ne trouve rien à redire dans Eudamidas, que d'avoir eu plus d'un ami. Le cas est rare, mais il n'est pas impossible : j'ai dédié les autres parties de mes Ouvrages à trois de ces amis si difficiles à trouver, je vous dédie celle-ci.

Le Philosophe François voulant faire l'éloge de l'amitié, en fait ici une singuliere peinture : c'est une sympathie, une force inexplicable, une passion aussi aveugle que l'amour. Celle qu'il eut pour l'homme illustre qu'il regrette s'enflamma à la premiere vue : si on le presse de dire pourquoi

exposoient à manquer votre opération : des précautions sagement prises avant votre départ, un crédit que nos plus illustres Négocians s'étoient empressés de vous offrir, votre prudence à vous en servir, suppléerent à tout : & la partie de votre entreprise qui devenoit la plus difficile n'appartint plus qu'à vous seul.

A votre retour, dans cette occasion qui étoit une de celles où les amitiés qu'on croyoit les plus sûres se trouvent souvent des haines irréconciliables, j'écoutai la relation de vos travaux avec le même plaisir que si c'eussent été les

ASTRONOMIE NAUTIQUE,

OU

ÉLÉMENS D'ASTRONOMIE;

Tant pour un observatoire fixe, que pour un observatoire mobile.

ſpheres autour des corps, ni à l'attraction; quoiqu'on ſache que ce dernier principe ne lui étoit ni inconnu ni déſagréable: il avoit cherché l'explication de ces phénomenes dans un principe tout différent & purement métaphyſique.

Tout le monde ſait que lorſque la lumiere ou quelque autre corps va d'un point à un autre par une ligne droite, c'eſt par le chemin & par le temps le plus court.

On ſait auſſi, ou du moins on peut facilement ſavoir, que lorſque la lumiere eſt réfléchie, elle va encore par le chemin le plus court & par le temps le plus prompt. On démontre qu'une balle qui ne doit parvenir d'un point à un autre qu'après avoir été réfléchie par un plan, doit, pour aller par le plus court chemin & par le temps le plus court qu'il ſoit poſſible, faire ſur ce plan l'angle de réflexion égal à l'angle d'incidence: que ſi ces deux angles ſont égaux, la ſomme des deux lignes, par leſquelles la balle va &

laire à la ſurface des milieux : poſons encore, par quelque cauſe que cela arrive, que la lumiere ſe meuve dans chaque milieu avec différentes vîteſſes. Il eſt clair que la ligne droite qui joint les deux points ſera toujours celle du plus court chemin pour aller de l'un à l'autre, mais elle ne ſera pas celle du temps le plus court : ce temps dépendant des différentes vîteſſes que la lumiere a dans les différens milieux, il faut, ſi le rayon doit employer le moins de temps qu'il eſt poſſible, qu'à la rencontre de la ſurface commune, il ſe briſe de maniere que la plus grande partie de ſa route ſe faſſe dans le milieu où il ſe meut le plus vîte, & la moindre dans le milieu où il ſe meut le plus lentement.

C'eſt ce que paroît faire la lumiere lorſqu'elle paſſe de l'air dans l'eau : le rayon ſe briſe de maniere que la plus grande partie de ſa route ſe trouve dans l'air, & la moindre dans l'eau. Si donc, comme il étoit aſſez raiſonnable de le ſuppoſer, la

Descartes avoit avancé le premier que la lumiere se meut le plus vîte dans les milieux les plus denses : & quoique l'explication de la réfraction, qu'il en avoit déduite, fût insuffisante, son défaut ne venoit point de la supposition qu'il faisoit. Tous les systêmes qui donnent quelque explication plausible des phénomenes de la réfraction, supposent le paradoxe, ou le confirment. Leibnitz voulut concilier le sentiment de Descartes avec les causes finales : mais ce ne fut que par des suppositions insoutenables, & qui ne quadroient plus avec les autres phénomenes de la Nature *.

Ce fait posé, que *la lumiere se meut le plus vîte dans les milieux les plus denses*, tout l'édifice que Fermat avoit bâti est détruit : la lumiere, lorsqu'elle traverse différens milieux, ne va, ni par le chemin le plus court, ni par celui du temps le plus prompt ; le rayon qui passe de

* *Voyez la remarque de Mr. Euler à la fin de ce Mémoire.*

elle-même décrite devroit être le *minimum*, & par conséquent la ligne droite : ce qui est entiérement contraire à l'expérience. Si au contraire le mouvement se fait dans un milieu résistant, dira-t-il que ce mouvement sera tel, que le produit de la route décrite multipliée par la résistance soit un *minimum ?* On tireroit de là les conclusions les plus absurdes. On voit donc clairement que le principe de la route la plus facile, tel qu'il a été proposé & expliqué par *Leibnitz*, ne sauroit s'appliquer à aucun autre phénomene qu'à celui du mouvement de la lumiere.

Il semble cependant qu'on pourroit rendre ce principe beaucoup plus étendu, par l'interprétation qu'on donneroit aux remarques qui suivent. Car *Leibnitz* supposant que les rayons se meuvent d'autant plus vîte, qu'ils trouvent une plus grande résistance ; dans ce cas, la vîtesse seroit proportionnelle à la résistance, & pourroit être prise pour sa mesure ; & l'estimation de la difficulté, selon que *Leibnitz* l'a faite, se réduiroit au produit de la route décrite multipliée par la vîtesse ; ce qui étant supposé un *minimum*, s'accorderoit avec le principe de M. *de Maupertuis*, qui estime la quantité d'action par le même produit de l'espace multiplié par la vîtesse. Comme donc ce produit, non seulement dans le mouvement des rayons, mais dans tous les mouvemens & dans toutes les opérations de la Nature, devient en effet le plus petit possible, & que c'est en cela que

RECHERCHE
DES LOIS
DU MOUVEMENT.

Mens agitat molem.
Virgil. Æneid. lib. VI.

que leurs vîteſſes. Et comme ces corps ne peuvent ſe pénétrer, il faut que leur vîteſſe devienne la même; il faut que *les corps durs, après le choc, aillent enſemble d'une vîteſſe commune.*

Mais lorſque deux corps élaſtiques ſe rencontrent, pendant qu'ils ſe preſſent & ſe pouſſent, le choc eſt employé auſſi à plier leurs parties; & les deux corps ne demeurent appliqués l'un contre l'autre que juſqu'à ce que leur reſſort, bandé par le choc autant qu'il le peut être, les ſépare en ſe débandant, & les faſſe s'éloigner avec autant de vîteſſe qu'ils s'approchoient: car la vîteſſe reſpective des deux corps étant la ſeule cauſe qui avoit bandé leur reſſort, il faut que le débandement reproduiſe un effet égal à celui qui, comme cauſe, avoit produit le bandement, c'eſt-à-dire, une vîteſſe reſpective en ſens contraire égale à la premiere. *La vîteſſe reſpective des corps élaſtiques eſt donc, après le choc, la même qu'auparavant.*

Cherchons maintenant les lois ſelon leſquelles le mouvement ſe diſtribue entre deux corps qui ſe choquent, ſoit

repos; le mouvement de ces plans chargés des corps étant le même, les quantités d'action produites dans la Nature seront $A\ (a - \alpha)^2$, & $B\ (\beta - b)^2$; dont la somme doit être la plus petite qu'il soit possible. On a donc

$$Aaa - 2Aa\alpha + A\alpha\alpha$$
$$+ B\beta\beta - 2Bb\beta + Bbb = min.$$

Ou

$$-2Aad\alpha + 2A\alpha d\alpha + 2B\beta d\beta - 2Bbd\beta = 0.$$

Or pour les corps élastiques, la vitesse respective étant, après le choc, la même qu'elle étoit auparavant; on a $\beta - \alpha = a - b$, ou $\beta = \alpha + a - b$, & $d\beta = d\alpha$: qui, étant substitués dans l'équation précédente, donnent pour les vitesses

$$\alpha = \frac{Aa - Ba + 2Bb}{A + B}; \ \& \ \beta = \frac{2Aa - Ab + Bb}{A + B}.$$

Si les corps se meuvent l'un vers l'autre, il est facile d'appliquer le même raisonnement: ou bien il suffit de considérer b comme négatif par rapport à a, & les vitesses seront

$$\alpha = \frac{Aa - Ba - 2Bb}{A + B}; \ \& \ \beta = \frac{2Aa + Ab - Bb}{A + B}.$$

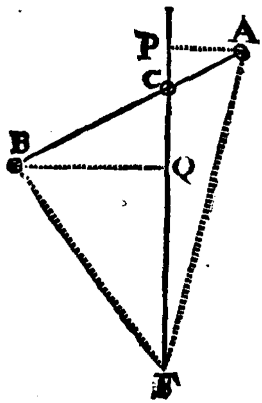
duits ; on aura, pour que le ſyſtême ſoit en équilibre, $m f z^n dz + m' f' z'^n dz' + m'' f'' z''^n dz'' = 0$. D'où l'on voit que $m f z^{n+1} + m' f' z'^{n+1} + m'' f'' z''^{n+1}$ étoit un *maximum* ou un *minimum*. C. Q. F. D.

2°. Si les corps, au lieu d'être attachés à des rayons inflexibles, ſont attachés à des cordes unies en C : ſoit le ſyſtême prêt à parvenir dans la ſituation nouvelle $\mu\gamma\, \mu'\gamma\, \mu''\gamma$; & ſoit tirée par C & γ la droite indéfinie $C\gamma$. Rapportant à cette direction les efforts de chaque corps l'un contre les autres, & tirant des points M, les perpendiculaires MP, $M'P'$, $M''P''$, ſur cette ligne, il faut, pour qu'il y ait équilibre entre ces corps, que

$$m f z^n \times \frac{CP}{CM} =$$
$$m' f' z'^n \times \frac{CP'}{CM'} + m'' f'' z''^n \times \frac{CP''}{CM''}.$$

Décrivant maintenant des centres F & des rayons $F\gamma$, $F'\gamma$, $F''\gamma$, les petits arcs γK, $\gamma K'$, $\gamma K''$, on peut pour $\frac{CP}{CM}$, $\frac{CP'}{CM'}$, $\frac{CP''}{CM''}$, mettre $\frac{CK}{C\gamma}$, $\frac{CK'}{C\gamma}$, $\frac{CK''}{C\gamma}$,

Soient tirées par les points F & C, la droite indéfinie FP, les lignes FA, FB, & abaissées des points A & B sur FP, les perpendiculaires AP, BQ; soient les lignes $CA = a$, $CB = b$, $CF = c$, $CP = x$, & les masses des deux corps $= A$ & $= B$;



on aura $FA = \sqrt{(cc + aa + 2cx)}$ &

$FB = \sqrt{(cc + bb - \frac{2bcx}{a})}$.

Maintenant par notre théorême, pour qu'il y ait équilibre, il faut que

$$pA\,(cc+aa+2cx)^{\frac{n+1}{2}}$$
$$+pB\,(cc+bb-\tfrac{2bc}{a}x)^{\frac{n+1}{2}}$$

fasse un *maximum* ou un *minimum*.

On a donc

$$pA\,(cc+aa+2cx)^{\frac{n-1}{2}}\,cdx =$$
$$pB(cc+bb-\tfrac{2bc}{a}x)^{\frac{n-1}{2}}\,\tfrac{bcdx}{a};$$

Ou $Aa\,(cc+aa+2cx)^{\frac{n-1}{2}} =$

$$Bb\,(cc+bb-\tfrac{2bc}{a}x)^{\frac{n-1}{2}}:$$

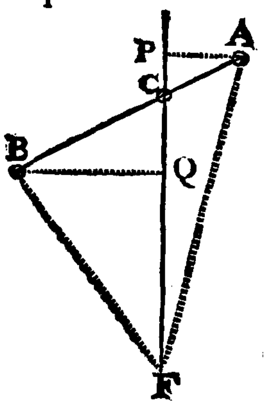
D'où l'on tire $x =$

$$\frac{a}{2c}\times\frac{B^{\frac{2}{n-1}}\,b^{\frac{2}{n-1}}\,(cc+bb)-A^{\frac{2}{n-1}}\,a^{\frac{2}{n-1}}\,(cc+aa)}{A^{\frac{2}{n-1}}\,a^{\frac{n+1}{n-1}}+B^{\frac{2}{n-1}}\,b^{\frac{n+1}{n-1}}}.$$

Prenant CP égale à cette valeur de x, & tirant par le point P la perpendiculaire PA, le point où le levier BA la rencontrera, donnera la situation d'équilibre.

ne donne pour le levier que deux ſituations d'équilibre, l'une à droite & l'autre à gauche.

Il y a cependant encore deux ſituations où les corps demeureront dans une eſpece d'équilibre ; ce ſont celles où ces deux corps



ſe trouvent dans la ligne qui paſſe par le centre de force & par le point d'appui.

Quoique l'équation précédente ne donne pas ces deux ſituations, elles ſont cependant contenues dans la loi du repos, & dans la premiere équation qui en réſulte, dans laquelle elles ſont données par $dx = o$.

La loi du repos ſe peut donc énoncer ainſi :

Soit un ſyſtême de corps qui peſent ou qui ſoient attirés vers des centres par des forces qui agiſſent chacune ſur chacun comme des fonctions quelconques de leurs diſtances aux centres : pour que tous ces corps demeurent en repos, il faut que la ſomme des produits de chaque maſſe par l'intenſité de ſa force, & par l'intégrale de chaque fonction multipliée par l'élément de la diſtance au centre (qu'on peut appeller la ſomme des forces du repos) *faſſe un* minimum.

Fin de la Loi du Repos.

On ne sauroit donc trop s'appliquer à perfectionner chacun des moyens. Ce seroit un grand avantage si les uns n'étoient jamais nécessaires que lorsque les circonstances empêcheroient de se servir des autres ; ou si au lieu des corrections que ces différens moyens se procurent, ils ne servoient jamais qu'à se confirmer.

Dans mes Élémens de Géographie, *& dans les Mémoires de l'Académie* *, *j'ai exposé les moyens géographiques ; ceux qui dépendent de la grandeur des degrés de la Terre, de la direction de la route, & de la longueur des arcs que le vaisseau trace sur la surface de la mer.*

Les moyens astronomiques se réduisent à deux principaux : l'un est la latitude ; *l'autre*, la longitude.

J'ai expliqué dans le Discours sur la parallaxe de la Lune, *l'usage qu'on peut faire de cet astre pour connoître la longitude sur mer ; & comme cette méthode m'a paru celle qui jusqu'ici*

* Mémoires de l'Académie, année 1742.

bien qu'on les ait toutes épuisées : dans les autres on s'est contenté de donner quelques problêmes astronomiques des plus simples. Et l'on a réduit ainsi l'Astronomie ordinaire à ne pouvoir guere être utile au Navigateur ; ou l'Astronomie du Navigateur à n'être qu'une petite partie de l'autre Astronomie.

On trouvera au contraire dans notre Astronomie nautique *une science supérieure à l'Astronomie ordinaire. En effet, l'Astronomie qui s'exerce dans un observatoire continuellement agité, & dont le lieu sur le globe de la Terre change continuellement, est beaucoup plus difficile, & a besoin d'une plus grande industrie que celle qui jouit du repos.*

Je ne puis mieux faire sentir la différence de ces deux Astronomies, que par la considération de quelques-uns des problêmes qu'on trouvera dans l'ouvrage suivant.

De toutes les observations qu'on peut faire sur mer, la plus facile & la plus exacte, c'est celle du lever &

causes : 1°. du lieu que l'observateur occupe sur le globe de la Terre : 2°. du lieu du Soleil dans l'écliptique. Dans chaque lieu de la Terre, plus le Soleil s'approche du tropique voisin, plus le temps de son séjour sur l'horizon est long ; plus il s'éloigne du tropique, plus ce temps est court.

Mais le changement continuel de déclinaison du Soleil, qui, pendant le cours de l'année, rend dans chaque lieu les jours inégaux, altere la durée même de chaque jour, rend inégaux son soir & son matin : rend chaque jour plus long ou plus court qu'il ne seroit si le Soleil à son coucher avoit conservé la même déclinaison qu'il avoit à son lever.

Dans deux points seuls de l'écliptique, la déclinaison du Soleil demeure assez constamment la même pour ne causer à la durée du jour aucune altération sensible : ces points sont ceux où le Soleil, après s'être éloigné de l'équateur, cesse de s'en éloigner, & s'en rapproche. Et ces points, qui sont les points solsticiaux, répondent au plus long & au plus court jour de l'année.

jour, & l'alonge ou la raccourcit selon que le Soleil s'approche ou s'éloigne du tropique.

3°. L'observatoire se mouvant lui-même, fait voir au Navigateur un jour plus long ou plus court, selon le lieu où il dirige sa route.

Je ne parle point de l'effet de la parallaxe du Soleil, parce qu'il est trop peu considérable pour qu'on y doive faire attention dans les problêmes nautiques. Si cependant on y vouloit avoir égard, on sait que l'effet de cette parallaxe étant de faire voir le Soleil plus bas qu'ils n'est par rapport au centre de la Terre, pendant que la réfraction le fait voir plus haut; il n'y a qu'à retrancher la parallaxe de la réfraction, & prendre le reste pour la quantité dont le Soleil paroît plus élevé qu'il n'est.

Pour résoudre le problême dans toutes ses circonstances, il faut donc apprécier ce que chacune contribue à rendre le jour plus long ou plus court, & chercher quelle seroit sa durée pour un observateur, qui depuis le lever du

s'y arrêter lorſqu'il en pourra pratiquer d'autres plus exactes. Je ne la lui offre que pour des cas malheureux où il n'auroit point d'autre reſſource.

Après l'obſervation du lever & du coucher des aſtres, il n'y en a pas de plus ſimple ni de plus facile, que celle du moment où ils ſe trouvent dans un même vertical. Dans un obſervatoire ſtable, une lunette fixée à angles droits ſur un axe horizontal, & mobile autour de cet axe, donne ces obſervations avec une grande préciſion; ſur la mer un fil chargé d'un plomb ſuffit : & ſi l'on ſe vouloit contenter d'une moindre exactirude, on pourroit à la vue ſimple juger aſſez juſte ſi la ligne qui joint deux Etoiles eſt verticale, ſur-tout ſi l'on choiſiſſoit deux Etoiles aſſez éloignées l'une de l'autre.

Je donne pour trouver la latitude par des obſervations de cette eſpece, une méthode qui peut être fort utile ſur terre & ſur mer.

J'ai déjà dit que l'ouvrage ſuivant n'étoit pas deſtiné uniquement pour les gens de mer : on y trouvera pluſieurs problêmes pour la perfection de l'Aſtronomie.

Tout le monde ſait, du moins tous les Aſtronomes ſavent, que lorſqu'on veut déterminer la hauteur du pôle, on ſuppoſe connue la déclinaiſon de l'aſtre qu'on emploie à cette recherche; & que lorſqu'on veut déterminer la déclinaiſon d'un aſtre, on ſuppoſe connue la hauteur du pôle. La plupart des méthodes pour trouver l'une ou l'autre de ces deux choſes, ſont dans le cas de ce cercle vicieux. On trouvera dans l'ouvrage ſuivant un problême par lequel on l'évite: on aura la hauteur du pôle indépendamment de la déclinaiſon des aſtres; la déclinaiſon des aſtres indépendamment de la hauteur du pôle: & le tout ſe fera ſans la meſure actuelle d'aucun angle.

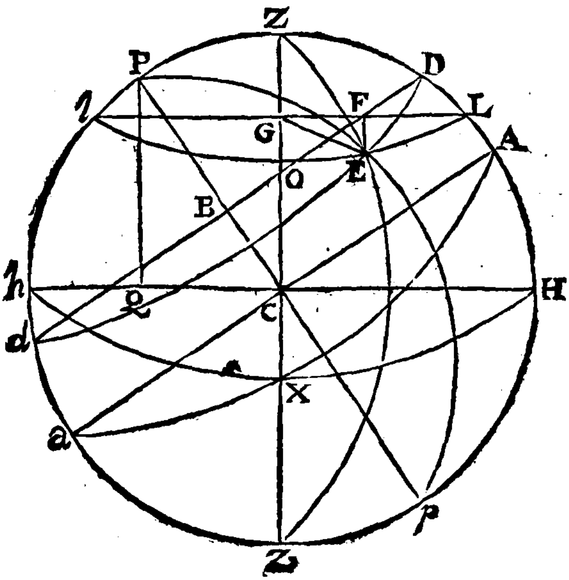
Depuis qu'on connoît la propriété qu'a l'athmoſphere de rompre les rayons de la lumiere, & de nous faire voir les aſtres dans des lieux où ils ne ſont point, tous les Aſtronomes ſe ſont appliqués à déterminer la hauteur du pôle par des méthodes qui évitaſſent l'effet de cette illuſion; quoiqu'il paroiſſe que juſqu'ici ce n'ait pas été

portantes de l'Astronomie par une application aveugle de ces regles. Par elles on est dispensé de pénétrer dans la nature de la question ; & par elles l'Astronome se croiroit dispensé d'être Géometre, s'il pouvoit méconnoître la science à laquelle elles doivent leur origine.

J'admire l'art des premiers Géometres qui nous ont donné la Trigonométrie sphérique : mais je crois que les esprits géométriques préféreront, pour les problêmes d'Astronomie, des solutions immédiates à celles qu'on emprunte d'une autre science ; & auxquelles on ne parvient qu'en pratiquant des regles dont l'origine n'est guere présente à l'esprit, & dont l'application est souvent ambiguë.

J'ai voulu délivrer l'Astronomie du besoin de cette science secondaire ; & la faire dépendre immédiatement de l'analyse dont toutes les Sciences mathématiques dépendent.

Je dois avouer qu'on trouvera dans la méthode que j'ai suivie, l'inconvénient qui se rencontre dans toutes les

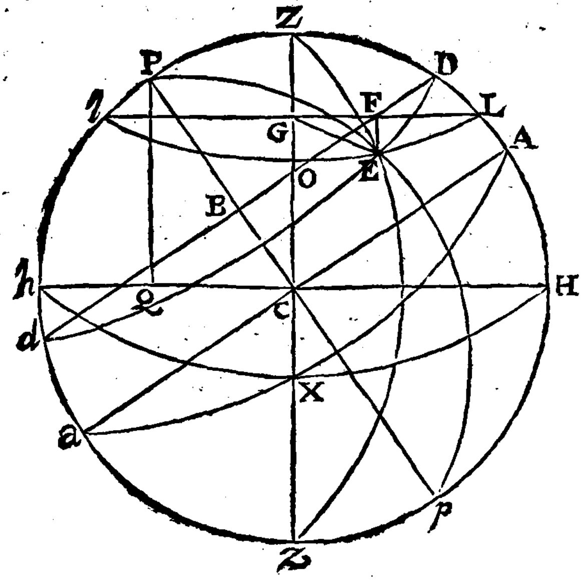


Z
P
D
l
F
L
G
A
E
O
B
h
H
Q
C
d
X
a
p
Z

PRÉPARATION
POUR TOUT LE LIVRE,
OU
Dénomination des principaux élémens de la ſphere.

SOIENT *Pp* l'axe de la ſphere céleſte : *PZAHpzahP* le méridien, & *HXh* l'horizon du lieu ; *AXa* l'équateur, *DEd* le cercle que décrit l'aſtre, *PEp* le méridien qui paſſe au point *E* où l'aſtre ſe trouve, *ZEz* ſon vertical, & *LEl* ſon almicantarath.

Toutes les lignes ſuivantes ſont dans l'hémiſphere élevé ſur le plan du papier, & dont la commune ſection avec ce plan, eſt le méridien *PZAH pzahP*.


Z
P
D
l
F
L
G
A
E
O
B
h
H
Q
C
d
X
a
p
Z

PAR LA 3^{me}. FORMULE:

$$rnty * rcmx = * msuy.$$

Sans connoître la hauteur de l'astre.

1.

Connoissant la déclinaison de l'astre, son angle horaire, & son angle azymuthal, on a la hauteur du pôle.

2.

Connoissant la hauteur du pôle, l'angle horaire de l'astre, & son angle azymuthal, on a sa déclinaison.

3.

Connoissant la hauteur du pôle, la déclinaison de l'astre, & son angle azymuthal, on a son angle horaire.

4.

Connoissant la hauteur du pôle, la déclinaison de l'astre, & son angle horaire, on a son angle azymuthal.

PAR

à l'horizon, l'on a l'inſtant où cela arrive : l'on a auſſi la hauteur à laquelle il eſt dans cet inſtant. Comparant donc à cette hauteur la hauteur obſervée, leur différence eſt la réfraction.

PROBLÊME X.

La hauteur du pôle, & la déclinaison d'un astre étant données, trouver la relation entre un petit changement dans sa hauteur, & le temps qu'il y emploie.

La 1re. formule peut avoir ces trois formes,

$$rrh - rsx = cuy,$$
$$rrh - rsx = -cuy,$$
$$rrh + rsx = cuy.$$

Et pendant que l'astre s'éleve ou s'abaisse, comme il n'arrive de changement qu'à h & u, l'on a en différenciant

$$rrdh = cydu.$$

Pour réduire les différentielles dh & du, aux petits arcs du vertical & de l'équateur, on a $dh = \frac{k}{r}dV$; & $du = \frac{t}{r}dE$, qui, substitués dans l'équation précédente, donnent

$$rrkdV = ctydE.$$

Correction du midi.

L'un des problêmes précédens eſt de grand uſage dans l'Aſtronomie. Pour régler leur horloge, les Aſtronomes obſervent quelques hauteurs du Soleil avant midi, & les inſtans de ces hauteurs; après midi ils obſervent les mêmes hauteurs, & les inſtans où le Soleil s'y trouve. Si la déclinaiſon du Soleil demeuroit toujours la même, en partageant en deux également les intervalles du temps écoulé entre chacune des hauteurs correſpondantes, le milieu ſeroit l'inſtant où le Soleil auroit paſſé au méridien; c'eſt-à-dire l'inſtant du midi: on trouve ainſi l'inſtant de la culmination des Etoiles fixes; car le changement en déclinaiſon qu'elles éprouvent dans l'intervalle des obſervations n'eſt pas ſenſible.

Il n'en eſt pas ainſi du Soleil; ſa déclinaiſon change aſſez conſidérablement dans l'intervalle des obſervations, pour que l'inſtant auquel il paſſe au méridien ne ſoit pas également éloigné des inſtans auxquels il paſſe aux mêmes hauteurs. Dès que le Soleil s'approche de notre zénith, c'eſt-à-dire, lorſqu'il eſt dans les ſignes aſcendans, il arrive après midi à la même hauteur où il a été vu le matin, plus tard qu'il n'auroit fait ſi ſa déclinaiſon n'avoit pas changé: s'il retourne dans les ſignes deſcendans, il y arrive plutôt. Le milieu du temps écoulé entre les hauteurs correſpondantes ne répond donc pas exactement à midi; il faut, lorſque le Soleil s'approche de notre zénith, en retrancher quelque choſe; & lorſque le Soleil s'en éloigne, il faut y ajouter quelque choſe pour que cette moitié réponde à l'inſtant du midi: ce qu'il faut retrancher ou ajouter, que les Aſtronomes appellent *la correction du midi*, eſt le petit intervalle entre l'inſtant où le Soleil ſe trouve à la hauteur obſervée, & celui où il ſeroit à la même hauteur ſi ſa déclinaiſon n'avoit pas changé.

Les Aſtronomes n'obſervent leurs hauteurs correſpondantes que peu d'heures avant & après midi, & jamais lorſque le Soleil eſt vers le méridien inférieur; parce qu'alors trop peu élevé ſur l'horizon, il eſt exposé à l'irrégularité des réfractions horizontales. Nous avons cependant ſuppoſé ce cas, parce qu'il ſe trouvoit dans le problême général.

écoulé entre les obſervations ne ſurpaſſant pas le quart-de-cercle.

Les deux hauteurs étant h & h'; & les co-ſinus des angles horaires étant u & u'; la 1$^{ere.}$ formule donne

$$u = \frac{rrh - rsx}{cy},$$
$$u' = \frac{rrh' - rsx}{cy}.$$

Et le ſinus du temps écoulé entre les deux obſervations, étant p, ſon co-ſinus q, & ſon ſinus verſe o; l'on a *

$$ru = p\sqrt{(rr - u'u')} + qu'.$$

Et chaſſant de ces équations u & u'; l'on a

$$\left.\begin{array}{l} oossxx - 2rrhosx \\ + rrppss - 2rrh'osx \\ + rrppxx \end{array}\right\} = \left\{\begin{array}{l} r^4pp \\ + r^3qhh' \\ - r^4hh \\ - r^4h'h' \end{array}\right.$$

Dans cette équation, s & x ſont combinés de la même maniere.

I. Si la déclinaiſon de l'aſtre, & le temps écoulé entre les deux obſervations, ſont connus, & qu'on cherche la

* *Voyez les théorêmes mis à la fin de cet ouvrage.*

hauteur du pôle : ordonnant cette équation par rapport à s ; l'on a.

$$\left.\begin{matrix}+ooxx\\+rrpp\end{matrix}\right\}ss\left\{\begin{matrix}-2rrhox\\-2rrh'ox\end{matrix}\right\}s=\left\{\begin{matrix}+\ r^4pp\\+2r^3qhh'\\-\ r^4hh\\-\ r^4h'h'\\-\ rrppxx\end{matrix}\right.$$

Ou (faisant $ooxx+rrpp=A$; $rhox+rh'ox=B$: & $rrpp+2rqhh'-rrhh-rrh'h'-ppxx=C$) :

$$ss-2r\tfrac{B}{A}s=rr\tfrac{C}{A}.\ \text{Et}$$

$$s=r\tfrac{B}{A}\pm\tfrac{r}{A}\sqrt{(BB+AC)}.$$

Corollaire. Si l'aftre eft dans l'équateur, $x=0$, & l'on a pour la hauteur du pôle

$$s=\tfrac{r}{p}\sqrt{(pp+\tfrac{2qhh'}{r}-hh-h'h')}.$$

II. Si la hauteur du pôle, & le temps écoulé entre les deux obfervations, font connus, & qu'on cherche la déclinaifon de l'aftre ; l'on a

$$\left.\begin{matrix}+ooss\\+rrpp\end{matrix}\right\}xx\left\{\begin{matrix}-2rrhos\\-2rrh'os\end{matrix}\right\}x=\left\{\begin{matrix}+\ r^4pp\\+2r^3qhh'\\-\ r^4hh\\-\ r^4h'h'\\-\ rrppss.\end{matrix}\right.$$

dans deux hauteurs vers le méridien supérieur, toutes deux après le passage au méridien, les azymuths tombant du côté opposé au pôle élevé; la différence des angles azymuthaux ne surpassant pas le quart-de-cercle.

Les deux hauteurs étant h & h', leurs co-sinus k & k'; & les deux co-sinus des angles azymuthaux étant n & n'; la 2de. formule donne

$$n = \frac{rhs - rrx}{ck},$$

$$n' = \frac{rh's - rrx}{ck'}.$$

Et le sinus de la différence azymuthale entre les deux hauteurs, étant p, & son co-sinus q; l'on a *

$$rn = p\sqrt{(rr - n'n')} + qn.$$

Et chassant de cette équation n & n', par les deux équations de la formule, on a

$$\begin{array}{lll}
r^4 kkxx & & \\
+ r^4 k'k'xx & - 2r^3 hk'k'sx & \\
- 2r^3 qkk'xx & + 2rrqhkk'sx & - rrppkkk'k' = 0. \\
+ rrhhk'k'ss & - 2r^3 h'kksx & \\
+ ppkkk'k'ss & + 2rrqh'kk'sx & \\
+ rrh'h'kkss & & \\
- 2rqhh'kk'ss & &
\end{array}$$

* *Voyez les théorêmes à la fin de cet ouvrage.*

PROBLÊME XV.

Deux aſtres dont on connoît les déclinaiſons & les angles horaires, étant vus dans un même vertical, trouver la hauteur du pôle.

La 3^me. formule donne deux équations entre la hauteur du pôle, la déclinaiſon de chaque aſtre, ſon angle horaire, & ſon angle azymuthal pour le moment de l'obſervation : chaſſant par ces équations l'angle azymuthal, qui eſt le même dans l'une & dans l'autre, l'on a une équation dans laquelle il n'y a plus d'inconnue que la hauteur du pôle.

Exemple. Soient obſervés dans un même vertical deux aſtres dont les déclinaiſons ſont vers le pôle élevé, vers le méridien ſupérieur, tous deux après leur paſſage au méridien ; leurs azymuths tombant du côté oppoſé au pôle élevé.

Les

$rt = qt' - p\surd(rr - t't')$; & $t'u - tu' = rp$.
L'on a donc

$$rps = ct'X - ctX'; \text{ ou}$$

$$t = \frac{ct'X - rps}{cX'}$$

qui, substitué dans l'équation $rt = qt' - p\surd(rr - t't')$, donne
$rct'X - rrps = cqt'X' - cpX'\surd(rr - t't')$.
Ou (faisant $rps = A$, $rcX - cqX' = B$, $cpX' = C$)

$$rA - Bt' = C\surd(rr - t't');$$

D'où l'on tire

$$t' = \frac{rAB}{BB+CC} \pm \frac{rC}{BB+CC}\surd(BB + CC - AA).$$

Ayant ainsi l'angle horaire d'un des astres, ou le temps écoulé depuis son passage au méridien; en y ajoutant ou en en retranchant la différence d'ascension droite de cet astre & du Soleil, on a l'heure de l'observation.

Corollaire 1. Si l'un des astres est dans l'équateur, $X' = 0$; & l'on a d'abord

$$t' = \frac{rps}{cX}.$$

D'où l'on tire une maniere fort simple d'avoir l'heure.

qui, substitué dans l'équation $rsx - rsx' = cu'y' - cuy$, donne

$$rrsx - rrsx' = rcu'y' - cpy\sqrt{(rr - u'u')} - cqu'y;$$

ou (faisant $rsx' - rsx = A$, $rcy' - cqy = B$, $cpy = C$),

$$rA + Bu' = C\sqrt{(rr - u'u')};$$

D'où l'on tire

$$u' = -\frac{rAB}{BB+CC} \pm \frac{rC}{BB+CC}\sqrt{(BB+CC-AA)};$$

Ayant ainsi l'angle horaire d'un des astres, ou le temps écoulé depuis son passage au méridien; en y ajoutant ou en en retranchant la différence d'ascension droite de cet astre & du Soleil, on a l'heure de l'observation.

Corollaire 1. Si l'un des astres est dans l'équateur, $x' = 0$, & l'équation précédente est un peu plus simple.

Corollaire 2. Si l'on prend $q = \frac{ry'}{y}$, l'équation est aussi plus simple.

Corollaire 3. Si les deux astres ont la même ascension droite, $p = 0$, $q = r$; & l'on a

$$u' = \frac{rs}{c}\left(\frac{x - x'}{y' - y}\right).$$

autres équations entre la hauteur du pôle, la déclinaiſon de la premiere & de la troiſieme Etoile, l'angle horaire de chacune, & leur angle azymuthal, qui eſt le même: on chaſſe donc pareillement cet angle azymuthal par ces deux équations; & l'on a une équation entre la hauteur du pôle, la déclinaiſon de la premiere & de la troiſieme Etoile, & l'angle horaire de chacune.

Les quatre équations ſont donc réduites à *deux, qui ne contiennent plus que la hauteur du pôle, les déclinaiſons des trois Etoiles, & leurs angles horaires, aux momens des deux obſervations.*

Et la hauteur du pôle étant la même dans chacune de ces deux équations, on les réduit à *une ſeule équation, qui ne contient plus que les déclinaiſons des trois Etoiles, les angles horaires de la premiere & de la ſeconde au moment de la premiere obſervation, & les angles horaires de la premiere & de la troiſieme au moment de la ſeconde obſervation.*

L'aſcenſion droite de chaque Etoile étant donnée, on chaſſe de cette équation les angles horaires de la ſeconde & de la troiſieme étoile aux momens des deux obſervations, & l'on a *une équation qui ne contient plus que des quantités connues avec les angles horaires de la premiere Etoile aux momens des deux obſervations.*

Le temps écoulé entre ces momens étant donné, c'eſt-à-dire, la différence ou la ſomme de ces deux angles; on chaſſe l'un des deux, & *l'on a une équation qui détermine l'angle horaire de la premiere Etoile au moment d'une des obſervations:* ce qui (l'aſcenſion droite de cette Etoile & du Soleil étant connue) donne l'heure de cette obſervation.

D'où l'on détermine l'angle horaire de la ſeconde ou de la troiſieme Etoile au moment de ſon obſervation: & mettant les angles horaires de la premiere & de la ſeconde Etoile, ou de la premiere & de la troiſieme, dans une des équations qui contiennent la hauteur du pôle, la déclinaiſon de ces Etoiles & leurs angles horaires, on a la hauteur du pôle.

Mais t & ϑ étant les ſinus des angles horaires de la premiere Etoile aux momens des deux obſervations ; l'intervalle entre ces momens étant donné, & le ſinus & le co-ſinus de l'arc qui lui répond étant p & q, l'on a $\vartheta = \frac{qt - pu}{r}$, & $v = \frac{pt + qu}{r}$: mettant donc ces valeurs dans l'équation précédente, on trouve pour la tangente de l'angle horaire de la premiere Etoile au moment de la premiere obſervation

$$\frac{rt}{u} = r\left(\frac{rg\gamma X - g\delta pX - g\gamma qX - rgpX''}{rd\gamma X - rr\gamma X' - g\delta qX + g\gamma pX + rgqX''}\right)$$

Ayant ainſi l'angle horaire de la premiere Etoile au moment de la premiere obſervation, l'on a auſſi l'angle horaire de la ſeconde Etoile au même inſtant, par l'équation $t' = \frac{dt - gu}{r}$: & la hauteur du pôle, en ſubſtituant les valeurs de t & de t' dans l'équation

$$\frac{s}{c} = \frac{t'X - tX'}{t'u - tu'}.$$

Corollaire. Si l'on prend la premiere Etoile dans l'équateur, $X = 0$, & le calcul eſt beaucoup plus ſimple ; car la tangente

horaires aux momens de deux des observations, *l'on a une équation qui détermine l'angle horaire de l'astre au moment de la troisieme observation.*

Ayant ainsi l'un des angles horaires connu, en le mettant dans les deux équations qu'on a entre les angles horaires & leurs différences ou leurs sommes, on trouve les deux autres, *& l'on a les trois angles horaires.*

Deux de ces angles suffisent pour achever la solution du problême; car reprenant deux des premieres équations que donnoit la formule, & mettant dans chacune la valeur connue de l'angle horaire qui lui convient, *on a deux équations qui ne contiennent plus d'inconnues que la hauteur du pôle & la déclinaison de l'astre*; & chassant par ces deux équations l'une de ces inconnues, *l'on a une équation qui donne la déclinaison de l'astre, ou la hauteur du pôle; & l'une étant donnée, l'on a aussi-tôt l'autre.*

Exemple. Soit un astre dont la déclinaison est vers le pôle élevé, observé vers le méridien supérieur, après son paſſage au méridien, dans trois hauteurs données; les arcs qui répondent aux temps écoulés entre les obſervations ne ſurpaſſant pas le quart-de-cercle.

Soient les trois hauteurs h, h', h''; les trois co-ſinus des angles horaires u, u', u'': la premiere formule donne les trois équations

$$rsx = rrh - cuy$$
$$rsx = rrh' - cu'y$$
$$rsx = rrh'' - cu''y;$$

D'où chaſſant rsx, on a

$$rrh - cuy = rrh' - cu'y$$
$$rrh - cuy = rrh'' - cu''y;$$

D'où chaſſant cy, on a

$$\frac{h - h'}{u - u'} = \frac{h - h''}{u - u''}.$$

Ou (faiſant $h - h' = \dot{h}$, & $h - h'' = \ddot{h}$)

$$\dot{h}u - \ddot{h}u = \dot{h}u'' - \ddot{h}u'.$$

Mais les intervalles de temps écoulés entre les obſervations étant donnés; & le ſinus & co-ſinus de l'arc qui répond au temps écoulé entre la premiere & la ſeconde étant p & q; & le ſinus & co-ſinus

PROBLÊME XXI.

Les angles horaires de deux étoiles qui passent par deux almicantaraths & par deux azymuths dont la position est inconnue, mais constante, étant donnés par les temps écoulés depuis les passages au méridien jusqu'aux momens où elles coupent ces cercles : trouver la déclinaison de ces étoiles & la hauteur du pôle.

Soient deux étoiles dont les déclinaisons sont vers le pôle élevé, observées au méridien supérieur, à leurs passages à deux almicantaraths & à deux azymuths, qui soient les mêmes pour l'une & pour l'autre ; les temps écoulés depuis les passages au méridien étant donnés, & les arcs qui leur répondent ne surpassant pas le quart-de-cercle.

Soient les sinus & co-sinus des déclinaisons des deux étoiles x, y; & x', y'; les co-sinus des angles horaires lorsque elles passent au premier almicantarath v & v'; & les co-sinus, lorsqu'elles passent au 2d. v'' & v'''.

Celle des paſſages aux azymuths donne

$$x'x' = \left(\frac{v - v''}{v' - v'''}\right)^2 \times \left(\frac{p\,t''' - p'\,t'}{p\,t'' - p'\,t}\right)^2 x\,x :$$

On a donc

$$r\,r = \left(\frac{v - v''}{v' - v'''}\right)^2 r\,r - \left(\frac{v - v''}{v' - v'''}\right)^2$$

$$x\,x + \left(\frac{v - v''}{v' - v'''}\right)^2 \times \left(\frac{p\,t''' - p'\,t'}{p\,t'' - p'\,t}\right)^2 x\,x.$$

Ou

$$x = \frac{r(p\,t'' - p\,t')}{(v - v'')} \; \frac{\sqrt{[(v' - v''')^2 - (v - v'')^2]}}{\sqrt{[(p\,t''' - p'\,t')^2 - (p\,t'' - p'\,t)^2]}}.$$

Ayant ainſi la déclinaiſon d'une des étoiles, on trouve facilement la déclinaiſon de l'autre ; & l'on a la hauteur du pôle par l'équation

$$\frac{r\,s}{t} = \frac{v'\,y' - v\,y}{x - x'}.$$

Scholie. Ce problême eſt un des plus beaux & des plus utiles de l'Aſtronomie, puiſque ſans dépendre de la connoiſſance de la hauteur du pôle, il ſert à trouver la déclinaiſon des étoiles ; & que ſans connoître la déclinaiſon des étoiles, il ſert à trouver la hauteur du pôle ; & cela par les moyens les plus ſimples, & ſans avoir beſoin d'aucuns arcs-de-cercle. On doit cette méthode à M.

qu'on la peut négliger ici entiérement.

Il ſuffit donc de chercher de combien la réfraction horizontale alonge la durée du jour, tant le matin que le ſoir ; & pour cela, ayant la quantité de la réfraction horizontale, l'on a par les problêmes X ou XII, le temps que le Soleil emploie à s'élever ou à s'abaiſſer de cette hauteur ; & c'eſt l'altération que la réfraction cauſe à la durée du jour. Mais on a un moyen plus ſimple pour trouver cette altération par la ſeule obſervation.

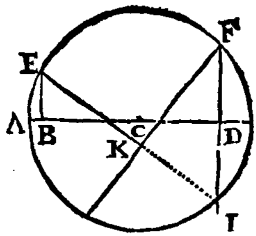
Car négligeant, comme on le peut faire ici, les petites différences de la réfraction & des grandeurs apparentes du Soleil, ſon diametre apparent ſe trouve aſſez exactement égal à la quantité dont la réfraction horizontale l'éleve.

Au lever du Soleil donc, lorſqu'on voit ſon bord ſupérieur entamer l'horizon, ſon bord inférieur l'atteint actuellement, & ſon centre l'a déjà paſſé de la moitié de ſon diametre : ſi donc on

de C ; β *devient négatif, tout le reste demeurant le même : & l'on a*

$$r a = q \alpha + p \beta$$
$$r b = p \alpha - q \beta$$
$$r p = \alpha b + a \beta$$
$$r q = a \alpha - b \beta.$$

3. *Si la différence des deux arcs surpasse le quart-de-cercle, le point* D *tombe de l'autre côté de* C, *le point* K *aussi* ; β & q *deviennent négatifs : & l'on a*



$$r a = - q \alpha + p \beta$$
$$r b = p \alpha + q \beta$$
$$r p = a b + a \beta$$
$$r q = - a \alpha + b \beta.$$

d'un pendule, n'a pu conserver pendant les voyages une assez grande égalité dans son mouvement, pour apporter fidélement l'heure d'un lieu à un autre. Et toutes les autres sur qui l'agitation auroit moins d'effet, sont par leur construction exposées à des irrégularités qui les rendent incapables de conserver l'heure assez exactement, quand même elles ne seroient pas transportées.

On peut suppléer au transport des horloges, en observant quelque phénomene par le moyen duquel on puisse comparer les heures auxquelles il est apperçu dans différens lieux. On a par la différence de ces heures, la différence en longitude de ces lieux.

Les éclipses de la Lune & du Soleil sont les premiers phénomenes de cette espece qui se présenterent. Mais la rareté de ces éclipses, & le peu d'exactitude avec laquelle on avoit autrefois la mesure du temps, faisoient qu'il n'y avoit qu'un petit nombre de lieux dont la position fût connue, & encore l'étoit-elle assez imparfaitement. La

dont on cherchoit la différence en longitude. Mais M. Caſſini rendit la choſe encore plus utile, en conſtruiſant des tables du mouvement des ſatellites, par leſquelles le calcul des immerſions & émerſions pour le méridien de quelque lieu, ſupplée à l'obſervation immédiate qui auroit été faite dans ce lieu, & diſpenſe en quelque ſorte d'une des obſervations.

Il n'y a donc rien à deſirer aujourd'hui, ſi ce n'eſt peut-être quelque préciſion ſuperflue, lorſqu'on voudra déterminer la longitude de quelque lieu ſur la terre. Mais il n'en eſt pas ainſi ſur la mer.

Quoique le Navigateur parti de quelque port, ſût par le calcul à quelle heure le phénomene y eſt vu; pour pouvoir y comparer l'heure à laquelle ce phénomene eſt vu au lieu où il eſt, dont il ignore la ſituation, il faut une obſervation immédiate, & c'eſt ce que l'agitation du vaiſſeau ne permet point.

La longueur des lunettes juſqu'ici néceſſaire pour pouvoir obſerver les im-

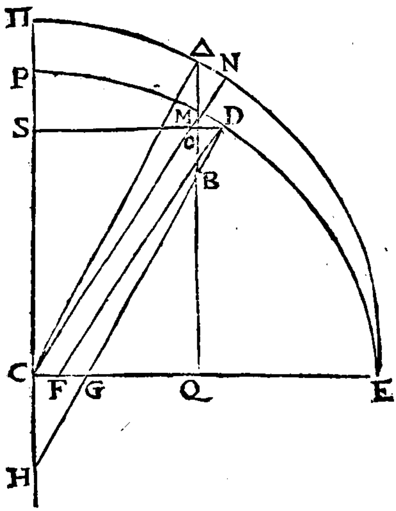
DISCOURS
SUR LA PARALLAXE
DE LA LUNE,

Pour perfectionner la théorie de la Lune & celle de la Terre.

§. I.

Utilités dont est la connoissance de la figure de la Terre.

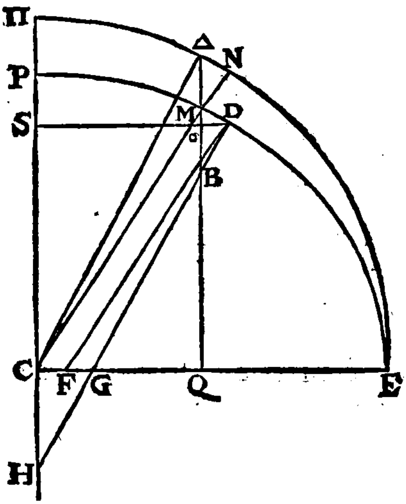
La connoissance de la figure de la Terre est aussi nécessaire pour déterminer les distances & les grosseurs des autres astres, qu'elle l'est pour déterminer sur notre globe les



D, on peut ſuppoſer l'autre placé au centre. 2°. On peut le ſuppoſer placé au centre du cercle oſculateur de la Terre au point *D*. 3°. On peut le ſuppoſer placé au point où la verticale du point *D* rencontre l'axe de la Terre. 4°. Enfin on peut le ſuppoſer placé au point où la verticale du point *D* rencontre le diametre de l'équateur. Les lignes qui ſervent de baſes aux parallaxes ſeront donc

TABLE pour la parallaxe, la gravité & la grandeur des degrés.

Latit. du Lieu.	*M N*	*N* Δ	*D O*
0°	0,00000	0,00000	0,00000
5	0,00004	0,00049	0,00004
10	0,00017	0,00096	0,00017
15	0,00038	0,00140	0,00036
20	0,00066	0,00181	0,00062
25	0,00103	0,00215	0,00091
30	0,00140	0,00243	0,00122
35	0,00185	0,00264	0,00151
40	0,00232	0,00277	0,00178
45	0,00281	0,00281	0,00199
50	0,00330	0,00277	0,00212
55	0,00377	0,00264	0,00216
60	0,00421	0,00243	0,00211
65	0,00461	0,00215	0,00195
70	0,00496	0,00181	0,00170
75	0,00524	0,00140	0,00136
80	0,00545	0,00096	0,00095
85	0,00557	0,00049	0,00049
90	0,00562	0,00000	0,00000



§. VI.

Maniere de déterminer la distance de la Lune au centre de la Terre.

LA figure de la Terre étant donnée, les lignes tirées de chacun des observateurs à la Lune, & les verticales des lieux où ils observent, forment un quadrilatere dont les angles & deux côtés étant

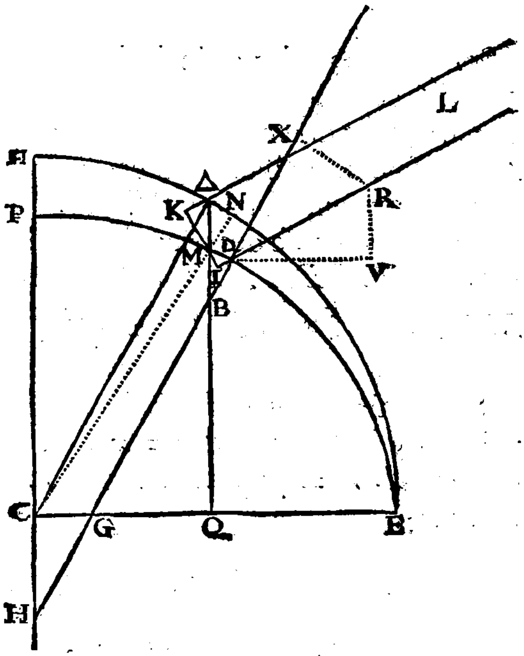
toujours placé ſur l'équateur en *E*, l'autre étoit placé ſur le globe en Δ, à la même latitude où eſt celui qui obſerve réellement ſur la Terre.

Et pour cela, ayant tiré du point Δ à la Lune la droite Δ *L*, il eſt clair que la parallaxe ſur le globe ſurpaſſeroit la vraie parallaxe du petit angle Δ *L D*. Lorſqu'on aura donc cet angle, il n'y aura qu'à l'ajouter à la parallaxe obſervée, & à la diſtance de la Lune au zénith de l'obſervateur en *D*; & l'on aura le quadrilatere *C E L* Δ *C*, & ſa diagonale *L C*, qui eſt la diſtance de la Lune au centre de la Terre.

§. VII.

Recherche de la différence des parallaxes ſur la Terre & ſur le globe.

Il faut maintenant chercher le petit angle *D L* Δ, différence de la parallaxe ſur la Terre & ſur le globe.



Ayant tiré du point M ſur les deux lignes DL & ΔL, les deux perpendiculaires MI & MK, cet angle ſera $\frac{MI+MK}{ML}$, dans lequel la diſtance du point M ou du point C à la Lune, ſera

Q iv

ſecondes ſur leſquelles on peut compter, & d'où dépend abſolument la queſtion, eſt préférable à des quantités plus grandes que peuvent donner d'autres méthodes, mais qui demandent qu'on faſſe uſage d'élémens ſuſpects.

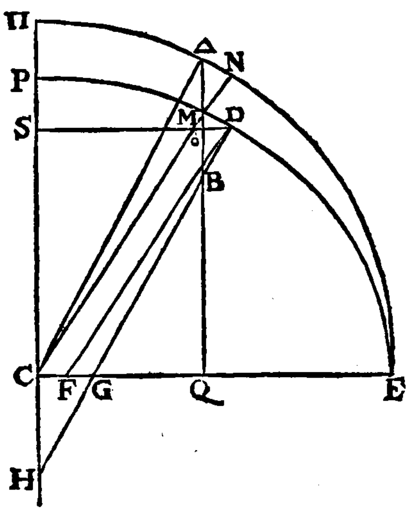
Il eſt certain, par exemple, que ſi l'on avoit aſſez exactement quelqu'une des parallaxes horizontales de la Lune, ou la diſtance de la Lune au centre de la Terre, on pourroit employer des méthodes qui donneroient des angles plus grands que ceux auxquels je réduis la queſtion. Mais tout l'avantage apparent de ces plus grands angles s'évanouit, lorſqu'on conſidere que quoiqu'on puiſſe moins les méconnoître par l'obſervation, ils ne conduiroient à la détermination de la figure de la Terre, qu'autant que ces autres élémens ſeroient exactement déterminés.

Je crois donc que dans des queſtions de cette nature, la vraie méthode pour les réſoudre, eſt de les réduire à un

Soit le point E ſur l'équateur, le point D à la latitude de 56 degrés, & le point T à la latitude de 28. Soit imaginé le globe $E\,\Theta\,\Delta$, ſur lequel les points E, Θ, Δ, répondent aux points E, T, D, c'eſt-à-dire, ſoient aux mêmes latitudes. Soient tirées dans l'ellipſoïde les perpendiculaires DG, TF; & dans le globe les rayons ΔC, ΘC, qui ſeront paralleles à ces lignes.

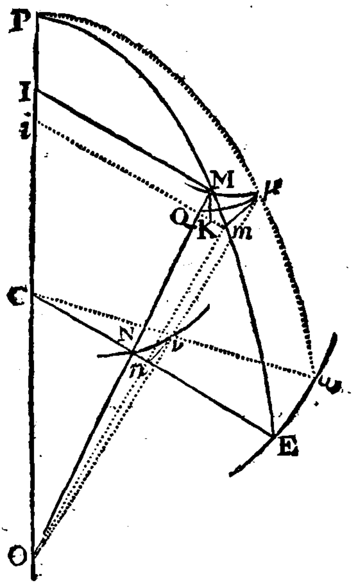
Il faut voir maintenant (la Lune étant en L) quelles ſeront les deux parallaxes obſervées. Soit appellée P, celle qui a pour baſe l'arc TD, & p celle qui a pour baſe l'arc TE. On aura $P = TL\Theta + \Theta L\Delta - \Delta LD$; & $p = EL\Theta - TL\Theta$. Donc la différence des parallaxes, $P - p = 2\,TL\Theta - DL\Delta$.

Ou, conſervant les mêmes dénominations que dans le § VII, c'eſt-à-dire, faiſant le ſinus de la déclinaiſon de la Lune, ou de la latitude du point T, $= x$, ſon co-ſinus $= y$, le ſinus de latitude du point D, $= s$, ſon co-ſinus



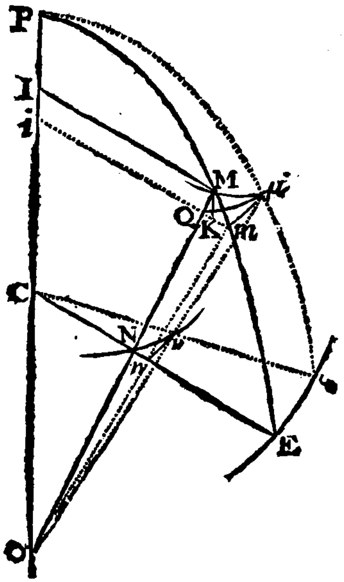
ſéparés de toute la démi-circonférence de leurs cercles.

Cette conſidération fait que je ne m'arrête pas ici à détailler cette méthode, qui ne dépend que des valeurs de DO, que j'ai déterminées §. V.



infiniment proches. Soit $M\mu$ une petite partie de la loxodromique compriſe entre ces deux méridiens; & qu'on cherche la projection de cette ligne ſur le plan de l'équateur CE pour un œil placé dans l'axe en O.

Ayant tiré des points C, I, & i, infiniment proche du point I, les rayons



§. XIV.

Projection orthographique de la loxodromique.

On trouvera de même pour la courbe qui est la projection orthogra-

OPÉRATIONS POUR LA MESURE DE LA TERRE.

APRÈS avoir expliqué les utilités qu'on retire de la connoiſſance de la figure de la Terre, & comment on doit ſe ſervir de ſes dimenſions, tant pour déterminer les vrais lieux de la Lune, que pour connoître la grandeur des degrés de latitude & de longitude, & les points vers leſquels tend la gravité, j'ai cru devoir donner ici l'extrait des opérations que nous avons faites pour la meſure des degrés du méridien, & des différentes quantités de la peſanteur; & y joindre les réſultats des autres opérations de la même eſpece,

plus petit de 255, que celui que nous avions mesuré en Lapponie. Nous conclûmes de tout cela que la Terre étoit un sphéroïde applati vers les pôles.

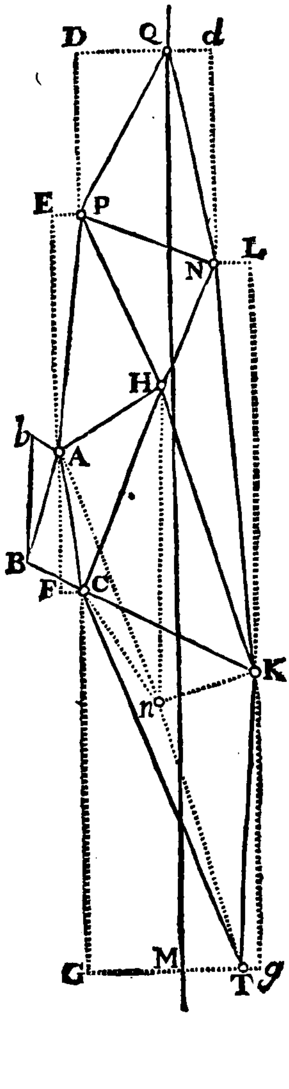
Nous rendîmes compte à l'Académie de ces opérations; & voici ces opérations mêmes.

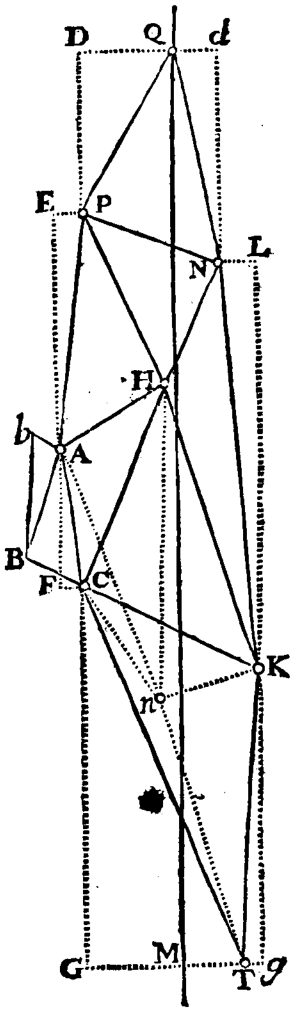
MESURE
DU DEGRÉ DU MÉRIDIEN
AU CERCLE POLAIRE.

I.

Angles observés.

TOUS les angles suivans ont été observés du centre des signaux que nous avions élevés sur le sommet des montagnes avec un quart-de-cercle de deux pieds de rayon, muni d'un micrometre; & cet instrument vérifié plusieurs fois autour de l'horizon, donnoit toujours la somme des angles fort près de 360°.


D
Q
d
E
P
L
N
H
b
A
B
F
C
K
n
G
M
T
g


D
Q
d
E
P
L
N
H
b
A
B
F
C
K
n
G
M
T
g

I V.

CALCUL des deux triangles par lesquels commencent toutes les suites.

A B b.

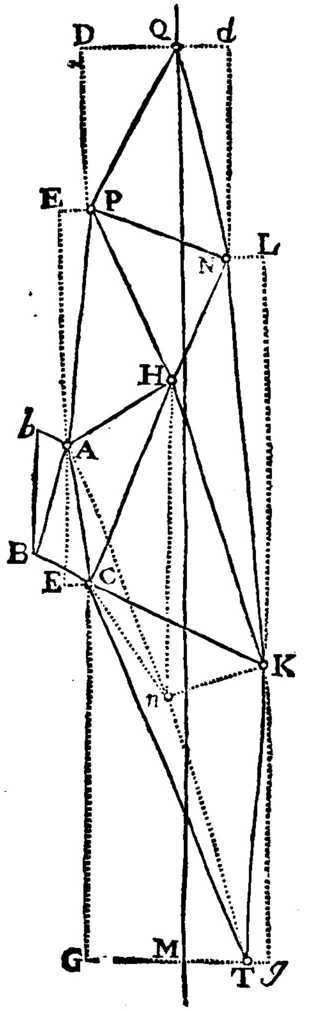
Angles observés.				*Angles corrigés pour le calcul.*		
ABb...	9°	21′	58″,0	9°	22′	0″
AbB...	77	31	48, 1	77	31	50
BAb...	93	6	7, 2	93	6	10
	179	59	53, 3	180	0	0

A B C.

ABC...	102	42	13, 5	102	42	12
BAC...	22	37	20, 6	22	37	20
ACB...	54	40	28, 8	54	40	28
	180	0	2, 9	180	0	0

En calculant ces deux triangles d'après la base *Bb*, de 7406,86 toises, on trouve la distance *AC*, entre Avasaxa & Cuitaperi, de 8659,94 toises.

Et comme ces deux triangles sont d'une grande justesse, & que leur disposition est très-favorable pour conclure exactement cette distance, on peut regarder *AC* comme la base.



V.

Se servant toujours de

$$AC = 8659{,}94^{\text{toises}}.$$

on a par la résolution des triangles précédens,

$$QN = 13564{,}64^{\text{toises}}$$
$$NK = 25053{,}25$$
$$KT = 16695{,}84$$

Ces lignes forment avec la méridienne, les angles suivans,

$$NQd = 78^{\circ}\,37'\,\,6''$$
$$KNL = 86\,\,\,7\,\,\,12$$
$$KTg = 85\,\,\,48\,\,\,7$$

La résolution des triangles QNd, KNL, KTg, donne pour les parties de la méridienne,

$$Nd = 13297{,}88^{\text{toises}}$$
$$KL = 24995{,}83$$
$$Kg = 16651{,}05$$

$$QM = 54944{,}76$$

L'autre suite donnoit $QM = 54940{,}39$

On a donc pris . . $QM = 54942{,}57$.

de M à Q, nous allons voir quelles différences produiroient ſur cette diſtance, différentes ſuites de triangles, même en y employant des ſuites vicieuſes par la petiteſſe de quelques-uns de leurs angles ; d'où l'on peut conclure les limites des erreurs de notre meſure. Voici donc le calcul de dix ſuites nouvelles.

I.

Par les triangles TnK, nKC, CKH, HCA, AHP, PHN, NPQ.

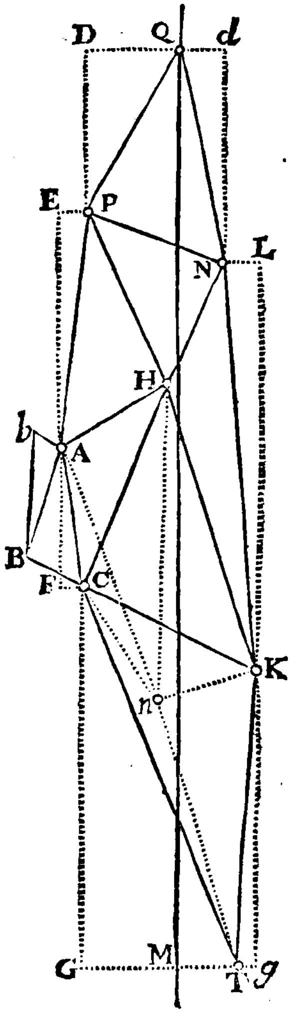
Partant toujours du côté AC, la réſolution de ces triangles donne pour la diſtance QM . . . . 54941 toiſes.
qui differe de la diſtance conclue
par nos deux premieres ſuites, de . . . 1 $\frac{1}{2}$.

I I.

Par les triangles TnK, KHn, nCH, HCA, APH, HNP, PNQ, on a QM.... 54936
qui differe de . . . . 6 $\frac{1}{2}$.

I I I.

Par les triangles TnK, KnH, HnA, ACH, HAP, PHN, NPQ, on a QM.... 54942 $\frac{1}{2}$.
qui ne differe pas ſenſiblement.


D
Q
d
E
P
L
N
H
b
A
B
F
C
K
n
G
M
T
g

I V.

Par les triangles *TnK*, *KCH*, *HnG*, *CHA*, *AHP*, *PHN*, *NPQ*, on a *QM*.. 54943 ½ toises.
qui differe de 1

V.

Par les triangles *TnK*, *KnC*, *CnA*, *ACH*, *HAP*, *PHN*, *NPQ*, on a *QM*.. 54925
qui differe de . . . . 17 ½.

V I.

Par les triangles *TnK*, *KnH*, *HAn*, *nCA*, *AHP*, *PHN*, *NPQ*, on a *QM*... 54915 ½.
qui differe de 27

V I I.

Par les triangles *TnK*, *KnC*, *CAn*, *nHK*, *KHN*, *NHP*, *PNQ*, on a *QM*.. 54912
qui differe de . . . . 30 ½.

V I I I.

Par les triangles *TnK*, *KCN*, *nAC*, *CKH*, *HKN*, *NHP*, *PNQ*, on a *QM*.. 54906 ½
qui differe de . . . . 36.

I X.

Par les triangles *TnC*, *CnA*, *AnH*, *HAP*, *PHN*, *NPQ*, on a *QM* . . 54910
qui differe de . . . . 32 ½.

X.

Par les triangles *TnC*, *CAn*, *nCK*, *KnH*, *HKN*, *NHP*, *PNQ*, on a *QM*.. 54891
qui differe de . . . . 51 ½.

Quoiqu'il ne ſe trouve pas entre toutes ces ſuites des différences bien conſidérables, nous n'avons pas cru les devoir faire entrer

EXPÉRIENCES
POUR LES VARIATIONS
DE LA PESANTEUR.

MESURE DE LA PESANTEUR dans la Zone glacée.

L'INSTRUMENT dont nous nous servîmes pour connoître le rapport de la pesanteur à *Paris*, à la pesanteur à *Pello*, est une pendule d'une construction particuliere, de l'invention de M. Graham, qui est destinée pour ces sortes d'expériences.

Le pendule est une pesante lentille qui tient à une verge plate de cuivre : cette verge est terminée en enhaut par une piece d'acier qui lui est perpendiculaire, & dont les extrémités sont deux couteaux qui portent sur deux tablettes planes d'acier, situées toutes

DÉCLINAISON

De l'aiguille aimantée à Torneå.

NOus avons obſervé la déclinaiſon de l'aiguille aimantée avec une bouſſole de cuivre d'environ 10 pouces de diametre, en regardant à travers les pinnules de ſon alidade un objet placé dans la méridienne d'un petit obſervatoire bâti ſur le fleuve ; & prenant le milieu de ce que donnoient les obſervations faites avec quatre aiguilles différentes, nous avons trouvé que la déclinaiſon de l'aiguille aimantée étoit à *Torneå* en 1737, de 5° 5′ du nord à l'oueſt.

Bilberg l'avoit trouvée en 1695 de 7° du même côté : mais ne la donne qu'avec peu de confiance. *

* *Refractio Solis inoccidui in ſeptentrion. oris.*

Fin du quatrieme & dernier Tome.