorum æqualitatem seruauit . Terminus autem accretionis Longitudinis, ipse Parallelarum Linearum Locus est . nam rectangulis quidem ambobus Parallelogrammis existentibus, & æqualem Ambitum habentibus, Quadrangulum Parte altera longiori maius esse ostenditur : æquilateralis verò ambobus existentibus, & æqualem habentibus Ambitum, quod est rectangulum maius esse ostenditur eo, quod rectangulū non est . Angulorum nanq̃ue rectitudo , & Laterum æqualitas omnem habet vim ad augenda Spatia . Vnde sanē Quadrangulum quidem ijs omnibus, quæ equalē Ambitum habent maius esse videtur : Rhomboides verò, cunctis minus . At hæc quidem aliās ostendemus . magis enim Suppositionibus secundi Libri conueniunt . Quò ad præsens autem Theorema sciendū est quòd Parallelogrāma æqualia dicens, Spatia dicit, & non Latera . in præsentia siquidem de Arcis sermo est : & quòd nunc primū in huiusce Teorematis Demonstratione Trapeziorum mentionem fecit . ex quo manifestum etiam sit, quòd non ab re in Suppositionibus hoc quoq̃ quid nam sit edocuit, quòd nempe Quadrilaterum quidem genere , non autem Parallelogrammum . quod enim quæ ex opposito sunt Latera , & Angulos non habet æqualia , è Parallelogrammorum excidit ordine . Elementorum itaque institutor cū difficiliorem Casum elegisset , Propositum demonstrauit . Siquis autem dicat, sint Parallelogramma a c b d , & b d c e super eadem Basi d b , ita vt Latus c d sit Dimetiens Parallelogrammi , a b , ostendemus quòd ex hoc Loco æqualia sunt . Triangulum enim b c d, vtriusque dimidium est . quoniam ipsius quidem a b, Dimetiens est Latus c d : ipsius verò d e , Latus c b . Dimetientes autem Parallelogrāma bifariam secant. Parallelogrā-mum ergo a b æquale est Parallelogrāmo d e . Rursus siquis supponat Latus a c ipsius a b Parallelogrammi secari à Latere d e, sicq̃ue iacere Parallelogramma quemadmodum ipsa a d b e, b d c f, ostendemus quòd hæc etiam æqualia sunt.

cūm



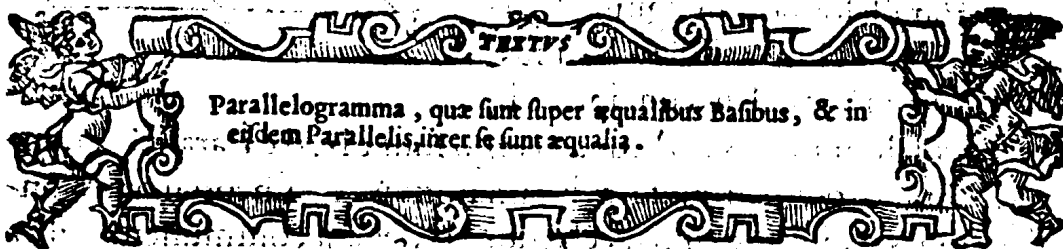
cum enim Latus $a c$ Lateri $c f$ æquale sit, utrunque enim cum ex opposito iaceat, æquale est Lateri $d b$. Auferatur communis $c e$ recta Linea. Aequalis est igitur $a c$, ipsi $e f$. Verum $a d$ etiā equalis est ipsi $e b$, & Angulus $c a d$ Angulo $f e b$. Parallela enim est $a d$, ipsi $e b$. & Basis igitur $e d$, Basi $f b$ æqualis est, totūque $a d c$ Triangulū toti $e b f$ Triangulo est æquale. Cōmune adiciatur $c b$ Trapeziū. Totū igitur $a b$, toti $d f$ inæquale non est. Et



vides quod isti tres soli sunt Casus. Latus enim $d c$ aut secat Latus $e b$, & Elementorum institutor accepit: aut in Signum e cadit, ut in penultima descriptione: aut secat Latus $a c$, ut in præsentia supposuimus. & iuxta omnes Casus Theorema verū esse ostensum est, nisi quod duplex Trapeziorum differentia cum sit, & alia quidem neutrum oppositorum Laterum Parallelum habeant, alia vero unum vni, in Trapezis, quæ apud Geometram sunt, in præsentique descriptione altera est Species: ipsa enim $c e$, ipsi $d b$ est Parallela.

Causa cur tres soli sint Casus huius Theorematis.

†. Rursus quod Nota quod Proclus Trapezia, & Trapezoida cōmuni noie Trapezia ex mente Euclidis hic appellauit. vide et cō. 18. lib. secūdi.



Parallelogramma, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propō. 36
Theo. 36.

Com. 10.

Præcedens quidem Theorema easdem Bases accipiebat, hoc verò æquales quidem, differentes autem ab inuicem. Commune autem ambobus est Parallelogramma in eisdem supponere Parallelis. Oportet igitur ipsa neque intra subiectas cadere Parallelas rectas Lineas, neque extra. Parallelogramma enim in eisdem dicuntur esse Parallelis, etiam Bases ipsorum, & quæ his ex opposito iacent Latera eisdem Parallelis coaptantur. Ceterum Elementorum quidem institutor cum Bases omnino separatas suscepisset, Theorema ostendit. Nihil autē impedit ita etiam ipsas suppositas accipere, ut quandam cōmunem habebant partem. sint enim $a b$, $c d$ Parallelogramma, super æqualibus Basibus $e b$, $f d$ communem partem habentibus, & in eisdem Parallelis, dico quod æqualia sunt. Connectantur $e c$, $b g$ rectæ Li-

Cōmunitas, & differentia præsentis, & præcedētis Theore.

Quo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis.

Reliqui duo Casus huius Theore.

h neq.

neæ. Quoniam igitur ipsa ef , æqualis est ipsi bd , etenim Basis eb Basis fd æqualis erat, sed Latus ef Lateri dg est æquale, & Angulus efc æqualis Angulo gdb , & e igitur ipsi bg æqualis est. est autem & Parallela ipsi. Parallelogrammum ergo est ipsum cb , habetque eandem

Basim cum utroque Parallelogrammorum ab, cd , & in eisdem est Parallelis. Parallelogrammum igitur ab Parallelogrammo cd est æqua-

le. Si quis autem neque communem habentes partem, necque a se inuicem separatas Parallelogrammorum Bases supponat, verum quod solum reliquum est se inuicem tangentes in vno Signo, ut in Paralle-

logrammis ae, ed , dicemus quod Basis be , Basis ef , & Lateri ed est æqualis. Quamobrem & recta linea cb , recta

Linea de æqualis, & Parallela est. quæ enim æquales, & Parallelas con-

iungunt, æquales & ipsæ, Paralleleque sunt. Parallelogrammum igitur est ip-

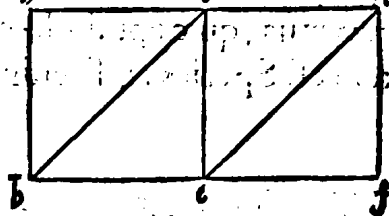
sium bd , & est super eisdem Basibus,

& in eisdem Parallelis cum ipsis cb, de Parallelogrammis. Aequalia ergo sunt cb, de Parallelogram-

ma. At nos quidem iuxta primam notionem Theorematis Constructiones diuisimus cum dicebamus Bases aut communem habere partem, + aut tangere tantum se inuicem, aut a se inuicem distare.

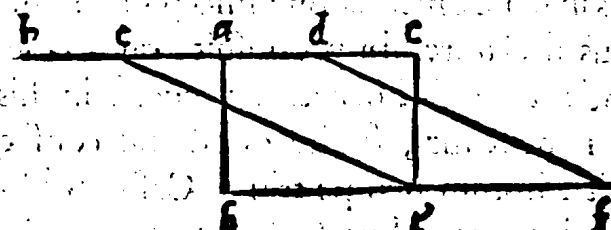
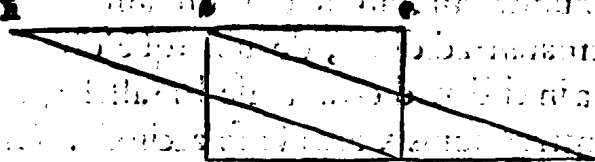
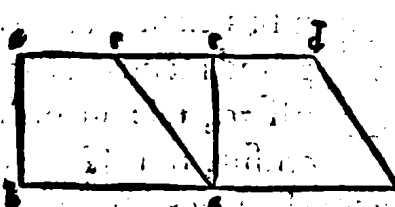
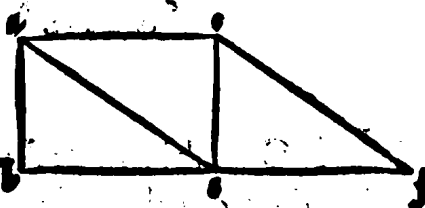
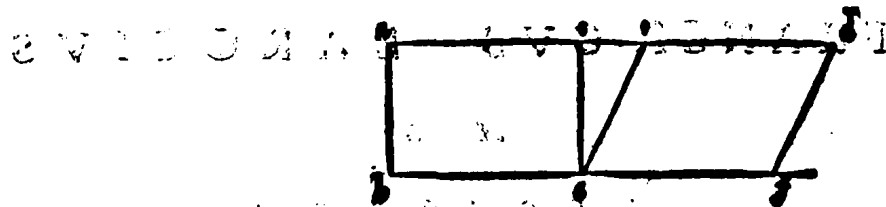
Fieri autem potest ut quauis se se tangant quemadmodum ipse be, ef , totum de Parallelogrammum extra Latus ce supponatur, vel ce Latus congruens ipsi a & rectæ Lineæ, vel Latus ce secans Latus ac , vel Latere a & producto vsque ad Signum h Latus ce cadens tan-

quam Dimetiens Parallelogrammi he , quando & df Latus idem fuerit cum recta Linea af , vel ce Latus secans Latus ah , vel a & Latere producto vsque ad k Signum Latus ce cadens extra Signum h , & Latus df secans Latus ah * vel congruens *



diuisio
triū huius
Theo. Ca-
suū, & pri-
mò vltimi.

f aut a se
inice se-
paratas esse
aut tangere
in se inui-
cem.



FRANCISCVS BAROCIVS

A D

L E C T O R E M.



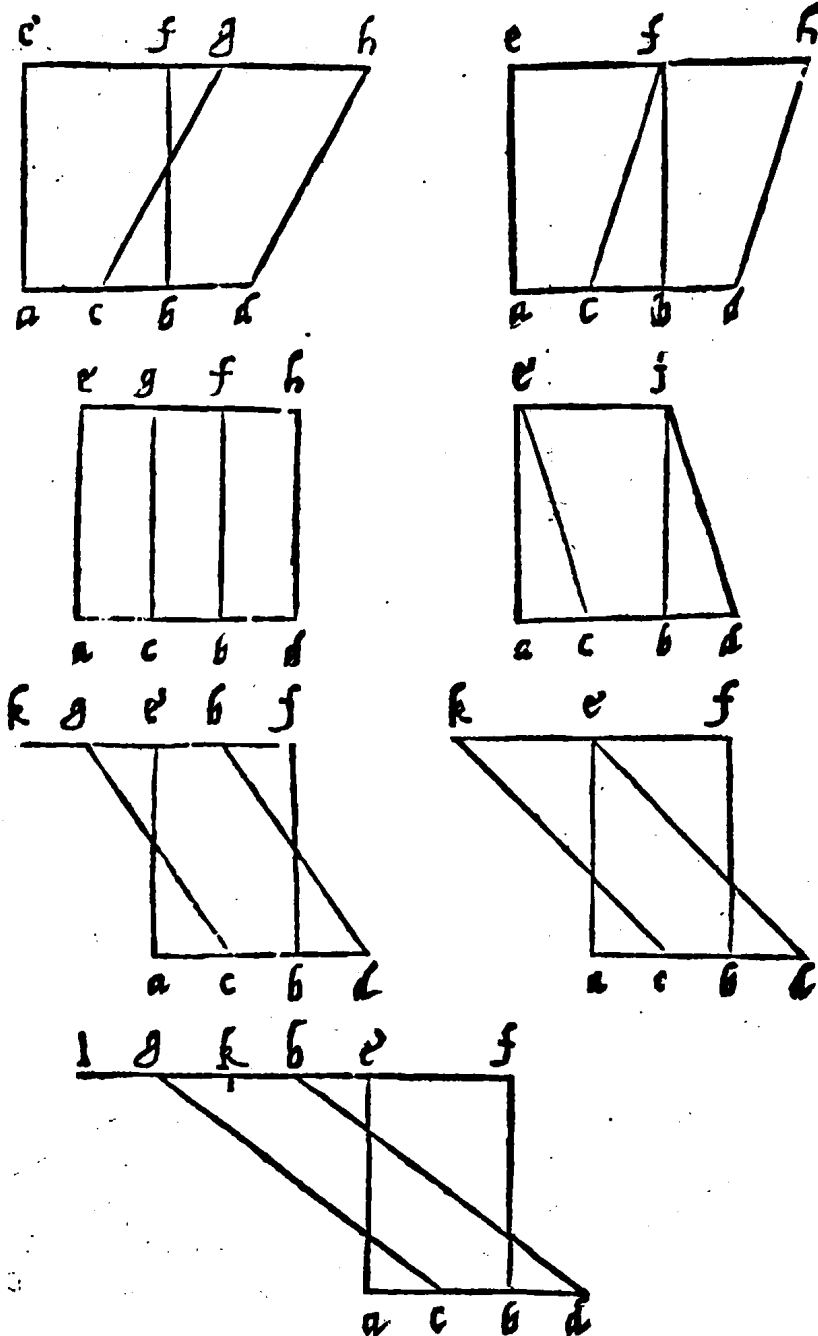
Scholiū



IC tibi animaduertendum est candide Lector, quod præsens decimum Procli commentarium imperfectum à nobis repertum est in omnibus exemplaribus, quæ ad hoc usque tempus ad manus nostras peruenere. ideo quale se se offert, tale in ordine suo imprimendum esse censui, ne te laterent pauca ea, quæ in eo reperiuntur. Vt autem clarè eius imperfectionem cognoscas, nonnulla sunt mihi percurrenda, quibus cuncta, quæ in eo continerentur si integrum esset, paucis complectar. Cum itaque Proclus noster primum communitatem, atque differentiam præsentis, & præcedentis Theorematis tradidisset, docuissetque obiter quomodo Parallelogramma in eisdem dicantur esse Parallelis, more suo ad exponendos Constructionis Casus se se accinxit. Casus autem (vt apud eum videre potes) tres in vniuersum, & iuxta primam animi notionem se se nobis offerunt, è quorum numero vnus quidè est ille, quem Euclides in sua Constructione suscepit: reliqui verò duo sunt ij, quos Proclus declarare sibi proposuit. quos sanè cum declarauerit, & ostenderit quod Theorema vniuersè in his tribus Casibus veritatem nanciscitur, statim quod erat consequenter exponendum adiecit, horum nempe trium Casuum Diuisionem vnà cum Theorematis in omnibus Casuum partibus Demonstratione. Verùm Diuisio quidem talis est. Quum Parallelogrammorum super æqualibus Basibus, in eisdemque Parallelis existentium tres sint Constructionis Casus, & Bases ipsorum aut omnino à se se disiunctæ sint, vt Elementorum institutor supposuit: aut in vno tantum Signo coniunctæ, vt Proclus in secunda sua descriptione: aut quandam habebant partem communem, vt idem in prima, quilibet adhuc horum trium Casuum septem habet partes.

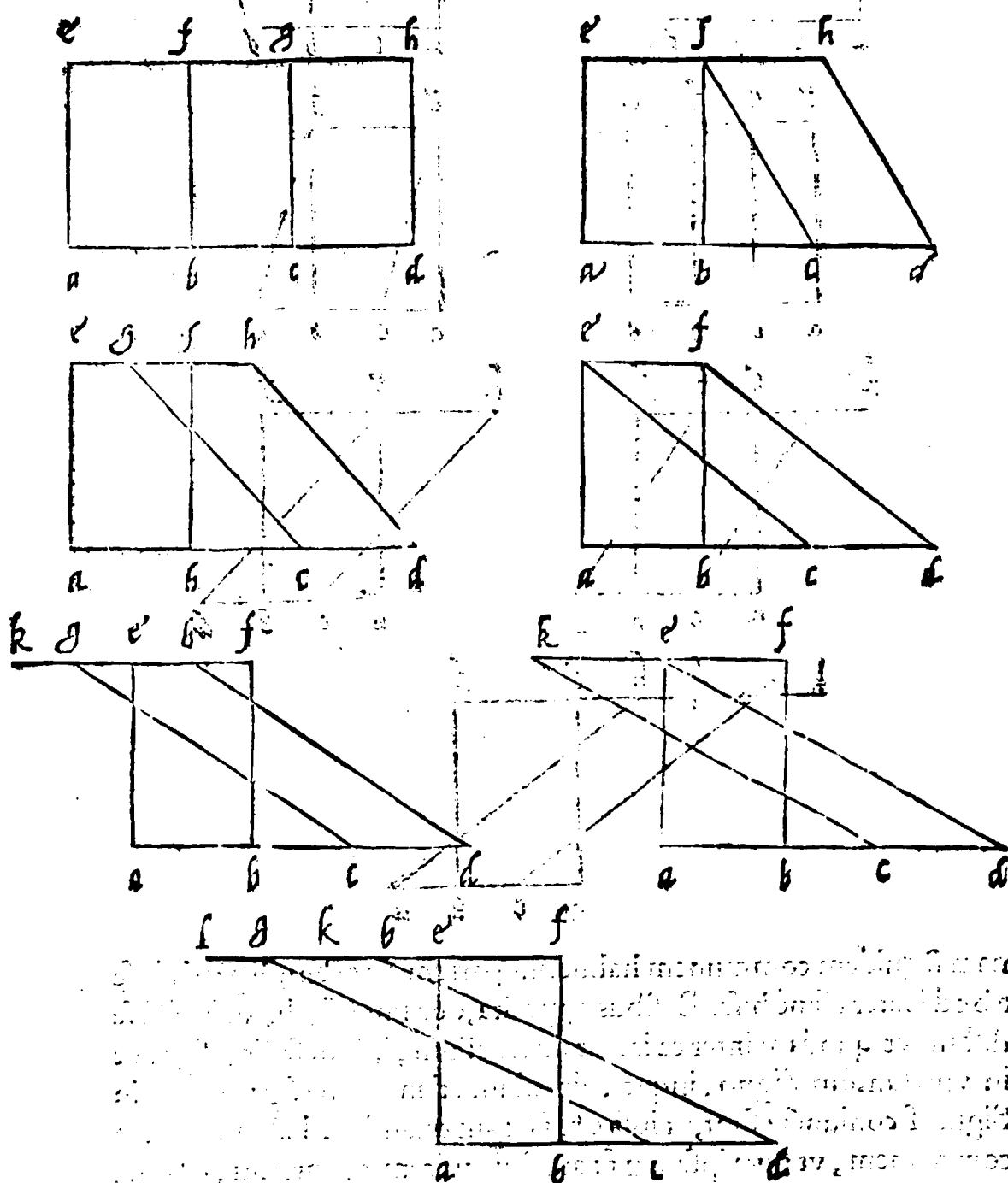
nam

Diuisio
Casuum.



nam si quidem communem habuerint partem, vt exempli gratia ipse
 a b c d Latera sanè hisce Basibus opposita, quę sint e f, g h, aut ita à sese
 distant vt quodam inter ea iaceat interuallum, ipsum scilicet f g : aut
 in vno tantum Signo, in quo coincidunt etiam Signa f g : nempe in
 Signo f coniuncta sunt, vt ipsa e f, f h : aut quandam habent partem
 communem, vt puta ipsam g f : aut sibi inuicem congruunt, & tunc
 Signa g h coincidunt cum e f Signis : aut Producto Latere e f, & po-
 sita Linea k e æquali ipsi e f, Latus g h communem habet partem &
 cum Latere e f, vt ipsam e h, & cum Linea k e, vtpote ipsam g e :
 aut

aut totū Latus gh cadit super tota Linea ke , tãgitq̃ue Latus e fin Signo e tantū, & tunc Signa gh coincidunt cū ipsis ke Signis: aut producta rursus Linea ke , & posita Linea lk æquali ipsi ke , Latus gh partē habet cōmunem & cū Linea ke , ipsam scilicet kh , & cū Linea lk , ut ipsa gk , & tunc Latus gh distat a Latere e f, ipso h e intervallo.

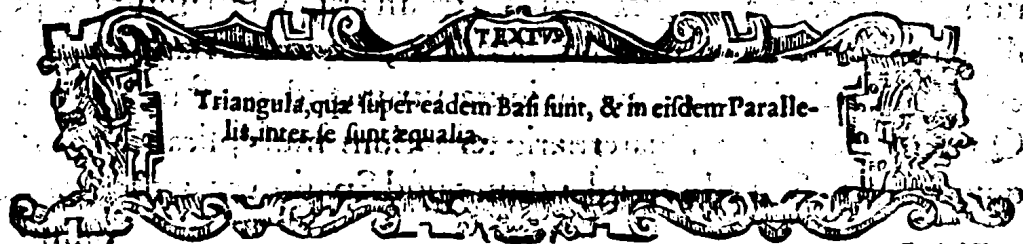


Si verò penitus à se se disjunctæ fuerint, ut ipsæ a, b, c, d ; Latere porrò e, f, g, h , quæ hisce Basibus e regione sunt, aut & ipsa à se se distant intervallo

teruallo fg : aut in vno duntaxat Signo se se tangunt, videlicet in Signo f , cum quo etiam g Signum tunc coincidit: aut quandam habent partem communem, vtpote ipsam gf : aut Latus gh cadit super Latere ef , coincidendo Signa gh cum ef Signis: aut producto Latere ef , & posita æquali ke Linea ipsi ef , Latus gh cōmuni fruitur partem quidem cum Latere ef , ipsa scilicet eh , tum verò cum Linea ke , nempe ipsa ge : aut Latus gh congruit Latere ke , & Signa gh eadē sunt cum Signis ke , tangitq; Latus e fin Signo e duntaxat: aut producta adhuc Linea ke , & posita æquali Linea lk ipsi ke , Latus gh communem sortitur partem ipsam quidem kh cum Linea ke , ipsam verò gk cum Linea lk , tuncq; Latus gh à Latere e finteruallo he distat. Si autem in vno tantum Signo coniunctæ fuerint, quod reliquum est, Septem iterum modis Casus ipse varietatem suscipit. Veruntamen quoniam varietatem hanc apud Proclū ipsum videre potes, in fine enim Diuisionis huius Casus cōmentarium deficit, ideo in ea non amplius immorandum arbitror. Talis quidem est Diuio Casuum, quam aggressus est Proclus noster in presenti cōmentario, in quo non extat nisi Casus illius Diuio, qui Bases æquales Parallelogrammorum in vno tantum Signo coniunctas supponit: reliquorum autem duorum Casuū diuisiones cum Demonstrationibus Theorematis in Singulis Casibus desiderantur, forsan cum quadam etiam pulchra consideratione, aut documento in fine cōmentarij, vt auctoris mos est. multa enim pulcherrima ab ijs, qui ingenio valent ex hoc, præcedentique Theoremate colligi possunt, quæ ad vniuersam Geometriam maximè conducunt. Verumenimvero de Diuisione quidē hæc sufficiat. Demonstrationes autē presentis Theorematis iuxta singulas Casuū partes tū quia faciles sunt, tū breuitatis causa in presentia silentio inuoluam: aprior enim erit locus in cōmentarijs nostris diffusius, & singillatim eas examinare. Hæc erāt mihi dicenda lector beneuole de imperfectione huius cōmentarij, quod si aliquando integrum ad manus meas perueniret vna cum sequentis vnde cōmentarij principio, quod etiam in omnibus exemplaribus imperfectum est, te participem facere polliceor.

Quæ desit
i 11. Pro-
cli cōmen-
tario.

SEQVUNTUR PROCLII COMMENTARIA.



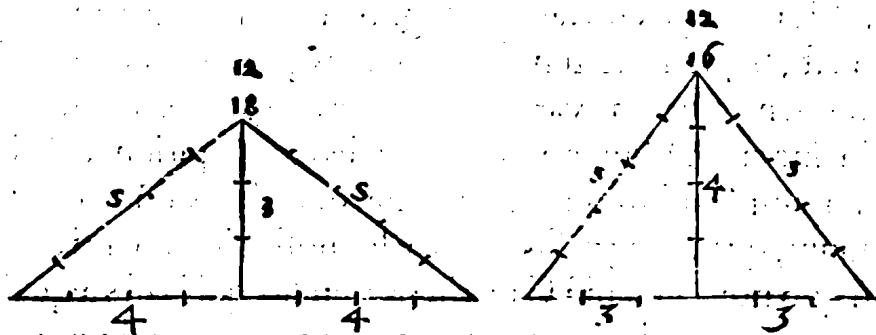
Propo. 37
Th. 0. 27.

Initiū

Com. 11.

Chorographorum hal-
lucinatio.Idē in lib.
tertio in
com. 8.

affirmant. æqualibus nanque illis existentibus, Spatia inæqualia: & inæqualibus, æqualia ostenduntur. Tale autē quid Chorographi perpesi sunt Urbium magnitudines ex Ambitibus ratiocinantes. Olli verò quidam possessionum participes in diuisione eos, qui nā cū ipsis diuidebāt deceperūt, quippe qui Ambitus excessu abusi sunt, plura quæ sumpserunt cū peragrātes eam suscepissent possessionē, quæ à maiori Ambitu continebatur: Aream autem cū in quædam Spatia, quæ minori fruebantur ambitu immutassent, optimi existimati fuere.

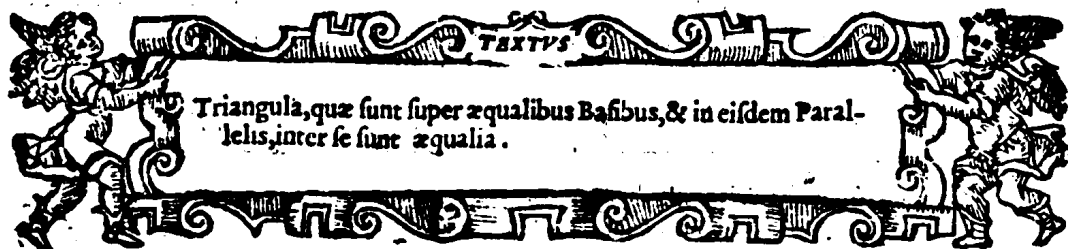


duobus enim æquicruris Triangulis propositis, quorum vnum quidem vtrunque æqualium Laterum habet quinque, Basim verò sex eorundem: alterum autem, vtrunque quidem æqualium Laterum quinque, Basim verò octo eorundem, verbi gratia cubitorum, aut digitorum, magnopere horum rudem in electione decipiunt. nam hoc quidem Ambitum octodecim habet, illud verò sedecim earundem mensuratum. At Geometricus vir non ignorabit quod Spatia æqualia sunt, quanuis Ambitus inæquales fuerint. vtruncque siquidem duodecim est: si enim à vertice Perpendicularem duxeris, bisariam quidem Bases diuides, efficiesque in altero quidem trium, in reliquo verò quatuor Basis dimidium: ipsam autem Perpendicularem e contrario, illic quidem quatuor, hinc verò trium. oportet siquidem quod à Quinario ei, quod à Perpendiculari, atque ei, quod à Basis dimidio fit esse æquale. Verum si hoc quidē trium fuerit, Perpendicularis quatuor: & si hoc quatuor, illa profectò trium erit. Cū igitur Perpendiculari Basis dimidium multiplicaueris, † quod Trianguli Spatio est æquale habebis. hoc autem iuxta vtruncque idem est siue Ternario Quaternarium, siue Quaternario ternarium multiplicaueris. Hæc quidem dicta sunt ad ostendendum quod Spatorum æqualitas non omni-

† æquale
Triangulo
Spatiū ha-
bebis.

omnino ex Ambitibus accipienda est. ne admiremur si cū Triangula, quæ super eadem Basi sunt, iuxta reliqua Latera intra easdem Parallelas in infinitum augeri possint, Spatiorum tamen æqualitas immutabilis manet. Illa autem Triangula in eisdem Parallelis dicenda sunt, quæcunque super altera Parallelarum Bases cū habeant, in reliqua vertices figunt. & quorum Linea ad vertices connexa, vna recta Linea est, & Basibus Parallela super eadē recta Linea iacentibus.

Q^{uo} Tri-
gula i eisdē
Parallelis esse
dicantur.



Triangula, quæ sunt super æqualibus Basibus, & in eisdem Parallelis, inter se sunt æqualia.

Propo. 38
Theo. 28.

Præfens quoque Theorema locale quidem est, quippe quod Parallelogrammis proportionem respondet, & Triangulorum sitū super æqualibus Basibus supponit. Videtur autem mihi Euclides horum quatuor Theorematum, quorum duo quidem in Parallelogrammis ostensa sunt, duo verò in Triangulis: & alia quidem eadem existente Basi, alia verò Basibus æqualibus existentibus, vnam Demonstrationem in sexto libro per primum Theorema tradere, latereque vulgus eum hoc facere. cū enim hoc ostēdat, Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, eandem habere inter se rationem, quam habēt Bases, nihil aliud quàm hæc omnia magis vniuersè ex ipsa Proportionem demonstrat. eadem namque Altitudo nil aliud est nisi in eisdem esse Parallelis. nam Figuræ omnes, quæ in eisdem sunt Parallelis, sub eadem Altitudine sunt, & contrā. Altitudo siquidem est Perpendicularis, quæ ab altera Parallela ad reliquam se extendit. Illic itaque per Proportionem ostensum est quòd ita se se habent Triangula, & Parallelogramma, quæ sub eadem sunt Altitudine, hoc est quæ in eisdem sita sunt Parallelis, vt Bases, & æqualibus existentibus Basibus, æqualia sunt Spatia: & dupla, duplis: & aliam rationem habentibus, eandem habebunt & Spatia inter se rationem. In præsentia verò quoniam non decebat Proportionem vti eum, qui nondum de ipsa docuit, contentus est æqualitate sola, atque identitate. ex æqualitate enim identitas Basium colligitur. In vno igitur illo quatuor hæc Theoremata comprehenduntur. non solum quia vna Demonstratione ostendit quæcunque in hisce quatuor continentur, verum etiam quia [†] plus quid addit, identitatem vtriusque rationum, quanuis inæquales

Com. 12.

Quid sit
Altitudo
Figurarū.

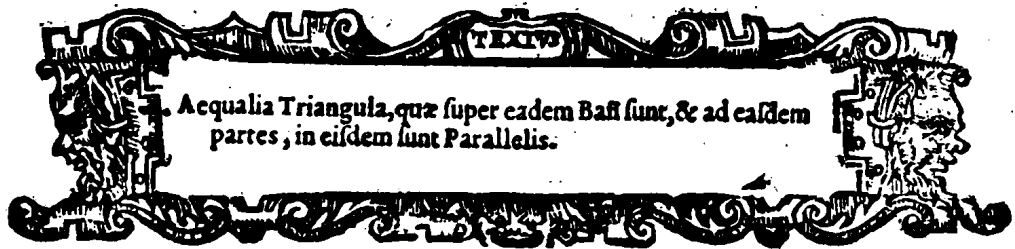
† sine qd
vel
pfectū qd.

i Bases

Casus huius
Theore.

Bases fuerint. Hæc de his. Quod autem hoc quoque Theorema multos habet Casus, quodque fieri potest ut Triangulorum Bases aut eandem partem habentes sumantur, quemadmodum in Parallelogrammis: aut nulla quidem communi parte fruente, iuxta verò Signum vnum se se contingentes: aut etiam omnino separatæ ita ut inter ipsas Linea sit, manifestum est ipsi etiam, qui paululum intelligere possunt: & quod iuxta omnes Casus utcumque Bases sitas habeant, aut Vertices, eadem via est. Parallelas nempe Lateribus ducere, & facere utrumque, Triangulorumque æqualitatem ostendere.

Propo. 39
Theo. 29.



Com. 13.

Causa pro
pter quam
Conuerse
35. & 36.
Propo. nis
tū ad Eu-
clide, tū à
Proclo p-
termis-
sæ
sunt.

Geometri-
ca dilige-
tia.

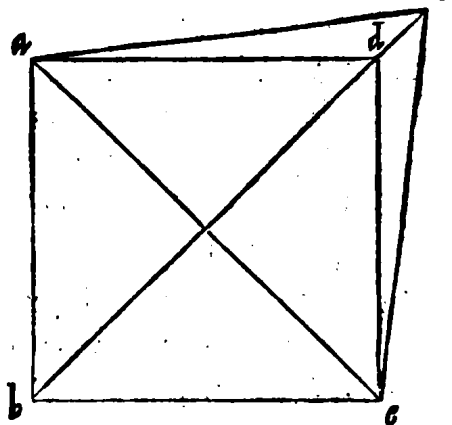
Quando quidem æqualitatem ostendere nobis propositum erat, tunc quatuor numero Theoremata faciebamus, duo quidem in Parallelogrammis, duo verò in Triangulis suscipientes, aut super eisdem, aut super æqualibus iacentibus Basibus. Nunc autem conuertentes, quæ quidem in Parallelogrammis Conuersa sunt prætermisimus, quæ verò in Triangulis, memoria digna censuimus. Causa verò, quoniā modus quidem Demonstrationis idem est in illis etiam indifferenter, per Deductionem ad impossibile, similemque Constructionem. contenti autem sumus cum in simplicioribus, Triangulis inquam, viam ostenderimus, relinquere ipsi, qui magis curiosi sunt, in cæteris quoque eadem ratiocinari. quandoquidem eandem in his etiam esse viam facile est simul agnoscere. nam cum acceperimus æqualia Parallelogramma super eadem Basi, aut etiam super æqualibus, dicimus quod in eisdem quoque sunt Parallelis. Si enim non sunt, aut alterutrum eorum intra caderet productis ipsis, quæ in altero sunt Parallelis, aut extra, utcumque autem ceciderit, cum acceperimus illud, & quæ in eo sunt Parallelas, ostendemus quæ in Triangulis etiam ostenduntur. quod utique Totum suæ parti erit æquale. hoc verò fieri non potest. Quod autem iure Elementorum institutor particulam illam addidit, & ad easdem partes, manifestum est. nam fieri potest ut super eadem Basi æqualia Triangula summantur, vnum quidem ad hæc partes, alterum verò ad alias, attamen non omnino in eisdem hæc sunt Parallelis, neque enim sub eadem Altitudine sunt. Hanc igitur propterea adie-

cit

est particulam. Cum autem dupliciter Parallela ipsa duci possit iuxta absurdam suppositionem, aut intrā, aut extrā, ipse quidem Euclides intrā eam duxit; nos verò extrā ducentes, eadem ostendemus.

Reliquus
absurdæ
suppositio-
nis Calus.

Sint enim abc , dbc Triangula æqualia super vna Basi, ad easdemque partes, dico quòd in eisdē sunt Parallelis, & quę ad vertices ipsorum connexa est recta Linea, Basi est Parallela. Connectatur ad recta Linea. Si autē hæc Parallela non est, sit quę extrā hanc iacet, ipsa nempe ae , & producaturs ipsa bd vsque ad e Signum, & connectatur ipsa ec . Aequale ē igitur Triangulū abc Triangulo ebc . Verūm Triangulum abc æquale est Triangulo dbc . Triangulum ergo ebc Triangulo dbc est æquale, parti Totum. At hoc fieri non potest. non igitur extrā ipsam ad , Parallela cadet. Ostensum est autem quòd neque intra, apud Elementorum institutorem. Ipsa ergo ad ipsi bc Parallela est. In eisdem igitur sunt Parallelis æqualia Triangula, quęque ad easdem partes, & super eadem Basi sunt. Demonstrata est itaque reliqua etiam Deductionis ad impossibile pars. Adnotatu autem dignum est quòd



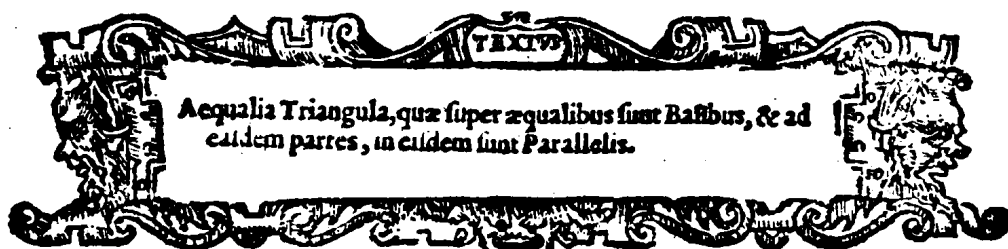
Triplex cum sit Theorematum Conuersio (aut enim totum ad totū conuertitur, quemadmodum octauumdecimum, & nonumdecimum diximus: aut totum ad partem, vt sextum, & quintum: aut pars ad partē, vt octauū, & quartū. non enim totū in altero Datū, Quęsitū in altero est: nec Quęsitū, Datū, sed pars) videntur talia esse hæc quoque Theoremata in Triangulis. erat siquidem Quęsitum in præcedentibus, Triangula æqualia esse, hoc autem non solum in his Datum est, quippe cum partem insuper sumpsit eius, quę in illis erat suppositionis. hoc enim, super eadem esse Basi, vel super æqualibus, cum in his, tum in illis datum est, præterquam quòd in hisce suppositionibus quoddam adiecit, quod quidem nec Quęsitum, nec Datum in illis erat. particula enim illa [ad easdem partes] extrinsecus insuper fuit assumpta.

Notandū.

Triplex
Cōuersio-
nū differē-
tia.

Acqua-

Prop. 40
Theo. 30.



Com. 14.

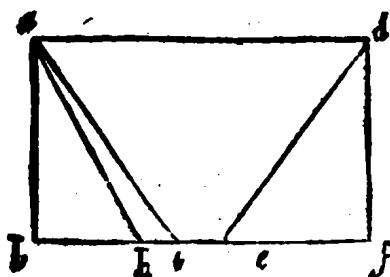
Tres pas-
siones, ex
quib' decẽ
fiut Loca-
lia Theo.

Causã vi-
dei supe-
riori cõ.

Quia si can-
te reliqua
quatuor o-
miserit Eu-
clides The-
oremata.

Demõstra-
tio reliquo-
rũ duoru.

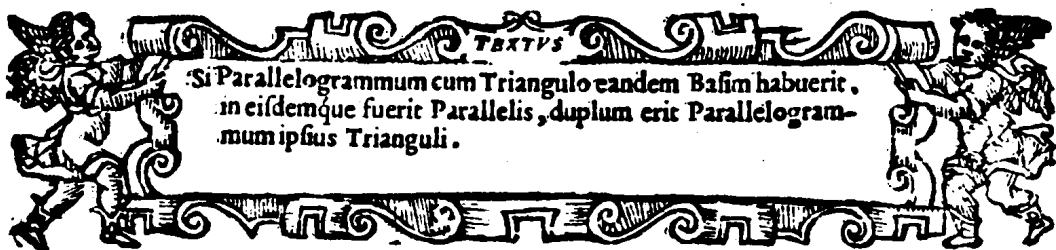
EST & modus Conuersionis idem in hoc, & Demonstratio similis, & quæ ab Elemẽtorum institutore Deductionis ad impossibile prætermittitur est pars eodem modo demonstratur, & nõ est opus eadẽ repetere. Cũ autem tria hæc sint in dictis Propositionibus, super æqualibus, vel eisdem esse Basibus: in eisdem Parallelis: & æqualia esse Triangula, & Parallelogramma, manifestum est quòd duo semper contextentes, vnum verò relinquentes, variè conuertimus. aut enim Bases easdem, vel æquales supponemus, in eisdemquẽ Parallelis Triangula, & Parallelogramma, & faciemus quatuor Theoremata: aut æqualia ipsa suscipiemus, & Bases easdem, vel æquales, & faciemus alia quatuor, quorum duo quidem omisit Elementorum institutor, ea nempe quæ sunt in Parallelogrammis, reliqua verò duo ostendit, ea porrò quæ in Triangulis sunt: aut & cũ æqualia sumpserimus, & in eisdem Parallelis, reliquum ostendemus, quòd vtrique vel super eisdem sunt, vel super æqualibus Basibus, & faciemus alia quatuor, quæ sanè omnino etiam dimisit Elementorum institutor. in hisce nanque eadem est Demonstratio, nisi quòd duo ex his quatuor per se vera non sunt. non enim æqualia Parallelogramma, vel Triangula, & quæ in eisdẽ sunt Parallelis, necessariò super eadẽ Basi sunt. sed totum hoc, in hisce suppositionibus verum est, quòd super eisdem sunt Basibus, vel super æqualibus. alterum autem non omnino sumptis suppositiones consequitur. Quapropter cũ decem sint omnia hæc Theoremata, Sex quidẽ Geometra perscripsit, quatuor verò prætermisit, ne rursus eadem ratione frustra laboret, cũ eadem sit Demonstratio. ostendatur enim in Triangulis quòd si æqualia fuerint, in eisdemquẽ Parallelis, aut super eisdem, aut super æqualibus Basibus erunt. nõ sint enim, sed si fieri potest sint abc , def Triangula, quæ hoc modo se se habeant in Basibus inæqualibus, ipsis scilicet bc , ef , &



sit

sit maior ipsa $b c$, & abscindatur $b h$, quæ sit æqualis ipsi $e f$, connectaturque ipsa $a h$. Quoniam itaque Triangula $a b h$, $d e f$ super equalibus sunt Basibus ipsis $b h$, $e f$, in eisdemque Parallelis, equalia utique sunt. At ipsa quoque $a b c$, $d e f$ Triangula supposita sunt æqualia. Triangula ergo $a b c$, $a b h$ æqualia erunt, quod fieri non potest. Non sunt igitur inæquales ipsorum $a b c$, $d e f$ Triangulorum Bases. Idem autem demonstrandi modus in Parallelogrammis etiam erit. Cum itaque & via ostensionis eadem sit, & id, quod fieri non potest, idem, quod scilicet totum suæ parti est æquale, non immerito ab Elementorum institutore prætermissum fuit. Dictum est itaque quod decem necessario sunt Theoremata, & quæ sint ea, quæ prætermisssa sunt, quæque sit horum reticentiæ causa. Verum transcamus ad ea, quæ post hæc consequuntur.

Epilogus.

Tropo. 41
Theo. 31.

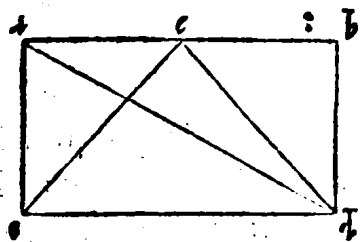
Est quidem præsens quoque Theorema locale, miscet autem Triangulorum, & Parallelogrammorum constitutiones sub eadem Altitudine iacentium. Quemadmodum igitur Parallelogramma seorsum perspeximus, itemque Triangula, ita cum simul etiam utraque sumptimus idem cum illis perpeffa, quam habeant inter se rationem contemplabimur. In illis igitur æqualitatis apparet ratio, omnia siquidem inter se sunt æqualia quæ super eisdem sunt Basibus siue Triangula, siue Parallelogramma, in eisdemque Parallelis. in his vero prima inæqualium rationum ipsa nempe dupla ostenditur. Parallelogrammum enim Trianguli duplum esse demonstrat eadem Basi, eademque Altitudine existente. At Elementorum quidem institutor cum Trianguli Verticem extra Parallelogrammum supposuerit, Propositum ostendit. Nos autem cum in altero Parallelogrammi Latere, quod communi ipsorum Basi Parallelum est, eum sumptimus, idem demonstrabimus. duo siquidem sunt hi Theorematis Casus. Quandoquidem eadem ambobus existente Basi, aut intra Parallelogrammum Verticem habere Triangulum necesse est, aut extra. Sit igitur Parallelogrammum $a b c d$, & $e c d$ Triangulum, & ponatur Signum e inter a , & b Signa, connectaturque $a d$ recta Linea. Quoniam itaque

Com. 19.

Casus huius Theorematis.

Paral-

Parallelogrammū Trianguli ac d est
duplum, Triangulū autem a d c equale
est e d c Triangulo, Parallelogrāmum
porrō ipsius e c d Triāguli duplum est.



Demōstra-
tio i basi-
b^o equali-
bus.
† Paralle-
logrāmum.

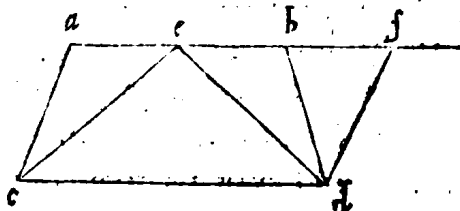
Cur Theo-
remata in
equalibus
Basis^o Eu-
clides præ-
termiserit.
Conuerſa
hui^o Theo-
& nota cō-
uerſionis
modum.
† Si autē.

Nota q^d
ex trib^o qⁱ
hoc etiam
Theo. sūt
passionib^o
quqⁱ fieri
possunt
Theo. quo-
rū vnū tm
posuit Eu-
clides, reli-
qua aut p^r-
termisit, qⁱ
a Ididit
Proclus,
vnā cu ob-
iectig ca-
uā.
† stiterit.
Digressio
Hic elicit
quod iam
aliud hui^o
Theo. cō-
uersū, iux-
ta alium
Cōuerſio-
nis modū.

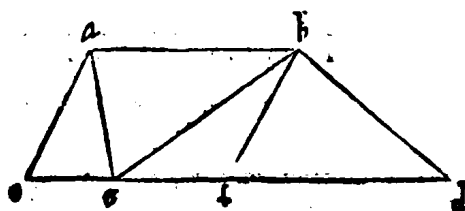
Quod igitur eadem existente Basi du-
plum esse Trianguli Parallelogrāmum
ostenditur, perspicuum est. Si autem Bases æquales fuerint, eodem
modo ostendetur, † Parallelogrammi Dimetientem nobis ducenti-
bus. Triangulis enim æqualibus existentibus, Parallelogrāmum,
quod alterius duplum est, reliqui etiam duplum erit. Triangula verō
æqualia sunt propter Basium æqualitatem, Altitudinisque identita-
tem. Iurē igitur hæc quoq^{ue} Geometres omisit, eadem enim est De-
monstratio. nam aut eandem partem habebunt, aut in vno tan-
tū Signo coniungentur, aut separatae erunt ab inuicem. vtcunque
autem hæc varietatem suscipiant, vna est iuxta omnes Casus Demō-
stratio. Atqui Conuerſa quoq^{ue} huic Theoremāti eodem modo De-
monstrabimus. quorum vnum quidem est, Si Trianguli Parallelo-
grāmum duplum fuerit, eandemq^{ue} Basim, aut æquales inuicem ha-
buerint, † fuerint autem ad easdem partes, in eisdem erunt Parallelis.
Si enim non erunt, Totum suæ parti erit æquale, eademq^{ue} ratio vi-
gebit. necesse est enim aut intra Parallelas Trianguli Verticē cadere,
aut extra. vtro autem se se modo habuerit idem sequitur impossi-
bile, ducta Parallela ipsi Basi per Trianguli Verticem. Alterum verō
est, Si Trianguli Parallelogrammū duplum fuerit, in eisdemq^{ue} ambo
fuerint Parallelis, super vna Basi, aut super æqualibus erunt. si enim
super inæqualibus, cū æquales sumpserimus, vniuersum Totū suæ
parti æquale ostendemus. In hoc igitur cōmune impossibile omnia
hec Theoremata desinunt. Quare Elementorū institutor nobis re-
liquit eam, quæ in his est varietatē inuestigare, cū in simplicioribus
ipse, & principalioribus contemplationē † contraxerit. Verumenim-
vero quoniam hæc quoque in memoriā reuocata sunt, agē exercita-
tionis causa nos Parallelogrāmū non accipiendo sed Trapeziū, cuius
duo tantū Latera sunt Parallela, quippe quod eandem cū Trian-
gulo habeat Basim dum in eisdem iacet Parallelis, videamus quā ad
Triangulum rationem habet. Quod igitur duplam non habebit,
perspicuum est. Si enim duplam rationem haberet, Parallelogrā-
mum esset, cū Quadrilaterum porrō sit. Dico autem quod aut duplō
maius est, aut minus. cū enim duo Latera Parallela sint, omnino
vnum quidem est maius, alterum verō minus. quoniam æqualibus
existen-

existentibus, quæ etiam ipsa coniungunt, Parallela erunt. Si igitur Triangulum maius Latus Basem habuerit, minus quam duplū Tri-

anguli Quadrilaterum erit: Si vero minus, maius. Sit enim $a b c d$ Quadrilaterum, sitque minus Latus $a b$ Latere $c d$, & producat Latus $a b$ in infinitū, & Triangulū $c c d$ eandem habeat Basim cum Quadrilatero, ipsam nempe $c d$, ducaturque per d Signum ipsi $a c$ Parallela, quæ sit $d f$. Duplum est igitur Trianguli $c c d$ ipsum $a c d f$ Parallelogrammum. Quare $a b c d$ Quadrilaterū minus quam du-

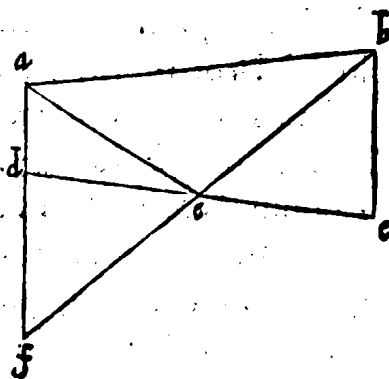


plum est. Rursus habeat Triangulum Basim $a b$, ducaturque ipsi $a c$ Parallela $b f$. Parallelogrāmum igitur $a b f c$ duplum est Trianguli. Quapropter Quadrilaterum $a b c d$ maius quam duplū est. His itaq; ostensis dicimus quod Quadrilatero existente, cuius duo tantū Latera ex opposito iacētia sunt



Parallela, si quidem ab altero Parallelorum Laterum bifariam dissecto ad reliquum rectæ lineæ ductæ fuerint, eius, quod sit Trianguli aut maius quam duplum Quadrilaterum est, aut minus. Si vero ab altero eorum Laterum, à quibus Parallela coniunguntur Latera bifariam secto, ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod sit Trianguli duplum omnino Quadrilaterum est. Hoc ergo ostendatur. Sit porro Quadrilaterum

$a b c d$, sitque in ipso Latus $a d$ Lateri $c b$ Parallelum, & secetur bifariam Latus $d c$ ad e Signum, & connectantur $a e$, $e b$ rectæ Lineæ, & producat ipsa $b e$, coincadatque eum Latere $a d$ ad Signum f . Quoniam itaq; Anguli, qui sunt ad e Signum æquales sunt, ad Verticem enim iacent, necnon Angulus $f d e$ Angulo $b c e$ est æqualis, Latus etiā $f e$ Lateri $c b$ erit æquale, & Triangulum $d e f$ Triangulo $b c e$ æquale.



Com-

Per 33.

Propōne.

Pulcherrima Tri-

guli cum

Trapezio

sup eadē

Basī, & in

eisdē Pa-

rallelis cō-

paratio

nora q; aut q;

cadit etiā

iter Paral-

lelogram-

mū, & Tra-

peziū sup

eadē Basī,

& eisdē

Parallelis

cōparatio

q; qua dicit

dū in Cō-

mentariis

nis. nō

aut hęc ve-

ra sūt & i

Basibus q;

qualib; q;

rūq; cōuer-

sa, si cōue-

niētib; mo-

dis fiant.

Compara-

tio Trian-

guli cum

Trapezio

sup eadē

basī nō in

eisdē Pa-

rallelis,

sed cū qua-

dā alia cō-

ditioe. &

hoc est qd

Proclus o-

biter ostē-

dit.

* luc ad fi-
ne vsq; om-
nia fortas-
se Procli
pō sūt, sed
ab aliquo
addita.

Commune apponatur Triangulum $a d e$. Totum igitur $a e f$ Triangulum duobus $a d e, b c e$ Triangulis est æquale. Verum Triangulū $a e f$ æquale est $a e b$ Triangulo. nam super æqualibus sunt Bases, ipsis nempe $b e, e f$, in eisdemque Parallelis, * si reliqua ducta fuerit. Triangulum igitur $a e b$ æquale est Triangulis $a d e, b c e$, & Quadrilaterum $a b c d$ duplum Trianguli $a e b$, quod erat ostendendū. Eodem sanè modo ostendemus quòd si etiam à Latere $a b$ bifariam dissecto ad Latus $c d$ quædā rectæ Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Si ergo ab altero Latere, à quibus Parallela coniunguntur Lateralia bifariam secto ad reliquum rectæ quædam Lineæ ducantur, eius, quod fit Trianguli duplum Quadrilaterum est. Hæc quidem exercitationis gratia sint demonstrata. Ad ea verò, quæ sequuntur eundem nobis est.

FRANCISCI BAROCII

Scholia ad Lectorem.

Scholium
primum.



O C rursus in loco Lector beneuole silentio prætereundum nō est, quòd in omnibus ferè, quæ hucusq; vidimus exemplaribus maximā hîc imperfectionem inuenimus. nam præsens quidem quintusdecimus Cōmentarius finem versus mutilatus est, totus verò sextusdecimus quadragesimæ secundæ Propositionis cōmentarius, vna cū

principio septimidecimi desideratur, præter quàm quòd legimus in vno solo exemplari quædam verba, quæ videntur quintūdecimum cōmentarium reddere integrum, & incipiunt ibi [si reliqua ducta fuerit] vsq; ad finem cōmentarij, vt videre potes in Exemplari græco Basileæ impresso, in quo verba illa non leguntur, quippe quæ (vt arbitror) Procli germana non sunt, sed ab aliquo addita videntur ad perficiendam Demonstrationem, quam autor inceperat. Vnde sanè ea cuiusmodi se se nobis græcè obtulerunt, eiusmodi latinè reddidimus, quoniam re quidem vera Demōstrationem absoluunt, proptereaquæ habendæ sunt ei gratiæ, qui hæc addidit, quærere tamen huiusce cōmentarij finem, qui cōstet ex proprijs Procli verbis, desistendum non est. Longiorem siquidem eo, qui nunc extat sermonem Proclum in hoc habuisse cōmentario censeo, primò quidem eò quòd quū superius tum in octauo Cōmentario, quod est vltimum secundæ primi Elementorum partis, tum in nono, quod inter Com-

Prima ratio.

menta-

mentarios partis tertie primas tenet, nec secunde parti tertia conerit; neque tertie propositum discusserit, quemadmodum fecit in principio quarti libri, ubi porro cum in fine tertij primam partem epilogo terminauerit, ante quam ad vigesimam septimam Propositionis expositionem accederet, quae secundae partis principio fruitur, integrum interposuit Capitulum, in quo secundam primae annexam ostendit, quae quod in ea pertractanda erat ab Elementorum institutore declarauit, haec plane hoc in loco facienda erat, quippe cum in hoc potissimum Theoremate tertiae partis Propositum appareat. At nemo est, qui non videat, quod in fine quartidecimi Commentarii nullum secundae partis fecit epilogum, sed nullo intercedente medio ad trigessimam quintam Propositionis interpretationem se contulit: quod quod in principio quintidecimi nec hasce duas partes inuicem colligauit, neque mentionem ullam fecit eorum, quae ab Euclide in tertia tractantur. quod non ab re factum existimo. cum enim haud sine causa Proclus noster in quatuor duntaxat libros sua in primum Elementorum Librum Commentaria diuidere voluerit, non potuit inter quartumdecimum, & quintumdecimum Commentarium haec facere, ne Commentariorum peruerteret ordinem, & quodammodo cuiusdam quinti Libri initium faceret. Quamobrem reliquum est ut in fine quintidecimi breuiter tum istarum partium continuationem, tum ultimae propositum tetigerit, neque a Commentariorum serie diuertendo, nec quadripartitam librorum distributionem labefactando. Hac ergo prima quidem ratione perspicuum nobis est quod praesens, de quo loquimur Commentarius proximior ea, quae in ipso reperitur orationem continuerit. Secundo vero, quoniam digressionem in materia pulcherrima, difficilique aggressus est, quippe quae pluribus indiget verbis ad omnes ipsius materiae partes explicandas. quum enim Euclides hucusque Parallelogramum Parallelogramo, & Triangulum Triangulo, & Parallelogramum Triangulo super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparauerit, videm Proclus noster, qui passim in Commentarijs suis utilitati studentium consuluit, hic quoque exercitationis nostrae causa Trapezium Triangulo, & Parallelogramo, itemque alteri Trapezio super eadem, aut super equalibus Basibus, in eisdemque Parallelis comparare sibi proposuit. Trapezium inquam illud, quod proprie Trapezium a Posidonio, & a Proclo vocatur, quippe quod duo tantum habet Latera Parallela. nam Trapezoides, quae etiam Trapezia Euclides communi nomine nuncupauit nullam habent Parallelarum causam passionem, nec in eisdem esse possunt Parallelis, cum Latera Parallela non habeant. nec est valida ra-

Secunda ratio.

quod doceat Proclus in sua digressionem.

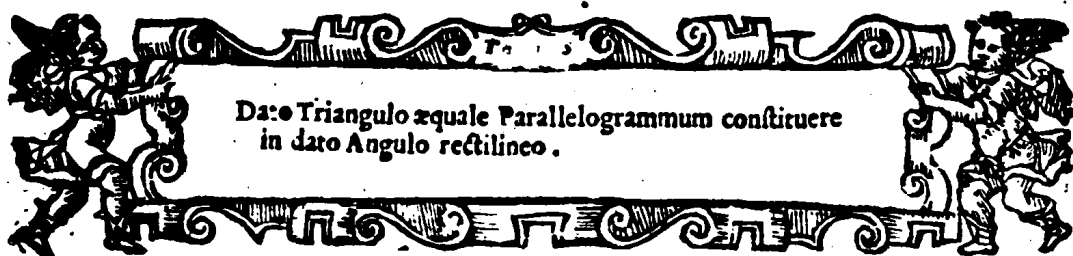
Responsio
ad ratiō-
obiectio-
nem.

Quæ de-
sint in di-
gessionē,
& in fine
cōmenta-
rii.

tio hæc in Triangulis, quoniam alio quidem modo Figuræ quadrila-
teræ simul, & quadrangulæ, alio verò trilateræ in eisdem dicuntur esse
Parallelis. Quare Proclus ipse prius quam Trapezij cum Triangu-
lo, vel Parallelogramo, vel alio Trapezio comparationem efficeret,
declaravit de quo Trapezio sit ei sermo, nempe de eo, quod proprio
nomine Trapeziū appellatur, postea incepit comparare Trapezium
Triangulo super eadem Basi, & in eisdem Parallelis, qua compara-
tione facta, antequam eadem super æqualibus Basibus, in eisdemque
Parallelis inuicem compararet, voluit obiter Trapezium Triangulo
super eadem Basi, & non in eisdem Parallelis, sed cū alia conditione:
necnon super æqualibus Basibus, non in eisdem Parallelis, sed cum
quadam alia conditione comparare. At finem versus comparatio-
tionis, quæ super eadem Basi non in eisdem Parallelis cum conditio-
ne bipertitæ Lateris, quod est Basi oppositum sectionis sit, cōmenta-
rius deliquium patitur, deestque primum quidem comparatio Tra-
pezij ad Triangulum super æqualibus Basibus, non in eisdem Paral-
lelis, sed cum hac conditione quod Triangulum solum in duabus sit
Parallelis, quarum vna cadat super communi eorum Base, altera se-
cet Trapezij Latus, quod est Basi eius oppositū in duas partes æqua-
les: secundò verò Trapezij ad Triangulum super æqualibus Basibus,
in eisdemque Parallelis comparatio: tertio autem, Comparatio
Trapezij cum Parallelogramo super eadem, vel super æqualibus
Basibus, & in eisdem Parallelis: quarto denique, eadem Trapezij cū
Trapezio comparatio: quinto demum, & vltimò præter quandam
sui moris pulchrā in fine cōmentarij considerationē, aut documentū,
deest procul dubio secundæ, atque tertiæ primi Elementorū libri par-
tiū coniunctio, necnon eorum, quæ in tertia ab Elementorum in-
stitutore pertractantur brevis commemoratio. Hæc sunt ea, quæ in
presenti cōmentario iudicio meo desiderantur, ibi [in eisdemque Pa-
rallelis] quamvis aliquis Procli studiosus manū iniecerit, postremāque
earū, quæ nunc extant in eo Dēmōnem perfecit, ac demū ita cōmen-
tariū epilogos concluderit, ut integrū videatur. Veruntamen possibile
etiam est quod cuncta quidem hæc, quæ addita videntur Procli legitima,
sinceraque sint, deliquium verò cōmentarij incipiat post illa verba
[Trianguli duplum Quadrilaterum est] quodque verba illa [Hæc
quidem &c.] quæ postremū sortita sunt locum, sint totius cōmentarij
epilogus. Aut fortasse etiam fieri potest ut defectus in duobus sit locis,
primum ibi [Quadrilaterū est] deinde ibi [sint demonstrata] ita ut
verba illa [Hæc quidem &c.] sint epilogus digressionis, illa autem

[ad ea

[ad ea verò &c.] sint pars epilogi eorum, quæ post digressionem dixisset, ac deniq; totius cōmentarij. Aut inconueniens quoque non est quòd omnia illa verba, quæ incipiunt ibi [Hæc quidem] vsque ad illa [eundum nobis est] sint totius digressionis epilògus, secunda'q; imperfectio sic se habeat [eundum nobis est hoc prius obiter adnotato, quòd ex præsentī potissimū Propositione apparet tertiæ primī Elementorū partis Propositum, cōmunis nempe Triangulorum, Parallelogrāmorumq; contemplatio], & similia. Verumenimvero vtcunq; se habeat studiosis iudicandum relinquo, quos equidem hortari non cessabo vt mecum querere non desistant quousq; omnes Procli cōmentarij perfecti, integriq; reperiantur, ne tanta, quæ in eis est doctrina pereat. Hæc quidem amice Lector à me dicenda censui partim vt ea tibi verba ostenderem, quæ in quodam exemplari græco ad huius cōmentarij finem adiecta mihi videntur, ne si aliquando integrum, vel aliter se habere cōmentarium reperiās, ea me addidisse existimes: partim etiam vt quæ in ipso desiderantur paucis recenserem, de quibus alibi nobis erit accuratius pertractandum. At de his hæc sufficiant.



Dato Triangulo æquale Parallelogrammum constituere
in dato Angulo rectilineo.

Propo. 48
Prob. 11

COMmentarius Procli in hanc Propositionem, qui esset in ordine sextusdecimus desideratur in omnibus, quæ legimus exemplaribus, essetq; nostrum eam cōmentario illustrare, vt Euclidis ordo, atq; doctrina quemadmodum in cæteris alijs Propositionibus, ita etiam in hac elucesceret. Sed quoniam propositum in præsentia nobis est Proclum solū absq; alijs expositionibus emittere, satius erit huiusce Problematis interpretationem alias vnā cum reliquis in Proclum nostris expositionibus edere. Nunc verò satis sit adnotas se quòd deest Procli totus sextusdecimus cōmentarius, vt vnusquisq; discendi cupidus, eum inuestigare conetur. atq; hæc de his. Altius autem rursus exordium sumendo perscrutemur defectum sequentis septimidecimi cōmentarij, cuius initio caremus. Videamus igitur quæ in eo reperiantur, vt de ijs etiam, quæ desiderantur sententiam afferre possimus. Quū itaque tres quidem sint huiusce trigessimisecondi Theore-

Scholium
secūdum.

Quæ con-
tineatur i
17. cōmē-
tario.

Quæ repe-
riantur in
17. cōmē-
tio.

k 2 maris

Quæ de-
sint 1. 17.
Cōmen-
tario.

matris Casus nec plures, neque pauciores, Euclides autē breuitatis gratia vnum ex facilioribus sumpserit, in quo Theorema demonstrauit, lucidissimus Proclus, qui ubique summa cura, & diligētia vtilitati nostrę studuit, hoc etiam in loco reliquos duos Constructionis Casus dilucidare, Theorematisque veritatem in ijs demonstrare cœpit, quibus Demonstrationibus absolutis, cū pulcherrimo documento, vt eius mos est, Cōmentario finem dedit. & hæc quidem sunt, quæ in cōmentario reperiuntur. Quoniā autem ab expositione Casuum cōmentarios suos auspicari minimē consuevit, & quoniā desunt quædā verba ad sententiā, orationemque perficiendam, iudicandū est quod non paucis initium versus cōmentarius caret. At verba quidem, quę desunt ad complendum sermonem, huiusmodi forsan essent [Verum Elementorum institutor Parallelogrāma, quę circa Dimetiētē consistunt inuicem coniuncta suscepit, si quis autē insurgat dicēs quod fieri potest vt Parallelogrāma inuicem non coniungantur iuxta vnū Signum, quodque porro Cōplementa non sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere &c.] Ea verò, quæ ante Casuum expositionem in cōmentarij principio desiderantur, fortasse varia essent. consuevit enim Proclus ubique antequam ad Casuum interpretationem accederet, varia in principijs cōmentariorum recensere, verbi gratia, Propositionis continuationē, & speciem, vtputa si Theorema sit, an Problema, etsi Problema quidem, quale Problema, vtrum Ordinatum, vel Inordinatum, vel Mediū: vtrum Determinatum, an Indeterminatū: vtrum Abundans, an Diminutum: & si Abundans, vtrum Maius, an Impossibile: & si Diminutum, vtrum Sectionem, vel Positionem, vel Constitutionem, vel Applicationem, vel aliquid aliud id genus facere iubeat. Si verò Theorema, cuiusmodi Theorema, vtrum Elementum, vel Elementare, vel horum neutrum: & si Elementū, vtrum Simplex, an Compositū: & si Compositum, vtrum Complexum, an Incomplexum: & si Complexū, vtrum Vniuersale, an Particulare: & si Vniuersale, vtrum Præcedens, an Conuersum: & si Præcedens, vtrum Locale, an secus: & si Locale, vtrum in Lineis Locale, an in Superficiebus: & si in Lineis, vtrum in Lineis planis, an in solidis: & si in Planis vtrum in simplicibus, an in mistis: & si in simplicibus, vtrum in rectis, an in circularibus: & si in circularibus, vtrum in Circunferentijs, vel Semicircunferentijs, vel Semicircunferentia maioribus, aut minoribus: & si in mistis, vtrum in Helicibus, an in Cissoidibus: vel alijs huiusmodi: Quod si in solidis, vtrum in sphericis, vel in conicis, vel cylindricis, vel sphi

spiricis, vel alius cuiusdam speciei : & si in Sphæricis, vtrūta in Helicibus, vtrūta lphærarum æqualium, vel inæqualium. & si in conicis, vtrūta in Hyperbolis, vel Parabolis, vel Ellipsis, vel Helicibus : & si in cylindricis, vtrūta in Ellipsis, vel Helicibus : & si in spiricis, vtrūta in ijs, quæ fiunt à sectione Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ, quæ etiam variæ sunt. similiterquæ si est Locale in Superficiebus, vtrūta in planis, an in solidis : & si in planis quidē, vtrūta in circularibus, semicircularibus, maioribus Segmentis, vel minoribus, trilateris, quadrilateris, gradatimquæ multilateris : & si in trilateris, vtrūta in æquiliteris, vel æquicruribus, vel scalenis : & si in æquicruribus, siue scalenis, vtrūta in rectāgulis, obtusangulis, vel acutangulis : & si in quadrilateris, vtrūta in parallelogrammis, an secus : & si in parallelogrammis, vtrūta in quadrangulis, parte altera longioribus, rhombis, vel rhomboidibus : & si in non parallelogrammis, vtrūta in trapezijs, an trapezoideis : & si in trapezijs, vtrūta in æquicruribus, an in scalenis : & si in multilateris, vtrūta in quinquangulis quinque Laterum, vel sexangulis sex Laterum, deincepsquæ in infinitum : & si in quibuslibet istarum, vtrūta in æquilateris, & æquiangulis, vel in æquilateris, sed non æquiangulis, vel in æquiangulis, sed non æquilateris, vel in non æquilateris, & non æquiangulis. Si verò locale in Superficiebus solidis fuerit, vtrūta in sphæricis, spiricis, conicis, vel cylindricis, vel cuiusdam alius speciei : & si in sphæricis quidem, vtrūta in semisphæricis, vel semisphærica maioribus, aut minoribus : si autem in spiricis, vtrūta in spiricis Spiræ Continuæ, vel Diuiduæ, vel Implicitæ : si verò in conicis, vtrūta coni rectanguli, obtusanguli, vel acutanguli : & si in aliquibus istarum, vtrūta in conicis Coni æquicruris, vel scaleni : si demū in cylindricis, vtrūta in ijs, quæ fiunt à circūuolutione Lateris Quadranguli, vel Parte altera longioris : & si in qualibet istarum, vtrūta Cylindri æquicruris, vel Scaleni. Posthæc consuevit Proclus consequenter Expositionem Theorematis aggredi, & declarare quæ sit eius Suppositio, quodquæ Consequens : necnon quod sit eius Conuersum, quisquæ Conuersionis modus, vtrūta iuxta Præcipuam Conuersionem, an iuxta eam, quæ non Præcipua vocatur : & vtrūta totum ad totum conuertat, vel totum ad partem, vel partem ad partem : quot præterea Propositio conditiones iuxta Geometricam diligentiam habeat : quis fuerit eius inuentor : vtrūta sit aliqua contra eam instantia, & quomodo sit ei occurrendum : ac demum quæ sit eius Constructio, & quot modis ab alijs Mathematicis Construatur, atquæ demonstretur, vtrūta per De-
 monstra-

monstrationem directam, an per Deductionem ad impossibile: & vtrum in vnico Casu, vel in duobus, vel in pluribus veritatem nastā sit: & ex quibus medijs demonstretur, vtrum ex primis principijs, an ex alijs Theorematibus: postremoquē cum aliqua pulchra cōsideratione, aut documento, aut digressionē cōmentarijs suis finem imponere, vt in præsenti fecisse videtur. Hæc candidissime Lector erant mihi recensenda, vt quæ in Procli cōmentarijs desiderantur tibi præ oculis ponerem, de quibus ea, qua potero cura, ac diligentia quærere, atque inuestigare non cessabo quousque reperiantur, vt totum hoc volumen integrum, in eademquē perfectione, qua Autor illud perscripsit restituam, & renatę Fœnicis instar reuiuiscere faciam, atq; ijs omnibus, qui Mathematici euadere cupiunt nouum hoc Mercurij, Mineruæquē iandiu desideratum munus impertiar. Quod si ante mearum expositionum emissionem hosce defectus inuenire non potuero, meis additamentis ea, quę mutilata sunt perficere pro viribus enitar. De his autem hætenus.

Sequuntur Procli Commentaria.

Propo. 43
Theo. 320

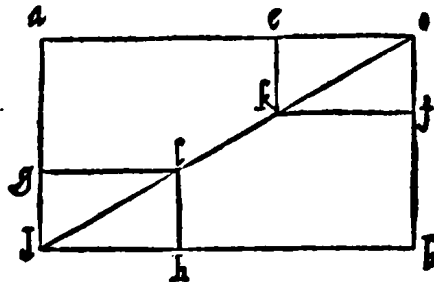
Complementa Parallelogrammorum circa Dimetientem
cuiuscunque Parallelogrammi cōsistentium, inter se sunt
æqualia.

Principium huius commentarii desideratur:

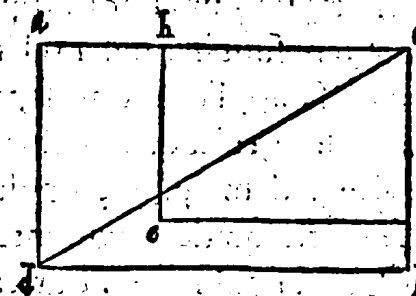
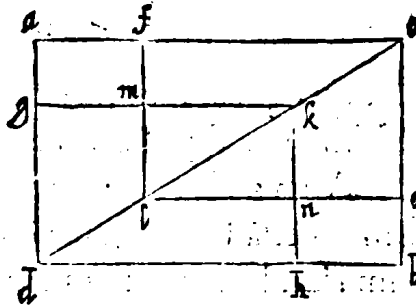
Com. 19.

Reliq duo
hujus The.
Casus.

vt Parallelogramma inuicem non coniungantur iuxta vnum Signum, quodquē porro Complementa nō sunt quadrilatera, oportet hunc quoque ponentem Casum idem accidens perspicere. Sit enim Parallelogrammum ab , quod habeat Parallelogramma ck , d l circa eandem Dimetientem, sit autem inter ipsa quædam kl recta Linea, quæ sit Dimetientis pars. Rursus itaque eadem dices, nempe Triangulum acd æquale Triangulo bcd , & Triangulum cek , Triangulo kcf , necnon dgl Triangulo dhl Triangulo. Reliqua igitur $aglk$ quinque Laterum Figura,



Figura, relique b f k l h quinq; Laterū Figuræ æqualis est. Hæc autē erant complementa. Si verò neq; coniungerentur Parallelogrāma iuxta Signum, neq; distarent ab inuicē, sed se inuicem intersecarent, eadem hoc quoque modo Demonstratio erit. Sit enim Parallelogrāmū a b, & Dimetiens c d, & Parallelogrāma circa ipsam, vnum quidē ipsum e c f l, alterū verò, à quo etiā hoc secetur, ipsum d g k h. Dico quòd ipsa f g, e h Cōplementa æqualia sunt. Cum enim totū d g k Triāgulū toti d h k Triāgulo æquale sit, est autē pars quocq; ipsius Triāgulum k l m æquale Triāgulo k l n, Parallelogrāmū siquidē est & ipsum l k. Reliquū igitur d l n h Trapeziū reliquo d l m g Trapezio est æquale. Verūm a d c Triangulum æquale est b c d Triangulo, & Triangulum f c l Triangulo e c l in e f Parallelogrammo, & d g m l Trapeziū d h n l Trapezio. Reliquum ergo g f Quadrilaterum reliquo e h Quadrilatero inæquale non est. Ostensum est igitur Theorema iuxta omnes Casus. Sunt autem tres tantum, nec plures, neq; pauciores. Parallelogrāma enim, quæ circa eandem consistunt Dimetientem aut secabunt sese, aut iuxta Signum sese tangent, aut quadam à sese Dimetientis parte distabunt. At nomen ipsum Complementorum à re ipsa Elementorum institutor accepit, quatenus hæc quoq; præter duo Parallelogrāma totum complent. Quapropter ipsum per se ipsum memoria dignum in Definitionibus existimātū nō fuit, varietate siquidem ei opus erat ad sui declarationem, vt cognoscere-mus quid esset Parallelogrāmum, quæque essent ea Parallelogrāma, quæ toti Parallelogrāmo circa Dimetientem sunt. his enim declaratis Complementum etiam hoc tantum modo cognitum vtiq; fieret. Illa autē Parallelogrāma circa eandem Dimetientē sunt, quæcunq; partē totius Dimetientis pro sua etiā Dimetiente habent: quæcunq; verò nō, minimē. cum enim totius Parallelogrāmi Dimetiēs aliquod ex Lateribus interni Parallelogrāmi secat, tunc Parallelogrāmū hoc toti Parallelogrāmo circa eandē Dimetiētē nō est. Exēpli gratia vt in a b Parallelogrāmo c d Dimetiēs secat e h Latus ipsius e c Parallelogrāmi. Parallelogrāmū ergo e c Parallelogrāmo c d circa eandē Dimetiētē nō est.



Ad

Cur tres
foliis hui
us Theo.
Casus
Documē-
tum
Vnde or-
tū sit hoc
nomē Cō-
plēmēta.

Cur in De-
finitionib;
cōplēmē-
ta Eucli-
des nō de-
finierit.
Quæ Pa-
rallēlogrā-
ma dicantur
esse circa
eandē Di-
metientē.

tuso, aut Rhombus, aut Rhomboides. Quinctiam manifestum est, quod rectam Lineam finitam esse oportet: ad infinitam siquidem hoc fieri non potest. Simul igitur cum dixisset ad datam rectam Lineam applicare, indicauit quod etiam necessarium est rectam Lineam finitam esse. Vtitur autem in Constructione praesentis Problema-
 tis Constitutione Parallelogrammi, quod dato Triangulo sit aequale. non est enim idem Applicatio, Constitutio, ut diximus. verum haec quidem totum constituit Spatium tum ipsum, tum Latera cuncta: illa vero, cum vnum Latus datum habeat, ad hoc constituit ipsum Spatium, quippe quae neque deficit iuxta hanc extensionem, neque excedit, sed vno hoc vititur Latere, quod Aream comprehendit. Qua igitur (fortasse dicas) de causa cum quidem Triangula Triangulis aequalia ostendebat, Theorematis utebatur: cum vero Triangula Parallelogrammis, Problematibus? Quoniam (dicemus) aequalitas eorum, quae eiusdem sunt speciei sponte naturae proueniens est, considerationeque sola indiget: eorum autem, quae dissimilis speciei sunt, propter eam, quae iuxta speciem fit mutationem, ortu, machinationeque aequalitas indiget, quippe cum per sese inuentu difficilis sit.

Quo differat Applicatio a Constitutione.

Finis Documenti. Dub.

Sol.



Propo 45.
 Probl. 13.

DVobus Problematibus, in quibus tum Constitutionem, tum Applicationem aequalium dato Triangulo Parallelogrammorum inueniebatur, hoc vniuersalius est: siue enim Triangulum, siue Quadrangulum, siue omnino quoddam aliud Quadrilaterum datum fuerit, per hoc Theorema aequale ipsi Parallelogrammum constituemus. nam omne Rectilineum (ut prius etiam diximus) per se in Triangula dissoluitur, & viam inueniendae Triangulorum multitudinis tradidimus. Cum itaque datum Rectangulum in Triangula

1 resol-

Com: 19.
 Hoc Problema vniuersalius est 11. & 12. Problemate, & vltima Propo ne secundi libri. Superius i com. 6. Demo p-blematis.

Exemplum
in Figura
decē Late-
rum

Vide Ar-
chimedem
& Eutociū
in lib. de
Circuli di-
mensione.

Epilogus.

resoluerimus, & vni quidem ipsorum æquale Parallelogrammum constituerimus, reliquis vero ad datam rectam Lineam æqualia Parallelogramma applicauerimus accipientes illam, ad quam fecimus primam Applicationem habebimus Parallelogrammum, quod ex his Parallelogrammis constat, æquale Rectilineo, quod ex illis constabat Triangulis, quodque iussu est factum erit. Et si ergo decem Laterum Figura Rectangulum illud fuerit, in octo quidem Triangula eam dissoluemus, vni autem æquale constituemus Parallelogrammum, & septies æqualia reliquis applicantes, habebimus id, quod quaeritur. Ex hoc autem (vt arbitror) Problemate prisca incitati æquale Circulo Quadrangulum describere quaesierunt. Si enim Parallelogrammum cuiusque Rectilineo æquale reperitur, quaestione dignum est, num rectilineæ quoque Figuræ possint Curuilineis æquales ostendi. Et Archimedes ostendit quod omnis Circulus Triangulo rectangulo æqualis est, cuius vna quidem earum, quæ exeunt ab eius Centro ad Circumferentiam Linearum vni ex ipsis, quæ circa rectum Angulū sunt Trianguli Lateribus: Ambitus vero, Basi æqualis est. Verum hæc quidem alibi. ad ea vero, quæ consequuntur eamus.

Prop. 46
Probl. 14.

Com 10.
Optima f
Æquilateralū
triangulū,
et Quadrā-
gulū sunt,
quibus opus
ad consti-
tutionem
quorū mū-
danarū Fi-
gurarum.
Idem lib.
1. cap. 9. et
cō. 17. &
9. & aliis
in locis.

A Data recta Linea Quadrangulum describere.

Indiget quidem hoc Problemate potissimum in sequentis Theorematis Constructionem. Videtur autem duorum in Rectilineis optimorum ortus tradere voluisse, æquilateri nempe Trianguli, & Quadranguli. quoniam sanè ad constitutionem quoque mundanarū Figurarum, & præcipue earum quatuor, quarū & ortus est, & dissolutio, hisce Rectangulis opus est. nam Icosædrum quidē, & Octædrum, & Pyramis ex æquilateris Triangulis constant: Cubus

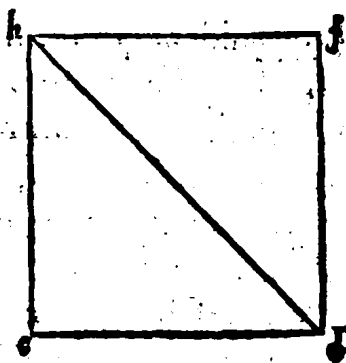
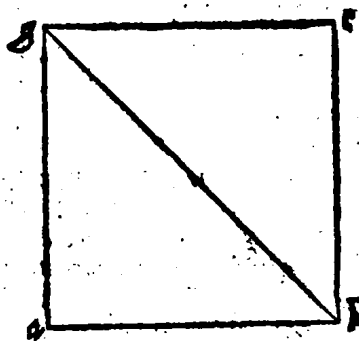
Cubus autem, ex Quadrangulis. Idcirco mihi videtur præcipue illa quidem constituere, hæc verò describere. conuenientia namq; hisce Figuris hæc nomina reperit. nam illud quidem quatenus ex multis constituitur, Constitutione: hoc verò quatenus ab vno exoritur Latere, Descriptione indiget, non enim quemadmodū habemus Quadrangulum cum datæ rectæ Lineæ numerum in seipsum multiplicauerimus, eodem modo & Triangulum, sed cum aliunde ad rectæ Lineæ Extrema Lineas rectas coniunxerimus, vnū ex his æquilaterum Triangulum construimus. & Circulorum descriptio prodest ad inueniendum Signum illud, à quo rectas Lineas ad Extrema propositæ rectæ Lineæ connectere oportet. At hæc quidem conspicua sunt. Ostendendum est aut qd rectis Lineis, à quibus Quadrangula describuntur æqualibus existentibus, ipsa etiam æqualia sunt. Sint enim æquales ipsæ $a b$, $e d$ rectæ Lineæ, & ab ipsa quidem $a b$ describatur $a b e g$ Quadrangulum, ab ipsa verò $e d$, ipsum $e d h f$, & connectantur $g b$, $h d$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur rectæ Lineæ $a b$, $c d$ æquales sunt, ipsæ etiam $a g$, $h c$ sunt æquales, æqualesque Angulos comprehendunt, & Basis $g b$ Basis $h d$ æqualis, & Triangulum $a b g$ Triangulo $c d h$, & ipsorum duplicia sunt æqualia. Quadrangulum ergo $a c$ Quadrangulo $e f$ inæquale non est. Veruntamen Conuersum quoque verum est. Si enim Quadrangula sunt æqualia, rectæ etiam Lineæ, à quibus descripta sunt æquales erunt. Sint enim Quadrangula æqualia ipsa $a f$, $c g$, & ponantur ita vt in directum sit Latus $a b$ Lateri $b c$. cum itaque Anguli recti sint, recta quoque Linea $f b$ rectæ Lineæ $b g$ in directum est. Connectantur $f c$, $a g$, $a f$, $c g$ rectæ Lineæ. Quoniam igitur $a f$ Quadrangulum æquale est $c g$ Quadrangulo, & $a f b$ Triangulum $c b g$ Triangulo est æquale. commune apponatur $b c f$

Cur Euclides vnum horū cōstituat, alterū describat.

Quo ex Circulorū descriptio ne oriatur Triangulū æquilatērū.

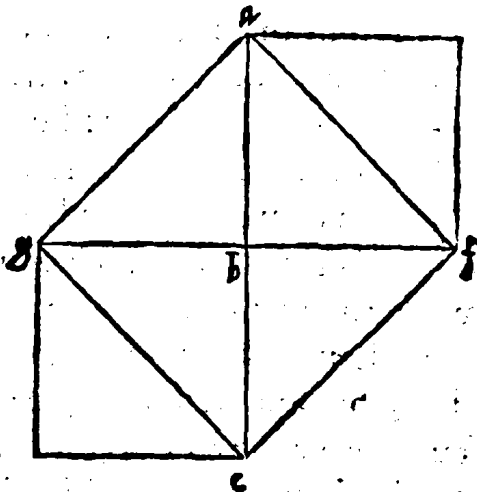
Documē.

Demonstratio cuiusdam vtilis finis Theor. qd dependet ex Definitione Quadranguli.



Demonstratio Theore. Conuersum eiusq; Demo.

Triangulum. Totum ergo
 $a c f$ Triangulum Toti $c f g$
 Triangulo æquale est. Paral-
 lela est igitur ipsa $a g$, ipsi $f c$.
 Rursus quoniam, tū ipse $a f g$,
 tum ipse $c g b$ Angulus dimi-
 dia recti pars est, ipsa $a f$,
 ipsi $c g$ est Parallela. Aequalis
 igitur est recta Linea $a f$ rectæ
 Lineæ $c g$, Parallelogrāmi si-
 quidē Latera ex opposito ia-
 centia sunt. Quoniam itaq;
 duo sunt Triāgula $a b f$, $b c g$,
 quæ Alternos Angulos æquales habent, quippe cū ipse $a f, c g$ Pa-
 rallelæ sint, necnon Latus vnum ipsum scilicet $a f$ Lateri $c g$ æquale,
 Latus quoq; $a b$ Lateri $b c$, & Latus $b f$ Lateri $b g$ erit æquale. Ostē-
 sum est igitur quòd Latera etiam, à quibus descripta sunt $a f, c g$ Qua-
 drangula, æqualia sunt, æqualibus illis existentibus.



Prop^o. 47
 Theo. 33.

† rectū An-
 gulū cōp-
 hēdenti^o.

TEXTVS
 In rectangulis Triangulis Quadrangulum, quod à Latere re-
 ctum Angulum subtendente describitur, æquale est Quadrā-
 gulis, quæ describuntur à Lateribus † circa rectum An-
 gulum iacentibus.

Com. 21.

Præfens
 Theo. ad
 Pythago-
 rā refert,
 qui ē sacri-
 ficauit i i-
 uentione.
 vide Vi-
 etruuium.
 Euclidis
 commen-
 datio.
 Vide 31.
 Propōnē
 sexti.

Sic eos quidem qui antiqua enarrare volūt audiamus, præfens Theo-
 rema ad Pythagoram referentes inueniemus, & dicentes cum cū
 id inuenerit bouem immolasse. Ego verò miror quidem & eos, qui
 primi huiusce Theorematis veritati incubuere. magis autē admira-
 tione prosequor Elementorum institutorem, non solum, quia per
 euidētissimam Demonstrationē hoc cōuicit, verū etiā quia & quod
 ipso vniuersalius est Scientiæ rationibus, quæ coargui, conuincique
 minime possunt in sexto libro persuasit. nam in illo vniuersē osten-
 dit quòd in rectangulis Triangulis forma, quæ à Latere rectum An-
 gulum subtendente describitur, æqualis est formis, quæ à Lateribus
 rectum Angulum comprehendentibus priori illi formæ similes, simi-
 literque describuntur. nam omne quidē Quadrangulum omni Qua-
 drangulo est simile, non autem omnia sibi inuicem similia rectilinea
 Quadrangula sunt. in Triangulis siquidem, alijsq; multiangulis si-
 militudo

similitudo est. Ratio igitur, quæ demonstrat formam, quæ à Latere rectum Angulum subtendente fit siue Quadrangularis fit, siue qualiscunq; alia, æqualem formis, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt, quoddam magis vniuersale ostendit, quodque scientiæ gignendæ magis vim habet quàm illud, quod ratio illa ostendit, quæ Quadrangulum solum Quadrangulis æquale affirmat. ibi enim & causa manifesta † fit, vniuersali ostenso, quod utique Anguli rectitudo æqualitatem præbet formæ, quæ à subtendente ipsum Latere describitur, ad omnes formas, quæ à Lateribus ipsum comprehendentibus priori similes, similiterque descriptæ sunt. quemadmodum Hebetudo quidem, excessum: Acumen verò, diminutionem. Quomodo itaq; ostenditur Theorema, quod in sexto libro est, ibi perspicuum erit. Quomodo autem præsens verum est, nunc consideremus, hoc tantum adiicientes, quod hîc vniuersale non debet ostendi ab eo, qui nihil de rectilinearum Figurarū similitudine docuit, neq; omnino aliquid de Proportionem ostendit. multa enim eorum, quæ hîc magis particularim, † in illo magis vniuersè per eandem viam ostensa sunt. Ostendit igitur Elementorum institutor in præsentia Propositum à communi de Parallelogramis contemplatione. Cum autem rectangula Triangula duplicia sint, alia quidem æquicrura, alia verò scalena, in æquicruris quidem nunquam inueniemus Numeros, qui Lateribus congruant. non est enim quadrangulus Numerus quadranguli Numeri duplus. nisi quis proximior dicat. qui enim à Septenario fit eius, qui fit à Quinario duplus est, Vnitatem deficiente. in scalenis verò fieri potest vt Numeri suscipiatur, & euidenter nobis ostenditur quod à subtendente rectum Angulum fit, æquale ipsi, quæ à Lateribus circa rectum Angulum existentibus fiunt. huiusmodi enim est quod in Libro de Republica est Triangulum, cuius rectum Angulum Ternarius, & Quaternarius continent, Quaternarius autem etiam subtendit. Quod igitur à Quinario fit Quadrangulum, æquale est ipsi, quæ ab illis fiunt. hoc enim est viginti quinque, quæ autem ab illis fiunt quod quidem à Ternario, nouem, quod verò à Quaternario sedecim. Perspicuum ergo est in Numeris quod dicitur. Tradite autem sunt & viæ quædam inuentionis huiusmodi Triangulorum, quarum vnam quidem ad Platonem referunt, alteram verò ad Pythagorā, quippe quæ ab imparibus orta est Numeris. ponit enim datū imparem Numerum tanquam minus Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, & cum acceperit eum, qui ab ipso fit quadrangulum,

† ostendit
Causa paf
fionis tum
huius, tū 310
Theo. se-
xii Elem. ē
ipsa Angu-
li rectitudo,
quodmodū He-
betudo; &
Acumen ex
cessus, dimi-
nutionisq;
causæ sūt.
Ex hoc lo-
co, & ex
cō. 9. huius
& 13. recti-
tū habes
9. Procli
itēti erat
rotā Eucli-
dis Elemē-
tarie institu-
tionē ex-
ponere.
Notandū.
† nobis
Digressio.
Duplex re-
ctangulum
Triangulū.
Nō inuenit
quadrangulus
Numerus
quadranguli
Numeri
duplus quod
probat Campanus
i. 10. Elemento-
rum.
De hoc
Triangulo
vide Platonē
in Rep. Dux
sunt viginti
quæ inueniunt
Triangula
rectangula
Numeros in-
tegrōs in
Lateribus
habentia.
Via Pytha-
gorica.

Exemplum
viz Pytha-
goricz.

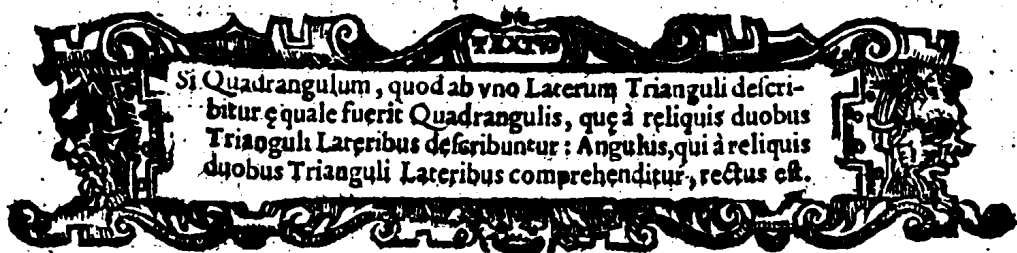
Via Pla-
tonica.

Exemplū
viz Pla-
tonicz.

¶ qđ enim
ā Quina-
rio fit, &
quale ē ei,
quod fit ā
Ternario,
& ei, qđ ā
Quaterna-
rio Com-
positis.
Finis di-
gressiōis.
Reprehē-
dit Hero-
nis, & Pap-
pi secta-
tores.

ab hocque Vnitatem abstulerit, reliqui dimidium. ponit tanquam maius Latus eorum, quæ circa rectum sunt Angulum, cū autem huius quoque Vnitatem adiecerit, reliquum quod subtendit Latus efficit. Exempli gratia cū Ternarium acceperit, ab ipsoque quadrangulum produxerit Numerum, & ab ipso Nouenario Vnitatem abstulerit, Octonarij dimidium Quaternarium suscipit, huicque rursus Vnitatem addit, & facit Quinarium, repertumque est Triangulū rectangulum, quod vnum quidem ex Lateribus trium, alterū aut quatuor, tertium verò quinque Vnitatū habet. At Platonica, à Paribus adicitur. cū enim datū parē susceperit Numerum, ponit ipsum tanquā vnū Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt, huncque cū bifariam diuiserit, & à dimidio quadrangulum Numerum produxerit, cū Vnitatem quidem quadrangulo illi adiecerit, Latus subtendens efficit, cū verò Vnitatem à quadrangulo abstulerit, facit reliquum Latus eorum, quæ circa rectum Angulum sunt. Verbi causa, cū Quaternarium sumpserit, huiusque dimidiū Binariū in seipsum multiplicauerit, ipsumque Quaternarium fecerit, cū Vnitatem quidem abstulerit, Ternarium efficit, cū verò adiecerit efficit Quinarium, idemque Triangulum factum habet, quod ab altera etiam via perficiebatur. + quod enim ab hoc fit, ei, quod fit à Ternario, & ei, quod à Quaternario æquale componit. Hæc quidem extrinsecus insuper enarrata sunt. Quum autem Elementorum institutoris Demonstratio perspicua sit, nihil addendū esse censeo, quod sit superuacaneum, sed ijs, quæ scripta sunt nos esse contentos. quandoquidem quicumque etiam quid plus addiderunt, vt Heronis, & Pappi familiares, aliquid eorum, quæ in sexto libro ostensa sunt, nullius rei difficilis, quæque ad negotium spectet causa, insuper assumere coacti fuere. Nos itaque ad ea, quæ sequuntur transeamus.

Propō. 48
& vltima
primi Ele.
Theo. 34.



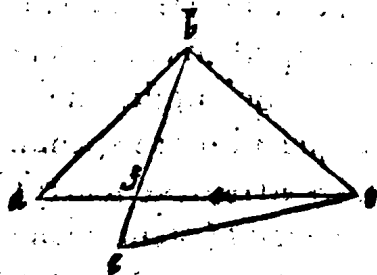
Cō. 11. &
vltimum.

Modus cō-
uersionis
huius The.

CONuertitur quidem hoc Theorema præcedenti Theoremati, & totum ad totum conuertitur. Si enim Triangulum rectangulū fuerit, quod à subtendente describitur Quadrangulū, æquale est Quadrangulis, quæ à reliquis Lateribus describuntur: & si quod ab hoc, cis, quæ

quæ à reliquis, æquale fuerit, Triangulum rectangulum est, quippe quod eum, qui à reliquis comprehenditur Angulum, rectum habet. & Demonstratio quidem Elementorum institutoris conspicua est.

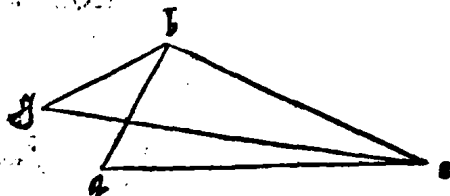
Triangulo autem existente abc , & habente Quadrangulum, quod describitur à Latere ac , æquale Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur, cum in ipso Triangulo Lateri bc à Signo b recta Linea ad Angulos rectos excitetur, si quis dicat quòd ad alteras partes recta



Instantia
huius Theo-
rematis.

Linea ad Angulos rectos est excitanda, & non ad eas, ad quas Elementorum institutor excitavit, dicemus quòd sermo hic impossibile ait. neque enim intra Triangulum ipsam cadere possibile est, neque extra, sed nulla alia est, quàm ipsa ab . nam si fieri potest cadat, ut ipsa bc . Quoniam itaque Angulus abc rectus est, Angulus certe cbf acutus est. Quamobrem reliquus afb obtusus erit. Maius est igitur Latus ab , Latere bf . Ponatur ergo ipsi ab æqualis, quæ sit be , & connectatur ec . Quoniam igitur Angulus abc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere ec describitur, æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus eb , bc describuntur. Verum ipsa eb ipsi ba , est æqualis. Quadrangulum ergo, quod describitur à Latere ec , æquale est Quadrangulis, quæ à Lateribus ab , bc describuntur. Eisdem autem æquale erat illud etiam, quod à Latere ac describitur. Acquale igitur est quod à Latere ec , ei, quod à Latere ac describitur Quadrangulo. Et ipsa ec ergo ipsi ac æqualis est. Erat autem, & ipsa eb recta Linea, æqualis rectæ Lineæ ab . Duæ igitur be , ec rectæ Lineæ, duabus ba , ac rectis Lineis æquales altera alteri super recta Linea bc constitutæ sunt, quod nequaquam fieri potest. Non cadet ergo intra recta Linea, quæ ad Angulos rectos excitatur. Atque neque extra ad alteras ipsius ab rectæ Lineæ partes.

Si enim fieri potest cadat, ut ipsa bg , & sit æqualis ipsi ab ipsa bg , & connectatur cg . quoniam itaque Angulus gbc rectus est, Quadrangulum, quod à Latere gc describitur, æquale est Qua-



drangulis, quæ à Lateribus bg , bc describuntur. Erat autem & quod à Latere ac , æquale ipsi, quæ à Lateribus ab , bc , æqualis verò est ab ,

ipsi

Nota quod
huius The-
orematis
instantia sol-
uitur per se-
ptimam Propo-
sitionem primi
Quappia
ab re ab
Elemen-
torum institu-
tore inter
sextam, & o-
ctavam iter-
iecta fuit.
utilis. n. 6
ad instan-
tias destru-
endas, nec
non ad A-
stronomiam
vide com.
12. lib. 3.

Epilogus
torius pri
mi lib. Ele
mentorū.

Hinc per-
spicui est
q. Procli
propositum
erat oem
Euclidis e
lementarē
institutio-
nē expone
re, sed cer-
tū nō ē ip-
sū eā expo-
suisse, quia
cū cōdone
hoc polli-
cetur.

ipsi $g b$. Aequalis est igitur $g c$, ipsi $a c$. At ipsa quoq; $g b$ recta Li-
nea rectae Lineae $b a$ aequalis est, super vna $b c$ recta Linea, quod fieri
non potest. Neq; ergo intra, neq; extra cadet recta Linea, quae ad
Angulos rectos ipsi $b c$ à Signo b excitatur. Super ipsa igitur $a b$ ca-
det. Angulus ergo $a b c$ rectus est. Soluta est igitur Instantia. At pri-
mum quidem Librum hucusq; Elementorum institutor compleuit,
quippe qui multas quidem Conuersionum species tradidit (tota
nanque ad tota saepenumero Theorematum, & tota ad partes, &
partes ad partes conuertit) multam verò Problematum varietatem
excogitauit (etenim Linearum, Angulorumq; Sectiones, & Posi-
tiones, & Constitutiones, & Applicationes tradidit) tetigit autem &
Mathematicum Locum, qui admirabilis vocatur, & Theoremata
Localia nobis satis superq; in memoriā redegit, Vniuersalium pre-
terea, Particulariumq; Theorematum Elementarem institutionē
parefecit, & Indeterminatorum, Determinatorūq; Problematum
differentiā indicauit (quae sanē omnia nos quoq; ipsum consequen-
tes ordinatim explicauimus) totum deniq; Librum ad vnum Pro-
positum retulit, ad Elementarem vtiq; institutionem eius, quae de
simplicioribus rectilincis Figuris est contemplationis, ac demum tum
Constitutiones ipsarum inuestigauit, tum quae ipsis per se se insunt
considerauit. Nos autem si reliqua etiam eodem modo persequi po-
terimus, Dñs gratiam habebimus. si autem aliae curae nos ab insti-
tuto amouerint, huiusce contemplationis studiosos iuxta eandem
viam reliquorum quoque Librorum expositionem facere cenſeo,
quod difficile passim est, & ad rē ipsam pertinet, facileq; diui-
di potest sectantes, quoniam ea sanē, quae hoc tempore
afferruntur Commentaria multam, atq; variam in
se se confusionem continent, quippe quae
nullam causae assignationem simul in-
ferunt, neque iudicium Diale-
cticum, neque contempla-
tionem Philosophi-
cam.



Commentariorum Procli Diadochi in primum
Euclidis Elementorum
Finis.

INDEX OMNIUM RERVM NOTABILIVM,

quæ in toto opere continentur, per Alphabeti ordinem

quàm accuratissimè digestus, & quàm locu-

pletissimè, vbi p, principiū,

m, medium,

& f, finem cuiuscunq; pagine declarat.

A

Litera.



CIDOIDES

Triangulū quid.

pag. 94. f. & 189. p.

Acumen, & Ob-

tusitas inæqualita-

ti cognatæ sunt.

109. f.

Admirabile Su-

perficierum pro-

prium.

68. m.

Admirabile i Geometria Theorema. 101.

m. 110. f. & 119. m.

Admirabile Pythagoricum Theorema

174. f.

Admirabile quoddā in Geometria de Li-

neis, quæ intra Triangulum constituu-

tur.

187. f.

Aenigma Pythagoreorum.

49. m.

Aequalitas primū in Quantitate est dym-

proma.

111. p.

Aliorum antiquorū opiniones de differen-

tia Theorematis, & Problematis.

45. m.

Altitudo Figurarum quid.

149. f.

Ambiguum est an Cornicularis Angulus

bifariam secari possit.

155. p.

Ambitus Trianguli quid.

134. f.

Amphinomi opinio de Theoremate, &

Problemate.

45. p.

Anguli Sphærales qui.

71. m.

Anguli ex Linea recta, & Circunferentia

duo sunt.

71. p.

Anguli ex rectis Lineis tres fiunt.

73. m,

& 75. p.

Anguli consideratio vniuersalis.

74. p.

Anguli Deinceps qui sint.

171. p.

Anguli ad Verticem qui sint.

171. p.

Anguli Alterni qui sint.

115. p.

Anguli in Parallelis sex modis sumun-

tur.

116. p.

Angulorū oīū pulcherrima cōsiderō.

74. f.

Angulorum, qui in Superficiebus sunt
consideratio.

74. p.

Angulorum, qui in Solidis sunt confide-
ratio.

74. p.

Angulorum, qui in simplicibus Superfi-
ciebus sunt consideratio.

74. m.

Angulorum, qui in Superficiebus mistis
sunt consideratio.

74. m.

Angulorū Circulariū consideratio.

74. m.

Angulorū rectilineorū cōsideratio.

74. m.

Angulorū mistorum consideratio.

74. m.

Angulorum rectilineorum tres Species,
quas ait Socrates in Rep. ex Supposi-

tione apud Geometras accipi.

75. p.

Angulorum rectilineorum ad Deos pul-
cherrima comparatio.

76. p.

Angulorum rectilineorum ad ea, quæ sunt
comparatio.

76. p.

Angulorum rectilineorum ad virtutem,
& vitium comparatio.

76. f.

Angulorum Verticalium æqualitas vnde
fiat.

154. f.

Angulorum Curuilineorum duo tantū
rectilineis æquales sunt.

109. m. & 191. f.

Angulorum æqualitas, atq; inæqualitas
maximā habet vim ad augenda, dimi-

nuenda'ue Spatia.

239. m.

Angulos Oracula Nodos cur nuncu-
pent.

74. p.

Angulos quomodo diuersē Diis attribuāt
Pythagorei, & Philolaus, Asinæusq;

philosophus.

74. f.

Angulum omnem bifariam secare secun-
dum Elementarem institutionem est
impossibile.

155. p.

Angulus ex clypei Linea, & recta Li-
nea.

72. f.

Angulus Cissoides quid.

72. f.

Angulus ex hippopedis Lineis.

72. f.

Angulus triplex fit ex Circūferētiis.

72. f.

m Angu-

- Angulus utrinque conuexus quis. 72. f.
 Angulus utrinque cauus; vel Symploides
 quis. 71. p.
 Angulus Lunularis quis. 73. p. & 109. m.
 Angulus Semicircularis quis. 73. p.
 Angulus Cornicularis quis. 71. p.
 Angulus rectus non rectorum mensura est,
 ut inæqualium æqualitas. 77. m. 137.
 p. & 168. p.
 Angulus planus quid sit. 69. f.
 Angulus rectilineus quid sit. 73. f.
 Angulus rectus, Obtusus, & Acutus qui
 sint. 75. p.
 Angulus aduëritius Trianguli quid. 95. m.
 Angulus quomodo Angulo æqualis, &
 quomodo similis dicatur. 110. p.
 Angulus rectilineus Angulo rectilineo
 quomodo dicatur æqualis. 135. f.
 Angulus rectus in tres partes æquales fa-
 cile secari potest, Acutus autem non po-
 test nisi per Lineas mistas. 155. m.
 Angulus quadrupliciter dari potest. 158. m.
 Angulus Pelecoides, siue Angulus Figu-
 re Securi similis quid. 192. p.
 Anima aliquando motus principium est,
 aliquando ab alio motum recipit secun-
 dum Platonem. 18. f.
 Anima prius est diuisa, postea collecta ex
 mente Platonis, & ideo Arithmetica
 præcedit Musicam: & est pulcherrima
 ratio. 21. m.
 Anima ad mentem eandem habet rationem, quæ
 generatio ad celum. & ideo circulariter
 etiam mouetur ex Platonis sententia. 84. m.
 Animæ duplex actio. 62. f.
 Antiquorum opinio de Figura. 80. p.
 Apollonii opinio de Angulo. 69. f.
 Apollonii demonstratio primi Pronun-
 tiati Euclidis. 122. m.
 Applicatio quid sit, & quomodo fiat. 164. m.
 Applicatio à Cōstitutione quomodo dif-
 ferat. 165. p.
 Apsis quid. 93. p.
 Archimedes, & Apollonius tanquam
 euidenribus utuntur principiis, iis, quæ
 in Elementis Euclidis ostensa sunt. 41. f.
 Archimedes ostendit Circulum esse æqua-
 lem cuidam Triangulo. 166. m.
 Area Trianguli quid. 144. f.
 Argumentum destruens primum mem-
 brum dubitationis bimembris de Geo-
 metrica materia. 28. f.
 Argumentum destruens idem. 28. f.
 Argumentum ad idem. 29. p.
 Argumenta quatuor destruens secundum
 membrum dubitationis bimem-
 bris de Geometrica materia. 29. m.
 Argumenta quod phantasia ab impar-
 tibili ad partibile procedat. 55. p.
 Argumenta contra Democriti opinionem
 de Figura. 80. p.
 Argumenta destruens opinionem Sioi-
 corum de Figura. 80. m.
 Argumentum secundo hypotheticorum
 modo, quod Finis, & Infinitum Mathe-
 maticarum scientiarum principia sint. 3. m.
 Argumentum quod Mathematica essen-
 tia media sit inter naturalem essentiam,
 & Metaphysicam. 1. p. & 6. f.
 Argumentum quod communia Mathe-
 maticæ Theoremata, cōsiderationes, &
 principia ante multa subsistant. 4. f.
 Argumentum quod confutatur Arist. opi-
 nio de subsistentia Mathematicæ essen-
 tiæ. 7. p.
 Argumentum contra Arist. opinionem
 quomodo Anima constituat Mathe-
 maticas formas. 7. f.
 Argumentum contra eundem de eodem. 8. p.
 Argumentum aduersus eundem de eodem. 8. f.
 Argumentum destruens primum membrum
 trimembris conclusionis de cōp. for-
 marum Mathematicarum ab Anima. 9. p.
 Argumentum destruens idem. 9. p.
 Argumentum ad idem destruendum. 9. p.
 Argumentum destruens secundum me-
 brum eiusdem conclusionis. 9. m.
 Argumentum destruens idem. 9. m.
 Argumentum ex verbis Platonis in 7. de
 Rep. contra Mathematicarum vtili-
 tatem. 17. p.
 Argumentum Zenonis contra demonstra-
 tionem sibi contrariam. 123. f.
 Aristotelis opinio quomodo subsistat Ma-
 thematicæ essentia. 7. p.
 Arist. opinio quomodo Anima constituat
 Mathematicas formas. 7. f.
 Arist. opinio de subsistentia Terminorum
 corporis. 53. m.
 Arist. opinio de Plano. 67. p.
 Arithmetica certior est quam Geometria,
 & quam Musica. 34. f.
 Arithmetices tres sunt partes, Linearium, &
 Planorum, Solidorumque Numerorum
 consideratio. 21. p.
 Arithmetices, & Geometriæ principia dif-
 ferunt inuicem, & comunicant. 35. p.
 Artes omnes Arithmetica, & Arte metiē-
 di, Arteque ponderandi indigent ex me-
 te Socratis in Philebo. 14. f.

Artifi-

Artificioſum eſt, ad ſcientiamq; ſpectat ſo-
lutiones oppugnantium dicendis præ-
parare. 241. m.

Aſtologiæ conſiderationes. 24. m.

Aſtologiæ tres ſunt partes, Gnomonica,
Metheorſcopica, & Dioptrica. 24. m.

Axis Sphærarum quid faciant. 52. m.

Axis quid ſit, & quomodo differat à Dia-
gonio, & Dimeſcente. 89. m.

B. Litera.

Basis Trianguli quid. 114. f.

Basis Trianguli duplex eſt. 114. f.

Binarii intolerabilis audacia, de qua in
Theologumenis Arithmetica. 58. f.

Binarius quomodo medius ſit inter Vni-
tatem, & Numerum. 92. m.

Bonum, & ſuprema cauſa. de qua Plato,
& Proclus in 7. de Rep. 18. m.

C. Litera.

Calliclis reprehenſio in Gorgia. 24. p.

Calypſo, de qua Plutarchus in opusculo
de vitanda uſura. 32. m.

Canonica q; nihil aliud ſit q; Muſica. 23. m.

Canonica quid conſideret. 23. f.

Carpi opinio de Angulo. 69. f.

Casus quid ſit. 122. m.

Casus in Conſtructione eſt. 122. f.

Casus variũ ſecundi Problematis primi
Elementorum. 122. m.

Casus variũ tertii Problematis primi Ele-
mentorum. 130. m.

Casus variũ quintæ Propositionis primi
Elementorum. 141. f.

Casus ſextæ Propositionis primi Elemen-
torum. 145. p.

Casus tres Demonſtrationis Propoſitio-
nis 8. primi Elementorum ſecundũ Phi-
lonem. 152. m.

Casus variũ Propositionis 9. primi Ele-
mentorum. 157. p.

Casus Propositionis 11. primi Elemento-
rum. 160. f.

Casus ab Inſtantia quomodo differat. 122. m.
& 155. f.

Casus Propositionis 12. primi Elemento-
rum. 165. f.

Casus Propositionis 17. primi Elemento-
rum. 179. p.

Casus Propoſ. 18. primi Elementorum. 181. p.

Casus tres Propositionis 24. primi Ele-
mentorum. 194. f.

Casus Propositionis 30. primi Elemento-
rum. 235. p.

Casus Propositionis 31. primi Elemento-
rum. 227. m.

Casus Propositionis 35. primi Elemento-
rum. 240. f.

Casus Propositionis 36. primi Elemento-
rum. 241. f.

Casus Propositionis 38. primi Elemento-
rum. 250. p.

Casus Propositionis 41. primi Elemento-
rum. 253. f.

Casus Propositionis 47. primi Elemento-
rum. 262. f.

Cauſa prima, per quam Figura circularis
apparuit. 88. f.

Cauſa, propter quam Philolaus quatuor
Diſtriangularem Angulum, & tribus
quadrangularem attribuerit. 99. m.

Cauſa cur Perpendiculari Figurarum
metiamur altitudines. 100. m.

Cauſa, propter quam Euclides non fecit
conuerſionem ſecundæ partis quintæ
Propositionis primi Elementorum. 141. f. & 147. f.

Cauſa, propter quam Euclides reſtilineũ
Angulum ſolum, & Circũferentiam
bifariam tantum ſecuit. 155. f.

Cauſa, propter quam conuerſa Theore-
mata per Deductionem ad impoſſibile
vix plurimum oſtenduntur. 184. m.

Cauſa vera Symptomatis Propositionis
17. primi Elementorum. 178. m.

Cauſa Symptomatis octauædecimæ Pro-
positionis primi Elementorum. 181. f.

Cauſa cur tres tantum ſint Caſus 35. Pro-
positionis primi Elementorum. 241. p.

Cauſa cur conuerſæ 35. & 36. Propoſi-
tionis cũ ab Euclide, tum à Proclo præ-
termiſſæ ſint. 250. m.

Cauſa paſſionis cũ 47. Propositionis pri-
mi, & ſexti Elementorum, eſt An-
guli reſtitudo. 269. p.

Cauſæ quinque Figuram perficientes. 82.
f. & 83. p.

Centra Sphærarum quid faciant. 52. m.

Centri Mathematici ad Centrum intelli-
gibile pulchra comparatio. 88. m.

Centrum Circuli quid ſit. 24. p. & 87. p.

Centrum Semicirculi quid ſit. 90. m.

Centrum tres tantum habet locos. 91. f.

Certitudo Mathematica ab Aſinia ipſa
emanat. 17. m.

Certitudo eadem nõ eſt ab omnibus Ma-
thematicis requirenda, neque eiſdem

Dēmōstrationibus Sciētīe omnes vrun-
 tur ex Arist. sententiā. 20. p.
 Circularis Numeri contemplatio. 86. p.
 Circuli duplex consideratio. 82. m.
 Circuli pulchra in Numeris contempla-
 tio. 85. p.
 Circulorum quilibet Linea rātū est 3.1.
 f. cuius oppositum habetur. 78. m.
 Circulus quid sit. 84. p.
 Circulus est omnium Figurarum prae-
 stantissima. 84. p.
 Circulus perfectionem quomodo rebus
 omnibus praebeat. 84. f.
 Circulus verus, & vera circularis Natura
 quid sit. 88. p.
 Circulus est prima omnium Figurarū. 89. p.
 Circulus, monadice esse dicitur. 91. p,
 & 92. p.
 Circulus quomodo fiat Ellipsis. 98. p.
 Circunferentia quid sit. 84. p.
 Circunferentia omnis per Lineas mistas in
 tres partes æquales secatur. 133. f.
 Circunferentiam cur Euclides bifariam
 tantum secuit. 133. f.
 Cissoides Angulus quid sit. 72. f.
 Cissoïdum Linearum denominatio. 72. f.
 Cologonium Triangulum quid. 94. f.
 Cogitatio est instrumentum iudicans Ma-
 thematicas. 6. m.
 Cogitatio media est inter intelligentiam,
 & opinionem. 5. f.
 Cogitationis intelligentiæ iuxta suum
 finem Mathematicas scientias consti-
 tuerunt. 21. f.
 Cogitatio quomodo Mathematicas pro-
 ducat, omnesque scientias. 26. f. & 27. p.
 Cognitio Mathematica obscurior est pri-
 ma scientia, eundem autē opinione. 6. f.
 Cognitio quoque proportio secundum Pla-
 tonem. 62. p.
 Commendatio Mathematicarum ex 7. de
 Rep. 11. f.
 Commendatio Mathematicarum ex Plo-
 tino. 15. f.
 Communia eorum, quæ sunt, Mathe-
 maticæ essentia principia Finis, & In-
 finitum. 2. m. & 7. m.
 Communia Mathematica Theoremata,
 considerationes, & principia antemul-
 ta subsistunt. 4. f.
 Communia Arithmetica, & Geometrica
 Theoremata, & utriusque prophetia quæ-
 sita. 31. p.
 Communitas Propositionū 1. & 2. primi
 Elementorum. 21. f.

Cōitas Linearū, & Superficierū. 68. m.
 Communitas secunda Linearum, & Su-
 perficierum. 68. f.
 Communitates duodécimæ, & 11. Propo-
 sitionum primi Elementorum. 216. m.
 Communium Arithmetice, & Geometricæ
 Theorematum distinctio. 33. m.
 Comparatio Definitionis Figuræ secundū Po-
 sidoniu ad Definitionē Euclidis. 82. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi, & in eis-
 dem Parallelis. 255. p.
 Comparatio pulcherrima Trianguli cum
 Trapezio super eadem Basi non in eis-
 dem Parallelis, sed cum quadam alia
 conditione. 255. f.
 Cōplementorū nomē unde sit ortū. 263. f.
 Compositio in Mathematicis quid. 143. f.
 Conclusio trimembris in questione quo-
 modo Anima constituat Mathematicas
 formas. 9. p.
 Conclusio Geometrica duplex est. 118. m.
 Conclusiones primi Problematis Euclidi-
 dis. 120. p.
 Conclusionis officium. 115. f.
 Conditiones, quæ requiruntur ad opti-
 mam Elementarem institutionem. 43. p.
 Cōditiones sex definitionis Circuli. 89. m.
 Conditiones Parallelarum rectarum Li-
 nearum. 100. m.
 Conditiones quartæ Propositionis primi
 Elementorum. 13. p.
 Conditiones quinque 7. Propositionis pri-
 mi Elementorum. 148. f. & 149. p.
 Conditiones tres Propositionis 14. primi
 Elementorum. 159. m.
 Confirmatio tertii membri trimembris
 conclusionis de ortu formarum Ma-
 thematicarum ab Anima. 9. m.
 Confirmatio dicti Pythagoreorum, &
 Philolai de Triangulo. 95. f.
 Confutatio opinionis Carpi, & Apollonii,
 & Plurarchi de Angulo. 70. p.
 Confutatio opinionis Eudemii de Angu-
 lo. 70. p.
 Confutatio opinionis Euclidis de Angu-
 lo. 70. m.
 Confutatio Definitionis Anguli, quam
 tradidit Euclides. 73. m.
 Confutatio opinionis Democriti de An-
 gulo. 79. f.
 Confutatio opinionis Antiquorum de
 Figura. 80. p.
 Confutatio opinionis Stoicorum de Fi-
 gura. 80. p.

I N D E X.

- Confutatio opínionis Xenocratis de Li-**
neis insecabilibus . 159. f.
Confutatio primi membri trimēbris con-
clusionis de ortu formarum Mathema-
ticarum ab Anima . 9. p.
Confutatio secundi membri trimembri-
cōclusionis de ortu formarum Mathe-
matarum ab Anima. 9. m.
Coni ortus. 68. p.
Conicæ sectiones, quæ, & quot. 64. m.
Conicæ tres Lineæ, quatuor producunt
mista Corpora 68. f.
Coniunctio Mathematicarū non est Pro-
portio, vt censuit Eratosthenes, 25. m.
Coniunctio prima Mathematicarū. 25. f.
Cōiunctio secunda Mathematicarū. 25. f.
Cōiunctio tertia Mathematicarum, 26. p.
Conoides Superficies quæ dicantur. 68. f.
Conoides rectangulum quid. 68. f.
Conoides obrusangulum quid. 68. f.
Consideratio pulchra in Triangulo, & in
iis, quæ sunt. 212. f.
Cōsideratio pulcherrima d: vli 235. p.
Constructio quando deficiat. 117. p.
Constructio primi Problematis Eucli-
dis. 119. m.
Constructionis officium. 115. f.
Cōtemplatio quorundā de Terra, Cerere,
Vesta, & Rheæ. p. 99. p.
Cōtemplatio duorum Circulorum æqui-
laterum Triangulum comprehenden-
tium. 112. p.
Continuatio libri secundi Autoris cum
primo. 28. p.
Continuatio libri tertii Autoris cum se-
cundo. 102. p.
Continuatio quarti libri Autoris cum
tercio. 213. p.
Conuersa Theoremata præcedentibus
semper consequentia sunt. 168. f.
Conuersa Theoremata per Deductionem
ad impossibile vt plurimū debent ostē-
di, Problemata verò per præcipuam
demonstrationem. 169. p., & 184. m.
Conuersa, quintædecimæ Propositionis
primi Elementorum. 171. f.
Conuersa quadragesimæ primæ Proposi-
tionis primi Elementorum. 254. m.
Conuersæ trigessimæ secundæ Propositio-
nis primi Elementorum. 228. f.
Conuersio apud Geometras quid. 143. f.
Conuersio Geometrica duplex, Præci-
pua, & non Præcipua, vel propria, &
impropria. 144. m.
Conuersio triplex est. 151. f.
Conuerfiones falsæ quæ sint. 144. f.
Conuerfionis modus, qua conuertitur vl-
timum Theorema primi Elemento-
rum, & alia. 270. f.
Cōuersum octauæ Pronuntiati primi Ele-
mētorum nō est verum nisi in similibus
specie specialissima . 137. f.
Conuersum primæ, & secundæ passionis
34. Propositionis primi Elemento-
rum. 236. m.
Conuersum quoddam aliud quadragesi-
mæ primæ Propositionis iuxta alium
Conuerfionis modum . 254. f.
Cornicularis Acuto semper inæqualis
est. 133. m.
Corollarium quid sit . 121. m.
Corollarium quintædecimæ Propositionis
primi Elementorum. 173. p.
Corollarium duplex est. 121. m., & 173. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 15.
Propositione primi Elementorum sca-
turiens. 176. f.
Corollarium aliud ex 16. Propositione
primi Elementorum. 177. p.
Corollarium tanquam Sumptio ex 17.
Propositione primi Elementorū. 179. f.
Corollarium ex Scholio Francisci Baro-
cil. 206. f.
Corona apud Geometras quid. 91. m.
Cur Plato in Timæo Animam ex Mathe-
maticis formis constituat. 9. f.
Cur Plato multas experientias, & Artes,
quæ veræ scientiæ non sunt, scientias ap-
pellauerit. 17. f.
Cur procures Fatidicos ab omni ad hu-
manam vitam respectu Socrates auct-
at in Theæteto . 16. p.
Cur dicant Pythagorei Mathematicam
circa finitum versari. 21. f.
Cur tertia Geometriæ species non sit, q̄ de
Punctis, & Lineis tantum agat. 23. p.
Cur Plato adamantinam Polorum substi-
tentiam dicat. 52. m.
Cur Pythagorei Polum sigillum Rhæ
vocabant. 52. f.
Cur iidem Centrum Iouis carcerem. 52. f.
Cur Plato naturales Rationes per Planas
manifestari iubebat. 59. f.
Cur Euclides à præcipua negatione Si-
gnum definiat. 54. f.
Cur Pythagorei Lineam dyadicam ap-
pellabant. 57. f.
Cur Euclides duas tantum Lineæ species
tradiderit. 53. p.
Cur Pythagorei Ternario Superficiem

assimilauerint.	66. p.	Definitio Centri Circuli.	87. p.
Cur Euclides Planam tantum definiuerit Superficiem.	69. p.	Definitio Poli Circuli.	87. m.
Cur Euclides Semicirculum in primo libro definiat, & non in tertio, ubi proprius est locus.	91. p., & 92. p.	Definitio Cetri ab Oraculis tradita.	88. m.
Cur Euclides duplicem Triangulorum diuisionem tradat.	94. f.	Definitio perfecta Anguli Plani.	71. f.
Cur Euclides prætermiserit conuersam 15. Propositionis primi Elementorum.	172. p.	Definitio perfecta Anguli Solidi.	71. f.
Cur Euclides Propositionem 19. primi Elementorum per Demonstrationem directam non demonstrauit.	184. m.	Definitio vniuersalis, & perfecta ipsius Anguli.	72. f.
Cur Euclides tres Angulorum in Parallelis sumptiones prætermiserit.	217. m.	Definitio Parallelarum Linearum secundum Posidonium.	100. m.
Cur non sit conuertenda 30. Propositio primi Elementorum.	225. f.	Definitio eorum, quæ consequenter, vel deinceps esse dicuntur.	169. f.
Cur familiarissimum Arist. exemplum sit hoc. Omne Triangulum habet tres Angulos æquales duobus rectis.	231. f.	Definitio Corollarii.	128. m., & 124. p.
Cur Theorema in Basibus æqualibus de Parallelogrammo simul, & Triangulo Euclides prætermiserit.	254. p.	Definitiones varieg ipsius rectæ Lineæ.	63. m.
Cur tres soli sint 41. Propositionis primi Elementorum Casus.	263. m.	Definitiones varieg Superficiæ.	65. f.
Cur in Definitionibus Complementa Euclides non definiuerit.	263. f.	Definitiones varieg Plani.	67. m.
Cur Euclides duorum tantum Rectilineorum ortum tradat.	266. f.	Definitionis Mathematicæ Circuli consideratio.	86. m.
Cur Euclides Triangulum æquilaterum per Constitutionem producat, Quadrangulum autem per Descriptionem.	267. p.	Democriti opinio de Figura.	79. f.
Cur vniuersæ 47. Propositio primi Elementorum ostendenda non sit.	269. m.	Demonstratio Mathematica quod Circulus bifariam à Dimettente secatur.	89. f.
		Demonstratio quartæ Propositionis Euclidis.	108. m.
		Demonstratio Geometrica duplex 8. 128 p.	
		Demonstratio primi Problematis Euclidis.	129. f.
		Demonstratio contra Zenonem.	123. m.
		Demò alia, quæ dānat Zeno.	124. p.
		Demonstratio praua Quorundā secundū Problematis primi Elementorum.	129. f.
		Demonstratio vltimi Pronuntiati primi Elementorum.	133. f.
		Demonstratio quartæ Propositionis primi Elementorum.	117. p.
		Demonstratio quintæ Propositionis à Pappo tradita.	141. f.
		Demonstratio conuersionis secundæ partis 5. Propositionis primi Elementorum, quæ ab Euclide prætermissa est.	146. f.
		Demonstratio octauæ Propositionis primi Elementorum secundum Philonem.	152. p.
		Demonstratio Apollonii Pergei in Propositionem 10. primi Elementorum Euclidis.	160. p.
		Demonstratio Propositionis 10. primi Elementorum ab Euclide tradita melior est ea, quam tradidit Apollonius.	160. m.
		Demonstratio Apollonii in 11. Propositionem primi Elementorum.	151. f.
		Demonstratio Euclidis in Propositionem 11. primi Elementorum melior est Demonstratione Apollonii.	161. f.
		Demonstratio vndecimæ Propositionis primi Elementorum, quæ sit per Semicirculos	

D. Litera.

D ata tria sunt in Propositione 44. primi Elementorum.	264. f.
Datū oē quatuor modis dari pōt.	127. f.
Datum primi Theorematis primi Elementorum.	133. f.
De Petitione, & Pronuntiato caput vnicum.	102. p.
Deductio ad impossibile quid apud Geometras.	145. p.
Defectus tres consequenter equali spatio distantes esse non possunt.	153. f.
Defensio Gemini.	119. p.
Definitio Problematis, & Theorematis secundum Posidonium.	47. p.
Definitio rectæ Lineæ secundū Platonē	63. p.
Definitio rectæ Lineæ secundum Archimedes.	61. m.

- non approbatur . 162. p.
- Demonstratio Porphyrii , quæ confirmat
quandā particulam quartędecimę Pro-
positionis primi Elementorū. 170. m.
- Demonstratio conuersę 15. Propositionis
primi Elementorum . 171. f.
- Demōstratio alia eiufdē indirecta. 172. m.
- Demō octauędecimę Propositionis primi
Elementorū secundū Porphyriū. 181. p.
- Demonstratio directa Propositionis 19.
primi Elementorum . 184. p.
- Demōstratio Propositionis 23. primi Ele-
mentorū ab Autore tradita, quę est exqu-
sitor Demonstratione Euclidis. 192. p.
- Demonstratio Apollonii in 23. Proposi-
tionem primi Elementorum, quę dan-
natur ab Autore. 193. p.
- Demonstratio cuiusdam pulchrę Sum-
ptionis. 203. p.
- Demonstratio vigesimęquintę Proposi-
tionis primi Elementorum secundum
Menelaum Alexandrinum. 207. f.
- Demōstratio vigesimęquintę Proposi-
tionis primi Elementorum secundum
Heronē Mechanicum. 208. m.
- Demonstratio vigesimęoctauę Propo-
sitionis primi Elementorum secundum
Ptolemęum. 218. p.
- Demōstratio tertię partis 29. Proposi-
tionis primi Elementorū secundū Prole-
męum. 220. p.
- Demonstratio, quam habet Arist. primo
de Cęlo tex. trigesimoquinto. 223. m.
- Demonstratio Sumptionis, per quam de-
monstratur quinta Petitiō primi Ele-
mentorum. 223. f.
- Demonstratio pulchra 3. Petitionis primi
Elementorū ab Autore tradita 224. p.
- Demonstratio trigesimęsecundę Propo-
sitionis primi Elementorum secundum
Pythagoreos. 228. m.
- Demōstratio Autoris quod longitudi-
nis accretione opus sit ad Spatiorum
æqualitatem seruandam. 239. f.
- Demōstratio trigesimęnonę Propositionis
primi Elementorum in reliquō absur-
dę Suppositionis Casu. 251. p.
- Demonstratio duorum Theorematum ex
iis quatuor, quę Elementorum institu-
tor omisit. 252. f.
- Demōstratio quadragesimę primę Propo-
sitionis primi Elementorū in Basibus
etiā æqualibus. 254. p.
- Demonstratio Propositionis 45. primi
Elementorum. 265. f.
- Demonstrationes quorundā Pronuncia-
torū à Pappo additorū. 11. f. & 114. p.
- Demonstrationes vigesimę Propositionis
primi Elementorum à Porphyrio, &
Heronē traditę. 185. p. & 185. m.
- Demonstrationes quintę Petitionis secū-
dum Ptolemęum. 220. m.
- Demonstrationes conuersarū trigesimę-
secundę Propositionis primi Elemen-
torum. 229. p.
- Demonstrationes duorum utilissimorum
Theorematum. 257. m.
- Demonstrationis officium. 116. f.
- Demonstrationis Geometricę perfe-
ctio. 118. p.
- Destructio Argumenti Platoniorū con-
tra Mathematicarum utilitatem. 18. m.
- Destructio Argumentorum, quę 7. flecti
possent in Autorem circa opinionem
suam de Angulo. 71. m.
- Destructiones fundamentorum opinionis
aliorum de Angulo. 72. p.
- Determinatio quando deficiat. 117. m.
- Determinatio Datis est. 117. m.
- Determinatio primi Problematis Eucli-
dis. 119. m.
- Determinationis officium. 116. f.
- Deus vnum esse dicitur. 66. m.
- Deus Triadicus quid. 88. f.
- Digonius quid sit. 89. m.
- Dialectica est purissima Philosophię
pars. 25. p.
- Dialecticā, quę Metaphysica est cur Pla-
to Mathematicarum fastigium in 7. de
Rep. appellauerit. 24. f. & 25. f.
- Differentia secunda Linearum, & Super-
ficierum. 89. p.
- Differentia inter Dimerientem, Diago-
nium, & Axem. 89. m.
- Differentia quędam Cōuersionū. 219. p.
- Differentia, quę in Parallelogrammorum
diuisionibus apparet. 214. p.
- Differentia Propositionum 35. & 36. pri-
mi Elementorum. 241. f.
- Differentiæ tres Problematis, & 3. theore-
matis secundum Carpum. 138. p.
- Differentię duodecimę, & trigesimę primę
Propositionū primi Elementorū. 226. f.
- Difficile est Elementa construere. 42. f.
- Digressio contra Arist. quod Anima non
sit tanquā tabula rasa. 9. m.
- Digressio de ortu Mathematicarum Sci-
entiarum ab Anima. 21. p.
- Digressio contra Stoicos, & Aristotele de
Terminorū corporis subsistētia. 52. p.

I N D E X.

Digressio de Linearum ad ea, quæ sunt similitudine. 62. p.
Digressio d' Termino, et Terminato. 66 m
Digressio de Anguli Quod quid esse. 69. f.
Digressio de Circuli perfectione. 84. f.
Digressio de contemplatione Centri, & Distantiarum à Centro, & Circumferentiæ in Exemplaribus, 87. m.
Digressio de ordine Pythagoreorum, & Aristo. in corporis Terminis, & corpore, 96. f.
Digressio quomodo sese habeant Signa, & Linea in formis immaterialibus. 98. f.
Digressio de Anguli consideratione in intellectibus. 73. f.
Digressio inuestigans ex mente Pythagoreorum causam cur tres sint rectilinei Anguli. 75. m.
Digressio de Figuræ cõsideratione. 78. m.
Digressio de causis Figuram perficientibus. 82. fs
Digressio de consideratione Semicirculi in iis, quæ sunt, 91. f.
Digressio de Figurarum rectilinearum in intelligibilibus, & sensilibus consideratione, 93. f.
Digressio de Triangulorũ in iis, quæ sunt consideratione. 95. p.
Digressio de assimilatione Triangulorum iis, quæ sunt. 96. m.
Digressio de considerationibus Quadranguli in iis, quæ sunt. 98. f.
Digressio de consideratione trium primarum Euclidis Petitionum in imaginibus. 107. m.
Digressio de consideratione Trianguli æquilateri. 121. f.
Digressio cõtra Carpum in defensionem Gemini de ordine Problematis, et Theorematis. 138. p.
Digressio de Infiniti in Mathematicis subsistentia. 163. p.
Digressio de consideratione Linæ ad Angulos rectos, & Perpendicularis in iis, quæ sunt. 166. m.
Digressio passionis Propositionis tertie decime in iis, quæ sunt, 168. p.
Digressio de æqualitate, atque inæqualitate in Triangulis, & de causis Triangulorum. 180. m.
Digressio de cõparatione Arearum Triangulorũ vigesimæ quartæ Propositionis primi Elementorum. 195. f.
Digressio contra Ptolemæum de quintæ Petitionis demonstrationibus. 219. f.

Digressio de quatuor pulcherrimis considerationibus in Triangulo, & aliis Rectilineis. 230. p.
Digressio de Vniuersali, 235. p.
Digressio de cõparatione Trapeziorum cum Triangulis, Parallelogramis, atq Trapezis, 29. f.
Digressio Francisci Barocli de Triangulorũ ad principia totius Mathematicæ essentiæ relatione, & de eorundem ad ea, quæ sunt, Proportione. 205. m.
Dii Polorum Sphæræ quid faciant. 52. f.
Dii Axium Sphæræ quid faciant. 53. p.
Diligentia Geometrica, siue conditiones Propositionis 33. primi Elementorum. 212. p.
Diligentia Geometrica Propositionis 39. primi Elementorum: 250. f.
Dimetiens Circuli quid. 89. p.
Dimetiens in Circulo tantũ propriè dicitur, & Diagonius in Figuris, quæ habent Angulos, 89. m.
Dioptrica quid consideret. 24. f.
Distãtia nauigiorũ in mari ostendit per 26. Propositionẽ primi Elementorũ. 212. m.
Distributio opinionum de Angulo. 71. f.
Diuina Scientia cunctas simul Mathematicas cognitiones in vnũ continet. 4. p.
Diuina Scientia omnium Scientiarum est capacissima. & illa est, quæ cognoscit cõmunia Mathematica Theoremata, & principia, 5. m.
Diuina Scientia, siue prima Philosophia, quæ Dialectica à Platone vocatur, cunctis Mathematicis Scientiis principia largitur. 5. f.
Diuisio Scientiarum, & Artium secundũ Platonem. 17. f.
Diuisio Mathematicarum Scientiarum ex mente Pythagoræ. 30. f.
Diuisio totius Mathematicæ Scientiæ ex mente Gemini. 22. p.
Diuisio ipsius Vniuersalis. 25. f.
Diuisio Linæ secundũ Geminiũ 63. f. 110. f.
Diuisio Cognitionum secundum Platonem. 1. f. & 5. f.
Diuisio eorum, quæ sub cognitionẽ cadũs iuxta Platonis sententiam. 2. p.
Diuisio primi libri Elementorum. 49. f.
Diuisio Linæ secundum Platonem, & Aristotelem. 60. p.
Diuisio Angulorum. 72. m.
Diuisio Figuræ illius, quæ à duobus Terminis comprehenditur. 91. p.
Diuisio Planarum Figurarum. 91. p.

Diui-

Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Euclidem. 96. f.
Diuisio Quadrilaterarum Figurarum secundum Posidonium. 97. p.
Diuisio Pronuntiatorum, per quam confutatur quorundam Mathematicorum opinio de Petitionis, & Pronuntiari cōmunitate, & differentia. 105. f.
Diuisio Autorum, qui contra Geometriā instarunt, & opinionum eorū. 114. m.
Diuisio vniuersalis Problematum. 123. f.
Diuisio Theorematarum. 139. m.
Diuisio Mathematicarum probationū ex mente Autoris, & Porphyrii. 145. f.
Diuisio triplex Corollariorum. 174. m.
Diuisio pulcherrima comparationis Triangulorum ad inuicem. 209. p.
Diuisio Symptomatum Parallelarum Linearum. 215. m.
Diuisio Theorematarum Localium. 238. p.
Diuisio Casuum 16. Propositionis primi Elementorum. 242. f, & 244. f.
Documentum Pappi in 4. Euclidis Petitione. 108. f.
Dodecagoni Angulum Ioui Philolaus cur consecrauerit. 99. m.
Dux rectæ Lineæ nullum Spatium comprehendere possunt: & hæc est causa quod non Parallelæ in infinitum ex altera parte producant, necnō aliarū rerū est causa. 91. m, 93. m, 100. p, & 111. m.
Dux Circunferentiæ duo Signa coniungere possunt, sed dux rectæ Lineæ nequaquam. 136. f.
Dubitatio bimembris de Geometrica materia. 28. f.
Dubitatio de partitione rerum impartibilium. 51. p.
Dubitatio an Circunferentia indigeat recta Linea ad constitutionem. 61. f.
Dubitatio quomodo omnis Superficiæ Extrema sint Lineæ, cum neque infinitæ, neque omnis finitæ Extrema sint. 66. f.
Dubitatio nunquid Signum solum impartibile sit. 54. p.
Dubitatio quomodo impartibilia in Phātaffa inspiciantur, quæ cuncta partibiliter recipit. 55. p.
Dubitatio quomodo Lineæ extremitates Signa dicta sint, cum neque infinita Linea, neque omnis finita extremitates habeant. 59. f.
Dubitatio Xenocratis contra Platonis, & Arist. diuisionem Linearum. 60. f.
Dubitatio de infinitis Dimetientibus, qua

& 103. Grammaticus vsus fuit. in lib. contra Proclum. 90. p.
Dubitatio contra Euclidis definitionem Figuræ. 82. m.
Dubitatio de Quadranguli nomine. 98. p.
Dubitatio pulchra de motu Geometrico. 106. f.
Dubitatio de data recta Linea in secunda Propositione primi Elementorū. 127. f.
Dubitatio familiarī Philonis de 8. Propositione primi Elementorum. 153. m.
Dubitatio cur tot consequentia in 8. Propositione primi Elementorum Euclides non posuit, quot in 4. 154. p.
Dubitatio Quorundam, vtrum Linea cōstet ex impartibilibus. 159. p.
Dubitatio cur Euclides secundam partem quintæ Propositionis primi Elementorum demonstrauit cum ea nusquam vtaf. 141. p, 147. m, 150. m, & 157. p.
Dubitatio cur Euclides adiecerit in 13. Propositione primi Elementorum pariticas [duos rectos, aut duobus rectis æquales] 167. f.
Dubō cur Euclides nō adiecit in Propositione 14. primi Elementorū inæqualitatem Arearū, vt in 4 æqualitatē. 195. m.
Dubitatio de partitione Propositionum 27. tū 28. primi Elementorū. 217. p.
Dubitatio aduersus Propositionem 30. primi Elementorum. 225. f.
Dubitatio rudium in 35. Propositionem primi Elementorum. 239. p.
Dubitatio cur Euclides cum Triangula Triangulis æqualia ostendebat, Theorematis vtebatur: cum autem Triangula Parallelogrammis, Problematis. 265. p.
Duo rerum omnium principia secundum Platonem. 2. f.
Duodenarius est Iouis imperium. 99. m.

E. Litera.

Elementa variis modis multi tradidere.
 43. p.
Elementare quid. 42. p.
Elementaris institutio vnde dicta sit, & cur qui eam tradidit (Stichiota) hoc est Elementorum institutor vocetur. 41. f, 42. & 43.
Elementorum rationes Triangulares esse Timæus. 95. m.
Elementum quid. 42. p.
Elementum duplex ex Menæchmi sententia. 42. m.

Emolumentum, quod Geometricus ordo Rhetoricis præbet.	141. m.	Expositio verborum Platonis in 7. de Rep. vbi Scientiæ nomen ab ipsa Mathematica abstulit.	17. f.
Epicureorum impugnatio vigesimæ Propositionis primi Elementorum.	184. f.	Expositio quando deficiat.	116. f. & 117. m.
Epicurus, omnesque alii Philosophi multa supponunt, quæ fieri non possunt.	114. f.	Expositio Dati est.	117. m.
Epigramma Persei.	64. m.	Expositio quadrupliciter fit.	118. f.
Epilogus eorum, quæ in primo Procli libro dicta sunt.	28. p.	Expositio primi Problematis Euclidis.	119. m.
Epilogus primæ partis primi Elementorum.	212. m.	Expositionis officium.	116. m.
Epilogus totius primi lib. Elemento.	272. p.	Ex quibus Animam constituat opifex secundum Timæum.	21. p.
Epinomides Dialogus, qui Platoni ascribitur, legitimus ipsi non est ex Procli sententia.	14. f.	Extrema Lineæ quæ sint.	58. m.
Eratosthenis carmen.	64. m.	Extrema Superficie quæ sint.	66. m.
Error Theodori Mathematici.	68. p.	Extremæ considerationes Mathematicæ Scientiæ.	11. f.
Error Apollonii ex Aristo. Gemini, & Autoris sententia.	105. p. & 112. p.	F. Litera.	
Error Euclidis ex Arist. Gemini, & Autoris sententia.	105. m.		
Euclides finem suæ Elementaris institutionis statuit quinque Platoniarum Figurarum constitutionem.	39. f.	Figura omnis aut recta est, aut circularis, aut mista ex Platone.	67. f.
Euclides quædam cur prætermittat.	43. f.	Figura quid sit.	78. m.
Euclides non ab re in vno quoque suorum librorum exponit principia.	44. m.	Figura multipliciter dicitur.	78. m.
Euclides ipsemet suas Propositiones demonstravit ex Autoris sententia.	120. p. 128. m. & 132. p.	Figura in Deis qualis sit.	80. f.
Euclidis opera.	39. f. & 40.	Figura qualis sit in Naturis.	80. f.
Euclidis Elementaris institutio omnes habet conditiones, quæ ad optimam Elementorum institutionem requiruntur. ideo omnes aliorum institutiones excellit.	43. m.	Figura qualis sit in Animis.	80. f.
Euclidis Elementaris institutio partim habet Problemata, partim Theoremata, quibus non ab re quandoque quidem alternatim utitur, quandoque verò alteris abundat.	47. m.	Figura quæ à Geometra consideret.	81. m.
Euclidis opinio de Plano.	67. p.	Figura Finem, & Infinitum in propriis formis quomodo ostendat.	81. p.
Euclidis opinio de Angulo.	69. f.	Figura ab Euclide definita qualis sit.	82. p.
Eudemii opinio de Angulo.	69. f.	Figura à Posidonio definita qualis sit.	82. p.
Exemplum pulcherrimum actionis Animæ.	81. p.	Figura quomodo Diis attribuat.	83. f.
Exemplum pulcherrimum Problematis Inordinati.	126. p.	Figura Lunularis quid.	91. m.
Exemplum pulcherrimum quomodo phantasia Infinitum cognoscat.	163. m.	Figura, quæ Corona dicitur quid.	91. m. & 93. p.
Exemplum pulcherrimi Theorematis Localis in Lineis Solidis.	238. p.	Figura utrinque conuexa quid.	91. m.
Exemplum Demonstrationis Propositionis 45. primi Elementorum in Figura decem Laterum.	266. p.	Figura rectilinea quid.	92. p.
		Figura trilatera quid.	92. p.
		Figura quadrilatera quid.	92. p.
		Figura multilatera quid.	92. p.
		Figura dupliciter mista dicitur.	93. f.
		Figura ex circumferentiis constructa, quæ habet internos Angulos duobus rectis æquales.	229. f.
		Figuræ, Modulationes, & Motus, quibus Atheniæsis hospes eos institui vult, qui virtutem ab ineunte ætate sunt consecuturi.	14. p.
		Figuræ sex species.	78. f. & 79. f.
		Figuræ bifformes quæ sint.	90. p.
		Figurarum omnium consideratio.	79. f.
		Finis Mathematicarum quid.	26. p.
		Flagitiosa Ptolemæi ratiocinatio.	220. p.
		Formarum immaterialium ordo.	51. p.
		Fundamenta Autoris aduersus Ptolemæum.	221. m.

Fusus Platonis quid .

32. f.

G. Litera .

Gelonis Syracusii Regis dictum . 37. m.

Gelonis corona . 37. m.

Gemini laus . 343. p.

Geminus tradit ortus Spiricarum , & Cochoidū , & Hederę similiū Linearū . 65. p.

Geodæsiæ tot sunt partes , quot Geometrix . 23. p.

Geodesię subiecta , & cōsiderationes . 23. m.

Geometrix processus à compositionibus ad simpliciora . 49. f.

Geometrix nō possunt reddere causam triplicis rectilinei Anguli diuisionis . 75. m.

Geometria præcedit Astronomiam , quia motu stans prior est . 22. f.

Geometria totius Mathematicæ pars est . 28. p.

Geometria vniuersale illud considerat , quod in imaginabilibus distributum est . 31. f.

Geometria cuiusmodi Scientia sit . 31. m.

Geometria quæ consideret . 31. m.

Geometria nobis exhibet instrumenta iudicandi . 34. m.

Geometria certior est quàm Sphærica , siue Astronomia , & quàm Mechanica , & quàm Perspectiua , & Specularia . 34. f.

Geometria promittit à se se Geodæsiam , Mechanicam , & Perspectiuam , aliasq̃ Scientias . 37. p.

Geometria ortū habuit ab agrorū emensione apud Aegyptios primum . 37. f.

Geometria , quæ ab initio fuit quid sit . 78. p.

Geometria quærit quatuor ea , quæ quæri solent . 115. f.

Geometria quærit ipsum Quid est dupliciter . 115. f.

Geometria quō quærat ipsum Si est . 116. p.

Geometria quomodo quærat ipsum Quale quid est . 116. p.

Geometria quomodo , & quando quærat ipsum Propter quid est . 116. m.

Geometriæ quæ sunt species , Planorum consideratio , & Stereometria . 22. f.

Geometriæ principale officium . 23. p.

Geometrię subiecta sub cogitationem cadunt ex mente Platonis . 31. m.

Geometrię subiecta , accidentia , & principia quæ sint . 34. p.

Geometrię , & Arithmetices principia differunt inuicem , & communicant . 35. p.

Geometriæ laudes . 47. m.

Geometriæ sortus , & inuectores . 37. f , 38 , & 39 .

Geometriæ propositum . 41. p.

Geometriæ primum propositum . 41. p.

Geometriæ secundum propositum . 41. m.

Geometriæ totum propositum . 41. f.

Geometrię de quibus sit sermo . 115. f . 117. f.

Geometrica materia quid . 28. p , 31. f , & 32. p.

Geometricę formæ in cogitatione positæ sunt , nosq̃ à sensibilibus separant , & à sensu ad mentem excitant . 39. m.

Geometricorum sermonum ordo . 44. p , 45 . 46 , & 47 .

Gnomonica quid consideret . 24. m.

H. Litera .

Hallucinatio quorundā ex Arist. sententia , qui non Vniuersale tanquā Vniuersale ostendebāt . 237. p.

Hallucinatio Chorographorum . 248. p.

Helicia Planæ generatio . 103. m.

Helicium , Cylindrica sola est similiū partium , non tamen simplex . 60. f.

Helix in Sphæra quid . 60. f , & 64. p.

Helix in Cono quid . 60. f , & 64. p.

Helix Cylindrica quid . 61. p.

Heron tria sola Pronūtiata posuit . 113. m.

Hieronis Syracusii Regis dictum . 37. p.

Hieronis nauis . 37. p.

Hippocrates Chius fuit primus inuensor Inductionis Mathematicę . 121. f.

Homericæ Minervæ . 47. m.

I. Litera .

Identitatem in quibus ostendat Euclides . 124. f.

In quibus respectibus consequentia identitatis verificetur . 125. p.

In Rebus immaterialibus simpliciora compositionibus præcellunt . 30. p.

In Rebus materialibus compositiora præcellunt simplicioribus . 30. m.

Indemonstrabilia à demonstrabilibus natura differunt , & eorum Scientię diuersę sunt ex mente Arist.

Inductio Mathematica quid sit . 121. f.

Inductionis Mathematicę cū Inductione logica similitudo . 121. f.

Infinium in phantasia subsistit . 163. m.

Inscriptio Elementorum Euclidis . 41. p.

Instantia Mathematica quid sit . 121. f.

Instantia quorundā aduersus quintę Partitionem primi Elementorum . 232. p.

Instantia ultimi Theorematis primi Elementorum. 271. p.
Instantiæ septimæ Propositionis primi Elementorum. 149. m, 150. m.
Instantiæ Propositionis 12. primi Elementorum. 164. p.
Instantiæ Propositionis 13. primi Elementorum. 190. p.
Intellectibilis materia, qua Signi materiale dicitur, unitas autem immaterialis, & Numerus. 55. f.
Inuentio Interualli Tyrannicæ voluptatis ad Regiam, iuxta Planam, Solidamq generationem, de qua Socrates in 9. de Repu. 14. m.
Iuuenes ad Casuū, Sumptionumq varietatem libenter currunt. 115. p.

L. Litera.

L. Atera quomodo dicantur Angulos subtere. 136. p.
Laterum æqualitas in Triangulis infert æqualitatem Angulorū ab eis subterforū, & e contrario. 180. p.
Latus maius, & minus quomodo sumendum sit in 18. & 19. Propositionibus, cum in Aequicruris, cum in Scalenis Triangulis. 180. p.
Linea quid sit. 56. p.
Linea longè primum, & Simplicissimum est Interuallum. 56. p.
Linea cum finita est, cum infinita. 59. m.
Linea tripliciter Geometra utitur. 59. m.
Linea recta cuius sit Nota. 61. m.
Linea Incomposita quid. 63. f.
Linea Composita quid. 63. f.
Linea refracta quid. 63. f.
Linea Figuram efficiens quid. 63. f.
Linea, quæ in infinitum Figuram non facit quid. 63. f.
Linea conchæ similis, vel Conchoides quid. 63. f.
Linea indefinita quid. 64. p.
Linea Plana quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Solida quid. 60, 64, & 138. p.
Linea Cissoïdes quid. 64. p.
Linea Helix quid. 64. p.
Linea recta quid sit. 60. p.
Linea recta Lineæ rectæ quomodo dicatur æqualis. 135. f.
Linea recta non rectarū mēsurā est. 137. p.
Lineæ variæ definitiones. 56. f.
Lineæ notio iuxta Apollonium. 56. p.
Lineæ pulcherrimus sensus. 58. m.

Lineæ parium similitudinē tres solæ sunt. 64. f, & 69. p.
Lineæ per confusionem mixtæ sunt. 67. f.
Loci, ex quibus habet quod Procli propositum erat exponere totam Elementarem Euclidis institutionem, 155. f, 240. m, & 269. p.
Locus, ex quo habetur quod Euclides suas Propositiones demonstrauit. 120. p.
Locus Geometricus quid sit. 238. p.
Locus Admirabilis apud Mathematicos, & apud Stoicos quid sit. 139. m.
Locus, ubi quædam verba non videntur esse Procli germana, sed ab aliquo addita ad perficiendū cōmentariū. 156. p.
Locus, ex quo incertum est, an totam Euclidis Elementarem institutionem exposuerit Autor. 272. f.
Lunula quid sit. 93. p.

M. Litera.

Materia duplex ex sententia Arist. & Autoris. 30. p, & 31. p.
Materia intelligibilis quæ. 45. f.
Materia Problematis, & Theore. 46. m.
Mathematica essentia media est inter essentiam Naturalem, & Metaphysicā. 1. p.
Mathematica Scientia propter se est expetenda. 16. p.
Mathematica ad intelligentem cognitionem nos deducit, Animæq oculum ad Vniuersorum cognitionem preparat. 12. p, & 16. p.
Mathematica Scientia propter vitæ contemplantem est expetenda. 16. m.
Mathematicæ essentia medietas. 1. p.
Mathematicæ res cogitationi subiectæ sunt, & cogitatio est instrumentum iudicans ipsas. 6. m.
Mathematicæ per se soli aliquod bonū est, ideo non est spernenda etiam ad humanos vsus non prodest. 16. f.
Mathematicæ Scientiæ partes principales Arithmetica, Geometria, Mechanica, Astrologia, Perspectiua, Geodesia, Canonica, siue Musica, & Supputatrix. 22. p.
Mathematicæ disciplinæ præcipuè remissionem ostendunt ex mente Platonis. 26. f.
Mathematices nomen vnde sit ortum. 26. f, & 27. p.
Mathematices nomē à Pythagoreis quomodo sit repertum. 26. m.

Mathematici clari. 38. p.
Mathesis omnis, reminiscētia est ex Platonis sentētia, & Pythagoreorū. 26. f.
Mathematices quatuor sunt partes, instrumentorum Effectrix, miraculorum Effectrix, æquilibrantium, centro ponderantiumque Cognitio, & Sphærarum Effectrix. 24. f.
Medietas Mathematicorum generum, ac formarum. 2. m.
Medietas Mathematicę Scientię. 10. m.
Menæchmi opinio de Theoremate, & Problemate. 45. f.
Menæchmus fuit inuentor conicarum Sectionum. 64. m.
Mens vltima, & passibilis, & quę recipit species quę sit. 30. m, & 106. f.
Mercurialia, & Minerualia munera. 17. m, & 32. m.
Meteoroscopica quid consideret. 24. f.
Methodi tres Mathematicę, quę à Platone traduntur. 121. p.
Militaris ars à Mathematicis excludit, nec non Medicina, & alię. 22. m.
Miraculorum Effectricis tres sunt partes, vna, quę spiritibus; altera, quę ponderibus; tertia, quę neruis, Spartisque vitur. 24. p.
Mista Linea quę sit. 61. m.
Mistio in Lineis à Mistione in Superficiebus quomodo differat ex Gemini sentētia. 67. f.
Mistio dupliciter fit. 67. f, & 93. f.
Modulationes, & motus, & Figurę virtuti conuenientes; quibus Atheniensis hospes eos institui vult, qui ab ineunte adolescētia virtutē cōsecuturi sūt. 14. p.
Motus vt Suppositio principii est. 44. m.
Motus ab inæqualitate emanat, Quies autē ab æqualitate. 24. p, & 38. f.
Munus Problematis duplex secundum Menæchmum. 45. f.
Munus Problematis quid. 115. m.
Munus Theorematis quid. 115. m.
Musarum sermo in 8. de Rep. 4. m. 13. f, & 25. f.

N. Litera.

Naturę ad Animam pulchra comparatio. 80. f.
Negatiuę orationes principis conueniunt ex Platonis sentētia. 54. f.
Neutrum Theorema quid. 42. m.
Nicomedes fuit inuentor proprietatis

Conchoidum Linearum. 155. m.
Nomina hæc παρὰ ὅλῃ, ὑπερὸ ὅλῃ, ἴσῃ, quid significant apud antiquos, quidq; apud iuniores Mathematicos. 264. p.
Non omnis Angulus recto æqualis, rectus & ipse est ex Pappi, & Autoris sentētia. 105. m, & 169. p.
Non omnis Linea ab omni Signo ad omne Signum protendi potest. 107. f.
Noranda quinque in 10. 11, & 12. definitionibus Euclidis. 76. p, & f.
Numeri, qui in terminatis limitibus communia cunctis Mathematicis rationibus comprehendunt, in quibus etiam mensurę fertilitatis, sterilitatisq; apparent secundum Platonem. 4. m.
Numeri in opinione subsistunt. 55. f.
Numerorum cognitio apud Phœnicas coepit. 38. p.
Numerus Geometricus Platonis, quo nihil obscurius ex M. Tullii sentētia. 13. f.
Numerus præcedit Continuū, & Binarius Lineam, & Vnitās Signum ex mente Platonis. 58. p.
Numerus quadrāgulus Numeri quadrāguli duplus inueniri nō potest. 269. m.

O. Litera.

Obiectio quorundam quod quinq; Euclidis Peritio in Petitionibus connumeranda sit. 110. m.
Obtusāguli Constructio quid. 63. f, & 106 f.
Onopides fuit primus inuentor Propositionis 13. primi Elementorum referente Eudemo. 191. f.
Omnia quęcunq; in Plana tractatione describimus, in vno, eodemq; Plano exco-gramus. 69. m. 127. f, & 115. p.
Opinio Autoris de Centris, Polis, Axis, & Sphæris. 53. p.
Opinio triplex de Angulo. 69. f.
Opinio Autoris de Angulo. 70. f.
Opinio Autoris de Figura. 80. p.
Opinio alia Autoris. 80. m.
Opinio Autoris de ordine Problematis, & Theorematis. 138. f.
Opinio quorundam de Propositione 16. primi Elementorum, & eorum fundamentum. 176. p.
Opinio Autoris quod aliquę rectę Lineę à minoribus q̃ duo recti producť coeiscunt, & aliquę non coincidunt. 223. p.
Optimum illud, quod etiam Bonum, vel Supremum causam Plato appellat, Ma-

thematicarum finis est. 18. m., & 26. p.
Optimus Geometrici studii finis, & doni
Mercurialis opus. 18. m., 26. p., & 32. m.
Opus Mathematices à nomine sit manife-
stum. 27. m.
Opus Mathematices simile est operi
Dei, 27. m.
Oraculi dictum de Unitate. 57. m.
Orphei carmen. 88. f.

P. Litera.

P Arallele lineæ quæ sint. 99. f.
Parallele Lineæ aliæ etiam sunt præter
rectas. 100. m.
Parallele Lineæ non dicuntur omnes,
quæ non coincidunt, sed omnes, quæ nõ
coincidendo in infinitum possunt pro-
trahi. 100. m.
Parallelogramma quomodo æqualia esse
dicantur. 240. m.
Parallelogramma quomodo in eisdem di-
cantur esse Parallelis. 241. f.
Parallelogrammi nomē unde sit ortū. 236. p.
Parallelogrammorum proprietas quid
sit. 97. f., 233. m., 234. f., & 236. m.
Parallelogrammorum Isoperimetrorum
Quadrangulum quidem maximū est,
Rhomboides verò minimum. 240. p.
Parallelogrammum propriè quid sit. 236. f.
Parallelogrammum apud Euclidem quid
sit. 237. m.
Parteraltera longior Figura quid. 96. f.
Partes, quæ partibus præcipuis Problema-
tum, & Theorematum annexæ sunt,
quot, & quæ sint. 120. p.
Particularum [quod fecisse oportuit] &
[quod demonstrasse oportuit] pul-
chra consideratio. 120. p.
Passio Propositionis 5. primi Elemento-
rum unde scaturiat. 172. f.
Passiones tres, ex quibus decem sunt Lo-
calia Theoremata. 252. p.
Passiones tres, ex quibus sunt quinque Lo-
calia Theoremata, quorum vnum tan-
tum non ab re posuit Euclides, reliqua
autem prætermisit, quæ addit Autor
cum reticentiæ causa. 254. m.
Perpendiculari Figurarum metimur ali-
tutudines. 76. m., & 100. m.
Perpendicularis terminat Spatiōrū altitu-
dines, & Linearum distantias. 100. m.
Perpendicularis pulchra consideratio, &
ad ea, quæ sunt comparatio. 76. m.
Perpendicularis duplex est. 162. p.

Perseus fuit inuentor Linearum Spirica-
rum. 64. m.
Perspectiua quid consideret. 23. f.
Perspectiue totius tres sunt partes, Per-
spectiua nomine generis, Specularia,
& Sciographica. 23. f.
Petitio à Pronuntiatio ita differt ex men-
te Gemini, & Autoris, vt. Problema à
Theoremate. 102. p., & 104. p.
Petitio 4. & 5. primi libri Euclidis nota
sunt in Petitionibus cōnumerādæ ex 28.
tētia Gemini, & Autoris 104. f., & 108. p.
Petitio 5. primi Elementorum non est in-
demonstrabilis. 104. f., 108. p., & 119. p.
Petitiones Theorematū Elementa sūt. 42. f.
Petitiones tres, quæ verè Petitiones sunt
iuxta omnium sententiam. 106. p.
Petitionibus quidem in Constructione,
Pronuntiatis verò in Demonstratione
vrimur. 119. f.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia ex sententia Gemini, & Au-
toris. 102. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta Archimedis, & sequa-
cium opinionem. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta opinionem tum Stoi-
corum, tum Speusippi, & Amphino-
mi. 104. p.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta aliorū sententiā. 104. m.
Petitionis, & Pronuntiati communitas, &
differentia iuxta opinionem Aristot.
44. m., & 104. m., & 111. f.
Phantasia media est inter sensum, & men-
tem ex sententia Arist.
30. f.
Phantasia ex impartibili ad partibile
procedit. 55. p.
Phantasiæ duplex vis. 55. m., & 165. m.
Phantasiā cur Aristoteles mentem pas-
sibilem vocauerit. 30. m.
Philippi Mathematici obrectatio in Pro-
positione 16. primi Elementorum refe-
rente Herone. 175. m.
Ppilolaus Diis quatuor Triangularem
Angulum cur consecrauerit. 95. f.
Ppilolaus Diis tribus Quadrangularem
Angulum cur consecrauerit, & qui-
bus. 98. f.
Planum quomodo in Geometria intelli-
gendum sit. 69. m.
Platonis opinio quomodo subsistat Ma-
thematica essentia. 7. p.
Platonis opinio quomodo Anima consti-

- quat Mathematicas formas. 7.f.
- Platonis sententia de Mathematicarū vtilitate, & dignitate, & si scientiæ sunt. 18.p
- Platonis opinio de Plano. 67.p.
- Plutarchi opinio de Angulo. 69.f.
- Polus Circuli quid sit. 87.m.
- Ponderum motionis quidē inæquilibrīū, Status verò, æquilibrium est causa ex Timæi sententia. 24.p.
- Præmonitio Autoris ad lectores. 49.p.
- Primæ, principalissimæq; rectilineæ Figuræ, Triangulū, & Parallelogrammū. 48.m.
- Primum Problema primi Elementorū ceteris Problematibus præstat. 127.p.
- Principia Mathematicæ scientiæ tum vnū, & Multitudo; tum Finis, & Infinitum. 11.m.
- Principium secundæ partis primi Elementorum. 114.f.
- Principium tertix partis primi Elementorum. 237.f.
- Problema à Theoremate quomodo differat. 102.m, & 115.m.
- Problema omne in Theorema reduci potest. 119.p.
- Problema Ordinatū quid. 125.f.
- Problema medium quid. 126.p.
- Problema Inordinatum quid. 126.p.
- Problema multipliciter dicitur. 126.m
- Problema Mathematicum quid. 126.m
- Problema Excedens quid sit. 126.m
- Problema Impossibile qd sit. 126.f, et 189f
- Problema Maius quid sit. 126.f
- Problema Deficiens, vel Minus quid sit. 126.f
- Problema Determinatum, vel Indeterminatum quid. 126.f, & 189.f
- Problema perfectū cuiusmodi debuisse, quod & propriè Problema dicit. 127.p
- Problematibus omnibus, quæ in Plano aliquid faciunt, vnum subiici Planum existimandum est. 69.m, 127.f, & 215.p
- Problematibus partes quæ, & quot sunt. 116.m.
- Problematum alia simpliciter, alia multipliciter, alia infinitis modis fiunt. 125.f
- Problematum alia sunt sine Casu, alia multos habent Casus. 127.m
- Productio in infinitum non omnibus inest Lineis. 170.f
- Progressus Scientiæ Mathematicæ, atque regressus. 11.m
- Pronuntiata, & Petitiones quæ dicenda sint ex mente Arist. 105.p
- Pronuntiata communis sunt generis ex mente Autoris. 105.f, & 111.m
- Pronuntiata quædam, quæ à Pappo addita sunt. 113.f
- Pronuntiatorum duplex proprietas ex Autoris sententia, vbi notanda est contradiçtio cum superioribus, simulque soluenda. 112.f
- Pronuntiatum, & Petitio, atq; Suppositio quomodo differant secūdū Arist. 44.m
- Pronuntiatum vltimum primi libri Euclidis non est collocandum inter Pronuntiata ex sententia quorundam Mathematicorum, & Gemini, & Autoris. 104.f, & 105.f
- Pronuntiarum 7. & 10. resecantur ex mente Autoris. 113.m
- Pronuntiarum quoddā, quo vsus est Arist. primo de cælo tex. 35. 223.m
- Proportio cuncta in Mundo colligauit ex mente Timæi. 13.p
- Propositio prima, Problema primū primi Euclidis Elementorum. 115.p
- Propositio primi Problematibus Euclidis qualis sit. 119.p
- Propositio secunda, Problema secundum primi Elementorum. 127.m
- Propositio tertia, Problema tertium primi Elementorum. 140.m
- Propositio quarta, Theorema primum primi Elementorum. 132.f
- Propositio 5. Theorema 2. primi Elementorum. 139.m
- Propositio 6. Theorema 3. primi Elementorum. 141.m
- Propositio 7. Theorema 4. primi Elementorum. 143.p
- Propositio 8. Theorema 5. primi Elementorum. 151.p
- Propositio vltima libri quarti Elementorum quomodo ad Astronomiam conducatur. 153.f
- Propositio 9. Problema 4. primi Elementorum. 154.f
- Propositio 10. Problema 5. primi Elementorum. 158.f
- Propositio 11. Problema 6. primi Elementorum. 160.m
- Propositio 12. Problema 7. primi Elementorum. 162.p
- Propositio 13. Theorema 6. primi Elementorum. 167.p
- Propositio 14. Theorema 7. primi Elementorum. 168.f
- Propositio 15. Theorema 8. primi Elementorum. 171.p

I N D E X

Propositio 16. Theorema 9. primi Elementorum.	175. m	Propositio 42. Problema 11. primi Elementorum,	259. m
Propositio 17. Theorema 10. primi Elementorum.	178. p	Propositio 43. Theorema 32. primi Elementorum.	262. m
Propositio 18. Theorema 11. primi Elementorum.	179. f	Propositio 44. Problema 12. primi Elementorum.	264. p
Propositio 19. Theorema 12. primi Elementorum.	182. f	Propositio 45. Problema 13. primi Elementorum.	265. f
Propositio 20. Theorema 13. primi Elementorum.	184. f	Propositio 45. primi Elementorum vniuersalior est Propositione 42. eiusdem primi, necnon vltima secundi Elementorum.	255. f
Propositio 21. Theorema 14. primi Elementorum.	187. p	Propositio 45. Problema 14. primi Elementorum.	266. f
Propositio 22. Problema 8. primi Elementorum.	189. p	Propositio 47. Theorema 33. primi Elementorum.	268. m
Propositio 23. Problema 9. primi Elementorum.	191. f	Propositio 4. primi Elementorum à Pythagora reperta fuit.	268. m
Propositio 24. Theorema 15. primi Elementorum.	193. m	Propositio 31. sexti Elementorum vniuersalior est Propositione 47. primi Elementorum.	268. m
Propositio 25. Theorema 16. primi Elementorum.	197. p	Propositio 48. Theorema 34. primi Elementorum.	270. f
Propositio 26. Theorema 17. primi Elementorum.	209. p	Propositiones tum Geometricorum, tum Arithmetico- rum Theorematum vniuersum affirmationes sunt.	248. p
Propositio 27. Theorema 18. primi Elementorum.	214. f	Propositionis officium quid,	215. m
Propositio 28. Theorema 19. primi Elementorum.	217. m	Propositionis 12. primi Elementorum Oenopides fuit primus indagator.	262. p
Propositio 29. Theorema 20. primi Elementorum.	219. p	Propositum Geometriæ duplex.	41. p
Propositio 30. Theorema 21. primi Elementorum.	224. m	Propositum primi libri Elementorum.	48. p
Propositio 31. Problema 10. primi Elementorum.	226. p	Propositum primæ partis primi libri Elementorum.	48. f
Propositio 32. Theorema 22. primi Elementorum.	227. p	Propositum secundæ partis eiusdem.	48. f
Propositio 33. Theorema 23. primi Elementorum.	228. f	Propositum tertiæ partis eiusdem.	48. f
Propositio 34. Theorema 24. primi Elementorum.	233. m	Propositum secundæ partis primi Elementorum.	213. p
Propositio 35. Theorema 25. primi Elementorum.	237. m	Pulchra de rectæ Lineæ passione in iis, quæ sunt contemplatio,	63. m
Propositio 35. primi Elementorum in numero admirabilium in Mathematicis Theorematum.	239. p	Pulchritudo in Mathematicis potissimum reperitur.	15. m
Propositio 36. Theorema 26. primi Elementorum.	241. m	Pythagorei inuenerunt Propositionē 32. primi Elementorum referre Eudemo.	228. p
Propositio 37. Theorema 27. primi Elementorum.	247. f	Pythagoreorum philosophia, & Philolaus in Bacchis vtens Mathematicis velaminibus Sacram diuinarum sententiarum regunt disciplinam.	13. p
Propositio 38. Theorema 28. primi Elementorum.	249. p	Pythagoreorum pulchra de Quadrangulo consideratio.	98. f
Propositio 39. Theorema 29. primi Elementorum.	250. p		
Propositio 40. Theorema 30. primi Elementorum.	252. p		
Propositio 41. Theorema 31. primi Elementorum.	253. m		

Q. Litera.

Qua de causa Timæus erudiendi viam Mathematicarum cognitionem appellauerit.

Qua

- Qua de causa Timæus contemplationem rerum naturalium Mathematicis explicet nominibus. 13.m
- Qua de causa duarum rerum rectilinearum Figurarum mentionem Euclides fecerit. 92.m
- Qua de causa Theoremata Localia Ideis Chrysippus assimilauerit. 238.m
- Qua de causa Euclides in primo libro Theoremata Localia in rectis Lineis tantum tradat. 238.f
- Qua de causa decem Localium Theorematum, quatuor, Elementorum institutor omiserit. 252.m
- Quadrangulum terrestris Elementi est proxima causa. 48.m, 98.f, & 267.p
- Quadrangulum quinque Laterum quid. 95.p
- Quadrangulum quid sit. 96.f
- Quadrangulum, & æquilaterum Triangulum omnium Rectilineorum optima sunt. 266.f
- Quadrangulum omnium Quadrilaterorum rectilineorum est optimum. 266.f
- Quadrilaterarum Figurarum septem sunt species. 97.m
- Quadruperta Elementorum exornatio quid sit. 95.f
- Quæ sint communia Mathematicarum Essentiarum Theoremata. 3.f
- Quæ sint communes Mathematicæ considerationes. 4.p
- Quæ scientia cognoscat communia Mathematica Theoremata, & Principia. 5.p
- Quæ sit cognitionum Proportio secundum Platonem. 6.p
- Quæ sit Mathematica essentia, & quomodo subsistat. 6.f
- Quæ dicenda sit scia secundum Platonem. 17.f
- Quæ à Mathematico postulanda sint, & quonam pacto ipsum quispiam iudicare possit. 19.p
- Quæ Demonstrationes à Mathematico, & quæ à Rhetorico, & quæ à Naturali philosopho exigendæ sint ex Aristote. & Platonis sententia. 19.f, & 110.m
- Quæ, & quor sint totius Mathematicæ scientiæ species, vel partes secundum Pythagoreos. 20.f
- Quæ sit Geometriæ materia. 28.p
- Quæ sint Quæstiones Geometricæ, & quæ non Geometricæ. 34.p
- Quæ scientia alia scientia certior sit ex mente Arist. 34.f
- Quæ à principiis emanant, in Problemata, Theoremataque diuiduntur. 45.p
- Quæ sint propriæ naturæ, & operationes in inferioribus rebus horum quatuor Deorum, nempe Saturni, Martis, Plutonis, & Bacchi. 95.f
- Quæ desiderantur in 11, & 12. Procli commentariis libri quarti. 247.m
- Quæ desint in digressionem Commentarii 15. quarti libri, & in fine eiusdem commentarii. 258.m
- Quæ continerentur in 17. commentario libri quarti si integrum esset, quæque in eo reperiantur. 259.f
- Quæ desint in principio 17. commentarii libri quarti. 260.m
- Quales sint Mathematicæ rationes. 10.m
- Quantitas quandoque communiter pro continua, & discreta accipitur, quandoque pro altera rerum: Magnitudo verò pro continua semper. 20.f. 21.p. 77. f. 106.p, & 133.p.
- Quæsitum non Geometricum duplex est. 34.m
- Quæsitum primi Theorematis primi Elementorum. 133.f
- Quæstio quomodo subsistat Mathematica essentia. 6.f
- Quæstio quomodo Anima constituat Mathematicas formas. 7.f
- Quæstio ubi Termini Terminatis præcellant, & ubi Terminata Terminis. 50.p
- Quæstio de ordine octauæ Propositionis primi Elementorum. 151.m
- Quid sit ex æquali inter sua collocari signa. 63.p
- Quid doceat Proclus in digressionem commentarii 15. quarti libri. 257.f
- Quinarius, & Senarius medium inter omnes Numeros possident locum. 86.m
- Quis fuerit inuentor Conicarum, & Spiricarum sectionum. 64.m
- Quod conuertitur (illud imitatur) quod manet. 84.m, & 88.p
- Quod opus, & quæ vires Mathematicæ scientiæ sint, & quousque suis actionibus se extendant. 10.m
- Quod sit instrumentum iudicans res Mathematicas. 5.f
- Quomodo intellectilia genera Fine, & Infinito participant. 2.f
- Quomodo Mathematica genera ex Fine, Infinitoque orta sint. 3.p
- Quomodo Naturalia, siue materialia genera Fine, & Infinito fruuntur. 3.f
- Quomodo communia Mathematica Theoremata, & considerationes, atque principia subsistant, & à qua considerentur scientia. 4.f
- Quomodo differat Animæ cognitio à co-

I N D E X

- Ignitio & mentis. 9.m
 Quomodo res Mathematicę in Anima
 sint intelligendę. 10.p
 Quomodo Plato in Timęo ortum, atque
 creationem Animę ex formis compleat
 Mathematicis. 10.p
 Quomodo cogitatio omnem Mathema-
 ticarum Scientiarum varietatem con-
 stituat. 10.m, & 21.m
 Quomodo tria, quę pulchritudinem effi-
 ciunt in Mathematicis sint. 15.m
 Quomodo differat Ars à Scientia secun-
 dum Platonem, & Aristotelem. 18.p
 Quomodo quispiā eruditus, de aliquo sen-
 tentiā afferre possit ex mente Ari. 19.p
 Quomodo erret Mathematicus demon-
 strando. 20.p
 Quomodo Quorum, & Quantum à Ma-
 thematico considerentur. 21.p
 Quomodo Mathematicis Ars militaris, &
 Ars historiā scribēdi dicantur vti. 22.m
 Quomodo Dialectica Mathematicarum
 scientiarum vertex sit, & quę sit ipsarū
 conjunctio ex Platonis sententia. 24.f
 Quomodo rerum opifex rectas Lineas
 terminet secundum naturam circum-
 iens, vt ait Plato. 62.f
 Quomodo Centrum, à Centro ad Circū-
 ferentiam Lineę, & Circumferentia ipsa
 cum intellectibus communicent. 87.f
 Quomodo eadem ab illis differant. 87.f
 Quomodo inueniatur ille, qui verē est Cir-
 culus, & vera Circularis natura. 88.p
 Quomodo recta Linea ex duobus simpli-
 cibus motibus generetur. 61.m
 Quomodo itidem Circumferētia ex duo-
 bus simplicibus oriatur motibus. 61.f
 Quomodo ex cōmunibus principiis pro-
 prię fiant Conclusiones. 104.m. 105.
 f, & 113.m.
 Quomodo Parallelogrāma dicantur esse
 circa eandem Dimerentem. 263.f
 Quomodo ex Circulorum descriptione
 oriatur Triangulum equilaterum. 119.
 m, & 267.p
 Quorundam duplex obiectio cōtra Ma-
 thematicas vtilitatem, eiusque solutio.
 14.f, & 15.p.
 Quorundam Platoniorum contra Ma-
 thematicarum vtilitatē obiectio, eiusq;
 solutio. 17.p
 Quorum, & Quantum principalia Ma-
 thematices subiecta. 20.f
 R. Litera.
 Aristimus est vltus 7. Propositionis
 primi Elementorū apud Euclidē. 151.p
 Ratio Figurę duplex est. 31.p
 Ratio quidem, quę à Fine provenit rectū
 efficit Angulum, quę autē ab Infinito,
 Obtusum, atq; Acutum. 75.f
 Recta Linea simplicior est Circulari. 61.f
 Rectāguli Coni sectio quid. 63.f, & 100.f
 Rectilinea omnis Figura in Triangula re-
 soluitur. 230.p, & 265.f
 Rectilineę Figurę quibus Diis peculiare
 sint. 93.f
 Rectilineę Figurę Elementarem exorna-
 runt regionem. 84.f, & 93.f
 Rectilineorum omnium constitutionis
 principium est Triangulum ex Plato-
 nis, & Autoris sententia. 230.p
 Rectitudo quarum rerum Nora sit, atq;
 imago. 76.p, & 93.f
 Rectitudo equalitati cognata est. 109.f
 Rectitudo Planę Basis ex Triangulis cō-
 stituta est, vt ait Plato in Timęo. 230.m
 Rectitudo Angulorum, & Laterum equa-
 litas omnem habent vim ad augenda
 Spatia. 240.p
 Rectitudo equalitatis causa est, Hebetudo
 autē, & Acumen, inęqualitatis. 269.p
 Recto existente Angulo Propositionis
 44. primi Elementorum Spatium, quod
 applicatur, Quadrangulum, aut Par-
 tealtera longius est: acuto verò, siue
 obtuso, Rhombus, aut Rhomboi-
 des. 264.f
 Rectum, & Circulare, & Mistum à Lineis
 incohantia ad Solida vsque perue-
 niunt. 60.m, & 61.p
 Reliquus Absurdę Suppositionis Casus
 Propositionis 39. primi Elemento-
 rum. 251.p
 Reprehensio Heronis, & Pappi. 270.f
 Res, quę non reddit rationem, non est sciē-
 tia, ex mente Platonis, & Arist. 18.p
 Resolutio in Mathematicis quid. 145.f
 Respectus Parallelarū ad sese, vel (vt Pro-
 clus ait) Parallelitas ipsa, qd sit. 225.p
 Responsio ad obiectiōem Platoniorum
 contra Mathematicarū vtilitatē. 17.m
 Responsio ratię obiectiōis quomodo
 Formę immateriales, alię quidem Fini,
 alię verò Infinitati vicinę dicuntur,
 cum ex Fine, Infinitoq; ortę sint. 51.p
 Responsio Gemini ad quorundā obiectiō-
 nem quod quinta Petitio Euclidis in
 Petitionibus connumeranda sit. 110.m
 Responsio Autoris, & Gemini cōtra Ari-
 stotelis, & Amphinomi opinionē, quod

I N D E X.

2 Solu-

**Solutio dubitationis quæ Lineæ extremi-
tates Signa dicta sint, cum neque infi-
nita Linea, neq. omnis finita extremi-
tates habeat.** 59.f
**Solutio dubitationis Xenocratis contra
Arist. & Platonis Linearum divisio-
nem.** 61.p
**Solutio dubitationis utrū Circumferentia
idigeat recta Linea ad cōstitutionē.** 62.p
**Solutio dubitationis quomodo omnis
Superficiei Extrema sint Lineæ, cum
neq. infinitæ, neq. omnis finitæ Extrema
reperiantur.** 66.f
**Solutio tacitæ obiectionis quomodo Li-
neæ Angulum continere dicantur, cum
Angulus diuinæ vnionis Nota sit, quæ
omnia in se comprehendit.** 74.f
**Solutio dubitationis contra Euclidis de-
finitionem Figuræ.** 81.m
**Solutio dubitationis de infinitis Dimeri-
entibus Circuli.** 90.p
**Solutio dubitationis de Quadranguli
nomine.** 98.m
**Solutio dubitationis de motu Geome-
trico,** 106.f
**Solutio dubitationis de data recta Linea
in Propositione 1. primi Elemento-
rum,** 118.p
**Solutio dubitationis cur Euclides demō-
strauit secundam partem quintæ Pro-
positionis primi Elementorum cum ea
nusquam vsurus sit.** 141.p, & 147.m
**Solutio dubitationis Philonis Familiarium
de 8. primi Elementorum Propositio-
ne.** 153.m, & 171.f
**Solutio dubitationis cur tot consequentia
in 8. Propositione primi Elementorum
Euclides non addiderit, quot in 4.** 154.p
**Solutio ex sententia Gemini, dubitationis
quorundam vtrum Linea ex impar-
tibilibus constet.** 159.p
**Solutio dubitationis cur Euclides adiecerit
in Propositione 13. primi Eleme-
ntorum particulam [aut duos rectos, aut
duobus rectis æquales]** 167.f
**Solutio dubitationis cur Euclides non a-
diecit in 14. Propositione primi Ele-
mentorum inæqualitatem Arearum,
quemadmodum in 4. equalitatē.** 193.m
**Solutio dubitationis de partitione vige-
simæ septimæ, & vigesimæ octauæ Pro-
positionis primi Elementorum.** 217.f
**Solutio dubitationis, quæ instat Proposi-
tioni 30. primi Elementorum.** 225.f
Solutio cur Euclides cum quidem Trian-

**gula Triangulis æqualia ostendebat,
Theorematibus utebatur: cum verò Tri-
angula Parallelogrammis, Proble-
matibus.** 265.m
Specularia quid consideret. 23.f
Specus Platonis ex 7. de Rep. 12.p
**Speusippi opinio de Theoremate, & Pro-
blemate.** 45.p
Sphæroides oblongum quid, 68.f
Sphæroides Latum quid. 68.f
Spira triplex est. 68.m
Spira continua quid, 68.f
Spira Implicita quid. 68.f
Spira Diuidua quid. 68.f
Spiræ ortus. 68.m
Spiricæ sectiones quæ, & quot, 64.m
Spiricæ sectiones tres sunt. 68.f
**Stoicorum, & quorundam aliorum opi-
niones de Pronunciato, Petitione, &
Suppositione.** 45.p, & 111.f
**Stoicorum opinio de subsistentia Termi-
norum corporis.** 51.p, & 114.m
Stoicorum opinio de Figura. 86.p
Sumptio quid sit. 120.f
**Sumptio, per quam ostenditur 19. Pro-
positio primi Elementorum demon-
stratione directa.** 183.p
Sumptio quædam pulchra. 203.p
**Sumptio quædam, per quam demonstrat
quinta Petitiō primi Elementorū.** 223.f
Superficiei pulchra notio, & sensus. 63.f
**Superficies per temperationem mixtæ
sunt.** 68.p
Superficies mixtæ duplici modo sunt. 68.f
**Superficies partium similium duæ sunt
tantum.** 69.p
Superficies quid sit. 69.m
Superficies Plana quid sit. 67.p
**Supputatricis tot sunt partes, quot Ari-
thmetices.** 23.p
**supputatricis subiecta, & consideratio-
nes.** 23.p
Symptoma prædicatum quid. 46.m
**Symptomata Parallelarum Linearum
sex sunt.** 215.m

T. Litera.

Terminata materialia præcellunt Ter-
minis materialibus. 50.m
**Termini immateriales præcellunt Termi-
natis immaterialibus.** 50.p
**Termini quatuor, quibus Mathematicus
discutendus est.** 19.p
Terminus primus, quo Mathematicus iu-

I N D E X.

dicandus est.	19.p	Tehurgia quid,	79.m
Terminus secundus.	19.f	Timæus ex rectis, circularibusque Lineis	
Terminus tertius.	20.p	Animam constituit,	53.f
Terminus quartus.	20.m	Timæus Elementa rectilineis Figuris cō-	
Terminus quid sit.	77.f	stituit.	84.f
Terminus ad quas Magnitudines sit refe-		Trapezia, & Trapezoidea Euclides com-	
rendus.	78.p	muni nomine Trapezia vocauit.	97.f
Terminus ab Extremo quō differat.	78.p	241.m, & 257.f.	
Terminus Accretionis Longitudinis Pa-		Trapezium non ab re Euclides in primo	
rallelogrammorum est Locus ipse Pa-		libro definiuit.	240.m
rallelarum Linearum.	240.p	Trapezium à Trapezoide quō differat ex	
Ternarius Terradicus, & Quaternarius		sententia Posidonii, & Autoris.	97.m
Triadicus totam generalium exorna-		Tres, qui euehuntur secundum Platonem	
tionem continent.	99.m	in Phedro.	22.m
Thales Milesius primus demonstrauit Cir-		Tres sunt Mathematicarum coniunctio-	
culum à Dimetiente bifariā secari.	89.f	nes.	25.m
Thales Milesius primū ab Aegypto in		Tres partes sunt maximè necessarię, quę	
Gręciam Geometriam transtulit.	38.p	debent semper esse tum in Problemate,	
Thales fuit primus inuentor quintę primi		tum in Theoremate, Propositio, De-	
Elementorum Propositionis.	143.p	monstratio, & Conclusio.	116.f
Thales fuit primus inuentor Propositio-		Tres sunt Passiones 34. Propositionis pri-	
nis 15. primi Elementorū, Euclides vero		mi Elementorum.	233.f
eam primò demonstrauit.	171.m	Tria sunt, quę pulchritudinem efficiunt	
Thales fuit inuentor 26. Propositionis pri-		ex Aristotelis sententia.	15.m
mi Elementorū referēte Eudemo.	212.m	Tria in vna quaq; scientia requiruntur, Su-	
Theorema triplex, Elementum, Elemen-		biectum, Accidens, & Principium.	33.f
tare, & Neutrum.	41.p	Tria sunt, quę circa existentia rum in Quę	
Theorema vtilissimum ad intelligendum		titatibus, tum in Qualitatibus versant.	
locum Platonis in Timęo de constitu-		Essentia, Idem, & Alterum.	211.m
tionē Elementorum.	42.m	Tria sūt, quę Parallelis per se insūt.	214.p
Theorema pulcherrimum, & vtile Ge-		Tria sunt, quę per se Parallelogrammis	
mini.	64.f	insunt.	233.f
Theorema Simplex quid sit.	139.m	Triangula, quorū duo Latera vnus, duc-	
Theorema Compositum quid.	139.f	bus Lateribus alterius ſqualia sunt, &	
Theorema Complexum quid.	139.f	Angulus vnus ab illis ſquis Lateribus	
Theorema Incomplexum quid.	139.f	comprehēsus Angulo alterius ab ſquis	
Theorema Vniuersale quid sit.	142.m,	Lateribus comprehenso æqualis; &	
& 235.p.		tamen non sunt ſqualia nec Triangu-	
Theorema particulare qd.	140.m, & 235.f	la, nec Bases eorum, nec reliqui An-	
Theorema secundum primi Elemētorum		guli.	134.p, & 148.p
cuiusmodi sit.	140.f	Triangula quandoq; habent Areas ſqua-	
Theorema præcedens, & Theorema Con-		les, & Ambitus inſquales, quandoque	
uerſum quid.	144.f	autē ē contrario.	135.p, 195.f, & 148.p
Theoremata Euclidis cur Elementa vo-		Triangula duo dupliciter ſquicrura esse	
centur.	41.f	possunt.	201.p
Theoremata cōposita triplēcia sunt.	140.p	Triangula quomodo in eisdem dicantur	
Theoremata quę Localia ſint, & quę non		esse Parallelis.	249.p
Localia.	237.f	Trianguli ſquilateri constitutio.	103.m,
Theorematis omnibus, quę in Plano		115.p, & 119.f	
aliquid contemplantur vnū ſubiici Pla-		Triangulorum duplex diuiſio.	54.p
nū intelligēdū est.	69.m, 127.f, & 215.p	Triangulorum ſeptem sunt ſpecies.	96.p
Theorematis Gemini Conuerſum.	141.p	Triangulorum reliquorum ſuper data	
Theorematis partes quę, et quot ſit.	116.m	recta Linea constitutio.	115.p
Theoremata alia ſunt ſine Caſu, alia mul-		Triangulorū ad ſua principia relatio.	206.p
tos habent Caſus.	117.m	Triangulorum ad ea, quę ſunt comparatio	

I N D E X

juxta Pythagoreorum sententiam. 206.f
 Triangulum æquilaterum trium Elemē-
 torum est proxima causa. 48.m
 Triangulum totius Elementorū exorna-
 tionis primaria est causa. 74.f, & 166.f
 Triangulum est prima rectilinearum Fi-
 gurarum. 48.p, & 89.p
 Triangulum quadrilaterum qd sit. 94.f
 Triangulum simpliciter generationis, ge-
 nerabiliūq; formationis principium
 dicunt esse Pythagorei. 95.p
 Triangulum æquilaterum omnium Tri-
 angulorum est optimum, assimilaturq;
 Circulo. 122.p, & 166.f
 Triangulum æquilaterū vnico modo con-
 stituitur, æquicrus autem duobus, Sca-
 lenum verò tribus. 125.f
 Triangulum Triangulo quomodo sit æ-
 quale. 134.f
 Triangulum æquilaterum, & Quadran-
 gulum optima Rectilinearum omniū
 sunt. 98.m, & 122.p, & 166.f
 Triangulū rectangulū duplex est. 169.m
 Triangulum Rectangulum Platonis, de
 quo loquitur in libro de Rep. 169.f
 Triplices debent esse Mathematicæ De-
 monstraciones. 20.f

V, Litera.

Veritas Propositionis 31. primi Elemē-
 torum apparet etiam iuxta cōmunes
 notiones. 231.f
 Via inueniendæ multitudinis Triangu-
 lorum, in quæ quodecunq; Rectilineum
 resoluitur. 230.m
 Visq;bus pcedit sciētia Mathematica. 11.p
 Viæ duæ sunt, quibus inueniunt Trian-
 gula rectangula Numeros integros in
 Lateribus habentia. 169.f
 Vires Mathematicę scientię duplices. 11.p
 Vna recta Linea duo Signa coniunger
 potest, sed duæ nunquam. 136
 Vndenam tota inceperit Geometria, &
 quousq; progrediatur, & quæ sit ipsius
 vtilitas. 36.p
 Vnitas dupliciter consideratur. 54.p
 Vnitas sola in Arithmetica impartibilis
 est. 54.m

Vnitas, & Numerus in opinione substi-
 tunt. 55.f
 Vnitas Puncto simplicior est. 56.p
 Vnitates duæ, quæ apud rerum opificem
 sunt. 62.f
 Vniuersale in multis distributum duplex
 est. 30.p
 Vniuersale quidem affirmans scientiis ma-
 ximè cōuenit, negationeq; non indiget:
 vniuersale verò negans affirmatione
 indiget si demonstrari debet, ex mente
 Arist. 148.p
 Vniuersale duplex est ex sententia Auto-
 ris, & Arist. 235.m
 Vniuersales formæ triplices sunt. 30.p
 Vniuersalis propria Significatio ex co-
 rundem sententia. 235.f
 Vnius causa, quæ rerum omnium est pro-
 ductrix secundum Platonem. 2.f
 Vnum, & Vnitas Deus vocatur. 66.m.
 81.m, & 166.f
 Vnum, & Vnitas ad Dei similitudinem
 mens vocatur. 85.m
 Vtilitas, quam affert Mathematica ad to-
 tam philosophiam. 12.f
 Vtilitas, quam affert ad Theologiam. 12.f
 Vtilitas Mathematicę ad Naturalem phi-
 losophiam. 13.p
 Vtilitas Mathematicę ad Politicā. 13.m
 Vtilitas Mathematicę ad Moralem phi-
 losophiam. 14.p
 Vtilitas Mathematicę scientię ad ceteras
 scientias, & Artes. 14.m
 Vtilitas Astrologię ad Medicinam ex
 sententia Hippocratis. 22.f

X. Litera.

Xenocratis confutatio de Lineis inse-
 cabilibus. 159.f
 Xenocratis dubitatio contra diuisionem
 Linearum. Arist. & Platonis. 60.f

Z. Litera.

Zenodoti opinio de differentia Proble-
 matis, & Theorematis. 47.p
 Zenonis infestus accessus, & eius funda-
 damenta. 111.f

F I N I S.



P A T A V I I,
Excudebat Gratosus Perchacinus.

1 5 6 0.